

УДК 532.59:539.3

ВЛИЯНИЕ СНЕЖНОГО ПОКРОВА НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ ТОНКОГО ТЕЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ЖИДКОСТИ ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

© 2024 г. В. Л. Земляк^{a, *}, В. М. Козин^{b, **}, А. В. Погорелова^{a, ***}

^aПриамурский государственный университет им. Шолом-Алейхема, Биробиджан, Россия

^bИнститут машиноведения и металлургии ХФИЦ ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре, Россия

*e-mail: vellkom@list.ru

**e-mail: kozinvictor@rambler.ru

***e-mail: milova@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.01.2024 г.

После доработки 12.02.2024 г.

Принята к публикации 24.03.2024 г.

Рассматривается движение тонкого тела в жидкости под ледяным покровом, покрытым влажным снегом. Предполагается, что жидкость идеальная и несжимаемая, движение жидкости потенциальное. Ледяной покров моделируется вязкоупругой плавающей пластиной, снежный покров моделируется вязким слоем. Аналитически получены формулы расчета волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента, действующих на тонкое тело, нестационарно и прямолинейно движущееся в жидкости под ледяным и снежным покровами. Численный анализ результатов показывает, что снежный покров уменьшает абсолютные значения экстремумов гидродинамических нагрузок. Анализируется совместное влияние увеличения толщины снежного покрова, уменьшения глубины погружения тела, увеличения толщины ледяного покрова, уменьшения глубины водоема на величину гидродинамических нагрузок.

Ключевые слова: ледяной покров, снежный покров, погруженное тонкое тело, гидродинамические нагрузки.

DOI: 10.31857/S1024708424030141, **EDN:** PESYUF

Известно, что при движении твердого тела в жидкости вблизи ледяного покрова в системе лед-вода возникают изгибно-гравитационные волны [1, 2]. Ранние экспериментальные работы [3, 4] показали, что эти волны при определенных условиях способны разрушить плавающий ледяной покров.

Заснеженность ледяного покрова может внести коррективы в характер прогибов ледяного покрова. Механические свойства снежного покрова исследованы давно. Существует много работ, посвященных этой теме [5–7]. Известно [8, 9], что толщина снега на льду в Арктических регионах варьируется от 0.1 до 0.7 м при средней толщине примерно 0.3–0.5 м. Функциональные зависимости модуля упругости сухого снега и его коэффициента Пуассона от пористости и плотности приведены в работе [10]. В [11] представлены результаты акустических измерений механических свойств снежного покрова на острове Шпицберген.

В [12] исследовались зависимости модуля Юнга и коэффициента вязкости снега от его плотности. Получено, что модуль Юнга и коэффициент вязкости уменьшаются с уменьшением плотности снега.

В [13] исследовались вязко-упругие деформации снега. Коэффициенты вязко-упругости и коэффициент Пуассона были вычислены из кривых ползучести и зависимостей деформации от времени, их соответствующие корреляции были обсуждены теоретически.

Известно, что механические свойства затопленного снега отличаются от свойств сухого снега [5, 14]. В [7] показано, что при увеличении влажности снежного покрова до 10% его жесткость уменьшается в 3 раза, а при увеличении влажности до 20% — в 3–7 раз. При дальнейшем увеличении влажности снега снежный покров переходит в пластическое состояние, при котором понятие «жесткости» снега теряет всякий смысл. Исходя из этих соображений, в [1] предложено затопленный снег на поверхности ледяного покрова моделировать как слой вязкой жидкости с коэффициентом внутреннего трения η_s .

В работе [15] анализировалось влияние снежного покрова на прогибы льда при движении тонкого погруженного тела в жидкости. При этом теоретически рассматривались две модели снежного покрова — сухой и затопленный снег. Для сухого снега система лед—снег моделировалась двухслойной пластиной Кирхгофа—Лява. Первый слой пластины (нижний) однородный и упругий, он соответствовал ледяному покрову. Второй слой (верхний), соответствующий снежному покрову, являлся однородным и вязкоупругим по модели Кельвина—Фойгта. Для случая затопленного снега на ледяном покрове снежный покров моделировался вязким слоем с заданным коэффициентом вязкости. Для обеих моделей снежного покрова было получено качественное согласование результатов, а именно, наличие снежного покрова приводит к уменьшению максимальной высоты ИГВ и к уменьшению нормальных напряжений в ледяном покрове.

В работе [16] в условиях опытового ледового бассейна были экспериментально апробированы теоретические результаты [15] для затопленного снега. Получено, что наличие затопленного снега на поверхности ледяного покрова приводит к уменьшению высоты ИГВ при движении погруженного тела в жидкости вблизи поверхности. Как следствие, уменьшается разрушительная способность ИГВ, возникающих при движении тела в жидкости вблизи ледяного покрова. Влияние затопленного снега на прогиб ледяного покрова наиболее сильно сказывается в области критических скоростей движения погруженного тела.

Представляет интерес анализ влияния снежного покрова на гидродинамические нагрузки, действующие на тонкое тело при его движении в жидкости под ледяным покровом. Ранее данные нагрузки исследовались теоретически и экспериментально достаточно полно в работах [17–30] для движения тел под свободной поверхностью жидкости. Влиянию плавающего ледяного покрова на волновое сопротивление, подъемную силу и крутящий момент тонкого тела, движущегося в жидкости, посвящены исследования [31–34].

Целью настоящей работы является теоретический анализ совместного влияния ледяного и снежного покровов на гидродинамические нагрузки погруженного тонкого тела при его движении в жидкости.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА И АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Рассматривается нестационарное движение тонкого тела в воде под ледяным покровом, покрытым влажным снегом. Предполагается, что вода является идеальной несжимаемой жидкостью с плотностью ρ_2 и движение жидкости является потенциальным. Ледяной покров моделируется вязкоупругой, изначально ненапряженной, однородной, изотропной пластиной толщиной h с плотностью ρ_1 . Предполагается, что период волновых процессов в ледяном покрове значительно меньше, чем время релаксации льда. Поэтому, аналогично [1], для льда используется закон деформации линейной запаздывающей упругой среды Кельвина—Фойгта [35]. Влажный снежный покров, согласно работам [1, 15, 16], моделируется вязким слоем толщиной h_s с плотностью ρ_s и коэффициентом вязкости η_s .

Главный вектор и момент сил, действующих на погруженное тело, вычисляются по формулам [36]

$$\mathbf{F} = \rho_2 \iint_S \frac{d\Phi'}{dt} \mathbf{n} dS, \quad (1.1)$$

$$\vec{L} = \rho_2 \iint_S \frac{d\Phi'}{dt} (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS, \quad (1.2)$$

где S — поверхность подводного тела, Φ' — потенциал скоростей движения жидкости, $\mathbf{r}$ радиус-вектор точки поверхности S относительно начала координат, $\mathbf{n}$ — внешний единичный вектор нормали к поверхности S .

Предположим, что тонкое тело движется в жидкости на глубине погружения d . Длина тела равна $2L$, радиус миделя— R , $L/R \geq 4$. В момент времени $t' = 0$ тело из состояния покоя начинает движение прямолинейно под плавающей вязкоупругой пластиной со скоростью, изменяющейся по зависимости:

$$u'(t') = U \tanh(\mu' t'), \quad (1.3)$$

где μ' — это коэффициент, отвечающий за начальное ускорение тела. В соответствии с зависимостью (1.3) тело после старта движется ускоренно с начальным ускорением $\mu' U$, затем с течением времени t' значение скорости $u'(t')$ стремится к U .

Будем считать, что тело неподвижно и на него набегают поток жидкости со скоростью $-u'(t')$ на бесконечности. Совмещенная с телом декартова систем координат располагается следующим образом: плоскость xOy совпадает с невозмущенной поверхностью раздела лед-вода, направление x совпадает с направлением движения тонкого тела (или противоположно набегающему потоку), и ось z направлена вертикально вверх.

Рассмотрим тонкое тело, которое имеет три секции: носовую оконечность, цилиндрическую вставку радиуса R и кормовую оконечность. Геометрия носа представляет собой половину сфероида с полуосями $n_f R$, R , R , здесь $n_f R$ — длина носовой части тела. Корма имеет осесимметричный параболический профиль, описываемый уравнением [37]

$$\rho = R - \frac{(x + 2L - n_a R)^2}{n_a^2 R},$$

где ρ — расстояние от осевой линии кормы до точки поверхности, $n_a R$ — длина кормовой части тела.

Согласно методу источников и стоков [36] заменим обтекаемое тело системой m источников и m стоков, расположенных на осевой линии тела. Подберем абсциссы источников ξ_k и стоков ζ_k , $k = \overline{1, m}$, и их мощности $q_k'(t')$ и $-q_k'(t')$, соответственно, таким образом, чтобы поверхность тела служила одной из поверхностей тока:

$$q_k'(t') = u'(t')q_0'\delta_k, \quad q_0' = \pi R^2, \quad \zeta_k = -2L + \frac{m-k}{m}n_a R, \quad (1.4)$$

$$\xi_k = -\frac{k}{m}n_f R, \quad \delta_k = \frac{3(k - k^2 + m^2) - 1}{2m^3}.$$

На рис. 1 представлен пример обтекания безграничным потоком жидкости системы источников и стоков с использованием формул (1.4) для $m=10$. Здесь основные параметры тела имеют следующие значения: $L = 50$ м, $R = 6,25$ м, $n_a = 4$, $n_f = 2$. Заметим, что согласно [38], оптимальное значение удлинения тела L/R для тела каплевидной формы равно 6–7, а для тела с серединной цилиндрической вставкой равно 7–10. В нашем случае $L/R = 8$.

Для описания движения тонкого тела в жидкости со свободной поверхностью (с учетом глубины погружения d) и конечной глубиной водоема H мы используем, аналогично работам [31–34], следующую формулу для корректировки мощности источников (стоков):

$$q_0' \approx \pi R^2 \left(1 + \frac{r^2}{2}(1 + C) + \dots \right), \quad \text{для } (r < 1), \quad (1.5)$$

$$C = -\frac{1}{(4\chi^2 + 1)^{3/2}} - \frac{1}{(4\gamma^2 + 1)^{3/2}} + \frac{1}{(4(\gamma - \chi)^2 + 1)^{3/2}}, \quad r = R/L, \quad \chi = d/L, \quad \gamma = H/L.$$

Таким образом, обтекание тела заданной формы моделируется обтеканием m источников и m стоков, расположенных в точках с абсциссами (1.4) и имеющих мощность (1.5). Поэтому потенциал скоростей движения жидкости при обтекании тонкого тела можно искать как суперпозицию потенциалов вышеупомянутых источников и стоков:

$$\Phi = \sum_{k=1}^m \left(\Phi_0'(x - \xi_k; y; z; t) \delta_k - \Phi_0'(x - \zeta_k; y; z; t) \delta_k \right), \quad (1.6)$$

где $\Phi_0'(x'; y'; z'; t')$ — потенциал движения жидкости при обтекании единичного источника. Для нахождения потенциала Φ_0' рассмотрим обтекание источника мощностью q_0' нестационарным прямолинейным потоком жидкости, ограниченным дном водоема и вязкоупругой пластиной, покрытой вязким слоем (затопленным снегом). Начало координат совместим с проекцией источника на плоскость раздела

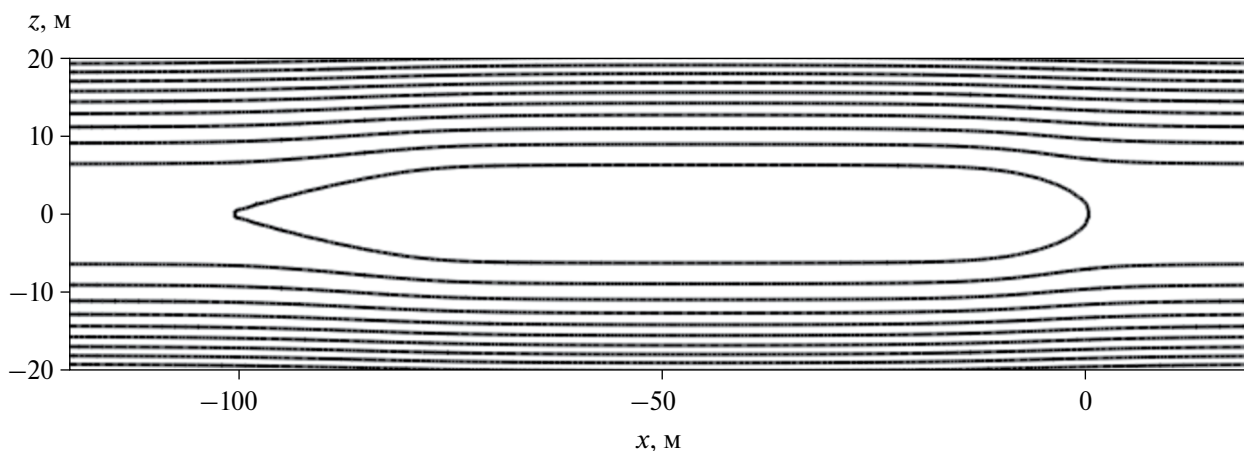


Рис. 1. Обтекание системы источников – стоков (1.4) безграничным потоком жидкости.

жидкость–пластина. Потенциал скоростей движения жидкости $\Phi_0'(x', y', z', t')$ представляет собой сумму потенциалов скоростей источника $Q_1(0, 0, -d)$, мнимого стока $Q_2(0, 0, d)$, мнимого источника $Q_3(0, 0, -2H+d)$, мнимого стока $Q_4(0, 0, -2H-d)$, и потенциала скоростей волновых движений жидкости $\varphi_0'(x, y, z, t)$. В безразмерном виде это запишется следующим образом:

$$\Phi_0 = \frac{uq_0}{4\pi} \left(-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{\varphi_0}{4\pi}, \quad (1.7)$$

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + \chi)^2}, \quad R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - \chi)^2},$$

$$R_3 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + 2\gamma - \chi)^2}, \quad R_4 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + 2\gamma + \chi)^2},$$

$$(x, y, z) = \frac{(x', y', z')}{L}; \quad (\Phi_0, \varphi_0) = \frac{(\Phi_0', \varphi_0')}{L\sqrt{gL}}, \quad u = \frac{u'}{\sqrt{gL}}; \quad q_0 = q_0' / L^2.$$

В (1.7) и далее все переменные, параметры и функции обезразмерены. Мнимые источники и стоки вводятся в (1.7), аналогично [39], для упрощения выполнения граничных условий на дне водоема и на поверхности раздела лед–вода.

Уравнение Лапласа, граничные и начальные условия для нахождения функции Φ_0 имеют вид:

$$\Delta\Phi_0 = 0, \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} & \kappa \left(1 + \tau_k \left(\frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial x} \right) \right) \nabla^4 \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} - \eta \left(\frac{\partial}{\partial t} - u \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} + \\ & + (\varepsilon + \varepsilon_s) \left(\frac{\partial^3 \Phi_0}{\partial t^2 \partial z} - \dot{u} \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x \partial z} - 2u \frac{\partial^3 \Phi_0}{\partial t \partial x \partial z} + u^2 \frac{\partial^3 \Phi_0}{\partial x^2 \partial z} \right) = \\ & = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial z} - \left(\frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial t^2} - \dot{u} \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} - 2u \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial t \partial x} + u^2 \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial x^2} \right), \quad (z = 0). \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial z} = 0, (z = -\gamma), \quad (1.10)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} \right|_{z=0, t=0} = 0, \quad (1.11)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial t} + (\varepsilon + \varepsilon_s) \frac{\partial^2 \Phi_0}{\partial z \partial t} \right) \Big|_{z=0, t=0} = 0, \quad (1.12)$$

$$t = t' \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad \tau_k = \tau_k' \sqrt{\frac{g}{L}}; \quad \eta = \frac{\eta_s h_s}{\rho_2 L^2 \sqrt{gL}}; \quad \mu = \mu' \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad \varepsilon = \frac{\rho_1 h}{\rho_2 L}, \quad \varepsilon_s = \frac{\rho_s h_s}{\rho_2 L}; \quad \kappa = \frac{Gh^3}{3\rho_2 g L^4},$$

здесь G — это модуль упругости льда при сдвиге, $G = 0.5E/(1+\nu)$, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, τ_k' — время релаксации льда или «время запаздывания» [1, 35]. Уравнение (1.9) представляет собой объединение динамического и кинематического граничных условий на поверхности раздела лед–вода. В нем первое слагаемое в левой части отвечает за вязкоупругие силы ледяной пластины, второе слагаемое — за силы вязкости слоя влажного снега, третье слагаемое — за силы инерции пластины и снега. Уравнение (1.10) — условие непротекания на дне водоема. Соотношения (1.11) и (1.12) — это начальные условия для функции потенциала Φ_0 на границе раздела лед–вода, физический смысл которых состоит в равенстве нулю прогиба ледяной пластины и его скорости при $t = 0$.

Функция потенциала скоростей Φ_0 определяется из системы (1.8)–(1.12) аналогично работам [31–34], а именно, аналитически с использованием интегральных преобразований Фурье и Лапласа. Выражение для вычисления $\frac{d\Phi_0}{dt}$ при нестационарном движении единичного источника под вязкоупругой ледяной пластиной покрытой вязким слоем снега имеет вид

$$\frac{d\Phi_0}{dt} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial t} - u \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} = \frac{q_0}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} e^{-k\chi} \int_0^t f(\tau) K d\tau \exp(ik((x+s)\cos\theta + y\sin\theta)) k dk, \quad (1.13)$$

$$K = e^{-n(t-\tau)/2} \begin{cases} -\frac{n \sin(\sqrt{\beta}(t-\tau))}{(2\sqrt{\beta})} + \cos(\sqrt{\beta}(t-\tau)), & \beta > 0, \\ -\frac{n \sinh(\sqrt{-\beta}(t-\tau))}{(2\sqrt{-\beta})} + \cosh(\sqrt{-\beta}(t-\tau)), & \beta < 0, \\ -\frac{n}{2}(t-\tau) + 1, & \beta = 0; \end{cases}$$

$$f(\tau) = e^{-\sigma s(\tau)} \left[\left(u(\tau)k(1+\kappa k^4) + (\kappa k^4 \tau_K + \eta k^2) (\dot{u}(\tau) - \sigma(u(\tau))^2) \right) \gamma_1 + \right. \\ \left. + \left(\ddot{u}(\tau) - 3\sigma u(\tau) \dot{u}(\tau) + \sigma^2 (u(\tau))^3 \right) (\varepsilon + \varepsilon_s) \gamma_2 \right],$$

$$\beta = p - n^2 / 4; \quad p = (1 + \kappa k^4) k \tanh(k\gamma) / (1 + (\varepsilon + \varepsilon_s) k \tanh(k\gamma)),$$

$$n = (\kappa k^5 \tau_k + \eta k^3) \tanh(k\gamma) / (1 + (\varepsilon + \varepsilon_s) k \tanh(k\gamma)), \quad \sigma = ik \cos \theta,$$

$$\gamma_1 = 1 + e^{k(\chi-2\gamma)} \sinh(k\chi), \quad \gamma_2 = 1 + e^{k(\chi-2\gamma)} \sinh(k\chi) \left(1 - \frac{1}{k(\varepsilon + \varepsilon_s)} \right),$$

здесь $s = s' / L$, $s' = s'(t')$ — расстояние, пройденное источником с момента времени $t' = 0$.

Для вычисления волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента (1.1)–(1.2) разобьем, аналогично [31], поверхность интегрирования S на две равные части $y' = Y(x', z')$ и $y' = -Y(x', z')$, где $Y(x', z')$ имеет вид:

$$Y(x', z') = \begin{cases} R \sqrt{\left(1 - \frac{(x' + 2L - n_a R)^2}{(n_a R)^2}\right)^2 - \frac{(z' + d)^2}{R^2}}, & -2L \leq x' < -2L + n_a R \\ \sqrt{R^2 - (z' + d)^2}, & -2L + n_a R \leq x' < -n_f R \\ \sqrt{R^2 - \frac{(x' + n_f R)^2}{n_f^2} - (z' + d)^2}, & -n_f R \leq x' \leq 0 \end{cases}, \quad (1.14)$$

Подстановка (1.6) в уравнения (1.1)–(1.2) с использованием зависимостей (1.13), (1.14), (1.4) и (1.5) дает, аналогично [31–34], выражения для вычисления основных гидродинамических нагрузок, действующих на тонкое тело при его нестационарном движении под вязкоупругой пластиной, покрытой вязким слоем

$$\begin{aligned} F_1 &= 2\rho_2 \int_D \left. \frac{d\Phi'}{dt'} \right|_{y'=Y(x', z')} (-\partial Y / \partial x') dx' dz', \\ F_3 &= 2\rho_2 \int_D \left. \frac{d\Phi'}{dt'} \right|_{y'=Y(x', z')} (-\partial Y / \partial z') dx' dz', \\ M &= 2\rho_2 \int_D \left. \frac{d\Phi'}{dt'} \right|_{y'=Y(x', z')} \left(\frac{\partial Y}{\partial z'} (x' - x_c) - \frac{\partial Y}{\partial x'} (z' + d) \right) dx' dz', \end{aligned}$$

здесь D – область, являющаяся проекцией поверхности $y' = Y(x', z')$ на плоскость $y' = 0$, x_c – абсцисса центра масс тонкого тела.

Аналогично [28] будем вычислять и анализировать безразмерные коэффициенты волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента

$$C_w = -\frac{F_1}{0.5\rho_2 U^2 S_a}, \quad (1.15)$$

$$C_z = \frac{F_3}{0.5\rho_2 U^2 S_a}, \quad (1.16)$$

$$C_m = \frac{M}{\rho_2 U^2 S_a L}, \quad (1.17)$$

где S_a – площадь смоченной поверхности тонкого тела.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численные расчеты по формулам (1.15)–(1.17) были проведены по методу Гаусса с использованием квадратур в 40 точках для следующих параметров ледяной пластины, тонкого тела и жидкости (если это не оговорено отдельно):

$$E = 5.9 \cdot 10^9 \text{ Па}, \rho_1 = 900 \text{ кг/м}^3, \rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3; h = 1\text{--}2 \text{ м}, \nu = 0.3, t' = 100 \text{ с}; \mu' = 1\text{с}^{-1},$$

$$\tau_k = 0.69 \text{ с}; L = 50 \text{ м}, R = 6.25 \text{ м}, m = 10, n_a = 4, n_f = 2, d = 16\text{--}24 \text{ м}, H = 50\text{--}100 \text{ м}.$$

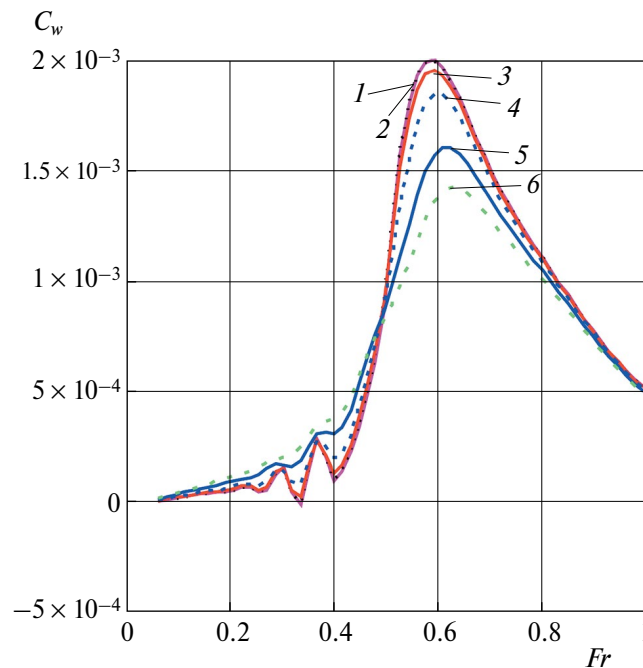


Рис. 2. Коэффициент волнового сопротивления C_w в зависимости от числа Фруда Fr : 1 – $h_s = 0$ м; 2 – $h_s = 0.3$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^4$ Па·с; 3 – $h_s = 0.3$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^5$ Па·с; 4 – $h_s = 0.1$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 5 – $h_s = 0.3$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 6 – $h_s = 0.5$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с.

Время релаксации льда τ_k выбрано в соответствии с результатами работ [40–41]. Ранее в работе [31] было показано, что для тела, скорость которого изменяется по закону (1.3), при $t \rightarrow \infty$, гидродинамические нагрузки (за исключением области критических скоростей) стремятся к некоторым постоянным значениям, зависящим от скорости равномерного движения U . Поэтому будем анализировать величины (1.14) – (1.16) для значения времени $t' = 100$ с, для которого можно приближенно считать, что тело движется равномерно с постоянной скоростью U .

Для мокрого снега примем следующие значения основных параметров $\rho_s = 390$ кг/м³, $\eta_s = 5 \cdot 10^4$ – $5 \cdot 10^6$ Па·с, $h_s = 0.1$ – 0.5 м. Отметим, что для задания значений вязкости и плотности мокрого снега предполагалось, что мокрый снег – это смесь снега и воды. Величина ρ_s – это плотность смеси «снег–вода». Аналогично [1, 16] принимается предположение, что снег – это жидкость с очень большой вязкостью. Вязкость мокрого снега η_s в уравнениях находится по формуле Аррениуса как вязкость смеси, первая составляющая часть которой есть снег, а вторая – вода:

$$\lg(\eta_s) = m_1 \lg(\eta_1) + m_2 \lg(\eta_2),$$

где m_1 и m_2 – массовые доли компонентов в смеси; $\eta_1 = 10^8$ – 10^{10} Па·с – сдвиговая вязкость снега; $\eta_2 = 1.7 \cdot 10^{-3}$ Па·с – вязкость воды. С увеличением массовой доли воды вязкость смеси «снег–вода» уменьшается.

На рис. 2–4 представлены кривые коэффициентов волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента тонкого тела для $d = 24$ м, $H = 100$ м, $h = 1$ м, в зависимости от числа Фруда $Fr = U / \sqrt{2gL}$ для разных параметров снежного покрова. Видно, что снег толщиной $h_s = 0.3$ м и вязкостью $\eta_s = 5 \cdot 10^4$ Па·с совсем не оказывает влияния на гидродинамические нагрузки движущегося в воде тела при толщине льда $h = 1$ м. Рост вязкости снежного покрова (при постоянной его толщине $h_s = 0.3$ м) вплоть до значения $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с приводит к существенному увеличению его влияния на гидродинамические нагрузки. Увеличение толщины снега (при постоянной вязкости $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с) приводит к уменьшению абсолютных значений экстремумов волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента. Очевидно, что снежный покров оказывает наибольшее влияние на гидродинамические нагрузки при движении подводного тела с околоскритическими скоростями, т.е. со скоростями,

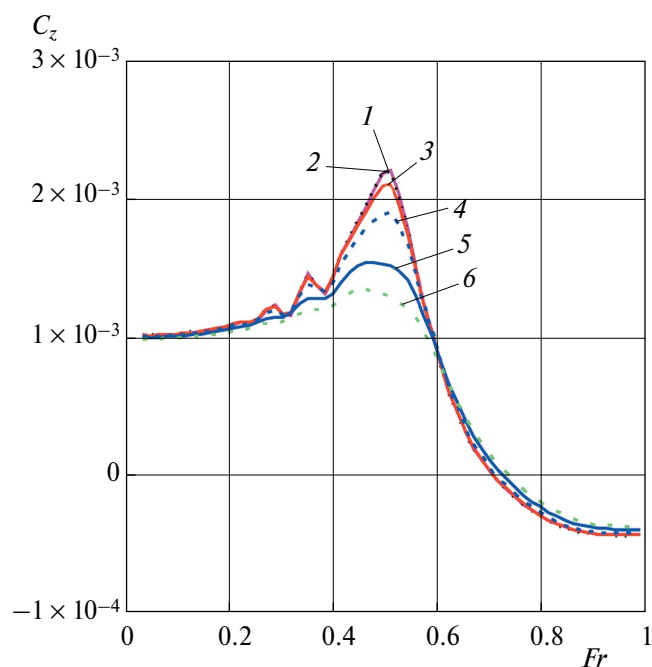


Рис. 3. Коэффициент подъемной силы C_z в зависимости от числа Фруда Fr , обозначения как на рис. 2.

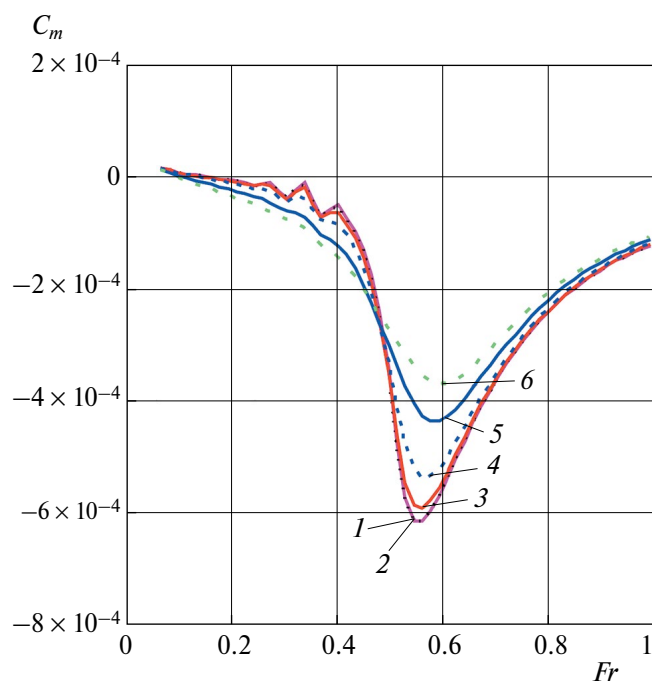


Рис. 4. Коэффициент крутящего момента C_m в зависимости от числа Фруда Fr , обозначения как на рис. 2.

соответствующими областям экстремальных значений волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента. При этом вне области экстремальных значений волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента влияние снега на гидродинамические нагрузки незначительно. Увеличение вязкости снежного покрова и его толщины немного сдвигает экстремальные значения волнового

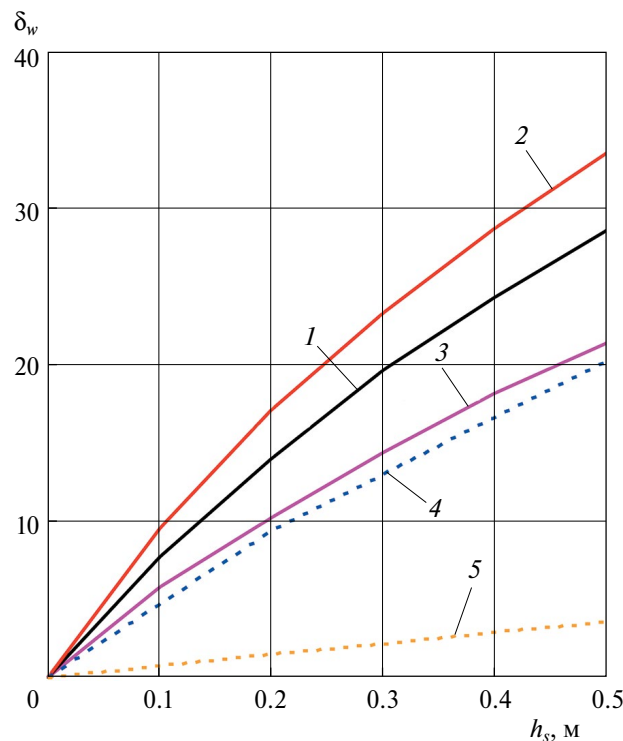


Рис. 5. Относительное изменение экстремального значения коэффициента волнового сопротивления d_w в зависимости от толщины снежного покрова h_s : 1 – $d = 24$ м, $H = 100$ м, $h = 1$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 2 – $d = 16$ м, $H = 100$ м, $h = 1$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 3 – $d = 24$ м, $H = 100$ м, $h = 2$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 4 – $d = 24$ м, $H = 50$ м, $h = 1$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па·с; 5 – $d = 24$ м, $H = 100$ м, $h = 1$ м, $\eta_s = 5 \cdot 10^5$ Па·с.

сопротивления и крутящего момента, а также точку смены знака (с положительной на отрицательную) подъемной силы в область больших скоростей.

Рассмотрим экстремальные значения гидродинамических коэффициентов как функции от толщины снежного покрова $C_{w, \max}(h_s)$, $C_{z, \max}(h_s)$, $C_{m, \min}(h_s)$. Проанализируем влияние различных факторов (глубины водоема, глубины погружения тела, толщины ледяного покрова, вязкости снежного покрова) на относительное изменение этих экстремальных значений

$$\delta_w = \frac{|C_{w, \max}(0) - C_{w, \max}(h_s)|}{C_{w, \max}(0)} \cdot 100\%, \quad (2.1)$$

$$\delta_z = \frac{|C_{z, \max}(0) - C_{z, \max}(h_s)|}{C_{z, \max}(0)} \cdot 100\%,$$

$$\delta_m = \frac{|C_{m, \min}(0) - C_{m, \min}(h_s)|}{|C_{m, \min}(0)|} \cdot 100\%.$$

На рис. 5–7 представлены относительные изменения экстремальных значений гидродинамических коэффициентов d_w , d_z , d_m (2.1) в зависимости от толщины снежного покрова. Анализ рис. 5–7 позволяет сделать вывод, что увеличению толщины снежного покрова до 0.5 м оказывает наибольшее влияние (до 43%) на экстремальные значения крутящего момента при малой глубине погружения ($d = 16$ м) движущегося тела. При этом экстремумы волнового сопротивления и подъемной силы в аналогичных условиях уменьшаются, соответственно, на 33 и 41%. Таким образом, уменьшение глубины погружения тела d усиливает влияние снежного покрова на гидродинамические нагрузки тела.

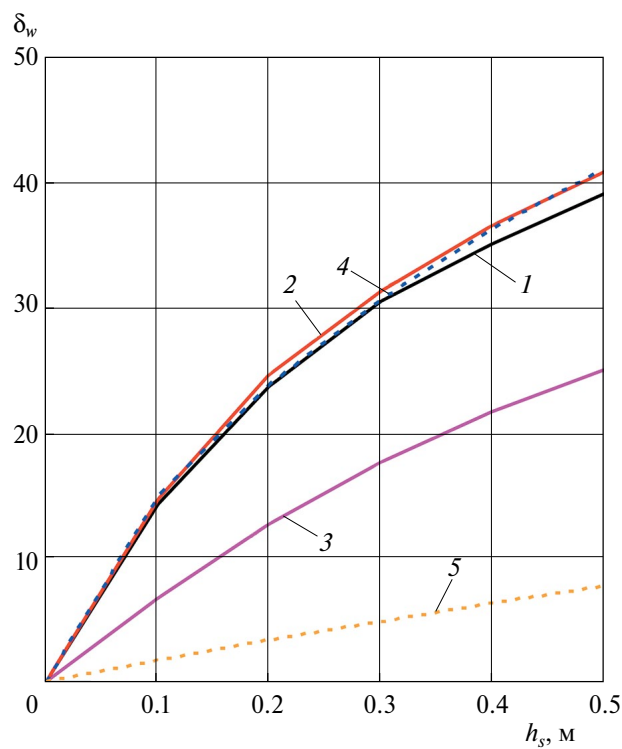


Рис. 6. Относительное изменение экстремального значения коэффициента подъемной силы d_z в зависимости от толщины снежного покрова h_s ; обозначения как на рис. 5.

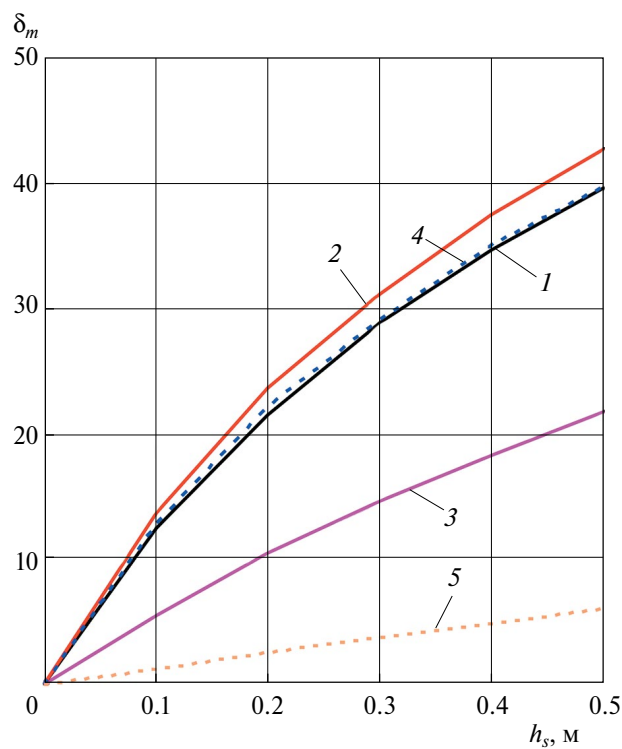


Рис. 7. Относительное изменение экстремального значения коэффициента крутящего момента d_m в зависимости от толщины снежного покрова h_s ; обозначения как на рис. 5.

Анализ кривых 4 на рис. 5–7 показывает, что уменьшение глубины водоема H до 50 м приводит к уменьшению влияния снега на волновое сопротивление. Однако, влияние снежного покрова на подъемную силу и крутящий момент не изменяется при уменьшении глубины водоема H от 100 м до 50 м.

Увеличение толщины ледяного покрова от $h = 1$ м до $h = 2$ м (кривые 3 на рис. 5–7) ослабляет влияние снежного покрова на гидродинамические нагрузки тонкого тела.

Уменьшение вязкости снежного покрова от $\eta_s = 5 \cdot 10^6$ Па · с до $\eta_s = 5 \cdot 10^5$ Па · с (кривые 5 на рис. 5–7) ослабляет влияние снежного покрова на гидродинамические нагрузки тела, движущегося в жидкости.

Таким образом, снежный покров приводит к уменьшению абсолютных значений экстремумов гидродинамических нагрузок, что существенно упрощает движение тонкого тела в жидкости под ледяным покровом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное теоретическое исследование влияния влажного снежного покрова на гидродинамические нагрузки тонкого тела, движущегося в жидкости под ледяным покровом, позволяет сделать следующие выводы.

Наличие снежного покрова приводит к уменьшению абсолютных значений экстремумов волнового сопротивления, подъемной силы и крутящего момента тонкого тела, движущегося в жидкости под ледяным покровом.

Увеличение толщины снежного покрова приводит к росту его влияния на экстремальные значения гидродинамических нагрузок

Увеличение вязкости влажного снежного покрова приводит к увеличению его влияния на гидродинамические нагрузки; при этом рост вязкости снежного покрова немного сдвигает экстремальные значения гидродинамических нагрузок в область больших скоростей.

Увеличение толщины ледяного покрова приводит к уменьшению влияния снежного покрова на гидродинамические нагрузки тонкого тела

Уменьшение глубины погружения тела приводит к увеличению влияния снежного покрова на гидродинамические нагрузки тонкого тела

Уменьшение глубины водоема приводит к уменьшению влияния снежного покрова на волновое сопротивление тонкого тела; при этом влияние снежного покрова на подъемную силу и крутящий момент не изменяется.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет Программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030» Соглашение № 075-15-2024-287 от 06.02.2024 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хейсин Д.Е. Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967.
2. Букатов А.Е., Жарков В.В. Влияние плавающей упругой пластины на поверхностные проявления внутренних волн при движении источника в неоднородной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 2. С. 118–125.
3. Козин В.М., Онищук А.В. Модельные исследования волнообразования в сплошном ледяном покрове от движения подводного судна // ПМТФ. 1994. № 2. С. 78–81.
4. Kozin V.M., Zemlyak V.L. Study on Wave Resistance of a Submarine Moving Under an Ice Sheet// Proc. 22nd Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Rhodes, ISOPE. 2012. V. 1. P. 1312–1314.
5. Gray D.M., Male D.H. Handbook of Snow: Principles, Processes, Management and Use. Toronto: Pergamon Press, 1981.
6. Mellor M. Engineering properties of snow// J. Glaciol. 1977. V. 81. № 19. P. 15–66.
7. Войтковский К.Ф. Механические свойства снега. М.: Наука, 1977.

8. *Prinsenberg S.J., Peterson I.K., Holladay J.S., Lalumiere L.* Snow and Ice Thickness Properties of Lake Melville, a Canadian Fjord Located along the Labrador Coast // Proc. 21st Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Maui, ISOPE. 2011. P. 935–941.
9. *Радионов В.Ф., Александров Е.И., Брызгин Н.Н., Дементьев А.А.* Изменения температуры, осадков и снежного покрова в районах Арктических морей за 1981–2010 гг. // Лед и снег. 2013. Т. 53. № 1. С. 61–68.
10. *Golubev V.N., Frolov A.D.* Modelling the change in structure and Mechanical properties in dry-snow densification to ice // Ann. Glaciol. 1998. V. 26. P. 45–50.
11. *Епифанов В.П.* Применение акустических методов в исследовании снежного покрова // Криосфера Земли. 2014. Т. 18. № 3. С. 101–113.
12. *Nakaya U.* Visco-elastic properties of snow and ice in Greenland Ice Cap // J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Jpn. Ser. II. 1958. V. 5. № 3. P. 119–164.
13. *Shinojima K.* Study on the Visco-Elastic Deformation of Deposited Snow // Phys. Snow Ice. 1967. V. 1. № 2. P. 875–907.
14. *Kojima S., Nakamura K., Naoki K., Enomoto H.* Temperature Properties of Snow on Sea Ice with Water Infiltration // Proc. 19th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Osaka, ISOPE. 2009. V. 1. P. 558–563.
15. *Pogorelova A.V., Kozin V.M., Zemlyak V.L.* The Effect of Snow on Ice Plate Deflections Generated by Moving Body under an Ice Plate // Proc. 27th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., San-Francisco, ISOPE. 2017. V.1. P. 1311–1318.
16. *Pogorelova A.V., Zemlyak V.L., Kozin V.M.* Body motion in liquid under ice plate with snow cover // Appl. Ocean Res. 2019. V. 84. P. 32–37.
<https://doi.org/10.1016/j.apor.2018.12.014>
17. *Havelock T.H.* Some Cases of Wave Motion Due to a Submerged Obstacle // Proc. R. Soc. Lond. 1917. V. 93. P. 520–532.
18. *Havelock T.H.* The wave resistance of a spheroid // Proc. R. Soc. Lond. 1931. V. 131. P. 275–285.
19. *Havelock T.H.* The Wave Resistance of an Ellipsoid // Proc. R. Soc. Lond. 1931. V. 132. P. 480–486.
20. *Kinoshita M., Inui T.* Wave making resistance of a submerged spheroid, ellipsoid and a ship in a shallow water // J. Zosen Kiokai. 1953. V. 75. P. 119–135
21. *Wigley W.C.S.* Water Forces on Submerged Bodies in Motion // Trans. Inst. Nav. Archit. 1953. V. 95. P. 268–279.
22. *Farell C.* On the Wave Resistance of a Submerged Spheroid // J. Ship Res. 1973. V. 17. № 1. P. 1–11.
23. *Doctors L., Beck R.* Convergence Properties of the Neumann-Kelvin Problem for a Submerged Body // J. Ship Res. 1987. V. 31. № 4. P. 227–234.
24. *Weinblum G., Amsberg H., Bock W.* Tests on Wave Resistance of Immersed Bodies of Revolution. Washington D.C.: The David W. Taylor Model Basin. 1950.
25. *Gertler M.* Resistance Experiments on a Systematic Series of Streamlined Bodies of Revolution – For Application to the Design of High-Speed Submarines. Washington D.C.: Navy Department: The David W. Taylor Model Basin. 1950.
26. *Farell C., Güven O.* On the Experimental Determination of the Resistance Components of a Submerged Spheroid // J. Ship Res. 1973. V. 17. P. 72–79.
27. *Griffin M.J.* Numerical Prediction of the Maneuvring Characteristics of Submarines Operating Near the Free Surface. PhD in Ocean Engineering, Massachusetts Institute of Technology. 2002.
28. *Dawson E.* An investigation into the effects of submergence depth, speed and hull length-to-diameter ratio on the near-surface operation of conventional submarines. PhD thesis, University of Tasmania, Hobart, Australia. 2014.
29. *Gourlay T.P., Dawson E.A.* Havelock-source panel method for near-surface submarines // J. Marine Sci. Appl. 2015. V. 15. № 3. P. 215–224.
<https://doi.org/10.1007/s11804-015-1319-5>
30. *Crook T.P.* An Initial Assessment of Free Surface Effects on Submerged Bodies, MSc Mechanical Engineering, Naval Postgraduate College. USA. 1994.
31. *Pogorelova A.V., Kozin V.M., Zemlyak V.L.* Hydrodynamic forces on slender body advancing in water with ice cover // Proc. 30th Int. Ocean Pol Eng. Conf., Shanghai, China, ISOPE. 2020. V. 1. P. 707–714.
32. *Pogorelova A.V., Kozin V.M., Zemlyak V.L.* The Effect of an Ice Cover on the Trimming Moment of Submarines // IJOPE. 2022. V. 32. № 4. P. 440–447.
<https://doi.org/10.17736/ijope.2022.jc872>

33. *Pogorelova A.V., Zemlyak V.L., Kozin V.M.* Effect of the viscoelasticity of an ice cover on wave resistance and lift force experienced by Joubert submarine // *Acta Mech.* 2023. V. 234. P. 2399–2411.
<https://doi.org/10.1007/s00707-023-03500-x>
34. *Zemlyak V.L., Pogorelova A.V., Kozin V.M.* Motion of a submerged body in a near-surface water environment // *Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng.* 2022. V. 14. Article 100433.
<https://doi.org/10.1016/j.ijnaoe.2021.100433>.
35. *Freudenthal A.M., Geiringer H.* The Mathematical Theories of the Inelastic Continuum. Berlin: Springer-Verlag, 1962.
36. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Т. 1. М.: Физматлит, 1963. 583 с.
37. *Moonesun M., Korol Y.M.* Naval submarine body form design and hydrodynamics. Beau Bassin: LAMBERT Academic Publishing, 2017. 312 p.
38. *Mackay M.* The Standard Submarine Model: A Survey of Static Hydrodynamic Experiments and Semiempirical Predictions. DRDC TR2003–079. Defence R&D Canada – Atlantic, 2003. 98 p.
39. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977.
40. *Squire V.A., Hosking R.J., Kerr A.D., Langhorne P.J.* Moving Loads on Ice Plates. Kluwer Acad., Dordrecht. 1996.
41. *Takizawa T.* Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // *Cold Regions Sci. Technol.* 1985. V. 11. P. 171–180.

Influence of a Snow Cover on Hydrodynamic Loads of a Slender Body Moving in Fluid beneath an Ice Cover

V. L. Zemlyak^{a, *}, V. M. Kozin^{b, **}, and A. V. Pogorelova^{a, ***}

^a*Sholem Aleichem Priamursky State University, Birobidzhan, Russia,*

^b*Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy, the Far East Branch of the Russian Academy of Sciences, Komsomol'sk-na-Amure, Russia*

^{*}*e-mail: vellkom@list.ru*

^{**}*e-mail: kozinvictor@rambler.ru*

^{***}*e-mail: milova@yandex.ru*

The motion of a slender body in fluid beneath an ice cover coated with wet snow is considered. It is assumed that the fluid is ideal and incompressible, and the fluid flow is potential. The ice cover is modeled by a viscoelastic floating plate, the snow cover is modeled by a viscous layer. Formulas for calculating the wave resistance, the lift force, and the trimming moment exerted on a slender body which moves unsteadily and rectilinearly in fluid beneath the ice and snow covers are analytically obtained. A numerical analysis of the results shows that the snow cover reduces the absolute values of the extrema of hydrodynamic loads. The combined influence of increase in the snow-cover thickness, decrease in the depth of body's submergence, increase in the ice-cover thickness, and decrease in the depth of water basin on the magnitude of hydrodynamic loads is analyzed.

Keywords: ice cover, snow cover, submerged slender body, hydrodynamic loads.