

УДК 532.546:536.421

БИФУРКАЦИИ И УСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТОВ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В ГЕОТЕРМАЛЬНЫХ РЕЗЕРВУАРАХ

© 2024 г. Г. Г. Цыпкин

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

e-mail: tsypkin@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 30.05.2024 г.

После доработки 11.06.2024 г.

Принята к публикации 11.06.2024 г.

Рассматривается устойчивость расположения слоя воды над слоем пара, разделенных поверхностью кипения или конденсации, в геотермальном резервуаре. В невозмущенном состоянии в низкопроницаемых породах существует одна поверхность раздела, которая может быть как поверхностью кипения воды, так и поверхностью конденсации пара. При относительно больших значениях проницаемости могут образовываться два новых решения, соответствующие другим положениям поверхности раздела. Численно исследованы условия существования и слияния стационарных решений в зависимости от параметров физической системы. Методом нормальных мод проведено исследование устойчивости стационарных положений поверхностей раздела. Найдено, что переход к неустойчивости предшествует бифуркациям решений и может происходить как при конечных значениях волновых чисел, так и при бесконечных.

Ключевые слова: геотермальный резервуар, стационарное решение, бифуркация, устойчивость, метод нормальных мод, тепловая труба.

DOI: 10.31857/S1024708424040088, **EDN:** OYKFBX

Исследования геотермальных систем показали, что наиболее эффективный перенос тепла к поверхности Земли реализуется при образовании «тепловой трубы», которая характеризуется интенсивной конвекцией воды и пара [1–4]. С другой стороны, зачастую в геотермальных системах реализуется ситуация, когда область воды располагается над областью перегретого пара [1, 2] и эта конфигурация устойчива. Термодинамическое существование воды над паром объясняется наличием большого температурного градиента, характерного для геотермальных систем. Однако с точки зрения классической теории гидродинамической устойчивости расположение тяжелой жидкости над легкой является неустойчивым [5]. Возможные физические механизмы, поддерживающие такую конфигурацию в устойчивом состоянии в геотермальных системах, обсуждались в [2]. Основная цель исследования таких геотермальных систем заключается в определении как условий существования слоя воды над слоем пара, так и условий формирования тепловой трубы.

Теоретические исследования устойчивости геотермальных систем были представлены в работе [6], где приведен пример устойчивого существования поверхности раздела между слоем воды и слоем пара в высокотемпературных породах. Предполагалось, что фазы в невозмущенном состоянии неподвижны, а фазовый переход отсутствует. Исследование линейной устойчивости показало, что поверхность раздела устойчива, если коэффициент проницаемости не превышает критического значения $k \sim 4 \cdot 10^{-17} \text{ м}^2$. Авторами отмечено, что натурные наблюдения свидетельствуют о возможности существования области воды над областью пара при значительно более высоких значениях проницаемости.

В работе [7] была предложена более сложная математическая модель с учетом фазового перехода и движения фаз в невозмущенном состоянии, что позволило на порядок поднять критическое значение проницаемости. В [8] рассматривалось влияние конвективного переноса энергии и были найдены устойчивые стационарные режимы течений при проницаемостях $k \sim 10^{-15} \text{ м}^2$. Основная цель проведенных исследований в работах [7, 8] заключалась в доказательстве существования устойчивости конфигурации, когда слой воды располагается в геотермальной системе над слоем пара, при относительно высоких значениях проницаемости.

Проводились исследования устойчивости геотермальных систем, содержащих область смеси воды и пара. В работе [9] рассматривалась геотермальная система, содержащая слой воды над слоем вода–пар

с преобладанием жидкости. Исследовалось влияние капиллярных сил на устойчивость движения пароводяной смеси [10]. В [11, 12] капиллярные эффекты не учитывались, а в двухфазном слое, насыщенном смесью воды и пара, преобладал пар.

В настоящей работе исследуются бифуркации фронтов фазовых переходов и их устойчивость. Построены зависимости положений поверхности раздела от давления на границах геотермального резервуара. При изменении параметров происходят бифуркации, когда решения возникают или исчезают, в результате чего могут существовать одно или три решения. Методом нормальных мод проведено исследование устойчивости. Численные расчеты дисперсионного уравнения показали, что слиянию и исчезновению решений предшествует потеря их устойчивости, а возникающие решения являются неустойчивыми. Найдено, что в зависимости от значений параметров переходы к неустойчивости могут происходить как при конечных, так и при бесконечных волновых числах. Представлены бифуркационные диаграммы и дисперсионные кривые, иллюстрирующие различные виды переходов к неустойчивости.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим геотермальный резервуар, представляющий собой массив относительно невысокой проницаемости, ограниченный сверху $z = 0$ и снизу $z = L$ горизонтальными высокопроницаемыми пластами или трещинами. Если термодинамические условия таковы, что верхний высокопроницаемый пласт насыщен водой с температурой и давлением T_0 и P_0 а нижний — паром с параметрами T_L , P_L , то в промежуточной низкопроницаемой области $0 < z < L$ существует поверхность фазового перехода, разделяющая области воды и пара. Тогда устойчивость расположения слоя воды на слое пара определяется устойчивостью этой поверхности раздела.

Для описания процессов тепломассопереноса в областях воды и пара используем законы сохранения массы и энергии, закон Дарси для фаз, уравнения состояния и термодинамические соотношения [13]. Для простоты, следуя [5, 6] полагаем, что жидкость и газ несжимаемы. Система основных уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} v_j &= 0, \quad v_j = -\frac{k}{\mu_j}(\operatorname{grad} P - \rho_j g), \quad j = v, w \\ (\rho C)_{1,2} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_j C_j v_j \operatorname{grad} T &= \operatorname{div} (\lambda_{1,2} \operatorname{grad} T) \\ \lambda_{1,2} &= \phi \lambda_j + (1 - \phi) \lambda_s, \quad (\rho C)_{1,2} = \phi \rho_j C_j + (1 - \phi) \rho_s C_s \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь v — скорость фильтрации, ϕ — пористость, k — проницаемость, μ — вязкость, P — давление, g — ускорение свободного падения, ρ — плотность, C — теплоемкость, T — температура, λ — теплопроводность. Индексы: w, v, s — вода, пар и скелет пористой среды соответственно, 1 — область пара, 2 — область воды.

Условия на поверхности раздела между областями воды и пара формулируются как условия термодинамически равновесного скачка функции водонасыщенности [7]

$$\begin{aligned} T_+ &= T_- = T^*, \quad P_+ = P_- = P^* \\ \ln \frac{P^*}{P_a} &= A + \frac{B}{T^*}, \quad A = 12,512, \quad B = -4611,73, \quad P_a = 10^5 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \phi \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_w} \right) V_n &= \frac{k}{\mu_v \rho_w} (\operatorname{grad} P)_{n+} - \frac{k}{\mu_w} (\operatorname{grad} P)_{n-} + \frac{k}{\mu_w} \rho_w g \left(1 - \frac{\mu_w \rho_v^2}{\mu_v \rho_w^2} \right) \\ \phi q \rho_w V_n &= \lambda_- (\operatorname{grad} T)_{n-} - \lambda_+ (\operatorname{grad} T)_{n+} - \frac{k q \rho_w}{\mu_w} ((\operatorname{grad} T)_{n-} - \rho_w g) \end{aligned}$$

Здесь V — скорость межфазной поверхности, q — удельная теплота фазового перехода. Индексы: n — нормаль, плюс и минус — величины относящиеся к области пара и жидкости, соответственно, * — значения величин на фронте.

В работе [7] было показано, что существует широкий класс геотермальных течений, когда конвективным переносом тепла можно пренебречь. Условие малости конвективного переноса тепла имеет вид

$$k|\delta P - \rho_w g l| \ll 10^{-10} N$$

где l — характерный масштаб длины, а δP — вариация давления.

В этом случае уравнения энергии в обеих областях сводятся к обычным уравнениям теплопроводности.

2. БИФУРКАЦИИ БАЗОВОГО РЕШЕНИЯ

Если характерный размер по вертикали геотермального резервуара много меньше размера по горизонтали, то невозмущенное течение может быть исследована в одномерном приближении. Пусть давление и температура в обоих высокопроницаемых пластах постоянны. Постоянство температуры обеспечивается притоком тепла от окружающих пород, а постоянство давления по горизонтали — высокой проницаемостью верхнего и нижнего пласта. Если термодинамические условия при $z = 0$ соответствуют существованию воды, а при $z = L$ — пару, то фронт фазовых переходов в слое $0 < z < L$, займет некоторое равновесное положение $z = h$. Верхняя область $0 < z < h$ будет содержать воду, а нижняя $h < z < L$ — пар. В сформулированной задаче положение межфазной границы $z = h$, значения на ней температуры T_* и давления P_* являются неизвестными и определяются в процессе решения задачи.

В стационарном случае системы уравнений для давления и температуры при условии малости конвективного переноса энергии имеют вид

$$\frac{d^2 P(z)}{dz^2} = 0, \quad \frac{d^2 T(z)}{dz^2} = 0 \quad (2.1)$$

Законы сохранения массы и энергии на границе фазового перехода (1.2) представимы в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mu_w}{\mu_v} \frac{\rho_v}{\rho_w} \left(\frac{dP}{dz} \right)_+ - \left(\frac{dP}{dz} \right)_- + \rho_w g \left(1 - \frac{\mu_w}{\mu_v} \frac{\rho_v^2}{\rho_w^2} \right) &= 0 \\ \lambda_+ \left(\frac{dT}{dz} \right)_+ - \lambda_- \left(\frac{dT}{dz} \right)_- + \frac{kq\rho_w}{\mu_w} \left[\left(\frac{dP}{dz} \right)_- - \rho_w g \right] &= 0 \\ \ln \frac{P_*}{P_a} = A + \frac{B}{T_*}, \quad A = 12,512, \quad B = -4611,73, \quad P_a = 10^5 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Вместе с условиями термодинамического равновесия на поверхности раздела соотношения (2.2) составляют полную систему уравнений на фронте.

Подставляя решения уравнений (2.1) в виде линейных функций в соотношения на границе (2.2), получаем систему трех уравнений для трех неизвестных параметров T_* , P_* и h

$$\begin{aligned} \frac{\mu_w}{\mu_v} \frac{\rho_v}{\rho_w} \frac{P_L - P_*}{L - h} - \frac{P_* - P_0}{h} + \rho_w g \left[1 - \frac{\mu_w}{\mu_v} \frac{\rho_v^2}{\rho_w^2} \right] &= 0 \\ \lambda_+ \frac{T_L - T_*}{L - h} - \lambda_- \frac{T_* - T_0}{h} + \frac{kq\rho_w}{\mu_w} \left[\frac{P_* - P_0}{h} - \rho_w g \right] &= 0 \\ P_* = f(T_*) = P_a \exp \left(A + \frac{B}{T_*} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Рассмотрим режимы стационарных течений реализующихся в геотермальных системах при следующих значениях параметров: $C_s = 10^3$ Дж/(кг·К), $\lambda_s = 2$ Вт/(м·К), $g = 9,8$ м/с². Вязкости, плотности воды и пара, а также теплота фазового перехода определялись в зависимости от температуры и давления в областях [14].

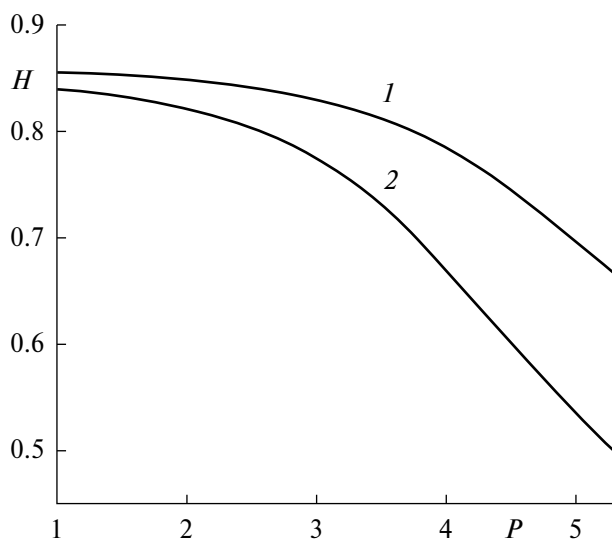


Рис 1. Положения поверхности фазового перехода в зависимости от давления P_L в нижнем высокопроницаемом слое. $L = 400$ м, $\phi = 0.2$, $k = 1.84 \cdot 10^{-17}$ м², $T_L = 540$ К, $P_0 = 1$ МПа: 1–2 – $T_0 = 440, 450$ К. $P = P_L/P_M$, $P_M = 1$ МПа.

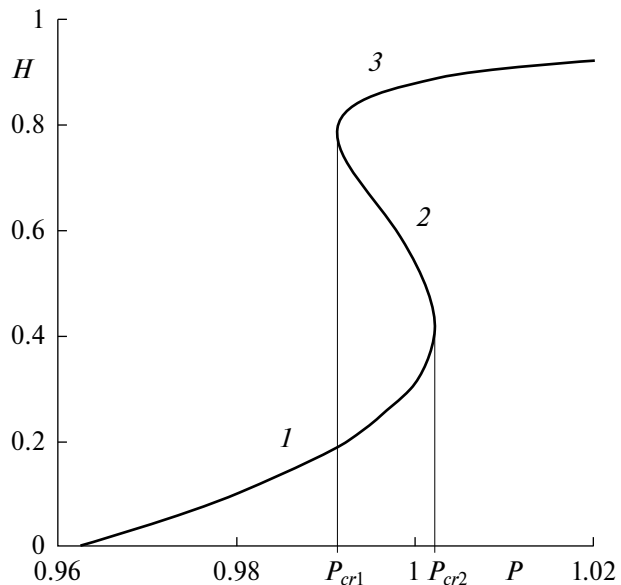


Рис 2. Бифуркации базового решения. Положения поверхности раздела в зависимости от давления P_0 в верхнем высокопроницаемом слое. $L = 40$ м, $\phi = 0.2$, $k = 10^{-16}$ м², $T_0 = 450$ К, $T_L = 468$ К, $P_L = 1.175$ МПа. $P = P_0/P_M$, $P_M = 1$ МПа.

Численные эксперименты показали, что в зависимости от параметров геотермальной системы, начальных и граничных условий система уравнений (2.3) может иметь три решения, одно решение или вообще не иметь решений. Решения могут соответствовать режимам кипения воды или конденсации пара.

Рассматриваемая физическая система многопараметрическая, ее состояние зависит, главным образом, от параметров L , ϕ , k , C_s , P_L , P_0 , T_L и T_0 , и привести полное параметрическое рассмотрение в одной статье затруднительно. Представим основные характерные режимы течений с фазовыми переходами в геотермальном резервуаре при расположении слоя воды над слоем пара. На плоскости (P, H) каждой точки кривой соответствует базовое стационарное решение. Если толщина пласта L велика, то характерным режимом является режим фазового перехода, при котором существует один корень системы (2.3), соответственно единственное положение поверхности раздела.

На рис. 1 представлено изменения положения поверхности раздела в зависимости от значения давления P_L на нижней границе $z = L$ при двух значениях температуры на верхней границе $z = 0$. При увеличении давления в высокопроницаемом пласте $z = L$, насыщенном паром, граница раздела H опускается, хотя градиент давления уменьшается и скорость течения снижается. Положение поверхности раздела определяется, главным образом, интенсивностью фазового перехода. Повышение давления на нижней границе снижает интенсивность кипения, а в случае режима конденсации его наоборот интенсифицирует. Расчеты показывают, что увеличение температуры T_0 (кривая 2) приводит к росту H , т.е. из-за снижения вязкости и повышения подвижности воды граница фазового перехода опускается.

При уменьшении толщины пласта система уравнений (2.3) допускает существование трех решений, соответствующих трем различным режимам течения (рис. 2). Пусть в начальном состоянии пласт $0 < z < L$ насыщен перегретым паром, а давление на верхней границе начинает медленно возрастать в квазистационарном режиме, так что поверхность раздела в каждый момент времени находится в равновесном состоянии. Тогда, как показано на рис. 2, существует единственное решение системы уравнений, а с ростом давления P_0 граница фазового перехода опускается вниз, что соответствует росту H (кривая 1). При достижении некоторого критического значения давления P_{cr1} происходит рождение двух новых решений системы (2.3) (кривые 2 и 3). При дальнейшем росте давления в верхнем высокопроницаемом слое решения 1 и 2 сближаются, а при критическом давлении P_{cr2} сливаются и перестают существовать.

Третье решение медленно возрастает, а положение поверхности фазового перехода приближается к нижнему высокопроницаемому слою.

При исчезновении первого решения возникает вопрос о перестройке режима течения с фазовым переходом в геотермальном резервуаре. Во-первых, потому что в области $P_{cr1} < P < P_{cr2}$ существуют три решения и надо выяснить, все ли три режима могут быть реализованы. Во-вторых, как реализуется переход от первого режима к третьему. Для этого требуется исследовать устойчивость найденных решений.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЙ

Исследуем устойчивость базового стационарного решения относительно малых возмущений. Системы основных уравнений, линеаризованные вокруг стационарного решения, при условии малости конвективного переноса энергии в обеих областях имеют вид

$$\Delta P = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a_{1,2} \Delta T, \quad a_{1,2} = \frac{\lambda_{1,2}}{(\rho C)_{1,2}} \quad 0 < x < h, \quad h < x < L \quad (3.1)$$

Для простоты предполагаем, что теплоемкости и теплопроводности в обеих областях определяются соответствующими параметрами скелета пористой среды $a = a_1 = a_2$.

Исследуем устойчивость течения методом нормальных мод. Представим возмущения искомых функций в виде

$$\{\delta P(x, z, t), \delta T(x, z, t), \eta(x, t)\} = (P(z), T(z), \eta_0) \exp(\sigma t + i k x),$$

Решаем систему (3.1) для возмущений и подставляем полученные решения в линеаризованную систему условий на поверхности раздела (1.2). В результате получим дисперсионное уравнение [7]

$$\begin{aligned} F(\Sigma, K) \equiv & \alpha \operatorname{cth}[\alpha(1-H)] \left[\frac{\omega_w}{a} \Gamma_3 K \operatorname{cth}(KH) - (1-R)\Sigma + \right. \\ & + \frac{\omega_v}{a} \Gamma_4 R K \operatorname{cth}[K(1-H)] + \alpha \operatorname{cth}(\alpha H) \left[\frac{\omega_v}{a} \Gamma_5 R K \operatorname{cth}[K(1-H)] + \right. \\ & + \left. \frac{\omega_w}{a} \Gamma_0 K \operatorname{cth}(KH) - (1-R)\Sigma \right] + \frac{\omega_v B m q \rho_w R}{T_0 \lambda T_0} \Gamma K [\Sigma \operatorname{cth}[K(1-H)]] + \\ & \left. + \Sigma \frac{\mu_v}{\mu_w} \operatorname{cth}(\kappa H) + \Gamma_1 K \frac{\omega_w}{a} \operatorname{cth}(KH) \operatorname{cth}[K(1-H)] \right] = 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \frac{B}{T_0} \Gamma \frac{T_f - 1}{H} + \frac{P_f - 1}{H}, \quad \Gamma_1 = \frac{1}{H} + \frac{P_1 H - P_f}{H(1-H)}, \quad \Gamma_2 = \frac{1}{H} + \frac{T_1 H - T_f}{H(1-H)}, \\ \Gamma_3 &= \frac{B}{T_0} \Gamma \frac{T_1 - T_f}{1-H} + \frac{P_f - 1}{H}, \quad \Gamma_4 = \frac{B}{T_0} \Gamma \frac{T_1 - T_f}{1-H} + \frac{P_1 - P_f}{1-H}, \quad \Gamma = \frac{P_f}{T_f^2}, \\ \Gamma_5 &= \frac{B}{T_0} \Gamma \frac{T_f - 1}{H} + \frac{P_1 - P_f}{1-H}, \quad \alpha = \sqrt{K^2 + \Sigma}, \quad K = \kappa / L, \end{aligned}$$

$$\Sigma = a \sigma / L^2, \quad \omega_w = \frac{k P_0}{m \mu_w}, \quad \omega_v = \frac{k P_0}{m \mu_v},$$

$$R = \frac{\rho_v}{\rho_w}, \quad T_f = T_* / T_0, \quad T_1 = T_L / T_0, \quad P_f = P_* / P_0, \quad P_1 = P_L / P_0, \quad H = h / L.$$

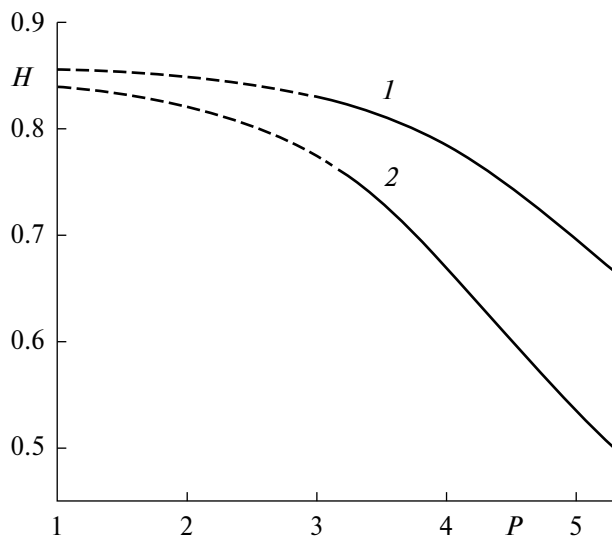


Рис 3. Устойчивые (сплошная линия) и неустойчивые (пунктирная линия) положения поверхности фазового перехода. $T_0 = 450$ К. Остальные параметры как на рис. 1.

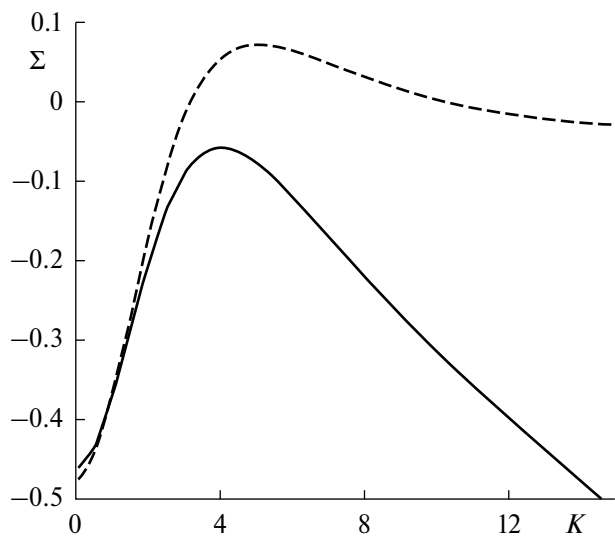


Рис. 4. Переход к неустойчивости при уменьшении давления в нижнем проникаемом слое. Скорость роста (пунктирная линия) и затухания (сплошная линия) при $P_L = 2.99$ и 3 МПа соответственно. Параметры как на рис. 1.

Полученное дисперсионное уравнение исследовалось численно. Расчеты, проведенные для режимов, представленных на рис. 1, показали, что устойчивые режимы реализуются при больших значениях давления P_L в нижнем высокопроницаемом слое $z = L$ (рис. 3). При снижении давления поверхность раздела опускается и становится неустойчивой. При этом повышение температуры T_0 на верхней границе $z = 0$ увеличивает область неустойчивости в пространстве параметров, что объясняется уменьшением вязкости и воды и возрастанием её подвижности.

Дисперсионные кривые, представленные на рис. 3, показывают, что переход к неустойчивости происходит при конечных волновых числах. Найденный размер (ширина) наиболее неустойчивого возмущения составляет порядка сантиметра. Определение характерного размера наиболее неустойчивого малого возмущения представляет интерес для расчетов нелинейных режимов течения, поскольку, как было показано в [15], нелинейные режимы существенно зависят от флуктуаций и начальных условий.

Исследуем случай существования трех стационарных решений для сравнительно небольшого по толщине размера геотермального резервуара $L = 40$ м. При небольших значениях давления воды P_0 на верхней границе поверхность фазового перехода единственна и устойчива (рис. 5). При увеличении давления поверхность опускается, а скорость затухания малых возмущений падает. При достижении критического значения P_{cr1} происходит рождение двух других решений, которое соответствует бифуркации с точкой поворота. Возникшие решения реализуются при больших значениях безразмерной глубины поверхности раздела, но первое решение при этом остается устойчивым.

В устойчивом режиме дисперсионная кривая, полученная для первого решения (рис. 6), лежит ниже оси абсцисс и имеет максимум ξ при конечном волновом числе K_m . Расчеты показывают, что положение максимума слабо меняется с изменением P_0 . Дальнейшее увеличение давления приводит к выполаживанию дисперсионной кривой, когда при всех значениях волнового числа больше K_m скорость затухания возмущений слабо зависит от значения волнового числа. С большой степенью точности можно утверждать, что переход к неустойчивости реализуется при всех больших значениях K . После перехода дисперсионной кривой через ось $\xi = 0$ наиболее быстро растущей модой становится мода, соответствующая бесконечно большому волновому числу.

После наступления неустойчивости первого решения происходит его сближение со вторым, при этом все три решения являются неустойчивыми. По достижению второго критического значения давления P_{cr2} происходит слияние и исчезновение двух действительных корней системы трансцендентных уравнений

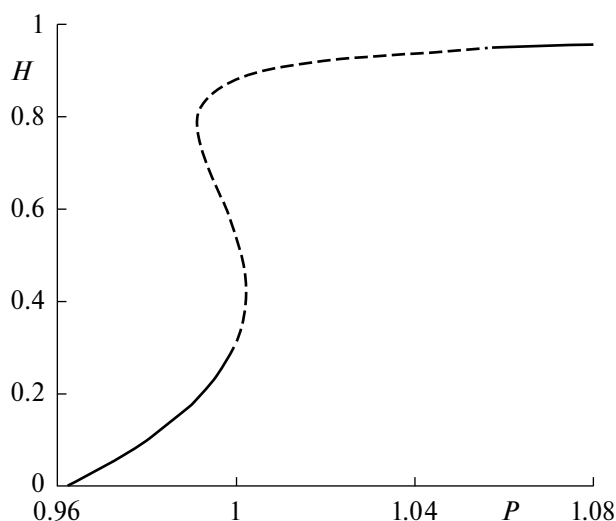


Рис. 5. Устойчивые (сплошные линии) и неустойчивые (пунктирные линии) решения. Параметры как на рис. 2.

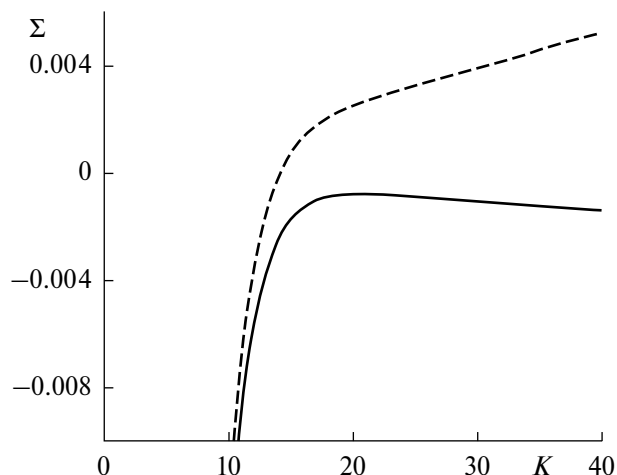


Рис. 6. Переход к неустойчивости первого решения при увеличении давления P_0 на верхней границе. Сплошная линия — устойчивое состояние при $P_0 = 0.998464$ МПа и пунктирная линия — неустойчивое состояние при $P_0 = 0.998463$ МПа. Остальные параметры как на рис. 2.

(2.3), с бифуркацией типа точки поворота. Оставшееся третье решение при дальнейшем увеличении давления P_0 становится устойчивым.

Численные эксперименты показывают, что потеря устойчивости третьего решения при уменьшении давления на верхней границе водонасыщенной области (рис. 7) происходит при бесконечно больших значениях волнового числа K . В этом случае используемая модель течения в рамках уравнения Дарси неприменима для предсказания наиболее неустойчивой моды, соответственно для определения характерного размера наиболее быстро растущего возмущения. Тем не менее параметры физической системы, при которых происходит переход к неустойчивости, определяются с достаточно хорошей точностью, как это было показано на примере, приведенном в [16].

Проанализируем полученные результаты с точки зрения поведения геотермальной системы. Естественно считать, что если в момент потери устойчивости реализуется режим конденсации, когда пар движется вверх, то при возникновении неустойчивости происходит «пробой» пара с его проникновением в область воды. Если неустойчивость возникает в режиме кипения, сопровождающего течением воды вниз, то в результате неустойчивости водяные пальцы будут опускаться в область пара. При этом, в области, расположенной близко к верхней границе $z = 0$ реализуется режим конденсации, а близко к верхней границе $z = L$ — режим кипения.

Между устойчивыми режимами течений, представленными на рис. 5, существует диапазон параметров, когда все три существующие решения неустойчивы. Потеря устойчивости первым решением в результате увеличения давления воды P_0 в верхнем высокопроницаемом слое происходит в режиме конденсации пара. Можно предположить, что неустойчивость приводит к образованию существенно нестационарного режима с зоной циркуляции воды, пара или пароводяной смеси [17], когда устойчивое стационарное решение задачи не существует. Естественно считать, что в верхней части области с режимом циркуляции происходит конденсация пара, а в нижней — кипение воды. Дальнейшее увеличение давления P_0 приводит к движению масс воды вниз вместе с областью циркуляции, формированию режима кипения и его стабилизации в виде возникновения устойчивого стационарного режима, который описывается третьим решением.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование устойчивости стационарного решения в задаче о существовании слоя воды над слоем пара в геотермальном резервуаре. Течения делятся на два типа, которые соответствуют

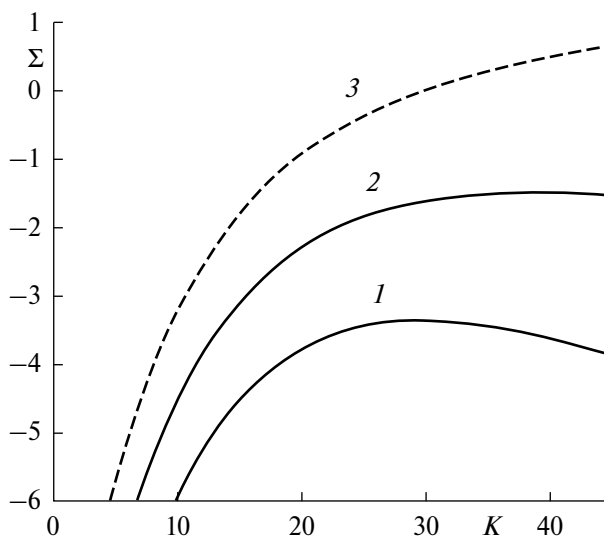


Рис. 7. Переход к неустойчивости третьего решения при уменьшении давления P_0 на верхней границе. Дисперсионные кривые 1–3: $P_0 = 1.067, 1.06, 1.053$ МПа. Остальные параметры как на рис. 2

кипению воды или конденсации пара. Найдено, что при изменении параметров может происходить рождение или исчезновение решений с бифуркацией типа точки поворота. Методом нормальных мод проведено исследование устойчивости течений. Численные эксперименты показали, что бифуркации решения предшествует переход к неустойчивости. Можно предположить, что неустойчивость с конденсацией приводит к прорыву пара вверх, а неустойчивость, сопровождающаяся кипением, к формированию водяных пальцев, опускающихся вниз. Показано, что существует область параметров, где все три стационарных решения неустойчивы. Естественно предположить, что в этом случае реализуется существенно нестационарный режим фильтрации с образованием зоны смеси воды и пара.

Полученные результаты показывают, что, изменяя давление в нижнем или в верхнем высокопроницаемом слое, можно как подавлять возникновение неустойчивости поверхности раздела, так и дестабилизировать течение. Этот факт можно использовать в практических целях, для формирования неустойчивых режимов, приводящих к формированию тепловой трубы, инициирующей интенсивный перенос тепла к поверхности Земли.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ 24-11-00222.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. White D.E., Muffler L.J.P., Truesdell A.H. Vapor-dominated hydrothermal systems compared with hot water systems // *Econ. Geol.* 1971. V. 66. P. 75–97.
2. Grant M.A. Geothermal reservoir modeling // *Geothermics*. 1983. V. 12. No 4. P. 251–263.
3. Igwe Ch.I. Geothermal Energy: A Review // *Int. J. Eng. Res. and Technol.* 2021. V. 10 No 3. P. 655–661.
4. Olasolo P., Juarez M.C., Morales M.P., et al. Enhanced geothermal systems (EGS: A review) // *Renew. Sustain. Energy Rev.* 2016. V.56. P. 133–144.
5. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford University Press. New York. 1967.
6. Schubert G., Straus J.M. Gravitational stability of water over steam in vapor-dominated geothermal system // *J. Geoph. Res.* 1980. V. 85. No B11. P. 6505–6512.
7. Tsyppkin G., Il'ichev A. Gravitational stability of the interface in water over steam geothermal reservoirs // *Transp. Porous Media*. 2004. V. 55. No 2. P. 183–199.
8. Ильичев А.Т., Цыпкин Г.Г. Влияние конвективного переноса энергии на устойчивость слоя воды над слоем пара в геотермальных системах // *Докл. РАН*. 2011. Т. 437. № 4. С. 480–484.
9. Ramesh P.S., Torrance K.E. Stability of boiling in porous media // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1990. V. 33. No 9. P. 1895–1908.

10. McGuinness M.J. Steady solution selection and existence in geothermal heat pipes – I. The convective case // Int. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39. No 2. P. 259–274.
11. Pestov I. Stability of vapour–liquid counterflow in porous media // J. Fluid Mech. 1998. V. 364. P. 273–295.
12. Amili P., Yortsos Y.C. Stability of heat pipes in vapor–dominated systems // Int. J. Heat Mass Transfer. 2004. V. 47. No 6–7. P. 1233–1246.
13. O’Sullivan M.J. Geothermal reservoir simulation // Int. J. Energy Res., 1985. V. 9. P. 319–332.
14. Lide D.R. CRC Handbook of Chemistry and Physics (82nd edn). 2001. CRC.
15. Соболева Е.Б. Влияние конечных возмущений плотности на развитие неустойчивости Рэлея–Тейлора в пористой среде // ТМФ. 2022. Т. 211. № 2. С. 333–346.
16. Il’ichev A.T., Tsypkin G.G. Stability of the interface in a porous medium in the framework of Darcy’s and Brinkman’s approximations // Transp. Porous Media. 2023. V.148. P. 317–333.
17. Malkovsky V.I., Magri F. Thermal convection of temperature-dependent viscous fluids within three-dimensional faulted geothermal systems: Estimation from linear and numerical analyses // Water Res. Research. 2016. V.52. P. 2855–2867.

Bifurcations and Stability of Phase Transition Fronts in Geothermal Reservoirs

G. G. Tsypkin

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS

email: tsypkin@ipmnet.ru

The stability of a layer of water above a layer of vapor, separated by a boiling or condensation surface, in a geothermal reservoir is considered. In an unperturbed state in lower permeability rocks, there is one interface, which can be either a water boiling surface or a vapor condensation surface. At relatively large permeability values, two new solutions can be formed, corresponding to other positions of the interface. The conditions for the existence and merging of stationary solutions depending on the parameters of the physical system are studied numerically. The stability of stationary positions of interfaces was studied using the normal mode method. It was found that the transition to instability precedes bifurcations of solutions and can occur both at finite and infinite wave numbers.

Keywords: geothermal reservoir, stationary solution, bifurcation, stability.