

УДК 532.593.2

## ГЕНЕРАЦИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИМИ ВОЛНАМИ НА МОРСКОМ ШЕЛЬФЕ

© 2023 г. А. А. Слепышев

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия

E-mail: slep55@mail.ru

Поступила в редакцию 12.10.2022 г.

После доработки 29.11.2022 г.

Принята к публикации 30.11.2022 г.

В приближении Буссинеска рассматриваются свободные внутренние волны при учете горизонтальной турбулентной вязкости и диффузии на двумерном течении в море постоянной глубины. В линейном приближении краевая задача для амплитуды вертикальной скорости имеет комплексные коэффициенты и решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Во втором порядке по амплитуде волны находятся вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа и вертикальные волновые потоки массы и соли. Указанные потоки приводят к генерации вертикальной тонкой структуры, которая имеет необратимый характер.

**Ключевые слова:** внутренние волны, волновые потоки массы, тонкая структура

**DOI:** 10.31857/S1024708422600749, **EDN:** TMNYOX

Вертикальная тонкая термохалинная структура была открыта во второй половине прошлого века с созданием высокоразрешающей зондирующей аппаратуры. Оказалось, что вертикальные профили температуры и солености сильно изрезаны, слои с низкими градиентами температуры и солености чередуются с высокоградиентными прослойками. Вертикальные масштабы таких неоднородностей меняются в широких пределах: от нескольких сантиметров до десятков метров. К тонкой структуре принято относить неоднородности масштабом более одного метра, неоднородности меньшего масштаба относят к микроструктуре. При распространении внутренних волн за счет кинематического эффекта создаются вертикальные деформации профилей плотности и солености – тонкая структура, порождаемая внутренними волнами, которая имеет обратимый характер. Однако при обрушении внутренних волн создаются необратимые деформации полей температуры и солености и тонкая структура имеет необратимый характер [1, 2]. Но не только внутренние волны ответственны за генерацию вертикальной тонкой структуры: механизм двойной диффузии, когда температура и соленость убывают с глубиной, может приводить к конвекции типа “солевых пальцев” с формированием ступенчатых структур [3–6]. Развитие этого подхода привело к созданию нелинейных математических моделей формирования микроструктуры в океане, основанных на амплитудных уравнениях термохалинной конвекции [7]. Вблизи фронтов возможно интрузионное расслоение благодаря взаимному проникновению вод с различными  $T$ ,  $S$  характеристиками [8].

Если температура и соленость растут с глубиной при устойчивой стратификации, возможно развитие колебательной неустойчивости благодаря двойной диффузии с образованием ступенчатых структур [3, 9].

Мелкомасштабная турбулентность является источником тонкой структуры и микроструктуры [10]. Механизмы генерации мелкомасштабной турбулентности в стратифицированной среде – гидродинамическая неустойчивость течений и внутренних волн, обрушение внутренних волн [11, 12]. В стратифицированной среде мелкомасштабная турбулентность имеет перемежаемый характер и для ее поддержания порой достаточно незначительного сдвига скорости во внутренней волне [13]. Коэффициент вертикального турбулентного обмена  $M_z$  обычно связывают с числом Ричардсона

$$Ri = \frac{N^2}{(dU/dz)^2}, \text{ где } N \text{ – частота плавучести, } U \text{ – скорость течения, распространенная зависи-}$$

мость  $M_z \sim Ri^{-n}$ . При  $n > 1$  поток плавучести  $M_z \cdot N^2$  растет с уменьшением градиента плотности, что приводит к формированию ступенчатых структур [14]. Это подтверждено и лабораторными экспериментами [14].

Внутренние волны повсеместно присутствуют в океане и являются источником вертикальной тонкой структуры [2]. За счет обрушений внутренних волн формируются пятна турбулентной жидкости, которые, растекаясь, могут приводить к формированию слоистой структуры, когда слои с низкими градиентами плотности, где была турбулентность, чередуются со слоями с высокими градиентами плотности стратифицированной жидкости вне турбулентных пятен. Внутренние волны нередко наблюдаются в виде цугов — локализованных в пространстве волновых пакетов [15–18]. Нелинейные эффекты при распространении пакетов внутренних волн проявляются в генерации средних на временном масштабе волны поправок к плотности и скорости течения, пропорциональных квадрату текущей амплитуды волны и которые можно трактовать как тонкую структуру, генерируемую волной [19, 20]. Однако она имеет обратимый характер, после прохождения волнового пакета невозмущенный профиль стратификации восстанавливается. Необратимая вертикальная тонкая структура генерируется внутренними волнами не только при обрушениях. Даже без обрушений внутренних волн возможна генерация необратимой вертикальной тонкой структуры. Внутренние волны при учете турбулентной вязкости и диффузии затухают [21–23]. Вертикальные волновые потоки тепла, соли, массы отличны от нуля [24] и приводят к генерации вертикальной тонкой структуры, которая имеет необратимый характер [25]. Однако в [24, 25] уравнение для амплитуды вертикальной скорости с комплексными коэффициентами решается методом возмущений, когда решение и частота волны раскладываются в ряд по малому параметру, пропорциональному горизонтальной турбулентной вязкости. Представляет интерес решить это уравнение численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности и сравнить волновые потоки и генерируемую внутренней волной тонкую структуру с потоками и тонкой структурой, полученной методом возмущений. Поскольку коэффициенты горизонтального турбулентного обмена на три–пять порядков превышают коэффициенты вертикального турбулентного обмена [26–28], то последними пренебрегается.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваются свободные внутренние волны в безграничном бассейне постоянной глубины при наличии среднего стратифицированного течения. Коэффициенты горизонтального турбулентного обмена предполагаются постоянными. В линейном приближении находятся дисперсионное соотношение и декремент затухания волны. Во втором порядке по амплитуде волны — вертикальные волновые потоки массы и соли, которые приводят к генерации вертикальной тонкой структуры.

Система уравнений гидродинамики для волновых возмущений в приближении Буссинеска имеет вид [24]

$$\frac{Du}{Dt} + w \frac{dU_0}{dz} = - \frac{\partial P}{\rho_0(0) \partial x} + K \Delta_h u \quad (1.1)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + w \frac{dV_0}{dz} = - \frac{\partial P}{\rho_0(0) \partial y} + K \Delta_h v \quad (1.2)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = - \frac{\partial P}{\rho_0(0) \partial z} + K \Delta_h w - \frac{g \rho}{\rho_0(0)} \quad (1.3)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + w \frac{d\rho_0}{dz} = M \Delta_h \rho \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.5)$$

где  $x, y, z$  — координаты прямоугольной декартовой системы координат, ось  $z$  направлена противоположно ускорению свободного падения  $g$ ;  $u, v, w$  — компоненты волновой скорости течения в указанной системе координат,  $\rho$  и  $P$  — волновые возмущения плотности и давления,  $\rho_0$  — невозмущенная средняя плотность воды;  $K, M$  — коэффициенты горизонтальной турбулентной

вязкости и диффузии,  $U_0(z)$ ,  $V_0(z)$  – компоненты скорости среднего течения,  $\Delta_h$  – горизонтальный оператор Лапласа,  $\Delta_h = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ , действие оператора  $D/Dt$  раскрывается по формуле

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (u + U_0) \frac{\partial}{\partial x} + (v + V_0) \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

Границные условия на поверхности моря ( $z = 0$ ) – условие “твёрдой крышки”, которое отфильтровывает внутренние волны от поверхностных волн [29] и отсутствие тангенциальных напряжений [22]

$$w = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = 0 \quad (1.6)$$

Границные условия на дне – условие непротекания и отсутствие тангенциальных напряжений (условие “гладкого скольжения” [22])

$$w = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad K \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \quad z = -H \quad (1.7)$$

Здесь  $H$  – глубина моря. Тангенциальные напряжения у дна нулевые, так как коэффициентами вертикального обмена пренебрегается.

Уравнение диффузии для волновых возмущений солености  $S$  аналогично уравнению (1.4) [30]

$$\frac{DS}{Dt} + w \frac{dS_0}{dz} = M \Delta_h S \quad (1.8)$$

где  $\frac{dS_0}{dz}$  – вертикальный градиент средней солености.

## 2. ЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Решения линейного приближения системы (1.1)–(1.5) и уравнения (1.8), ищутся в виде [24, 25]

$$\begin{aligned} u &= u_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, & v &= v_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.} \\ w &= w_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.} \\ P &= P_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.}, & \rho &= \rho_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.} \\ S &= S_{10}(z)A \exp(i(kx - \omega t)) + \text{с.с.} \end{aligned} \quad (2.1)$$

где с.с. – комплексно сопряженные слагаемые,  $A$  – амплитудный множитель,  $k$  – горизонтальное волновое число,  $\omega$  – частота волны. Предполагается, что волна распространяется вдоль оси  $x$ .

После подстановки (2.1) в систему (1.1)–(1.5) следует связь амплитудных функций  $u_{10}$ ,  $v_{10}$ ,  $\rho_{10}$ ,  $P_{10}$ ,  $S_{10}$  с  $w_{10}$  [24]

$$u_{10} = \frac{i}{k} \frac{dw_{10}}{dz}, \quad \Omega = \omega - k \cdot U_0 \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} P_{10} &= (i\Omega - Kk^2) \frac{1}{k^2} \frac{\partial w_{10}}{\partial z} + \frac{i}{k} \frac{dU_0}{dz} w_{10} \\ \rho_{10} &= \frac{w_{10}}{i\Omega - k^2 M} \frac{d\rho_0}{dz}, \quad v_{10} = \frac{w_{10}}{(i\Omega - k^2 K)} \frac{dV_0}{dz} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$S_{10} = \frac{w_{10}}{i\Omega - k^2 M} \frac{dS_0}{dz} \quad (2.4)$$

Функция  $w_{10}$  удовлетворяет уравнению [24]

$$(i\Omega - M \cdot k^2) \left\{ i\Omega w_{10} - \frac{d}{dz} \left[ (i\Omega - K \cdot k^2) \frac{1}{k^2} \frac{dw_{10}}{dz} + \frac{i}{k} \frac{dU_0}{dz} w_{10} \right] - K \cdot k^2 w_{10} \right\} + N^2 w_{10} = 0 \quad (2.5)$$

где  $N^2 = -\frac{g}{\rho_0(0)} \frac{d\rho_0}{dz}$  – квадрат частоты Брента–Вийсяля.

Уравнение (2.5) эквивалентно уравнению

$$\frac{d^2 w_{10}}{dz^2} + a(z) \cdot w_{10}(z) = 0 \quad (2.6)$$

$$\text{где } a(z) = \frac{k \left( \frac{d^2 U_0}{dz^2} - \Omega \cdot k - ik^3 K + k \frac{N^2}{\Omega + ik^2 M} \right)}{\Omega + ik^2 K}$$

Границные условия для  $w_{10}$

$$z = 0, -H: w_{10} = 0 \quad (2.7)$$

Границные условия (1.6), (1.7) выполняются автоматически. Краевая задача (2.6), (2.7) с комплексными коэффициентами в [24, 25] решалась методом возмущений, когда решение и частота волны искались в виде ряда по малому параметру  $\epsilon = K/\omega_* H^2$ , пропорциональному горизонтальной турбулентной вязкости,  $\omega_*$  – характерная частота волны. В настоящей работе данная краевая задача решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Сопоставление дисперсионных кривых, полученных двумя методами, делается ниже.

### 3. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Скорости течения в представлении Эйлера  $\mathbf{u}$  и Лагранжа  $\mathbf{u}_L$  с точностью до членов второго порядка по амплитуде волны связаны следующим соотношением [31]

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{u} + \left( \int_0^t \mathbf{u}_L d\tau \nabla \right) \mathbf{u} \quad (3.1)$$

Интегральное уравнение (3.1) решается методом итераций и с точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны, после осреднения по периоду волны получается выражение для средней лагранжевой скорости [31]

$$\overline{\mathbf{u}_L} = \mathbf{U} + \overline{\left( \int_0^t \mathbf{u} d\tau \nabla \right)} \mathbf{u} \quad (3.2)$$

где вектор  $\mathbf{U}(U_0, V_0)$  – скорость среднего течения,  $\mathbf{u}$  – поле волновых эйлеровых скоростей, черта сверху означает осреднение по периоду волны. Скорость стоксова дрейфа частиц жидкости представлена вторым слагаемым в (3.2) и определяется по формуле [31]

$$\mathbf{u}_s = \overline{\left( \int_0^t \mathbf{u} d\tau \nabla \right)} \mathbf{u} \quad (3.3)$$

Вертикальная компонента скорости стоксова дрейфа определяется по формуле [32]

$$w_s = i A_1 A_1^* \left( \frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega^*} \right) \frac{d}{dz} (w_{10} w_{10}^*) \quad (3.4)$$

где  $A_1 = A \exp(\delta\omega \cdot t)$ ,  $A = A_1$  в начальный момент времени при  $t = 0$ .

Вертикальный волновой поток массы определяется из (2.1), (2.3) по формуле [25]

$$\overline{\rho w} = \frac{w_{10} w_{10}^* |A_1|^2}{i\Omega - k^2 M} \frac{d\rho_0}{dz} + \text{с.с.} \quad (3.5)$$

где  $A_1 = A \exp(\delta\omega \cdot t)$ ,  $\delta\omega = \text{Im}(\omega)$  – декремент затухания волны, черта сверху означает осреднение по периоду волны.

Наличие вертикального волнового потока массы приводит к необратимой деформации поля плотности, которая может рассматриваться как вертикальная тонкая структура, генерируемая волной. Уравнение для неосциллирующей на временном масштабе волны поправки к средней плотности с точностью до членов, квадратичных по амплитуде волны имеет вид

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + V_0 \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\rho w}}{\partial z} + w_s \frac{d\rho_0}{dz} = 0$$

Отсюда в горизонтально-однородном случае

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} w}{\partial z} + w_s \frac{d\rho_0}{dz} = 0 \quad (3.6)$$

Проинтегрируем уравнение (3.6) по времени

$$\Delta \bar{\rho} = - \int_0^t \left( \frac{\partial \bar{\rho} w}{\partial z} + w_s \frac{d\rho_0}{dz} \right) dt' \quad (3.7)$$

Подставляя  $\bar{\rho} w$  (3.5) и вертикальную компоненту скорости стоксова дрейфа  $w_s$  (3.4) в (3.7), получим после интегрирования

$$\bar{\Delta \rho} = \left[ \frac{\partial \bar{\rho} w^0}{\partial z} + w_s^0 \frac{d\rho_0}{dz} \right] \cdot \frac{1}{2\delta\omega} (1 - e^{2\delta\omega t}) \quad (3.8)$$

где  $\bar{\rho} w^0 = \frac{w_{10} w_{10}^* |A|^2}{i\Omega - k^2 M} \frac{d\rho_0}{dz}$  + с.с.,  $w_s^0 = i|A|^2 \left( \frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega^*} \right) \frac{d}{dz} (w_{10} w_{10}^*)$

Переходя в (3.8) к пределу при  $t \rightarrow \infty$  с учетом того, что  $\delta\omega < 0$ , находим  $\bar{\Delta \rho}$

$$\bar{\Delta \rho} = \left[ \frac{\partial \bar{\rho} w^0}{\partial z} + w_s^0 \frac{d\rho_0}{dz} \right] \cdot \frac{1}{2\delta\omega} \quad (3.9)$$

Величина  $\bar{\Delta \rho}$ , зависящая от вертикальной координаты, представляет собой неосциллирующую на временном масштабе волны поправку к средней плотности – вертикальную тонкую структуру, генерируемую волной. В [19, 20] определялась неосциллирующая поправка к плотности, пропорциональная квадрату текущей амплитуде волны, после прохождения волнового пакета невозмущенный профиль стратификации восстанавливается и тонкая структура имеет обратимый характер. Поправка (3.9) пропорциональна квадрату максимальной амплитуды волны и представляет собой необратимую тонкую структуру, генерируемую волной.

Волновой вертикальный поток соли определяется из (2.1), (2.4) по формуле, аналогичной (3.5) с заменой вертикального градиента плотности на градиент солености

$$\bar{Sw} = \frac{w_{10} w_{10}^* |A|^2}{i\Omega - k^2 M} \frac{dS_0}{dz} + \text{с.с.} \quad (3.10)$$

где  $dS_0/dz$  – вертикальный градиент средней солености.

Вертикальная тонкая структура поля солености, генерируемая внутренней волной, определяется по формуле, аналогичной (3.7) путем замены градиента плотности на градиент солености

$$\bar{\Delta S} = \left[ \frac{\partial \bar{Sw}}{\partial z} + w_s^0 \frac{dS_0}{dz} \right] \cdot \frac{1}{2\delta\omega} \quad (3.11)$$

где  $\bar{Sw}^0 = \frac{w_{10} w_{10}^* |A|^2}{i\Omega - k^2 M} \frac{dS_0}{dz}$  + с.с.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На северо-западном шельфе Черного моря в третьем этапе 44-го рейса НИС “Михаил Ломоносов” были обнаружены внутренние волны, которые отчетливо просматриваются на временной реализации возвышений изолиний температуры на рис. 1, полученных с помощью приборов ГРАД (градиентно-распределенные датчики температуры) [33].

В ходе натурного эксперимента с борта судна первый прибор располагался в слое 5–15 м, второй – в слое 15–25 м, третий – в слое 25–35 м, четвертый – в слое 35–60 м. Легко видеть, что мощные колебания с периодом 15 мин в слое 25–60 м находятся в противофазе с колебаниями в слое 15–25 м, что говорит о колебаниях второй моды с максимальной амплитудой  $\sim 0.5$  м.

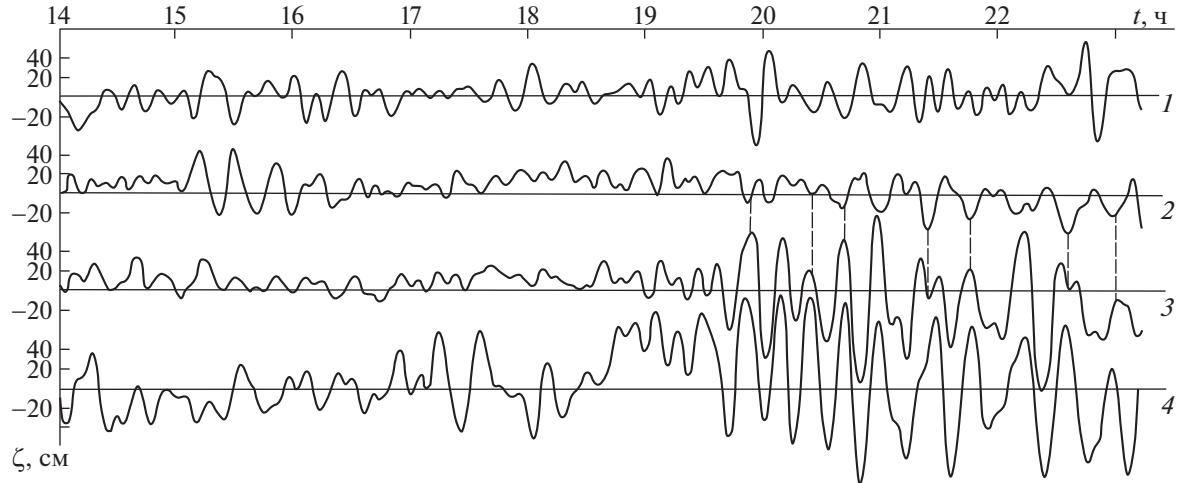


Рис. 1. Временной ход вертикальных смещений изолиний температуры.

Вертикальные профили двух компонент скорости течения показаны на рис. 2а, частоты Брента–Вайсяля – на рис. 2б. Типичное значение коэффициента турбулентного обмена на рассматриваемых масштабах составляет  $K = 1 \text{ м}^2/\text{с}$  [34], далее полагаем  $M = 0.5 \text{ К}$ . Краевая задача (2.6), (2.7) для внутренних волн решается численно по неявной схеме Адамса третьего порядка точности. Волновое число и мнимая поправка к частоте при фиксированной действительной части частоты находятся методом пристрелки из необходимости выполнения граничных условий (2.7). Волновое число у 15-минутных внутренних волн второй моды равно  $0.032 \text{ рад}/\text{м}$ , декремент затухания равен  $-7.26 \times 10^{-4} \text{ рад}/\text{с}$ . Вертикальный профиль модуля собственной функции 15-минутных внутренних волн второй моды показан на рис. 2в.

Нормирующий множитель  $A_1$  находится по известной величине максимальной амплитуды вертикальных смещений, которая оценивалась как  $\sim 0.5 \text{ м}$  [16]. Для этого выразим вертикальное смещение  $\zeta$ , используя соотношение  $d\zeta/dt = w$

$$\zeta = \frac{i w_{10}}{\Omega} A_1 \exp(i kx - i \omega_0 t) + \text{с.с.}$$

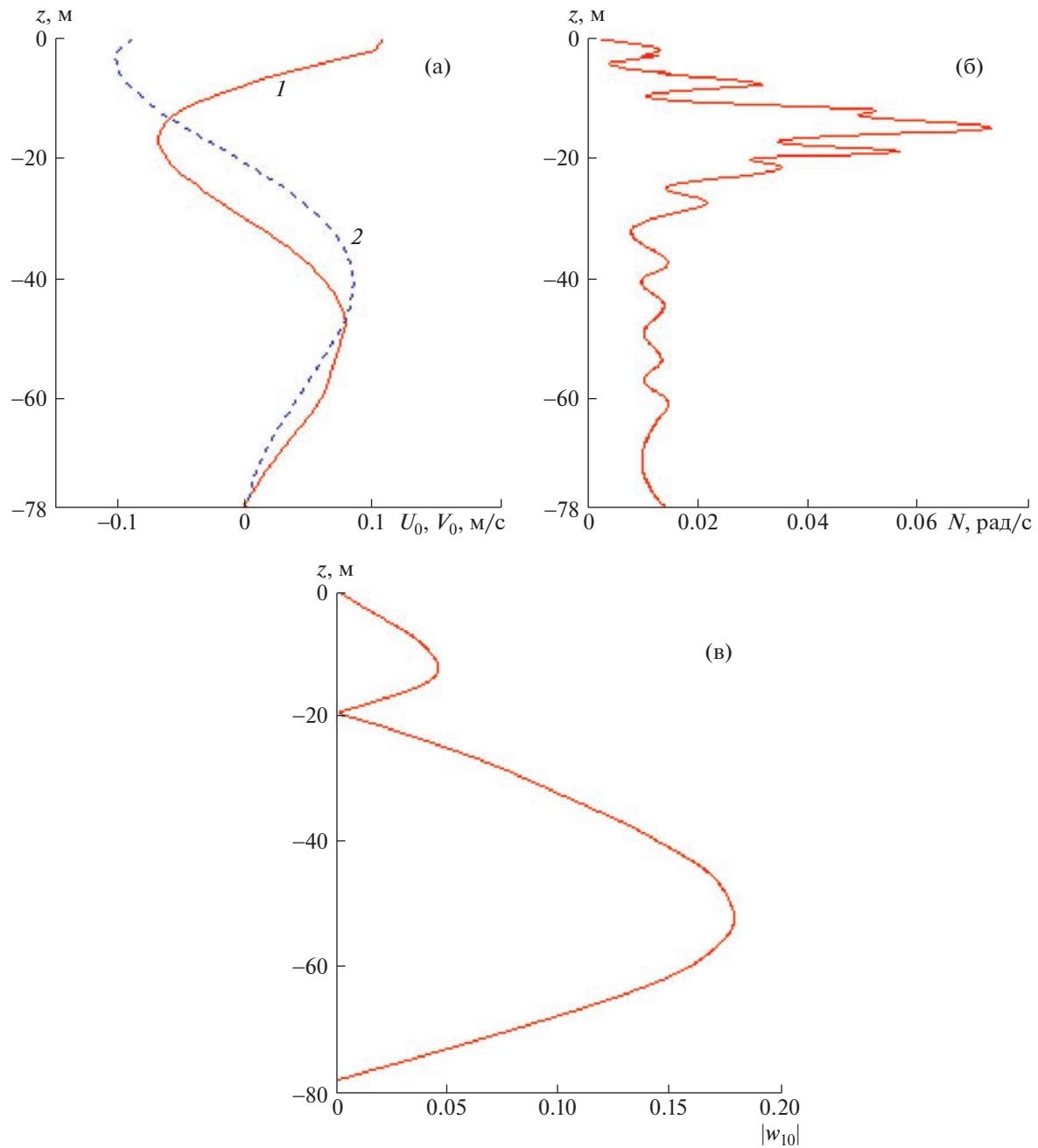
Отсюда следует

$$A_1 = \frac{\max \zeta}{2 \max |w_{10}/\Omega|}.$$

Таким образом, амплитуда вертикальных смещений пропорциональна  $|w_0/\Omega|$ . Экстремумы функции  $|w_0/\Omega|$  соответствуют максимальным вертикальным смещениям по данным эксперимента (рис. 1, 2 в). Длина волны пятнадцатиминутных внутренних волн второй моды равна 196 м. Дисперсионные кривые первых трех мод показаны на рис. 3 как при численном решении краевой задачи (2.6), (2.7) (сплошные кривые), так и при ее решении методом возмущений (штриховые и штрихпунктирная кривые). Здесь  $\omega_0 = \text{Re}(\omega)$  – действительная часть частоты. Из рис. 3 видно, что дисперсионные кривые, полученные путем численного решения краевой задачи (2.6), (2.7) и методом возмущений, практически совпадают. Значение малого параметра  $\epsilon$ , по которому ведется разложение решения краевой задачи (2.6), (2.7) и частоты волны в методе возмущений, составляет 0.02.

На рис. 4. показана зависимость декремента затухания волны от частоты для первых трех мод как при численном решении краевой задачи (2.6), (2.7) (сплошные кривые), так и методом возмущений (штриховые и штрихпунктирные кривые). Численный метод и метод возмущений дают практически идентичные результаты.

У второй моды декремент по абсолютной величине больше, чем у первой моды, а у третьей моды больше, чем у второй при фиксированной действительной части частоты. На рис. 5 представлен профиль вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа (3.4) для 15-минутных



**Рис. 2.** Вертикальные профили: (а) – компонент скорости течения  $U_0$  (1),  $V_0$  (2); (б) – частоты Брента–Вяйсяля; (в) – модуля собственной функции 15-минутных внутренних волн второй моды.

внутренних волн второй моды с максимальной амплитудой 0.5 м, полученный как при численном решении краевой задачи (2.6), (2.7) (кривая (1)), так и методом возмущений (кривая (2)).

Метод возмущений и численный метод дают близкие значения вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа, только в областях экстремумов метод возмущений дает несколько заниженные значения.

На рис. 6 показан вертикальный профиль средней плотности.

Представляет интерес сравнить волновые потоки массы  $\bar{\rho}w$  (3.5), полученные по данным численного решения краевой задачи (2.6), (2.7) и решения этой задачи методом возмущений. На рис. 7 представлен волновой поток массы  $\bar{\rho}w$ , полученный путем численного решения крае-

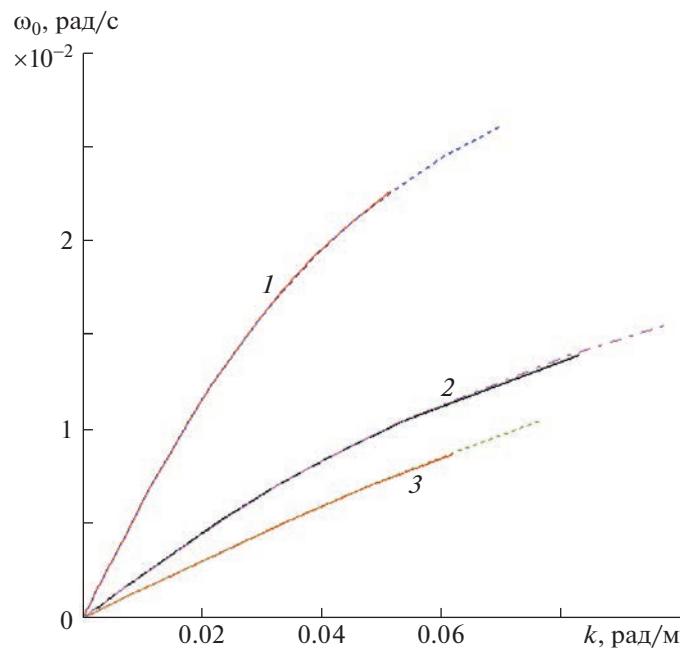


Рис. 3. Дисперсионные кривые первой 1, второй 2 и третьей 3 мод.

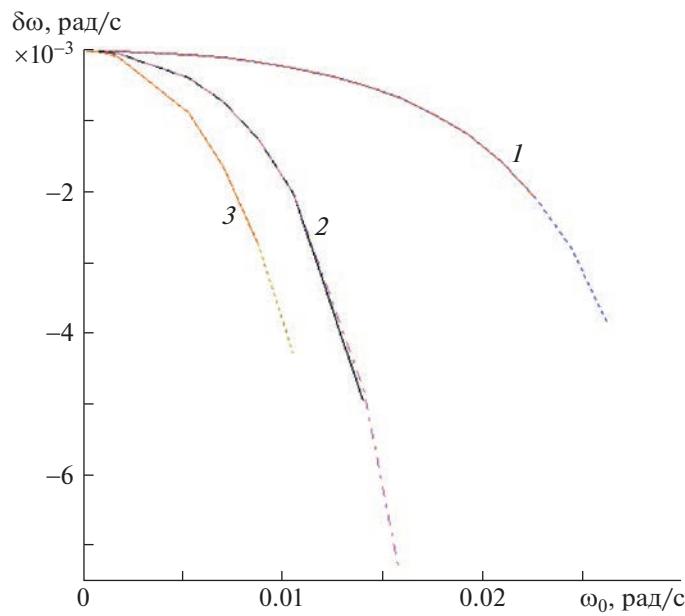


Рис. 4. Зависимость декремента затухания волны от частоты для первой 1, второй 2 и третьей 3 мод.

вой задачи (2.6), (2.7) (кривая 1, красная) и поток, полученный методом возмущений (кривая 2, синяя) для второй моды 15-минутных внутренних волн.

Волновые вертикальные потоки массы, полученные методом возмущений и численным методом, очень близки, только в окрестности экстремумов метод возмущений дает заниженные по модулю значения потоков массы.

Профиль вертикальной тонкой структуры поля плотности (3.9), генерируемой 15-минутной внутренней волной второй моды, представлен на рис. 8 как при численном решении краевой задачи (2.6), (2.7) (красная кривая), так и при ее решении методом возмущений (синяя кривая).

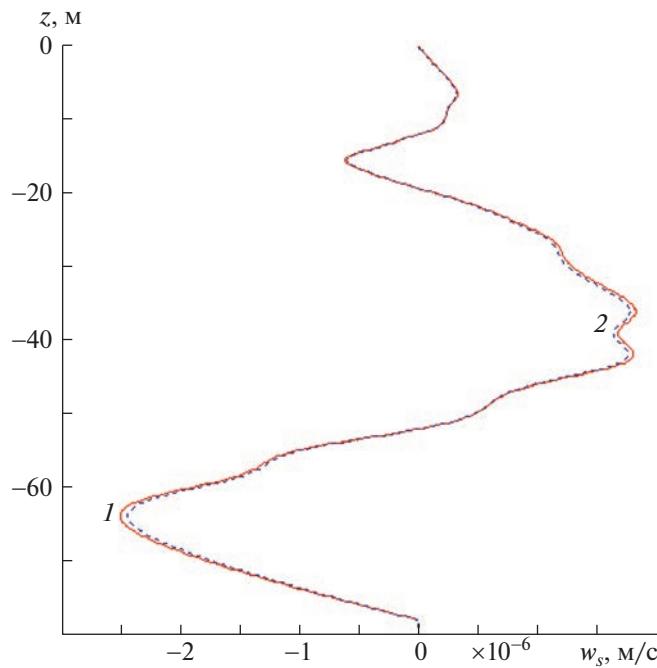


Рис. 5. Профили вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа: 1 – численный метод; 2 – метод возмущений.

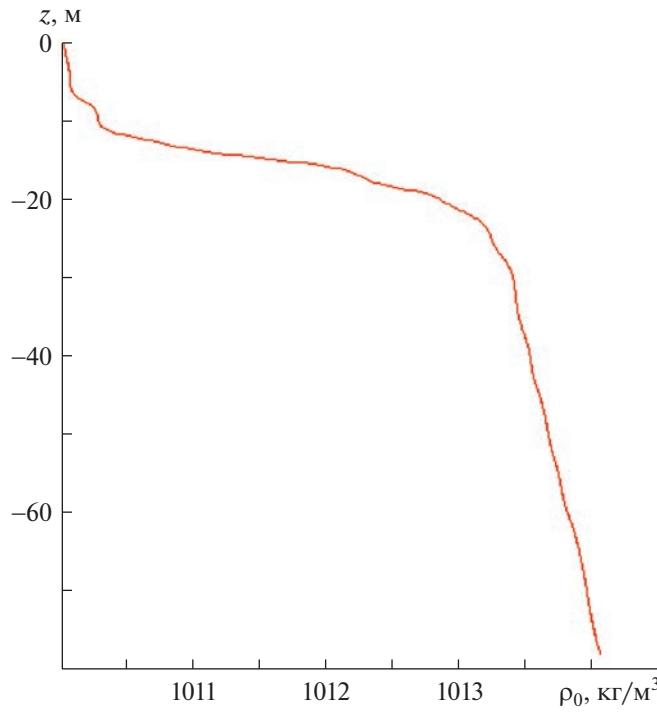


Рис. 6. Вертикальный профиль средней плотности.

Метод возмущений и численный метод дают практически идентичные значения тонкой структуры, генерируемой внутренней волной. Только в окрестности глубины 15 м в пикноклине метод возмущений дает чуть заниженное значение. Генерируемая внутренней волной тонкая структура поля плотности инверсий в вертикальное распределение плотности не вносит. Пред-

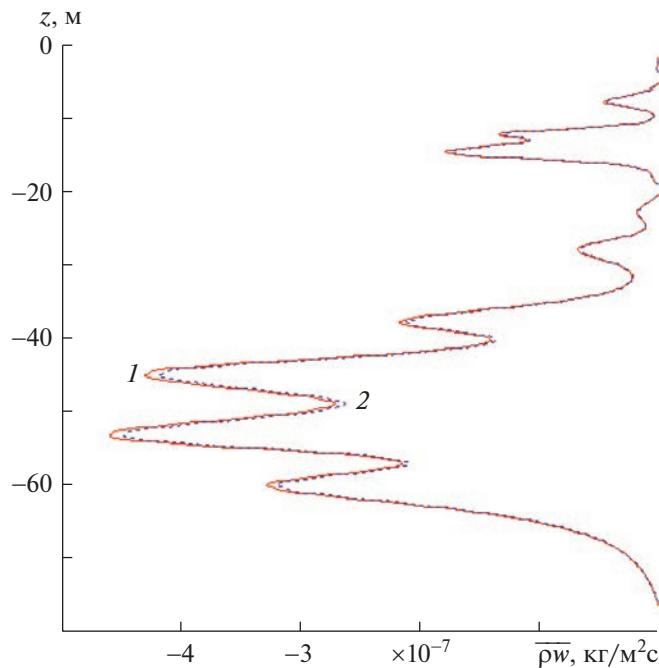


Рис. 7. Профили волновых вертикальных потоков массы, полученных по данным численного решения 1 и по методу возмущений 2.

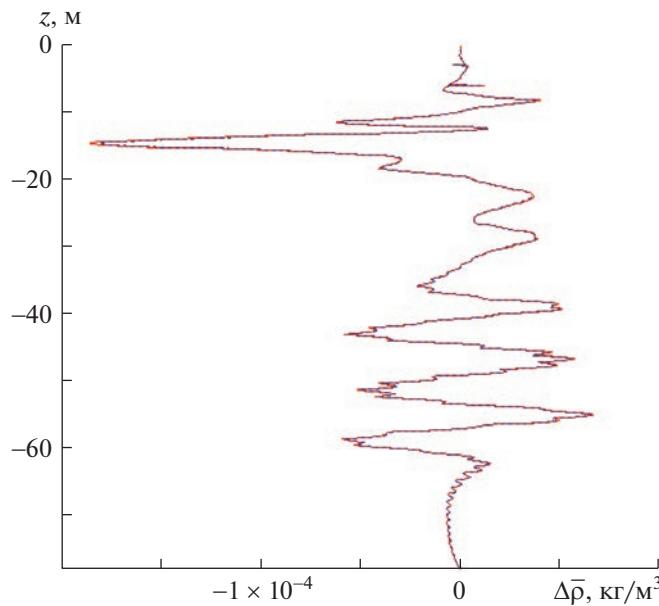
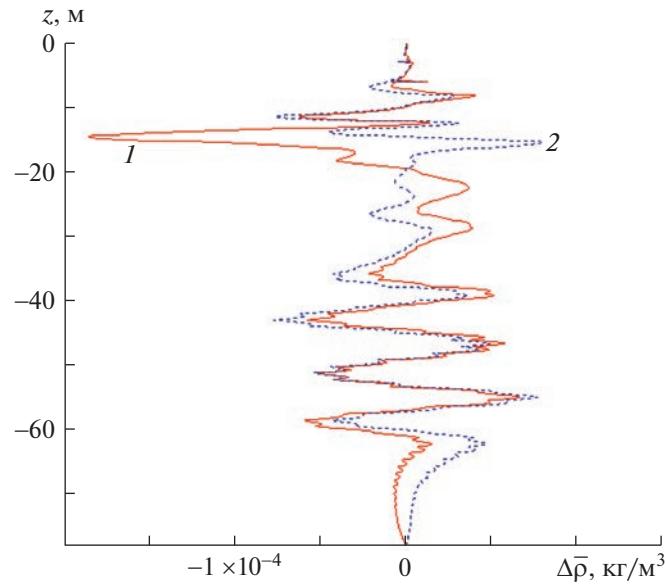


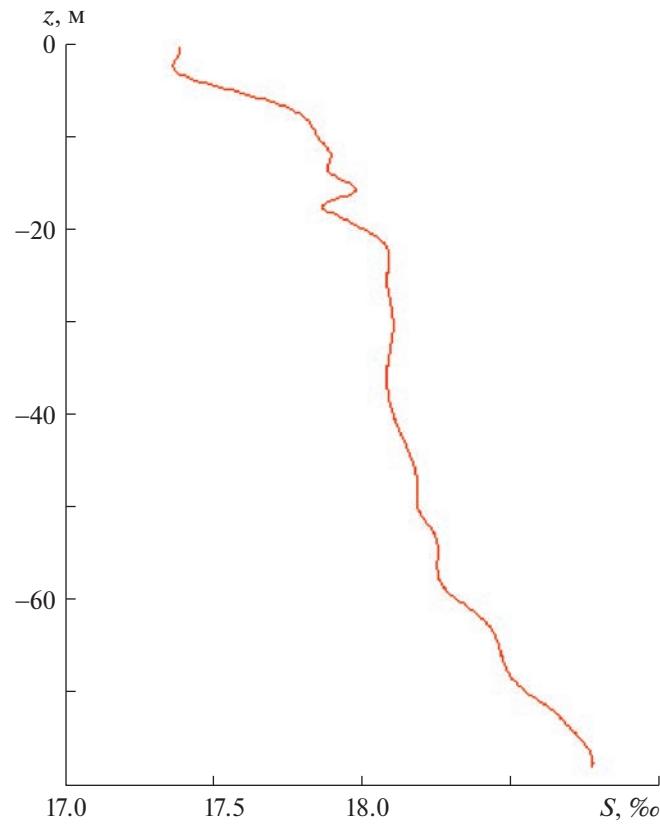
Рис. 8. Вертикальная тонкая структура плотности, генерируемая внутренней волной.

ставляет интерес рассмотреть вклад вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа в формирование вертикальной тонкой структуры. На рис. 9 представлен профиль тонкой структуры поля плотности, численно рассчитанный при учете вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа (кривая 1) и без ее учета (кривая 2). Вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа оказывает заметное влияние на генерируемую внутренней волной вертикальную тонкую структуру, особенно в пикноклине.

На рис. 10 показан вертикальный профиль средней соленоидности. Представляет интерес сравнить волновые потоки соли  $\bar{S}w$  (3.10), полученным по данным численного решения краевой за-

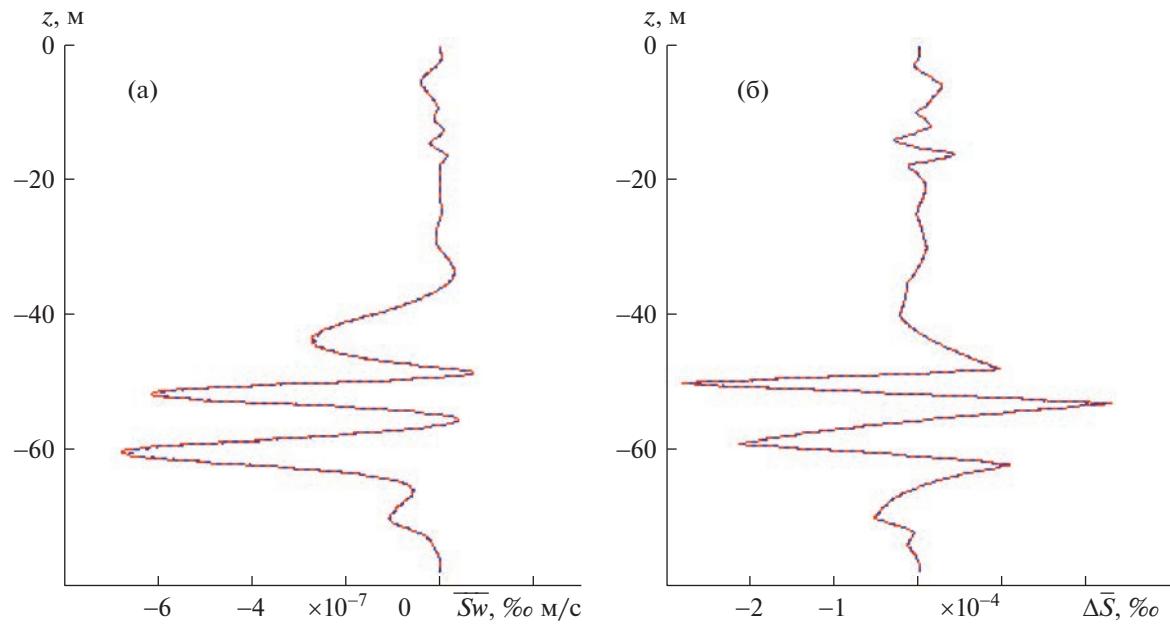


**Рис. 9.** Профили вертикальной тонкой структуры поля плотности: 1 – при учете вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа, 2 – без ее учета.

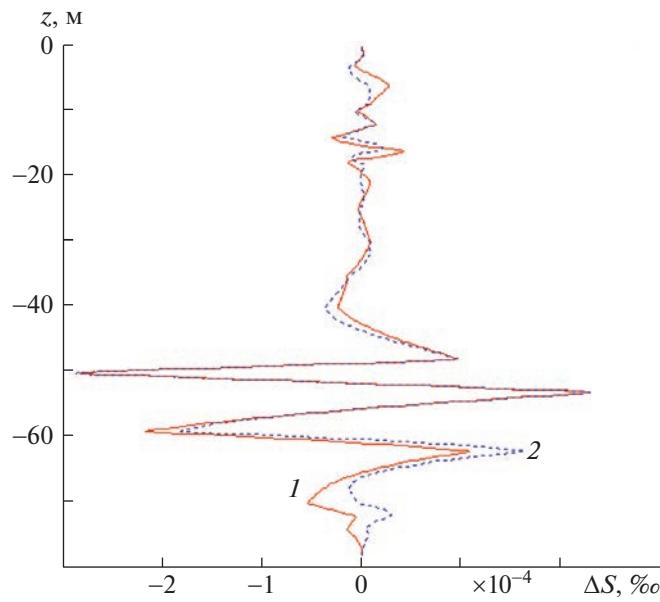


**Рис. 10.** Вертикальный профиль средней солености.

дачи (2.6), (2.7) и решения этой задачи методом возмущений. На рис. 11а представлены профили волнового потока соли  $\overline{S_w}$ , полученного путем численного решения краевой задачи (2.6), (2.7) (красная кривая) и потока, полученного методом возмущений (синяя линия). Эти потоки прак-



**Рис. 11.** Профили волновых вертикальных потоков соли, полученные по данным численного решения (красная) и по методу возмущений (синяя) – а; профили тонкой структуры – б.



**Рис. 12.** Вертикальная тонкая структура солености, генерируемая внутренней волной: 1 – при учете вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа; 2 – без ее учета.

тически совпадают, только в окрестности экстремумов на глубине 60 и 52 м метод возмущений дает чуть заниженные значения. На рис. 11б представлен профиль вертикальной тонкой структуры солености, генерируемой 15-минутной внутренней волной второй моды, рассчитанной как численным методом (красная кривая), так и методом возмущений (синяя линия). Оба метода дают практически идентичные результаты.

Представляет интерес рассмотреть влияние вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа на тонкую структуру солености, генерируемую внутренней волной. На рис. 12 представлены профили тонкой структуры солености, генерируемой 15-минутной внутренней волной

второй моды, рассчитанной численным методом как при учете вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа (красная кривая 1), так и без ее учета (синяя линия 2). Учет вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа оказывается на профиле генерируемой волной вертикальной тонкой структуры, правда в меньшей степени, чем на тонкой структуре поля плотности (рис. 9). Наиболее заметное влияние присутствует в придонном 20-метровом слое.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисперсионные кривые, полученные при численном решении краевой задачи для амплитуды вертикальной скорости внутренних волн, практически совпадают с дисперсионными кривыми, полученными при ее решении методом возмущений.

Аналогично для зависимости декремента затухания от частоты волны численный метод и метод возмущений дают практически идентичные результаты.

Вертикальные волновые потоки массы и соли, полученные при численном решении краевой задачи для внутренних волн, близки к потокам, полученных при ее решении методом возмущений. Вблизи экстремумов этих потоков метод возмущений дает заниженные значения.

Вертикальная составляющая скорости стоксова дрейфа, рассчитанная по методу возмущений, близка к рассчитанной при численном решении краевой задачи для внутренних волн, однако вблизи экстремумов метод возмущений дает заниженные значения. Учет вертикальной составляющей скорости стоксова дрейфа заметным образом оказывается на генерируемой тонкой структуре поля плотности, особенно в пикноклине. На тонкой структуре поля солености ее вклад менее заметен, кроме придонного 20-метрового слоя.

Вертикальная тонкая структура полей плотности и солености, генерируемая внутренней волной, рассчитанная по методу возмущений, практически совпадает с тонкой структурой, полученной при численном решения краевой задачи для внутренних волн.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме: № 0555-2021-0004 “Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования” (шифр “Океанологические процессы”). Автор благодарен Е.И. Гриневич за численное решение краевых задач.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самодуров А.С., Любецкий А.А., Пантелеев Н.А. Вклад опрокидывающихся внутренних волн в структурообразование, диссиацию энергии и вертикальную диффузию в океане // Морской гидрофиз. журн. 1994. № 3. С. 14–27.
2. Павлова Е.П. Взаимосвязь внутренних волн и тонкой структуры в шельфовой зоне дальневосточных морей // Сборник статей по материалам конференции молодых ученых ТОЙ ДВО РАН (27–30 ноября 2001 г.). Владивосток.: Дальнаука. 2003. С. 37–44.
3. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977. 431 с.
4. Журбас В.М., Озмидов Р.В. О внутреннем строении тонкой ступенчатой структуры термоклина океана // Океанология. 1983. Т. 23. Вып. 6. С. 938–946.
5. Molcard R., Williams A.J. Deep stepped structure in the Tyrrhenian sea. // Mem. Soc. Roy. Sci. Liege, ser. 6. 1975. V. VII. P. 191–210.
6. Williams A.J. Salt fingers in the Mediterranean outflow // Science. 1974. V. 185. № 4155. P. 941–943.
7. Козицкий С.Б. Амплитудные уравнения для системы с термохалинной конвекцией // ПМТФ. 2000. Т. 41. № 3. С. 56–66.
8. Журбас В.М., Липс У.К. О выделении основных типов тонкой термохалинной структуры океана // Океанология. 1987. Вып. 4. С. 562–567.
9. Фалина А.С., Волков И.И. Влияние процесса двойной диффузии на общую гидрологическую структуру глубинных вод Черного моря // Океанология. 2005. Т. 45. Вып. 1. С. 21–31.
10. Keller K.H., Van Atta C.W. An experimental investigation of the vertical temperature structure of homogeneous stratified shear turbulence // J. Fluid Mech. 2000. V. 425. P. 1–29.
11. Wunsch C., Ferrari R. Vertical mixing, energy, and the general circulation of the ocean // Ann. Rev. Fluid. Mech. 2004. V. 36. P. 281–314.
12. Зацепин А.Г., Голенко Н.Н., Корж А.О., Кременецкий В.В., Пака В.Т., Поярков С.Г., Стунджас П.А. Влияние динамики течений на гидрофизическую структуру вод и вертикальный обмен в деятельном слое Черного моря // Океанология. 2007. Т. 47. № 3. С. 327–339.

13. *Ivanov A.V., Ostrovsky L.A., Soustova I.A., Thimring L.Sh.* Interaction of internal waves and turbulent in the upper layer of the ocean // *Dyn. of Atmos. and Ocean.* 1984. V. 3. № 7. P. 221–232.
14. *Зацепин А.Г., Герасимов В.В., Островский А.Г.* Турбулентный массообмен в стратифицированной жидкости и условия ее тонкоструктурного расслоения // Моря России: вызовы отечественной науки. Тезисы докладов Всероссийской научной конференции. Севастополь, 26–30 сентября 2022 г. Севастополь.: ФГБУН ФИЦ МГИ, 2022. 392 с.
15. *Зимин А.В., Романенков Д.А., Козлов И.Е., Шапрон Б., Родионов А.А., Атаджанова О.А., Мясоедов А.Г., Коллар Ф.* Короткопериодные внутренние волны в Белом море: оперативный подспутниковый эксперимент летом 2012 года // Исслед. Земли из космоса. 2014. № 3. С. 1–14.
16. *Бондур В.Г., Серебряный А.Н., Замшин В.В., Тарасов Л.Л., Химченко Е.Е.* Интенсивные внутренние волны аномальных высот на шельфе Черного моря//. Изв. РАН. ФАО. 2019. Т. 55. № 1. С. 114–127.
17. *Иванов В.А., Шульга Т.Я., Багаев А.В., Медведева А.В., Пластун Т.В., Вржесевская Л.В., Свищева И.А.* Внутренние волны в р-не Гераклейского полуострова: моделирование и наблюдение// Мор. Гидрофиз. Журн. 2019. Т. 35. № 4. С. 322–340.  
<https://doi.org/10.22449/0233-7584-2019-4-322-340>
18. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В.* Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
19. *Борисенко Ю.Д., Воронович А.Г., Леонов А.И., Миропольский Ю.З.* К теории нестационарных слабонелинейных внутренних волн в стратифицированной жидкости // Изв. АН СССР. ФАО. 1976. Т. 12. № 3. С. 293–301.
20. *Воронович А.Г., Леонов А. И., Миропольский Ю.З.* К теории образования тонкой структуры гидрофизических полей в океане // Океанология. 1976. Т. 11. Вып.5. С. 490–497.
21. *Ле Блон П., Майсек Л.* Волны в океане. М.: Мир, 1981. Ч. 2. 363 с.
22. *LeBlond P.H.* On damping of internal gravity waves in a continuously stratified ocean // J. Fluid Mech. 1966. V. 25. Pt. 1. P. 121–142.  
<https://doi.org/10.1017/S0022112066000089>
23. *Островский Л.А., Соустова И.А.* Верхний перемешанный слой как сток энергии внутренних волн // Океанология. 1979. Т. 19. Вып. 6. С. 973–981.
24. *Носова А.В., Слепышев А.А.* Вертикальные потоки, обусловленные слабонелинейными внутренними волнами на шельфе // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 1. С. 15–25.  
<https://doi.org/10.1134/S0015462815010020>
25. *Слепышев А.А., Носова А.В.* Генерация вертикальной тонкой структуры внутренними волнами при учете турбулентной вязкости и диффузии // Морской гидрофиз. журн. 2020. Т. 36. № 1. С. 5–19.  
<https://doi.org/10.22449/0233-7584-2020-1-5-19>
26. *Погребной А.Е.* Оценка коэффициентов горизонтального турбулентного обмена в Черном море по данным дрифтерного эксперимента // Морской гидрофиз. журн. 2011. № 5. С. 40–49.
27. *Самодуров А.С.* Взаимодополняемость различных подходов для оценки интенсивности вертикального турбулентного обмена в естественных стратифицированных бассейнах // Морской гидрофиз. журн. 2016. № 6. С. 37–48.  
<https://doi.org/10.22449/0233-7584-2016-6-37-48>
28. *Подымов О.И., Зацепин А.Г., Островский А.Г.* Вертикальный турбулентный обмен в черноморском пик-ноклине и его связь с динамикой вод // Океанология. 2017. Т. 57. № 4. С. 546–559.  
<https://doi.org/10.7868/S0030157417040049>
29. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л: Гидрометеоиздат, 1981. С. 30.
30. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. 1986. М.: Мир, 1986. Т. 1. 397 с.
31. *Longuet-Higgins M.S.* On the transport of mass by time varying ocean current // Deep-Sea Res. 1969. V. 16. № 5. P. 431–447.  
[https://doi.org/10.1016/0011-7471\(69\)90031-X](https://doi.org/10.1016/0011-7471(69)90031-X)
32. *Слепышев А.А., Воротников Д.И.* Вертикальные потоки тепла и соли, обусловленные внутренними волнами на морском шельфе // Изв. РАН. ФАО. 2017. Т. 53. № 4. С. 532–541.  
<https://doi.org/10.7868/S000335151704011>
33. *Пантелеев Н.А.* Отчет о работах в 44-м рейсе (3-й этап) НИС “Михаил Ломоносов” 7 августа – 15 сентября 1985 г. Севастополь.: МГИ АН УССР, 1985. Т. 1. 135 с.
34. *Озмидов Р.В.* О зависимости коэффициента горизонтального турбулентного обмена в океане от масштаба явления // Изв. АН СССР. ФАО. 1968. Т. 1. № 11. С. 1224–1225.