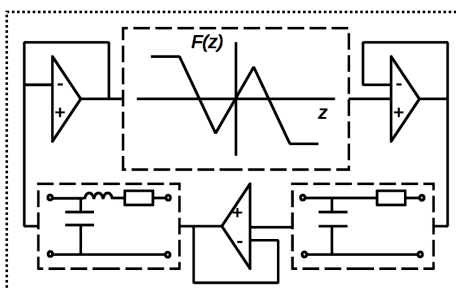


Прикладная нелинейная динамика

МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОГО ГЕНЕРАТОРА
40
лет

Дмитриева – Кислова



ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю. В. Гуляев, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

И. В. Сысоев, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

А. Н. Чумаченко, д. геогр. н., СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ

М. В. Сысоева, д.ф.-м.н., доцент, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В. М. Аникин, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

Б. П. Безручко, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

С. Боккалетти, Ph.D., Институт сложных систем при Национальном исследовательском совете (Флоренция, Италия)

А. М. Быков, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН (Санкт-Петербург, Россия)

С. В. Гонченко, д.ф.-м.н., профессор, ННГУ им. Н. И. Лобачевского (Нижний Новгород, Россия)

Н. С. Гинзбург, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

А. С. Дмитриев, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

С. А. Каценко, д.ф.-м.н., профессор, ЯрГУ им. П. Г. Демидова (Ярославль, Россия)

А. В. Красков, Ph.D., Ньюкаслский университет (Ньюкасл, Великобритания)

Н. В. Кузнецов, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, СПбГУ (Санкт-Петербург, Россия)

Ж. ван Луйтелаар, Ph.D., профессор, Университет Неймегена имени святого Радбода Утрехтского (Неймеген, Нидерланды)

А. Люттйоханн, Ph.D., Институт физиологии I Вестфальского университета имени Вильгельма (Мюнстер, Германия)

Г. Г. Малинецкий, д.ф.-м.н., профессор, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН (Москва, Россия)

В. В. Матросов, д.ф.-м.н., профессор, ННГУ им. Н. И. Лобачевского (Нижний Новгород, Россия)

И. И. Мохов, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН (Москва, Россия)

А. Б. Нейман, д.ф.-м.н., Университет Огайо (Огайо, США)

В. И. Некоркин, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

А. С. Пиковский, доктор наук, Потсдамский университет (Потсдам, Германия)

А. Н. Писарчик, к.ф.-м.н., Мадридский технический университет (Мадрид, Испания)

А. В. Порубов, д.ф.-м.н., ИПМаш РАН (Санкт-Петербург, Россия)

В. В. Тучин, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

А. М. Фейгин, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

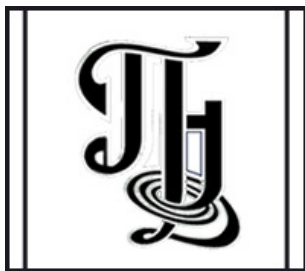
Е. Я. Фрисман, чл.-корр. РАН, д.б.н., профессор, ИКАРП ДВО РАН (Биробиджан, Россия)

В. А. Царёв, д.т.н., профессор, СГТУ имени Гагарина Ю. А. (Саратов, Россия)

В. А. Черепенин, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

М. В. Шитикова, д.ф.-м.н., профессор, ВГТУ (Воронеж, Россия)

В. Г. Яхно, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)



**Известия высших учебных заведений
ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА**

Научно-технический журнал

Издается с 1993 года, выходит 6 раз в год

- Учредитель** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83; e-mail: rector@sgu.ru
- Издатель** Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83; e-mail: rector@sgu.ru

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 1492 от 19.12.1991, перерегистрация: № 1492 от 24.08.1998, перерегистрация: ПИ № ФС77-77991 от 20.03.2020

Краткое название: Известия вузов. ПНД

ISSN печатной версии 0869-6632, ISSN online версии 2542-1905

Язык публикаций: русский, английский

Журнал включён как самостоятельное издание в два индекса Web of Science: Emerging Source Citation Index (WoS Core Collection) и Russian Science Citation Index

Журнал включен в библиографическую базу данных SCOPUS (sourceid/21100864538) как самостоятельное издание

Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук». Научные специальности, по которым присуждаются учёные степени (физико-математические науки): 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела, 1.3.3 – Теоретическая физика, 1.3.4 – Радиофизика, 1.3.5 – Физическая электроника, 1.3.6 – Оптика, 1.3.9 – Физика плазмы, 1.3.11 – Физика полупроводников, 1.3.19 – Лазерная физика, 1.5.2 – Биофизика

Подписку на печатную версию издания можно оформить в Интернет-каталоге ГК «Урал-Пресс» (uralpress.ru). Цена свободная

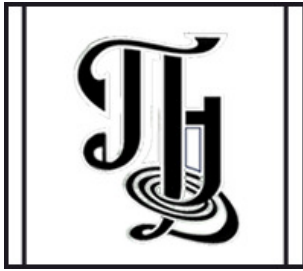
Электронная версия журнала находится в открытом доступе

Зав. редакцией М. В. Сысоева
Редактор А. Р. Нигметулина
Верстка О. Н. Строгановой

Адрес редакции: Россия, 410012 Саратов,
Астраханская, 83. Тел.: +7 (909) 3367208,
e-mail: andjournal@sgu.ru,
сайт: <http://andjournal.sgu.ru>

Подписан в печать 10.07.2024
Вышел в свет 31.07.2024
Формат 60x84 1/8. Усл. печ. л. 16,74 (18,0)
Тираж 100 экз. Заказ № 95-Т

Отпечатан в Типографии Саратовского
университета. Адрес типографии: Россия,
410012 Саратов, Астраханская, 83, корп. 8
Тел.: +7 (8452) 273385, e-mail: sguprint@bk.ru



Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy
APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

Scientific-technical journal

Published since 1993, 6 issues per year

The journal was founded by Saratov State University
83, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia; e-mail: rector@sgu.ru

The publisher of the journal is Saratov State University
83, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia; e-mail: rector@sgu.ru

Registered with the Federal service for supervision of communications, information technology and mass communications. Certificate of mass media registration No 1492 of 19.12.1991, re-registration: No 1492 of 24.08.1998, re-registration: ПИ No ФC77-77991 of 20.03.2020

Abbreviated title: Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics

ISSN print 0869-6632, ISSN online 2542-1905

Languages of publication: Russian and English

The journal is included into Web of Science Core Collection, Emerging Source Citation Index and into Russian Science Citation Index on the Web of Science platform

The journal has been indexed in SCOPUS as an independent source (sourceid/21100864538)

The journal is included in «The LIST of peer-reviewed scientific publications, where the main scientific results of Candidate of Sciences and Doctor of Sciences dissertations have to be published». The following Scientific Specialties in the field of Physics and Mathematical Sciences are presented: 1.1.8 – Mechanics of a deformable solid body, 1.3.3 – Theoretical Physics, 1.3.4 – Radio Physics, 1.3.5 – Physical Electronics, 1.3.6 – Optics, 1.3.9 – Plasma Physics, 1.3.11 – Semiconductor Physics, 1.3.19 – Laser Physics, 1.5.2 – Biophysics

A subscription to the print version of the journal can be issued in the Internet catalog of the Ural-Press Group of Companies (ural-press.ru)

The journal is Open Access

Head of Editorial office M. V. Sysoeva
Editor A. R. Nigmatulina
Layout of O. N. Stroganova

Address of Editorial office: 83, Astrakhanskaya Str.,
Saratov 410012, Russia. Ph.: +7 (909) 3367208,
e-mail: andjournal@sgu.ru,
website: <http://andjournal.sgu.ru>

Signed to press 10.07.2024. Published 31.07.2024
Format 60x84 1/8. Conv.-pr. Sh. of 16,74 (18,0)
Edition of 100 copies. Order No. 95-T

Printed by Printing House of Saratov State
University. Address of Printing House:
83, build. 8, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012,
Russia. Ph.: +7 (8452) 273385, e-mail: sguprint@bk.ru

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОТ РЕДАКТОРА

Дмитриев А. С. Сорок лет модели кольцевого генератора Дмитриева–Кислова..... 423

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Мартышкин А. А., Садовников А. В. Нелинейные режимы распространения спиновых волн в волноводе с одномерным массивом отверстий..... 428

НОВОЕ В ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКЕ

Зимняков Д. А., Алонова М. В., Скрипаль Ан. В., Инкин М. Г., Зайцев С. С., Федорова В. А. Поляризационные и CGR бинарные отображения как идентификаторы нуклеотидных последовательностей в биоинформатике 439

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА

Зимин И. А., Казанцев В. Б., Стасенко С. В. Искусственная нейронная сеть с динамической моделью синапса..... 460

Нуйдель И. В., Колосов А. В., Пермяков С. А., Егоров И. С., Полевая С. А., Яхно В. Г. Математическая модель управления нейропластичностью мозга при нейробиоуправлении 472

Шушарина Н. Н. Эффективность сверточных нейронных сетей различной архитектуры для задачи диагностики депрессии по данным ЭЭГ 492

Павлов А. Н. Исследование электрической активности мозга в рамках концепции координации ритмических процессов..... 511

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ. СОЛИТОНЫ. АВТОВОЛНЫ. САМООРГАНИЗАЦИЯ

Mogilevich L. I., Blinkov Yu. A., Popova E. V., Popov V. S. Solitary deformation waves in two coaxial shells made of material with combined nonlinearity and forming the walls of annular and circular cross-section channels filled with viscous fluid [*Могилевич Л. И., Блинков Ю. А., Попова Е. В., Попов В. С.* Уединенные волны деформации в двух коаксиальных оболочках из материала с комбинированной нелинейностью, образующих стенки каналов кольцевого и круглого сечения, заполненных вязкой жидкостью]..... 521

НАУКА – ОБРАЗОВАНИЮ. МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ. ИСТОРИЯ. PERSONALIA

Кузенков О. А. Определение понятия информации в области компьютерных наук..... 541

C O N T E N T S

EDITORIAL

Dmitriev A. S. Forty years of the Dmitriev–Kislov ring oscillator model..... 423

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

Martyshekin A. A., Sadovnikov A. V. Nonlinear regimes of spin wave propagation in a waveguide with a one-dimensional hole array..... 428

INNOVATIONS IN APPLIED PHYSICS

Zimnyakov D. A., Alonova M. V., Skripal An. V., Inkin M. G., Zaitsev S. S., Feodorova V. A. Polarization- and CGR-based binary representations as identifiers of the nucleotide sequences in bioinformatics 439

NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE

Zimin I. A., Kazantsev V. B., Stasenko S. V. Artificial neural network with dynamic synapse model..... 460

Nuidel I. V., Kolosov A. V., Permyakov S. A., Egorov I. S., Polevaya S. A., Yakhno V. G. Mathematical model for controlling brain neuroplasticity during neurofeedback..... 472

Shusharina N. N. Efficiency of convolutional neural networks of different architecture for the task of depression diagnosis from EEG data 492

Pavlov A. N. Studying electrical activity of the brain within the concept of coordination of rhythmic processes..... 511

NONLINEAR WAVES. SOLITONS. AUTOWAVES. SELF-ORGANIZATION

Mogilevich L. I., Blinkov Yu. A., Popova E. V., Popov V. S. Solitary deformation waves in two coaxial shells made of material with combined nonlinearity and forming the walls of annular and circular cross-section channels filled with viscous fluid 521

SCIENCE FOR EDUCATION. METHODOLOGICAL PAPERS. HISTORY. PERSONALIA

Kuzenkov O. A. Definition of information in computer science 541



Сорок лет модели кольцевого генератора Дмитриева–Кислова

А. С. Дмитриев

Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Москва, Россия

E-mail: chaos@cplire.ru

Поступила в редакцию 1.07.2024, опубликована 31.07.2024

Для цитирования: Дмитриев А. С. Сорок лет модели кольцевого генератора Дмитриева–Кислова // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 423–427. DOI: 10.18500/0869-6632-003119. EDN: KUIFZS

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Создание этой модели генератора с полутора степенями свободы, содержащей единственный нелинейный элемент с симметричной характеристикой, было непосредственно связано с предшествующими работами в ИРЭ АН СССР по генераторам шумов на основе ламп бегущей волны — «шумотронам». На первом этапе исследований природа шумовых колебаний была загадочна, и в авторском свидетельстве на «шумотрон» [1] рассмотрение физики появления шумов в вакуумных устройствах ограничилось некоторыми правдоподобными рассуждениями.

Однако вскоре в работах [2, 3] теоретически и экспериментально было установлено и доказано, что возникновение шумовых колебаний в автоколебательных системах с запаздывающей обратной связью (типа шумотрона) определяется не флуктуациями и раскачкой тепловых шумов, а их нелинейными динамическими свойствами. Таким образом, эти колебания оказались не шумовыми, а шумоподобными, порождаемыми собственной динамикой автоколебательных систем. Ключевым моментом в выяснении физики возникновения шумоподобных колебаний послужило построение и исследование в работах [2, 3] простой математической модели шумотрона, динамика которой демонстрирует сложное неперiodическое поведение. Сначала такое поведение называли стохастическими колебаниями, а позднее стали называть хаотическими колебаниями, или динамическим хаосом.

Математическая модель шумотрона строится на основе его структурной схемы, состоящей из нелинейного усилителя с характеристикой $F(X)$, линии задержки с временем запаздывания T и фильтра Φ (рис. 1, а). Если фильтр представляет собой колебательный контур с добротностью Q , состоящий из емкости, индуктивности и сопротивления (однозвенный RLC -фильтр), модель описывается дифференциально-разностным уравнением

$$\ddot{Z} + \frac{\dot{Z}}{Q} + Z = F(Z(t - T)). \quad (1)$$

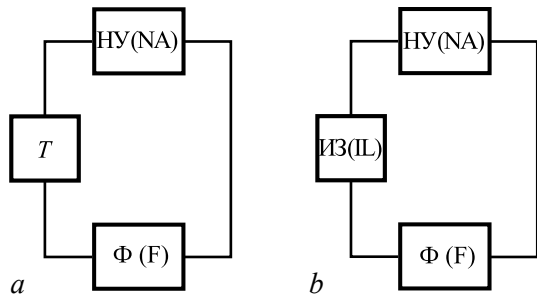


Рис. 1. Блок-схемы генератора с запаздывающей обратной связью (а) и генератора с инерционным запаздыванием (b). НУ — нелинейный усилитель; Т — задержка; Ф — фильтр; ИЗ — инерционное звено

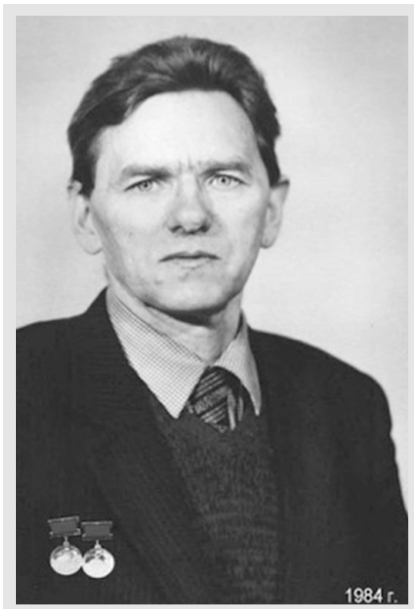
Fig. 1. Block diagrams of a generator with delayed feedback (a) and a generator with inertial delay (b). NA — nonlinear amplifier; T — delay; F — filter; IL — inertial link

Такая модель в виде кольцевого автогенератора с полутора степенями свободы была предложена А. С. Дмитриевым и В. Я. Кисловым [4, 5]. За основу была взята модель шумотрона (1). Переход от распределенной модели, описываемой дифференциально-разностным уравнением, к конечномерной модели осуществлялся путем замены запаздывания на инерционный элемент первого порядка (рис. 1, b). В результате была получена математическая модель автоколебательной системы с полутора степенями свободы — простейший конечномерный аналог модели шумотрона:

$$T\dot{X} + X = F(Z), \quad \ddot{Z} + \frac{\dot{Z}}{Q} + Z = X$$

или

$$T\dot{X} + X = F(Z), \quad \dot{Y} = X - Z, \quad \dot{Z} = Y - \frac{Z}{Q}.$$
(2)



Владимир Яковлевич Кислов
Vladimir Yakovlevich Kislov

Чаще всего в качестве нелинейной функции используется $F(Z, M) = MZ \exp(-Z^2)$, где параметр M — коэффициент усиления в линейном режиме.

Модель, описываемая уравнением (1), с математической точки зрения представляет динамическую систему с бесконечным числом степеней свободы, хотя физическое число степеней свободы ограничено и составляет $N \sim \Delta f T$, где Δf — полоса пропускания фильтра.

Разработка нового поколения генераторов хаоса на твердотельной элементной базе в начале 1980-х годов потребовала создания модельных электронных генераторов хаоса с сосредоточенными параметрами и минимальным числом степеней свободы.

В (2) X характеризует сигнал на выходе инерционного элемента, а Z — на входе усилителя. Параметры T и Q определяют соответственно время релаксации инерционного элемента и добротность RLC -фильтра, а параметр M задает коэффициент усиления.

Вследствие того, что характеристика усилителя выбрана симметричной, система остается инвариантной относительно замены $(X, Y, Z) \rightarrow (-X, -Y, -Z)$. Поэтому аттрактор может либо удовлетворять условию симметрии и переходить в себя при указанной замене, либо, будучи несимметричным, иметь симметрично расположенную копию.

При переходе параметра M через бифуркационное значение $M_0 = 1$ в системе происходит бифуркация — потеря устойчивости положения равновесия в начале координат. В результате рождается пара симметрично расположенных устойчивых состояний равновесия $Z = Y = \pm \sqrt{\ln M}$,

которые с ростом M удаляются от начала координат. При следующем критическом значении $M = M_1$ оба эти положения равновесия теряют устойчивость и становятся неустойчивыми фокусами. В окрестности каждого равновесия рождается предельный цикл. Эти два цикла симметричны друг другу. При дальнейшем увеличении параметра M происходит каскад бифуркаций удвоения периода и переход к хаосу, причем аттрактор похож на аттрактор Рёсслера. Затем, при достаточно больших M , происходит объединение двух симметричных друг другу аттракторов и образование единого симметричного аттрактора. О характерных режимах в системе можно судить по эволюции фазового портрета аттрактора, представленной на рис. 2.

Вскоре кольцевой автогенератор был реализован в виде аналоговой электронной схемы, и на его основе был создан первый макет схемы передачи звуковой и музыкальной информации с использованием динамического хаоса (рис. 3) [6–8].

В дальнейшем модель кольцевого автогенератора с полутора степенями свободы была обобщена на многомерные модели, которые использовались и продолжают использоваться для изучения хаотических колебаний различной размерности [5, 9, 10]. В частности, с помощью разработанной на основе моделей повышенной размерности аналитическо-вычислительной теории генерации хаоса была установлена возможность формирования спектра мощности генерируемых хаотических колебаний заданной формы и в заданном частотном диапазоне [9, 10].



Александр Сергеевич Дмитриев
Alexander Sergeevich Dmitriev

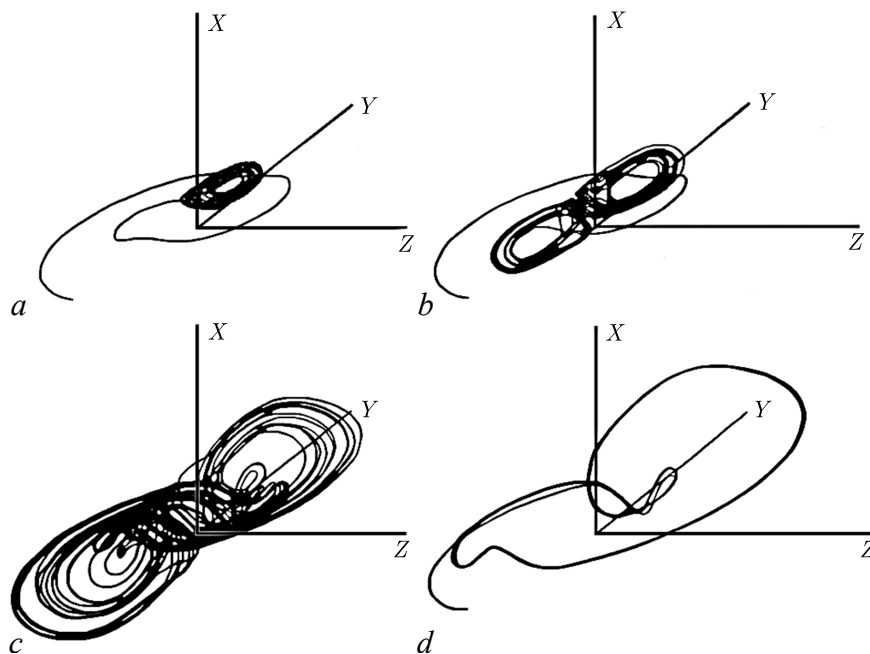


Рис. 2. Эволюция аттрактора с увеличением коэффициента усиления: $M = 3.5$ (a), 5 (b), 12 (c), 16 (d); $T = 2$, $Q = 10$
Fig. 2. Evolution of the attractor with increasing gain: $M = 3.5$ (a), 5 (b), 12 (c), 16 (d); $T = 2$, $Q = 10$

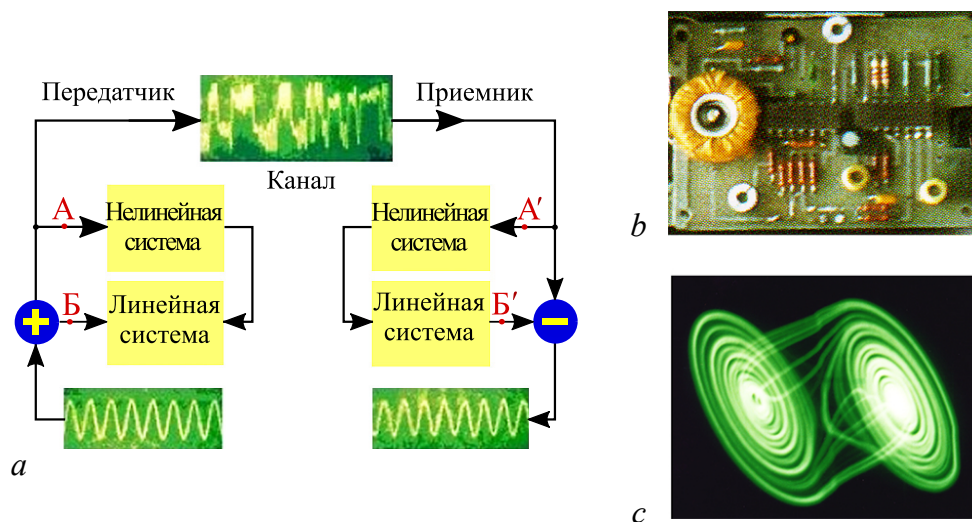


Рис. 3. Эксперименты по передаче звуковой информации в системе с нелинейным подмешиванием (1994 год): *a* — схема передачи; *b* — передатчик системы на основе кольцевого генератора хаоса с 1.5 степенями свободы; *c* — фазовый портрет сигнала в канале при передаче звукового сигнала

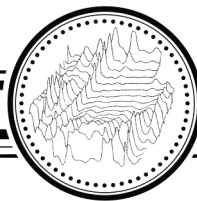
Fig. 3. Experiments on the transmission of sound information in a system with nonlinear mixing (1994): *a* — transmission scheme; *b* — transmitter of a system based on a ring chaos oscillator with 1.5 degrees of freedom; *c* — phase portrait of the signal in the channel when transmitting an audio signal

В наши дни исследования по генерации хаоса в конечномерных кольцевых автоколебательных системах продолжают развиваться и использоваться для создания твердотельных генераторов хаоса на сосредоточенных элементах с заданными спектральными характеристиками в радио-, СВЧ- и КВЧ-диапазонах частот [11]. Упомянутые генераторы являются ключевыми компонентами для сверхширокополосных прямохаотических приемопередатчиков [12–14], эффективных малогабаритных источников радиосвета [15–18] и других применений высокочастотного электромагнитного динамического хаоса.

Список литературы

1. Кислов В. Я., Мясин Е. А., Богданов Е. В. Способ генерирования электромагнитных шумовых колебаний: АС. 1125735 СССР; заявл. 29.12.1982; приор. 31.07.1967, СССР; опубл. 23.11.1984, Бюл. Изобретений № 43, 1984.
2. Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А. Исследование стохастических автоколебательных процессов в автогенераторах с запаздыванием // РЭ. 1979. Т. 24, № 6. С. 1118–1130.
3. Кислов В. Я. Теоретический анализ шумовых колебаний в электронно-волновых системах // РЭ. 1980. Т. 25, № 8. С. 1683–1690.
4. Дмитриев А. С., Кислов В. Я. Стохастические колебания в автогенераторе с инерционным запаздыванием первого порядка // РЭ. 1984. Т. 20, № 12. С. 2389–2398.
5. Дмитриев А. С., Кислов В. Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 278 с.
6. Дмитриев А. С., Панас А. И., Старков С. О. Эксперименты по передаче музыкальных и речевых сигналов с использованием динамического хаоса: препринт Рос. АН, Ин-т радиотехники и электрон. № 12(600). М.: ИПЭ РАН, 1994. 42 с.
7. Dmitriev A. S., Panas A. I., and Starkov S. O. Experiments on speech and music signals transmission using chaos // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1995. Vol. 5, No. 4. P. 1249–1254.

8. *Дмитриев А. С., Панас А. И.* Динамический хаос: Новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002. 251 с.
9. *Бельский Ю. Л., Дмитриев А. С., Панас А. И., Старков С. О.* Синтез полосовых хаотических сигналов в автоколебательных системах // РЭ. 1992. Т. 37, № 4. С. 660–670.
10. *Dmitriev A. S., Panas A. I., Starkov S. O.* Ring oscillating systems and their application to the synthesis of chaos generators // Int. J. of Bifurcation and Chaos. 1996. Vol. 6, No. 5. P. 851–865.
11. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Максимов Н. А., Панас А. И.* Генерация хаоса М.: ТЕХНОСФЕРА, 2012. 423 с.
12. *Дмитриев А. С., Панас А. И., Старков С. О., Андреев Ю. В., Кузьмин Л. В., Кяргинский Б. Е., Максимов Н. А.* Способ передачи информации с помощью хаотических сигналов: патент РФ № 2185032; приор. 27.07.2000; заявл. 06.10.2000; опубл. 10.07.2002.
13. *Дмитриев А. С., Кяргинский Б. Е., Панас А. И., Старков С. О.* Прямохаотические схемы передачи информации в сверхвысокочастотном диапазоне // РЭ. 2001. Т. 46, № 2. С. 224–233.
14. *Dmitriev A. S., Kyarginsky B. Ye., Panas A. I., Starkov S. O.* Experiments on ultra wideband direct chaotic information transmission in microwave band // Int. J. Bifurcation & Chaos. 2003. Vol. 13, No. 6. P. 1495–1507.
15. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В.* Источники радиоосвещения на основе сверхширокополосных микрогенераторов хаотических колебаний // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42, № 24. С. 49–57.
16. *Дмитриев А. С., Ефремова Е. В., Герасимов М. Ю., Ицков В. В.* Радиоосвещение на основе сверхширокополосных генераторов динамического хаоса // РЭ. 2016. Т. 61, № 11. С. 1073–1083.
17. *Андреев Ю. В., Гуляев Ю. В., Дмитриев А. С., Ефремова Е. В. и др.* Процессы передачи и обработки информации в системах со сложной динамикой. М.: ТЕХНОСФЕРА, 2019. 319 с.
18. *Dmitriev A. S., Efremova E. V., Ryzhov A. I., Petrosyan M. M., Itskov V. V.* Artificial radio lighting with sources of microwave dynamic chaos // Chaos. 2021. Vol. 31. P. 063135.



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 537.611.2

DOI: 10.18500/0869-6632-003108
EDN: ВКПСЦ

Нелинейные режимы распространения спиновых волн в волноводе с одномерным массивом отверстий

А. А. Мартышкин✉, А. В. Садовников

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, Россия

E-mail: ✉aamartyshkin@gmail.com, sadovnikovav@gmail.com

Поступила в редакцию 11.07.2023, принята к публикации 19.02.2024,
опубликована онлайн 3.07.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель. Исследование пространственно-частотной селекции сигнала в системе магнитных микроволноводов, разделенных между собой одномерным массивом отверстий в линейном и нелинейном режимах работы с помощью численных и экспериментальных методов. Методы. Микромагнитное моделирование спин-волнового транспорта в ферромагнитных пленках. Получение S-параметров спиновых волн, распространяющихся в тангенциально намагниченной структуре с помощью векторного анализатора цепей. Результаты. С помощью микромагнитного моделирования продемонстрированы пространственно-селективные свойства структуры в линейном и нелинейном режимах распространения спиновых волн. С помощью векторного анализатора выявлен механизм управления частотным диапазоном зон непропускания спин-волнового сигнала. Заключение. Волноведущая система латерально связанных волноводов, разделенная одномерным массивом отверстий, может быть использована в качестве функционального элемента в планарных топологиях магнанных сетей и устройств параллельной обработки сигналов на их основе.

Ключевые слова: спиновые волны, магнетика, спинтроника, нелинейность, латеральные волноводы, магнанный кристалл.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект #20-79-10191).

Для цитирования: Мартышкин А. А., Садовников А. В. Нелинейные режимы распространения спиновых волн в волноводе с одномерным массивом отверстий // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 428–438. DOI: 10.18500/0869-6632-003108. EDN: ВКПСЦ

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Nonlinear regimes of spin wave propagation in a waveguide with a one-dimensional hole array

A. A. Martyshkin[✉], A. V. Sadovnikov

Saratov State University, Russia

E-mail: ✉aamartyshkin@gmail.com, sadovnikovav@gmail.com

Received 11.07.2023, accepted 19.02.2024, available online 3.07.2024, published 31.07.2024

Abstract. *Purpose.* Investigation of spin-wave signal passage in a system of magnetic microwaves separated from each other by a one-dimensional array of holes. Using numerical and experimental methods to show controlled spatial-frequency selection of the signal in linear and nonlinear modes of operation. *Methods.* Micromagnetic modeling of the spatial intensity distributions of spin waves. Obtaining S-parameters of spin waves propagating in a tangentially magnetized structure using a vector circuit analyzer. *Results.* The spatially selective properties of the structure in linear and nonlinear modes are demonstrated using micromagnetic modeling. A mechanism for controlling the frequency range of the Bragg zone is revealed using a vector analyzer. *Conclusion.* The proposed structure can be used as a functional element in planar topologies of magnon networks and parallel signal processing devices based on them.

Keywords: spin waves, magnonics, spintronics, nonlinearity, lateral waveguides, magnonic crystal.

Acknowledgements. This work was supported by Russian Science Foundation (Project #20-79-10191).

For citation: Martyshkin AA, Sadovnikov AV. Nonlinear regimes of spin wave propagation in a waveguide with a one-dimensional hole array. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2024;32(4):428–438. DOI: 10.18500/0869-6632-003108

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Исследования волновых процессов в магнитных материалах в физике конденсированного состояния показали существование магнонов и их коллективных возбуждений — спиновых волн (СВ) [1, 2]. Развитие технологий структурирования магнитных пленок позволило широко использовать микро- и наноструктуры для создания магнитных логических устройств, передающих сигналы, закодированные в амплитуде и/или фазе спиновых волн [3–5]. По аналогии с интегральными схемами, основанными на комплементарной структуре металл–оксид–полупроводник (КМОП) [6, 7], устройства, основанные на магнонных принципах, могут быть соединены между собой магнитными волноводами, образуя магнонную вычислительную сеть [8, 9].

Магнонные сети функциональных логических элементов могут использоваться для маршрутизации и обработки информации, обеспечивая дополнительные преимущества энергонезависимости, низкой рабочей мощности и отсутствия джоулевого нагрева [10]. Затухание СВ представляет собой критическое препятствие для создания магнонных сетей, поскольку ограничивает пространственную протяженность масштабами, сравнимыми или меньшими длинами распространения СВ. Миниатюризация магнонных устройств является следствием ограничения масштабируемости магнонных схем. Использование пленок железо-иттриевого граната (ЖИГ), в которых СВ могут распространяться на расстояния до нескольких миллиметров, является шагом к преодолению ограничений масштабируемости [11]. Однако однонаправленная передача сигналов в поперечно-ограниченных магнитных волноводах является препятствием для миниатюризации, что заставляет искать новые концепции устройств. Примером преодоления ограничений является создание устройств с управляемой передачей спин-волновых сигналов на основе структурированных магнитных пленок путём изменения геометрических параметров магнонных структур [12], изменения ориентации и величины внешнего магнитного поля [13], создания метаповерхностей [14] и т. д.

Периодическая перекачка мощности сигналов в латерально связанных магнитных волноводах, основанная на эффекте дипольной связи, может быть использована для реализации режимов пространственной селекции СВ [5, 15, 16]. Магنونные кристаллы (МК) представляют собой структуры с периодической модуляцией структурных или материальных параметров магнитных материалов, демонстрирующих спектры СВ с разрешенными частотными полосами пропускания и запрещенными зонами [17, 18]. Большинство исследуемых МК состоит из массивов магнитных полос [19], модулированных волноводах [20], магнитных наноточек [21] или структур с периодическим массивом отверстий [22]. Латерально связанные магнитные волноводы и магнотно-кристаллические структуры с одномерным массивом отверстий просты в изготовлении [22] и подробно исследованы в литературе [23].

Объединение концептуальных идей магнотного кристалла и латерально связанных магнитных волнопроводов в одном устройстве позволяет осуществлять пространственно-частотную селекцию СВ [24]. В латерально связанных волноводах, разделенных одномерным массивом отверстий, пространственно-частотная селекция спин-волновых сигналов осуществляется на основе эффектов брэгговского отражения СВ от периодической неоднородности и периодической перекачки мощности между полосками в одной структуре. В работе [24] мы показали, что управление спин-волновым транспортом можно осуществить путём изменения угла намагничивания структуры. Нелинейный режим распространения СВ можно использовать в качестве альтернативного метода управления пространственно-частотной селекцией сигналов [25, 26].

Целью данной работы является исследование режимов линейного и нелинейного распространения СВ в системе магнитных латеральных полосок, разделенных одномерным массивом отверстий. Методом микромагнитного моделирования показано статическое распределение внутреннего магнитного поля. Продемонстрированы линейные и нелинейные режимы пространственно-частотной селекции СВ. В работе радиофизическим методом с помощью векторного анализатора цепей получены S-параметры в линейном и нелинейном режимах передачи спин-волнового сигнала. Показана возможность управления частотной полосой непрохождения сигналов в случае нелинейного распространения СВ.

1. Микромагнитное моделирование

Для получения статического распределения внутреннего магнитного поля в латерально связанных волноводах, разделенных одномерным массивом отверстий, было проведено микромагнитное исследование в программном пакете *MuMax3* [27]. На рис. 1, а показано схематическое изображение исследуемой структуры. Магнитные полоски G_1 и G_2 (см. рис. 1, а) образуют латерально расположенные волноводы шириной $w_1 = w_2 = 200$ мкм. Массив отверстий, разделяющий волноводы G_1 и G_2 , представляет собой одномерную периодическую последовательность цилиндрических антиоточек диаметром $D = 75$ мкм с периодом $2 \times D$. Расстояние между волноводами G_1 и G_2 в областях без антиоточек совпадает с диаметром отверстий, так что спин-волновая дипольная связь возникает только в области периодической неоднородности. Было численно решено уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта [28]

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{M}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right], \quad (1)$$

которое описывает прецессию вектора намагниченности \mathbf{M} в эффективном магнитном поле $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{demag}} + \mathbf{H}_{\text{ex}} + \mathbf{H}_a$, где \mathbf{H}_0 – внешнее магнитное поле, $\mathbf{H}_{\text{demag}}$ – размагничивающее поле, \mathbf{H}_{ex} – обменное поле и \mathbf{H}_a – поле анизотропии. Компоненты, входящие в поле \mathbf{H}_{eff} , вычисляются по методике, представленной в [27]. Материальные параметры исследуемой структуры, такие как обменная константа $A_{\text{ex}} = 3 \times 10^7$ эрг/см и безразмерный параметр затухания $\alpha = 10^{-5}$, соответствуют железо-иттриевому гранату (ЖИГ [YIG], $\text{Y}_3\text{Fe}_2(\text{FeO}_4)_3$). Значение

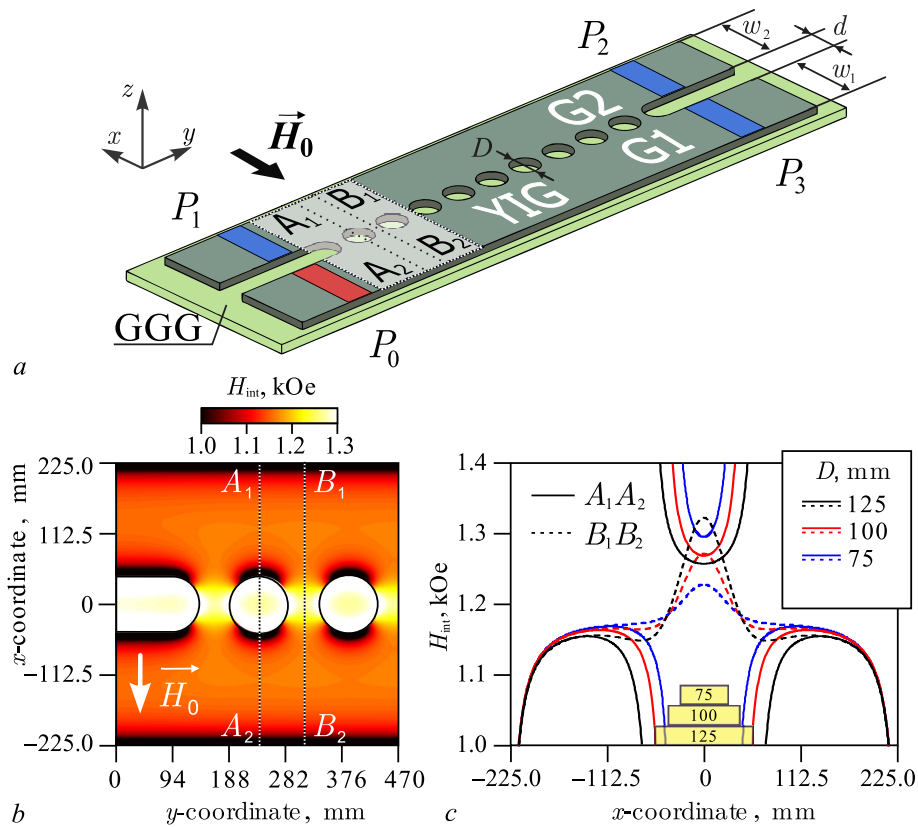


Рис. 1. *a* – Схематическое изображение латеральных микроволноводов, соединенных одномерным массивом отверстий. *b* – Распределение внутреннего магнитного поля в структуре. *c* – Распределение внутреннего магнитного поля в сечениях A_1A_2 и B_1B_2 (цвет онлайн)

Fig. 1. *a* – Schematic demonstration of lateral microwaveguides separated by a one-dimensional array of holes. *b* – Distribution of the internal magnetic field. *c* – Distribution of the internal magnetic field in cross sections A_1A_2 and B_1B_2 (color online)

параметра намагниченности насыщения задано равным $4\pi M_s = 1750$ Гс. Магнитокристаллическая анизотропия ЖИГ пренебрежимо мала по сравнению с анизотропией формы, поэтому поле анизотропии полагалось равным $\mathbf{H}_a = 0$. Однородное внешнее магнитное поле \mathbf{H}_0 было направлено параллельно оси x во всех измерениях и расчетах. Полученные карты распределения внутреннего магнитного поля в области входных секций латерально связанных волноводов G_1 и G_2 и двух периодов магнито-кристаллической структуры показаны на рис. 1, *b*. Видно, что размагничивание в области отверстий приводит к сильной неоднородности внутреннего магнитного поля $|\mathbf{H}_{\text{int}}(x, y)| = |\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{demag}} + \mathbf{H}_{\text{ex}}|$. На рис. 1, *c* показано распределение внутреннего магнитного поля в сечениях A_1A_2 и B_1B_2 . Можно отметить, что распределение внутреннего поля в сечении A_1A_2 имеет вид, соответствующий случаю двух латерально связанных ЖИГ, микроволноводов, расположенных на расстоянии, равном величине диаметра антиточки. Данные, полученные в сечении B_1B_2 , демонстрируют увеличение внутреннего магнитного поля в центре структуры, что связано с неоднородностью, вызванной близким расположением границ антиточек.

Микромагнитное моделирование позволяет численно решить задачу о возбуждении и распространении спиновых волн в магнитных структурах [12]. Прямоугольный источник возбуждения спин-волнового сигнала P_0 шириной 30 мкм был расположен в начале волновода G_1 . Входной спин-волновой сигнал возбуждался путём приложения динамического магнитного поля $b_z(t) = b_0 \sin(2\pi ft)$ с амплитудой $b_0 = 10$ мЭ и частотой f . Детектирующие области располагались на выходах структуры P_1, P_2, P_3 . Для уменьшения отражений СВ от границ расчетной

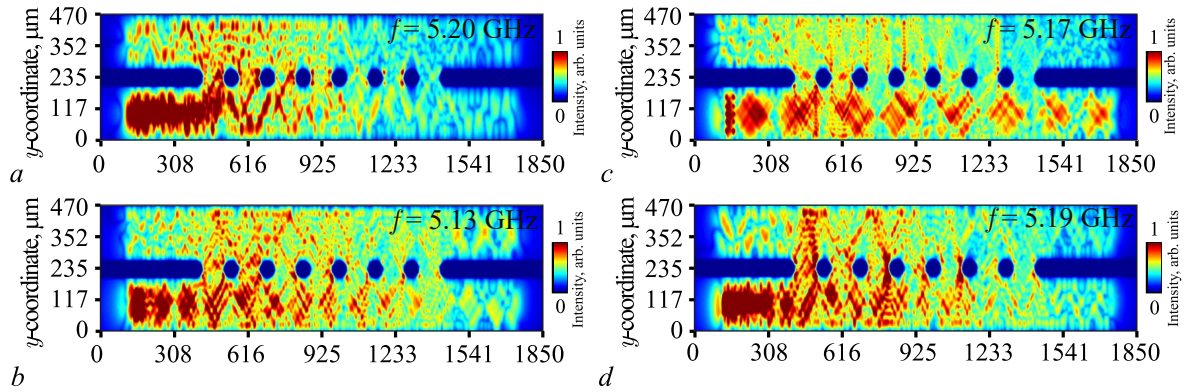


Рис. 2. Результаты численного моделирования в виде пространственного распределения интенсивности спиновой волны $I(x, z)$ при различных частотах возбуждения сигнала (указаны на рисунке) в линейном (a–c) и нелинейном (d) режимах (цвет онлайн)

Fig. 2. Spatial distribution of the spin wave intensity $I(x, z)$ at different signal excitation frequencies (indicated in the figure) in the linear (a–c) and nonlinear (d) regimes obtained by numerical simulation (color online)

области на концах структуры были введены поглощающие слои (см. рис. 1) с экспоненциально возрастающим в направлении границы коэффициентом затухания $\alpha = 10^{-5} \dots 1$ [29, 30]. Конфигурация внешнего магнитного поля H_0 и направление распространения СВ вдоль оси y соответствуют обратным объемным магнитостатическим спиновым волнам (ОМСВ) [31].

Массивы данных динамических компонент намагниченности $m_{x,y,z}$, полученные после решения численной задачи, были использованы для построения двумерных карт распределения интенсивности СВ $I(x, z) = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ (рис. 2). Линейный режим распространения СВ соответствовал уровню мощности подаваемого сигнала $P_0 = -20$ дБм, а нелинейный режим $P_0 = 26$ дБм. Характерные линейные режимы работы структуры, в которых осуществляется ответвление спин-волнового сигнала в области P_1, P_2, P_3 , показаны на рис. 2, a–c. При возбуждении СВ на частоте $f = 5.2$ ГГц спин-волновой сигнал ответвляется в канал P_1 (см. рис. 2, a). Режим приёма сигнала в канале P_2 осуществляется на частоте $f = 5.13$ ГГц (см. рис. 2, b). На частоте $f = 5.17$ ГГц спин-волновой сигнал распространяется вдоль волновода G_1 и большая часть мощности детектируется в канале P_3 (см. рис. 2, c). При возбуждении сигнала, соответствующего мощности на антенне $P_0 = 26$ дБм на частоте $f = 5.19$ ГГц, распределение интенсивности СВ позволяет говорить о режиме ответвления сигнала в два канала — P_1 и P_3 (рис. 2, d). В нелинейном режиме распространения спин-волнового сигнала в исследуемой структуре возможным оказывается осуществление режима «защищенный порт», когда мощность возбуждаемого сигнала ответвляется во все порты, кроме одного.

2. Экспериментальное исследование

Для проведения экспериментального исследования был создан макет исследуемой структуры из монокристаллической пленки ЖИГ [YIG, $\text{Y}_3\text{Fe}_2(\text{FeO}_4)_3$ (111)], выращенной на подложке галлий-гадолиниевого граната [GGG, $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$]. Толщина ЖИГ с намагниченностью насыщения $4\pi M_s = 1750$ Гс составляла 10 мкм. Ширина линии ферромагнитного резонанса для ЖИГ составляла 0.5 Э. Методом локальной лазерной абляции на основе волоконного Nd:YAG лазера с модулем 2D гальванометрического сканирования (Cambridge Technology 6240H), работающего в импульсном режиме с длительностью импульса 50 нс и энергией 50 мДж, была сформирована геометрия структуры. Отверстия на поверхности пленки ЖИГ выполнены до подложки, то есть глубиной 10 мкм.

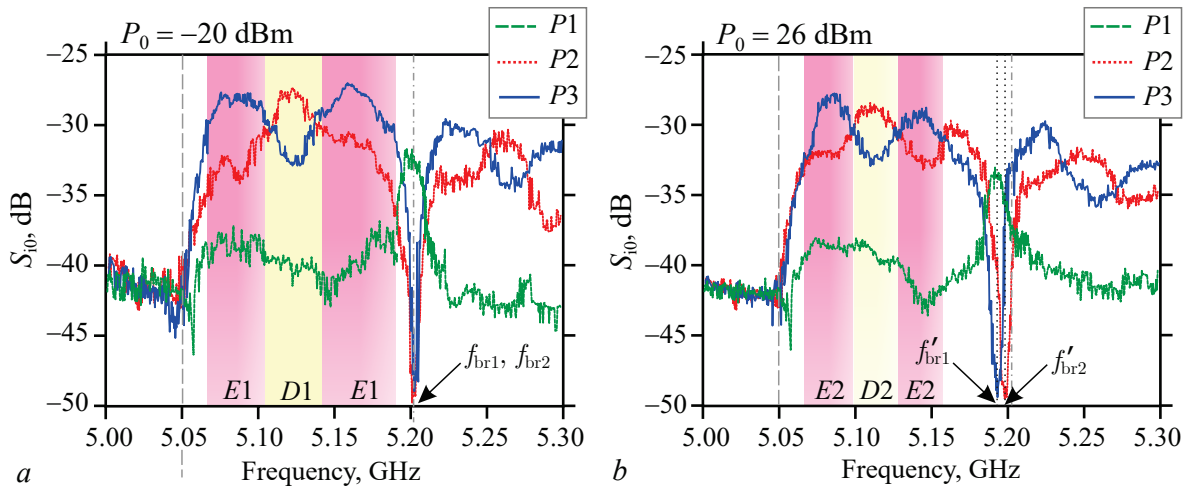


Рис. 3. Частотная зависимость модуля коэффициентов S_{j0} в линейном (а) и нелинейном (б) режимах (цвет онлайн)
 Fig. 3. Frequency dependence of the magnitude of the S_{j0} coefficients in the linear (a) and nonlinear (b) modes (color online)

Экспериментальное исследование распространения спин-волнового сигнала в изготовленной структуре было проведено методом микроволновой спектроскопии — путем использования микрополосковой линии передачи с антеннами шириной 30 мкм. При этом было проведено измерение S -параметров на векторном анализаторе цепей Agilent Technologies PNA Network Analyzer E8362C. Получена частотная зависимость параметров S_{j0} , соответствующих приему сигнала на микрополосковом преобразователе P_j ($j = 1, 2, 3$) при возбуждении сверхвысокочастотного (СВЧ) сигнала микрополоском P_0 в линейном (см. рис. 3, а) и нелинейном (см. рис. 3, б) режимах.

На рис. 3 цветом отмечены частотные диапазоны D_1 , D_2 , которые демонстрируют режимы перекачки спин-волнового сигнала в волновод G_2 . При этом видно, что большая часть мощности спин-волнового сигнала ответвляется в порт P_2 . Области частот, отмеченные E_1 , E_2 , соответствуют режиму распространения сигнала вдоль микроволновода G_1 , при этом большая часть мощности ответвляется в канал P_3 . Из анализа положения провалов на амплитудно-частотных характеристиках видно, что в линейном режиме на частотах f_{br1}, f_{br2} , соответствующих условиям брэгговского резонанса, наблюдается ответвление сигнала в канал P_1 . При этом можно заметить формирование частотной области непропускания сигнала для выходов P_2 и P_3 , что косвенно подтверждает формирование волны в микроволноводе G_2 , бегущей в противоположном направлении относительно возбуждаемой в волноводе G_1 спиновой волны. В нелинейном режиме распространения СВ происходит смещение частотной полосы непрохождения сигнала с центральной частотой f'_{br1} вниз на величину ~ 10 МГц относительно f'_{br2} . В случае нелинейного режима распространения СВ оказывается возможным одновременное ответвление сигнала в каналы P_1 , P_2 на частоте f'_{br1} . В то же время детектируемая зона непрохождения f'_{br2} на порте P_2 смещается на ~ 2 МГц относительно f_{br1} , что можно считать незначительным при ширине полосы непрохождения 15 МГц, определяемой по уровню -35 дБ (на 5 дБ ниже уровня основания пика непрохождения). При этом важно отметить, что для пика, соответствующего прохождению сигнала в порт P_1 , значение частоты совпадает с f'_{br1} .

Таким образом, в линейном режиме на частоте f_{br1} сигнал, возбуждаемый на антенне порта P_0 , ответвляется только в порт P_1 , в то время как для нелинейного случая на частоте f'_{br1} мощность входного сигнала делится между портами P_1 и P_2 в отношении $\Delta P = 1.78$. При возбуждении СВ на частоте f'_{br2} спин-волновой сигнал будет ответвляться в канал P_2 и P_3 .

Заключение

С помощью численных и экспериментальных методов показано, что магنونная волноведущая структура, объединяющая в себе идеи магнонного кристалла и латеральных микроволноводов, обеспечивает возможность управления спин-волновым транспортом при линейных и нелинейных режимах распространения. С помощью микромагнитного моделирования показаны режимы пространственно-частотной селекции спин-волнового сигнала. Показан механизм управления спектральными характеристиками в нелинейном режиме распространения СВ за счёт изменения частотного диапазона зоны Брэгга. Предложенная структура с периодическим массивом отверстий может быть использована для создания управляемых спин-волновых демультиплексоров, делителей мощности и ответвителей СВЧ-сигнала.

Список литературы

1. Bloch F. Zur Theorie des Ferromagnetismus // Zeitschrift für Physik. 1930. Vol. 61. P. 206–219. DOI: 10.1007/BF01339661.
2. Гуревич А. Г., Мелков Г. А. Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994. 464 с.
3. Khitun A., Bao M., Wang K.L. Magnonic logic circuits // Journal of Physics D: Applied Physics. 2010. Vol. 43, no. 26. P. 264005. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264005.
4. Au Y., Dvornik M., Dmytriiev O., Kruglyak V.V. Nanoscale spin wave valve and phase shifter // Applied Physics Letters. 2012. Vol. 100, iss. 17. P. 172408. DOI: 10.1063/1.4705289.
5. Sadovnikov A. V., Beginin E. N., Sheshukova S. E., Romanenko D. V., Sharaevsky Y. P., Nikitov S. A. Directional multimode coupler for planar magnonics: Side-coupled magnetic stripes // Applied Physics Letters. 2015. Vol. 107, iss. 20. P. 202405. DOI: 10.1063/1.4936207.
6. Wang Q., Kewenig M., Schneider M., Verba R., Kohl F., Heinz B., Geilen M., Mohseni M., Lägell B., Ciubotaru F., Adelman C., Dubs C., Cotofana S. D., Dobrovolskiy O. V., Brächer T., Pirro P., Chumak A. V. A magnonic directional coupler for integrated magnonic half-adders // Nature Electronics. 2020. Vol. 3, no. 12. P. 765–774. DOI: 10.1038/s41928-020-00485-6.
7. Csaba G., Papp Á., Porod W. Perspectives of using spin waves for computing and signal processing // Physics Letters A. 2017. Vol. 381, iss. 17. P. 1471–1476. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.02.042.
8. Barman A., Gubbiotti G., Ladak S., Adeyeye A. O., Krawczyk M., Gräfe J., Adelman C., Cotofana S., Naeemi A., Vasyuchka V.I., Hillebrands B., Nikitov S. A., Yu H., Grundler D., Sadovnikov A. V., Grachev A. A., Sheshukova S. E., Duquesne J.-Y., Marangolo M., Csaba G., Porod W., Demidov V. E., Urazhdin S., Demokritov S. O., Albisetti E., Petti D., Bertacco R., Schultheiss H., Kruglyak V. V., Poimanov V. D., Sahoo S., Sinha J., Yang H., Münzenberg M., Moriyama T., Mizukami S., Landeros P., Gallardo R. A., Carlotti G., Kim J.-V., Stamps R. L., Camley R. E., Rana B., Otani Y., Yu W., Yu T., Bauer G. E. W., Back C., Uhrig G. S., Dobrovolskiy O. V., Budinska B., Qin H., van Dijken S., Chumak A. V., Khitun A., Nikonov D. E., Young I. A., Zingsem B. W. and Winklhofer M. The 2021 magnonics roadmap // Journal of Physics: Condensed Matter. 2021. Vol. 33. P. 413001. DOI: 10.1088/1361-648X/abec1a.
9. Wang Q., Csaba G., Verba R., Chumak A. V., Pirro P. Perspective on Nanoscaled Magnonic Networks // arXiv:2311.06129, 2023. 9 p. DOI: 10.48550/arXiv.2311.06129.
10. Demidov V. E., Urazhdin S., Anane A., Cros V., Demokritov S. O. Spin-orbit-torque magnonics // Journal of Applied Physics. 2020. Vol. 127, iss. 17. P. 170901. DOI: 10.1063/5.0007095.
11. Chumak A. V., Vasyuchka V. I., Serga A. A., Hillebrands B. Magnon spintronics // Nature Physics. 2015. Vol. 11. P. 453–461. DOI: 10.1038/nphys3347.
12. Sadovnikov A. V., Davies C. S., Kruglyak V. V., Romanenko D. V., Grishin S. V., Beginin E. N., Sharaevskii Y. P., Nikitov S. A. Spin wave propagation in a uniformly biased curved magnonic

- waveguide // *Physical Review B*. 2017. Vol. 96, iss. 6. P. 060401(R). DOI: 10.1103/PhysRevB.96.060401.
13. *Kostylev M., Schrader P., Stamps R. L., Gubbiotti G., Carlotti G., Adeyeye A. O., Goolaup S., Singh N.* Partial frequency band gap in one-dimensional magnonic crystals // *Applied Physics Letters*. 2008. Vol. 92, iss. 13. P. 132504–132504-3. DOI: 10.1063/1.2904697.
 14. *Evelt M., Ochoa H., Dzyapko O., Demidov V.E., Yurgens A., Sun J., Tserkovnyak Y., Bessonov V., Rinkevich A. B., Demokritov S. O.* Chiral charge pumping in graphene deposited on a magnetic insulator // *Physical Review B*. 2017. Vol. 95, iss. 2. P. 024408. DOI: 10.1103/PhysRevB.95.024408.
 15. *Odintsov S.A., Sadovnikov A.V., Grachev A.A., Beginin E.N., Sharaevskii Y.P., Nikitov S.A.* Spatial-frequency selection of magnetostatic waves in a two-dimensional magnonic crystal lattice // *JETP Letters*. 2016. Vol. 104, iss. 8. P. 563–567. DOI: 10.1134/S0021364016200121.
 16. *Collet M., Gladii O., Evelt M., Bessonov V., Soumah L., Bortolotti P., Demokritov S. O., Henry Y., Cros V., Bailleul M., Demidov V.E., Anane A.* Spin-wave propagation in ultra-thin YIG based waveguides // *Applied Physics Letters*. 2017. Vol. 110, iss. 9. P. 092408. DOI: 10.1063/1.4976708.
 17. *Nikitov S. A., Tailhades Ph., Tsai C. S.* Spin waves in periodic magnetic structures—magnonic crystals // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2001. Vol. 236, iss. 3. P. 320–330. DOI: 10.1016/S0304-8853(01)00470-X.
 18. *Kruglyak V.V., Hicken R. J., Kuchko A. N., Gorobets V. Y.* Spin waves in a periodically layered magnetic nanowire // *Journal of Applied Physics*. 2005. Vol. 98, iss. 1. P. 014304. DOI: 10.1063/1.1935764.
 19. *Gubbiotti G., Tacchi S., Carlotti G., Singh N., Goolaup S., Adeyeye A. O., Kostylev M.* Collective spin modes in monodimensional magnonic crystals consisting of dipolarly coupled nanowires // *Applied Physics Letters* 2007. Vol. 90, iss. 9. P. 092503. DOI: 10.1063/1.2709909.
 20. *Ciubotaru F., Chumak A. V., Obry B., Serga A. A., Hillebrands B.* Magnonic band gaps in waveguides with a periodic variation of the saturation magnetization // *Physical Review B*. 2013. Vol. 88, iss. 13. P. 134406. DOI: 10.1103/PhysRevB.88.134406.
 21. *Huber R., Grundler D.* Ferromagnetic nanodisks for magnonic crystals and waveguides // In: Drouhin H.-J.M., Wegrowe J.-E., Razeghi M. (eds.) *Spintronics IV*. Vol. 8100. SPIE, 2011. P. 81000D. DOI: 10.1117/12.892168.
 22. *Klos J. W., Kumar D., Krawczyk M., Barman A.* Magnonic band engineering by intrinsic and extrinsic mirror symmetry breaking in antidot spin-wave waveguides // *Scientific Reports*. 2013. Vol. 3, iss. 1. 2444. DOI: 10.1038/srep02444.
 23. *Groß F., Zelent M., Gangwar A., Mamica S., Gruszecki P., Werner M., Schütz G., Weigand M., Goering E. J., Back C. H., Krawczyk M., Gräfe J.* Phase resolved observation of spin wave modes in antidot lattices // *Applied Physics Letters*. 2021. Vol. 118, iss. 23. P. 232403. DOI: 10.1063/5.0045142.
 24. *Martyshkin A. A., Odintsov S. A., Gubanova Yu. A., Beginin E. N., Sheshukova S. E., Nikitov S. A., Sadovnikov A. V.* Controlled spin-wave transport in a magnon-crystal structure with a one-dimensional array of holes // *JETP Letters*. 2019. Vol. 110, iss. 8. P. 533–539. DOI: 10.1134/S0021364019200062.
 25. *Sadovnikov A. V., Odintsov S. A., Beginin E. N., Sheshukova S. E., Sharaevskii Yu. P., Nikitov S. A.* Toward nonlinear magnonics: Intensity-dependent spin-wave switching in insulating side-coupled magnetic stripes // *Physical Review B*. 2017. Vol. 96, iss. 14. P. 144428. DOI: 10.1103/PhysRevB.96.144428.
 26. *Lenk B., Ulrichs H., Garbs F., Münzenberg M.* The building blocks of magnonics // *Physics Reports*. 2011. Vol. 507, no. 4–5. P. 107–136. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.06.003.
 27. *Vansteenkiste A., Leliaert J., Dvornik M., Helsen M., Garcia-Sanchez F., van Waeyenberge B.* The design verification of MuMax3 // *AIP Advances* 2014. Vol. 4. 107133. DOI: 10.1063/1.4899186.

28. Landau L. D., Lifschitz E. M. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies // *Phys. Z. Sowjetunion*. 1935. Vol. 8. P. 153–164.
29. Dvornik M., Kuchko A. N., Kruglyak V. V. Micromagnetic method of s-parameter characterization of magnonic devices // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 109, iss. 7. 07D350. DOI: 10.1063/1.3562519.
30. Venkat G., Fangohr H., Prabhakar A. Absorbing boundary layers for spin wave micromagnetics // *Journal of Magnetism Magnetic Materials*. 2018. Vol. 450. P. 34–39. DOI: 10.1016/j.jmmm.2017.06.057.
31. Damon R. W., Eschbach J. R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab // *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 1961. Vol. 19, iss. 3–4. P. 308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5.

References

1. Bloch F. Zur Theorie des Ferromagnetismus. *Zeitschrift für Physik*. 1930;61:206–219. DOI: 10.1007/BF01339661.
2. Gurevich AG, Melkov GA. *Magnetic Vibrations and Waves*. Moscow: Fizmatlit; 1994. 464 p. (in Russian).
3. Khitun A, Bao M, Wang KL. Magnonic logic circuits. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 2010;43(26):264005. DOI: 10.1088/0022-3727/43/26/264005.
4. Au Y, Dvornik M, Dmytriiev O, Kruglyak VV. Nanoscale spin wave valve and phase shifter. *Applied Physics Letters*. 2012;100(17):172408. DOI: 10.1063/1.4705289.
5. Sadovnikov AV, Beginin EN, Sheshukova SE, Romanenko DV, Sharaevsky YP, Nikitov SA. Directional multimode coupler for planar magnonics: Side-coupled magnetic stripes. *Applied Physics Letters*. 2015;107(20):202405. DOI: 10.1063/1.4936207.
6. Wang Q, Kewenig M, Schneider M, Verba R, Kohl F, Heinz B, Geilen M, Mohseni M, Lägel B, Ciubotaru F, Adelmann C, Dubs C, Cotofana SD, Dobrovolskiy OV, Brächer T, Pirro P, Chumak AV. A magnonic directional coupler for integrated magnonic half-adders. *Nature Electronics*. 2020;3(12):765–774. DOI: 10.1038/s41928-020-00485-6.
7. Csaba G, Papp A, Porod W. Perspectives of using spin waves for computing and signal processing. *Physics Letters A*. 2017;381(17):1471–1476. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.02.042.
8. Barman A, Gubbiotti G, Ladak S, Adeyeye AO, Krawczyk M, Gräfe J, Adelmann C, Cotofana S, Naeemi A, Vasyuchka VI, Hillebrands B, Nikitov SA, Yu H, Grundler D, Sadovnikov AV, Grachev AA, Sheshukova SE, Duquesne J-Y, Marangolo M, Csaba G, Porod W, Demidov VE, Urazhdin S, Demokritov SO, Albisetti E, Petti D, Bertacco R, Schultheiss H, Kruglyak VV, Poimanov VD, Sahoo S, Sinha J, Yang H, Münzenberg M, Moriyama T, Mizukami S, Landeros P, Gallardo RA, Carlotti G, Kim J-V, Stamps RL, Camley RE, Rana B, Otani Y, Yu W, Yu T, Bauer GEW, Back C, Uhrig GS, Dobrovolskiy OV, Budinska B, Qin H, van Dijken S, Chumak AV, Khitun A, Nikonov DE, Young IA, Zingsem BW, Winklhofer M. The 2021 magnonics roadmap. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2021;33:413001. DOI: 10.1088/1361-648X/abec1a.
9. Wang Q, Csaba G, Verba R, Chumak AV, Pirro P. Perspective on Nanoscaled Magnonic Networks. *arXiv:2311.06129*; 2023. 9 p. DOI: 10.48550/arXiv.2311.06129.
10. Demidov VE, Urazhdin S, Anane A, Cros V., Demokritov S. O. Spin–orbit–torque magnonics. *Journal of Applied Physics*. 2020;127(17):170901. DOI: 10.1063/5.0007095.
11. Chumak AV, Vasyuchka VI, Serga AA, Hillebrands B. Magnon spintronics. *Nature Physics*. 2015;96(6):453–461. DOI: 10.1038/nphys3347.
12. Sadovnikov AV, Davies CS, Kruglyak VV, Romanenko DV, Grishin SV, Beginin EN, Sharaevskii YP, Nikitov SA. Spin wave propagation in a uniformly biased curved magnonic waveguide. *Physical Review B*. 2017;96(6):060401(R). DOI: 10.1103/PhysRevB.96.060401
13. Kostylev M, Schrader P, Stamps RL, Gubbiotti G, Carlotti G, Adeyeye AO, Goolaup S, Singh N.

- Partial frequency band gap in one-dimensional magnonic crystals. *Applied Physics Letters*. 2008;92(13):132504–132504-3. DOI: 10.1063/1.2904697.
14. Evelt M, Ochoa H, Dzyapko O, Demidov VE, Yurgens A, Sun J, Tserkovnyak Y, Bessonov V, Rinkevich AB, Demokritov SO. Chiral charge pumping in graphene deposited on a magnetic insulator. *Physical Review B*. 2017;95(2):024408. DOI: 10.1103/PhysRevB.95.024408
 15. Odintsov SA, Sadovnikov AV, Grachev AA, Beginin EN, Sharaevskii YP, Nikitov SA. Spatial-frequency selection of magnetostatic waves in a two-dimensional magnonic crystal lattice. *JETP Letters*. 2016;104(8):563–567. DOI: 10.1134/S0021364016200121.
 16. Collet M, Gladii O, Evelt M, Bessonov V, Soumah L, Bortolotti P, Demokritov SO, Henry Y, Cros V, Bailleul M, Demidov VE, Anane A. Spin-wave propagation in ultra-thin YIG based waveguides. *Applied Physics Letters*. 2017;110(9):092408. DOI: 10.1063/1.4976708.
 17. Nikitov SA, Tailhades Ph, Tsai CS Spin waves in periodic magnetic structures—magnonic crystals. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2001;236(3):320–330. DOI: 10.1016/S0304-8853(01)00470-X.
 18. Kruglyak VV, Hicken RJ, Kuchko AN, Gorobets VY. Spin waves in a periodically layered magnetic nanowire. *Journal of Applied Physics*. 2005;98(1):014304. DOI: 10.1063/1.1935764.
 19. Gubbiotti G, Tacchi S, Carlotti G, Singh N, Goolaup S, Adeyeye AO, Kostylev M. Collective spin modes in monodimensional magnonic crystals consisting of dipolarly coupled nanowires. *Applied Physics Letters*. 2007;90(9):092503. DOI: 10.1063/1.2709909.
 20. Ciubotaru F, Chumak AV, Obry B, Serga AA, Hillebrands B. Magnonic band gaps in waveguides with a periodic variation of the saturation magnetization. *Physical Review B*. 2013;88(13):134406. DOI: 10.1103/PhysRevB.88.134406.
 21. Huber R, Grundler D. Ferromagnetic nanodisks for magnonic crystals and waveguides. In: Drouhin H-JM, Wegrowe J-E, Razeghi M. (eds.) *Spintronics IV*. Vol. 8100. SPIE, 2011. P. 8100D. DOI: 10.1117/12.892168.
 22. Klos JW, Kumar D, Krawczyk M, Barman A. Magnonic band engineering by intrinsic and extrinsic mirror symmetry breaking in antidot spin-wave waveguides. *Scientific Reports*. 2013;3(1):2444. DOI: 10.1038/srep02444.
 23. Groß F, Zelent M, Gangwar A, Mamica S, Gruszecki P, Werner M, Schütz G, Weigand M, Goering EJ, Back CH, Krawczyk M, Gräfe J. Phase resolved observation of spin wave modes in antidot lattices. *Applied Physics Letters*. 2021;118(23):232403. DOI: 10.1063/5.0045142.
 24. Martyshkin AA, Odintsov SA, Gubanova YuA, Beginin EN, Sheshukova SE, Nikitov SA, Sadovnikov AV. Controlled spin-wave transport in a magnon-crystal structure with a one-dimensional array of holes. *JETP Letters*. 2019;110(8):533–539. DOI: 10.1134/S0021364019200062.
 25. Sadovnikov AV, Odintsov SA, Beginin EN, Sheshukova SE, Sharaevskii YuP, Nikitov SA. Toward nonlinear magnonics: Intensity-dependent spin-wave switching in insulating side-coupled magnetic stripes. *Physical Review B*. 2017;96(14):144428. DOI: 10.1103/PhysRevB.96.144428.
 26. Lenk B, Ulrichs H, Garbs F, Münzenberg M. The building blocks of magnonics. *Physics Reports*. 2011;507(4–5):107–136. DOI: 10.1016/j.physrep.2011.06.003.
 27. Vansteenkiste A, Leliaert J, Dvornik M, Helsen M, Garcia-Sanchez F, van Waeyenberge B. The design verification of MuMax3. *AIP Advances*. 2014;4:107133. DOI: 10.1063/1.4899186.
 28. Landau LD, Lifschitz EM. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. *Phys. Z. Sowjetunion*. 1935;8:153–164.
 29. Dvornik M, Kuchko AN, Kruglyak VV. Micromagnetic method of s-parameter characterization of magnonic devices. *Journal of Applied Physics*. 2011;109(7):07D350. DOI: 10.1063/1.3562519.
 30. Venkat G, Fangohr H, Prabhakar A. Absorbing boundary layers for spin wave micromagnetics. *Journal of Magnetism Magnetic Materials*. 2018;450:34–39. DOI: 10.1016/j.jmmm.2017.06.057.
 31. Damon RW, Eschbach JR. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. 1961;19(3–4):308–320. DOI: 10.1016/0022-3697(61)90041-5.



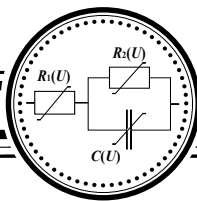
Мартышкин Александр Александрович — родился в 1995 году. Окончил факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета по направлению «Радиофизика» (2017). С 2019 года работает в лаборатории магнитных материалов Саратовского государственного университета в должности младшего научного сотрудника. Научные интересы — спиновые волны, математическое моделирование, трехмерные ферромагнитные структуры. Опубликовал более 10 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: aamartyshkin@gmail.com
ORCID: 0000-0001-7442-0663
AuthorID (eLibrary.Ru): 1030152



Садовников Александр Владимирович — родился в Саратове (1987). Окончил с красным дипломом факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского (2009). Кандидат физико-математических наук (2012, СГУ). С 2008 года работает в СГУ, в настоящее время в должности доцента кафедры физики открытых систем. Имеет более 60 статей в реферируемых научных журналах.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, лаборатория «Метаматериалы»
E-mail: sadovnikovav@gmail.com
ORCID: 0000-0002-8847-2621
AuthorID (eLibrary.Ru): 601222



Поляризационные и CGR бинарные отображения как идентификаторы нуклеотидных последовательностей в биоинформатике

Д. А. Зимняков^{1,2,3}✉, М. В. Алонова¹, Ан. В. Скрипаль²,
М. Г. Инкин², С. С. Зайцев⁴, В. А. Федорова⁴

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Россия

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

³Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук, Саратов, Россия

⁴Саратовский государственный университет генетики, биотехнологии и инженерии имени Н. И. Вавилова, Россия

E-mail: ✉zimnykov@mail.ru, alonova_marina@mail.ru, skripalav@info.sgu.ru,
sunbeam18.95@mail.ru, zaytsev-sergey@inbox.ru, feodorovav@mail.ru

Поступила в редакцию 7.11.2023, принята к публикации 28.02.2024,
опубликована онлайн 28.05.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель данного исследования — сравнительный анализ двух подходов к синтезу двумерных бинарных идентификаторов нуклеотидных последовательностей, получаемых в результате секвенирования ДНК различных биологических объектов. **Методы.** Один из подходов основан на моделировании процесса поляризационно-зависимой дифракции считывающего когерентного пучка на двумерной фазомодулирующей структуре (фазовом экране), ассоциируемой с получаемой в результате секвенирования ДНК символьной последовательностью. В основе другого подхода используется двумерное представление анализируемой последовательности с использованием популярного отображения хаотической игры (chaos game representation, CGR). Для получения конечно-размерного CGR отображения производится его фрагментация на заданное число ячеек, обеспечивающее приемлемую чувствительность синтезированного бинарного идентификатора к структурным изменениям отображаемой последовательности. **Результаты.** Сравнительный анализ проведен с использованием символьных последовательностей, соответствующих различным штаммам («Ухань», «Дельта», «Омикрон») вируса SarSCoV2, для которых получены и сравнены значения коэффициентов взаимной корреляции синтезированных бинарных идентификаторов. **Заключение.** Установлено, что бинарные идентификаторы, синтезированные с использованием метода поляризационного кодирования, характеризуются существенно более высокой чувствительностью к структурным изменениям анализируемых последовательностей и меньшими размерами в сравнении с CGR идентификаторами.

Ключевые слова: нуклеотидные последовательности, бинарное отображение, поляризационное кодирование, представление хаотической игры.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФ, грант № 22-21-00194.

Для цитирования: Зимняков Д. А., Алонова М. В., Скрипаль Ан. В., Инкин М. Г., Зайцев С. С., Федорова В. А. Поляризационные и CGR бинарные отображения как идентификаторы нуклеотидных последовательностей в биоинформатике // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 439–459. DOI: 10.18500/0869-6632-003110

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Polarization- and CGR-based binary representations as identifiers of the nucleotide sequences in bioinformatics

D. A. Zimnyakov^{1,2,3}✉, M. V. Alonova¹, An. V. Skripal², M. G. Inkin², S. S. Zaitsev⁴, V. A. Feodorova⁴

¹Yury Gagarin State Technical University of Saratov, Russia

²Saratov State University, Russia

³Institute for Problems of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, Saratov, Russia

⁴Saratov State University of Genetics, Biotechnology and Engineering named after N.I. Vavilov, Russia

E-mail: ✉zimnykov@mail.ru, alonova_marina@mail.ru, skripalav@info.sgu.ru,
sunbeam18.95@mail.ru, zaitsev-sergey@inbox.ru, feodorovav@mail.ru

Received 7.11.2023, accepted 28.02.2024, available online 28.05.2024, published 31.07.2024

Abstract. *Purpose* of this work is the comparative analysis of two approaches to the synthesis of two-dimensional binary identifiers of nucleotide sequences obtained using DNA sequencing of biological objects. *Methods.* One of the approaches is based on modeling the polarization-dependent diffraction of a coherent readout beam on a two-dimensional phase-modulating structure (phase screen) associated with the symbolic sequence obtained as a result of DNA sequencing. Another approach uses a two-dimensional representation of the symbolic sequence using a chaos game representation (CGR). To obtain a finite-element CGR mapping, it is fragmented into a given number of cells, ensuring acceptable sensitivity of the synthesized binary identifier to structural changes in the displayed sequence. *Results.* The comparative analysis was carried out using fragments of symbol sequences corresponding to various strains (Wuhan, Delta, Omicron) of the SarSCoV2 virus. In the course of the analysis, the correlation coefficients between the binary identifiers corresponding to various strains were obtained and compared with each other. *Conclusion.* It has been established that binary identifiers synthesized using the polarization encoding technique are characterized by significantly higher sensitivity to structural changes in the analyzed sequences and smaller sizes compared to CGR binary identifiers.

Keywords: nucleotide sequences, binary representation, polarization encoding, chaos game representation.

Acknowledgements. This work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 22-21-00194.

For citation: Zimnyakov DA, Alonova MV, Skripal AnV, Inkin MG, Zaitsev SS, Feodorova VA. Polarization- and CGR-based binary representations as identifiers of the nucleotide sequences in bioinformatics. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2024;32(4):439–459. DOI: 10.18500/0869-6632-003110

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Анализ и визуализация генетической информации, получаемой в результате секвенирования фрагментов ДНК и РНК различных биологических объектов [1], является одним из доминирующих направлений фундаментальной и прикладной исследовательской деятельности в современной биоинформатике. Объектами исследований в данном случае являются символьные последовательности различной длины (от нескольких сотен до нескольких сотен тысяч символов) и их фрагменты, характеризующиеся квазислучайными распределениями четырех символов (A, C, T, G). Символы A, C, T, G ассоциируются с базовыми нуклеотидами, формирующими структуру анализируемого фрагмента ДНК (A — аденин, C — цитозин, T — тимин, G — гуанин [2]), а порядок их расположения в последовательности является уникальным атрибутом данного биологического объекта. Квазислучайность распределений нуклеотидов в секвенируемых фрагментах ДНК (и, соответственно, ассоциированных символов в последовательностях) обусловлена существованием крупномасштабных корреляций между положениями нуклеотидов в ДНК, так и различиями в относительных частотах нахождения базовых нуклеотидов при случайной выборке их позиций в последовательностях.

За прошедшие три десятилетия в биоинформатике сформировалась общая стратегия синтеза отображений ДНК-ассоциированных символьных последовательностей в двумерном или трехмерном декартовом пространстве. Эта стратегия основана на выборе четырехточечного базиса, каждая точка которого определенным образом соотносится с одним из четырех символов. В настоящее время в основном используются три типа базисов, различающихся порядком расположения символов при обходе точек базиса по часовой стрелке: RY-базис (ACGT), МК-базис (AGCT) и WS-базис (ACTG). Выбор того или иного базиса производится исходя из возможностей получения дополнительной информации о биохимических особенностях анализируемого фрагмента ДНК; в частности, отображение последовательности в RY-базисе позволяет осуществить частотный анализ нуклеотидов по пуриновым и пиримидиновым группам. Аденин и гуанин (A, G; побочная диагональ базиса) относятся к классу пиримидинов, в то время как цитозин и тимин (C, T; главная диагональ базиса) принадлежат к классу пуринов. Аналогичным образом отображение в МК-базисе позволяет проанализировать распределение нуклеотидов по аминным и кетонным группам, а WS-базис предоставляет возможность в части анализа распределения нуклеотидов по группам со слабыми и сильными водородными связями [3–5].

Последовательное построение образов последовательностей производится с помощью различных рекурсивных процедур; в результате синтезируются либо кусочно-линейные отображения в трехмерном пространстве (например, Z-, C-, RY-, МК- и WS-линии [6–10]), либо точечные отображения в двумерном пространстве. В качестве широко используемого двумерного точечного отображения нуклеотидных последовательностей следует отметить отображение хаотической игры (chaos game representation, CGR), впервые предложенное Джеффри (H. Joel Jeffrey, [11]). В соответствии с CGR-алгоритмом синтез двумерного точечного отображения символьной последовательности осуществляется в пределах квадратной области единичных размеров, где символу A соответствует начало координат (0.0; 0.0). Остальным точкам базиса соответствуют координаты (0.0; 1.0), (1.0; 1.0) и (1.0; 0.0). Соотнесение оставшихся символов (C, G, T) и этих точек производится исходя из выбранного базиса (RY, МК или WS). В качестве начальной точки выбирается центр квадрата (0.5; 0.5) и синтез отображения производится в соответствии с расположением символов в последовательности по правилу, что очередная отображающая точка располагается на середине отрезка, соединяющего предшествующую точку и точку базиса, соответствующую отображаемому символу. Эта рекурсивная процедура продолжается вплоть до окончания символьной последовательности. Существуют определенные аналогии между данным алгоритмом и алгоритмами синтеза двумерных фрактальных структур (например, ковры Серпинского [12]). Существование отмеченных выше крупномасштабных корреляций в положениях символов в последовательностях при достаточно больших их длинах приводит к фракталоподобным структурам синтезируемых CGR отображений некоторых биологических объектов.

Существенным недостатком бинарных CGR-карт при малых длинах символьных последовательностей (от нескольких сотен до нескольких тысяч символов) является малая средняя поверхностная плотность отображающих точек, не позволяющая надежно идентифицировать, например, фрактальный характер их структуры. В связи с этим в последние два десятилетия были предложены различные модификации данного подхода, в том числе и FCGR-алгоритм (frequency chaos game representation, [13–16]). Основная идея данной модификации заключается в разделении CGR отображения на равновеликие ячейки, подсчете числа отображающих точек в пределах каждой ячейки и характеристики ячеек по относительным частотам попадания в них точек. Соответственно, относительная частота как информативный параметр может отображаться в градациях серого цвета [17].

Очевидно, что изменения в структуре отображаемой символьной последовательности по отношению к референтной последовательности, обусловленные мутационными замещениями

нуклеотидов в анализируемом фрагменте ДНК, приводят к смещениям части отображающих точек в синтезированной CGR-карте по отношению к опорной (референтной) карте. Другими словами, синтезированная карта может рассматриваться как уникальный идентификатор символьной последовательности и, соответственно, данного фрагмента ДНК. Уровень мутационных изменений может быть количественно оценен путем оценки степени взаимной корреляции анализируемой и опорной бинарных CGR структур.

В работах [17–19] был предложен альтернативный подход к синтезу двумерных бинарных отображений нуклеотидных последовательностей на основе моделирования эффекта поляризационной модуляции когерентного светового пучка ДНК-ассоциированным двумерным фазовым экраном. Подобная модуляция приводит к формированию в дальней зоне дифракции распределения локальных состояний поляризации дифрагировавшего пучка, описываемых тремя компонентами нормированного вектора Стокса. Было показано [18], что двумерные бинарные отображения, формируемые путем дискриминации пространственных распределений локальных значений компонентов вектора Стокса, также могут рассматриваться в качестве идентификаторов нуклеотидных последовательностей, обладающих высокой чувствительностью к мутационным изменениям.

Целью данной работы является сравнительный анализ двух подходов к двумерной бинарной идентификации фрагментов нуклеотидных последовательностей, один из которых основан на методике синтеза CGR-карт, а второй использует принцип поляризационного кодирования нуклеотидных последовательностей и выявления предельных состояний поляризации дифрагировавшего когерентного светового поля. В качестве анализируемых объектов рассмотрены фрагменты символьных последовательностей, ассоциированных с тремя различными штаммами вируса SARS-CoV-2 (ковида) — «Ухань», «Дельта» и «Омикрон». Вирус SARS-CoV-2 продолжает представлять высокую потенциальную угрозу для человечества [20] вследствие своей высокой антигенной изменчивости [21]. Среди генов, кодирующих белки SARS-CoV-2, значительный интерес для исследований представляет спайк-ликопротеин, или S-белок, оказывающий влияние на проникновение вируса в клетки хозяина [22, 23]. Более того, S-белок может распространяться в организме и отдельно от вируса, высвобождаясь из инфицированных вирусных частиц, определяясь в разных органах и тканях, повреждая клетки макроорганизма; фрагменты этого белка могут проникать сквозь гематоэнцефалический барьер [24]. Следует также отметить высокую частоту мутаций нуклеотидной последовательности кодирующего биосинтез S-белка [25] по сравнению с более консервативными генами, экспрессирующими синтез других полипептидов SARS-CoV-2. Нуклеотидная последовательность гена «S», кодирующего спайк-белок, расположена в геноме вируса в позициях 21563–25384 и имеет длину 3822 нуклеотидов (1274 аминокислоты) [26]. Выбор штаммов «Ухань», «Дельта» и «Омикрон» вируса SARS-CoV-2 обусловлен тем, что штамм «Ухань» обычно рассматривается в качестве референтного, а штаммы «Дельта» и «Омикрон», равно как и их сублинии, рассматриваются как представляющие большую угрозу в сравнении с другими штаммами в силу их «наибольшей заразности» [27].

1. Описание анализируемых символьных последовательностей

Символьные последовательности взяты из находящейся в открытом доступе базы данных GISAID (Global Initiative on Sharing All Influenza Data, открытый доступ по подписке), в которой штамму «Ухань» соответствует ссылка [28], «Дельта» — [29], и «Омикрон» — [30]. Число A, C, T, G символов во фрагментах последовательностей, ассоциируемых с геном «S», равно 3822.

Соответственно, число триплетов (аминокислот) в анализируемых фрагментах равно 1274. Табл. 1 отображает различия в последовательностях триплетов между тремя рассматриваемыми штаммами; штамм «Ухань» обычно рассматривается в качестве референтного; различающиеся триплеты отмечены символом (!).

Таким образом, символьная последовательность для штамма «Дельта» отличается от референтной последовательности для штамма «Ухань» 9 триплетами, в то время как в последовательности для штамма «Омикрон» имеются 30 различающихся триплетов. Отметим, что все различия обусловлены мутационными замещениями единичных нуклеотидов в каждом из различающихся триплетов.

Таблица 1. Различия в последовательностях триплетов для трех отображаемых штаммов
Table 1. Differences in the triplet sequences for three displayed strains

Положение триплетов в последовательностях	«Ухань»	«Дельта»	«Омикрон»
19	ACA	AGA(!)	ATA(!)
95	ACT	ATT(!)	ACT
142	GGT	GAT(!)	GAT(!)
213	GTG	GTG	GGG(!)
339	GGT	GGT	GAT(!)
371	TCC	TCC	TTC(!)
373	TCA	TCA	CCA(!)
375	TCC	TCC	TTC(!)
376	ACT	ACT	GCT(!)
405	GAT	GAT	AAT(!)
408	AGA	AGA	AGC(!)
410	ATC	ATC	ATT(!)
417	AAG	AAT(!)	AAT(!)
440	AAT	AAT	AAG(!)
452	CTG	CGG(!)	CTG
477	AGC	AGC	AAC(!)
478	ACA	AAA(!)	AAA(!)
484	GAA	GAA	GCA(!)
493	CAA	CAA	CGA(!)
498	CAA	CAA	CGA(!)
501	AAT	AAT	TAT(!)
505	TAC	TAC	CAC(!)
614	GAT	GGT(!)	GGT(!)
655	CAT	CAT	TAT(!)
679	AAT	AAT	AAG(!)
681	CCT	CGT(!)	CAT(!)
764	AAC	AAC	AAA(!)
796	GAT	GAT	TAT(!)
925	AAC	AAC	AAT(!)
950	GAT	AAT(!)	GAT
954	CAA	CAA	CAT(!)
969	AAT	AAT	AAA(!)
1146	GAC	GAC	GAT(!)

2. Поляризационное кодирование ДНК-ассоциированных символьных последовательностей и синтез двумерных бинарных идентификаторов

Как отмечено выше, методика виртуального поляризационного кодирования ДНК-ассоциированных символьных последовательностей, рассмотренная в [18], заключается в представлении анализируемой последовательности или ее фрагмента двумерной фазомодулирующей структурой (фазовым экраном, содержащим $2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t$ элементов, где \tilde{N}_t — количество триплетов в анализируемой структуре). Фазовый экран считывается коллимированным когерентным пучком с линейным состоянием поляризации, и в дальней зоне дифракции (фокальной плоскости фурье-преобразующей линзы) анализируются пространственные распределения локальных состояний поляризации дифрагировавшего пучка. На рис. 1 представлена физическая интерпретация моделируемой процедуры считывания ДНК-ассоциированного фазового экрана.

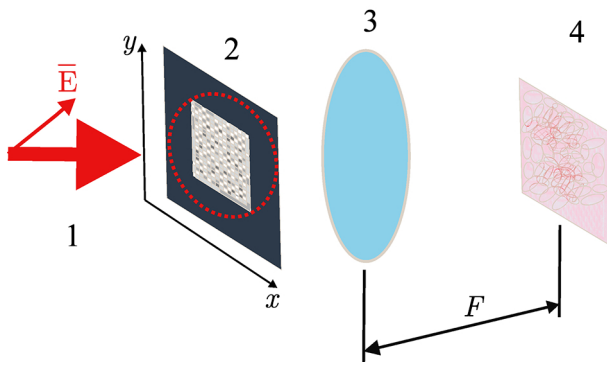


Рис. 1. Физическая интерпретация процедуры поляризационного кодирования ДНК-ассоциированной символьной последовательности и синтеза двумерного бинарного идентификатора. ДНК-ассоциированный фазовый экран (2) освещается линейно-поляризованным коллимированным лазерным пучком (1) с плоскостью поляризации, ориентированной под углом 45° к сторонам экрана (пунктирной линией показан освещаемый участок экрана). Поляризационно-зависимая дифракционная структура (4) формируется в фокальной плоскости фурье-преобразующей линзы. На рисунке не показан блок поляризационного анализа, расположенный между линзой (3) и фурье-плоскостью (4) и используемый для формирования пространственных распределений ($s_{k,m}^0 \div s_{k,m}^3$)

Fig. 1. Physical interpretation of the procedure for polarization encoding of a DNA-associated symbol sequence and the synthesis of a two-dimensional binary identifier. The DNA-associated phase screen (2) is illuminated by a linearly polarized collimated laser beam (1) with a plane of polarization oriented at an angle of 45° to the sides of the screen (the dotted line marks the illuminated area of the screen). The polarization-dependent diffraction structure (4) is formed in the focal plane of the Fourier-transforming lens. The figure does not show the polarization-analyzing unit, located between the lens (3) and the Fourier plane (4) and used to form spatial distributions ($s_{k,m}^0 \div s_{k,m}^3$)

Локальные состояния поляризации определяются значениями компонентов вектора Стокса ($s_{k,m}^0 \div s_{k,m}^3$). При синтезе бинарного идентификатора кодированной символьной последовательности определяются пространственные положения в фурье-плоскости предельных состояний четвертого компонента вектора Стокса $s_{k,m}^3$, характеризующего вклад циркулярно-поляризованной составляющей в состояние поляризации дифрагировавшего пучка в точке (k, m) фурье-плоскости. Отметим, что в рамках используемого формализма дискретному набору $2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t$ локальных фазовых сдвигов, вносимых синтезированным фазовым экраном в считывающий когерентный пучок, соответствуют $4\tilde{N}_t \times 4\tilde{N}_t$ точек (пикселей) фурье-плоскости, однозначно определяемых двумерным дискретным преобразованием Фурье. В качестве критерия выбора предельных состояний $s_{k,m}^3$ используется условие $|s_{th}^3| \leq |s_{k,m}^3| < |\pm 1|$, где пороговое значение s_{th}^3 выбирается близким к -1 (в случае дискриминации левоциркулярных состояний поляризации), либо к 1 (при дискриминации правоциркулярных состояний). Выбор $s_{k,m}^3$ в качестве идентификационного параметра обусловлен тем, что близкие к циркулярному состояния поляризации характеризуются максимальной чувствительностью к локальным изменениям структуры синтезированного фазового экрана по сравнению с линейно-поляризованными составляющими дифрагировавшего поля, определяемыми компонентами $s_{k,m}^1$ и $s_{k,m}^2$ [18].

При синтезе ДНК-ассоциированного фазового экрана он генерируется как ансамбль $\tilde{N}_t \times \tilde{N}_t$ субматриц размером (2×2) , каждая из которых ассоциируется с определенным триплетом в отображаемой последовательности A, C, T, G символов. Очевидно, что размер $\tilde{N}_t \times \tilde{N}_t$ отображаемого набора триплетов в последовательности определяется максимальным значением квадрата целого числа, не превосходящим числа триплетов в последовательности. Для иллюстрации данного положения рассмотрим символьную последовательность, соответствующую «S»-гену штамма «Ухань» вируса SARS-CoV-2. В секвенированном участке ДНК присутствует 3822 нуклеотидов (соответственно, 1274 триплета, см. раздел 1). Соответственно, максимально возможное значение \tilde{N}_t при синтезе ДНК-ассоциированного фазового экрана равно 35. $\tilde{N}_t^2 = 1225$ и 49 триплетов не включены в синтез фазового экрана; однако, следуя данным, представленным в табл. 1, можно заключить, что отбрасываемые фрагменты последовательностей для штаммов «Ухань», «Дельта» и «Омикрон» не содержат каких-либо различий.

Каждая субматрица в $\tilde{N}_t \times \tilde{N}_t$ наборе отображает свойства набора базовых нуклеотидов в соответствующем триплете в соответствии с выбранным правилом кодирования. В качестве примера возможной взаимосвязи между элементами субматриц $(b_{0,0} \div b_{2,2})$ и базовыми нуклеотидами рассмотрим следующее правило:

$$b_{0,0} \rightarrow A; b_{1,0} \rightarrow C; b_{0,1} \rightarrow T; b_{1,1} \rightarrow G. \quad (1)$$

Значение элемента определяется числом нуклеотидов данного типа в триплете; соответственно, универсальное правило для всех субматриц в наборе заключается в том, что сумма их элементов всегда равна 3. В качестве иллюстрации рис. 2 отображает в градациях серого структуру синтезированного фазового экрана для «S»-гена штамма «Ухань», используемого в качестве референтного объекта.

Матрица фазового экрана $(a_{i,j})_{2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t}$, сформированная путем последовательной построочной и постолбцовой комбинации субматриц $(b_{i',j'})_{2 \times 2}$, соответствующих триплетам, используется для фазовой модуляции считывающего линейно-поляризованного пучка. Поскольку в считывающем пучке присутствуют x - и y -поляризованные составляющие с равными значениями амплитуды и начальной фазы (плоскость поляризации считывающего пучка образует углы 45° со сторонами фазового экрана), то, применяя закон модуляции фазы следующего вида:

$$\begin{aligned} (\Delta\varphi_{ij})_{2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t}^x &= \pi(a_{i,j})_{2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t}, \\ (\Delta\varphi_{ij})_{2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t}^y &= 0.5\pi + \pi(a_{i,j})_{2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t}, \end{aligned} \quad (2)$$

получим за непосредственно экраном набор из $2\tilde{N}_t \times 2\tilde{N}_t$ локальных состояний циркулярной поляризации граничного светового поля, различия между которыми обусловлены двумя возможными случайными значениями фазы x -поляризованной составляющей — 0 (когда $a_{i,j} = 0$ или 2) и π (когда $a_{i,j} = 1$ или 3). «Перемешивание» прошедших через различные элементы фазового экрана парциальных составляющих считывающего когерентного поля в дальней зоне дифракции

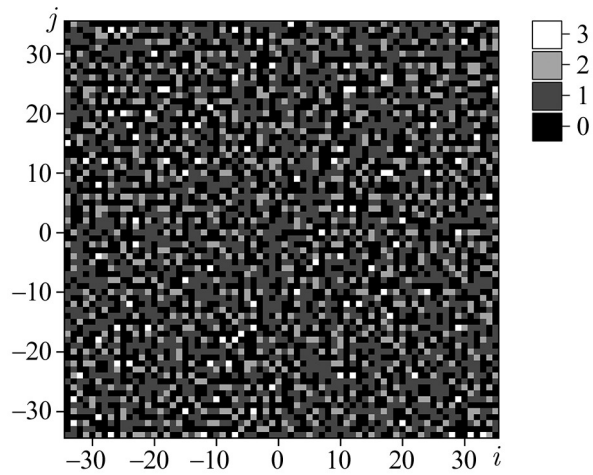


Рис. 2. Структура ДНК-ассоциированного фазового экрана для «S»-гена штамма «Ухань»

Fig. 2. Structure of the DNA-associated phase screen for the “S” gene of the “Wuhan” strain

может быть описано двумерным дискретным преобразованием Фурье x - и y -поляризованных составляющих граничного поля (см., например, [31]):

$$E_{k,m}^{x,y} = \frac{1}{4\tilde{N}_t^2} \sum_{i=-\tilde{N}_t}^{\tilde{N}_t-1} \sum_{j=-\tilde{N}_t}^{\tilde{N}_t-1} \exp[-\tilde{j} \cdot K_{sc} \cdot \{(\pi/\tilde{N}_t)(k \cdot i + m \cdot j) - \Delta\varphi_{ij}^{x,y}\}], \quad (3)$$

где \tilde{j} — мнимая единица, индексы k, m определяют дискретные координаты пикселей в фурье-плоскости, а коэффициент K_{sc} определяет масштаб отображения пространственного распределения дифрагировавшего считывающего пучка в фурье-плоскости. Максимальное допустимое значение K_{sc} равно 0.5 и соответствует наиболее крупномасштабному («панорамному») отображению фурье-спектра фазового экрана. Использование значений масштабного коэффициента K_{sc} , превышающих 0.5, приводит к искажению моделируемых пространственных распределений амплитуды x - и y -поляризованных составляющих дифракционного поля вследствие эффекта подмены частот [32]. Уменьшение K_{sc} соответствует большей детализации отображения центральной области дифрагировавшего поля с одновременным уменьшением размеров отображаемого участка. Отметим, что при записи выражения (3) было принято допущение о единичных значениях амплитуд x - и y -поляризованных составляющих считывающего пучка, не нарушающее общности проводимого рассмотрения.

Для полученных подобным образом модельных дискретных распределений $E_{k,m}^{x,y}$ затем производится вычисление компонентов вектора Стокса в соответствии со следующими выражениями (см., например, [33]):

$$\begin{cases} s_{k,m}^0 = (|E_{k,m}^x|^2 + |E_{k,m}^y|^2)/2, \\ s_{k,m}^1 = (|E_{k,m}^x|^2 - |E_{k,m}^y|^2)/2s_{k,m}^0, \\ s_{k,m}^2 = 2|E_{k,m}^x||E_{k,m}^y| \cos(\delta_{k,m})/2s_{k,m}^0, \\ s_{k,m}^3 = 2|E_{k,m}^x||E_{k,m}^y| \sin(\delta_{k,m})/2s_{k,m}^0, \end{cases} \quad (4)$$

где $\delta_{k,m}$ — значения разностей фаз x - и y -поляризованных составляющих в соответствующих точках фурье-плоскости. Нормированные значения ($s_{k,m}^1 \div s_{k,m}^3$) принимают значения в интервалах от -1 до 1 и удовлетворяют фундаментальному соотношению поляризационной оптики:

$$(s_{k,m}^1)^2 + (s_{k,m}^2)^2 + (s_{k,m}^3)^2 = 1. \quad (5)$$

Таким образом, при значительном вкладе правой или левой циркулярно-поляризованных составляющих в состояние поляризации дифрагировавшего пучка в точке k, m фурье-плоскости имеют место следующие соотношения между нормированными компонентами вектора Стокса: $s_{k,m}^3 \rightarrow \pm 1$; $s_{k,m}^1, s_{k,m}^2 \rightarrow 0$.

В качестве примера на рис. 3 представлены отображения распределений значений $s_{k,m}^3$ для «S»-ассоциированных символьных последовательностей, соответствующих штаммам «Ухань», «Дельта» и «Омикрон»; при их построении использовано значение масштабного коэффициента K_{sc} , равное 0.1 (детализированное отображение). Для идентификации различий между распределениями $s_{k,m}^3$, обусловленными замещениями части нуклеотидов (и, соответственно, символов) в анализируемых последовательностях, они могут быть бинаризованы в соответствии со следующими правилами:

$$\begin{cases} 1 \geq s_{k,m}^3 \geq s_{th}^3 \rightarrow \tilde{s}_{k,m}^3 = 1, \\ s_{k,m}^3 < s_{th}^3 \rightarrow \tilde{s}_{k,m}^3 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

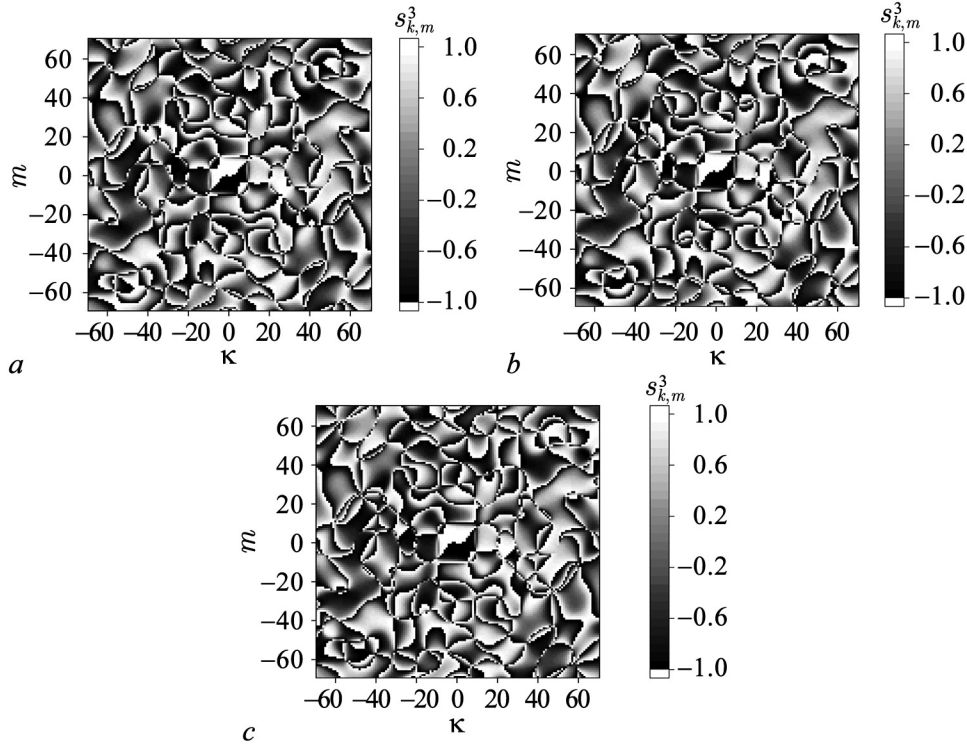


Рис. 3. Детализированные ($K_{sc} = 0.1$) отображения нормированных значений четвертого компонента вектора Стокса для штаммов «Ухань» (a), «Дельта» (b) и «Омикрон» (c)

Fig. 3. Detailed (small-scale) ($K_{sc} = 0.1$) representations of normalized values of the fourth component of the Stokes vector for the “Wuhan” (a), “Delta” (b) and “Omicron” (c) strains

в случае выделения предельных состояний, близких к правой циркулярной поляризации, и, соответственно,

$$\begin{cases} -1 \leq s_{k,m}^3 \leq s_{th}^3 \rightarrow \tilde{s}_{k,m}^3 = 1, \\ s_{k,m}^3 > s_{th}^3 \rightarrow \tilde{s}_{k,m}^3 = 0, \end{cases} \quad (7)$$

при выделении предельных состояний, близких к левой циркулярной поляризации. Пороговое значение s_{th}^3 выбирается близким к 1 (для правой циркулярной поляризации) или к -1 (соответственно, для левой циркулярной поляризации).

На рис. 4 представлены результаты применения подобной процедуры к распределениям, представленным на рис. 3 с порогом дискриминации, равным -0.98 . Сопоставление бинарных распределений может быть произведено путем попиксельного логического перемножения референтного (штамм «Ухань») и анализируемого распределения. Результаты этой процедуры представлены на рис. 5. Количественно степень соответствия анализируемого и референтного идентификаторов может быть выражена с помощью коэффициента корреляции

$$R^{a,r} = \frac{\sum_{m=1}^{4\tilde{N}_t} \sum_{k=1}^{4\tilde{N}_t} a_{m,k} \times r_{m,k}}{\sum_{m=1}^{4\tilde{N}_t} \sum_{k=1}^{4\tilde{N}_t} r_{m,k}}, \quad (8)$$

где символы $a_{m,k}$ и $r_{m,k}$ относятся соответственно к пикселям анализируемого и референтного идентификаторов.

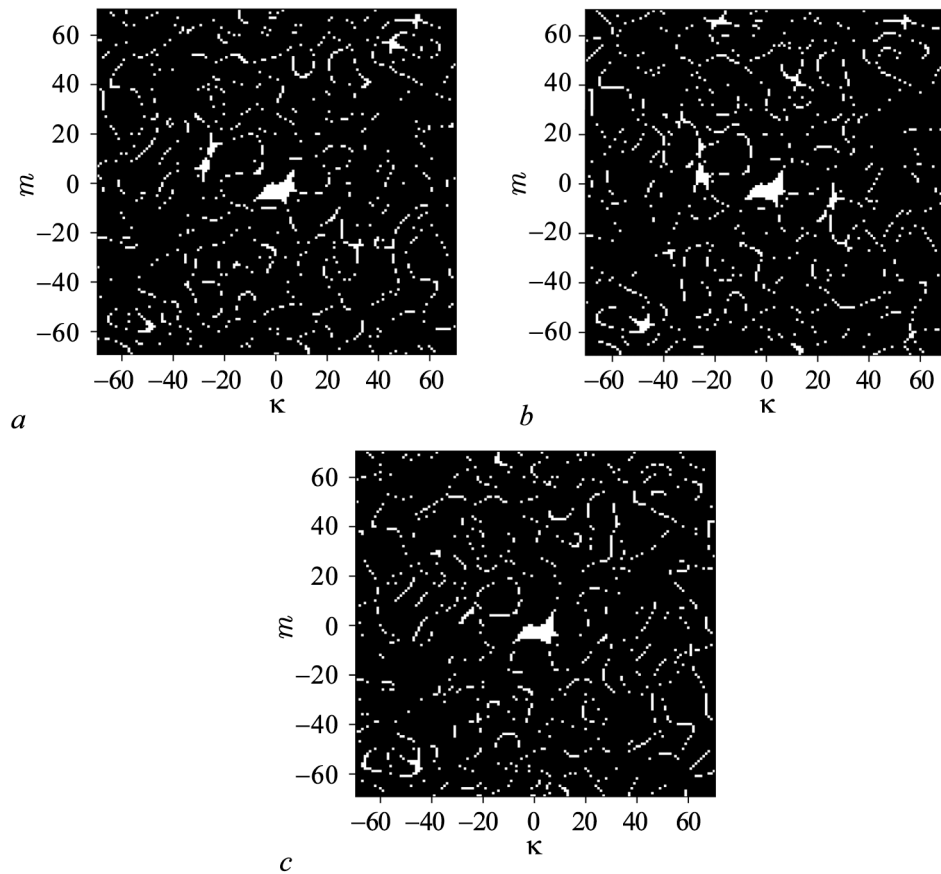


Рис. 4. Бинарные идентификаторы «S»-генов штаммов «Ухань» (a), «Дельта» (b) и «Омикрон» (c), полученные в результате поляризационного кодирования. Выделены локальные состояния, близкие к левой циркулярной поляризации, с порогом дискриминации $s_{th}^3 = -0.98$

Fig. 4. Binary identifiers of “S” genes of strains “Wuhan” (a), “Delta” (b) and “Omicron” (c), obtained using polarization encoding. Local polarization states close to the left circular polarization are shown for the discrimination threshold $s_{th}^3 = -0.98$

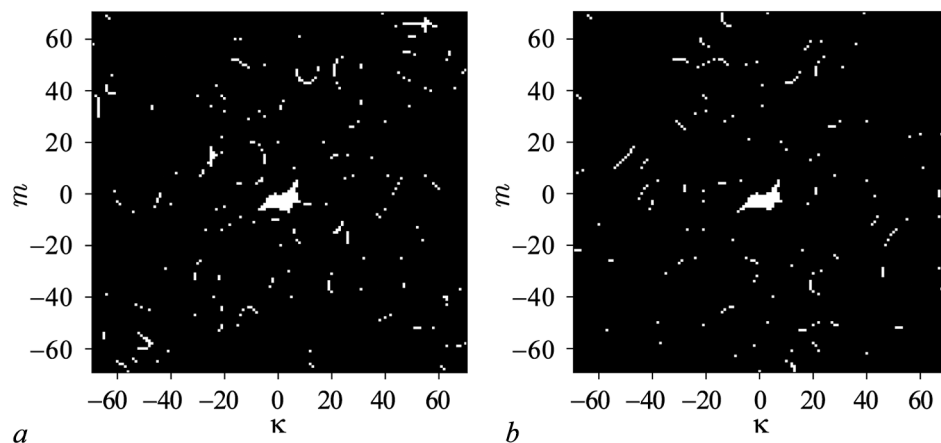


Рис. 5. Результаты поэлементного логического перемножения бинарного идентификатора для референтной последовательности (штамм «Ухань», рис. 4, a) и бинарных идентификаторов для штаммов «Дельта» (a) и «Омикрон» (b)

Fig. 5. Results of pixel-by-pixel logical multiplication of a binary identifier for the reference sequence (“Wuhan” strain, Fig. 4, a) and binary identifiers for the “Delta” (a) and “Omicron” (b) strains

3. CGR отображения ДНК-ассоциированных символьных последовательностей

CGR-карты как двумерные дискретные отображения символьных последовательностей, рассматриваемые в качестве альтернативы описанному выше методу поляризационного бинарного кодирования, синтезируются в квадратной области с единичной стороной в соответствии со следующей схемой. В зависимости от используемого базиса (RY, МК или WS), вершины квадрата с декартовыми координатами (0, 0), (0, 1), (1, 1) и (1, 0) (направление обхода — по часовой стрелке) определенным образом ассоциируются с четырьмя базовыми нуклеотидами. Для RY-базиса имеют место следующие ассоциации: A → (0,0), C → (0,1), G → (1,1), T → (1,0); для МК-базиса — A → (0,0), G → (0,1), C → (1,1), T → (1,0), и для WS-базиса — A → (0,0), C → (0,1), T → (1,1), G → (1,1). Исходная точка для построения выбирается в центре квадрата ((0.5, 0.5)). Первый символ в последовательности отображается точкой, соответствующей середине отрезка между исходной точкой и вершиной квадрата, соответствующей отображаемому символу.

Следующий символ отображается точкой, соответствующей середине отрезка между предшествующей отображающей точкой и вершиной квадрата, ассоциируемой с символом. Эта рекурсивная процедура повторяется вплоть до завершающего символа последовательности. В качестве примера подобной процедуры рассмотрим результат генерации координат отображающих точек для первых 5 членов «S»-ассоциированной символьной последовательности для штамма «Ухань» (ATGTT...) в RY-базисе: (0.5;0.5), (0.25;0.25), (0.625;0.125), (0.813;0.563), (0.906;0.281), (0.953;0.141). Формально алгоритм генерации отображающих точек может быть представлен следующими выражениями:

$$\begin{cases} x_n = \frac{1}{2^{n+1}} + \sum_{k=1}^n \frac{C_x^k}{2^{n-k+1}}, \\ y_n = \frac{1}{2^{n+1}} + \sum_{k=1}^n \frac{C_y^k}{2^{n-k+1}}, \end{cases} \quad (9)$$

где коэффициенты C_x^k и C_y^k определяют координаты вершины базиса, соответствующей k -му нуклеотиду в последовательности. Очевидно, что отображающие точки всегда находятся внутри единичного квадрата или по крайней мере на его границах.

На рис. 6 в качестве примера представлена CGR-карта символьной последовательности для «S»-гена штамма «Ухань» в RY-базисе. Следует отметить существенную неоднородность пространственного распределения отображающих точек (наличие как зон с высокой локальной плотностью заполнения, так и лагун). Для некоторых нуклеотидных последовательностей подобная пространственная неоднородность позволяет говорить о «фрактальности» CGR отображения, в определенном смысле аналогичной, например, классическому ковру Серпинского. В качестве примера можно сослаться на работу [34], наглядно иллюстрирующую фрактальный характер CGR отображений большой длины (порядка нескольких сотен тысяч нуклеотидов).

Учитывая квазинепрерывный характер распределений x - и y -координат отображающих точек в синтезируемых CGR-отображениях символьных наборов, анализ

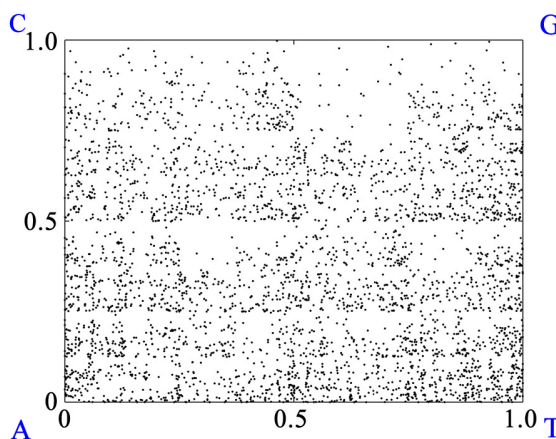


Рис. 6. CGR отображение символьной последовательности для «S»-гена штамма «Ухань» в RY-базисе

Fig. 6. CGR map of the symbolic sequence for the “S” gene of the “Wuhan” strain in the RY basis

корреляций отображений референтной и анализируемой последовательностей в данном случае отличается от рассмотренного выше алгоритма логического перемножения бинарных матриц относительно малого размера, как в случае поляризационного кодирования (выражение (8)). Следует отметить, что квазинепрерывный характер распределений координат отображающих точек в случае CGR-отображений не согласуется с концепцией синтеза двумерных бинарных идентификаторов относительно небольших размеров для ДНК-ассоциируемых символьных последовательностей. Решение данной проблемы сводится к фрагментации («огрублению») CGR-карт, что в определенной степени аналогично упомянутому выше FCGR-алгоритму, хотя и существенно отличается от него. На качественном уровне это решение формулируется следующим образом: необходимо определить минимально допустимый уровень разбиения CGR-карты на равновеликие ячейки, при котором вероятность попадания двух и более отображающих точек в произвольно выбранный фрагмент меньше заданного порогового значения. Другими словами, внутри каждого фрагмента может либо находиться единственная отображающая точка, либо нет.

На рис. 7 представлены результаты статистического анализа процесса «огрубления» CGR-карт для штамма «Ухань» в RY-, МК- и WS-базисах в зависимости от параметра N/N_n (N — число разбиений координатных осей, соответственно, число фрагментов CGR-карты равно N^2 ; N_n — число символов в отображаемой последовательности). Кривые 1–3 отображают значения вероятности нахождения нескольких (больше чем 1) отображающих точек P_s в ячейках RY, МК и WS CGR-карт, выделяемых путем случайной выборки, в зависимости от N/N_n . Для сравнения также приведена аналогичная зависимость (4) для случая однородного распределения отображающих точек по CGR-карте. Отметим значительно большие значения W для анализируемой символьной последовательности в сравнении с равномерным распределением, обусловленные существенно неоднородными пространственными распределениями отображающих точек в синтезированных RY, МК и WS CGR-картах (см. рис. 6 для RY-отображения).

На рис. 8 представлены рассчитанные значения коэффициента корреляции $R^{a,r}$ (см. выражение (8)) между референтной (штамм «Ухань») и анализируемыми (штаммы «Дельта» (1)

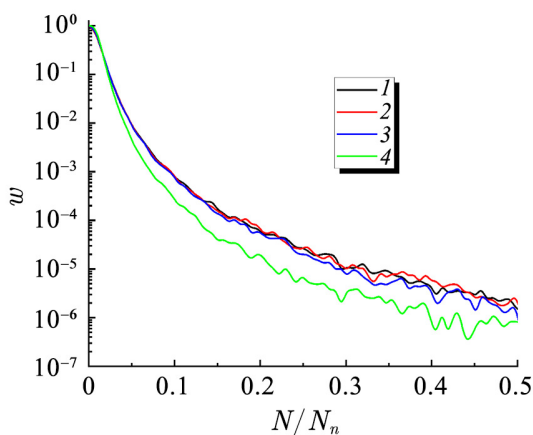


Рис. 7. Модельные значения вероятности обнаружения ячейки CGR-карты, содержащей более одной отображающей точки, в зависимости от уровня фрагментации карты N/N_n . 1 — RY-базис; 2 — МК-базис; 3 — WS-базис; 4 — однородное распределение отображающих точек по площади карты (цвет онлайн)

Fig. 7. Model values of the probability of detecting a CGR map cell containing more than one mapping point, depending on the level of map fragmentation N/N_n . 1 — RY basis; 2 — MK basis; 3 — WS basis; 4 — uniform distribution of mapping points over the map area (color online)

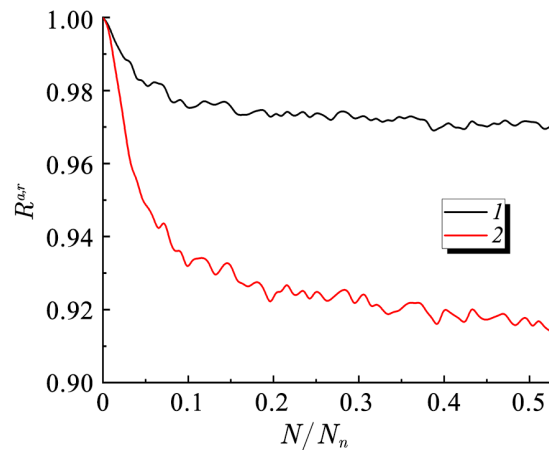


Рис. 8. Коэффициенты корреляции между бинарными идентификаторами «S»-ассоциированных референтной (штамм «Ухань») и анализируемых последовательностей (штамм «Дельта» (1); штамм «Омикрон» (2)) в зависимости от N/N_n (RY-базис) (цвет онлайн)

Fig. 8. Correlation coefficients between binary identifiers of “S”-associated reference (strain “Wuhan”) and analyzed sequences (strain “Delta” (1); strain “Omicron” (2)) depending on N/N_n (RY basis) (color online)

и «Омикрон» (2)) фрагментированными CGR-картами в зависимости от отношения N/N_n . Следует отметить, что зависимости $R^{a,r} = f(N/N_n)$ при значениях N/N_n , превышающих 0.3, демонстрируют практически постоянные значения коэффициента корреляции, что позволяет предложить данный уровень фрагментации как минимальный при синтезе бинарных идентификаторов на основе фрагментированных CGR-карт. Вероятность обнаружения ячеек с более чем одной отображающей точкой, которым при фрагментации приписываются единичные значения, невелика и составляет приблизительно 2×10^{-5} . С учетом числа символов в анализируемых последовательностях (3822), число разбиений каждой из 2 координатных осей CGR-карты составляет не менее 1147. Соответственно, общее число пикселей в синтезированном подобным образом бинарном идентификаторе составляет не менее 1315609. Отметим, что применение других базисов (МК, WS) для построения исходных CGR-карт приводит к аналогичным результатам.

4. Обсуждение результатов

Сравнительный анализ двух рассмотренных подходов применительно к синтезу двумерных бинарных идентификаторов ДНК-ассоциированных символьных последовательностей целесообразно провести путем сравнения двух ключевых параметров: число элементов (пикселей) в идентификаторе и чувствительность бинарной структуры идентификатора к структурным изменениям в анализируемой символьной последовательности по отношению к референтной последовательности. В качестве последнего параметра целесообразно рассмотреть коэффициент корреляции $R^{a,r}$, определяемый выражением (8). В случае поляризационного кодирования символьных последовательностей число пикселей в синтезируемых идентификаторах определяется числом используемых триплетов \tilde{N}_t^2 и равно $16\tilde{N}_t^2$. В то же время коэффициент корреляции $R^{a,r}$ существенным образом зависит от используемого порога дискриминации s_{th}^3 предельных состояний поляризации.

В случае же синтеза бинарных идентификаторов на основе фрагментированных CGR-карт как число пикселей, так и коэффициенты корреляции между референтным и анализируемыми идентификаторами зависят от используемого уровня фрагментации. Эти особенности иллюстрируются данными, представленными в табл. 2 и 3.

Сопоставление приведенных наборов данных позволяет сделать вывод о существенных преимуществах бинарных идентификаторов, синтезированных с использованием поляризационного кодирования, по сравнению с идентификаторами, получаемых путем фрагментации CGR отображений. Возрастание по абсолютной величине порога дискриминации в первом случае приводит не только к повышению чувствительности коэффициента корреляции к замещениям

Таблица 2. Параметры бинарных идентификаторов, синтезированных на основе поляризационного кодирования

Table 2. Parameters of binary identifiers synthesized on the base of polarization encoding

Порог дискриминации s_{th}^3	Число пикселей в бинарном идентификаторе	Коэффициент корреляции $R^{a,r}$ для пары «Ухань – Дельта»	Коэффициент корреляции $R^{a,r}$ для пары «Ухань – Омикрон»
-0.92	19600	≈ 0.49	≈ 0.41
-0.94	19600	≈ 0.45	≈ 0.36
-0.96	19600	≈ 0.41	≈ 0.31
-0.98	19600	≈ 0.34	≈ 0.25
-0.999	19600	≈ 0.21	≈ 0.13

Таблица 3. Параметры бинарных идентификаторов, синтезированных на основе фрагментации CGR-карт

Table 3. Parameters of binary identifiers synthesized on the base of fragmentation of the CGR maps

Уровень фрагментации N/N_n	Число пикселей в бинарном идентификаторе	Коэффициент корреляции $R^{a,r}$ для пары «Ухань – Дельта»	Коэффициент корреляции $R^{a,r}$ для пары «Ухань – Омикрон»
0.05	36864	≈ 0.982	≈ 0.951
0.1	146689	≈ 0.977	≈ 0.935
0.2	585225	≈ 0.973	≈ 0.926
0.3	1315609	≈ 0.972	≈ 0.926
0.4	2337841	≈ 0.972	≈ 0.919
0.5	3651921	≈ 0.972	≈ 0.918

отдельных нуклеотидов в анализируемой последовательности по отношению к референтной, но также и к уменьшению числа пикселей с единичными значениями в идентификаторе. Так, при пороге дискриминации, равном -0.92 , число пикселей с единичными значениями равно 2256, в то время как для порога дискриминации, равного -0.999 , это число равно 266. Ранее [18] отмечалось, что метод поляризационного кодирования следует применять для сравнения нуклеотидных последовательностей, различающихся в относительно небольших количествах нуклеотидов (от 1 до 10). В частности, при искусственных случайных замещениях одного из символов в рассматриваемом фрагменте последовательности для штамма «Ухань» (3822 символа) и пороге дискриминации, равном -0.99 , значение коэффициента корреляции $R^{a,r}$ между бинарными поляризационными идентификаторами исходного и модифицированного фрагментов равно $\approx 0.556 \pm 0.036$ [18]. Среднее значение $R^{a,r}$ и доверительный интервал, соответствующий уровню значимости 0.9, были получены для выборки из 30 случайным образом модифицированных фрагментов. Отметим, что почти двукратное уменьшение коэффициента корреляции (с 1.0 до 0.556) происходит при замене только одного символа, ассоциированного с одним из 4 базовых нуклеотидов (то есть при различии в структурах исходной и модифицированной последовательностей порядка 0.026%). В соответствии с данными табл. 2, при возрастании абсолютной величины порога дискриминации до значений, близких к 1, чувствительность $R^{a,r}$ к изменениям в структуре последовательностей существенно увеличивается. С другой стороны, рассматриваемый фрагмент последовательности, соответствующий S-белку в геноме SARS-CoV-2, характеризуется относительно малой длиной. Вопрос о предельной чувствительности бинарных поляризационных идентификаторов к малым изменениям в структуре длинных последовательностей (порядка нескольких десятков тысяч элементов и более) будет исследован в дальнейшем.

На основе разработанных алгоритмов синтеза бинарных поляризационных и CGR-идентификаторов ДНК-ассоциированных символьных последовательностей были реализованы пробные тексты программ на языке C++. Программы обеспечивали считывание исходных символьных последовательностей произвольной длины из текстового файла (*.txt), конвертацию символьных (char) данных в целочисленные (integer) значения, обработку полученных массивов целочисленных данных с одновременным преобразованием их к формату двойной точности с плавающей точкой (double) и вывод в текстовый файл (*.dat) синтезированных бинарных идентификаторов, представляющих собой двумерные массивы целочисленных (integer) данных. В соответствии с описанными выше методами синтеза бинарных идентификаторов, размер формируемой квадратной матрицы определяется длиной исходной символьной последовательности, а элементы матрицы являются однобитовыми величинами, принимая значения либо 1, либо 0. Синтез

поляризационных идентификаторов осуществлялся в 2 этапа: конвертация символьной последовательности в фазомодулирующую матрицу (1, исходная программа `convert.cpp`, исполняемый файл `convert.exe`); синтез соответствующего бинарного распределения предельных состояний циркулярной поляризации в фурье-плоскости (2, исходная программа `pol_map.cpp`, исполняемый файл `pol_map.exe`). При синтезе CGR идентификаторов использовался единый исполняемый файл `sgr_map.exe` (соответствующий исходный текст `sgr_map.cpp`). Отметим, что программы представляют собой пилотные версии, предназначенные только для верификации обсуждаемых в данной работе методов бинарного отображения нуклеотидных последовательностей. Возможна их оптимизация с целью экономии вычислительных ресурсов (объема используемой оперативной памяти и времени вычислений), однако эти вопросы выходят за пределы настоящего исследования и планируются к проведению в будущем.

Тем не менее были проведены оценки временных затрат на синтез бинарных поляризационных и CGR идентификаторов с использованием исполняемых файлов `convert.exe`, `pol_map.exe` и `sgr_map.exe`. В качестве исходных данных были использованы фрагменты символьных последовательностей различной длины (в интервале от 3822 до 492 символов), получаемые в результате пошагового исключения из исходной «S»-ассоциированной последовательности для штамма «Ухань» концевых групп из 333 символов (111 триплетов). Тестирование исполняемых файлов производилось на персональном компьютере с процессором AMD Ryzen 9 3900X (12 ядер, 3.79 ГГц) и 32 Гб оперативной памяти. На рис. 9 представлены значения времени выполнения файлов `convert.exe`, `pol_map.exe`, `sgr_map.exe` и размеры синтезируемых поляризационных и CGR идентификаторов в зависимости от длины символьной последовательности. Следует отметить, что для относительно коротких символьных последовательностей (с числом элементов до ≈ 1000) значения времени выполнения для всех программ сопоставимы и определяются главным образом длительностью процедур загрузки исходных символьных данных с жесткого диска в оперативную память и вывода синтезированных бинарных идентификаторов из оперативной памяти на жесткий диск. С увеличением числа символов в последовательностях время выполнения программы `pol_map.exe` существенно возрастает по сравнению с временем выполнения `sgr_map.exe` (приблизительно пятикратное различие для 3822 символов). Это обусловлено использованием достаточно длительной процедуры вычисления двумерного дискретного преобразования Фурье при синтезе поляризационных идентификаторов по сравнению с существенно более быстрым распределением точек CGR отображения по ячейкам бинарных CGR идентификаторов.

Однако следует иметь в виду, что, несмотря на более времязатратный процесс, бинарные поляризационные идентификаторы характеризуются существенно более высокой чувствительностью к структурным изменениям анализируемых последовательностей (см. табл. 2, 3) и существенно меньшими размерами (рис. 9) по сравнению с бинарными CGR идентификаторами. Также были синтезированы бинарные поляризационные и CGR идентификаторы для полного генома штамма «Ухань», описываемо-

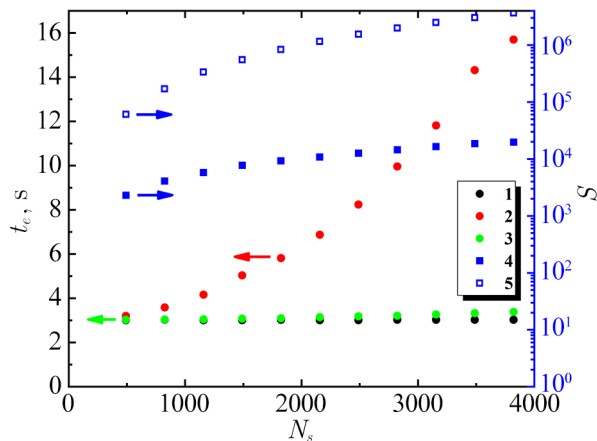


Рис. 9. Время выполнения t_e файлов `convert.exe` (1), `pol_map.exe` (2), `sgr_map.exe` (3) и размеры S бинарных поляризационных (4) и CGR (5) идентификаторов в зависимости от числа символов в обрабатываемой последовательности. Стрелки показывают отнесение данных к осям (цвет онлайн)

Fig. 9. The execution time t_e for the files `convert.exe` (1), `pol_map.exe` (2), `sgr_map.exe` (3) and the sizes S of binary polarization (4) and CGR (5) identifiers depending on the number of symbols in the processed sequence. Arrows show the assignment of data to axes (color online)

го 29891 символом [28]. В первом случае время синтеза составило 849 с при размере идентификатора 396×396 пикселей; в случае же CGR идентификатора время синтеза равно 24.85 с при размере 14945×14945 пикселей. Отметим, что в тестируемом файле `pol_mar.exe` применена достаточно простая «линейная» процедура обработки считываемых символьных данных, которая может быть оптимизирована с целью уменьшения времени вычислений (например, в результате использования алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) вместо обычного дискретного преобразования Фурье, распараллеливания вычислительного процесса и т. д.).

Одной из ключевых проблем применения рассмотренного в работе метода синтеза бинарных поляризационных идентификаторов является частичная потеря информации о структуре последовательности при ее преобразовании в квадратную фазомодулирующую матрицу с меньшим числом элементов, чем число триплетов анализируемой последовательности. В рассмотренных примерах с использованием символьных последовательностей для штаммов «Ухань», «Дельта» и «Омикрон» вируса SARS-CoV-2 эта проблема не имеет значения, поскольку все различия в структурах штаммов проявляются в пределах выделяемого участка, содержащего 1225 триплетов (3675 символов). Однако для других объектов может существовать определенная вероятность попадания структурных несоответствий во фрагменты последовательностей, отбрасываемые при преобразовании. На наш взгляд, существуют два возможных пути обхода этой проблемы в дальнейших исследованиях, первый из которых заключается в соотношении с анализируемой последовательностью не одного, а двух бинарных поляризационных идентификаторов одинакового размера, один из которых синтезируется при считывании фрагмента символьной последовательности, начиная с первого символа в прямом направлении, а второй — при считывании фрагмента такой же длины в обратном направлении, начиная с последнего символа. Таким образом, особенности структуры последовательности будут в полной мере отображаться этой парой бинарных идентификаторов. Другой подход может быть основан на представлении структуры последовательности в форме не квадратной, а прямоугольной фазомодулирующей матрицы, размеры которой определяются в результате представления числа триплетов в последовательности в виде произведения двух целых чисел, близких друг к другу по величине. Соответственно, синтезированный подобным образом бинарный идентификатор будет также представлять собой прямоугольную матрицу. В предельном случае, когда число триплетов в символьной последовательности является простым, возможно построение «вырожденного» поляризационного идентификатора в виде матрицы размером $4 \times 4N_T$, где N_T — полное число триплетов в последовательности. Время синтеза подобного идентификатора будет существенно меньше в сравнении с временем формирования двумерного идентификатора. Верификация и сравнительный анализ этих подходов, равно как и оптимизация алгоритмов и программ синтеза бинарных поляризационных идентификаторов, являются объектами дальнейших исследований.

Процедура синтеза бинарных поляризационных идентификаторов фрагментов нуклеотидных последовательностей может быть реализована не только с применением только компьютерной обработки данных, но и в рамках гибридного (инструментально-программного подхода). При этом, в соответствии с рис. 1, считывание ДНК-ассоциированной фазомодулирующей матрицы осуществляется коллимированным пучком линейно-поляризованного непрерывного лазерного излучения, в качестве источника которого может быть использован, например, одномодовый гелий-неоновый лазер ГН-5П. В качестве фазомодулирующего экрана 2 может быть применен компьютерно-управляемый жидкокристаллический пространственный модулятор фазы типа LS2012 с разрешением 1024×768 пикселей и 8-битовым представлением кодируемой информации (производство компании Holoeye Photonics AG, Германия). Считывание ДНК-ассоциированных дифракционных картин в фокальной плоскости фурье-преобразующей линзы 3 может осуществляться с использованием поляризационно-чувствительной КМОП камеры Kiralux CS505MUP1 (разрешение — 2448×2448 пикселей, 12-битовое представление считываемых данных,

официальный дистрибьютор — компания Thorlabs, США). Размер пикселей жидкокристаллической матрицы LS2012 равен 36 мкм; камера Kiralux CS505MUP1 имеет размер пикселей, равный 3.45 мкм. В случае дискретного преобразования Фурье структуры с размером элементов, равным Δ , соответствующий размер элементов в фурье-образе структуры Δ_r , масштабный коэффициент K_{sc} , фокусное расстояние F линзы 3 и длина волны лазерного света λ связаны между собой соотношением $K_{sc} = \Delta\Delta_r/F\lambda$. Рассмотрим случай инструментальной реализации поляриметрической системы рис. 1 с использованием жидкокристаллического модулятора LS2012, камеры Kiralux CS505MUP1 и гелий-неонового лазера ($\lambda = 0.63$ мкм). При поляризационном отображении символьных последовательностей для штаммов «Ухань», «Дельта» и «Омикрон» вируса SARS-CoV-2 (число элементов фазомодулирующей матрицы 70×70) рабочая зона фазомодулирующего экрана занимает в его центральной части размеры $2.52 \text{ мм} \times 2.52 \text{ мм}$. Предположим, что анализируемые поляризационно-чувствительные дифракционные паттерны, содержащие 140×140 элементов в случае представления дискретным преобразованием Фурье, отображаются на всю рабочую зону камеры размером $8.45 \text{ мм} \times 8.45 \text{ мм}$. При коэффициенте масштабирования, равном $K_{sc} = 0.1$, фокусное расстояние фурье-преобразующей линзы должно быть равно ≈ 34 мм. Отметим, что область фурье-плоскости, соответствующая одному элементу дискретного фурье-образа, перекрывается при этом приблизительно тремя пикселями камеры. Апертура линзы 3 должна превышать размеры рабочей зоны фазомодулирующего экрана; соответственно, одним из возможных решений может являться использование коммерчески доступных линз, поставляемых компанией Thorlabs (например, LA1700 с диаметром 6 мм и фокусным расстоянием 30 мм) или российских аналогов. Меньшее фокусное расстояние приведет к небольшому возрастанию коэффициента масштабирования до значения 1.13, что не окажет существенного влияния на функционирование системы. Следует также отметить, что при использовании в качестве источников считывающего излучения одномодовых гелий-неоновых лазеров, традиционно применяемых в интерферометрических, дифрактометрических и поляриметрических измерениях, каким-либо влиянием амплитудно-фазовых шумов считывающего пучка на поляризационно-зависимое дифракционное отображение символьных последовательностей можно пренебречь.

Заключение

Таким образом, рассмотренный метод поляризационного кодирования демонстрирует высокую эффективность в части синтеза двумерных бинарных объектов, уникальным образом отображающих структуру ДНК-ассоциированных символьных последовательностей. Следует отметить, что возможности данного подхода не ограничиваются рассмотренным в данной работе алгоритмом преобразования структуры символьной последовательности в структуру фазомодулирующей матрицы (фазового экрана). Например, рассмотренный в разделе 2 алгоритм кодирования субматриц исходя из содержания базовых нуклеотидов в соответствующих триплетах (см. выражение (1)) при условии обхода субматриц по часовой стрелке соответствует RY-базису. Изменение ассоциаций элементов субматриц при поляризационном кодировании в соответствии с правилами: $b_{0,0} \rightarrow A$; $b_{1,0} \rightarrow G$; $b_{0,1} \rightarrow C$; $b_{1,1} \rightarrow T$ и $b_{0,0} \rightarrow A$; $b_{1,0} \rightarrow C$; $b_{0,1} \rightarrow G$; $b_{1,1} \rightarrow T$ (соответственно, привязка МК- и WS-базисов к кодированию) позволит расширить функциональные возможности рассматриваемого подхода. В частности, анализ влияния выбора базиса при поляризационном кодировании является объектом дальнейших исследований в данном направлении. Другим возможным направлением исследований является структурный анализ синтезированных бинарных отображений при значениях порога дискриминации, близких к ± 1 (аналогичных представленным на рис. 4). Например, в качестве элементов, характеризующих подобные структуры, могут быть рассмотрены точки разрывов и ветвлений линий предельных состояний поляризации, проявляющихся на бинарных отображениях рис. 4.

References

1. Goodwin S, McPherson JD, McCombie WR. Coming of age: ten years of next-generation sequencing technologies. *Nature Reviews Genetics*. 2016;17(6):333–351. DOI:10.1038/nrg.2016.49.
2. Neidle S, Sanderson M. *Principles of Nucleic Acid Structure*. Academic Press; 2021. 454 p.
3. Randić M, Vracko M, Lers N, Plavšić D. Novel 2-D graphical representation of DNA sequences and their numerical characterization. *Chemical Physics Letters*. 2003;368(1–2):1–6. DOI: 10.1016/S0009-2614(02)01784-0.
4. Randić M, Vracko M, Nandy A, Basak SC. On 3-D graphical representation of DNA primary sequence and their numerical characterization. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*. 2000;40(5):1235–1244. DOI: 10.1021/ci000034q.
5. Xie G, Mo Z. Three 3D graphical representations of DNA primary sequences based on the classifications of DNA bases and their applications. *Journal of Theoretical Biology*. 2011;269(1):123–130. DOI: 10.1016/j.jtbi.2010.10.018.
6. Jafarzadeh N, Iranmanesh A. A novel graphical and numerical representation for analyzing DNA sequences based on codons. *Match-Communications in Mathematical and Computer Chemistry*. 2012;68(2):611–620.
7. Jafarzadeh N, Iranmanesh A. C-curve: A novel 3D graphical representation of DNA sequence based on codons. *Mathematical Biosciences*. 2013;241(2):217–224. DOI: 10.1016/j.mbs.2012.11.009.
8. Hamori E, Ruskin J. H curves, a novel method of representation of nucleotide series especially suited for long DNA sequences. *Journal of Biological Chemistry*. 1983;258(2):1318–1327. DOI: 10.1016/S0021-9258(18)33196-X.
9. Zhang CT, Zhang R, Ou HY. The Z-curve databases: A graphic representation of genome sequence. *Bioinformatics*. 2003;19(5):593–599. DOI: 10.1093/bioinformatics/btg041.
10. Yu ZG, Wang B. A time series model of CDS sequences in complete genome. *Chaos Solitons Fractals*. 2001;12(3):519–526. DOI: 10.1016/S0960-0779(99)00208-8.
11. Jeffrey HJ. Chaos game representation of gene structure. *Nucleic Acids Research*. 1990;18(8):2163–2170. DOI: 10.1093/nar/18.8.2163.
12. Anitas EM. Small-angle scattering and multifractal analysis of DNA sequences. *International Journal of Molecular Sciences*. 2020;21(13):4651. DOI: 10.3390/ijms21134651.
13. Burma PK, Raj A, Deb JK, Brahmachari SK. Genome analysis: a new approach for visualization of sequence organization in genomes. *Journal of Biosciences*. 1992;17(4):395–411. DOI: 10.1007/BF02720095.
14. Huynen MA, Konings DAM, Hogeweg P. Equal G and C contents in histone genes indicate selection pressures on mRNA secondary structure. *Journal of Molecular Evolution*. 1992;34(4):280–291. DOI: 10.1007/BF00160235.
15. Hill KA, Schisler NJ, Singh SM. Chaos game representation of coding regions of human globin genes and alcohol dehydrogenase genes of phylogenetically divergent species. *Journal of Molecular Evolution*. 1992;35(3):261–269. DOI: 10.1007/BF00178602.
16. Almeida JS, Carrico JA, Marezek A, Noble PA, Fletcher M. Analysis of genomic sequences by chaos game representation. *Bioinformatics*. 2001;17(5):429–437. DOI: 10.1093/bioinformatics/17.5.429.
17. Zimnyakov DA, Alonova MV, Skripal AnV, Zaitsev SS, Feodorova VA. Polarization analysis of gene sequence structures: Mapping of extreme local polarization states. *Journal of Biomedical Photonics & Engineering*. 2022;8(4):040302. DOI: 10.18287/JBPE22.08.040302.
18. Zimnyakov DA, Alonova MV, Skripal AnV, Dobdin SY, Feodorova VA. Quantification of the

- diversity in gene structures using the principles of polarization mapping. *Current Issues in Molecular Biology*. 2023;45(2):1720–1740. DOI: 10.3390/cimb45020111.
19. Ulyanov SS, Ulianova OV, Zaytsev SS, Saltykov YV, Feodorova VA. Statistics on gene-based laser speckles with a small number of scatterers: implications for the detection of polymorphism in the *Chlamydia trachomatis* *omp1* gene. *Laser Physics Letters*. 2018;15:045601. DOI: 10.1088/1612-202X/aaa11c.
 20. Rak A, Isakova-Sivak I, Rudenko L. Overview of Nucleocapsid-Targeting Vaccines against COVID-19. *Vaccines*. 2023;11(12):1810. DOI: 10.3390/vaccines11121810.
 21. Telenti A, Hodcroft EB, Robertson DL. The Evolution and Biology of SARS-CoV-2 Variants. *Cold Spring Harbor Perspectives in Medicine*. 2022;12:a041390. DOI: 10.1101/cshperspect.a041390.
 22. Bergmann CC, Silverman RH. COVID-19: coronavirus replication, pathogenesis, and therapeutic strategies. *Cleveland Clinic Journal of Medicine*. 2020;87:321–327 DOI: 10.3949/ccjm.87a.20047.
 23. Shang J, Wan Y, Luo C, Ye G, Geng Q, Auerbach A, Li F. Cell entry mechanisms of SARS-CoV-2. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2020;117:11727–11734. DOI: 10.1073/pnas.2003138117.
 24. Grobbelaar LM, Venter C, Vlok M, Ngoepe M, Laubscher GJ, Lourens PJ, Steenkamp J, Kell DB, Pretorius E. SARS-CoV-2 spike protein S1 induces fibrin (ogen) resistant to fibrinolysis: implications for microclot formation in COVID-19. *Bioscience Reports*. 2021;41(8):BSR20210611. DOI: 10.1042/BSR20210611.
 25. Singh D, Yi SV. On the origin and evolution of SARS-CoV-2. *Experimental & Molecular Medicine*. 2021;53:537–547. DOI: 10.1038/s12276-021-00604-z.
 26. Zhou P, Yang XL, Wang XG, Hu B, Zhang L, Zhang W, Si HR, Zhu Y, Li B, Huang CL, Chen HD, Chen J, Luo Y, Guo H, Jiang RD, Liu MQ, Chen Y, Shen XR, Wang X, Zheng XS, Zhao K, Chen QJ, Deng F, Liu LL, Yan B, Zhan FX, Wang YY, Xiao GF, Shi ZL. A pneumonia outbreak associated with a new coronavirus of probable bat origin. *Nature*. 2020;579(7798):270–273. DOI: 10.1038/s41586-020-2012-7.
 27. Chakraborty C, Bhattacharya M, Chopra H, Bhattacharya P, Islam MA, Dhama K. Recently emerged omicron subvariant BF.7 and its R346T mutation in the RBD region reveal increased transmissibility and higher resistance to neutralization antibodies: need to understand more under the current scenario of rising cases in China and fears of driving a new wave of the COVID-19 pandemic. *International Journal of Surgery*. 2023;109(4):1037–1040. DOI: 10.1097/JS9.000000000000219.
 28. GISAID [Electronic resource]: Official hCoV-19 Reference Sequence. Acc. ID: EPI_ISL_402124. Available online: <https://gisaid.org/wiv04/>.
 29. GISAID [Electronic resource]: Official hCoV-19 Reference Sequence. Acc. ID: EPI_ISL_2552101. Available online: <https://gisaid.org/wiv04/>.
 30. GISAID [Electronic resource]: Official hCoV-19 Reference Sequence. Acc. ID: EPI_ISL_9991311. Available online: <https://gisaid.org/wiv04/>.
 31. Goodman JW. *Introduction to Fourier Optics*, 4th ed. New York: Macmillan Learning; 2017. 491 p.
 32. Bracewell R. *The Fourier Transform and Its Applications*. New York: McGraw Hill; 1986. 474 p.
 33. Chipman R, Lam WST, Young G. *Polarized Light and Optical Systems (Optical Sciences and Applications of Light)*. Boca-Raton: CRC Press; 2018. 1036 p.
 34. Anitas EM. Fractal analysis of DNA sequences using frequency chaos game representation and small-angle scattering. *International Journal of Molecular Sciences*. 2022;23(3):1847. DOI: 10.3390/ijms23031847.



Зимняков Дмитрий Александрович — окончил Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского по специальности «Оптика» (1978). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук (1989) и доктора физико-математических наук (1997). Имеет звание профессора (2001). С 1998 по 2010 г. работал в СГУ имени Н. Г. Чернышевского профессором и деканом физического факультета. С 2010 года по настоящее время — заведующий кафедрой физики Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю. А. Область научных интересов: оптика, лазерная физика, математическое моделирование, биофизика, применение оптических методов в биомедицинских приложениях. Имеет более 250 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.
E-mail: zimnykov@mail.ru
ORCID: 0000-0002-9787-7903
AuthorID (eLibrary.Ru): 29094



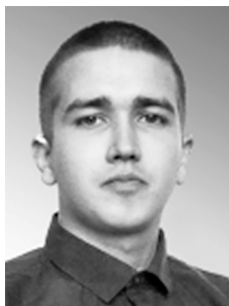
Алонова Марина Васильевна — окончила Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского по специальности «Медицинская физика» (2010) и магистратуру Саратовского государственного технического университета имени Гагарина Ю. А. (СГТУ) по направлению «Приборостроение» (2012). Кандидат физико-математических наук (2019). С 2019 года доцент кафедры физики Физико-технического института СГТУ. С 2020 года заместитель директора Физико-технического института СГТУ по научной работе и ученый секретарь диссертационного совета «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» при СГТУ имени Гагарина Ю. А. Область научных интересов: оптика, лазерная физика, математическое моделирование, биофизика, применение оптических методов в биомедицинских приложениях. Имеет более 50 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.
E-mail: alonova_marina@mail.ru
ORCID: 0000-0001-7772-3985
AuthorID (eLibrary.Ru): 667431



Скрипаль Анатолий Владимирович — окончил физический факультет Саратовского государственного университета (1982). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата (1991) и доктора физико-математических наук (1998). Работает заведующим кафедрой медицинской физики в СГУ имени Н. Г. Чернышевского. Область научных интересов: лазерная физика, биотехнические системы, когерентная оптика, медицинская физика. Имеет более 400 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: skripalav@info.sgu.ru
ORCID: 0000-0002-9080-0057
AuthorID (eLibrary.Ru): 33340



Инкин Максим Глебович — окончил бакалавриат (2016) и магистратуру (2018) физического факультета Саратовского университета по направлению «Физика». Работает администратором Точки кипения в СГУ имени Н. Г. Чернышевского. Имеет более 30 научных публикаций в области статистической электроники и лазерной физики.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: sunbeam18.95@mail.ru
ORCID: 0000-0002-1580-5413
AuthorID (eLibrary.Ru): 924742



Зайцев Сергей Сергеевич — окончил Саратовский государственный аграрный университет (2010). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата биологических наук (2023). Работает научным сотрудником лаборатории фундаментальных и прикладных исследований, старшим преподавателем кафедры микробиологии и биотехнологии Саратовского государственного университета генетики, биотехнологии и инженерии имени Н. И. Вавилова. Область научных интересов: генетика, биоинформатические подходы в обработке данных, молекулярная биология. Имеет более 100 научных публикаций по указанным выше направлениям.

Россия, 410012 Саратов, пр-кт им. Петра Столыпина зд. 4, стр. 3
Саратовский государственный университет генетики,
биотехнологии и инженерии имени Н. И. Вавилова
E-mail: zaytsev-sergey@inbox.ru
ORCID: 0000-0002-1373-8229
AuthorID (eLibrary.Ru): 783637



Федорова Валентина Анатольевна — окончила лечебный факультет Саратовского государственного медицинского университета (1987). Защитила диссертации на соискание ученой степени кандидата (1994) и доктора медицинских наук (2004). Имеет ученое звание профессора по специальности «Аллергология и иммунология» (2008). Работает профессором кафедры микробиологии и биотехнологии, главным научным сотрудником лаборатории фундаментальных и прикладных исследований Саратовского государственного университета генетики, биотехнологии и инженерии имени Н. И. Вавилова. Область научных интересов: возбудители инфекций, общих для человека и животных, молекулярная биология и иммунология, био- и иммуноинформатика, молекулярное моделирование. Имеет более 400 научных публикаций в профильных российских и зарубежных научных изданиях.

Россия, 410005 Саратов, ул. Соколова, 335
Саратовский государственный университет генетики,
биотехнологии и инженерии имени Н. И. Вавилова
E-mail: feodorovav@mail.ru
ORCID: 0000-0002-3827-407X
AuthorID (eLibrary.Ru): 109625



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003102
EDN: RYXHRY

Искусственная нейронная сеть с динамической моделью синапса*

И. А. Зимин, В. Б. Казанцев, С. В. Стасенко[✉]

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского, Россия

E-mail: izeemeen@gmail.com, kazantsev@neuro.nnov.ru, ✉stasenko@neuro.nnov.ru

Поступила в редакцию 5.10.2023, принята к публикации 4.12.2023,
опубликована онлайн 1.04.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель настоящего исследования — разработка и исследование новой модели с кратковременной памятью, в основе которой лежат искусственная нейронная сеть без эффекта кратковременной памяти и динамическая модель кратковременной памяти с астроцитарной модуляцией. **Методы.** Искусственная нейронная сеть представлена классической сверточной нейронной сетью, не обладающей кратковременной памятью. Кратковременная память моделируется в нашей гибридной модели с помощью модели Цодыкса–Маркрама, представляющей собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка. Астроцитарная динамика моделируется среднеполевой моделью концентрации глутаминергического трансмиттера. **Результаты.** Была разработана и исследована новая гибридная модель с кратковременной памятью с использованием сверточной нейронной сети и динамической модели синапса для задачи распознавания изображений. Приведены графики зависимости точности и ошибки от числа эпох для представленной модели. Введена метрика чувствительности распознавания изображений $d\text{-pr}_{\text{time}}$. Было проведено сравнение разработанной модели с рекуррентной нейронной сетью и конфигурацией новой модели без учета астроцитарной модуляции. Построена сравнительная таблица, показывающая лучшую точность распознавания для введенной модели. **Заключение.** В результате исследования показана возможность совмещения искусственной нейронной сети и динамической модели, расширяющей ее функционал. Сравнение предложенной модели с кратковременной памятью с использованием сверточной нейронной сети и динамической модели синапса с астроцитарной модуляцией с рекуррентной сетью показало эффективность предложенного подхода в имитации кратковременной памяти.

Ключевые слова: кратковременная память, машинное обучение, сверточная нейронная сеть, астроцитарная модуляция.

Благодарности. В части подбора параметров модели трехмерного динамического синапса работа выполнена в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 9 «Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах»; в части симуляции и обучения модели работа поддержана в рамках Программы развития Регионального научно-образовательного математического центра «Математика технологий будущего» (Соглашение № 075-02-2024-1439).

Для цитирования: Зимин И. А., Казанцев В. Б., Стасенко С. В. Искусственная нейронная сеть с динамической моделью синапса // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 460–471. DOI: 10.18500/0869-6632-003102. EDN: RYXHRY

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

*Работа публикуется по материалам доклада, сделанного на конференции «Нейроинформатика — 2023».

Artificial neural network with dynamic synapse model*

I. A. Zimin, V. B. Kazantsev, S. V. Stasenko ✉

National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: izeemeen@gmail.com, kazantsev@neuro.nnov.ru, ✉stasenko@neuro.nnov.ru

Received 5.10.2023, accepted 4.12.2023, available online 1.04.2024, published 31.07.2024

Abstract. The purpose of this study is to develop and investigate a new short-term memory model based on an artificial neural network without short-term memory effect and a dynamic short-term memory model with astrocytic modulation. **Methods.** The artificial neural network is represented by a classical convolutional neural network that does not have short-term memory. Short-term memory is modeled in our hybrid model using the Tsodyks-Markram model, which is a system of third-order ordinary differential equations. Astrocyte dynamics is modeled by a mean field model of gliotransmitter concentration. **Results.** A new hybrid short-term memory model was developed and investigated using a convolutional neural network and a dynamic synapse model for an image recognition problem. Graphs of dependence of accuracy and error on the number of epochs for the presented model are given. The sensitivity metric of image recognition d' has been introduced. The developed model was compared with the recurrent neural network and the configuration of the new model without taking into account astrocytic modulation. A comparative table has been constructed showing the best recognition accuracy for the introduced model. **Conclusion.** As a result of the study, the possibility of combining an artificial neural network and a dynamic model that expands its functionality is shown. Comparison of the proposed model with short-term memory using a convolutional neural network and a dynamic synapse model with astrocytic modulation with a recurrent network showed the effectiveness of the proposed approach in simulating short-term memory.

Keywords: short-term memory, machine learning, convolutional neural network, astrocytic regulation.

Acknowledgements. In terms of selecting parameters for a 3-dimensional dynamic synapse model, the work was supported by the scientific program of the National Center for Physics and Mathematics, section No. 9 “Artificial intelligence and big data in technical, industrial, natural and social systems”; in terms of simulation and training of the model, the work was supported within the framework of the Development Program of the Regional Scientific and Educational Mathematical Center “Mathematics of Future Technologies” (Agreement No. 075-02-2024-1439).

For citation: Zimin IA, Kazantsev VB, Stasenko SV. Artificial neural network with dynamic synapse model. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2024;32(4):460–471. DOI: 10.18500/0869-6632-003102

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Кратковременную память можно определить как способность временно хранить и обрабатывать информацию в течение нескольких секунд. Эта форма памяти играет ключевую роль в нашей способности следить за информацией в нашем окружении, проводить решения и связывать прошлые опыты с настоящими [1].

Множество исследований было проведено с целью объяснения механизмов и ограничений кратковременной памяти. Многокомпонентная модель, предложенная Бэддли и Хичем [1], предполагает, что кратковременная память состоит из фонологической петли, визуально-пространственного эскиза и центрального исполнителя. Эмпирические исследования, такие как исследование Миллера [2], подтверждают ограниченную емкость кратковременной памяти, которую можно понимать в терминах «частей рабочей памяти» [3].

Исследования с использованием функциональной магнитно-резонансной томографии выявили участие таких областей мозга, как дорсолатеральная префронтальная кора и задняя теменная

*The paper presents materials of a talk given at the conference “Neuroinformatics – 2023”.

кора, в формировании кратковременной памяти [4]. Было также показано, что на эффективность кратковременной памяти могут влиять интерференция, время и индивидуальные различия [5–7].

Задачи визуального обнаружения изменений широко используются в когнитивной психологии и нейронауке для изучения кратковременной памяти. В этих задачах участникам представляется набор визуальных стимулов, которые на короткое время удаляются из поля зрения, а затем один или несколько стимулов меняются, и участники должны обнаружить и идентифицировать измененные элементы. Этот подход был использован во множестве исследований, изучающих различные аспекты кратковременной памяти, включая емкость, процессы кодирования и влияние внимания. Например, Лак и Вогель [8] обнаружили, что участники могут надежно запоминать и обнаруживать изменения в примерно трех-четырех объектах на дисплее. Холлингворт и Хендерсон [9] продемонстрировали, что внимание играет важную роль в поддержании и обновлении визуальной информации в кратковременной памяти. Нейровизуализационные исследования также использовали задачи визуального обнаружения изменений для изучения нейромеханизмов, лежащих в основе кратковременной памяти, с использованием электроэнцефалографии (ЭЭГ) [10]. Использование задач визуального обнаружения изменений предоставило ценные научные результаты о емкости, процессах внимания и нейрональных механизмах, участвующих в кратковременной визуальной памяти.

Недавние исследования показывают, что астроциты играют важную роль в модуляции кратковременной памяти. Исследования продемонстрировали их участие в регуляции синаптической передачи [11], метаболическом взаимодействии, способствующем формированию долговременной памяти [12] и организации тормозных контуров в мозжечке [13]. Эти результаты указывают на то, что астроциты оказывают влияние на процессы кратковременной памяти, расширяя наше понимание сложной динамики, лежащей в основе формирования и поддержания памяти.

В данном исследовании предлагается новая гибридная модель кратковременной памяти, которая включает кратковременную синаптическую пластичность, астроцитарную модуляцию синаптической передачи и сверточную нейронную сеть (SNASTPNet). По сравнению с рекуррентной нейронной сетью предложенная модель SNASTPNet демонстрирует высокую эффективность в задаче моделирования кратковременной памяти.

1. Методика

1.1. Задача распознавания изображений. В исследовании [14] мышью обучали решению задачи обнаружения визуальных изменений с использованием естественных изображений в экспериментах «Иди»/«Поймай». Обучение включало несколько этапов, начиная со статических и мигающих изображений решеток и заканчивая естественными изображениями [15]. Изображения имели сферическое искажение для учета изменений расстояния от глаза до периферии монитора. Итоговый набор изображений состоял из восьми нормированных по контрасту естественных изображений с согласованной средней яркостью в цветовом режиме градации серого.

Во время обучения мышью заставляли пить воду всякий раз, когда менялась картинка в повторяющейся последовательности. Каждое изображение отображалось в течение 250 мс, после чего следовал межстимульный интервал 500 мс средней яркости серого (рис. 1). Небольшой процент (5%) представленных изображений был случайно пропущен, но эти пропуски никогда не происходили до фактического изменения изображения (испытания «Иди») или фиктивного изменения изображения (испытания «Поймай»). Важно отметить, что эти пропуски были показаны только во время сеансов визуализации, а не во время обучения. Правильные ответы вознаграждались водой, а преждевременное облизывание вызывало период «тайм-аута», когда

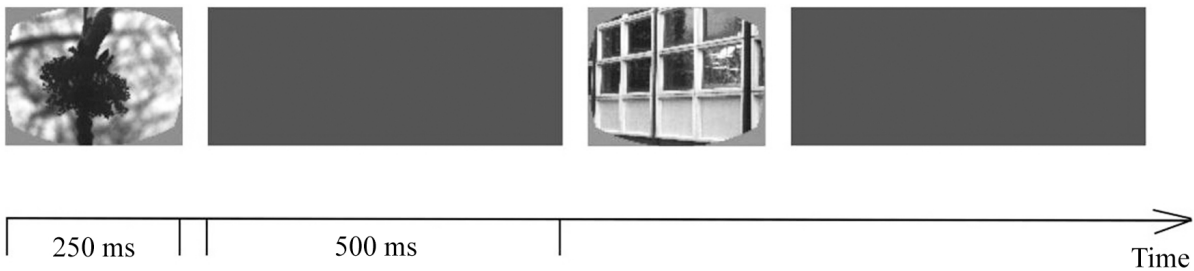


Рис. 1. Задача распознавания изображений. Схема задачи. Мыши обучаются обнаруживать изменения в последовательности мигающих естественных изображений. Изображения представляются в течение 250 мс, за которыми следует серый экран в течение 500 мс

Fig. 1. The problem of image recognition. Task scheme. Mice are trained to detect changes in a sequence of flashing natural images. Images are displayed for 250 ms followed by a gray screen for 500 ms

подсчет сбрасывался. В испытаниях «Иди» изображения менялись местами, и мыши должны были сообщить об изменении, чтобы получить водное вознаграждение. Испытания «Поймай», в которых изображения оставались неизменными, использовались для измерения ложных тревог.

На основе экспериментальных данных была предложена архитектура нейронной сети с прямой связью (STPNet), которая также включала кратковременную синаптическую депрессию [14]. После обучения модель STPNet демонстрировала эффект кратковременной памяти, наблюдаемый в эксперименте с мышами. Следует отметить, что активность отдельных элементов («нейронов») модели была сопоставима с данными *in vivo*, а работа модели порождала ошибки, соответствующие наблюдаемым в экспериментах с мышами.

1.2. Архитектура модели. Архитектура модели SNASTPNet представлена в табл. 1. Она представляет собой два слоя сверточной нейронной сети, два полносвязных слоя, связанных между собой моделью динамического синапса, и слой из одного элемента в виде сигмоиды, определяющей принадлежность к тому или иному классу. Аналогичным образом представлена модель STPNet (см. табл. 1), кроме отсутствия в модели динамического синапса астроцитарной модуляции. Рекуррентная нейронная сеть (RNN), использованная для сравнения кратковременной памяти, имеет отличие в том, что последний слой представлен рекуррентными связями и отсутствует модель динамического синапса (выходы FC-64 слоя не модифицируются с использованием динамической модели синапса). В рассматриваемых моделях в табл. 1 сверточные слои обозначаются как «conv<размер рецептивного поля>-<количество каналов>», «maxpool» указывает на применение операции максимального объединения с окном 2×2 и шагом 2, «FC» представляет собой полносвязные слои с указанным числом единиц, а «RC» обозначает рекуррентные слои с указанным числом единиц. Модель динамического синапса включает в себя слои с FC-64 по sigmoid, который применяет сигмоидную функцию активации к своему входу и возвращает значения в интервале от 0 до 1.

Таблица 1. Архитектуры моделей нейронных сетей

Table 1. Architectures of neural network models

Model	Network architecture								
SNASTPNet	conv5-8	maxpool	conv5-16	maxpool	FC-128	FC-64	FC-16	FC-1	sigmoid
STPNet	conv5-8	maxpool	conv5-16	maxpool	FC-128	FC-64	FC-16	FC-1	sigmoid
RNN	conv5-8	maxpool	conv5-16	maxpool	FC-128	FC-64	RC-16	FC-1	sigmoid

1.3. Модель динамического синапса. Модель динамического синапса строится с использованием среднеполевого подхода, описанного в работах [16–23], и включает нейронную активность, динамику нейро- и глиотрансмиттеров. Активация нейронов приводит к высвобождению нейротрансмиттера (глутамата) $X(t)$, вероятность высвобождения которого определяется u . Часть нейротрансмиттера достигает рецепторов на мембране астроцитов и связывается с ними, запуская каскад биохимических реакций, сопровождающихся внутриклеточным увеличением концентрации кальция и высвобождением из астроцитов глиотрансмиттера, динамика которого описывается в нашей модели переменной $Y(t)$. В результате предложенная модель может быть выражена в виде трехмерной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ):

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = \frac{1 - X}{\tau_D} - uX\tau(t), \\ \frac{dY}{dt} = \frac{-Y}{\tau_y} + \beta H_y(X), \\ \frac{du}{dt} = \frac{U(Y) - u}{\tau_F} + U(Y)(1 - u)\tau(t). \end{cases} \quad (1)$$

В уравнении (1) τ_D представляет собой постоянную времени, регулирующую синаптическую депрессию, а τ_F — синаптическую потенциацию; $\tau(t)$ обозначает нейронную активность в момент времени t ; τ_y обозначает время релаксации глиотрансмиттера; $H_y(X)$ представляет собой функцию активации, определенную уравнением (2).

$$H_y(X) = \frac{1}{1 + e^{-20(X - X_{\text{thr}})}}. \quad (2)$$

В уравнении (2) X_{thr} представляет собой порог активации.

В качестве модели динамического синапса (уравнение (1)) мы используем среднеполевую модель, основанную на работе Цодыкса–Маркрама [24]. В этом контексте нейронная активность $\tau(t)$ в рамках нашей модели может быть описана следующим образом:

$$\tau(t_i) = m \times \text{out}_i^L. \quad (3)$$

В уравнении (3) переменные интерпретируются следующим образом: $\tau(t)$ представляет собой вектор, обозначающий нейронную активность в различные моменты времени t_i . Каждый элемент вектора соответствует конкретному моменту времени. Переменная m обозначает общее количество проведенных экспериментов. out_i^L относится к функции активации i -го элемента в слое FC-64 сверточной нейронной сети, изображенной на табл. 1. Уравнение (3) описывает, как меняется $\tau(t)$ со временем под влиянием количества проведенных экспериментов (m) и признаков, полученных с выхода из слоя FC-64 сверточной нейронной сети, примененных к последовательности изображений, полученной повторением случайно выбранного номера изображения произвольное число раз (out_i^L) (рис. 2). Динамика $\tau(t)$ указывает на то, как долго сохраняется активность нейрона в реакции на внешние стимулы.

Активность астроцитов вызывает высвобождение глиотрансмиттера (глутамата), который, связываясь с мембранными рецепторами пресинаптического нейрона, модулирует вероятность высвобождения нейротрансмиттера (4). В этом контексте $U(Y)$ представляет собой влияние астроцита на вероятность высвобождения нейротрансмиттера (глутамата) из пресинаптического нейрона. Кроме того, u_0 обозначает вероятность высвобождения нейромедиатора

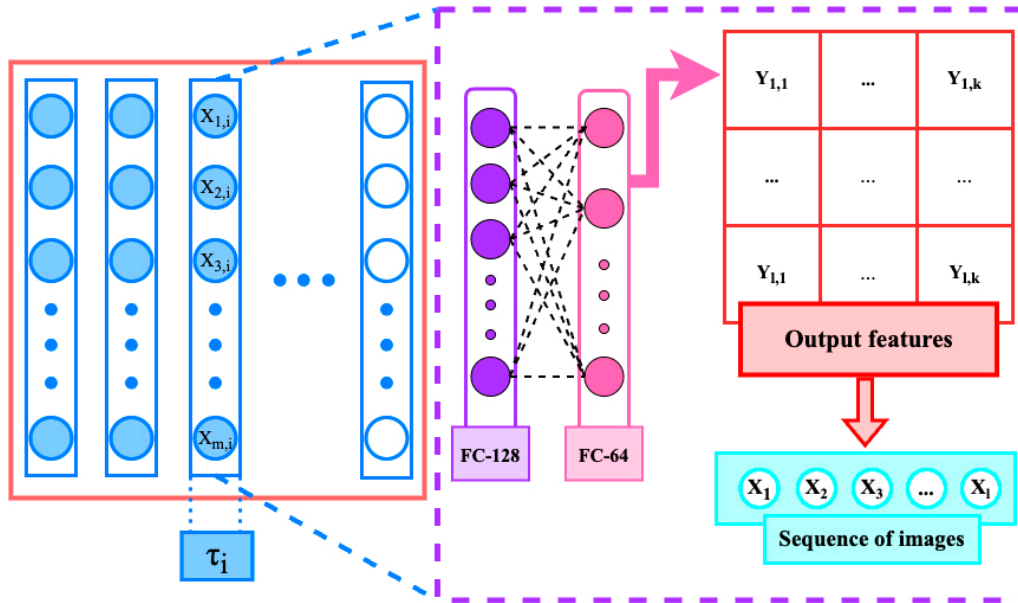


Рис. 2. Схема модели. Красным квадратом обозначен τ_i ; под фиолетовый пунктир вынесен процесс получения вектора τ_i , который представляет из себя признаки, полученные с выхода сверточной нейронной сети, примененные к последовательности изображений из выборки (см. подраздел 1.1) (цвет онлайн)

Fig. 2. Scheme of the model. The red square represents τ_i , and the purple dashed box outlines the process of obtaining the τ_i vector. This vector represents features obtained from the output of the convolutional neural network applied to a sequence of images from the dataset (see Subsection 1.1) (color online)

без взаимодействия с астроцитами, Δu_0 представляет собой изменение вероятности высвобождения под влиянием астроцитов, и Y_{thr} обозначает порог активации.

$$U(Y) = u_0 + \frac{\Delta u_0}{1 + e^{-50(Y - Y_{thr})}}. \quad (4)$$

Параметры модели принимали следующие значения: $\tau_D = 6$, $\tau_F = 1$, $u_0 = 0.23$, $\Delta u_0 = 0.305$, $\tau_y = 1.8$, $\beta = 0.4375$, $X_{thr} = 0.5$ и $Y_{thr} = 0.573$.

2. Результаты

Набор предобработанных изображений подавался на нейронную сеть с прямой связью для уменьшения размерности признакового описания данных (см. табл. 1). Изначально сверточная нейронная сеть с двумя сверточными слоями и двумя полносвязными слоями проходила обучение на наборе данных CIFAR-10 [25] в режиме градации серого. После завершения обучения веса нейронной сети сохранялись. Входные данные для модели представлялись в виде матрицы, обозначенной как M :

$$M(k \times n \times m). \quad (5)$$

Переменные в уравнении (5) имеют следующие значения: k представляет собой количество проведенных экспериментов; n представляет собой время, затраченное на завершение одного эксперимента, деленное на время отображения одного изображения (один временной шаг); m обозначает размер выходного слоя, полученного из сверточной нейронной сети.

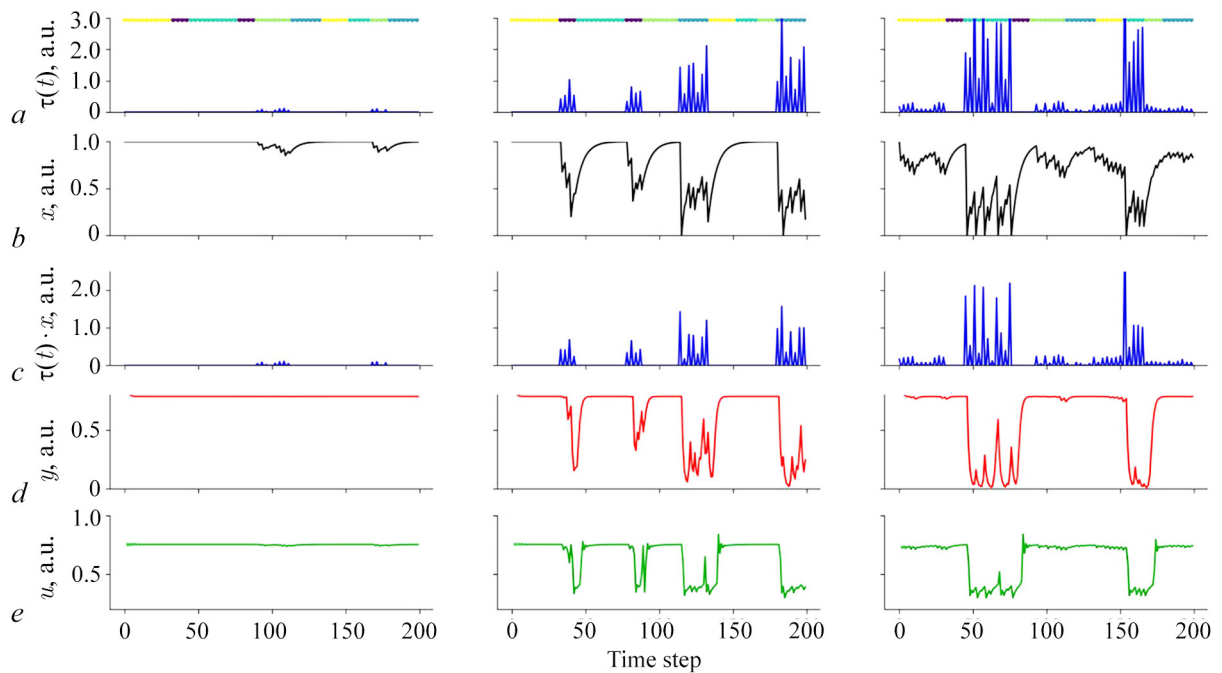


Рис. 3. *a* – На рисунке показана входная активность («нейронная активность») во время задачи обнаружения изменений. Каждое изображение было представлено в течение 250 мс, за которым следовал серый экран длительностью 500 мс. Левый блок показывает слабые ответы на одно изображение. Центральный блок реагирует на два изображения, при этом одно изображение имеет более сильный ответ, чем другое. Правый блок постепенно реагирует на четыре изображения. Время представления изображения представлено цветowymi сегментами, отображенными над каждым графиком. *b* – Эффективность синапсов элементов, изображенных на панели *a*, меняется в зависимости от полученного входа. *c* – Входная активность («нейронная активность») модулируется за счет кратковременной синаптической пластичности и астроцитарной регуляции для элементов, показанных на панели *a*. *d* – Динамика глиотрансмиттера. *e* – Вероятность высвобождения нейротрансмиттера (цвет онлайн)

Fig. 3. *a* – The figure shows input activity (“neural activity”) during a change detection task. Each image was presented for 250 ms followed by a 500 ms gray screen. The left block shows weak responses to one image. The center block responds to two images, with one image having a stronger response than the other. The right block gradually responds to four images. The image presentation time is represented by the color segments displayed above each graph. *b* – The synapse efficiency of the elements depicted in panel *a* varies depending on the input received. *c* – Input activity (“neural activity”) is modulated by transient synaptic plasticity and astrocytic regulation for the elements shown in panel *a*. *d* – Gliotransmitter dynamics. *e* – Probability of neurotransmitter release (color online)

Для повышения биологической правдоподобности модели был введен независимый мультипликативный гауссовский шум с математическим ожиданием, равным 0, и стандартным отклонением, равным 0.5. Этот шум добавлялся как к выходу сети-кодировщика, так и к скрытым элементам, тем самым формируя недетерминированные ответы [26]. Выход элементов слоя FC-64 до и после подачи на динамический синапс в зависимости от набора подаваемых изображений показан на рис. 3.

В процессе исследования модели SNASTPNet были рассчитаны зависимости точности и ошибки от числа эпох (рис. 4). Как показано на рис. 4, в рамках исследуемой задачи лучшие значения точности и ошибки могут быть получены при обучении более чем на 5000 эпох.

Для сравнения эффективности нашей модели SNASTPNet с архитектурой нейронной сети, включающей только кратковременную синаптическую депрессию STPNet, и с рекуррентной нейронной сетью RNN мы использовали метрику d-prime. Эта метрика, впервые представленная в работе [14], была использована для оценки эффективности запоминания последовательности изображений.

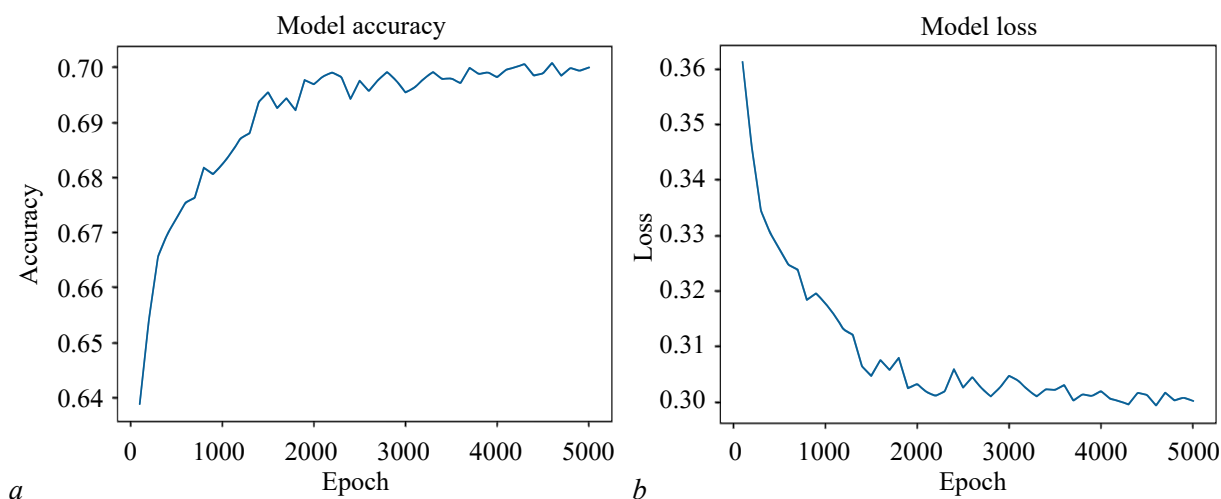


Рис. 4. *a* – Зависимость точности модели от числа эпох и *b* – зависимость функции потерь модели (ошибки) от числа эпох

Fig. 4. *a* – Dependence of the model accuracy on the number of epochs and *b* – dependence of the model loss function (error) on the number of epochs

Метрика чувствительности *d*-prime была вычислена (табл. 2) для данного типа задачи. Более высокое значение этой метрики указывает на лучшее распознавание сигнала. *d*-prime считался как разница норм от частоты попаданий и ложных угадываний по следующему алгоритму.

Высчитывались распределения для экспериментов «Иди»/«Поймай», где «Go» отвечает за «Иди», «Catch» – «Поймай».

$$\mu(\text{“Go”}) = \frac{\sum(\text{prediction} * (\text{labels} \equiv 1))}{\sum(\text{labels} \equiv 1)}, \quad (6)$$

$$\mu(\text{“Catch”}) = \frac{\sum(\text{prediction} * (\text{labels} \equiv -1))}{\sum(\text{labels} \equiv -1)}, \quad (7)$$

$$\text{prediction}_i \sim \text{Bernoulli} (p = \text{output}_i) \quad (8)$$

prediction получается из распределения Бернулли, которое, в свою очередь, принимает на вход сигмоидальную функцию активации, чтобы данные принимали значения строго в диапазоне от 0 до 1:

$$p(\omega) = \frac{1}{1 + e^{-\omega}}, \quad (9)$$

где ω – массив значений выборки «Поймай» или «Иди».

С помощью данной метрики было показано, что наша архитектура нейронной сети с астроцитарной модуляцией демонстрирует лучший показатель по точности классификации ранее запомненных и новых изображений.

Таблица 2. Среднее значение метрики *d*-prime вместе с соответствующим стандартным отклонением для трех моделей: RNN, STPNet и SNASTPNet

Table 2. The mean value of the *d*-prime metric along with the corresponding standard deviation for the three models: RNN, STPNet and SNASTPNet

model	mean	std
RNN	1.33	0.578
STPNet	1.47	0.127
SNASTPNet	1.52	0.13

Заключение

Кратковременная (или рабочая) память является важным когнитивным процессом, связанным с временным хранением и обработкой информации. Она играет ключевую роль во внимании, обучении и принятии решений. В данном исследовании представлена новая модель для кратковременной памяти, объединяющая кратковременную синаптическую пластичность, астроцитарную модуляцию синаптической передачи и сверточную нейронную сеть. Сравнительный анализ с рекуррентной нейронной сетью показывает, что предложенная модель обладает более высокой эффективностью в точном моделировании кратковременной памяти.

Список литературы

1. *Baddeley A.* Working memory // *Current Biology*. 2010. Vol. 20, no. 4. P. R136–R140. DOI: 10.1016/j.cub.2009.12.014.
2. *Miller G. A.* The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information // *Psychological Review*. 1956. Vol. 63, no. 2. P. 81–97. DOI: 10.1037/h0043158.
3. *Cowan N.* The magical number 4 in short-term memory: A reconsideration of mental storage capacity // *Behavioral and Brain Sciences*. 2001. Vol. 24, no. 1. P. 87–114. DOI: 10.1017/S0140525X01003922.
4. *Wager T. D., Smith E. E.* Neuroimaging studies of working memory: a meta-analysis // *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*. 2003. Vol. 3, no. 4. P. 255–274. DOI: 10.3758/cabn.3.4.255.
5. *Engle R. W.* Working memory capacity as executive attention // *Current Directions in Psychological Science*. 2002. Vol. 11, no. 1. P. 19–23.
6. *Park D. C., Polk T. A., Mikels J. A., Taylor S. F., Marshuetz C.* Cerebral aging: integration of brain and behavioral models of cognitive function // *Dialogues in Clinical Neuroscience*. 2022. Vol. 3, no. 3. P. 151–165. DOI: 10.31887/DCNS.2001.3.3/dcpark.
7. *Postle B. R.* Working memory as an emergent property of the mind and brain // *Neuroscience*. 2006. Vol. 139, no. 1. P. 23–38. DOI: 10.1016/j.neuroscience.2005.06.005.
8. *Luck S. J., Vogel E. K.* The capacity of visual working memory for features and conjunctions // *Nature*. 1997. Vol. 390, no. 6657. P. 279–281. DOI: 10.1038/36846.
9. *Hollingworth A., Henderson J. M.* Accurate visual memory for previously attended objects in natural scenes // *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*. 2002. Vol. 28, no. 1. P. 113–136. DOI: 10.1037/0096-1523.28.1.113.
10. *Vogel E. K., Woodman G. F., Luck S. J.* Pushing around the locus of selection: Evidence for the flexible-selection hypothesis // *Journal of Cognitive Neuroscience*. 2005. Vol. 17, no. 12. P. 1907–1922. DOI: 10.1162/089892905775008599.
11. *Perea G., Araque A.* Astrocytes potentiate transmitter release at single hippocampal synapses // *Science*. 2007. Vol. 317, no. 5841. P. 1083–1086. DOI: 10.1126/science.1144640.
12. *Suzuki A., Stern S. A., Bozdagi O., Huntley G. W., Walker R. H., Magistretti P. J., Alberini C. M.* Astrocyte-neuron lactate transport is required for long-term memory formation // *Cell*. 2011. Vol. 144, no. 5. P. 810–823. DOI: 10.1016/j.cell.2011.02.018.
13. *Ango F., Wu C., Van der Want J. J., Wu P., Schachner M., Huang J.* Bergmann glia and the recognition molecule CHL1 organize GABAergic axons and direct innervation of Purkinje cell dendrites // *PLoS Biology*. 2008. Vol. 6, no. 4. P. e103. DOI: 10.1371/journal.pbio.0060103.
14. *Hu B., Garrett M. E., Groblewski P. A., Ollerenshaw D. R., Shang J., Roll K., Manavi S., Koch C., Olsen S. R., Mihalas S.* Adaptation supports short-term memory in a visual change detection task // *PLoS Computational Biology*. 2021. Vol. 17, no. 9. P. e1009246. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1009246.
15. *Garrett M., Manavi S., Roll K., Ollerenshaw D. R., Groblewski P. A., Ponvert N. D., Kiggins J. T., Casal L., Mace K., Williford A., Leon A., Jia X., Ledochowitsch P., Buice M. A., Wakeman W.,*

- Mihalas S., Olsen S. R.* Experience shapes activity dynamics and stimulus coding of VIP inhibitory cells // *eLife*. 2020. Vol. 9. P. e50340. DOI: 10.7554/eLife.50340.
16. *Stasenko S. V., Kazantsev V. B.* Dynamic image representation in a spiking neural network supplied by astrocytes // *Mathematics*. 2023. Vol. 11, no. 3. P. 561. DOI: 10.3390/math11030561.
 17. *Stasenko S., Kazantsev V.* Astrocytes enhance image representation encoded in spiking neural network // In: Kryzhanovsky B., Dunin-Barkowski W., Redko V., Tiumentsev Y. (eds) *Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research VI. NEUROINFORMATICS 2022*. Vol. 1064 of *Studies in Computational Intelligence*. Cham: Springer, 2023. P. 200–206. DOI: 10.1007/978-3-031-19032-2_20.
 18. *Лазаревич И. А., Стасенко С. В., Казанцев В. Б.* Синаптическая мультистабильность и сетевая синхронизация, индуцированные нейрон-глиальным взаимодействием в мозге // *Письма в ЖЭТФ*. 2017. Т. 105, № 3. С. 198–201. DOI: 10.7868/S0370274X17030134.
 19. *Stasenko S. V., Lazarevich I. A., Kazantsev V. B.* Quasi-synchronous neuronal activity of the network induced by astrocytes // *Procedia Computer Science*. 2020. Vol. 169. P. 704–709. DOI: 10.1016/j.procs.2020.02.175.
 20. *Barabash N., Levanova T., Stasenko S.* STSP model with neuron – glial interaction produced bursting activity // In: 2021 Third International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN). 13–15 September 2021, Kaliningrad, Russian Federation. IEEE, 2021. P. 12–15. DOI: 10.1109/CNN53494.2021.9580314.
 21. *Stasenko S., Kazantsev V.* 3D model of bursting activity generation // In: 2022 Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN). 14–16 September 2022, Kaliningrad, Russian Federation. IEEE, 2022. P. 176–179. DOI: 10.1109/CNN56452.2022.9912507.
 22. *Barabash N., Levanova T., Stasenko S.* Rhythmogenesis in the mean field model of the neuron–glial network // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 2023. Vol. 232, no. 5. P. 529–534. DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00778-9.
 23. *Olenin S. M., Levanova T. A., Stasenko S. V.* Dynamics in the reduced mean-field model of neuron–glial interaction // *Mathematics*. 2023. Vol. 11, no. 9. P. 2143. DOI: 10.3390/math11092143.
 24. *Tsodyks M., Pawelzik K., Markram H.* Neural networks with dynamic synapses // *Neural Computation*. 1998. Vol. 10, no. 4. P. 821–835. DOI: 10.1162/089976698300017502.
 25. *Krizhevsky A.* Learning Multiple Layers of Features from Tiny Images. Technical Report TR-2009. Toronto: University of Toronto, 2009. 60 p.
 26. *Paszke A., Gross S., Massa F., Lerer A., Bradbury J., Chanan G., Killeen T., Lin Z., Gimelshein N., Antiga L., Desmaison A., Köpf A., Yang E., DeVito Z., Raison M., Tejani A., Chilamkurthy S., Steiner B., Fang L., Bai J., Chintala S.* PyTorch: An imperative style, high-performance deep learning library // In: *NIPS'19: Proceedings of the 33rd International Conference on Neural Information Processing Systems*. No. 721. Vancouver, Canada: NeurIPS, 2019. P. 8026–8037.

References

1. Baddeley A. Working memory. *Current Biology*. 2010;20(4):R136–R140. DOI: 10.1016/j.cub.2009.12.014.
2. Miller GA. The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*. 1956;63(2):81–97. DOI: 10.1037/h0043158.
3. Cowan N. The magical number 4 in short-term memory: A reconsideration of mental storage capacity. *Behavioral and Brain Sciences*. 2001;24(1):87–114. DOI: 10.1017/S0140525X01003922.
4. Wager TD, Smith EE. Neuroimaging studies of working memory: a meta-analysis. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience*. 2003;3(4):255–274. DOI: 10.3758/cabn.3.4.255.
5. Engle RW. Working memory capacity as executive attention. *Current Directions in Psychological Science*. 2002;11(1):19–23.
6. Park DC, Polk TA, Mikels JA, Taylor SF, Marshuetz C. Cerebral aging: integration of brain and

- behavioral models of cognitive function. *Dialogues in Clinical Neuroscience*. 2022;3(3):151–165. DOI: 10.31887/DCNS.2001.3.3/dcpark.
7. Postle BR. Working memory as an emergent property of the mind and brain. *Neuroscience*. 2006;139(1):23–38. DOI: 10.1016/j.neuroscience.2005.06.005.
 8. Luck SJ, Vogel EK. The capacity of visual working memory for features and conjunctions. *Nature*. 1997;390(6657):279–281. DOI: 10.1038/36846.
 9. Hollingworth A, Henderson JM. Accurate visual memory for previously attended objects in natural scenes. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*. 2002;28(1):113–136. DOI: 10.1037/0096-1523.28.1.113.
 10. Vogel EK, Woodman GF, Luck SJ. Pushing around the locus of selection: Evidence for the flexible-selection hypothesis. *Journal of Cognitive Neuroscience*. 2005;17(12):1907–1922. DOI: 10.1162/089892905775008599.
 11. Perea G, Araque A. Astrocytes potentiate transmitter release at single hippocampal synapses. *Science*. 2007;317(5841):1083–1086. DOI: 10.1126/science.1144640.
 12. Suzuki A, Stern SA, Bozdagi O, Huntley GW, Walker RH, Magistretti PJ, Alberini CM. Astrocyte-neuron lactate transport is required for long-term memory formation. *Cell*. 2011;144(5):810–823. DOI: 10.1016/j.cell.2011.02.018.
 13. Ango F, Wu C, Van der Want JJ, Wu P, Schachner M, Huang J. Bergmann glia and the recognition molecule CHL1 organize GABAergic axons and direct innervation of Purkinje cell dendrites. *PLoS Biology*. 2008;6(4):e103. DOI: 10.1371/journal.pbio.0060103.
 14. Hu B, Garrett ME, Groblewski PA, Ollerenshaw DR, Shang J, Roll K, Manavi S, Koch C, Olsen SR, Mihalas S. Adaptation supports short-term memory in a visual change detection task. *PLoS Computational Biology*. 2021;17(9):e1009246. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1009246.
 15. Garrett M, Manavi S, Roll K, Ollerenshaw DR, Groblewski PA, Ponvert ND, Kiggins JT, Casal L, Mace K, Williford A, Leon A, Jia X, Ledochowitsch P, Buice MA, Wakeman W, Mihalas S, Olsen SR. Experience shapes activity dynamics and stimulus coding of VIP inhibitory cells. *eLife*. 2020;9:e50340. DOI: 10.7554/eLife.50340.
 16. Stasenko SV, Kazantsev VB. Dynamic image representation in a spiking neural network supplied by astrocytes. *Mathematics*. 2023;11(3):561. DOI: 10.3390/math11030561.
 17. Stasenko S, Kazantsev V. Astrocytes enhance image representation encoded in spiking neural network. In: Kryzhanovsky B, Dunin-Barkowski W, Redko V, Tiumentsev Y, editors. *Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research VI. NEUROINFORMATICS 2022*. Vol. 1064 of *Studies in Computational Intelligence*. Cham: Springer; 2023. P. 200–206. DOI: 10.1007/978-3-031-19032-2_20.
 18. Lazarevich IA, Stasenko SV, Kazantsev VB. Synaptic multistability and network synchronization induced by the neuron–glial interaction in the brain. *Jetp Lett*. 2017;105(3):210–213. DOI: 10.1134/S0021364017030092.
 19. Stasenko SV, Lazarevich IA, Kazantsev VB. Quasi-synchronous neuronal activity of the network induced by astrocytes. *Procedia Computer Science*. 2020;169:704–709. DOI: 10.1016/j.procs.2020.02.175.
 20. Barabash N, Levanova T, Stasenko S. STSP model with neuron – glial interaction produced bursting activity. In: *2021 Third International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN)*. 13–15 September 2021, Kaliningrad, Russian Federation. IEEE; 2021. P. 12–15. DOI: 10.1109/CNN53494.2021.9580314.
 21. Stasenko S, Kazantsev V. 3D model of bursting activity generation. In: *2022 Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN)*. 14–16 September 2022, Kaliningrad, Russian Federation. IEEE; 2022. P. 176–179. DOI: 10.1109/CNN56452.2022.9912507.
 22. Barabash N, Levanova T, Stasenko S. Rhythmogenesis in the mean field model of the neuron–glial network. *Eur. Phys. J. Spec. Top*. 2023;232(5):529–534. DOI: 10.1140/epjs/s11734-023-00778-9.

23. Olenin SM, Levanova TA, Stasenko SV. Dynamics in the reduced mean-field model of neuronal interaction. *Mathematics*. 2023;11(9):2143. DOI: 10.3390/math11092143.
24. Tsodyks M, Pawelzik K, Markram H. Neural networks with dynamic synapses. *Neural Computation*. 1998;10(4):821–835. DOI: 10.1162/089976698300017502.
25. Krizhevsky A. Learning Multiple Layers of Features from Tiny Images. Technical Report TR-2009. Toronto: University of Toronto; 2009. 60 p.
26. Paszke A, Gross S, Massa F, Lerer A, Bradbury J, Chanan G, Killeen T, Lin Z, Gimelshein N, Antiga L, Desmaison A, Köpf A, Yang E, DeVito Z, Raison M, Tejani A, Chilamkurthy S, Steiner B, Fang L, Bai J, Chintala S. PyTorch: An imperative style, high-performance deep learning library. In: *NIPS'19: Proceedings of the 33rd International Conference on Neural Information Processing Systems*. No. 721. Vancouver, Canada: NeurIPS; 2019. P. 8026–8037.



Зимин Илья Анатольевич — родился в р. п. Сосновское Нижегородской области (2000). Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (ННГУ) по направлению «Фундаментальная радиофизика» (2022). С 2022 года — студент магистратуры Института информационных технологий, математики и механики по направлению «Компьютерные науки и приложения» ННГУ. С 2023 года работает в научно-исследовательской лаборатории перспективных методов анализа многомерных данных ННГУ. Научные интересы — машинное обучение, математическое моделирование, нейронаука.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр-кт Гагарина, 23
 Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
 E-mail: izeemeen@gmail.com



Казанцев Виктор Борисович — родился в 1973 году. Окончил радиофизический факультет ННГУ. Кандидат физико-математических наук (1999), доктор физико-математических наук (2005). Заведующий кафедрой нейротехнологий биологического факультета ННГУ (с 2005), профессор университета Иннополис (Казань), заведующий лабораторией нейромоделирования НИИ нейронаук СамГМУ (Самара). Область научных интересов: нейронаука, математические модели нейронов и нейронных сетей, нейрогибридные и нейроморфные системы, нейроинтерфейсы, нейрон-глиальные взаимодействия, колебания и волны в нейродинамике. Имеет более 150 научных публикаций в российских и зарубежных реферируемых изданиях. Автор нескольких глав в книгах и монографиях, множества патентов и учебно-методических разработок. Под его руководством защищено 6 кандидатских диссертаций. Руководитель ведущей научной школы «Нелинейная динамика сетевых нейросистем: фундаментальные аспекты и приложения» в рамках гранта Президента РФ 2020–2021.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр-кт Гагарина, 23
 Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
 E-mail: kazantsev@neuro.nnov.ru
 ORCID: 0000-0002-2881-6648
 AuthorID (eLibrary.Ru): 29851



Стасенко Сергей Викторович — родился в 1988 году. Окончил Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского. Кандидат физико-математических наук (2017). Доцент кафедры нейротехнологий ННГУ. Область научных интересов: математическая биофизика, математическое моделирование живых систем, моделирование нейрон-астроцитарного и нейрон-ВКМ взаимодействий, спайковые нейронные сети и анализ данных.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр-кт Гагарина, 23
 Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
 E-mail: stasenko@neuro.nnov.ru
 ORCID: 0000-0002-3032-5469
 AuthorID (eLibrary.Ru): 655311



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003109
EDN: CAAKSH

Математическая модель управления нейропластичностью мозга при нейробиоуправлении*

И. В. Нуйдель¹✉, А. В. Колосов¹, С. А. Пермяков², И. С. Егоров², С. А. Полевая², В. Г. Яхно^{1,2}

¹ФИЦ Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия

²Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Россия
E-mail: ✉nuidel@ipfran.ru, 7418880@mail.ru, permyakov@fsn.unn.ru, igor.egorov.unn@yandex.com, s453383@mail.ru, yakhno@ipfran.ru

Поступила в редакцию 16.11.2023, принята к публикации 29.01.2024,
опубликована онлайн 22.05.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель настоящего исследования — применить модель взаимодействия модулей таламокортикальной системы для управления нейропластичностью мозга. **Методы.** Проводятся психофизиологические эксперименты по нейробиоуправлению, которые состоят в световой стимуляции глаз моночастотными световыми импульсами в диапазоне 4...20 Гц и регистрации биоэлектрической активности головного мозга. В качестве характеристики зрелости ритмики мозга используют совокупность наличия или отсутствия в биоэлектрической активности головного мозга доминирующей пиковой частоты в альфа-диапазоне ЭЭГ, эффекта усвоения навязываемых стимуляцией ритмов и наличия мультипликационного эффекта от навязываемых стимуляцией ритмов. Рассматриваются соответствующие психофизиологическому эксперименту решения модели элементарной таламокортикальной ячейки, которая описывается системой дифференциальных уравнений. Модель реализована средствами языка Python. **Результаты.** Параметры модели подбираются таким образом, чтобы добиться качественного соответствия спектральных характеристик полученных решений с биоэлектрической активностью головного мозга обследуемого. Зрелость ритмики оценивается по параметрам модели таламокортикальной ячейки. Яркость и частотные характеристики световых стимулов подбираются исходя из прогноза модели, на вход которой подаются различные варианты последовательностей импульсов. **Заключение.** Разработан способ цифровой диагностики уровня зрелости ритмики мозга на основе сопоставления результатов моделирования и данных психофизиологического эксперимента по нейробиоуправлению. Эволюция решений модели в зависимости от ее параметров симулирует процесс биоуправления нейропластичностью мозга с учетом исходного уровня зрелости ритмики и стресс-индуцированных искажений нейродинамики. Эксперименты на модели с различными параметрами модели и внешнего сигнала могут быть использованы в разработке новых протоколов нейробиоуправления.

Ключевые слова: модель таламокортикальной ячейки, нейробиоуправление, нейропластичность, биоэлектрическая активность мозга, оценка зрелости ритмики мозга.

Благодарности. Работа по проведению психофизиологических экспериментов и обработке данных выполнена при поддержке РФФ, грант № 22-18-20075, работа по моделированию частично поддержана грантом РФФ № 22-18-20075 и Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания ИПФ РАН, проект № FFUF-2021-0014.

Для цитирования: Нуйдель И. В., Колосов А. В., Пермяков С. А., Егоров И. С., Полевая С. А., Яхно В. Г. Математическая модель управления нейропластичностью мозга при нейробиоуправлении // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 472–491. DOI: 10.18500/0869-6632-003109. EDN: CAAKSH

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

*Работа публикуется по материалам доклада, сделанного на конференции «Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях — 2023».

Mathematical model for controlling brain neuroplasticity during neurofeedback*

I. V. Nuidel¹✉, A. V. Kolosov¹, S. A. Permyakov², I. S. Egorov², S. A. Polevaya², V. G. Yakhno^{1,2}

¹FRC A. V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Russia

²National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: ✉nuidel@ipfran, 7418880@mail.ru, permyakov@fsn.unn.ru,

igor.egorov.unn@yandex.com, s453383@mail.ru, yakhno@ipfran.ru

Received 16.11.2023, accepted 29.01.2024, available online 22.05.2024, published 31.07.2024

Abstract. The purpose of this work is to apply a model of interaction between thalamocortical system modules to control brain neuroplasticity. **Methods.** Psychophysiological experiments on neurofeedback are being carried out, which consist of light stimulation of the eyes with monofrequency light pulses in the range of 4...20 Hz and recording the bioelectrical activity of the brain. As a characteristic of maturity, brain rhythms use the combination of the presence or absence in the bioelectrical activity of the brain of a dominant peak frequency in the alpha range of the EEG, the effect of assimilation of the rhythms imposed by stimulation, and the presence of a multiplying effect from the rhythms imposed by stimulation. Solutions to the model of an elementary thalamocortical cell, which is described by a system of differential equations, corresponding to a psychophysiological experiment are considered. The model is implemented using the Python. **Results.** The model parameters are selected in such a way as to achieve a qualitative correspondence of the spectral characteristics of the obtained solutions with the bioelectrical activity of the subject's brain. Rhythmic maturity is assessed based on the parameters of the thalamocortical cell model. The brightness and frequency characteristics of light stimuli are selected based on the prediction of the model, the input of which is supplied with various variants of pulse sequences. **Conclusion.** A method has been developed for digital diagnostics of the level of brain rhythm maturity based on a comparison of modeling results and data from a psychophysiological experiment on neurofeedback. The evolution of model solutions depending on its parameters simulates the process of biocontrol of brain neuroplasticity, taking into account the initial level of rhythmic maturity and stress-induced distortions of neurodynamics. Experiments on the model with different parameters of the model and external signal can be used in the development of new neurofeedback protocols.

Keywords: thalamocortical cell model, neurofeedback, neuroplasticity, bioelectrical activity of the brain, assessment of brain rhythm maturity.

Acknowledgements. The work on conducting psychophysiological experiments and data processing was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 22-18-20075, the modeling work was partially supported by the Russian Science Foundation grant No. 22-18-20075 and the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in within the framework of the state assignment of the Institute of Applied Physics RAS, project No. FFUF-2021-0014.

For citation: Nuidel IV, Kolosov AV, Permyakov SA, Egorov IS, Polevaya SA, Yakhno VG. Mathematical model for controlling brain neuroplasticity during neurofeedback. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2024;32(4):472–491. DOI: 10.18500/0869-6632-003109

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Каким образом оценить способность и готовность человека к восприятию информации для дальнейшей работы с ней, для решения задач, к обучению, возможность восстановления когнитивных способностей после стрессовых и травматических воздействий? Это задача функциональной диагностики одной из главных систем человека — его головного мозга. После функциональной диагностики в каждом конкретном случае при необходимости следуют шаги по дальнейшему специальному тестированию и тренингу когнитивных функций. В работе предлагается вариант цифровой диагностики уровня зрелости ритмики мозга на основе сопоставления экспериментальных данных по ритмике мозга, полученных в ходе психофизиологических экспериментов, с результатами математического моделирования.

*The paper presents materials of a talk given at the conference “Nonlinear dynamics in cognitive research — 2023”.

Для определения уровня функциональной эффективности работы корковых структур введены оценочные характеристики уровней зрелости ритмики мозга (эталонный уровень и 3 уровня регрессии ритмики мозга: слабая, умеренная, глубокая) [1]. Разные уровни зрелости ритмики соответствуют разным этапам онтогенеза нейронных сетей мозга, обеспечивающих рекуррентные циклы обработки сигналов для реализации когнитивных функций. Нейропластичность мозга (способность человеческого мозга изменяться под действием опыта или в ответ на внешнее воздействие) позволяет изменить уровень зрелости ритмики мозга [2–4]. Перейти к более зрелой ритмике можно управляя параметрами активации нейронных сетей мозга в ходе психофизиологического эксперимента.

В настоящее время для управления параметрами активации успешно используется адаптивная нейростимуляция, организованная по принципу замкнутой петли с обратной связью от ЭЭГ [5–7]. Установлено, что предъявление испытуемым, находящимся в состоянии тревоги и стресса, световых ритмических воздействий, автоматически формируемых в реальном времени на основе их собственных ЭЭГ, приводит к достоверному увеличению мощности ЭЭГ, а также снижению уровня эмоциональной дезадаптации и стрессированности испытуемых [8–10]. Вызванные стрессом функциональные нарушения корректируются.

Для подбора протокола психофизиологического эксперимента по нейробиоуправлению необходима оценка степени зрелости ритмики мозга. В работе предлагается для этого использовать модель таламокортикальной ячейки [11], расчеты на которой качественно воспроизводят эффекты спектральной динамики у человека в ответ на внешний сигнал, подобный экспериментальному. Можно «конструировать» внешний сигнал и смотреть отклик модели при разных параметрах, симулируя последовательность протоколов, соответствующих переходу на очередной этап зрелости ритмики. Такие расчеты могут быть полезны при разработке новых протоколов нейробиоуправления.

Модель в этом смысле можно считать симулятором персональных таламокортикальных реакций. Перспективная цель этой работы — использовать параметры модели и расчеты при подборе оптимальных режимов стимуляции (например, фотостимуляции [12, 13]) для формирования полезных ЭЭГ-паттернов, чтобы влиять на характеристики персональной таламокортикальной системы испытуемого (пациента) и улучшать его эмоциональное состояние.

1. Термины

Адаптивность мозга — способности мозга приспосабливаться к новым условиям, изменениям в окружающей среде или требованиям. Она включает в себя процессы нейропластичности. Перечислим несколько ключевых аспектов адаптивности мозга.

1. *Нейропластичность.* Мозг способен изменять свою структуру и функцию в ответ на опыт. Может включать в себя формирование новых связей между нейронами, изменение силы существующих синапсов и даже рождение новых нейронов [2–4].
2. *Обучение и память.* Мозг адаптируется к новой информации через процессы обучения и формирования памяти. Путем укрепления синаптических связей и изменения структуры нейронных сетей мозг может улучшить свои когнитивные способности.
3. *Компенсация при повреждениях.* В случае повреждений мозга, например, в результате травмы или болезни, мозг может пытаться компенсировать утрату функции, активируя другие области или изменяя свою структуру для адаптации к новым условиям.
4. *Развитие в течение жизни.* Адаптивность мозга проявляется на протяжении всей жизни. Даже в зрелом возрасте мозг может продолжать меняться и адаптироваться к новым вызовам, хотя с возрастом эти процессы могут замедляться.
5. *Способность к реорганизации.* Мозг обладает способностью к реорганизации своих структурных и функциональных компонентов в ответ на изменения внешних условий, требований или задач.

Адаптивность мозга является важным аспектом нашей способности к обучению, адаптации к окружающей среде и приспособлению к переменам в жизни. Пластичность мозга (нейропластичность) — способность нервной системы изменять свою структуру и функцию в ответ на опыт, обучение, адаптацию или повреждения. Это означает, что мозг может формировать новые связи между нейронами (нервными клетками), менять силу существующих связей и даже создавать новые нейроны в процессе, называемом нейрогенез. Пластичность мозга подразумевает изменения на уровне синапсов. Способность мозга к пластичности наиболее выражена в раннем детстве, когда происходит интенсивное формирование нейронных сетей, но она сохраняется на протяжении всей жизни. Этот процесс пластичности играет важную роль в обучении, адаптации к переменам, восстановлении после повреждений, и он оказывает влияние на различные аспекты когнитивной функции, включая память, внимание, мышление и обучение. Понимание пластичности мозга имеет значимость в контексте образования, тренировок, реабилитации и лечения неврологических состояний [14].

2. Динамика ЭЭГ-сигнала. Эксперимент

В статье использованы экспериментальные данные ранних исследований. Подробное описание протоколов психофизиологических экспериментов по динамической фотостимуляции приводится в работах [1, 5–10, 13–18].

В ходе эксперимента по динамической фотостимуляции мерцающая инфракрасная лампа направляется на закрытые глаза испытуемого [1, 17]. В качестве световой стимуляции используется последовательность моночастотных световых импульсов в диапазоне 4...20 Гц. ЭЭГ испытуемого снимается до воздействия на него импульсным инфракрасным излучением, в процессе воздействия и после воздействия. На основе регистрируемых частот альфа-ритма испытуемого (в состоянии покоя при закрытых глазах) формируется внешний сигнал с теми же частотными характеристиками (частоты альфа-пика и альфа-диапазона).

По результатам функциональной пробы «динамическая фотостимуляция» можно определить характер ритмики испытуемого: эталонную ритмику, или эталонный уровень зрелости ритмики, и несколько уровней регрессии ритмики мозга (слабую, умеренную, глубокую). Установлено, что при структурной и функциональной деструкции нейронных сетей мозга проявляются одни и те же варианты нарушений динамических структур ритмики мозга. Одни и те же искажения динамических структур ритмики мозга проявляются и у детей с органической задержкой развития мозга или синдромом дефицита внимания и гиперактивности, и у взрослых при депрессии, эмоциональном выгорании, стрессах разной природы. Степень нарушений определяется глубиной регрессии уровня зрелости ритмики. Восстановление ритмики при нейробиоуправлении соответствует этапам созревания. Каждому переходу по шкале зрелости соответствует протокол процедуры резонансного биоуправления. Таким образом, применение нейробиоуправления (резонансного биоуправления) для реабилитации осуществляется через последовательность протоколов (процедур), обеспечивающих переход на очередной этап зрелости.

Эталонный уровень зрелости ритмики мозга, обеспечивающий персональный оптимум когнитивных функций, формируется к 7 годам. Эффективность когнитивных функций и стрессоустойчивость связаны с устойчивостью эталонной ритмики. Эталонный уровень зрелости характеризуется следующими признаками: в фоне — четко выраженный альфа-ритм в диапазоне 8...14 Гц; при динамической фотостимуляции собственный альфа-ритм сохраняется; проявляются ритмы с частотами стимуляции (усвоение ритма), то есть адаптивность и пластичность мозга реализуются через воспроизведение в ЭЭГ колебаний светового сигнала; проявляются ритмы с частотами, кратными частоте стимуляции (мультипликация), то есть адаптивность и пластичность мозга

реализуются через генерацию нового ритма; после стимуляции мощность альфа-ритма не выше, чем до стимуляции. На рис. 1, *a* приведены амплитудный спектр и динамический спектр ЭЭГ испытуемого с явно выраженной пиковой частотой в альфа-диапазоне (пример эталонной ритмики).

По результатам функциональной пробы «динамическая фотостимуляция» можно выделить 3 уровня регрессии ритмики мозга: глубокая, умеренная, слабая. Заметим, что на данном этапе исследований детектирование признаков ритмики мозга, в том числе и спектрального пика в альфа-диапазоне, осуществляется экспертом. Слабая регрессия ритмики мозга характеризуется следующими признаками: в фоне — слабый частотный пик в диапазоне альфа-ритма (8...14 Гц); при динамической фотостимуляции отсутствует хотя бы один признак эталонной ритмики мозга: уменьшается или отсутствует альфа-пик, отсутствуют или слабо выражены эффекты усвоения ритма и мультипликации. Умеренная регрессия ритмики мозга характеризуется следующими признаками: в фоне — отсутствует частотный пик в диапазоне альфа-ритма (8...14 Гц); при динамической фотостимуляции отсутствуют или слабо выражены эффекты усвоения ритма и мультипликации. Глубокая регрессия ритмики мозга характеризуется следующими признаками: в фоне — отсутствуют частотные пики в альфа- (8...14 Гц) и тета- (3...8 Гц) диапазонах;

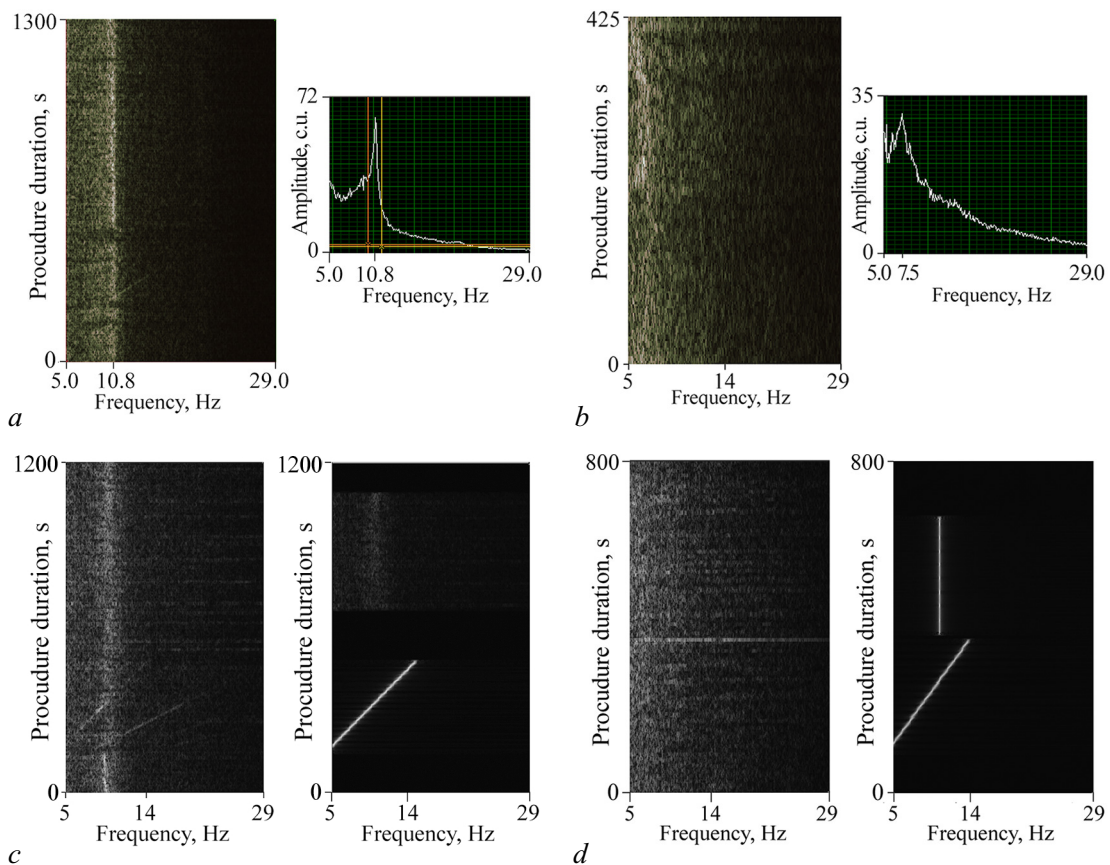


Рис. 1. Динамические спектры ЭЭГ в ходе экспериментов по нейробиуправлению. По оси абсцисс — частота спектра, Гц. По оси ординат — время эксперимента, с. По оси *Z* — спектральная плотность, отраженная в яркости: *a* — пример эталонной ритмики; *b* — регрессия ритмики; *c*, *d* — динамические спектры ЭЭГ испытуемого в ходе эксперимента (слева) и внешнего сигнала (справа)

Fig. 1. Dynamic EEG spectra during neurofeedback experiments. On the abscissa axis — spectrum frequency, Hz. Along the ordinate axis — experiment time, s. Along the *Z* axis — spectral density reflected in brightness: *a* — example of reference rhythmic; *b* — regression of rhythmic; *c*, *d* — dynamic EEG spectra of the subject during the experiment (left) and external signal (right)

при динамической фотостимуляции отсутствуют эффекты усвоения ритма и мультипликации; после стимуляции мощность альфа-ритма выше, чем до стимуляции. На рис. 1, *b* приведен динамический спектр (спектрограмма) ЭЭГ испытуемого, на котором отмечается отсутствие пиковой частоты в альфа-диапазоне, то есть картина ЭЭГ-спектра считается «размытой» (регрессия ритмики).

Эффективность резонансного нейробиоуправления для улучшения когнитивных функций связана с формированием пика в альфа-диапазоне, повышением частоты альфа-пика, с эффектами усвоения ритма и эффектами мультипликации ритмов соответственно [14, 19]. Динамические спектры ЭЭГ в ходе экспериментов по резонансному биоуправлению приведены на рис. 1, *c*, *d*. В психофизиологических испытаниях по динамической фотостимуляции у разных испытуемых проявляются следующие эффекты: сформирован/не сформирован альфа-пик в спектре ЭЭГ; устойчивый/неустойчивый альфа-диапазон в ходе эксперимента; наблюдаются/не наблюдаются резонансные спектральные пики на частоте стимуляции; наблюдаются/не наблюдаются резонансные спектральные пики на кратных стимуляции частотах (мультипликация ритма).

Например, в спектральной динамике испытуемого (см. рис. 1, *c*) альфа-диапазон ЭЭГ сформирован, альфа-пик регистрируется; при подаче внешнего сигнала (см. рис. 1, *c*, справа, время 200...450 с) регистрируется усвоение ритма, пиковая частота в альфа-ритме сохраняется. Видно, что уже при первых световых воздействиях и по мере увеличения их частоты в спектрах ЭЭГ наблюдаются резонансные спектральные пики, точно совпадающие по частоте с действующей в данный момент частотой стимуляции. Эти спектральные пики образуют на динамическом спектре ЭЭГ (см. рис. 1, *c*, слева) наклонную прямую линию, отражающую резонансную активацию мозговой активности на частоте стимуляции (пример зрелой ритмики).

В спектральной динамике испытуемого (рис. 1, *d*) альфа-диапазон ЭЭГ не сформирован. В ответ на внешний сигнал (рис. 1, *d*, справа) в спектре ЭЭГ не наблюдаются резонансные эффекты, что говорит о полном отсутствии усвоения ритма, мультипликации и устойчивости альфа-диапазона (регрессия ритмики).

Разнообразие эффектов нейробиоуправления в зависимости от вида стимуляции, зрелости и функционального состояния головного мозга ставит перед исследователями задачу по систематизации эффектов и направленной стимуляции для их появления.

В качестве характеристики зрелости ритмов мозга нейрофизиологи используют совокупность наличия или отсутствия в биоэлектрической активности головного мозга доминирующей пиковой частоты в альфа-диапазоне ЭЭГ, эффекта усвоения навязываемых стимуляцией ритмов и наличия мультипликационного эффекта от навязываемых стимуляцией ритмов. Нейропластичность мозга — способность человеческого мозга изменяться под действием опыта или в ответ на внешнее воздействие, позволяет изменить уровень зрелости ритмики мозга [15]. Перейти от регрессивной ритмики к более зрелой можно управляя параметрами активации нейронных сетей мозга в ходе нейрофизиологического эксперимента. Авторами предлагается следующая оценка зрелости ритма с помощью ранжирования по шкале от 0 до 3 баллов эффектов доминирующей пиковой частоты в альфа-диапазоне ЭЭГ (наличие — 1 балл, отсутствие — 0 баллов), эффекта усвоения навязываемых стимуляцией ритмов (наличие — 1 балл, отсутствие — 0 баллов) и наличия мультипликационного эффекта от навязываемых стимуляцией ритмов (наличие — 1 балл, отсутствие — 0 баллов). Эффективность предложенного алгоритма оценки зрелости ритма по шкале от 0 до 3 баллов с помощью оценки трех эффектов проявилась при анализе ЭЭГ-коррелятов проблем в обучении у младших школьников [1]. Результаты испытаний заносятся в табл. 1. С помощью процедуры нейробиоуправления с ростом количества сеансов и в совокупности с правильно подобранными сценариями эксперимента можно добиться перехода к более зрелой ритмике. Проблема сохранения эффектов процедуры нейробиоуправления на определенное время или насовсем представляет собой отдельную задачу.

Таблица 1. Оценка степени зрелости ритмики
Table 1. Assessment of the degree of rhythmic maturity

Пиковая частота в α -диапазоне (0;1)	Адаптивность: усвоение ритма (0;1)	Пластичность: мультипликация (0;1)	Оценка зрелости ритмики	Зрелость ритмики	N протоколов нейробиоуправления
0	0	0	0	Глубокая регрессия	3
1	0	0	1	Умеренная регрессия	2
1	1	0	2	Слабая регрессия	1
1	1	1	3	Эталонная ритмика	0

Последовательность протоколов процедуры нейробиоуправления приводит к переходу ритмики мозга на очередной уровень зрелости (рис. 2). От регрессии ритмики мозга (рис. 2, *a*) после нескольких сеансов фотостимуляции происходит переход к зрелой ритмике: появление пикового альфа-ритма (рис. 2, *b*), затем усвоение ритма (рис. 2, *c*) и появление мультипликационного эффекта от навязываемого стимуляцией ритма (рис. 2, *d*).

Таким образом, применение нейробиоуправления для реабилитации осуществляется через последовательность протоколов, обеспечивающих переход на очередной этап зрелости (см. рис. 2) Переход на эталонный уровень зрелости сопровождается субъективными ощущениями улучшения состояния испытуемых и улучшением когнитивных способностей [1, 5–10, 13–16, 18].

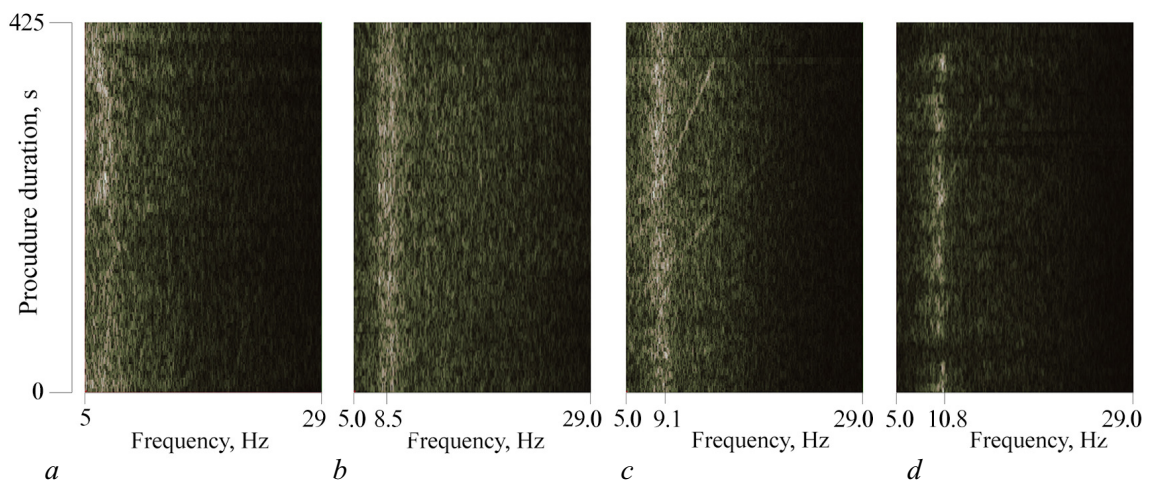


Рис. 2. Динамические спектры ЭЭГ испытуемого в процессе процедуры нейробиоуправления. Переход от незрелой к зрелой ритмике

Fig. 2. Dynamic EEG spectra of a subject during the neurofeedback procedure. Transition from immature to mature rhythmicity

3. Моделирование управления нейропластичностью при биоуправлении

3.1. Модель. Для моделирования ЭЭГ-осцилляторной системы человека предлагается феноменологическая модель управления нейропластичностью на основе взаимодействия ансамблей внутри одного таламокортикального модуля или нескольких взаимодействующих модулей. Эта модель была разработана и детально исследована ранее [20–22].

При выборе такого подхода к моделированию этого сложного феномена с помощью простой модели мы опираемся на данные экспериментальных нейрофизиологических исследований о том, что взаимосвязанные нейрональные модули — специфический таламус, кора, ретикулярные

ядра таламуса — играют важную роль в процессах обработки информации. Активность мозга регистрируется в сигналах ЭЭГ.

Один нейронный модуль состоит из ансамблей пирамидных нейронов и тормозных интернейронов коры (Cortex), нейронов специфических таламических ядер (Thalamus) и тормозных нейронов ретикулярного ядра таламуса (NRT), связанных между собой [11].

Схема межмодульного взаимодействия показана на рис. 3, а [22]. Треугольниками на схеме показаны возбуждательные, а кружками — тормозные связи между модулями. Внешний сенсорный сигнал в систему попадает через таламус. Стрелка в нижней части рис. 3, а — сенсорный вход в таламус.

Модель элементарной таламокортикальной ячейки, соответствующая схеме на рис. 3, а, описывается системой дифференциальных уравнений (1)–(3):

$$\frac{dU_1}{dt} = -\frac{U_1}{\tau_1} + k_1 \cdot F_1[-T_1 + k_{ex}U_{ex} - k_{13}U_3], \quad (1)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = -\frac{U_2}{\tau_2} + k_2 \cdot F_2[-T_2 + k_{21}U_1 + k_{22}U_2], \quad (2)$$

$$\frac{dU_3}{dt} = -\frac{U_3}{\tau_3} + k_3 \cdot F_3[-T_3 + k_{32}U_2], \quad (3)$$

где U_1, U_2, U_3 — усредненная активность нейронов выбранных участков таламуса, коры и ретикулярных ядер таламуса соответственно; τ_i — характерное время затухания активности в соответствующих нейронных ансамблях; k_i — амплитуда генерации импульсной активности соответствующими нейронными ансамблями; T_i — усредненные величины для порогов возбуждения соответствующих нейронных ансамблей; U_{ex} — входной сигнал, поступающий на таламус; k_{ij} — коэффициенты взаимной связи между подсистемами в таламокортикальной ячейке; $F_i[f]$ — ступенчато-образные функции, крутизна которых характеризует разброс величин порогов

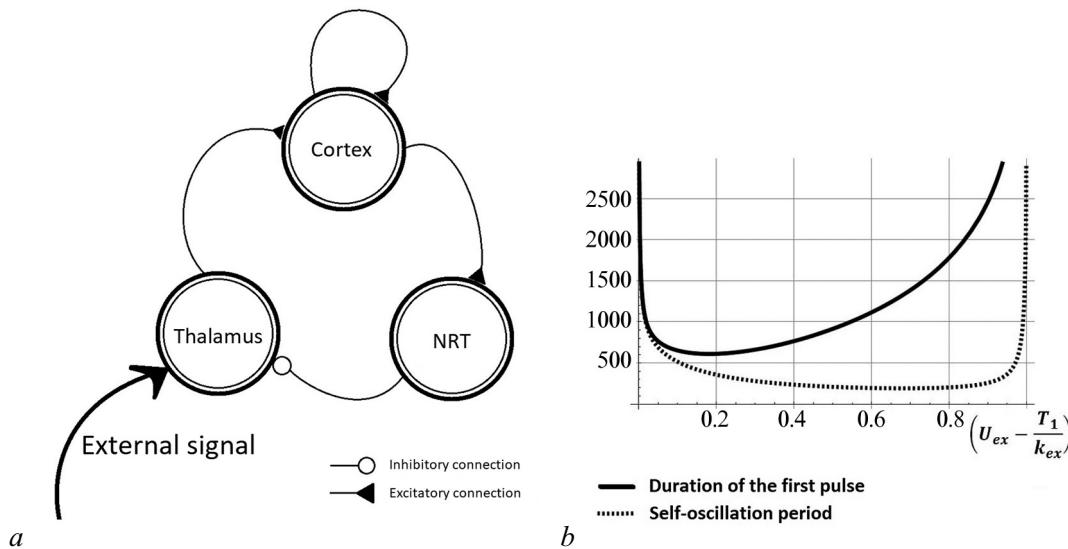


Рис. 3. а — схема функциональных связей между подсистемами в одной таламокортикальной ячейке; б — зависимость длительности первого импульса (сплошная линия) и периода следующих за ним автоколебаний от постоянной величины внешнего сигнала (пунктир)

Fig. 3. а — diagram of functional connections between subsystems in one thalamocortical cell; б — dependence of the duration of the first pulse (solid line) and the period of self-oscillations following it on the constant value of the external signal (dotted line)

около усредненных значений в рассматриваемом ансамбле (другое название — функции энергообеспечения); в квадратных скобках — аналог постсинаптического потенциала на мембранах соответствующих ансамблей нейронов.

Эту модель будем использовать для интерпретации экспериментов по биоуправлению, то есть управлению параметрами ЭЭГ-осцилляторной системы человека внешним сигналом с параметрами ЭЭГ данного человека.

С одной стороны, в психофизиологическом эксперименте зрелость ритма, как было упомянуто выше, оценивают по наличию / отсутствию в ЭЭГ-сигнале испытуемого трех эффектов: эффектов доминирующей пиковой частоты в альфа-диапазоне ЭЭГ; эффекта усвоения навязываемых стимуляцией ритмов и наличия мультипликационного эффекта от навязываемых стимуляцией ритмов.

С другой стороны, динамические режимы модели определяются ее параметрами и параметрами внешнего сигнала.

Предлагается оценивать зрелость ритма по определенным параметрам модели таламокортикальной ячейки, которые корректируются таким образом, чтобы соответствовать динамике спектральных компонент биоэлектрической активности головного мозга, обследуемого при фоновой записи и при стимуляции последовательностью световых импульсов.

Так как на модели можно изменением ее параметров получить динамику, соответствующую «зрелой коре», то ее можно считать моделью управления нейропластичностью [17].

Для выбора параметров модели для оценки зрелости коры была исследована важная зависимость от внешнего сигнала длительности первого импульса и период следующих за ним автоколебаний, ее вид приведен на рис. 2, *b* [22]. Важным параметром является также наклон ступенчато-образных функций $F_i[f]$ и пороги срабатывания для модельных переменных.

Рассмотрим динамические режимы в математической модели элементарной таламокортикальной ячейки с постоянным внешним сигналом. Уравнения, приведенные ниже, представляют собой редуцированную модель с одинаковыми временами релаксации и определенными значениями коэффициентов взаимной связи подсистем:

$$\frac{dU_1}{dt} = -U_1 + F[U_{ex}(t) - U_3], \quad (4)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = -U_2 + F[-0.5 + U_1], \quad (5)$$

$$\frac{dU_3}{dt} = -U_3 + F[-0.5 + U_2]. \quad (6)$$

$U_{ex}(t)$ — внешний сигнал задан (7) на ограниченном временном интервале (рис. 5, *a, g*).

$$U_{ex} = A(t) |\sin(\omega_{ex}(t)t)|, \quad \omega_{ex}(t) = \omega t + b. \quad (7)$$

Структура трехмерного фазового пространства (U_1, U_2, U_3) показывает, как при выбранных начальных условиях $0 < U_{ex} < 1$ перемещается точка из заданного начального состояния. При $U_{ex} = 1$ или $U_{ex} = 0$ цикл сливается с состоянием равновесия с образованием устойчивого состояния равновесия. В неавтономной системе состояние равновесия вместе с циклом перемещается по фазовому пространству при изменении U_{ex} . Скорость движения состояния равновесия с течением времени определяется скоростью (частотой) изменения внешнего сигнала. Собственная же частота системы определяет скорость движения изображающей точки по траектории устойчивого предельного цикла. Тогда здесь можно выделить несколько режимов, которые выявлены исключительно при численном анализе системы дифференциальных уравнений, описывающих модель. Будем рассматривать гармонический внешний сигнал в виде синусоиды с линейно меняющейся частотой (7).

3.2. Результаты расчётов. На модели проведены расчёты сигналов и их спектров в случае частотной модуляции таламического сигнала внешним сигналом с линейно возрастающей частотой. Известно, что внешний сигнал поступает на кору через таламус.

Входной сенсорный сигнал является частотно-модулированным сигналом (в психофизическом эксперименте он аналогичен инфракрасному высокочастотному модулированному сигналу по отношению к собственной частоте сигнала ЭЭГ). Сигнал от переменной коры аналогичен интегральному биоэлектрическому сигналу ЭЭГ.

В данной работе из всех параметров менялась только величина внешнего сигнала U_{ex} . Численные значения параметров: $k_i = 1, i = 1, 2, 3$; $\tau_i = 1, i = 1, 2, 3$; $T_1 = 0$; $T_2 = 0.5$; $T_3 = 0.5$; $k_{ex} = 1$; $k_{13} = 1$; $k_{21} = 1$; $k_{22} = 0$; $k_{32} = 1$. Функция энергообеспечения зависит от параметра d : чем больше d , тем более пологая функция. Для различных параметров d полученная в численных экспериментах динамика соответствует эталонной ритмике и различным степеням регрессии ритмики в психофизиологических экспериментах по нейробиоуправлению (рис. 4).

$$F_i = 0.5 \cdot \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t}{d} \right) \right) = 0.5 \cdot \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{t}{d}} e^{-z^2} dz \right). \quad (8)$$

Для U_{ex} был взят сигнал (7), который аналогичен экспериментальному: частота осциллирующей части линейно возрастает в некотором интервале частот (рис. 5, *a, g*).

Расчеты формируют библиотеку режимов, соответствующих данным психофизиологических экспериментов. Некоторые из этих режимов с разными параметрами системы и внешнего сигнала приведены на рисунках рис. 5, 6, 7.

На всех рис. 5, 6, 7 расчётов на модели для сигналов по оси ординат — амплитуда сигналов в интервале от 0 до 1, по оси абсцисс — интервал времени от 0 до 100. Для динамических спектров по оси абсцисс — частота в относительных единицах и интервале от 0.01 до 0.05, по оси ординат — время в шагах счета от 0 до 10000 с учетом интервала шага 0.01.

На рис. 5 в вертикальных колонках приведены отклики модели на внешний сигнал с плавно изменяющейся частотой при разных значениях параметра d . Первая колонка рис. 5 $d = 0.01$ соответствует системе с эталонной зрелостью ритмики; вторая колонка $d = 0.1$ соответствует системе с умеренной регрессией ритмики; третья колонка $d = 0.2$ соответствует системе с глубокой регрессией ритмики. Приведены сверху вниз внешний сигнал, отклик системы. По оси ординат — амплитуда сигналов в интервале от 0 до 1, по оси абсцисс — интервал времени от 0 до 100.

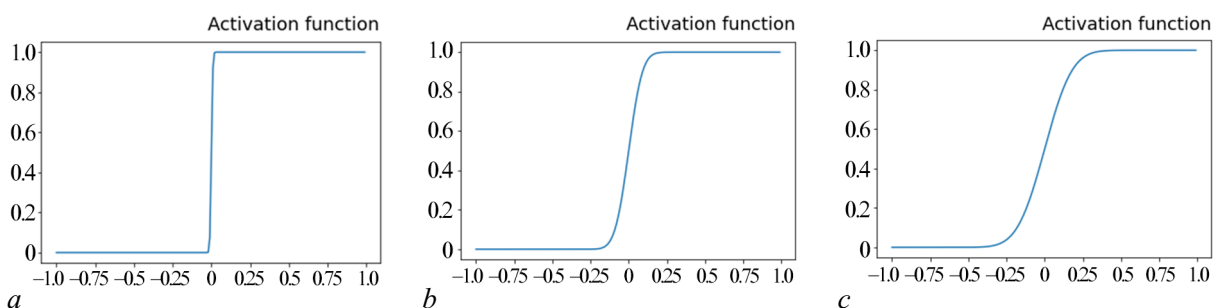


Рис. 4. Функции энергообеспечения при различных значениях параметра d : *a* — соответствует системе с эталонной зрелостью ритмики, $d = 0.01$; *b* — соответствует системе с умеренной регрессией ритмики, $d = 0.1$; *c* — соответствует системе с глубокой регрессией ритмики, $d = 0.2$

Fig. 4. Energy supply functions for different values of the parameter d : *a* — corresponds to a system with standard rhythmic maturity, $d = 0.01$; *b* — corresponds to a system with moderate rhythmic regression, $d = 0.1$; *c* — corresponds to a system with deep rhythmic regression, $d = 0.2$

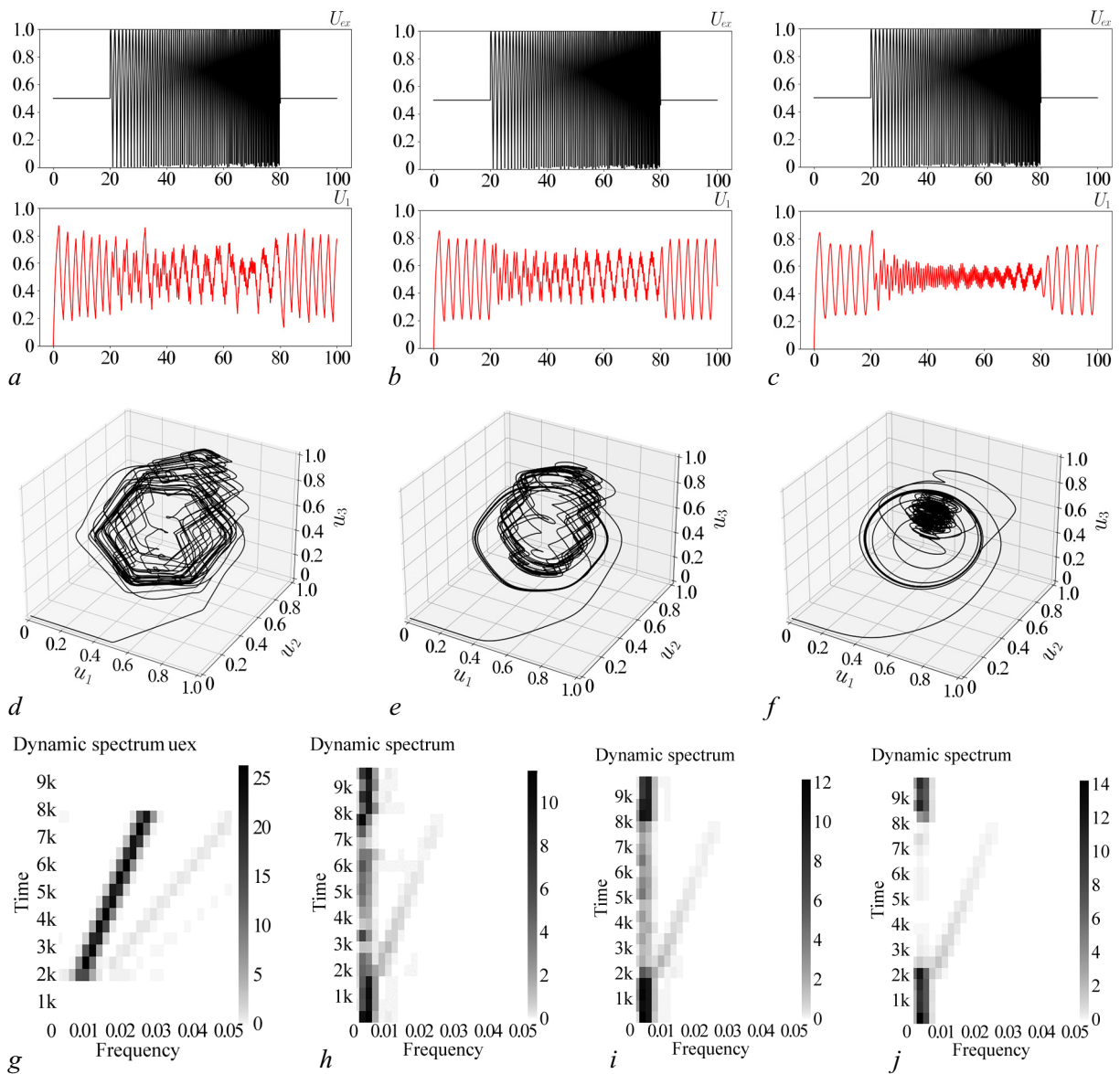


Рис. 5. Отклики модели на внешний сигнал с плавно меняющейся частотой при разных значениях параметра d : a – соответствует системе с эталонной зрелостью ритмики, $d = 0.01$; b – соответствует системе с умеренной регрессией ритмики, $d = 0.1$; c – соответствует системе с глубокой регрессией ритмики, $d = 0.2$. d – Фазовое пространство системы при $d = 0.01$; e – фазовое пространство системы при $d = 0.1$; f – фазовое пространство при $d = 0.2$. g – Динамический спектр внешнего сигнала; h – динамический спектр, соответствующий зрелой ритмике, $d = 0.01$; i – динамический спектр, соответствующий ритмике с умеренной регрессией, $d = 0.1$; j – динамический спектр, соответствующий ритмике с глубокой регрессией, $d = 0.2$

Fig. 5. Model responses to an external signal with a smoothly varying frequency for different values of the parameter d : a – corresponds to a system with standard rhythmic maturity, $d = 0.01$; b – corresponds to a system with moderate rhythmic regression, $d = 0.1$; c – corresponds to a system with deep rhythmic regression, $d = 0.2$. d – Phase space of the system for $d = 0.01$, e – phase space of the system for $d = 0.1$, f – phase space of the system for $d = 0.2$. g – Dynamic spectrum of the external signal; h – dynamic spectrum corresponding to mature rhythm, $d = 0.01$; i – dynamic spectrum corresponding to rhythm with moderate regression, $d = 0.1$; j – dynamic spectrum corresponding to rhythm with deep regression, $d = 0.2$

На рис. 5, *d, e, f* — фазовые портреты системы при разных параметрах d . На рис. 5, *g, h, i, j* — динамический спектр внешнего сигнала; динамический спектр, соответствующий зрелой ритмике $d = 0.01$; динамический спектр, соответствующий ритмике с умеренной регрессией $d = 0.1$; динамический спектр, соответствующий ритмике с глубокой регрессией $d = 0.2$. По оси абсцисс — частота в относительных единицах и интервале от 0.01 до 0.05, по оси ординат — время от 0 до 1, по оси абсцисс — время в шагах счета от 0 до 10000 с учетом шага по времени 0.01.

На рис. 6 приведены отклики модели с параметром $d = 0.01$ на внешний сигнал с неправильно заданными параметрами внешнего сигнала. На рис. 6, *a* внешний сигнал малой амплитуды (на рис. 6, *b* — динамический спектр внешнего сигнала) не вызывает отклика на переменной коры (рис. 6, *c* динамический спектр сигнала переменной коры). На рис. 6, *d* внешний сигнал

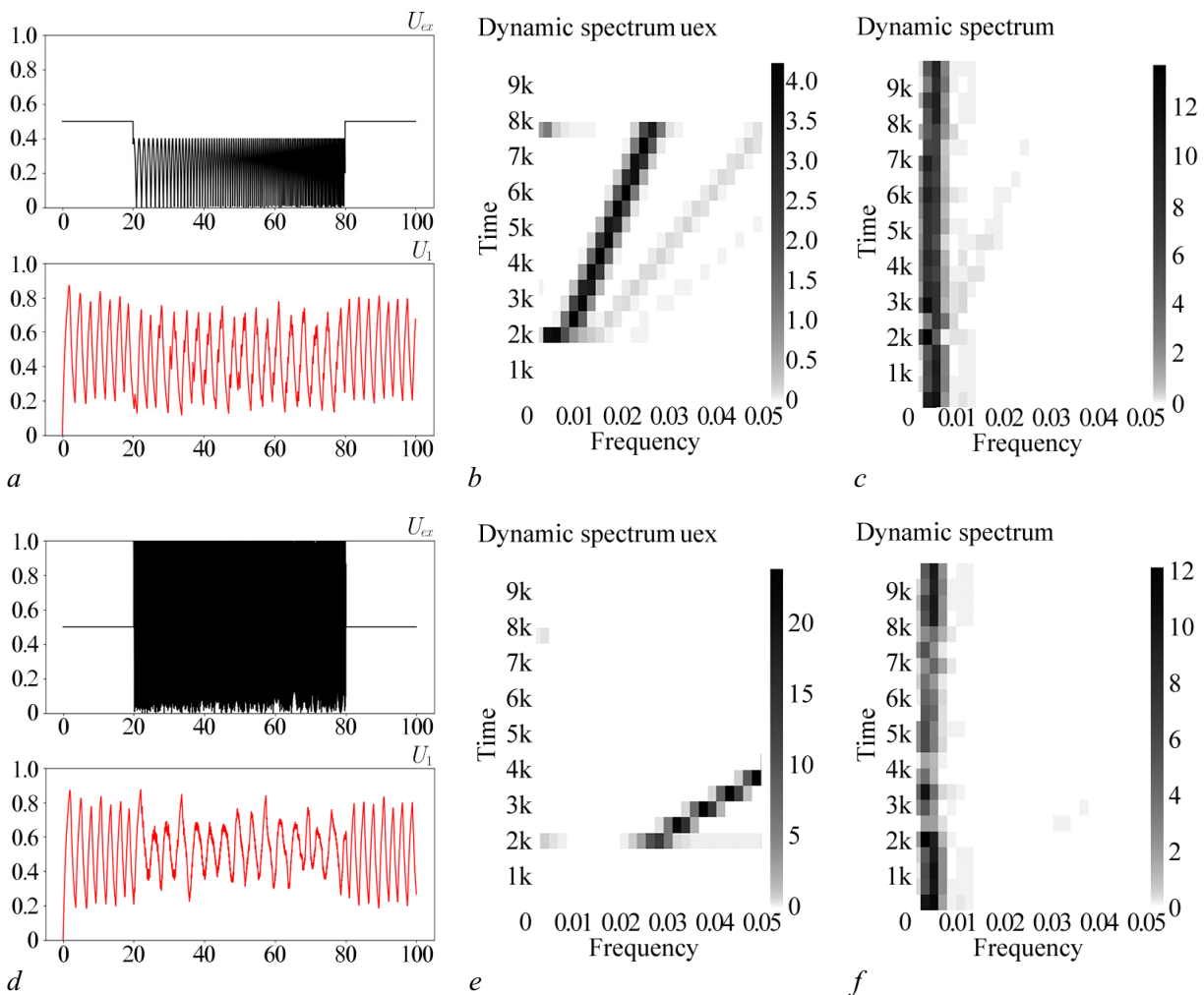


Рис. 6. Отклики модели с параметром $d = 0.01$ на внешний сигнал с неправильно заданными параметрами внешнего сигнала: *a* — внешний сигнал малой амплитуды, отклик переменной коры; *b* — динамический спектр внешнего сигнала; *c* — динамический спектр сигнала переменной коры; *d* — внешний сигнал высокой частоты, отклик переменной коры; *e* — динамический спектр внешнего сигнала; *f* — динамический спектр сигнала переменной коры

Fig. 6. Responses of a model with parameter $d = 0.01$ to an external signal with incorrectly specified parameters of the external signal: *a* — external signal of small amplitude, call of variable cortex; *b* — dynamic spectrum of the external signal; *c* — dynamic spectrum of the variable cortex signal; *d* — external high frequency signal, variable bark call; *e* — dynamic spectrum of the external signal; *f* — dynamic spectrum of the variable cortex signal

высокой частоты (на рис. 6, *e* динамический спектр внешнего сигнала) не вызывает отклика на переменной коры (рис. 6, *f* динамический спектр сигнала переменной коры).

На рис. 7 приведены примеры мультипликации ритма различными внешними сигналами: внешним сигналом с меняющимися частотой и амплитудой, внешним сигналом с интервальным изменением частот в каждой трети временного интервала подачи внешнего сигнала. Приводятся отклики на внешний сигнал переменной коры; динамические спектры внешнего сигнала и сигнала — отклика переменной коры.

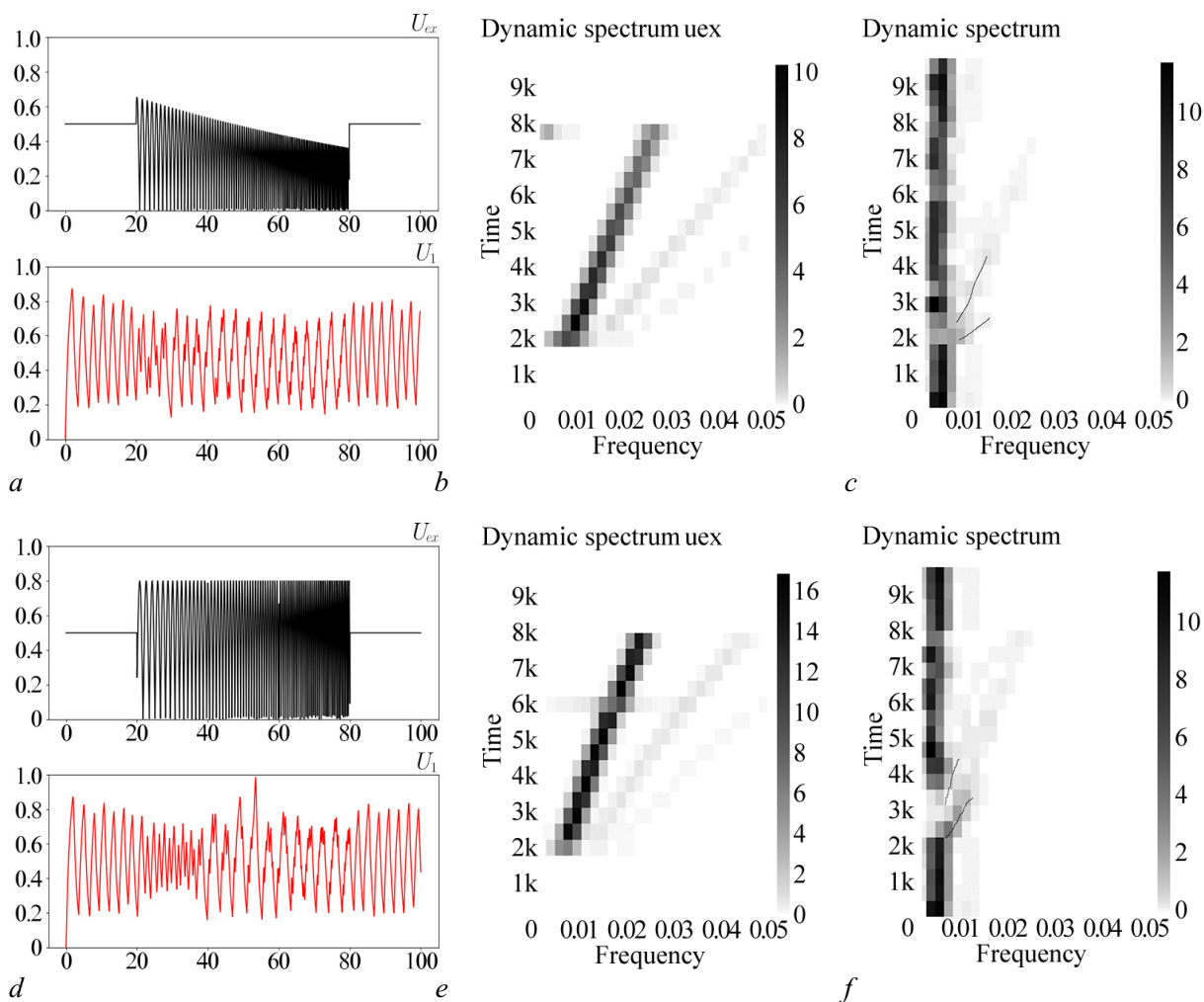


Рис. 7. Примеры мультипликации ритма различными внешними сигналами: *a* — внешний сигнал с меняющимися частотой и амплитудой, сигнал переменной коры; *b* — динамический спектр внешнего сигнала; *c* — динамический спектр сигнала переменной коры; *d* — внешний сигнал с переменной частотой (меняется частота сигнала от различных начальных частот в каждой трети временного интервала подачи внешнего сигнала), сигнал переменной коры; *e* — динамический спектр внешнего сигнала; *f* — динамический спектр сигнала переменной коры

Fig. 7. Examples of rhythm animation by various external signals: *a* — external signal with varying frequency and amplitude, variable cortex signal; *b* — dynamic spectrum of the external signal; *c* — dynamic spectrum of the variable cortex signal; *d* — external signal with variable frequency (the frequency of the signal changes from different initial frequencies in each third of the time interval of the external signal), variable bark signal; *e* — dynamic spectrum of the external signal; *f* — dynamic spectrum of the variable cortex signal

Заключение

На феноменологической модели нейропластичности получены аналогичные экспериментальным режимы, которые позволяют качественно объяснить некоторые механизмы возникновения различных резонансных режимов таламокортикальной системы (табл. 2). Исследование модели показало, что амплитуда внешнего сигнала является одним из важных управляющих параметров различных резонансных режимов в такой системе. Поэтому в сценариях биоуправления важно учитывать не только частотные, но и амплитудные характеристики внешнего сигнала (см. рис. 3, б). Можно усложнять модель, рассматривая, например, несколько взаимодействующих ячеек.

Исходя из прогноза модели, в нейрофизиологическом эксперименте для повышения эффективности стимуляции следует управлять амплитудой сигнала (яркостью световых стимулов)

Таблица 2. Эксперимент и результаты моделирования

Table 2. Experiment and simulation results

№	Данные	Результаты расчетов
1	При закрытых глазах регистрируется альфа-активность. Зрелая эталонная ритмика.	В ответ на постоянный сигнал заданной амплитуды $U_{ex} = 0.5$ или на сумму нескольких гармонических сигналов разной частоты в заданном интервале подпороговой амплитуды возникает импульсная активность с собственной частотой автоколебаний в таламокортикальной системе.
2	Сформирован альфа-пик в спектре ЭЭГ.	Появление основного ритма зависит, кроме амплитуды внешнего сигнала, и от параметра наклона d функции энергообеспечения $F[f]$. Чем меньше d (крутая $F[f]$), тем медленнее затухают колебания и поддерживается основной ритм, сопоставимый в эксперименте с альфа-ритмом рис. 4, а, b, рис. 5, а, d, g, h участки в отсутствии внешнего сигнала.
3	Не сформирован альфа-пик в спектре ЭЭГ.	При больших d (пологая $F[f]$) основной ритм не формируется.
4	Наблюдаются резонансные спектральные пики на частоте стимуляции при сохранении альфа-ритма	Сохраняется базовый ритм, происходит навязывание внешней частоты. При малой частоте внешнего сигнала происходит разделение колебаний на два частотных масштаба: частота огибающей откликов равна частоте внешнего сигнала; частота заполнения автоколебаниями определяется параметрами системы рис. 4, а, b, рис. 5, а, d, g, h
5	Не наблюдаются резонансные спектральные пики на частоте стимуляции при сохранении альфа-ритма.	Частота экспериментального сигнала выше собственной частоты таламокортикальной системы. Базовый ритм сохраняется. Ритм не навязывается, а основной ритм модулируется высокочастотным сигналом. Амплитуда экспериментального сигнала ниже пороговой для возбуждения колебаний в таламокортикальной системы рис. 4, а, рис. 6.
6	Наблюдаются резонансные спектральные пики на частоте стимуляции, альфа-ритм не сохраняется.	Уменьшена частота основного ритма ввиду пологой функции $F[f]$ (d соответствует недостаточной зрелости ритмики коры), что сопоставимо с переходом в другие низкочастотные дельта- и тета-диапазоны. Система работает в режиме вынужденных колебаний при подаче внешнего высокочастотного сигнала рис. 4, а, рис. 5, b, c, e, f, g, i, j.
7	Мультипликация ритма при сохранении альфа-ритма.	Режим получается на модели с внешним сигналом с плавно спадающей амплитудой рис. 4, а, рис. 7, а, b, c. В динамическом спектре сигнала наблюдаются слабые линии на кратных частотах (прорисованы). Сохраняется базовый ритм, происходит навязывание и мультипликация ритма. Режим получается на модели с внешним сигналом линейно меняющейся частотой в некотором интервале (3 интервала изменения частоты в ходе предъявления внешнего сигнала) рис. 4, а, рис. 7, d, e, f. В динамическом спектре сигнала наблюдаются слабые линии на кратных частотах (прорисованы). Сохраняется базовый ритм, происходит навязывание и мультипликация ритма.

(см. рис. 3, *b*), соответствующим образом выбирать интервал частот внешнего сигнала в соответствии с биоэлектрической активностью головного мозга испытуемого (см. рис. 3, *b*).

Зрелость ритмики, согласно модельным расчетам, можно оценивать по вычисленному параметру d модели таламокортикальной ячейки, параметры которой корректируются таким образом, чтобы соответствовать динамике спектральных компонент биоэлектрической активности головного мозга испытуемого при фоновой записи и при стимуляции последовательностью световых импульсов. На рис. 8, *a* приведена обратно пропорциональная зависимость уровня зрелости ритмики в процентах (ось ординат) в зависимости от параметра модели d (ось абсцисс).

В табл. 2 наглядно представлено обобщение расчетов модели и данных психофизиологического эксперимента.

Схема цифровой оценки степени зрелости коры. На основе данных психофизиологических экспериментов по нейробиоуправлению и модельных расчетов можно предложить следующую схему цифровой оценки степени зрелости ритмики мозга рис. 8, *b*.

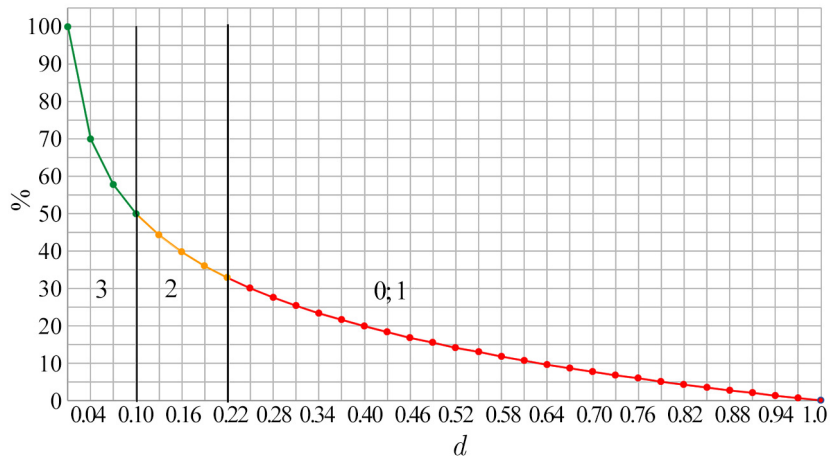
1. В отсутствии внешнего сигнала при закрытых глазах определяются границы альфа-ритма и наличие пиковой частоты в альфа-ритме. Проводится предварительная оценка степени зрелости ритмики коры (табл. 2).
2. Предъявляется тестовый стимул модели с параметрами, соответствующими предварительно оцененной степени зрелости ритмики согласно психофизиологическому эксперименту.
3. Формируется протокол стимуляции согласно п. 1.
4. Проводится вычислительный эксперимент с параметрами модели, соответствующими проведенному психофизиологическому эксперименту.
5. Оцениваются расчетные спектры и спектры реального ЭЭГ-сигнала, записанного в ходе психофизиологического эксперимента.
6. Изменяются параметры модели для получения сходной резонансной динамики сигнала в виде усвоения ритма внешнего сигнала.
7. Корректирование амплитудных и частотных характеристик внешнего сигнала в психофизиологическом эксперименте. Повторение п.п. 3, 4, 5 до достижения удовлетворительного сходства полученных спектров.
8. Оценивается степень зрелости ритмики коры испытуемого.
9. Оценивается параметр модели, который сопоставлен со степенью зрелости ритмики коры (параметр модели d пересчитывается в проценты рис. 8, *a*).
10. Сохраняются параметры модели и подготавливается новый расчет п. 2 по сценарию «Стимуляция внешним сигналом эффекта пластичности».
11. Фиксируется результат психофизиологического эксперимента и подготавливается новый эксперимент по сценарию «Стимуляция нейропластичности коры».

Выводы. Математическая модель взаимодействия модулей таламокортикальной системы успешно применена для управления нейропластичностью мозга. В ходе сопоставления результатов психофизиологических и вычислительных экспериментов по нейробиоуправлению формируется библиотека режимов модели (динамических спектров, тестовых сигналов) для описания «модели-прототипа», соответствующей различным уровням зрелости ритмики коры.

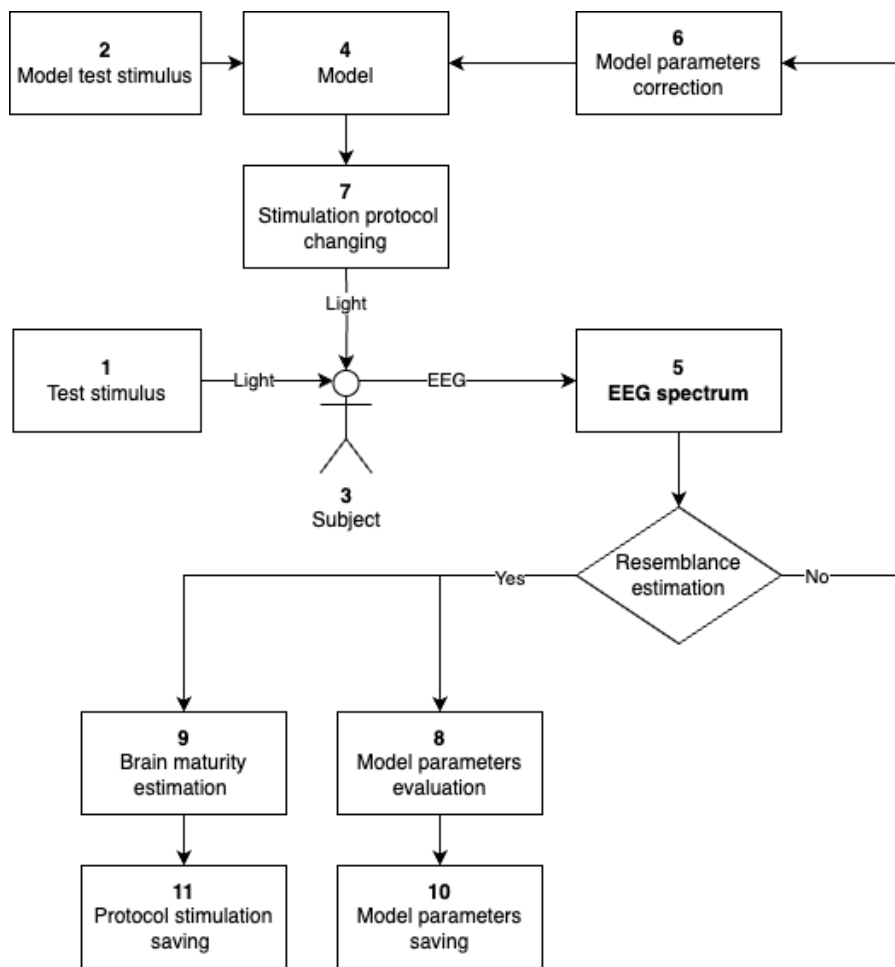
Разработан способ цифровой диагностики уровня зрелости ритмики мозга на основе сопоставления результатов моделирования и данных психофизиологического эксперимента по нейробиоуправлению.

Эволюция решений модели в зависимости от ее параметров симулирует процесс биоуправления нейропластичностью мозга с учетом исходного уровня зрелости ритмики и стрессиндуцированных искажений нейродинамики.

Эксперименты на модели с различными параметрами модели и внешнего сигнала могут быть использованы в разработке новых протоколов нейробиоуправления.



a



b

Рис. 8. a – Зависимость степени зрелости ритмики в процентах (ось ординат) от значения параметра модели d (ось абсцисс), 3 – зрелая ритмика, 2 – слабая регрессия ритмики, 1; 0 – умеренная и глубокая регрессия ритмики; b – схема цифровой оценки степени зрелости ритмики мозга

Fig. 8. a – Dependence of the degree of rhythmic maturity as a percentage (ordinate axis) on the value of the model parameter d (abscissa axis), 3 – mature rhythmicity, 2 – weak rhythmic regression, 1; 0 – moderate and deep rhythmic regression; b – scheme for digital assessment of the degree of maturity of brain rhythms

Список литературы

1. Савчук Л. В., Полевая С. А., Парин С. Б., Бондарь А. Т., Федотчев А. И. Резонансное сканирование и анализ электроэнцефалограммы при определении зрелости корковой ритмики у младших школьников // *Биофизика*. 2022. Т. 67, № 2. С. 354–361. DOI: 10.31857/S0006302922020181.
2. Shaw C. A., McEachern J. C. *Toward a Theory of Neuroplasticity*. New York: Psychology Press, 2001. 468 p. DOI: 10.4324/9780203759790.
3. Kaczmarek B. L. Current views on neuroplasticity: what is new and what is old? // *Acta Neuropsychologica*. 2020. Vol. 18, no. 1. P. 1–14. DOI: 10.5604/01.3001.0013.8808.
4. Kaczmarek B. L., Markiewicz K. Brain plasticity and the idea of the functional system // *Lurian Journal*. 2021. Vol. 2, no. 2. P. 46–62. DOI: 10.15826/Lurian.2021.2.2.3.
5. Федотчев А. И., Парин С. Б., Громов К. Н., Савчук С. А., Полевая С. А. Комплексная обратная связь от биопотенциалов мозга и сердца в коррекции стресс-индуцированных состояний // *Журнал высшей нервной деятельности им. Павлова*. 2019. Т. 69, № 2. С. 187–193. DOI: 10.1134/S0044467719020059.
6. Федотчев А. И. Эффекты фотостимуляции, управляемой электроэнцефалограммой человека // *Биофизика*. 2019. Т. 64, № 2. С. 358–361. DOI: 10.1134/S0006302919020157.
7. Fedotchev A. I., Parin S. B., Polevaya S. A., Zemlianaia A. A. Human body rhythms in the development of non-invasive methods of closed-loop adaptive neurostimulation // *J. Pers. Med.* 2021. Vol. 11, no. 5. P. 437. DOI: 10.3390/jpm11050437.
8. Федотчев А. И., Земляная А. А., Савчук Л. В., Полевая С. А. Нейроинтерфейс с двойной обратной связью от ЭЭГ в коррекции стресс-вызванных расстройств // *Современные технологии в медицине*. 2019. Т. 11, № 1. С. 150–154. DOI: 10.17691/stm2019.11.1.17.
9. Федотчев А. И., Парин С. Б., Полевая С. А. Нейроинтерфейсы, управляемые биопотенциалами мозга и сердца, в коррекции стресс-вызванных расстройств // *Вестник РФФИ. Общественные и гуманитарные науки*. 2019. Т. 94, № 1. С. 144–152. DOI: 10.22204/2587-8956-2019-094-01-144-152.
10. Федотчев А. И., Парин С. Б., Полевая С. А., Земляная А. А. Эффекты аудио - визуальной стимуляции, автоматически управляемой биопотенциалами мозга и сердца человека // *Физиология человека*. 2019. Т. 45, № 5. С. 75–79. DOI: 10.1134/S0131164619050023.
11. Coulter D. A. *Thalamocortical Anatomy and Physiology*. In: Engel Jr. J., Pedley T. A. (eds). *Epilepsy: A Comprehensive Textbook*. Philadelphia: Lippincott-Raven, 1997. P. 341–351.
12. Miranda R. A., Casebeer W. D., Hein A. M., Judy J. W., Krotkov E. P., Laabs T. L., Manzo J. E., Pankratz K. Z., Pratt G. A., Sanchez J. C., Weber D. J., Wheeler T. L., Ling G. S. F. *Darpa-funded efforts in the development of novel brain-computer interface technologies* // *J. Neurosci. Methods*. 2015. Vol. 244. P. 52–67. DOI: 10.1016/j.jneumeth.2014.07.019.
13. Федотчев А. И., Парин С. Б., Полевая С. А., Великова С. Д. Технологии «интерфейс мозг-компьютер» и нейробиоуправление: современное состояние и возможности клинического применения // *Современные технологии в медицине*. 2017. Т. 9, № 1. С. 175–184. DOI: 10.17691/stm2017.9.1.22.
14. Федотчев А. И., О Сан Джун, Бондарь А. Т., Семенов В. С. *Современные возможности и подходы к активизации когнитивной деятельности и процессов обучения у человека: Монография*. Пушкино: ИБК РАН, 2017. 114 с.
15. Fedotchev A. I., Parin S. B., Polevaya S. A. Adaptive neurostimulation methods in correcting posttraumatic stress disorder and professional burnout syndrome // *Opera Medica et Physiologica*. 2021. Vol. 8, no. 2. P. 68–74. DOI: 10.24412/2500-2295-2021-2-68-74.
16. Fedotchev A. I., Parin S. B., Polevaya S. A., Zemlianaia A. A. EG-based musical neurointerfaces in the correction of stress-induced states // *Brain Comput Interfaces (Abingdon)*. 2022. Vol. 9, no. 1. P. 1–6. DOI: 10.1080/2326263X.2021.1964874.
17. Нуйдель И. В., Колосов А. В., Демарева В. А., Яхно В. Г. Применение феноменологической математической модели для воспроизведения эффекта взаимодействия эндогенных и экзо-

- генных осцилляций при нейробиоуправлении // *Современные технологии в медицине*. 2019. Т. 11, № 1. С. 103–108. DOI: 10.17691/stm2019.11.1.12.
18. Федотчев А. И., Парин С. Б., Полевая С. А. Нейроинтерфейсы на основе эндогенных ритмов организма для оптимизации функционального состояния человека и его когнитивной реабилитации // *Успехи физиологических наук*. 2021. Т. 52, № 2. С. 83–92. DOI: 10.31857/S030117982102003X.
 19. Zhang Y., Guo D., Xu P., Zhang Y., Yao D. Robust frequency recognition for SSVEP-based BCI with temporally local multivariate synchronization index // *Cogn. Neurodyn.* 2016. Vol. 10, no. 6. P. 505–511. DOI: 10.1007/s11571-016-9398-9.
 20. Кудряшов А. В., Яхно В. Г. Распространение областей повышенной импульсной активности в нейронной сети // *Динамика биологических систем*. 1978. Т. 2. С. 45–59.
 21. Yakhno Y. G. Basic models of hierarchy neuron-like systems and ways to analyse some of their complex reactions // *Optical Memory and Neural Network*. 1995. Vol. 4, no. 2. P. 145–155.
 22. Колосов А. В., Нуйдель И. В., Яхно В. Г. Исследование динамических режимов в математической модели элементарной таламокортикальной ячейки // *Известия вузов. ПНД*. 2016. Т. 24, № 5. С. 72–83. DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-72-83.

References

1. Savchuk LV, Polevaya SA, Parin SB, Bondar AT, Fedotchev AI. Resonance scanning and analysis of the electroencephalogram in determining the maturity of cortical rhythms in younger schoolchildren. *Biophysics*. 2022;67(2):274. DOI: 10.1134/S000635092202018X.
2. Shaw CA, McEachern JC. *Toward a Theory of Neuroplasticity*. New York: Psychology Press; 2001. 468 p. DOI: 10.4324/9780203759790.
3. Kaczmarek BL. Current views on neuroplasticity: what is new and what is old? *Acta Neuropsychologica*. 2020;18:1–14. DOI: 10.5604/01.3001.0013.8808.
4. Kaczmarek B. L., Markiewicz K. Brain Plasticity and the Idea of the Functional System. *Lurian Journal*. 2021;2(2):46–62. DOI: 10.15826/Lurian.2021.2.2.3.
5. Fedotchev AI, Parin SB, Gromov KN, Savchuk LV, Polevaya SA. Complex feedback from the biopotentials of the brain and heart in the correction of stress-induced states. *Journal of Higher Nervous Activity named Pavlova*. 2019;69(2):187–193 (in Russian). DOI: 10.1134/S0044467719020059.
6. Fedotchev AI. Human electroencephalogram-controlled effects of photostimulation. *Biophysics*. 2019;64(2):268–271. DOI: 10.1134/S0006350919020076.
7. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA, Zemlyanaya AA. Human body rhythms in the development of non-invasive methods of closed-loop adaptive neurostimulation. *J. Pers. Med.* 2021;11(5):437. DOI: 10.3390/jpm11050437.
8. Fedotchev AI, Zemlyannaya AA, Savchuk L, Polevaya SA. Neurointerface with double feedback from EEG in the correction of stress-induced disorders *Modern technologies in medicine*. 2019;11(1):150–154 (in Russian). DOI: 10.17691/stm2019.11.1.17.
9. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA. Neurointerfaces controlled by biopotentials of the brain and heart in the correction of stress-induced disorders. *RFBR Bulletin. Social and human sciences*. 2019;94(1):144–152 (in Russian). DOI: 10.22204/2587-8956-2019-094-01-144-152.
10. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA, Zemlyannaya AA. Effects of audio-visual stimulation automatically controlled by the biopotentials of the human brain and heart. *Human Physiology*. 2019;45(5):75–79 (in Russian). DOI: 10.1134/S0131164619050023.
11. Coulter DA. *Thalamocortical Anatomy and Physiology*. In: Engel JrJ, Pedley TA, eds. *Epilepsy: A Comprehensive Textbook*. Philadelphia. Lippincott-Raven. 1997; 341–351.
12. Miranda RA, Casebeer WD, Hein AM, Judy JW, Krotkov EP, Laabs TL, Manzo JE, Pankratz KZ, Pratt GA, Sanchez JC., Weber DJ, Wheeler TL, Ling GSF. Darpa-funded efforts in the development of novel brain-computer interface technologies. *J. Neurosci. Methods*. 2015;244:52–67). DOI: 10.1016/j.jneumeth.2014.07.019.

13. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA, Velikova SD. Brain-computer interface and neurofeedback technologies: Current state, problems and clinical prospects (Review). *Sovremennye tehnologii v medicine*. 2017;9(1):175–184. DOI: 10.17691/stm2017.9.1.22.
14. Fedotchev AI, Oh Sang Jun, Bondar AT, Semenov VS. Modern Capabilities and Approaches to Enhancing Cognitive Activity and Learning Processes in Humans: Monograph. Pushchino: IBK RAS; 2017. 114 p. (in Russian).
15. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA. Adaptive neurostimulation methods in correcting posttraumatic stress disorder and professional burnout syndrome. *Opera Medica et Physiologica*. 2021;8(2); 68–74. DOI: 10.24412/2500-2295-2021-2-68-74.
16. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA, Zemlianaia AA EG-based musical neurointerfaces in the correction of stress-induced states. *Brain Comput Interfaces (Abingdon)*. 2022;9(1):1–6. DOI: 10.1080/2326263X.2021.1964874.
17. Nuidel IV, Kolosov AV, Demareva VA, Yakhno VG. Using a phenomenological mathematical model to reproduce the interaction of endogenous and exogenous oscillations under neurocontrol. *Sovremennye tehnologii v medicine*. 2019;11(1):103–108 . DOI: 10.17691/stm2019.11.1.12.
18. Fedotchev AI, Parin SB, Polevaya SA. Neurointerfaces based on endogenous rhythms of the body to optimize the functional state of a person and his cognitive rehabilitation. *Advances in physiological sciences*. 2021;52(2):83–92 (in Russian). DOI: 10.31857/S030117982102003X.
19. Zhang Y, Guo D, Xu P, Zhang Y, Yao D Robust frequency recognition for SSVEP-based BCI with temporally local multivariate synchronization index. *Cogn. Neurodyn*. 2016;10(1):505–511. DOI: 10.1007/s11571-016-9398-9.
20. Kudryashov AV, Yakhno VG. Distribution of areas of increased impulse activity in a neural network. *Dynamics of biological systems*. 1978;2:45–59.
21. Yakhno YG. Basic models of hierarchy neuron-like systems and ways to analyse some of their complex reactions. *Optical Memory and Neural Network*. 1995;4(2):145–155.
22. Kolosov AV, Nuidel IV, Yakhno VG. Research of dynamic modes in the mathematical model of elementary thalamocortical cell. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2016;24(5):72–83 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2016-24-5-72-83.



Нуйдель Ирина Владимировна — родилась в Горьком (1966). Окончила радиофизический факультет Горьковского (Нижегородского) государственного университета им. Н. И. Лобачевского (1988). Старший научный сотрудник лаборатории автоволновых процессов в Институте прикладной физики РАН (Нижний Новгород), кандидат физико-математических наук. Область научных интересов: нелинейная динамика, исследование структур коллективной активности в однородных распределенных нейроподобных системах, обработка изображений, моделирование процессов преобразования сенсорных сигналов в таламокортикальных сетях. Имеет более 60 научных публикаций.

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
 Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН
 E-mail: nuidel@ipfran.ru
 ORCID: 0000-0003-1743-588X
 AuthorID (eLibrary.Ru): 36094



Колосов Алексей Вадимович — родился в Нижнем Новгороде (1996), выпускник факультета Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ им. Н. И. Лобачевского (2019). Область научных интересов: теория динамических систем, нелинейная динамика.

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
 Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН
 E-mail: 7418880@mail.ru



Пермяков Сергей Александрович — родился в Гороховце Владимирской области (1990). Окончил факультет радиофизики, электроники и медицинской техники Владимирского государственного университета имени А. Г. и Н. Г. Столетовых (2013). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (ЮЗГУ, 2018). Область научных интересов: регистрация и обработка медико-биологических данных, разработка медицинской техники.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: permyakov@fsn.unn.ru
AuthorID (eLibrary.Ru): 706771



Егоров Игорь Сергеевич — родился в Нижнем Новгороде (1993). Окончил институт радиоэлектроники и информационных технологий НГТУ им. Р. Е. Алексеева (бакалавр, 2015), АНО ВО «Университет Иннополис» (магистр, 2017). В настоящее время аспирант кафедры психофизиологии ННГУ им. Н. И. Лобачевского.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: igor.egorov.unn@yandex.com
ORCID: 0009-0000-0235-2964



Полевая Софья Александровна — родилась в Горьком (1964). Окончила биологический факультет Горьковского государственного университета (1986). Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата биологических наук (ННГУ, 1997) и доктора биологических наук (ИТЭБ, 2009). В настоящее время заведует кафедрой психофизиологии Нижегородского государственного университета. Научные интересы: физика когнитивных систем, алгоритмы кодирования и распознавания сенсорной информации, динамика функциональных состояний, разработка информационных технологий для персонализированной диагностики и оптимизаций когнитивного потенциала и адаптационных процессов. Автор более 300 научных публикаций и 10 патентов РФ.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: s453383@mail.ru
ORCID: 0000-0002-3896-787X
AuthorID (eLibrary.Ru): 77263



Яхно Владимир Григорьевич — родился в 1947 году. Доктор физико-математических наук, заведует лабораторией в Институте прикладной физики РАН (Нижний Новгород). Научные интересы связаны с исследованием процессов самоорганизации в распределенных неравновесных системах и применением автоволновых представлений для моделирования процессов обработки сенсорных сигналов, развития компьютерных алгоритмов кодирования сложных изображений (разработка биометрических систем), рассмотрением характерных процессов в модельных системах, имитирующих функционирование живых систем. Имеет более 200 научных публикаций (в том числе 2 монографии и 10 патентов).

Россия, 603950 Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН
E-mail: yakhno@ipfran.ru
ORCID: 0000-0002-4689-472X
AuthorID (eLibrary.Ru): 18659



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 004.78

DOI: 10.18500/0869-6632-003114
EDN: EOIBSY

Эффективность сверточных нейронных сетей различной архитектуры для задачи диагностики депрессии по данным ЭЭГ

Н. Н. Шушарина

Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия
E-mail: ✉nshusharina@kantiana.ru

*Поступила в редакцию 11.02.2024, принята к публикации 14.03.2024,
опубликована онлайн 2.07.2024, опубликована 31.07.2024*

Аннотация. Цель настоящей работы — сравнительный анализ эффективности использования искусственных нейронных сетей с различными сверточными и рекуррентными архитектурами в задаче диагностики депрессии на основе данных электроэнцефалограмм (ЭЭГ). В качестве объектов исследования выбраны открытые наборы данных и выполнен сбор собственных данных ЭЭГ реальных пациентов с депрессией. **Методы.** Для решения задачи выявления биомаркеров депрессивного расстройства по данным ЭЭГ использовались сверточные нейронные сети, использующие двумерную или одномерную операцию свертки, а также гибридные модели сверточных и рекуррентных нейронных сетей. Для тестирования разработанных моделей искусственных нейронных сетей были выбраны открытые наборы данных, выполнен эксперимент по сбору собственных данных реальных пациентов с депрессией, а также проведено объединение подготовленных наборов данных. **Результатом** работы является анализ и сравнение эффективности различных классификаторов на основе моделей сверточных и рекуррентных нейронных сетей. **Заключение.** Показано, что средняя точность классификации депрессивного расстройства на тестовой выборке с использованием перекрестной проверки составила 0.68. Полученные данные согласуются с известными из литературы результатами, полученными для небольших наборов данных с разбивкой по пациентам. Хотя полученная в данной задаче точность недостаточна для практического применения модели, можно утверждать как о перспективности дальнейших исследований в направлении повышения эффективности модели, так и о необходимости создания достаточно большого репрезентативного набора данных пациентов с депрессией, что является важной научной задачей для дальнейшего построения биофизических моделей депрессивных расстройств.

Ключевые слова: неинвазивная электроэнцефалограмма, диагностика депрессии, глубокое обучение, сверточные нейронные сети (CNN), рекуррентные нейронные сети (RNN).

Благодарности. Работа поддержана грантом РФФ (проект № 23-71-30010).

Для цитирования: Шушарина Н. Н. Эффективность сверточных нейронных сетей различной архитектуры для задачи диагностики депрессии по данным ЭЭГ // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 492–510. DOI: 10.18500/0869-6632-003114. EDN: EOIBSY

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Efficiency of convolutional neural networks of different architecture for the task of depression diagnosis from EEG data

N. N. Shusharina

Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

E-mail: ✉nshusharina@kantiana.ru

Received 11.02.2024, accepted 14.03.2024, available online 2.07.2024, published 31.07.2024

Abstract. The *purpose* of this paper is to comparatively analyse the efficiency of using artificial neural networks with different convolutional and recurrent architectures in the task of depression diagnosis based on electroencephalogram (EEG) data. Open datasets were chosen as objects of the study and own EEG data of real patients with depression were collected. *Methods.* To solve the problem of identifying biomarkers of depressive disorder from EEG data, we used convolutional neural networks using two-dimensional or one-dimensional convolution operation, as well as hybrid models of convolutional and recurrent neural networks. To test the developed models of artificial neural networks, we selected open data sets, performed an experiment to collect our own data from real depressed patients, and merged the prepared data sets. The *result* of this work is analysis and comparison of the performance of different classifiers based on convolutional and recurrent neural network models. *Conclusion.* We show that the average accuracy of classification of depressive disorder in a test sample using cross-validation was 0.68. The results are consistent with the known results from the literature for small patient-disaggregated datasets. Although the accuracy obtained in this task is insufficient for practical application of the model, it can be argued that further research to improve the efficiency of the model is promising, as well as the need to create a sufficiently large representative dataset of depressed patients, which is an important scientific task for further construction of biophysical models of depressive disorders.

Keywords: non-invasive electroencephalogram, depression diagnosis, deep learning, convolutional neural networks (CNN), recurrent neural networks (RNN).

Acknowledgements. This work was supported by grant RSF (project No 23-71-30010).

For citation: Shusharina NN. Efficiency of convolutional neural networks of different architecture for the task of depression diagnosis from EEG data. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2024;32(4):492–510. DOI: 10.18500/0869-6632-003114

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Использование машинного обучения и искусственных нейронных сетей стало общепринятой практикой в анализе экспериментальных биомедицинских данных в задачах биофизики, когнитивного моделирования и прогностической медицины [1–4]. Диагностика психических нарушений и устойчивых эмоциональных состояний становится все более актуальной задачей в силу распространенности эмоциональных нарушений и трудностей, сопряженных с их диагностикой, особенно на ранних стадиях развития заболевания [5–7]. Успех решения подобных задач связан как с использованием различных методов нейровизуализаций активности мозга пациентов — функциональной магнитно-резонансной томографии (фМРТ) [8, 9], электроэнцефалограммы (ЭЭГ) [10–12], магнитоэнцефалографии (МЭГ) [13, 14] и т. д., так и с созданием все более эффективных моделей классификаций пациентов [15, 16]. При этом анализ небольших по объему экспериментальных выборок данных с использованием традиционных статистических подходов по большей части не способен зафиксировать гетерогенность, лежащую в основе психиатрических феноменов. Основные надежды сейчас возлагаются на алгоритмы глубокого обучения, которые способны выделять из данных очень сложные, практически произвольные паттерны, выступающие эффективными предикторами в рамках решаемой задачи. Так, высокую эффективность в задачах диагностики депрессивных расстройств показали графовые нейронные сети, точность диагностики классификаторов на их основе достигает 0.8–0.9. При этом такие

модели позволяют использовать представление активности мозга в неевклидовых пространствах, описывая функциональные связи между различными областями мозга в виде графов [17]. Однако последние работы (см., например, [18]) показывают, что эффективность сверточных нейронных сетей может быть не ниже, а в ряде случаев выше, чем эффективность графовых нейронных сетей. Поэтому в данной работе мы сосредоточились на анализе различных архитектур сверточных нейронных сетей в задаче диагностики депрессии на основе данных электроэнцефалограмм (ЭЭГ).

Отметим, что эффективное обучение моделей на основе искусственных нейронных сетей возможно лишь при условии использования больших объемов данных. На сегодняшний день для обучения доступны лишь сравнительно небольшие выборки размером менее 10 000 наблюдений. Для таких наборов данных на первый план выходят эффективная архитектура сети и верный подбор гиперпараметров, определяющих динамику обучения сети. Учитывая необходимость обеспечения стабильно высокого качества обучения на различных наборах данных, при проведении анализа целесообразно выполнить предварительное тестирование выбранной архитектуры и гиперпараметров на разнообразных данных. Отметим также важность создания новых наборов данных для расширения имеющихся датасетов. Однако в этом случае возникает проблема объединения различных датасетов в единую базу данных, которая будет использоваться для обучения и оптимизации модели. Этим вопросам также будет уделено внимание в нашей работе.

Таким образом, в данной работе мы провели сравнительный анализ эффективности использования искусственных нейронных сетей с различными сверточными и рекуррентными архитектурами в задаче диагностики депрессии на основе данных электроэнцефалограмм (ЭЭГ). В качестве объектов исследования выбраны открытые наборы данных и выполнен сбор собственных данных ЭЭГ реальных пациентов с депрессией.

1. Методика

1.1. Подготовка наборов данных для обучения. На момент проведения исследования были найдены следующие находящиеся в открытом доступе наборы данных ЭЭГ пациентов с диагностированным депрессивным расстройством и полученные в расслабленном состоянии с закрытыми глазами.

1. MDD Patients and Healthy Controls EEG Data (New) [19].
2. EEG: Depression rest [20].
3. MODMA Dataset: a Multi-modal Open Dataset for Mental-disorder Analysis [21].

Первый и второй наборы данных доступны для скачивания в сети Интернет. Для получения доступа к третьему набору данных необходимо было заполнить и отправить авторам Лицензионное соглашение конечного пользователя [22].

Подробные характеристики использованных открытых наборов данных приведены в табл. 1.

Таблица 1. Открытые данные ЭЭГ пациентов с депрессивным расстройством

Table 1. Open EEG data from patients with depressive disorder

	MDD Patients and Healthy Controls EEG Data (New)	EEG: Depression rest	MODMA dataset: a Multi-modal Open Dataset for Mental disorder Analysis
URL	https://doi.org/10.6084/m9.figshare.4244171.v2	https://doi.org/10.18112/openneuro.ds003478.v1.1.0	http://modma.lzu.edu.cn/data/index/
Место получения	Госпиталь Universiti Sains Malaysia, Келантан, Малайзия	Лаборатория Джона Дж. Б. Аллена в Университете штата Аризона, США	Вторая больница Университета Ланьчжоу (стационарные и амбулаторные пациенты), Ганьсун, Китай

	MDD Patients and Healthy Controls EEG Data (New)	EEG: Depression rest	MODMA dataset: a Multi-modal Open Dataset for Mental disorder Analysis
Общее число участников	64	121	53
Число участников с БДР	34	46	24
Число мужчин/женщин	38/26	47/74	33/20
Средний возраст, лет	39.4 ± 14.1	18.9 ± 1.2	31.2 ± 9.6
Диагностика БДР	диагноз	диагноз, шкала Бека [23]	диагноз
Число каналов	19	66	129
Используемые каналы ЭЭГ	Fp1, Fp2, F3, F4, F7, F8, Fz, T7, T8, C3, Cz, C4, P7, P8, P3, Pz, P4, O1, O2	Fp1, FPz, Fp2, AF3, AF4, F7, F5, F3, F1, Fz, F2, F4, F6, F8, FT7, FC5, FC3, FC1, FCz, FC2, FC4, FC6, FT8, T7, C5, C3, C1, CZ, C2, C4, C6, T8, M1, TP7, CP5, CP3, CP1, CPz, CP2, CP4, CP6, TP8, M2, P7, P5, P3, P1, Pz, P2, P4, P6, P8, PO7, PO5, PO3, POz, PO4, PO6, PO8, CB1, O1, Oz, O2, CB2, HEOG, VEOG	HydroCel Geodesic Sensor Net. Каналы, соответствующие системе 10–10: C3, C4, Cz, F3, F4, F7, F8, FP1, FP2, FPz, Fz, O1, O2, P3, Oz, P4, P7, P8, T7, T8, F3, AF4, AF7, AF8, AFz, C1, C2, C5, Pz, C6, CP1, CP2, CP3, CP4, Cp5, CP6, CPz, F1, F2, F5, F6, F9, F10, FC1, FC2, FC3, FC4, FC5, FC6, FCz, FT10, FT7, FT8, FT9, P1, P2, P5, P6, P9, P10, PO3, PO4, PO7, PO8, POz, T9, T10, T11, T12, TP7, TP8, TP9, TP10
Референс	Linked ear (LE)	Между Cz и CPz	Cz
Частота дискретизации, Гц	256	500	250
Параметры фильтрации (ФВЧ/ФНЧ/режекция), Гц	0.1/70/50	нет данных	нет данных
Формат файлов данных	.edf	.set, .fdt (EEGLAB)	.mat

1.2. Сбор клинических данных. Для дополнения найденных наборов данных и увеличения общего количества наблюдений и пациентов было проведено исследование ЭЭГ у пациентов с подтвержденным диагнозом депрессивного расстройства на базе Клинико-диагностического центра БФУ имени Иммануила Канта.

В ходе сессии проводилась регистрация ЭЭГ бодрствующих пациентов в расслабленном состоянии с закрытыми и открытыми глазами по следующей процедуре:

- опрос участника;
- предварительное тестирование по шкале депрессии Бека;
- объяснение проводимой процедуры и получение информированного согласия;
- подготовка к снятию ЭЭГ;
- запись ЭЭГ в расслабленном состоянии при закрытых глазах (3 минуты);
- запись ЭЭГ в расслабленном состоянии при открытых глазах (3 минуты);
- завершение процедуры, сохранение файла с данными ЭЭГ в формате EDF.

Для снятия ЭЭГ 19 электродов закреплялось на специальной шапочке для снятия ЭЭГ, согласно системе 10–20, в положениях Fp1, Fp2, F7, F3, Fz, F4, F8, T7, C3, Cz, C4, T8, P7, P3, Pz, P4, P8, O1, O2. Схема снятия — монополярная относительно электрода на мочке левого уха (отведение A1). Для заземления использовалось отведение AFz. Частота дискретизации 500 Гц.

Параметры фильтрации: ФВЧ (0.5 Гц), ФНЧ (70 Гц), режекторный фильтр (50 Гц).

В результате были получены данные от 37 пациентов (9 мужчин, 28 женщин, средний возраст 39.8 ± 15.2).

1.3. Объединение наборов данных в единую базу. Как видно из табл. 2, характеристики наборов данных значительно различаются и для создания итоговой базы данных ЭЭГ их нужно объединить. Для этого необходимо согласование следующих параметров:

- частота дискретизации;
- количество каналов и расположение электродов;
- параметры цифровой фильтрации;
- референс;
- разметка.

Для согласования данных использовалась следующая процедура с использованием библиотеки MNE-Python [25].

1. Согласование частоты дискретизации с понижением до 200 Гц.
2. Применение цифровых фильтров, согласно принятой практике: ФВЧ (1 Гц), ФНЧ (40 Гц) [24].
3. Согласование числа используемых каналов до 19 отведений, используемых в нашей настройке сбора данных: Fp1, Fp2, F7, F3, Fz, F4, F8, T7, C3, Cz, C4, T8, P7, P3, Pz, P4, P8, O1, O2).
4. Изменение референсного электрода на Cz во всех наборах данных.
5. Приведение к единому виду и формату размерности данных, названий и порядка каналов, преобразование файла для сохранения результатов в формат CSV.

Каждый полученный файл данных получил метку наличия или отсутствия БДР. В случае если данные о наличии диагноза отсутствовали, но имелись результаты опроса по шкале Бека, то метка наличия БДР назначалась для пациентов с результатом выше 13 баллов [23].

Для контроля качества полученных данных каждый файл был просмотрен экспертом с отбором наибольшего непрерывного участка данных без существенных артефактов. Файл

Таблица 2. Параметры наборов данных ЭЭГ, связанных с депрессией

Table 2. Parameters of EEG datasets associated with depression

Источник	[19]	[20]	[21]	Данная работа
Источник данных	Малайзия	США	Китай	Россия
Общее число участников	64	121	53	37
Число участников с БДР	34	46	24	27
Диагностика БДР	Диагноз	Диагноз, шкала Бека	Диагноз	Диагноз, шкала Бека
Число мужчин/женщин	38/26	47/74	33/20	9/28
Средний возраст, лет	39.4 ± 14.1	18.9 ± 1.2	31.2 ± 9.6	39.8 ± 15.2
Число каналов	19	66	129	19
Частота дискретизации, Гц	256	500	250	500
Параметры фильтрации (ФВЧ/ ФНЧ/режекция), Гц	0.1/70/50	нет данных	нет данных	0.5/70/50
Референс	Linked ear (LE)	Между Cz и CPz	Cz	A1

отбрасывался полностью, если такой участок было выбрать невозможно. В результате из каждого набора данных было отброшено 15, 0, 7 и 0 файлов соответственно. Средняя продолжительность записей составила 113 ± 81 секунды.

Итоговый объединенный набор данных ЭЭГ людей в расслабленном состоянии с закрытыми глазами, размеченный в соответствии с наличием или отсутствием БДР, содержит данные 122 пациентов с диагнозом БДР и 123 человек контрольной группы суммарной продолжительностью 13927 и 13841 секунд соответственно.

2. Результаты

2.1. Исследование и выбор оптимальной архитектуры нейронной сети. Несмотря на существенный прогресс в применении глубокого обучения в медицинских исследованиях, не существует общепринятой, наиболее эффективной архитектуры нейронной сети, наилучшим образом подходящей для задач классификации ЭЭГ при анализе психических расстройств [26]. Имеющиеся в настоящий момент архитектуры отличаются выраженной «специализацией» под конкретные параметры данных и типы расстройств. Таким образом, задача подбора оптимальной архитектуры является актуальной, вследствие чего требуется более подробное сравнительное исследование применимости различных базовых архитектур. Сравнительный анализ был выполнен для задачи классификации наличия или отсутствия депрессивного расстройства на основе данных сигналов ЭЭГ.

Среди возможных нейронных сетей-кандидатов целесообразно рассмотреть сверточные нейронные сети и рекуррентные нейронные сети (в частности, LSTM), широко распространенные для различных задач обработки медицинских данных [27]. Для сверточных нейронных сетей характерна возможность извлекать пространственные признаки из входных данных, а рекуррентные нейронные сети эффективны для последовательностей данных, таких как задачи обработки временных рядов или естественного языка.

Для решения задачи определения депрессивного расстройства по данным ЭЭГ наиболее распространены сверточные нейронные сети, использующие двумерную или одномерную операцию свертки и гибридные модели сверточных и рекуррентных нейронных сетей [28].

На основе анализа литературы были отобраны 5 архитектур нейронных сетей, показавших высокую точность при решении задачи диагностики депрессии по данным ЭЭГ [29].

1. Одномерная сверточная нейронная сеть из 9 слоев [30]. Достигнутая точность классификации 98.32.
2. Гибридная сеть из одномерных сверточных слоев и слоев LSTM [31]. Достигнутая точность классификации 95.97.
3. Одномерная сверточная нейронная сеть из 15 слоев [32]. Достигнутая точность классификации 93.5.
4. Гибридная сеть, состоящая из одномерных сверточных слоев и слоя LSTM [33]. Достигнутая точность классификации 97.66.
5. Одномерная сверточная нейронная сеть из 5 слоев [34]. Достигнутая точность классификации 96.3.

Дополнительно были рассмотрены еще две архитектуры, которые на момент исследования не использовались для задачи классификации депрессии по данным ЭЭГ.

6. Компактная сверточная нейронная сеть EEGNet, изначально предназначенная для применения в различных задачах мозг-компьютерных интерфейсов [35].
7. Двумерная сверточная нейронная сеть, созданная по принципу EEGNet, но содержащая только сверточные слои.

Архитектура использованных в исследовании нейронных сетей представлена в табл. 3.

Таблица 3. Структура слоев нейронных сетей. Тип сети в зависимости от её номера: 1 – одномерная сверточная нейронная сеть; 2 – гибридная сеть из одномерных сверточных слоев и слоев LSTM; 3 – одномерная сверточная нейронная сеть; 4 – гибридная сеть, состоящая из одномерных сверточных слоев и слоя LSTM; 5 – одномерная сверточная нейронная сеть; 6 – EEGNet-компактная сверточная нейронная сеть; 7 – двумерная сверточная нейронная сеть

Table 3. Structure of neural network layers. Network type depending on its number: 1 – one-dimensional convolutional neural network; 2 – hybrid network consisting of one-dimensional convolutional layers and LSTM layers; 3 – one-dimensional convolutional neural network; 4 – hybrid network consisting of one-dimensional convolutional layers and LSTM layer; 5 – one-dimensional convolutional neural network; 6 – EEGNet-compact convolutional neural network; 7 – two-dimensional convolutional neural network

Сеть \ Слой	1	2	3	4	5	6	7
1	Сверточный (50 ядер 1x10)	Сверточный (64 ядер 1x5)	Сверточный (5 ядер 1x5)	Сверточный (64 ядра 1x5)	Сверточный (32 ядра 1x5)	Сверточный (8 ядер 1x100)	Сверточный (16 ядер 18x50, шаг 1x4)
2	Сверточный (50 ядер 1x10)	Субдискретизации (по максимуму, 1x3)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Сверточный (128 ядер 1x3)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Нормализации по батчу	Нормализации по батчу
3	Субдискретизации (по максимуму, 1x3)	Dropout(0.5)	Сверточный (5 ядер 1x5)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Полносвязный (1024)	Сверточный по глубине (18x1)	Субдискретизации (по среднему, 1x4)
4	Сверточный (100 ядер 1x10)	Сверточный (48 ядер 1x5)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Dropout(0.2)	Полносвязный (32)	Нормализации по батчу	Сверточный (32 ядра 1x25)
5	Субдискретизации (по максимуму, 1x3)	Субдискретизации (по максимуму, 1x3)	Сверточный (10 ядер 1x5)	Сверточный (128 ядер 1x13)	Полносвязный (2)	Субдискретизации (по среднему, 1x4)	Нормализации по батчу
6	Сверточный (50 ядер 1x21)	Dropout(0.5)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Сверточный (32 ядра 1x7)		Dropout(0.5)	Субдискретизации (по среднему, 1x4)
7	Субдискретизации (глобальный по среднему)	Сверточный (24 ядра 1x5)	Сверточный (10 ядер 1x5)	LSTM(32)		Разделимый сверточный (16 ядер 1x16)	Сверточный (2 ядра 1x1)
8	Dropout (0.5)	Субдискретизации (по максимуму, 1x3)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Полносвязный (64)		Нормализации по батчу	Субдискретизации (глобальный по максимуму)
9	Полносвязный (2)	Dropout(0.5)	Сверточный (15 ядер 1x5)	Dropout (0.2)		Субдискретизации (по среднему, 1x8)	

Сеть Слой	1	2	3	4	5	6	7
10		LSTM(128)	Субдискретизации (по максимуму, 1x2, шаг 2)	Полносвязный (2)		Dropout (0.5)	
11		LSTM(64)	Полносвязный (80)			Полносвязный (2)	
12		Полносвязный (64)	Dropout(0.1)				
13		Полносвязный (2)	Полносвязный (40)				
14			Dropout(0.1)				
15			Полносвязный (2)				

Для сравнения вышеуказанных архитектур было выполнено обучение на полученном ранее объединенном наборе данных ЭЭГ.

Подготовка данных для обучения была выполнена в следующей последовательности.

1. Загрузка подготовленных данных из CSV-файлов.
2. Нарезка данных на отрезки по 200/400/600/800/1000 отсчетов (соответствующие длительности 1/2/3/4/5 секунд), без перекрытия.
3. Выполнение стандартизации данных для повышения скорости сходимости алгоритма обучения нейронных сетей [36].

В процессе обучения применялась процедура перекрестной проверки (кросс-валидация) путем многократной разбивки данных по пациентам на обучающую и тестовую выборки в соотношении 90/10, используя функцию StratifiedKFold из библиотеки машинного обучения на языке Python-sklearn [37]. Реализация сетей выполнялась на языке программирования Python 3 с использованием библиотеки TensorFlow 2 [38] на компьютере с операционной системой Ubuntu Linux 20.04, оборудованном графическим ускорителем NVIDIA Quadro P1000 (CUDA 10.1). Для каждого разбиения выполнялось обучение модели нейронной сети и вычисление полученных значений точности классификации и F1-меры на тестовой выборке.

Для обучения нейронных сетей был использован метод адаптивной инерции (Adam) [39] с параметром скорости обучения, равным 0.0001, и размером минибатча 64. Категориальная перекрестная энтропия (кросс-энтропия) применялась в качестве функции потерь. С помощью функции EarlyStopping из библиотеки TensorFlow выполнялось отслеживание динамики изменений функции ошибки на тестовой выборке и остановка обучения при отсутствии снижения функции ошибки в течение 4 эпох.

Результирующие значения представлены в табл. 4 в виде средних результатов перекрестных проверок точности классификации и F1-меры.

Вычисление метрик модели базируется на так называемой матрице ошибок (confusion matrix) — квадратной матрице, размер которой совпадает с количеством классов (2 на 2 в случае бинарной классификации), и указывается количество объектов, отнесенных моделью к конкретному классу с оценкой действительного отношения указанного объекта. При этом указывается количество объектов, верно отнесенных к конкретному классу и относящихся к нему (true positive, TP), верно не отнесенных к конкретному классу и не относящихся к нему (true negative, TN),

Таблица 4. Исследование архитектур нейронной сети для решения задачи классификации депрессивного расстройства по данным ЭЭГ

Table 4. Exploring neural network architectures for solving the problem of classifying depressive disorder from EEG data

	Нейронная сеть						
	1	2	3	4	5	6	7
Архитектура	CNN 1D	CNN 1D + LSTM	CNN 1D	CNN 1D + LSTM	CNN 1D	CNN (EEGNet)	CNN 2D
Число слоев	9	13	15	10	5	11	8
Число параметров (для 1/2/3/4/5 с)	189352	159050	12722/ 19922/ 27122/ 35522/ 42722	485666/ 690466/ 895266/ 1100066/ 1304866	3313602/ 6590402/ 9867202/ 13144002/ 16420802	1954/ 2146/ 2338/ 2562/ 2754	27506
Точность и F1 (1 с)	0.62 ± 0.08	0.61 ± 0.07	0.63 ± 0.09	0.60 ± 0.09	0.59 ± 0.06	0.66 ± 0.10	0.63 ± 0.07
	0.63 ± 0.10	0.62 ± 0.11	0.63 ± 0.09	0.59 ± 0.12	0.57 ± 0.09	0.66 ± 0.11	0.62 ± 0.11
Точность и F1 (2 с)	0.64 ± 0.08	0.60 ± 0.07	0.67 ± 0.09	0.62 ± 0.08	0.62 ± 0.08	0.66 ± 0.10	0.64 ± 0.07
	0.63 ± 0.10	0.63 ± 0.09	0.63 ± 0.13	0.61 ± 0.12	0.61 ± 0.12	0.61 ± 0.16	0.63 ± 0.11
Точность и F1 (3 с)	0.64 ± 0.08	0.63 ± 0.08	0.63 ± 0.09	0.61 ± 0.09	0.61 ± 0.07	0.67 ± 0.11	0.65 ± 0.09
	0.63 ± 0.12	0.62 ± 0.08	0.63 ± 0.10	0.59 ± 0.08	0.61 ± 0.07	0.67 ± 0.11	0.65 ± 0.09
Точность и F1 (4 с)	0.63 ± 0.11	0.57 ± 0.11	0.67 ± 0.08	0.60 ± 0.09	0.61 ± 0.07	0.67 ± 0.10	0.64 ± 0.08
	0.62 ± 0.14	0.65 ± 0.10	0.65 ± 0.09	0.58 ± 0.14	0.59 ± 0.11	0.66 ± 0.11	0.63 ± 0.09
Точность и F1 (5 с)	0.63 ± 0.12	0.57 ± 0.12	0.63 ± 0.09	0.61 ± 0.07	0.59 ± 0.05	0.66 ± 0.10	0.65 ± 0.10
	0.60 ± 0.16	0.66 ± 0.11	0.61 ± 0.13	0.59 ± 0.12	0.59 ± 0.08	0.61 ± 0.16	0.60 ± 0.17

отнесенных к конкретному классу и не относящихся к нему (false positive, FP), не отнесенных к конкретному классу и относящихся к нему (false negative, FN). Общее количество ответов модели представляет собой сумму TP+TN+FP+FN. Наиболее очевидной кажется вычисление доли верных ответов по отношению к общему количеству ответов (accuracy):

$$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}. \quad (1)$$

Однако значение выражения (1) будет зависеть от сбалансированности класса и для несбалансированных наборов данных будет меняться при смене класса. Поэтому используются две метрики, характеризующие эффективность модели в отношении к конкретному классу.

Точность (precision) показывает долю ответов, верно отнесенных моделью к конкретному классу, к общему количеству отнесенных к классу объектов:

$$precision = \frac{TP}{TP + FP}. \quad (2)$$

Точность применяется в паре с полнотой (recall) — долей объектов, отнесенных моделью к конкретному классу, к общему количеству объектов данного класса:

$$recall = \frac{TP}{TP + FN}. \quad (3)$$

На основании метрик (2) и (3) вычисляется F1-мера, одна из самых популярных метрик эффективности машинного обучения, которая представляет собой гармоническое среднее точности и полноты модели по конкретному классу:

$$F1 = \frac{2 * precision * recall}{precision + recall}. \quad (4)$$

Из табл. 4 следует, что наилучшую точность классификации демонстрируют модели 6 и 7 при длительности сигнала на входе 3 секунды.

Обращает на себя внимание очевидная разница между заявленной точностью классификации моделей, превышающей 90%, и полученными результатами классификации на используемых данных. Это вызвано, прежде всего, разницей в объеме и качестве исходных данных, применяемых для обучения. В данной работе стратифицированное разбиение данных по пациентам необходимо для предотвращения неявной утечки обучающих данных в тестовое подмножество. Подобная утечка вызывает не только завышение показателей точности, но и приводит к переобучению модели, снижая способность к обобщению. Кроме того, для классификатора будет наблюдаться разброс точности в зависимости от количества скомпрометированных наблюдений для пациентов, попавших и в обучающую, и в тестовую выборки, как показано в табл. 5.

Таблица 5. Точность (1) и F1-мера (4) различных архитектур нейронной сети при решении задачи классификации депрессивного расстройства на различных источниках данных ЭЭГ без учета разбиения данных по пациентам

Table 5. Accuracy (1) and F1-score (4) of different neural network architectures in solving the depressive disorder classification task on different EEG data sources without considering patient data partitioning

Источник данных	Нейронная сеть (Точность/F1-мера)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.99 ± 0.01	0.70 ± 0.06	0.91 ± 0.03	0.97 ± 0.01	0.78 ± 0.02	0.95 ± 0.02	0.98 ± 0.01
	0.99 ± 0.01	0.70 ± 0.03	0.92 ± 0.03	0.97 ± 0.01	0.78 ± 0.02	0.95 ± 0.02	0.98 ± 0.01
2	0.84 ± 0.02	0.60 ± 0.04	0.69 ± 0.02	0.71 ± 0.04	0.59 ± 0.04	0.71 ± 0.02	0.69 ± 0.03
	0.84 ± 0.05	0.60 ± 0.04	0.69 ± 0.18	0.71 ± 0.08	0.59 ± 0.04	0.71 ± 0.06	0.69 ± 0.08
3	0.96 ± 0.01	0.77 ± 0.09	0.70 ± 0.06	0.87 ± 0.06	0.55 ± 0.02	0.76 ± 0.03	0.83 ± 0.04
	0.95 ± 0.02	0.77 ± 0.09	0.70 ± 0.06	0.86 ± 0.04	0.54 ± 0.04	0.76 ± 0.03	0.79 ± 0.05
4	0.95 ± 0.03	0.92 ± 0.03	0.80 ± 0.04	0.89 ± 0.06	0.63 ± 0.03	0.87 ± 0.02	0.89 ± 0.09
	0.95 ± 0.02	0.92 ± 0.02	0.80 ± 0.03	0.89 ± 0.06	0.63 ± 0.03	0.87 ± 0.02	0.89 ± 0.09
Объединенная база	0.89 ± 0.01	0.78 ± 0.08	0.74 ± 0.02	0.84 ± 0.02	0.67 ± 0.03	0.79 ± 0.02	0.82 ± 0.02
	0.89 ± 0.01	0.80 ± 0.06	0.73 ± 0.02	0.84 ± 0.02	0.67 ± 0.02	0.78 ± 0.02	0.82 ± 0.02

Таблица 6. Точность (1) и F1-мера (4) для различных архитектур нейронной сети на различных источниках данных ЭЭГ при использовании разбиения данных по пациентам

Table 6. Accuracy (1) and F1-score (4) for different neural network architectures on different EEG data sources when using patient data partitioning

Источник данных	Нейронная сеть (Точность/F1-мера)						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.82 ± 0.11	0.69 ± 0.16	0.81 ± 0.13	0.81 ± 0.10	0.74 ± 0.09	0.80 ± 0.20	0.84 ± 0.10
	0.80 ± 0.14	0.62 ± 0.20	0.82 ± 0.10	0.80 ± 0.12	0.75 ± 0.12	0.78 ± 0.26	0.86 ± 0.08
2	0.58 ± 0.09	0.50 ± 0.15	0.56 ± 0.09	0.58 ± 0.07	0.55 ± 0.06	0.58 ± 0.10	0.56 ± 0.09
	0.57 ± 0.09	0.50 ± 0.09	0.57 ± 0.09	0.55 ± 0.14	0.55 ± 0.06	0.59 ± 0.10	0.55 ± 0.10
3	0.35 ± 0.14	0.38 ± 0.12	0.48 ± 0.14	0.39 ± 0.12	0.51 ± 0.05	0.53 ± 0.11	0.47 ± 0.09
	0.34 ± 0.13	0.34 ± 0.12	0.48 ± 0.14	0.37 ± 0.12	0.51 ± 0.07	0.53 ± 0.11	0.45 ± 0.10
4	0.65 ± 0.22	0.61 ± 0.16	0.51 ± 0.17	0.73 ± 0.14	0.56 ± 0.10	0.67 ± 0.14	0.54 ± 0.19
	0.64 ± 0.21	0.61 ± 0.16	0.51 ± 0.16	0.72 ± 0.14	0.56 ± 0.09	0.67 ± 0.13	0.54 ± 0.20
Объединенная база	0.64 ± 0.08	0.59 ± 0.10	0.63 ± 0.09	0.61 ± 0.09	0.61 ± 0.07	0.67 ± 0.10	0.65 ± 0.08
	0.63 ± 0.12	0.59 ± 0.10	0.59 ± 0.16	0.58 ± 0.15	0.59 ± 0.09	0.66 ± 0.11	0.64 ± 0.09

В табл. 6 представлены результаты обучения с учетом разбиения данных по пациентам для предотвращения утечек данных из обучающей выборки в тестовую.

На основе полученных результатов следует, что наилучшими кандидатами для задачи подбора оптимальных параметров являются модели на основе архитектур 6 и 7.

2.2. Подбор оптимальных параметров для лучших моделей. Параметры модели, задаваемые до процесса обучения, называются гиперпараметрами. Это отличает их от параметров модели, которые настраиваются в процессе обучения.

Стандартным способом подбора оптимальных гиперпараметров является поиск по сетке (англ. — grid search) [40] с полным перебором всех возможных комбинаций из заданного подмножества значений. Главным недостатком поиска по сетке является экспоненциальное увеличение количества комбинаций и объема вычислений при увеличении количества и диапазонов значений гиперпараметров.

Альтернативой поиску по сетке могут служить различные алгоритмы случайного поиска, при котором комбинации гиперпараметров из заданного подмножества перебираются случайным образом. Поскольку при большом числе попыток все пространство гиперпараметров покрывается приблизительно равномерно, то лучший набор гиперпараметров может быть найден за меньшее время по сравнению с поиском по сетке [41].

Лучший результат, по сравнению с поиском по сетке и случайным поиском, показывает метод байесовской оптимизации. При его использовании строится модель отображения значений гиперпараметров в целевую функцию, по которой итеративно обновляется конфигурация гиперпараметров модели машинного обучения [40].

Для достижения максимальной точности на тестовой выборке подбор гиперпараметров для двух лучших моделей проводился методом байесовской оптимизации с использованием перекрестной проверки (с учетом разбиения данных по пациентам) на 10 непересекающихся частях. В качестве оптимизируемых гиперпараметров были выбраны параметры сверточных

Таблица 7. Подобранные оптимальные гиперпараметры для модели № 6 (EEGNet) и № 7 (CNN 2D)

Table 7. Selected optimal hyperparameters for model № 6 (EEGNet) and № 7 (CNN 2D)

Слой	EEGNet	CNN 2D
1	Сверточный (16 ядер 1x100)	Сверточный (32 ядра 1x50, шаг 1x8)
2	Нормализации по батчу	Нормализации по батчу
3	Сверточный по глубине (18x1)	Субдискретизации (по среднему, 1x2)
4	Нормализации по батчу	Сверточный (8 ядер 1x5)
5	Субдискретизации (по среднему, 1x8)	Нормализации по батчу
6	Dropout(0.5)	Субдискретизации (по среднему, 1x8)
7	Разделимый сверточный (16 ядер 1x5)	Сверточный (2 ядра 1x1)
8	Нормализации по батчу	Субдискретизации (глобальный по максимуму)
9	Субдискретизации (по среднему, 1x8)	
10	Dropout(0.5)	
11	Полносвязный (2)	

слоев (число и размер ядер) и параметры слоев субдискретизации (шаг). Для подбора оптимальных гиперпараметров выбранных моделей нейронных сетей использовалась библиотека KerasTuner [42]. Используемая функция активации – экспоненциальная линейная функция (ELU). Найденные оптимальные значения гиперпараметров приведены в табл. 7.

2.3. Обучение моделей на подготовленных наборах данных. Модели № 6 и № 7 с подобранными оптимальными гиперпараметрами были обучены на каждом из четырех наборов данных, описанных выше, а также на объединенном наборе данных для изучения влияния структуры и репрезентативности данных на эффективность классификации. Результаты точности классификации и F1-меры представлены в табл. 8.

Таблица 8. Точность (1) и F1-мера (4) моделей № 6 и № 7 с подобранными оптимальными параметрами, обученных на каждом наборе данных в отдельности и на всем объеме данных, объединенном в один набор

Table 8. Accuracy (1) and F1-score (4) of models № 6 and № 7 with selected optimal parameters trained on each dataset separately and on the whole data set combined into one dataset

Источник данных	Нейронная сеть (Точность/F1-мера)	
	№ 6 (EEGNet)	№ 7 (CNN 2D)
1	0.86 ± 0.10 / 0.87 ± 0.09	0.84 ± 0.18 / 0.83 ± 0.20
2	0.67 ± 0.07 / 0.67 ± 0.10	0.68 ± 0.09 / 0.68 ± 0.13
3	0.50 ± 0.07 / 0.48 ± 0.10	0.49 ± 0.12 / 0.48 ± 0.18
4	0.57 ± 0.19 / 0.56 ± 0.20	0.69 ± 0.14 / 0.68 ± 0.11
Объединенная база	0.68 ± 0.10 / 0.68 ± 0.10	0.68 ± 0.10 / 0.67 ± 0.10

Полученные результаты демонстрируют улучшение точности классификации на объединенной базе данных ЭЭГ после оптимизации гиперпараметров моделей. Кроме того, отчетливо видна разница в точности классификации для разных наборов данных как между двумя моделями, так и для одной и той же модели (табл. 4, 5, 6 и 8). Например, точность классификации для набора данных номер 1 (8) оказалась выше, чем для общей базы данных, несмотря на очевидно меньший размер выборки. Это частично может объясняться дисбалансом классов и возможным неправильным назначением меток, влияющих на репрезентативность обучающей выборки.

Попытки улучшения результата за счет дальнейшего увеличения количества данных путем добавления новых участков, сегментированных скользящим окном с перекрытием (0.25/0.5 с), и синтетических данных с подмешанным гауссовским шумом [43] значимых результатов не принесли. Это позволяет сделать вывод о необходимости получения большего количества реальных данных для выделения новых признаков и дальнейшего повышения точности классификации.

Для моделей глубокого обучения характерны различные особенности, обусловленные архитектурой сети и спецификой набора данных. Так, на небольших и несбалансированных наборах данных выполнение многократного стратифицированного разбиения на обучающую и тестовую выборки существенно затруднено, поскольку одни и те же наблюдения, относящиеся к слабо представленному классу, попадают в большинство разбиений, что может вызвать как потерю точности, так и дисбаланс результирующей матрицы ошибок. Кроме того, итоговая эффективность обучения часто зависит от способа разметки, набора признаков и контекста задачи. Отчасти этим объясняются ограничения отдельных методов трансферного обучения, если сеть-донор была обучена на данных, лишь косвенно связанных с целевой задачей [44].

Заключение

В ходе подготовительного этапа проверки эффективности различных архитектур нейронных сетей в задаче определения наличия или отсутствия депрессии были подобраны открытые наборы данных для обучения, проведен сбор собственных клинических данных, подготовлен объединенный набор данных большого объема. На основном этапе были подобраны семь различных архитектур и оптимальные параметры обучения для них. На основе полученных результатов классификации наличия или отсутствия депрессивного расстройства были выбраны две архитектуры — EEGNet и двумерная сверточная нейронная сеть, состоящая только из сверточных слоев.

Средняя точность классификации депрессивного расстройства на тестовой выборке с использованием перекрестной проверки составила 0.68.

Полученные данные в целом согласуются с результатами, приведенными в литературе для небольших наборов данных с разбивкой по пациентам. Хотя полученная в данной задаче точность недостаточна для практического применения модели, на основании приведенных в литературе результатов возможно утверждать как о перспективности дальнейших исследований в направлении повышения эффективности модели, так и о необходимости создания достаточно большого репрезентативного набора данных пациентов [44, 45].

Внедрению алгоритмов глубокого обучения в клиническую практику препятствуют отсутствие достаточно больших наборов данных пациентов, единообразного подхода к интерпретации диагностических признаков психических расстройств, недоверие врачебного сообщества и нерешенные этические вопросы применения искусственного интеллекта в медицине [45].

Перспективу значительного улучшения результатов в задачах диагностики психических заболеваний и эмоциональных расстройств связывают с бурным развитием новых архитектур сетей, таких как трансформеры и автоэнкодеры, по аналогии с быстрым прогрессом в задачах обработки естественного языка, изображений и звука. Кроме того, много внимания уделяется созданию мультимодальных моделей, способных работать с несколькими источниками данных, различающихся по структуре и характеристикам [46].

Поскольку качество обучения модели в значительной степени определяется качеством предоставленных данных, обе задачи являются актуальными для создания надежных систем поддержки принятия решений и персонализированной медицины.

Список литературы

1. *Rajpurkar P., Chen E., Banerjee O., Topol E. J.* AI in health and medicine // *Nature medicine*. 2022. Vol. 28, no. 1. P. 31–38. DOI: 10.1038/s41591-021-01614-0.

2. *Aberšek B., Flogie A., Pesek I.* AI and Cognitive Modelling for Education. Springer Nature; 2023. 230 p. DOI: 10.1007/978-3-031-35331-4.
3. *Karpov O. E., Pitsik E. N., Kurkin S. A., Maksimenko V. A., Gusev A. V., Shusharina N. N., Hramov A. E.* Analysis of Publication Activity and Research Trends in the Field of AI Medical Applications: Network Approach // *International Journal of Environmental Research and Public Health*. 2023. Vol. 20, no. 7. P. 5335. DOI: 10.3390/ijerph20075335.
4. *Карпов О. Э., Храмов А. Е.* Информационные технологии, вычислительные системы и искусственный интеллект в медицине. М.: ДПК Пресс; 2022. 480 с.
5. *Tondo G., De Marchi F.* From biomarkers to precision medicine in neurodegenerative diseases: Where are we? // *Journal of Clinical Medicine*. 2022. Vol. 11, no. 15. P. 4515. DOI: 10.3390/jcm11154515
6. *Strafella C., Caputo V., Galota M. R., Zampatti S., Marella G., Mauriello S., Cascella R., Giardina E.* Application of precision medicine in neurodegenerative diseases // *Frontiers in neurology*. 2018. Vol. 9. P. 701. DOI: 10.3389/fneur.2018.00701.
7. *Chepurova A., Hramov A., Kurkin S.* Motor Imagery: How to Assess, Improve Its Performance, and Apply It for Psychosis Diagnostics // *Diagnostics*. 2022. Vol. 12, no. 4. P. 949. DOI: 10.3390/diagnostics1204094.
8. *Zhang Sh., Zhao H., Wang W., Wang Zh., Luo X., Hramov A., Kurths J.* Edge-centric effective connection network based on multi-modal MRI for the diagnosis of Alzheimer's disease // *Neurocomputing*. 2023. Vol. 552. P. 126512. DOI: 10.1016/j.neucom.2023.126512.
9. *Andreev A. V., Kurkin S. A., Stoyanov D., Badarin A. A., Paunova R., Hramov A. E.* Toward interpretability of machine learning methods for the classification of patients with major depressive disorder based on functional network measures // *Chaos*. 2023. Vol. 33, no. 6. P. 063140. DOI: 10.1063/5.0155567.
10. *Sysoeva O., Maximenko V., Kuc A., Voinova V., Martynova O., Hramov A.* Abnormal spectral and scale-free properties of resting-state EEG in girls with Rett syndrome // *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. P. 12932. DOI: 10.1038/s41598-023-39398-7.
11. *Law Z. K., Todd C., Mehraram R., Schumacher J., Baker M. R., LeBeau F. E., Yarnall A., Onofrij M., Bonanni L., Thomas A., Taylor J. P.* The role of EEG in the diagnosis, prognosis and clinical correlations of dementia with Lewy bodies—a systematic review // *Diagnostics*. 2020. Vol. 10, no. 9. P. 616. DOI: 10.3390/diagnostics10090616.
12. *Schjøning Nielsen M., Simonsen A. H., Siersma V., Engedal K., Jelic V., Andersen B. B., Naik M., Hasselbalch S. G., Høgh P.* Quantitative electroencephalography analyzed by statistical pattern recognition as a diagnostic and prognostic tool in mild cognitive impairment: results from a nordic multicenter cohort study // *Dementia and Geriatric Cognitive Disorders Extra*. 2019. Vol. 8, no. 3. P. 426–438. DOI: 10.1159/000490788.
13. *Gouw A. A.* Clinical applications of EEG/MEG in AD: diagnosis, prognosis and treatment monitoring // *Alzheimer's & Dementia*. 2023. Vol. 19, no. S12. P. e073238. DOI: 10.1002/alz.073238.
14. *Torres-Simón L., Doval S., Nebreda A., Llinas S. J., Marsh E. B., Maestú F.* Understanding brain function in vascular cognitive impairment and dementia with EEG and MEG: A systematic review // *NeuroImage: Clinical*. 2019. Vol. 35. P. 103040. DOI: 10.1016/j.nicl.2022.103040.
15. *Yahata N., Kasai K., Kawato M.* Computational neuroscience approach to biomarkers and treatments for mental disorders // *Psychiatry and clinical neurosciences*. 2016. Vol. 71, no. 4. P. 215–237. DOI: 10.1111/pcn.12502.
16. *Карпов О. Э., Храмов А. Е.* Прогностическая медицина // *Врач и информационные технологии*. 2021. Т. 3. С. 20–37. DOI: 10.25881/18110193_2021_3_20.
17. *Pitsik E. N., Maksimenko V. A., Kurkin S. A., Sergeev A. P., Stoyanov D., Paunova R., Kandilarova S., Simeonova D., Hramov A. E.* The topology of fMRI-based networks defines the performance of a

- graph neural network for the classification of patients with major depressive disorder // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2023. Vol. 167. P. 113041. DOI: 10.1016/j.chaos.2022.113041.
18. *Boronina A., Maksimenko V., Hramov A. E.* Convolutional Neural Network Outperforms Graph Neural Network on the Spatially Variant Graph Data // *Mathematics*. 2023. Vol. 11, no. 11. P. 2515. DOI: 10.3390/math11112515
 19. *Mumtaz W.* MDD Patients and Healthy Controls EEG Data (New) // *figshare*. 2016. Dataset. DOI: 10.6084/m9.figshare.4244171.v2
 20. *Cavanagh J.* EEG: Depression rest // *OpenNeuro*. 2021. Dataset. DOI: 10.18112/openneuro.ds003478.v1.1.0
 21. *Cai H., Yuan Z., Gao Y., Sun S., Li N., Tian F., Xiao H., Li J., Yang Z., Li X., Zhao Q., Liu Z., Yao Z., Yang M., Peng H., Zhu J., Zhang X., Gao G., Zheng F., Li R., Guo Z., Ma R., Yang J., Zhang L., Hu X., Li Y., Hu B.* MODMA dataset: a Multi-modal Open Dataset for Mental-disorder Analysis // *arXiv:2002.09283*. 2020. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.2002.09283.
 22. MODMA Dataset. URL: <http://modma.lzu.edu.cn/data/application/>.
 23. *Beck A. T., Ward C., Mendelson M., Mock J., Erbaugh J.* An inventory for measuring depression // *Archives of general psychiatry*. 1961. Vol. 4, no. 6. P. 561–571. DOI: 10.1001/archpsyc.1961.01710120031004.
 24. *Mumtaz W., Ali S. S. A., Yasin M. A. M., Malik A. S.* A machine learning framework involving EEG-based functional connectivity to diagnose major depressive disorder (MDD) // *Medical & biological engineering & computing*. 2018. Vol. 56, no. 2. P. 233–246. DOI: 10.1007/s11517-017-1685-z.
 25. *Gramfort A., Luessi M., Larson E., Engemann D. A., Strohmeier D., Brodbeck C., Hämäläinen M.* MEG and EEG data analysis with MNE-Python // *Frontiers in neuroscience*. 2013. Vol. 7. P. 267. DOI: 10.3389/fnins.2013.00267.
 26. *Mumtaz W., Xia L., Ali S. S. A., Yasin M. A. M., Hussain M., Malik A. S.* Electroencephalogram (EEG)-based computer-aided technique to diagnose major depressive disorder (MDD) // *Biomedical Signal Processing and Control*. 2017. Vol. 31, P. 108–115. DOI: 10.1016/j.bspc.2016.07.006.
 27. *Stephan K. E., Schlagenhaut F., Huys Q. J., Raman S., Aponte E. A., Brodersen K. H., Rigoux L., Moran R. J., Daunizeau J., Dolan R. J., Friston K. J., Heinz A.* Computational neuroimaging strategies for single patient predictions // *Neuroimage*. 2017. Vol. 145, Part B. P. 180–199. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2016.06.038.
 28. *de Bardeci M., Ip C. T., Olbrich S.* Deep learning applied to electroencephalogram data in mental disorders: A systematic review // *Biological Psychology*. 2021. Vol. 162. P. 108117. DOI: 10.1016/j.biopsycho.2021.108117.
 29. *Rivera M. J., Teruel M. A., Maté A., Trujillo J.* Diagnosis and prognosis of mental disorders by means of EEG and deep learning: a systematic mapping study // *Artificial Intelligence Review*. 2022. Vol. 55. P. 1209–1251. DOI: 10.1007/s10462-021-09986-y.
 30. *Mumtaz W., Malik A. S., Ali S. S. A., Yasin M. A. M.* P300 intensities and latencies for major depressive disorder detection // *2015 IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications (ICSIPA)*. 2015. P. 542–545. DOI: 10.1109/ICSIPA.2015.7412250.
 31. *Mumtaz W., Qayyum A.* A deep learning framework for automatic diagnosis of unipolar depression // *International journal of medical informatics*. 2019. Vol. 132. P. 103983. DOI: 10.1016/j.ijmedinf.2019.103983.
 32. *Acharya U. R., Oh S. L., Hagiwara Y., Tan J. H., Adeli H., Subha D. P.* Automated EEG-based screening of depression using deep convolutional neural network // *Computer methods and programs in biomedicine*. 2018. Vol. 161. P. 103–113. DOI: 10.1016/j.cmpb.2018.04.012.
 33. *Ay B., Yildirim O., Talo M., Baloglu U. B., Aydin G., Puthankattil S. D., Acharya U. R.* Automated

- depression detection using deep representation and sequence learning with EEG signals // Journal of medical systems. 2019. Vol. 43. P. 205. DOI: 10.1007/s10916-019-1345-y.
34. Sandheep P., Vineeth S., Poulose M., Subha D. P. Performance analysis of deep learning CNN in classification of depression EEG signals // 2019 IEEE Region 10 Conference (TENCON). 2019. P. 1339–1344. DOI: 10.1109/TENCON.2019.8929254.
 35. Lawhern V. J., Solon A. J., Waytowich N. R., Gordon S. M., Hung C. P., Lance B. J. EEGNet: a compact convolutional neural network for EEG-based brain–computer interfaces // Journal of neural engineering. 2018. Vol. 15, no. 5. P. 056013. DOI: 10.1088/1741-2552/aace8c.
 36. Cun Y. L., Bottou L., Orr G., Muller K. Efficient backprop. Neural networks: Tricks of the trade. Springer, Berlin, Heidelberg. 2012. P. 9–48. DOI: 10.1007/978-3-642-35289-8_3.
 37. Pedregosa F., Varoquaux G., Gramfort A., Michel V., Thirion B., Grisel O., Duchesnay E. Scikit-learn: Machine learning in Python // The Journal of Machine Learning Research. 2011. Vol. 12. P. 2825–2830.
 38. Abadi M., Agarwal A., Barham P., Brevdo E., Chen Z., Citro C., Zheng X. Tensorflow: Large-scale machine learning on heterogeneous distributed systems // arXiv:1603.04467. 2016. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.1603.04467.
 39. Kingma D. P., Ba J. Adam: A method for stochastic optimization // arXiv:1412.6980. 2014. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.
 40. Hutter F., Lücke J., Schmidt-Thieme L. Beyond manual tuning of hyperparameters // KI-Künstliche Intelligenz. 2015. Vol. 29, no. 4. P. 329–337. DOI: 10.1007/s13218-015-0381-0.
 41. Bergstra J., Bengio Y. Random search for hyper-parameter optimization // Journal of Machine Learning Research. 2012. Vol. 13. P. 281–305.
 42. KerasTuner. URL: <https://github.com/keras-team/keras-tuner>.
 43. Lashgari E., Liang D., Maoz U. Data augmentation for deep-learning-based electroencephalography // Journal of Neuroscience Methods. 2020. Vol. 346. P. 108885. DOI: 10.1016/j.jneumeth.2020.108885.
 44. Koppe G., Meyer-Lindenberg A., Durstewitz D. Deep learning for small and big data in psychiatry // Neuropsychopharmacology Reviews. 2021. Vol. 46. P. 176–190. DOI: doi.org/10.1038/s41386-020-0767-z.
 45. Durstewitz D., Koppe G., Meyer-Lindenberg A. Deep neural networks in psychiatry // Molecular Psychiatry. 2019. Vol. 24. P. 1583–1598. DOI: doi.org/10.1038/s41380-019-0365-9.
 46. Zhang Z., Lin W., Liu M., Mahmoud M. Multimodal Deep Learning Framework for Mental Disorder Recognition // 2020 15th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (FG 2020), Buenos Aires, Argentina. 2020. P. 344–350. DOI: 10.1109/FG47880.2020.00033.

References

1. Rajpurkar P, Chen E, Banerjee O, Topol EJ. AI in health and medicine. Nature medicine. 2022;28(1):31–38. DOI: 10.1038/s41591-021-01614-0.
2. Aberšek B, Flogie A, Pesek I. AI and Cognitive Modelling for Education. Springer Nature; 2023. 230 p. DOI: 10.1007/978-3-031-35331-4.
3. Karpov OE, Pitsik EN, Kurkin SA, Maksimenko VA, Gusev AV, Shusharina NN, Hramov AE. Analysis of Publication Activity and Research Trends in the Field of AI Medical Applications: Network Approach. International Journal of Environmental Research and Public Health. 2023; 20(7):5335. DOI: 10.3390/ijerph20075335.
4. Karpov OE, Hramov AE. Information technologies, computing systems and artificial intelligence in medicine. M.: DPK Press. 2022. 480 p (in Russian).

5. Tondo G, De Marchi F. From biomarkers to precision medicine in neurodegenerative diseases: Where are we? *Journal of Clinical Medicine*. 2022;11(15):4515. DOI: 10.3390/jcm11154515.
6. Strafella C, Caputo V, Galota MR, Zampatti S, Marella G, Mauriello S, Cascella R, Giardina E. Application of precision medicine in neurodegenerative diseases. *Frontiers in neurology*. 2018;9:701. DOI: 10.3389/fneur.2018.00701.
7. Chepurova A, Hramov A, Kurkin S. Motor Imagery: How to Assess, Improve Its Performance, and Apply It for Psychosis Diagnostics. *Diagnostics*. 2022;12(4):949. DOI: 10.3390/diagnostics1204094.
8. Zhang Sh, Zhao H, Wang W, Wang Zh, Luo X, Hramov A, Kurths J. Edge-centric effective connection network based on multi-modal MRI for the diagnosis of Alzheimer's disease. *Neuro-computing*. 2023;552:126512. DOI: 10.1016/j.neucom.2023.126512.
9. Andreev AV, Kurkin SA, Stoyanov D, Badarin AA, Paunova R, Hramov AE. Toward interpretability of machine learning methods for the classification of patients with major depressive disorder based on functional network measures. *Chaos*. 2023;33(6):063140. DOI: 10.1063/5.0155567.
10. Sysoeva O, Maximenko V, Kuc A, Voinova V, Martynova O, Hramov A. Abnormal spectral and scale-free properties of resting-state EEG in girls with Rett syndrome. *Scientific Reports*. 2023;13:12932. DOI: 10.1038/s41598-023-39398-7.
11. Law ZK, Todd C, Mehraram R, Schumacher J, Baker MR, LeBeau FE, Yarnall A, Onofrij M, Bonanni L, Thomas A, Taylor JP. The role of EEG in the diagnosis, prognosis and clinical correlations of dementia with Lewy bodies—a systematic review. *Diagnostics*. 2020;10(9):616. DOI: 10.3390/diagnostics10090616.
12. Schjøning Nielsen M, Simonsen AH, Siersma V, Engedal K, Jelic V, Andersen BB, Naik M, Hasselbalch SG, Høgh P. Quantitative electroencephalography analyzed by statistical pattern recognition as a diagnostic and prognostic tool in mild cognitive impairment: results from a nordic multicenter cohort study. *Dementia and Geriatric Cognitive Disorders Extra*. 2019;8(3):426–438. DOI: 10.1159/000490788.
13. Gouw AA. Clinical applications of EEG/MEG in AD: diagnosis, prognosis and treatment monitoring. *Alzheimer's & Dementia*. 2023;19(S12):e073238. DOI: 10.1002/alz.073238.
14. Torres-Simón L, Doval S, Nebreda A, Llinas SJ, Marsh EB, Maestú F. Understanding brain function in vascular cognitive impairment and dementia with EEG and MEG: A systematic review. *NeuroImage: Clinical*. 2019;35:103040. DOI: 10.1016/j.nicl.2022.103040.
15. Yahata N, Kasai K, Kawato M. Computational neuroscience approach to biomarkers and treatments for mental disorders. *Psychiatry and clinical neurosciences*. 2016;71(4):215–237. DOI: 10.1111/pcn.12502.
16. Karpov OE, Hramov AE. Prognostic medicine. *Physician and information technologies*. 2021;3: 20–37 (in Russian). DOI: 10.25881/18110193_2021_3_20.
17. Pitsik EN, Maximenko VA, Kurkin SA, Sergeev AP, Stoyanov D, Paunova R, Kandilarova S, Simeonova D, Hramov AE. The topology of fMRI-based networks defines the performance of a graph neural network for the classification of patients with major depressive disorder. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2023;167:113041. DOI: 10.1016/j.chaos.2022.113041
18. Boronina A, Maksimenko V, Hramov AE. Convolutional Neural Network Outperforms Graph Neural Network on the Spatially Variant Graph Data. *Mathematics*. 2023;11(11):2515. DOI: 10.3390/math11112515
19. Mumtaz W. MDD Patients and Healthy Controls EEG Data (New). *figshare*. 2016. Dataset. DOI: 10.6084/m9.figshare.4244171.v2
20. Cavanagh J. EEG: Depression rest. *OpenNeuro*. 2021. Dataset. DOI: 10.18112/openneuro.ds003478.v1.1.0
21. Cai H, Yuan Z., Gao Y, Sun S, Li N, Tian F, Xiao H, Li J, Yang Z, Li X, Zhao Q, Liu Z, Yao Z, Yang M, Peng H, Zhu J, Zhang X, Gao G, Zheng F, Li R, Guo Z, Ma R, Yang J, Zhang L,

- Hu X, Li Y, Hu B. MODMA dataset: a Multi-modal Open Dataset for Mental-disorder Analysis. arXiv:2002.09283. 2020. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.2002.09283.
22. MODMA Dataset. URL: <http://modma.lzu.edu.cn/data/application/>.
 23. Beck AT, Ward C, Mendelson M, Mock J, Erbaugh J. An inventory for measuring depression. *Archives of general psychiatry*. 1961;4(6):561–571. DOI: 10.1001/archpsyc.1961.01710120031004.
 24. Mumtaz W, Ali SSA, Yasin MAM, Malik AS. A machine learning framework involving EEG-based functional connectivity to diagnose major depressive disorder (MDD). *Medical & biological engineering & computing*. 2018. Vol. 56, no. 2. P. 233–246. DOI: 10.1007/s11517-017-1685-z.
 25. Gramfort A, Luessi M, Larson E, Engemann DA, Strohmeier D, Brodbeck C, Hämäläinen M. MEG and EEG data analysis with MNE-Python. *Frontiers in neuroscience*. 2013;7:267. DOI: 10.3389/fnins.2013.00267.
 26. Mumtaz W, Xia L, Ali SSA, Yasin MAM, Hussain M, Malik AS. Electroencephalogram (EEG)-based computer-aided technique to diagnose major depressive disorder (MDD). *Biomedical Signal Processing and Control*. 2017;31:108–115. DOI: 10.1016/j.bspc.2016.07.006.
 27. Stephan KE, Schlagenhaut F, Huys QJ, Raman S, Aponte EA, Brodersen KH, Rigoux L, Moran RJ, Daunizeau J, Dolan RJ, Friston KJ, Heinz A. Computational neuroimaging strategies for single patient predictions. *Neuroimage*. 2017;145(Part B):180–199. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2016.06.038.
 28. de Bardeci M, Ip CT, Olbrich S. Deep learning applied to electroencephalogram data in mental disorders: A systematic review. *Biological Psychology*. 2021;162:108117. DOI: 10.1016/j.biopsycho.2021.108117.
 29. Rivera MJ, Teruel MA, Maté A, Trujillo J. Diagnosis and prognosis of mental disorders by means of EEG and deep learning: a systematic mapping study. *Artificial Intelligence Review*. 2022;55:1209–1251. DOI: 10.1007/s10462-021-09986-y.
 30. Mumtaz W, Malik AS., Ali SSA, Yasin MAM. P300 intensities and latencies for major depressive disorder detection. 2015 IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications (ICSIPA). 2015;542–545. DOI: 10.1109/ICSIPA.2015.7412250.
 31. Mumtaz W, Qayyum A. A deep learning framework for automatic diagnosis of unipolar depression. *International journal of medical informatics*. 2019;132:103983. DOI: 10.1016/j.ijmedinf.2019.103983.
 32. Acharya UR, Oh SL, Hagiwara Y, Tan JH, Adeli H, Subha DP. Automated EEG-based screening of depression using deep convolutional neural network. *Computer methods and programs in biomedicine*. 2018;161:103–113. DOI: 10.1016/j.cmpb.2018.04.012.
 33. Ay B, Yildirim O, Talo M, Baloglu UB, Aydin G, Puthankattil SD, Acharya UR. Automated depression detection using deep representation and sequence learning with EEG signals. *Journal of medical systems*. 2019;43:205. DOI: 10.1007/s10916-019-1345-y.
 34. Sandheep P, Vineeth S, Poulouse M, Subha DP. Performance analysis of deep learning CNN in classification of depression EEG signals. 2019 IEEE Region 10 Conference (TENCON). 2019;1339–1344. DOI: 10.1109/TENCON.2019.8929254.
 35. Lawhern VJ, Solon AJ, Waytowich NR, Gordon SM, Hung CP, Lance BJ. EEGNet: a compact convolutional neural network for EEG-based brain–computer interfaces. *Journal of neural engineering*. 2018;15(5):056013. DOI: 10.1088/1741-2552/aace8c.
 36. Cun YL, Bottou L, Orr G, Muller K. Efficient backprop. *Neural networks: Tricks of the trade*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2012;9–48. DOI: 10.1007/978-3-642-35289-8_3.
 37. Pedregosa F, Varoquaux G, Gramfort A, Michel V, Thirion B, Grisel O, Duchesnay E. Scikit-learn: Machine learning in Python. *The Journal of Machine Learning Research*. 2011;12:2825–2830.
 38. Abadi M, Agarwal A, Barham P, Brevdo E, Chen Z, Citro C, Zheng X. Tensorflow: Large-scale machine learning on heterogeneous distributed systems. arXiv:1603.04467. 2016. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.1603.04467.

39. Kingma DP, Ba J. Adam: A method for stochastic optimization. arXiv:1412.6980. 2014. Dataset. DOI: 10.48550/arXiv.1412.6980.
40. Hutter F, Lücke J, Schmidt-Thieme L. Beyond manual tuning of hyperparameters. *KI-Künstliche Intelligenz*. 2015;29(4):329–337. DOI: 10.1007/s13218-015-0381-0.
41. Bergstra J, Bengio Y. Random search for hyper-parameter optimization. *Journal of Machine Learning Research*. 2012;13:281–305.
42. KerasTuner. URL: <https://github.com/keras-team/keras-tuner>.
43. Lashgari E, Liang D, Maoz U. Data augmentation for deep-learning-based electroencephalography. *Journal of Neuroscience Methods*. 2020;346:108885. DOI: 10.1016/j.jneumeth.2020.108885.
44. Koppe G., Meyer-Lindenberg A., Durstewitz D. Deep learning for small and big data in psychiatry // *Neuropsychopharmacology Reviews*. 2021. Vol. 46. P. 176–190. DOI: doi.org/10.1038/s41386-020-0767-z.
45. Durstewitz D, Koppe G, Meyer-Lindenberg A. Deep neural networks in psychiatry. *Molecular Psychiatry*. 2019;24:1583–1598. DOI: doi.org/10.1038/s41380-019-0365-9.
46. Zhang Z, Lin W, Liu M, Mahmoud M.. Multimodal Deep Learning Framework for Mental Disorder Recognition. 2020 15th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (FG 2020), Buenos Aires, Argentina. 2020;344–350. DOI: 10.1109/FG47880.2020.00033.



Шушарина Наталья Николаевна — заведующая кафедрой управления исследованиями и разработками и руководитель научной группы технологий человек-машинного взаимодействия Балтийского федерального университета имени Иммануила Канта. Кандидат педагогических наук (2013, Российский государственный педагогический университет имени А. И. Герцена). С 2014 года получает гранты и ведет исследования в области нейротехнологий и машинного обучения. Специализируется в области физики и информатики, на разработке автономных портативных телеметрических модульных устройств на основе регистрации комплекса физиологических параметров для диагностики, контроля и коррекции психофизиологических состояний нервной системы человека с использованием технологий нейробиоуправления, интерфейсов «мозг–компьютер» и искусственных нейронных сетей. Область научных интересов: создание и применение методов машинного обучения для решения задач, связанных с повышением эффективности взаимодействия человека и электронных устройств в системах «человек–машина–человек», составляющих основу современных технологий. Автор более 50 статей, опубликованных в рецензируемых научных журналах, имеет более 20 патентов.

Россия, 236041 Калининград, ул. А. Невского, 14
 Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта
 E-mail: nshusharina@kantiana.ru
 ORCID: 0000-0002-8848-6134
 AuthorID (eLibrary.Ru): 687638



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeni. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 57.087

DOI: 10.18500/0869-6632-003116
EDN: HLSYLL

Исследование электрической активности мозга в рамках концепции координации ритмических процессов

А. Н. Павлов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н. Г. Чернышевского, Россия
E-mail: [✉pavlov.alexeyn@gmail.com](mailto:pavlov.alexeyn@gmail.com)

*Поступила в редакцию 25.01.2024, принята к публикации 14.03.2024,
опубликована онлайн 24.06.2024, опубликована 31.07.2024*

Аннотация. Целью работы является изучение эффектов однодневной депривации сна с использованием представлений о координации между ритмами мозга как сложной сети. Методом исследования является взаимный корреляционный анализ нестационарных процессов, представляющий собой расширение флуктуационного анализа на случай двух сигналов. Рассматриваются записи электрокортикограмм мышей в двух состояниях — до и после депривации сна. В результате проведенных исследований установлены различия между функциональными состояниями, диагностика и количественное описание которых могут быть проведены с помощью локального показателя скейлинга. **Заключение.** В проведенном исследовании проиллюстрированы дополнительные возможности анализа сложной динамики электрической активности головного мозга в рамках концепции координации ритмов.

Ключевые слова: ритмическая динамика, взаимный корреляционный анализ, нестационарность, показатель скейлинга, электрокортикограмма.

Благодарности. Автор благодарит О. В. Семякину-Глушковскую за предоставленные экспериментальные данные. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 24-22-00015).

Для цитирования: Павлов А. Н. Исследование электрической активности мозга в рамках концепции координации ритмических процессов // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 511–520. DOI: 10.18500/0869-6632-003116. EDN: HLSYLL

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Studying electrical activity of the brain within the concept of coordination of rhythmic processes

A. N. Pavlov

Saratov State University, Russia

E-mail: ✉pavlov.alexeyn@gmail.com

Received 25.01.2024, accepted 14.03.2024, available online 24.06.2024, published 31.07.2024

Abstract. Purpose of this work is to study the effects of one-day sleep deprivation using the concept of coordination between brain rhythms as a complex network. The research *method* is the cross-correlation analysis of non-stationary processes, which is an extension of fluctuation analysis to the case of two signals. Recordings of electrocorticograms of mice in two states are considered: before and after sleep deprivation. As a *result* of the studies carried out, differences have been established between functional states, the diagnosis and quantitative description of which can be carried out using local scaling exponent. *Conclusion.* Additional possibilities for analyzing the complex dynamics of electrical activity of the brain within the framework of the concept of rhythm coordination are illustrated.

Keywords: rhythmic dynamics, cross-correlation analysis, nonstationarity, scaling exponent, electrocorticogram.

Acknowledgements. The author acknowledges O. V. Semyachkina-Glushkovskaya for experimental data. This work was supported by Russian Science Foundation, project No. 24-22-00015.

For citation: Pavlov AN. Studying electrical activity of the brain within the concept of coordination of rhythmic processes. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2024;32(4):511–520. DOI: 10.18500/0869-6632-003116

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Сети взаимодействующих элементов встречаются в разных областях науки и техники. Организм человека можно рассматривать в контексте сложной сети, в которой многокомпонентные физиологические системы, каждая со своим механизмом регуляции, постоянно взаимодействуют для координации своих функций [1–4]. Но, несмотря на значительный прогресс и достижения в физиологии за последние десятилетия, до сих пор остаются неизвестными принципы и механизмы, посредством которых различные системы и подсистемы в организме человека динамично взаимодействуют как единая сеть и интегрируют свои функции для формирования физиологических состояний в норме и при патологии. Поиск ответов на эти фундаментальные вопросы предпринят в рамках междисциплинарной концепции сетевой физиологии (“Network Physiology”) [5, 6]. Помимо определения здоровья и болезни через структурные, динамические и регуляторные изменения в отдельных физиологических системах, она фокусируется на координации и сетевых взаимодействиях между различными системами и подсистемами. Выявление и количественная оценка взаимодействий представляют собой актуальную проблему в связи со сложной динамикой систем организма [7, 8], и совершенствование соответствующего инструментария является важной задачей [9, 10].

Развитие сетевой физиологии позволило с других позиций взглянуть на многие проблемы, в частности, на исследования динамики ритмов мозга. Ритмы известны в нервной системе давно, но до сих пор остается загадкой, какие биофизические механизмы их производят и каким функциям они служат. В последнее десятилетие появилось много работ, связывающих ритмы на разных частотах с вниманием [11], восприятием [12], обучением и памятью [13, 14], а также с моторным поведением [15]. Исследования в области нейронауки традиционно сосредоточены на изучении

частоты генерации потенциалов действия нейронами на микроуровне, тогда как на макроуровне проводится изучение областей мозга, участвующих в решении различных задач. При этом намного менее понятны принципы организации сигналов более низкого уровня для получения эффектов, наблюдаемых в макродинамике. Ряд исследований на микроуровне сосредоточен на потенциалах локальных полей и соответствующих взаимодействиях между нейронными колебаниями [16]. На макроскопическом уровне исследования традиционно рассматривают когерентность одного и того же ритма в разных областях мозга [17] с ограниченными исследованиями синхронного появления определенных пар кортикальных ритмов [18–20].

Недавно была предложена парадигма сетевых взаимодействий физиологически значимых ритмов и обнаружены различные классы форм связей, которые сосуществуют во время определенного физиологического состояния и реорганизуются при переходах между физиологическими состояниями [21, 22]. В этих работах было продемонстрировано наличие динамических сетей взаимодействий между ритмами мозга и показано, что физиологические состояния нельзя полностью описать, сосредотачиваясь только на отдельных ритмах и на определенных парных взаимодействиях. Согласно выводам данных исследований, именно непрерывная координация между всеми ритмами мозга как сложной сети лежит в основе физиологической функции. При этом микроархитектура модуляции волновых процессов на коротких промежутках времени несет важную информацию о характере взаимодействий ритмов. Авторы работ [21, 22] обосновали, что взаимодействие между каждой парой ритмов мозга характеризуется определенным профилем и в совокупности эти взаимодействия представлены ансамблем профилей, который является типичным для конкретного физиологического состояния.

Основываясь на идеях, озвученных в работах [21, 22], в данной статье проводится исследование эффектов координации ритмов мозга в экспериментах на мышах, подверженных однодневной депривации сна. Несмотря на то, что кратковременные эффекты депривации сна недостаточно изучены по сравнению с длительной депривацией, они также приводят к изменениям электрической активности мозга [23]. В статье изучается возможность выявления изменений в координации ритмов на основе взаимного корреляционного анализа, адаптированного на случай нестационарной динамики [24, 25].

1. Методы

1.1. DCCA. Учитывая ограничения классических вероятностных методов анализа сигналов при рассмотрении динамики систем с меняющимися во времени характеристиками, достаточно популярными являются подходы, применяющие различные варианты флуктуационного анализа [26–28]. Их основная особенность заключается в удалении медленной нестационарности (тренда) из профиля сигнала, что формально может интерпретироваться как процедура сведения к стационарности. Тем не менее такая процедура далеко не всегда эффективна, и применять ее целесообразно после предварительной обработки данных, что следует, в частности, из работы [27]. Другой особенностью методов флуктуационного анализа является построение возрастающей функции в зависимости от параметра масштаба в отличие от спадающей автокорреляционной функции, и это обстоятельство упрощает анализ дальнедействующих корреляций, снижая погрешность проводимых оценок показателя скейлинга [26]. При изучении динамики физиологических систем методы флуктуационного анализа применяются достаточно часто, особенно *detrended fluctuation analysis* (DFA) [26], позволяя получать диагностически значимые результаты.

В работах [24, 25] было предложено обобщение флуктуационного анализа на случай двух одновременно регистрируемых сигналов динамической системы и предложен метод количественного описания дальнедействующих взаимных корреляций в нестационарной динамике – метод

DCCA (detrended cross-correlation analysis). Этот метод предусматривает построение профилей [26] анализируемых сигналов x_i и \tilde{x}_i , $i = 1, \dots, N$:

$$y_k = \sum_{i=1}^k x_i, \quad \tilde{y}_k = \sum_{i=1}^k \tilde{x}_i. \quad (1)$$

Иногда предварительно осуществляется сведение сигналов x_i и \tilde{x}_i к нулевому среднему значению [26], но это не является обязательной процедурой и не влияет на результаты вычислений в связи с последующей аппроксимацией и удалением локального тренда. Профили y_k и \tilde{y}_k разбиваются на сегменты длины n , которые могут не перекрываться, и в этом случае их число $M = \lfloor N/n \rfloor$, или перекрываться, что увеличивает количество сегментов до $M = \lfloor (N - n)/\Delta \rfloor + 1$, и тогда M определяется степенью перекрытия Δ соответствующих участков. В пределах каждого сегмента осуществляется аппроксимация локального тренда z_k и \tilde{z}_k , для чего обычно проводится линейная аппроксимация, и результирующие зависимости z_k и \tilde{z}_k представляют собой кусочно-линейные функции. По аналогии с DFA также могут быть рассмотрены варианты аппроксимации нелинейными функциями.

Взаимные корреляции профилей y_k и \tilde{y}_k после удаления тренда вычисляются сначала для индивидуальных сегментов j

$$f_{\text{DCCA}}^2(n, j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1+(j-1)\Delta}^{(j-1)\Delta+n} (y_k - z_k)(\tilde{y}_k - \tilde{z}_k), \quad (2)$$

а затем проводится процедура усреднения

$$F_{\text{DCCA}}^2(n) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f_{\text{DCCA}}^2(n, j). \quad (3)$$

Предполагается, что при наличии дальнедействующих взаимных корреляций исходных сигналов x_i и \tilde{x}_i , носящих степенной характер, зависимость $F_{\text{DCCA}}(n)$ имеет вид

$$F_{\text{DCCA}}(n) \sim n^\lambda \quad (4)$$

и характеризуется показателем скейлинга λ . Его вычисляют путем линейной аппроксимации $\lg F_{\text{DCCA}}(\lg n)$. Величина λ позволяет фиксировать положительные степенные корреляции ($0.5 < \lambda < 1$), антикорреляции ($0 < \lambda < 0.5$), некоррелированное поведение ($\lambda = 0.5$) и т. д. В случае если в качестве x_i и \tilde{x}_i выбрать один и тот же сигнал, метод DCCA преобразуется в более простой подход – DFA. Отметим, что вычисленный при этом показатель скейлинга λ связан с показателями, описывающими частотную зависимость функции спектральной плотности или спад автокорреляционной функции. В работе [24] приводятся примеры применения DCCA к анализу сигналов электрической активности головного мозга – электроэнцефалограммам, для которых установлено наличие степенных закономерностей вида (4).

1.2. Экспериментальные данные. Используемая в работе база данных экспериментов, выполнявшихся на мышах, содержала двухканальные записи электрокортикограмм (ЭКоГ), записанных с левого и правого полушарий с помощью вживленных на глубину 150 мкм серебряных микроэлектродов с диаметром наконечника 2–3 мкм. Эксперименты проводились через 10 дней после вживления электродов и включали записи ЭКоГ в состоянии обычного бодрствования и сразу после суточной депривации сна, которая осуществлялась с 20:00 до 8:00 по методу [29, 30].

Сигналы записывались в течение 2-х часов с частотой дискретизации 2 кГц. На этапе предварительной обработки удалялись артефакты с помощью фильтрации или исключались сбойные участки для получения сравнительно «чистых» записей ЭКоГ.

Далее выделялась электрическая активность, соответствующая основным частотным диапазонам: волновым процессам в диапазонах волн дельта (0.25...4 Гц), тета (4...8 Гц), альфа (8...13 Гц), бета (13...20 Гц) и низкой гамма-активности (20...30 Гц) [31]. С этой целью проводилась полосовая фильтрация в указанных диапазонах, и полученные сигналы использовались при изучении координации ритмов мозга.

1.3. Результаты. В соответствии с теоретическими основами метода DCCA [24, 25] или DFA [26], оценка показателя скейлинга проводится при наличии степенных зависимостей вида (4). Такие степенные закономерности достаточно часто встречаются на практике, в том числе при анализе динамики физиологических систем. Тем не менее простой вид зависимости $\lg F_{DCCA}(\lg n)$, который характеризуется ее одинаковым наклоном независимо от диапазона n , наблюдается не всегда, и это может быть связано не только с динамикой системы, но и с другими факторами. Например, регистрируемый с электроэнцефалографа сигнал обычно проходит процедуру фильтрации с помощью фильтра верхних частот с частотой среза до 1 Гц. В этом случае диапазон масштабов для расчета зависимостей (4) будет ограничен. Для иллюстрации рассмотрим случай анализа одного сигнала (метод DFA вместо DCCA) и сопоставим результаты для исходного сигнала ЭКоГ и динамики отдельных ритмов (рис. 1). В первом случае зависимость $\lg F_{DFA}(\lg n)$ близка к линейной в рассматриваемом диапазоне масштабов, а для динамики отдельных ритмов верхняя граница линейного участка снижается с ростом частоты ритма. Следует обратить внимание на важное обстоятельство. С одной стороны, скейлинговый показатель DFA связан с показателем скейлинга автокорреляционной функции, который, в свою очередь, связан с показателем Хёрста и фрактальной размерностью [32]. Но если зависимость $\lg F_{DFA}(\lg n)$ не является строго линейной, то вопрос о наличии такой связи становится неочевидным, выявляя ограничения применяемого метода анализа. С другой стороны, если указанная зависимость отклоняется от линейной, но может быть приближенно описана (аппроксимирована) линейной функцией в рассматриваемом диапазоне масштабов, то вычисляемый локальный показатель скейлинга часто оказывается полезной количественной мерой, позволяющей решать различные задачи диагностики, в том числе в нейродинамике [33, 34].

Картина, аналогичная рис. 1, наблюдается и при применении метода DCCA к различным парам ритмов одной ЭКоГ (рис. 2). В случае медленных ритмов (например, координации дельта-волн с другими ритмическими процессами, рис. 2, а) отклонения от близкой к линейной зависимости $\lg F_{DCCA}(\lg n)$ наблюдаются при более высоких значениях $\lg n$, а для более быстрых ритмов диапазон $\lg n$, который может быть рассмотрен, сокращается. Это обстоятельство следует учитывать при проведении расчетов.

Проведя предварительную оценку участков зависимостей $F_{DCCA}(n)$, которые целесообразно рассматривать для каждой пары ритмов, далее проводилось сопоставление сигналов ЭКоГ в состояниях до и после

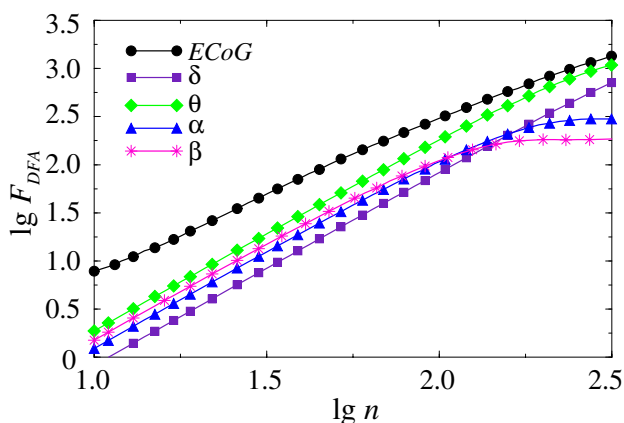


Рис. 1. Зависимости $\lg F_{DFA}(\lg n)$ для исходного сигнала ЭКоГ и отдельных ритмов (цвет онлайн)

Fig. 1. Dependencies $\lg F_{DFA}(\lg n)$ for original ECoG signal and individual rhythms (color online)

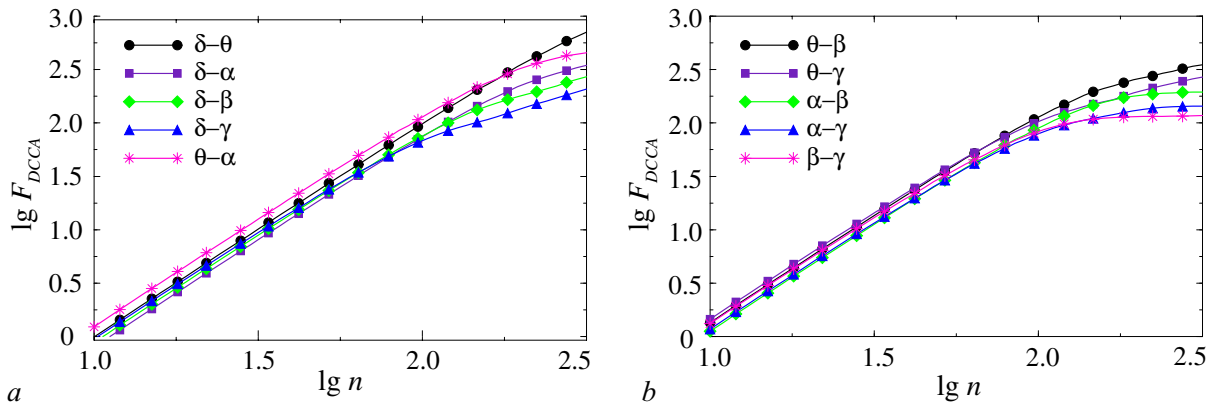


Рис. 2. Зависимости $\lg F_{DCCA}(\lg n)$ для различных пар ритмов типичной записи ЭКоГ: *a* – пары $\delta-\theta$, $\delta-\alpha$, $\delta-\beta$, $\delta-\gamma$, $\theta-\alpha$; *b* – пары $\theta-\beta$, $\theta-\gamma$, $\alpha-\beta$, $\alpha-\gamma$, $\beta-\gamma$ (цвет онлайн)

Fig. 2. Dependencies $\lg F_{DCCA}(\lg n)$ for different pairs of rhythms of a typical ECoG recording: *a* – pairs $\delta-\theta$, $\delta-\alpha$, $\delta-\beta$, $\delta-\gamma$, $\theta-\alpha$; *b* – pairs $\theta-\beta$, $\theta-\gamma$, $\alpha-\beta$, $\alpha-\gamma$, $\beta-\gamma$ (color online)

депривации сна. Диапазон для расчета показателей скейлинга при этом выбирался до появления выраженных отклонений от линейной зависимости. Проведем вначале сравнение для одной мыши (была выбрана наиболее «чистая» запись, в наименьшей степени подверженная искажениям за счет артефактов, сбойных участков и т. п.). На рис. 3 приведены примеры оценок λ для трех пар ритмов, где различия между состояниями обычного бодрствования и депривации сна были наиболее выраженными (что подтверждалось с помощью теста Манна–Уитни с уровнем значимости $p < 0.01$). Расчеты проводились по 10-минутным фрагментам ЭКоГ, после чего осуществлялось усреднение, и на рис. 3 показаны средние значения вместе со стандартной ошибкой среднего. Отметим, что для всех приведенных пар ритмов фиксируются значительные изменения λ , что позволяет использовать показатель скейлинга как диагностически значимую меру.

Статистический анализ по группе мышей подтверждает вывод о различиях между функциональными состояниями, диагностика и количественное описание которых для отдельных пар ритмов могут быть проведены с помощью метода DCCA, однако для группы различия являются менее выраженными (рис. 4, *a*).

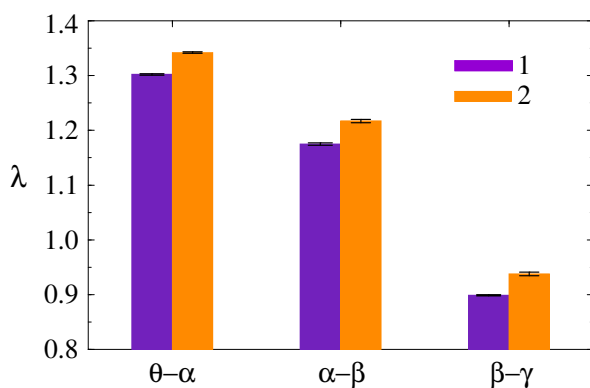


Рис. 3. Значения показателя скейлинга DCCA для типичной записи ЭКоГ до (1) и после (2) депривации сна (цвет онлайн)

Fig. 3. Values of DCCA scaling exponent for typical ECoG recording before (1) and after (2) sleep deprivation (color online)

Для наглядности на рис. 4, *b* показаны нормированные показатели скейлинга λ_n (нормировка проводилась на значение λ в состоянии до депривации сна). Изменения λ_n , вызванные депривацией сна, являются хорошо различимыми, особенно для пары ритмов $\theta-\alpha$. Обратим внимание на следующие обстоятельства. При выборе уровня значимости $p < 0.05$ разделение состояний было проведено только для пары ритмов $\theta-\alpha$. Для пары $\alpha-\beta$ разделение осуществляется при уровне $p < 0.1$. Тем не менее полученные результаты свидетельствуют о диагностическом потенциале метода DCCA при рассмотрении задач смены функционального состояния организма. В данной работе не ставилось целью нахождение наиболее эффективных маркеров смены состояния,

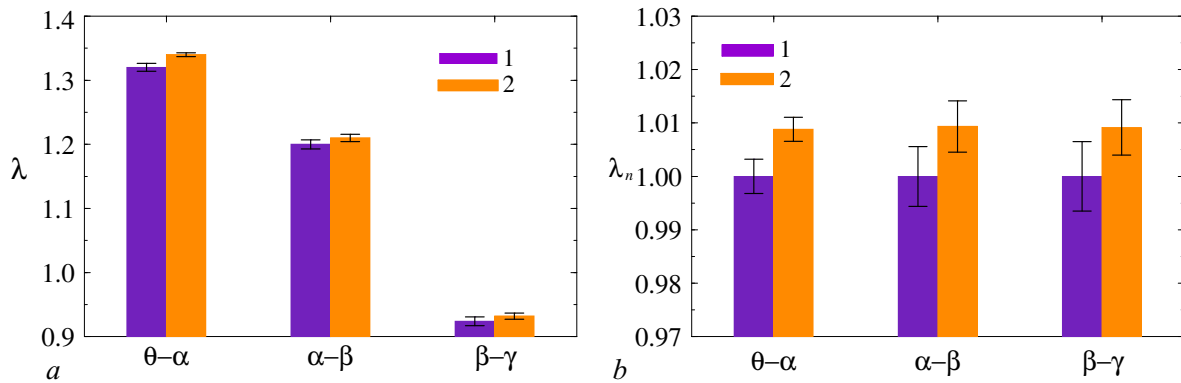


Рис. 4. Усредненные по группе значения показателя скейлинга DCCA до (1) и после (2) депривации сна: *a* — исходные, *b* — нормированные (цвет онлайн)

Fig. 4. Group averaged values of DCCA scaling exponent before (1) and after (2) sleep deprivation: *a* — original, *b* — normalized (color online)

что требует сравнительного анализа разных методов изучения структуры сигналов. Задача состояла в том, чтобы показать, что предложенная парадигма координации ритмов [21, 22] представляет дополнительные возможности анализа сложной динамики электрической активности головного мозга, в том числе и с точки зрения концепции сетевой физиологии, и полученные результаты это иллюстрируют.

Заключение

В статье проведено исследование эффектов кратковременной депривации сна на динамику электрической активности головного мозга с использованием представлений о сетевых взаимодействиях кортикальных ритмов. Обработка экспериментальных данных проведена с применением метода взаимного корреляционного анализа нестационарной динамики (DCCA), рассмотренного в рамках концепции [21, 22], авторы которой в дополнение к традиционному подходу к определению состояний и функций через индивидуальные ритмы мозга высказали предположение о том, что скоординированные взаимодействия между разными ритмами необходимы для формирования физиологических состояний. Иными словами, на основе активно развивающейся теории сложных сетей ими сделана попытка расширить представления о кооперативной динамике нейронных ансамблей головного мозга для извлечения дополнительной информации об особенностях его функционирования, которая может представлять интерес как в фундаментально-научных, так и в диагностических целях. Принимая во внимание то обстоятельство, что суточная депривация сна ранее приводила к различиям характеристик сигналов ЭЭГ и ЭЖоГ по сравнению с обычным состоянием бодрствования [23], ожидалось, что различия могут быть выявлены и в координации пар ритмов мозга. Подтверждение этого предположения было получено с применением локального показателя скейлинга λ , который позволил установить различия в динамике нескольких пар ритмов для индивидуальных животных. В ходе статистического анализа показателей группы лабораторных мышей были выявлены статистически значимые различия, но не для всех пар ритмов. Отметим, что конкретные значения показателя скейлинга зависят от диапазона масштабов, выбор которого влияет на результат, поэтому более тщательный анализ с автоматическим подбором этого диапазона представляется предпочтительным для максимизации отличий характеристик двух диагностируемых состояний.

Концепция координации ритмов, предусматривающая наличие динамических сетей взаимодействий между соответствующими процессами [21, 22], вызывает существенный интерес,

и недавние работы, исследующие функциональные сети головного мозга [35–38], служат подтверждением вышесказанному. Несмотря на то, что отдельные идеи звучали и ранее [39], работы [21, 22] представляют собой значимый результат, который может стать основой для обширных исследований многих научных коллективов. Данная статья – одна из первых попыток использовать идеологию отмеченных публикаций. В ней впервые рассмотрено применение метода DCCA в этом контексте. Как и любой другой подход, метод DCCA и его упрощенная версия DFA имеют недостатки, и можно отметить некоторые исследования, где ограничения флуктуационного анализа широко обсуждались [27, 40]. Тем не менее более эффективного инструмента исследования дальнедействующих корреляций в нестационарной динамике сложных систем по сравнению с флуктуационным анализом к настоящему времени не предложено. С точки зрения задач исследования физиологического состояния организма характеристики флуктуационного анализа часто оказываются диагностически значимыми мерами, поэтому рассмотренный в данной статье круг вопросов имеет практическую значимость, и не только в применении к нейрофизиологическим задачам. Дальнейшие исследования могут включать как совершенствование методики анализа эффектов координации ритмов головного мозга с учетом специфики экспериментальных данных, так и накопление сведений об особенностях их координации для разных физиологических состояний.

References

1. Ivanov PC, Amaral LAN, Goldberger AL, Stanley HE. Stochastic feedback and the regulation of biological rhythms. *Europhysics Letters*. 1998;43(4):363–368. DOI: 10.1209/epl/i1998-00366-3.
2. Hausdorff JM, Ashkenazy Y, Peng C-K, Ivanov PC, Stanley HE, Goldberger AL. When human walking becomes random walking: fractal analysis and modeling of gait rhythm fluctuations. *Physica A*. 2001;302(1–4):138–147. DOI: 10.1016/s0378-4371(01)00460-5.
3. Stankovski T, Ticcinelli V, McClintock PVE, Stefanovska A. Coupling functions in networks of oscillators. *New Journal of Physics*. 2015;17:035002. DOI: 10.1088/1367-2630/17/3/035002.
4. Shashikumar SP, Li Q, Clifford GD, Nemati S. Multiscale network representation of physiological time series for early prediction of sepsis. *Physiological Measurement*. 2017;38(12):2235–2248. DOI: 10.1088/1361-6579/aa9772.
5. Bashan A, Bartsch RP, Kantelhardt JW, Havlin S, Ivanov PC. Network physiology reveals relations between network topology and physiological function. *Nature Communications*. 2012;3:702. DOI: 10.1038/ncomms1705.
6. Bartsch RP, Liu KKL, Bashan A, Ivanov PC. Network physiology: how organ systems dynamically interact. *PLoS One*. 2015;10(11):e0142143. DOI: 10.1371/journal.pone.0142143.
7. Ivanov PC, Amaral LAN, Goldberger AL, Havlin S, Rosenblum MG, Stanley HE. From 1/f-noise to multifractal cascades in heartbeat dynamics. *Chaos*. 2001;11(3):641–652. DOI: 10.1063/1.1395631.
8. Hu K, Chen Z, Hilton MF, Stanley HE, Shea SA. Non-random fluctuations and multi-scale dynamics regulation of human activity. *Physica A*. 2004;337(1–2):307–318. DOI: 10.1016/j.physa.2004.01.042.
9. Smirnov DA. Quantification of causal couplings via dynamical effects: A unifying perspective. *Physical Review E*. 2014;90(6):062921. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.062921.
10. Sysoev IV, Ponomarenko VI, Prokhorov MD. Reconstruction of ensembles of nonlinear neurooscillators with sigmoid coupling function. *Nonlinear Dynamics*. 2019;95:2103–2116. DOI: 10.1007/s11071-018-4679-y.
11. Laufs H, Krakow K, Sterzer P, Eger E, Beyerle A, Salek-Haddadi A, Kleinschmidt A. Electroencephalographic signatures of attentional and cognitive default modes in spontaneous brain

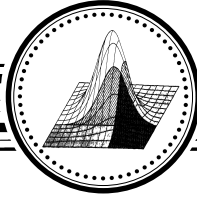
- activity fluctuations at rest. *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*. 2003; 100(19):11053–11058. DOI: 10.1073/pnas.1831638100.
12. Gould IC, Nobre AC, Wyart V, Rushworth MF. Effects of decision variables and intraparietal stimulation on sensorimotor oscillatory activity in the human brain. *Journal of Neuroscience*. 2012;32(40):13805–13818. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.2200-12.2012.
 13. Wyart V, De Gardelle V, Scholl J, Summerfield C. Rhythmic fluctuations in evidence accumulation during decision making in the human brain. *Neuron*. 2012;76(4):847–858. DOI: 10.1016/j.neuron.2012.09.015.
 14. Marshall L, Helgadóttir H, Mölle M, Born J. Boosting slow oscillations during sleep potentiates memory. *Nature* 2006;444:610–613. DOI: 10.1038/nature05278.
 15. Miller KJ, Leuthardt EC, Schalk G, Rao RP, Anderson NR, Moran DW, Miller JW, Ojemann JG. Spectral changes in cortical surface potentials during motor movement. *Journal of Neuroscience*. 2007;27(9):2424–2432. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.3886-06.2007.
 16. Rey HG, De Falco E, Ison MJ, Valentin A, Alarcon G, Selway R, Richardson MP, Quiñero R. Encoding of long-term associations through neural unitization in the human medial temporal lobe. *Nature Communications*. 2018;9:4372. DOI: 10.1038/s41467-018-06870-2.
 17. Jones SR, Pinto DJ, Kaper TJ, Kopell N. Alpha-frequency rhythms desynchronize over long cortical distances: a modeling study. *Journal of Computational Neuroscience*. 2000;9:271–291. DOI: 10.1023/a:1026539805445.
 18. Pahor A, Jaušovec N. Theta-gamma cross-frequency coupling relates to the level of human intelligence. *Intelligence*. 2014;46:283–290. DOI: 10.1016/j.intell.2014.06.007.
 19. Scheffer-Teixeira R, Tort AB. On cross-frequency phase-phase coupling between theta and gamma oscillations in the hippocampus. *eLife*. 2016;5:e20515. DOI: 10.7554/eLife.20515.
 20. Vijayan S, Lepage KQ, Kopell NJ, Cash SS. Frontal beta-theta network during rem sleep. *eLife*. 2017;6:e18894. DOI: 10.7554/eLife.18894.
 21. Lin A, Liu KL, Bartsch RP, Ivanov PCh. Dynamic network interactions among distinct brain rhythms as a hallmark of physiologic state and function. *Communications Biology*. 2020;3:197. DOI: 10.1038/s42003-020-0878-4.
 22. Chen B, Ciria LF, Hu C, Ivanov PCh. Ensemble of coupling forms and networks among brain rhythms as function of states and cognition. *Communications Biology*. 2022;5:82. DOI: 10.1038/s42003-022-03017-4.
 23. Pavlov AN, Dubrovskii AI, Pavlova ON, Semyachkina-Glushkovskaya OV. Effects of sleep deprivation on the brain electrical activity in mice. *Applied Science*. 2021;11(3):1182. DOI: 10.3390/app11031182.
 24. Podobnik B, Stanley HE. Detrended cross-correlation analysis: a new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*. 2008;100(8):084102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.084102.
 25. Podobnik B, Grosse I, Horvatić D, Ilic S, Ivanov PCh, Stanley HE. Quantifying cross-correlations using local and global detrending approaches. *The European Physical Journal B*. 2009;71:243–250. DOI: 10.1140/epjb/e2009-00310-5.
 26. Peng CK, Havlin S, Stanley HE, Goldberger AL. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos*. 1995;5(1):82–87. DOI: 10.1063/1.166141.
 27. Bryce RM, Sprague KB. Revisiting detrended fluctuation analysis. *Scientific Reports*. 2012;2:315. DOI: 10.1038/srep00315.
 28. Frolov NS, Grubov VV, Maksimenko VA, Lüttjohann A, Makarov VV, Pavlov AN, Sitnikova E, Pisarchik AN, Kurths J, Hramov AE. Statistical properties and predictability of extreme epileptic events. *Scientific Reports*. 2019;9:7243. DOI: 10.1038/s41598-019-43619-3.
 29. Achariyar TM, Li B, Peng W, Verghese PB, Shi Y, McConnell E, Benraiss A, Kasper T,

- Song W, Takano T, Holtzman DM, Nedergaard M, Deane R. Glymphatic distribution of CSF-derived apoE into brain is isoform specific and suppressed during sleep deprivation. *Molecular Neurodegeneration*. 2016;11:74. DOI: 10.1186/s13024-016-0138-8.
30. Zhang J, Zhu Y, Zhan G, Fenik P, Panossian L, Wang MM, Reid S, Lai D, Davis JG, Baur JA, Veasey S. Extended wakefulness: compromised metabolics in and degeneration of locus ceruleus neurons. *Journal of Neuroscience*. 2014;34(12):4418–4431. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.5025-12.2014.
 31. Kent BA, Strittmatter SM, Nygaard HB. Sleep and EEG Power spectral analysis in three transgenic mouse models of Alzheimer’s disease: APP/PS1, 3xTgAD, and Tg2576. *Journal of Alzheimer’s Disease Reports*. 2018;64(4):1325–1336. DOI: 10.3233/JAD-180260.
 32. Gneiting T, Schlather M. Stochastic models that separate fractal dimension and the Hurst effect. *SIAM review*. 2004;46(2):269–282. DOI: 10.1137/S0036144501394387.
 33. Pavlov AN, Runnova AE, Maksimenko VA, Pavlova ON, Grishina DS, Hramov AE. Detrended fluctuation analysis of EEG patterns associated with real and imaginary arm movements. *Physica A*. 2018;509:777–782. DOI: 10.1016/j.physa.2018.06.096.
 34. Pavlov AN, Pitsik EN, Frolov NS, Badarin A, Pavlova ON, Hramov AE. Age-related distinctions in EEG signals during execution of motor tasks characterized in terms of long-range correlations. *Sensors*. 2020;20(20):5843. DOI: 10.3390/s20205843.
 35. Frolov NS, Maksimenko VA, Khramova MV, Pisarchik AN, Hramov AE. Dynamics of functional connectivity in multilayer cortical brain network during sensory information processing. *The European Physical Journal Special Topics*. 2019;228:2381–2389. DOI: 10.1140/epjst/e2019-900077-7.
 36. Anand DV, Chung MK. Hodge Laplacian of brain networks. *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 2023;42(5):1563–1573. DOI: 10.1109/TMI.2022.3233876.
 37. Chung MK, Das S, Ombao H. Dynamic topological data analysis of functional human brain networks. *Foundations of Data Science*. 2024;6(1):22–40. DOI: 10.3934/fods.2023013.
 38. Yadav Y, Elumalai P, Williams N, Jost J, Samal A. Discrete Ricci curvatures capture age-related changes in human brain functional connectivity networks. *Frontiers in Aging Neuroscience*. 2023;15:1120846. DOI: 10.3389/fnagi.2023.1120846.
 39. Pringle J. On the parallel between learning and evolution. *Behaviour*. 1951;3:174–215. DOI: 10.1163/156853951X00269.
 40. Shao YH, Gu GF, Jiang ZQ, Zhou WX, Sornette D. Comparing the performance of FA, DFA and DMA using different synthetic long-range correlated time series. *Scientific Reports*. 2012;2:835. DOI: 10.1038/srep00835.



Павлов Алексей Николаевич — родился в Саратове (1973). Окончил физический факультет Саратовского университета по специальности «Радиофизика и электроника» (1995). Кандидат физико-математических наук (1998), доктор физико-математических наук (2009). Профессор кафедры физики открытых систем СГУ. Область научных интересов: нелинейная динамика, анализ временных рядов. Автор более 150 научных статей, монографий и учебных пособий.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
 Саратовский национальный исследовательский
 государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
 E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com
 ORCID: 0000-0001-9946-8938
 AuthorID (eLibrary.Ru): 87201



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniye. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Article

DOI: 10.18500/0869-6632-003115

**Solitary deformation waves in two coaxial shells made
of material with combined nonlinearity and forming the walls
of annular and circular cross-section channels filled with viscous fluid**

*L. I. Mogilevich*¹✉, *Yu. A. Blinkov*², *E. V. Popova*¹, *V. S. Popov*^{1,3}

¹Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Russia

²Saratov State University, Russia

³Institute for Problems of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, Saratov, Russia

E-mail: ✉mogilevichli@gmail.com, blinkovua@gmail.com, elizaveta.popova.97@bk.ru, vic_p@bk.ru

Received 25.01.2024, accepted 8.03.2024, available online 28.06.2024, published 31.07.2024

Abstract. The aim of the paper is to obtain a system of nonlinear evolution equations for two coaxial cylindrical shells containing viscous fluid between them and in the inner shell, as well as numerical modeling of the propagation processes for nonlinear solitary longitudinal strain waves in these shells. The case when the stress-strain coupling law for the shell material has a hardening combined nonlinearity in the form of a function with fractional exponent and a quadratic function is considered. **Methods.** To formulate the problem of shell hydroelasticity, the Lagrangian–Eulerian approach for recording the equations of dynamics and boundary conditions is used. The multiscale perturbation method is applied to analyze the formulated problem. As a result of asymptotic analysis, a system of two evolution equations, which are generalized Schamel–Korteweg–de Vries equations, is obtained, and it is shown that, in general, the system requires numerical investigation. The new difference scheme obtained using the Gröbner basis technique is proposed to discretize the system of evolution equations. **Results.** The exact solution of the system of evolution equations for the special case of no fluid in the inner shell is found. Numerical modeling has shown that in the absence of fluid in the inner shell, the solitary deformation waves have supersonic velocity. In addition, for the above case, it was found that the strain waves in the shells retain their velocity and amplitude after interaction, i.e., they are solitons. On the other hand, calculations have shown that in the presence of a viscous fluid in the inner shell, attenuation of strain solitons is observed, and their propagation velocity becomes subsonic.

Keywords: solitary deformation waves, coaxial shells, viscous fluid, combined nonlinearity, computational experiment.

Acknowledgements. The study was funded by Russian Science Foundation (RSF) according to the project No. 23-29-00140.

For citation: Mogilevich LI, Blinkov YuA, Popova EV, Popov VS. Solitary deformation waves in two coaxial shells made of material with combined nonlinearity and forming the walls of annular and circular cross-section channels filled with viscous fluid. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4):521–540. DOI: 10.18500/0869-6632-003115

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Уединенные волны деформации в двух коаксиальных оболочках из материала с комбинированной нелинейностью, образующих стенки каналов кольцевого и круглого сечения, заполненных вязкой жидкостью

Л. И. Могилевич¹✉, Ю. А. Блинков², Е. В. Попова¹, В. С. Попов^{1,3}

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Россия

²Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского, Россия

³Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук, Саратов, Россия
E-mail: ✉mogilevichli@gmail.com, blinkovua@gmail.com, elizaveta.popova.97@bk.ru, vic_p@bk.ru

Поступила в редакцию 25.01.2024, принята к публикации 8.03.2024,

опубликована онлайн 28.06.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель работы состоит в построении системы нелинейных эволюционных уравнений для двух соосных цилиндрических оболочек, содержащих вязкую жидкость между ними и во внутренней оболочке, а также в численном моделировании процессов распространения нелинейных уединенных продольных волн деформации в данных оболочках. Рассмотрен случай, когда для материала оболочек закон связи напряжений и деформаций имеет жесткую комбинированную нелинейность в виде степенной функции с дробным показателем и квадратичной функции. **Методы.** Для постановки задачи гидроупругости оболочек используется Лагранжево-Эйлеровый подход записи уравнений динамики и краевых условий. Для анализа сформулированной задачи применен метод двухмасштабных разложений. В результате асимптотического анализа получена система двух эволюционных уравнений, которые представляют собой обобщенные уравнения Кортевега–де Вриза–Шамеля, и показано, что в общем случае система требует численного исследования. Для дискретизации системы эволюционных уравнений предложена новая разностная схема, полученная с использованием техники базисов Грёбнера. **Результаты.** Найдено точное решение системы эволюционных уравнений для частного случая отсутствия жидкости во внутренней оболочке. Численное моделирование показало, что при отсутствии жидкости во внутренней оболочке уединенные волны деформации имеют сверхзвуковую скорость. Кроме того, для указанного случая установлено, что волны деформации в оболочках сохраняют свою скорость и амплитуду после взаимодействия, то есть представляют собой солитоны. С другой стороны, расчеты показали, что при наличии вязкой жидкости во внутренней оболочке наблюдается затухание солитонов деформации, а скорость их распространения становится дозвуковой.

Ключевые слова: уединенные деформационные волны, соосные оболочки, вязкая жидкость, комбинированная нелинейность, вычислительный эксперимент.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (РНФ) в соответствии с проектом № 23-29-00140.

Для цитирования: Могилевич Л. И., Блинков Ю. А., Попова Е. В., Попов В. С. Уединенные волны деформации в двух коаксиальных оболочках из материала с комбинированной нелинейностью, образующих стенки каналов кольцевого и круглого сечения, заполненных вязкой жидкостью // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 521–540. DOI: 10.18500/0869-6632-003115. EDN: ERSUZY.

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Introduction

The studies of the deformation waves' propagation in elastic structures involve the formulation and solution of wave dynamics problems for such models of elastic elements as a rod, a plate, and a shell. Now, such problems in the linear formulation are well enough studied [1]. However, modern elastic structures can be made of materials with nonlinear physical properties, and work beyond the linear theory of elasticity, as well. Therefore, the problems of studying the evolution of deformation waves for nonlinear computational models of elastic elements and, in particular, the possibility of

the formation of solitary nonlinear waves (solitons) in them that retain their velocity and shape are relevant [2]. In [3], the Korteweg–de Vries equation for a nonlinear-elastic rod was derived and the possibility of a solitary longitudinal strain wave (a strain soliton) in it was first substantiated. Later, the Korteweg–de Vries–Burgers equation for a viscoelastic rod and a plate describing the evolution of strain solitons in these elastic elements was obtained in [4]. The reviews of the main papers on theoretical and experimental studies of the evolution of solitary strain waves in nonlinear rods are given in [5, 6], and in the review [7], where, in addition, the studies of solitary strain waves in plates and shells are presented. Note that the studies on nonlinear wave dynamics of shells are much less than for rods and plates, and we present below a number of studies for shells that were not included in these reviews. The evolution equation describing the propagation of nonlinear longitudinal strain waves in a cylindrical Kirchhoff–Love type shell made of a linear viscoelastic material and operating under the condition of neglecting rotational inertia was obtained in [8]. It is shown that that equation is the Kadomtsev–Petviashvili–Burgers equation. In [9], the results of full-scale experiments on excitation, detection, and the study of the propagation of a volumetric strain soliton in a shell made of polymethyl methacrylate are presented. The authors also proposed an axisymmetric model of the evolution of volume longitudinal waves in a nonlinear-elastic cylindrical shell made of Murnaghan material. As a simplification in that model, torsion and bending are neglected. The numerical simulation of the strain soliton evolution in a nonlinearly elastic cylindrical shell with varying cross-section and physical properties of the material on the bases of the development of this model was carried out in [10]. In [11, 12] the evolution of axisymmetric longitudinal strain waves in a Kirchhoff–Love cylindrical shell surrounded by a generalized nonlinear-elastic medium, which in particular cases reduces to the Winkler, Pasternak, and Hetenyi models, is investigated. A nonlinear evolution equation of the sixth order modeling the propagation of these waves is obtained, and the physical realizability of its partial exact solutions in the form of periodic and solitary waves is discussed. The study of solitary strain waves in ribbed cylindrical shells made of incompressible material with physical softening nonlinearity, when the relationship between stress intensity and strain intensity is given in the form of a power law with a fractional exponent, is presented in [13, 14]. In [13], the authors use the structural anisotropy method to describe the presence of a system of orthogonal stiffeners ribs at the ribreinforced shell, while in [14] they consider a shell with stiffeners ribs in the form of internal stringers, which are described as beams in contact with its skin. In the first of these papers [13], the evolutionary equation of longitudinal deformation waves was obtained for the shell, which is the generalized Schamel equation, and in the second one [14], an evolutionary equation generalizing the Schamel–Ostrovsky equation was derived. It is shown that these equations have partial exact solutions in the form of nonlinear solitary longitudinal deformation waves.

Cylindrical shells are used in various engineering structures, and in particular, in pipeline systems for transportation of fluids. Therefore, the problems of studying the interaction of shells with the liquid filling them are relevant and associated with the consideration of hydroelasticity problems. The first studies of wave processes in elastic shell-fluid systems were carried out in a linear formulation. The papers [15, 16] should be noted among such investigations. Reference [15], the axisymmetric wave motion of incompressible fluid in a thin elastic cylindrical tube was investigated and the propagation velocity of the fluid pressure wave was determined for the case of considering the inertia of wall motion and the forces of viscous friction of the fluid. In [16] the wave pulsating motion of viscous incompressible fluid in a thin-walled elastic tube of circular cross-section was investigated in relation to the study of blood motion in vessels. The current state of the research in the field of hydroelasticity of cylindrical shells is given in [17–19]. It should be noted that most of the studies consider an ideal fluid and discuss problems of linear wave processes in shells. Below we present a number of works in which the nonlinear questions have been studied. In [20, 21] the propagation of nonlinear solitary waves in a geometrically nonlinear cylindrical shell filled with an ideal incompressible fluid was studied. The axisymmetric problem of hydroelasticity was formulated, and using its asymptotic analysis the Korteweg–de Vries equation for the shell deflection was obtained. The numerical examples

of calculations of the evolution of solitary waves in a shell are presented for the following cases: absence of fluid in it, its complete filling with fluid, and the motion in it of a stationary fluid flow with constant velocity. In [22], an axisymmetric hydroelastic problem is formulated for a geometrically nonlinear cylindrical shell with structural damping, filled with a viscous incompressible fluid and surrounded by a generalized Vlasov–Leontiev medium, in which linear and cubic reactions to longitudinal displacement are presented. Using the perturbation method and considering the creeping motion of the fluid in the framework of the hydrodynamic theory of lubrication, an evolutionary integro-differential equation for longitudinal deformation waves in the shell generalizing the Korteweg–de Vries equation is obtained. The numerical solution of this equation was carried out, which allowed to evaluate the effects of fluid, structural damping and surrounding elastic medium on the evolution of nonlinear solitary strain waves. In [23,24], longitudinal solitary strain waves in two coaxial shells with a viscous fluid between them are investigated. In [23], the inertia of viscous fluid motion in an annular gap is taken into account, and a system of two generalized modified Korteweg–de Vries–Burgers equations is obtained and numerically investigated for the shells with structural damping, whose material has a physical law with cubic nonlinearity and is surrounded by a Winkler elastic medium. In [24], the motion of a viscous fluid in an annular gap is considered as creeping. The authors obtained and numerically investigated the system of two generalized Schamel equations for cylindrical shells, the material of which has a law of dependence of stress on strain and strain intensity with a nonlinear term having a fractional exponent. This study is further developed in [25] by the case of filling the inner shell with viscous fluid and considering the inertia of fluid motion in the annular gap between the shells and the circular channel formed by the inner shell.

The proposed study is aimed at studying the evolution of solitary strain waves in two coaxial cylindrical shells, which material has a combined nonlinear physical law of stress-strain coupling, forming annular and circular channels filled with viscous incompressible fluid.

1. Derivation of the shell dynamics equations, the hydroelasticity problem formulation

Let us consider two cylindrical shells made of the same material and having a common longitudinal axis of symmetry. It is assumed that the entire space in the inner shell and between the shells is filled with viscous fluid (see Fig. 1). While studying the wave process in the shells, we will accept that they are infinitely long, i. e., exclude from consideration the reflection of waves from the shells' ends.

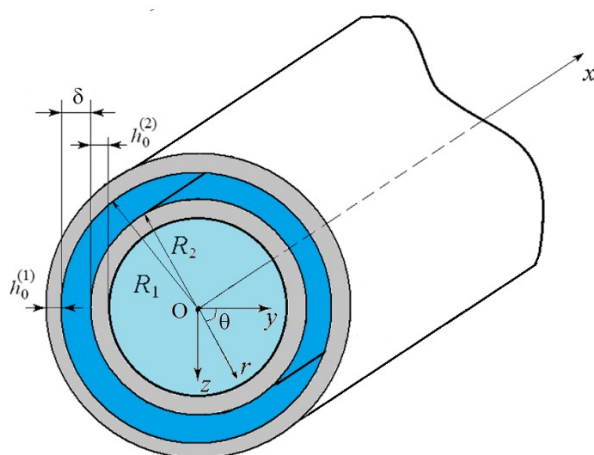


Fig. 1

Along the symmetry axis, we direct the x -axis of the Cartesian coordinate system xyz , the center of which is located at the point O of an arbitrary (initial) cross-section. The center of the cylindrical coordinate system $r\theta x$ is at the same point. Let us study an axisymmetric wave process the evolution of which occurs in the positive direction of the x -axis. The radius of the inner surface of the outer shell is R_1 , and R_2 is the radius of the outer surface of the inner shell, then in the unperturbed state the gap between the shells is $\delta = R_1 - R_2$. The notation of thickness for the i -th shell as $h_0^{(i)}$, and $R^{(i)}$ for the radius of its middle surface is introduced, where $i = 1$ corresponds to the outer and $i = 2$ to the inner shell. Next, we will designate as the upper index i the parameters corresponding to the i -th shell.

Let us assume that the shells satisfy the Kirghoff–Love hypotheses and write the equations of their dynamics according to [26] considering the load on the shells from the side of the viscous fluid

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^{(i)}}{\partial x} &= \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial t^2} - \left(q_x^{(i)} + U^{(i)} \frac{\partial q_x^{(i)}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_x^{(i)}}{\partial r} + (i-1) \left(q_x^{cir} + U^{(i)} \frac{\partial q_x^{cir}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_x^{cir}}{\partial r} \right) \right) \Big|_{R^{(i)}}, \\ \frac{\partial^2 M_x^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} N_x^{(i)} \right) + \frac{1}{R^{(i)}} N_\theta^{(i)} &= \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial t^2} - \\ - \left((-1)^{i-1} \left(q_n + U^{(i)} \frac{\partial q_n}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_n}{\partial r} \right) + (i-1) \left(q_n^{cir} + U^{(i)} \frac{\partial q_n^{cir}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_n^{cir}}{\partial r} \right) \right) \Big|_{R^{(i)}}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (1)$$

The following notations are adopted in equations (1): $M_x^{(i)}$ is the bending moment in the middle surface element of the i -th shell, $N_x^{(i)}$, $N_\theta^{(i)}$ are the normal forces, along the corresponding axes x and θ , of the middle surface element of the i -th shell, $W^{(i)}$ is the displacement of the middle surface element along the normal (deflection) of the i -th shell, the positive direction of which is taken to the center of curvature of the shell, $U^{(i)}$ – longitudinal displacement of the middle surface element of the i -th shell, $q_x^{(i)}$, q_n are the tangential and normal stresses of the viscous fluid between the shells, q_x^{cir} , q_n^{cir} are the tangential and normal stresses of the viscous fluid filling the inner shell, t is the time, ρ_0 is the density of the shell material.

Moment $M_x^{(i)}$ and normal forces $N_x^{(i)}$, $N_\theta^{(i)}$ are defined as [26]

$$M_x^{(i)} = \int_{-h_0^{(i)}/2}^{h_0^{(i)}/2} \sigma_x^{(i)} z dz, \quad N_x^{(i)} = \int_{-h_0^{(i)}/2}^{h_0^{(i)}/2} \sigma_x^{(i)} dz, \quad N_\theta^{(i)} = \int_{-h_0^{(i)}/2}^{h_0^{(i)}/2} \sigma_\theta^{(i)} dz, \quad (2)$$

where $\sigma_x^{(i)}$, $\sigma_\theta^{(i)}$ are the normal stresses, along the corresponding x and θ axes, in the element of the i -th shell, z is the local coordinate normal to the middle surface of the i -th shell.

To represent equations (1) in displacements, it is necessary to specify the physical law relating stresses and deformations in the shell material. In the case of physically nonlinear material, to approximate experimentally determined diagrams of its deformation, nonlinear power dependences are used: quadratic, cubic or fraction exponents, as well as their combinations [27]. For example, the case of the physical law with softening fractional exponent or combined softening quadratic and fractional exponent nonlinearity was studied in [13, 14] for synthetic incompressible materials based on epoxy resins. Such an approximation allows to reflect the fact of limitation of stress growth with strain growth. In the proposed study, we use an approximation of a physical law with the hardening combined nonlinearity in the form of sum quadratic and fractional exponent function. This allows us to reflect the effect of material hardening, i.e. the presence of nonlinear stress growth with strain growth in stress-strain diagrams. For example, such behavior is characteristic of biotissues such as skin and blood vessels of animals and human circulatory systems [28]. According to the above, let us write down the relationship between the components of the stress tensor σ_x , σ_θ and the components of the strain tensor ε_x , ε_θ and strain intensity ε_u according to [29] as follows

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(i)} &= \frac{E}{1 - \mu_0^2} \left[\left(\varepsilon_x^{(i)} + \mu_0 \varepsilon_\theta^{(i)} \right) \left\{ 1 + \frac{m}{E} \varepsilon_u^{(i)1/2} + \frac{m_2}{E} \varepsilon_u^{(i)} \right\} \right], \\ \sigma_\theta^{(i)} &= \frac{E}{1 - \mu_0^2} \left[\left(\mu_0 \varepsilon_x^{(i)} + \varepsilon_\theta^{(i)} \right) \left\{ 1 + \frac{m}{E} \varepsilon_u^{(i)1/2} + \frac{m_2}{E} \varepsilon_u^{(i)} \right\} \right], \\ \varepsilon_u^{(i)} &= \frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \left[\mu_1 \left(\varepsilon_x^{(i)2} + \varepsilon_\theta^{(i)2} \right) - \mu_2 \varepsilon_x^{(i)} \varepsilon_\theta^{(i)} \right]^{1/2}, \\ \mu_1 &= \frac{1}{3} \left[1 + \frac{\mu_0}{(1 - \mu_0)^2} \right], \quad \mu_2 = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{2\mu_0}{(1 - \mu_0)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

In expressions (3) E is Young's modulus, μ_0 is Poisson's ratio of the shell material; m , m_2 are considered as positive material constants having the dimension of stresses and determined from tensile-compression experiments of nonlinear-elastic shell material [30]. The coefficients μ_1 , μ_2 reflect the fact of compressibility of the material, which is characteristic for biotissues [28]. If we consider incompressible material, for example, synthetic materials based on epoxy resins, we can put $\mu_0 = 1/2$ (in this case $\mu_1 = -\mu_2 = 1$) and $m < 0$, $m_2 = 0$ or $m < 0$, $m_2 < 0$ similarly [13, 14].

We assume that the deformations and elastic displacements of the i -th shell are related to each other as [25]

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - z \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_\theta^{(i)} = -\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} - z \frac{W^{(i)}}{R^{(i)2}}, \quad -h_0^{(i)}/2 \leq z \leq h_0^{(i)}/2. \quad (4)$$

Let us substitute (3), (4) into (2), and after that into (1), bearing in mind [25], where the validity of considering the intensity of deformations on the shell's middle surface, i. e. $z = 0$, was shown. As a result, we obtain the equations of dynamics of the considered coaxial shells, which material has a physical law with combined fractional-quadratic nonlinearity, written in displacements

$$\begin{aligned} & \frac{Eh_0^{(i)}}{1-\mu_0^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} + \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left\{ \frac{m}{E} \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} \right)^{1/2} \left[\mu_1 \left(\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/4} + \frac{m_2}{E} \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/2} \right\} \right\rangle = \\ & = \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial t^2} - \left(q_x^{(i)} + U^{(i)} \frac{\partial q_x^{(i)}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_x^{(i)}}{\partial r} + (i-1) \left(q_x^{cir} + U^{(i)} \frac{\partial q_x^{cir}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_x^{cir}}{\partial r} \right) \right) \Big|_{R^{(i)}}, \\ & \frac{Eh_0^{(i)}}{12(1-\mu_0^2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\langle -\frac{h_0^{(i)2}}{12} \left(\frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} + \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)2}} \right) \right\rangle + \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left\{ \frac{m}{E} \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} \right)^{1/2} \left[\mu_1 \left(\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right) + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/4} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{m_2}{E} \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/2} \right] \right\} \right\rangle + \frac{Eh_0^{(i)}}{1-\mu_0^2} \frac{1}{R^{(i)}} \left\langle \mu_0 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} + \right. \\ & \left. + \left[\mu_0 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} - \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left\{ \frac{m}{E} \left(\frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} \right)^{1/2} \left[\mu_1 \left(\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right) + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/4} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{m_2 \sqrt{3}}{E(1+\mu_0)} \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \mu_2 \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right]^{1/2} \right] \right\} \right\rangle = \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial t^2} - \\ & - \left((-1)^{i-1} \left(q_n + U^{(i)} \frac{\partial q_n}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_n}{\partial r} \right) + (i-1) \left(q_n^{cir} + U^{(i)} \frac{\partial q_n^{cir}}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial q_n^{cir}}{\partial r} \right) \right) \Big|_{R^{(i)}}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (5)$$

Note that in (1), (5) the right-hand sides, i. e., the load on the shells, represent the tangential and normal stresses of a viscous incompressible fluid written in the Lagrangian–Eulerian approach [31]. The load is carried on the undisturbed middle surfaces of the shells, as is common in hydroelasticity

problems [32]. The expressions for $q_x^{(i)}$, q_n and q_x^{cir} , q_n^{cir} on the unperturbed middle surfaces of the shells are written in the Euler approach as [25]

$$q_x^{(i)} = -\rho v \left(\frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial x} \right) \text{ at } r = R_v^{(i)}, \quad q_n^{(i)} = -p + 2\rho v \frac{\partial V_r}{\partial r} \text{ at } r = R_v^{(i)}. \quad (6)$$

Here we have in mind that that expressions for q_x^{cir} , q_n^{cir} coincide with (6) at $i = 2$. In the case the physical properties of the fluid in the annular gap and the inner shell are different, then assuming in (6) $i = 2$, we also denote the density and kinematic viscosity of the fluid in the inner shell as ρ_c and v_c .

To determine (6) together with (5) it is necessary to consider the equations of dynamics of a viscous incompressible fluid between the shells and in the inner shell, which for the axisymmetric case have the form [33]

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_x \frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= v \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} - \frac{V_r}{r^2} \right) \\ \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_x}{\partial r} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= v \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} \right), \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

where V_x , V_r are the projections of the fluid velocity on the axes of the cylindrical coordinate system, p is the pressure in the fluid, ρ is the fluid density, v is the kinematic viscosity coefficient.

Let us supplement (7) with boundary no-slip conditions at the shell's surfaces for the fluid between the shells (annular cross-section channel) and in the inner shell (circular cross-section channel). For the channel of annular cross-section, these conditions have the following form

$$\begin{aligned} V_x + U^{(i)} \frac{\partial V_x}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial V_x}{\partial r} &= \frac{\partial U^{(i)}}{\partial t}, \\ V_r + U^{(i)} \frac{\partial V_r}{\partial x} - W^{(i)} \frac{\partial V_r}{\partial r} &= -\frac{\partial W^{(i)}}{\partial t} \text{ at } r = R_i - W^{(i)}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (8)$$

For the channel of circular cross-section, we use (8) at $r = (R_i - h_0^{(i)}) - W^{(i)}$ and $i = 2$. In addition, we use the conditions for the velocity components at the symmetry axis of the viscous fluid in the inner shell, which are justified and formulated in [25] by Mogilevich L. I. in the following form

$$r V_r = 0, \quad r \frac{\partial V_x}{\partial r} = 0 \text{ at } r = 0. \quad (9)$$

2. Asymptotic analysis of the hydroelasticity problem, system of evolution equations

Considering the wave process in shells, we assume that the following relations take place

$$\begin{aligned} \frac{h_0^{(i)}}{R^{(i)}} = \varepsilon \ll 1, \quad \frac{R^{(i)2}}{l^2} = O(\varepsilon^{1/2}), \quad \frac{w_m}{h_0^{(i)}} = O(1), \\ \frac{u_m}{l} \frac{R^{(i)}}{h_0^{(i)}} = O(1), \quad \frac{m}{E} = O(1), \quad \frac{m_2}{E} = O(\varepsilon^{-1/2}), \end{aligned} \quad (10)$$

and use dimensionless variables

$$W^{(i)} = w_m u_3^{(i)}, \quad U^{(i)} = u_m u_1^{(i)}, \quad x^* = x/l, \quad t^* = t c_0/l, \quad r^* = r/R^{(i)}, \quad (11)$$

where $c_0 = \sqrt{E/(\rho_0(1 - \mu_0^2))}$ is the sound speed in the shell material, l is the wavelength taken as a characteristic linear scale, u_m, w_m are characteristic scales of elastic displacements of shells, ε is a small parameter of the problem.

Let us analyze equations (5) by perturbation method [34] considering asymptotic expansions of elastic displacement functions of shells

$$u_1^{(i)} = u_{10}^{(i)} + \varepsilon^{1/2} u_{11}^{(i)} + \dots, u_3^{(i)} = u_{30}^{(i)} + \varepsilon^{1/2} u_{31}^{(i)} + \dots \quad (12)$$

and introducing new independent variables ξ and τ

$$\xi = x^* - \sqrt{1 - \mu_0^2} t^*, \quad \tau = \varepsilon^{1/2} t^*. \quad (13)$$

Writing (5) in dimensionless form taking into account (10)–(13) and restricting to the first term in (12) we have the system (zero approximation by ε)

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left\langle \frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} - \mu_0 u_{30} \right\rangle = (1 - \mu_0^2) \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^2}, \quad \mu_0 \frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} = u_{30}^{(i)}, \quad i = 1, 2 \quad (14)$$

and restricting by the first two terms in (12) and bearing in mind the second equation (14), we obtain the system (first approximation by ε)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\langle \mu_0 \left(\mu_0 \frac{\partial u_{11}^{(i)}}{\partial \xi} - u_{31}^{(i)} \right) + \frac{m}{E} \left(\frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \right)^{1/2} (1 - \mu_0^2) (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/4} \left(\frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} \right)^{3/2} + \right. \\ \left. + \frac{m_2}{E} \varepsilon^{1/2} \frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} (1 - \mu_0^2) (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \left(\frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} \right)^2 \right\rangle + 2 \sqrt{1 - \mu_0^2} \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi \partial \tau} = \\ = - \frac{l}{\varepsilon^{3/2} \rho_0 h_0^{(i)} c_0^2} \left(q_x^{(i)} + (i - 1) q_x^{cir} \right) \Big|_{R^{(i)}}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial u_{11}^{(i)}}{\partial \xi} - u_{31}^{(i)} - \mu_0 (1 - \mu_0^2) \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \left(\frac{R^{(i)}}{l} \right)^2 \frac{\partial^3 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^3} = \\ = - \frac{R^{(i)}}{\varepsilon^{3/2} \rho_0 h_0^{(i)} c_0^2} \left((-1)^{i-1} q_n^{(i)} + (i - 1) q_n^{cir} \right) \Big|_{R^{(i)}}, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Let us consider the system (14) and substitute the deflection from the second equation into the first one, resulting in the identity. Hence, the longitudinal displacement is an arbitrary function. In addition, we note that the first term of the expansion (12) corresponds to a linear wave process evolving at the sound speed in the shell material. The consideration of the second term allows to obtain the additive due to a nonlinear wave process.

Considering the system (15) we exclude from it u_{11}, u_{31} as a result we obtain

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{m}{E} \left(\frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \right)^{1/2} \frac{3}{4} \sqrt{1 - \mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/4} \left| \frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} \right|^{1/2} \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^2} + \\ & + \frac{m_2}{E} \varepsilon^{1/2} \frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \sqrt{1 - \mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^2} + \frac{\mu_0^2 \sqrt{1 - \mu_0^2}}{2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^4} = \\ & = - \frac{1}{2\sqrt{1 - \mu_0^2}} \frac{l}{\varepsilon^{3/2} \rho_0 h_0^{(i)} c_0^2} \left[q_x^{(i)} + (i-1)q_x^{cir} - \mu_0 \varepsilon^{1/4} \frac{\partial ((-1)^{i-1} q_n + (i-1)q_n^{cir})}{\partial \xi} \right]_{R^{(i)}}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (16)$$

The equations of system (16) are the generalizations of the Schamel–Korteweg–de Vries equation for longitudinal deformation $\partial u_{10}^{(i)}/\partial \xi$. Note that the exclusion of the fluid between the shells and in the inner shell is equivalent to assuming $q_x^{(i)} = q_n = q_x^{cir} = q_n^{cir} = 0$. In this case, the system (16) decomposes into two independent Schamel–Korteweg–de Vries equations for the outer and inner shells.

To determine $q_x^{(i)}, q_n, q_x^{cir}, q_n^{cir}$, we analyze asymptotically the equations of fluid dynamics (7)–(9) between the shells and in the inner shell similarly [25]. For this purpose, for the fluid between the shells (annular channel) we introduce dimensionless variables of the following form

$$V_r = h_0^{(i)} \frac{c_0}{l} v_r, \quad V_x = h_0^{(i)} \frac{c_0}{\delta} v_x, \quad r^* = \frac{r - R^{(2)}}{\delta}, \quad t^* = \frac{c_0}{l} t, \quad x^* = \frac{x}{l}, \quad p = \frac{\rho v c_0 l h_0^{(i)}}{\delta^3} P, \quad (17)$$

and for the fluid in the inner shell (circular channel) we use the following dimensionless variables

$$V_r = h_0^{(i)} \frac{c_0}{l} v_r, \quad V_x = h_0^{(i)} \frac{c_0}{R^{(2)}} v_x, \quad r^* = \frac{r}{R^{(2)}}, \quad t^* = \frac{c_0}{l} t, \quad x^* = \frac{1}{l} x, \quad p = \frac{\rho_c v_c c_0 l h_0^{(i)}}{R^{(2)3}} P. \quad (18)$$

We assume that in the considered formulation for the annular channel the following relations take place

$$\psi = \frac{\delta}{R^{(2)}} = \varepsilon^{1/2}, \quad \lambda = \frac{h_0^{(i)}}{\delta} = \varepsilon^{1/2}, \quad \frac{h_0^{(i)}}{R^{(i)}} = \varepsilon, \quad \frac{h_0^{(i)}}{l} = \varepsilon^{5/4}, \quad \frac{\delta}{l} = \varepsilon^{3/4}, \quad (19)$$

and for the channel of circular cross-section we suppose

$$\frac{R^{(2)}}{l} = \psi_c = O(\varepsilon^{1/4}), \quad \lambda_c = \frac{h_0^{(i)}}{R^{(2)}} = \varepsilon. \quad (20)$$

Then passing in (6)–(9) to dimensionless variables (17) or (18) taking into account (19) or (20), for channels of the corresponding cross-section, we consider the following asymptotic expansions

$$P = P^0 + \varepsilon^{1/2} P^1 + \dots, \quad v_r = v_r^0 + \varepsilon^{1/2} v_r^1 + \dots, \quad v_x = v_x^0 + \varepsilon^{1/2} v_x^1 + \dots \quad (21)$$

Restricting in (21) by the first term, we obtain linearized problems of viscous fluid dynamics in the corresponding channel.

For the channel of annular cross-section, the hydrodynamic equations will take the form of

$$\frac{\partial P^0}{\partial r^*} = 0, \quad \frac{\delta}{l} \frac{\delta c_0}{v} \frac{\partial v_x^0}{\partial t^*} + \frac{\partial P^0}{\partial x^*} = \frac{\partial^2 v_x^0}{\partial r^{*2}}, \quad \frac{\partial v_r^0}{\partial r^*} + \frac{\partial v_x^0}{\partial x^*} = 0, \quad (22)$$

with boundary conditions

$$v_r^0 = - \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial t^*}, \quad v_x^0 = 0 \text{ at } r^* = 1, \quad v_r^0 = - \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial t^*}, \quad v_x^0 = 0 \text{ at } r^* = 0. \quad (23)$$

For the channel of circular cross-section the hydrodynamic equations will be written as

$$\frac{\partial P^0}{\partial r^*} = 0, \quad \psi_c \frac{R_3 c_0}{\nu_c} \frac{\partial v_x^0}{\partial t^*} + \frac{\partial P^0}{\partial x^*} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \right), \quad \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v_r^0) + \frac{\partial v_x^0}{\partial x^*} = 0, \quad (24)$$

with boundary conditions

$$r^* v_r^0 = r^* \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} = 0 \text{ at } r^* = 0, \quad v_r^0 = -\frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial t^*}, \quad v_x^0 = \frac{\partial u_1^{(2)}}{\partial t^*} \text{ at } r^* = 1. \quad (25)$$

The expressions for $q_x^{(i)}$, q_n , q_x^{cir} , q_n^{cir} will be written as

$$q_x^{(i)} = -\rho \nu \frac{h_0^{(i)} c_0}{\delta^2} \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*}, \quad (26)$$

$$q_n = -\frac{\rho \nu c_0 l h_0^{(i)}}{\delta^3} P^0 \text{ at } r^* = 1 \text{ (for } i = 1 \text{) or (for } i = 2 \text{) at } r^* = 0,$$

$$q_x^{cir} = -\lambda_c \frac{\nu_c}{R^{(2)} c_0} \rho_c c_0^2 \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*}, \quad q_n^{cir} = -\frac{\lambda_c}{\psi_c} \frac{\nu_c}{R^{(2)} c_0} \rho_c c_0^2 P^0 \text{ at } r^* = 1. \quad (27)$$

The solution of problems (22)–(25) by the iteration method was carried out in [25] and the pressure P^0 and velocity gradients $\partial v_x^0 / \partial r^*$ were determined. The expressions for these quantities in the annular channel are as follows

$$P^0 = \int \left[12 \sqrt{1 - \mu_0^2} (u_{30}^{(1)} - u_{30}^{(2)}) - \frac{6}{5} \operatorname{Re} (1 - \mu_0^2) \left(\frac{\partial u_{30}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} \right) \right] d\xi, \\ \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} = (2r^* - 1) \left[6 \sqrt{1 - \mu_0^2} (u_{30}^{(1)} - u_{30}^{(2)}) - \frac{\operatorname{Re}}{10} (1 - \mu_0^2) \left(\frac{\partial u_{30}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} \right) \right], \quad \operatorname{Re} = \frac{\delta}{l} \frac{\delta c_0}{\nu} \quad (28)$$

consequently

$$\frac{\partial P^0}{\partial \xi} = \left[12 \sqrt{1 - \mu_0^2} (u_{30}^{(1)} - u_{30}^{(2)}) - \frac{6}{5} \operatorname{Re} (1 - \mu_0^2) \left(\frac{\partial u_{30}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} \right) \right], \\ \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=1} = 6 \sqrt{1 - \mu_0^2} (u_{30}^{(1)} - u_{30}^{(2)}) - \frac{\operatorname{Re}}{10} (1 - \mu_0^2) \left(\frac{\partial u_{30}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} \right), \quad (29) \\ \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=0} = -\frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=1}.$$

For a channel of circular cross-section in [25] it is defined that

$$\frac{\partial P^0}{\partial \xi} = \sqrt{1 - \mu_0^2} \left[8 \left(2u_{30}^{(2)} - \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{3} \psi_c \frac{R^{(2)} c_0}{\nu_c} \left(8 \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right) \sqrt{1 - \mu_0^2} \right], \quad (30) \\ \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=1} = \sqrt{1 - \mu_0^2} \left[4 \left(2u_{30}^{(2)} - \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{6} \psi_c \frac{R^{(2)} c_0}{\nu_c} \left(2 \frac{\partial u_{30}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right) \sqrt{1 - \mu_0^2} \right].$$

Then, using $u_{30}^{(i)} = \mu_0 \partial u_{10}^{(i)} / \partial \xi$ (the second equation of (14)), (26)–(30), considering the smallness of parameters ψ , λ , ψ_c , λ_c and assuming $R^{(1)} = R^{(2)} \approx R$, $h_0^{(1)} = h_0^{(2)} \approx h_0$, we determine the right

parts of the equations system (16) and obtain the system of evolutionary equations of the following form

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{m}{E} \frac{3}{4} \sqrt{1 - \mu_0^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \right)^{1/2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/4} \left| \frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} \right|^{1/2} \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} + \\
 & + \frac{m_2 \sqrt{3}}{E(1 + \mu_0)} \varepsilon^{1/2} \sqrt{1 - \mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{\mu_0^2 \sqrt{1 - \mu_0^2}}{2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^4} = \\
 & = -6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \frac{\nu}{R c_0 \varepsilon^{1/2}} \left(\frac{R}{\delta} \right)^3 \left[\left(\frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{\mu_0 R} \right) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{10} \operatorname{Re} \sqrt{1 - \mu_0^2} \left(\frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right) \left(1 - \frac{1}{12} \frac{\delta}{\mu_0 R} \right) \right]. \tag{31} \\
 & \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi \partial \tau} + \frac{m}{E} \frac{3}{4} \sqrt{1 - \mu_0^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{1 + \mu_0} \right)^{1/2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/4} \left| \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right|^{1/2} \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} + \\
 & + \frac{m_2 \sqrt{3}}{E(1 + \mu_0)} \varepsilon^{1/2} \sqrt{1 - \mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{\mu_0^2 \sqrt{1 - \mu_0^2}}{2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^4} = \\
 & = -6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \frac{\nu}{R c_0 \varepsilon^{1/2}} \left(\frac{R}{\delta} \right)^3 \left[\left(\frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\delta}{\mu_0 R} \right) - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{10} \operatorname{Re} \sqrt{1 - \mu_0^2} \left(\frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} \right) \left(1 - \frac{1}{12} \frac{\delta}{\mu_0 R} \right) \right] - \\
 & \quad - \frac{1}{2\sqrt{1 - \mu_0^2}} \frac{l}{\varepsilon^{1/2} \rho_0 h_0 c_0^2} \left\{ \frac{\nu_c}{R c_0} \rho_c c_0^2 4 \sqrt{1 - \mu_0^2} [1 - 2\mu_0]^2 \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{R}{l} \rho_c c_0^2 \frac{1}{6} (1 - \mu_0^2) [(1 - 2\mu_0)^2 + 12\mu_0^2] \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right\}.
 \end{aligned}$$

Note that the obtained system, in the case of exclusion of the fluid from consideration, i. e., when the right-hand sides are equal to zero, and when $m_2 = 0$, decomposes into two independent Schamel equations. These equations for the case of incompressible material, when $\mu_0 = 1/2$, a $\mu_1 = -\mu_2 = 1$, and $m < 0$ coincide with the equation obtained in [14], for the shell with internal stringers and skin made of incompressible material with softening fractional physical nonlinearity, with the height of stringers equal to zero.

3. Numerical modeling of the solitary strain waves evolution in coaxial shells

Let us represent the system of evolution equations (31) in the form of

$$\begin{aligned}
 & \varphi_t^{(1)} + 6\alpha_0 \left| \varphi^{(1)} \right|^{1/2} \varphi_{\eta}^{(1)} + 6\alpha_1 \varphi^{(1)} \varphi_{\eta}^{(1)} + \varphi_{\eta\eta\eta}^{(1)} + \sigma_0 \left(\varphi^{(1)} - \varphi^{(2)} \right) - \sigma_1 \left(\varphi_{\eta}^{(1)} - \varphi_{\eta}^{(2)} \right) = 0, \\
 & \varphi_t^{(2)} + 6\alpha_0 \left| \varphi^{(2)} \right|^{1/2} \varphi_{\eta}^{(2)} + 6\alpha_1 \varphi^{(2)} \varphi_{\eta}^{(2)} + \varphi_{\eta\eta\eta}^{(2)} + \\
 & \quad + \sigma_0 \left(\varphi^{(2)} - \varphi^{(1)} \right) - \sigma_1 \left(\varphi_{\eta}^{(2)} - \varphi_{\eta}^{(1)} \right) + \sigma_2 \varphi^{(2)} - \sigma_3 \varphi_{\eta}^{(2)} = 0
 \end{aligned} \tag{32}$$

by introducing the following notations

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} &= c_3 \varphi^{(1)}, \quad \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} = c_3 \varphi^{(2)}, \quad \eta = c_1 \xi, \quad t = c_2 \tau, \quad \sigma_0 = 6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \left(\frac{R}{\delta}\right)^2 \frac{\nu}{\delta c_0} \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \left(1 - \frac{\delta}{2\mu_0 R}\right) \frac{1}{c_2}, \\ \sigma_1 &= 6\mu_0^2 \frac{\rho \delta}{\rho_0 h_0} \left(\frac{R}{\delta}\right)^2 \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{10} \left(1 - \frac{\delta}{12\mu_0 R}\right) \frac{c_1}{c_2}, \quad \sigma_2 = \frac{\rho c l}{\rho_0 h_0} \frac{\nu c}{\varepsilon^{1/2} R c_0} 2(1-2\mu_0)^2 \frac{1}{c_2}, \\ \sigma_3 &= \frac{\rho c R}{\rho_0 h_0} \frac{1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{12} \left[(1-2\mu_0)^2 + 12\mu_0^2\right] \frac{c_1}{c_2} \end{aligned} \quad (33)$$

where

$$\begin{aligned} c_3 &= \left[\frac{3}{4} \frac{m}{m_2 \varepsilon^{1/2}} \frac{1}{(\sqrt{3}/(1+\mu_0))^{1/2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/4}} \right]^2, \\ c_1 &= \left[\frac{c_3}{3\mu_0^2} \frac{m_2}{E} \varepsilon^{1/2} \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \right]^{1/2}, \\ c_2 &= \left[\frac{c_3 c_1}{6} \frac{m_2}{E} \varepsilon^{1/2} \sqrt{1-\mu_0^2} \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2} \right]. \end{aligned}$$

The subscript letters in the system (32) denotes the corresponding partial derivative, and the system describes the evolution of longitudinal nonlinear deformation waves in the considered shells. If we put $\alpha_0 = 0$, we pass to the system of generalized Korteweg–de Vries equations, at $\alpha_1 = 0$ we obtain the system of generalized Schamel equations, and at $\alpha_0 = \alpha_1 = 1$ we obtain the system of generalized Schamel–Korteweg–de Vries equations.

In the general case, system (32) has no exact solution and requires numerical solution. However, we note that in the special case when the fluid in the inner shell is excluded from consideration, i. e., when $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, the system of equations (32) has an exact solution in the form of a solitary wave

$$\varphi^{(1)}(t, \eta) = \varphi^{(2)}(t, \eta) = \frac{25}{4} k^4 \left(\alpha_0 + \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{25}{8} k^2 \alpha_1 \operatorname{ch}(k(\eta - 4k^2 t))} \right)^{-2}. \quad (34)$$

In this solution, k is the wave number, which is arbitrary. The above exact solution can be used as an initial condition in the numerical solution of the system of evolution equations (32) by assuming $t = 0$ in (34) and taking $\alpha_0 = \alpha_1 = 1$. In this approach, the following options can be considered:

- at the initial moment of time, the solitary wave with the same wave number is excited in each of the shells

$$\varphi^{(1)}(0, \eta) = \varphi^{(2)}(0, \eta) = \frac{25}{4} k^4 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{25}{8} k^2 \operatorname{ch}(k\eta)} \right)^{-2}; \quad (35)$$

- at the initial moment of time the solitary wave is excited only in the outer shell

$$\varphi^{(1)}(0, \eta) = \frac{25}{4} k^4 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{25}{8} k^2 \operatorname{ch}(k\eta)} \right)^{-2}, \quad \varphi^{(2)}(0, \eta) = 0. \quad (36)$$

In addition, we can consider the excitation at the initial time moment of two waves with different wave numbers, i.e., with different velocities and amplitudes, in each of the shells. In this case, the initial conditions for the first solitary wave in the outer and inner shells are given as

$$\varphi^{(1)}(0, \eta) = \varphi^{(2)}(0, \eta) = \frac{25}{4} k_1^4 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{25}{8} k_1^2 \operatorname{ch}(k_1 \eta)} \right)^{-2}, \quad (37)$$

and for the second wave in the outer and inner shells we set in the form

$$\varphi^{(1)}(0, \eta) = \varphi^{(2)}(0, \eta) = \frac{25}{4} k_2^4 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{25}{8} k_2^2 \operatorname{ch}(k_2 \eta)} \right)^{-2}. \quad (38)$$

Here k_1, k_2 are the wave numbers corresponding to the first and second solitary waves excited in each of the shells.

To realize the numerical solution for the system of nonlinear evolution equations (32), we used the approach of generating new difference schemes for discretization of partial derivative equations using the Gröbner basis technique [35, 36]. The sequence of obtaining the difference scheme, checking its adequacy and stability is similar to [25], and the obtained new difference scheme for the system of generalized Schamel–Korteweg–de Vries equations (32), i. e., when $\alpha_0 = \alpha_1 = 1$, has the following form

$$\begin{aligned} & \frac{u^{(1)n+1}_j - u^{(1)n}_j}{\tau} + 4 \frac{(u^{(1)3/2^{n+1}}_{j+1} - u^{(1)3/2^{n+1}}_{j-1}) + (u^{(1)3/2^n}_{j+1} - u^{(1)3/2^n}_{j-1})}{4h} + \\ & + 3 \frac{(u^{(1)2^{n+1}}_{j+1} - u^{(1)2^{n+1}}_{j-1}) + (u^{(1)2^n}_{j+1} - u^{(1)2^n}_{j-1})}{4h} + \frac{(u^{(1)n+1}_{j+2} - 2u^{(1)n+1}_{j+1} + 2u^{(1)n+1}_{j-1} - u^{(1)n+1}_{j-2})}{4h^3} + \\ & + \frac{(u^{(1)n}_{j+2} - 2u^{(1)n}_{j+1} + 2u^{(1)n}_{j-1} - u^{(1)n}_{j-2})}{4h^3} + \sigma_0 \left(\frac{u^{(1)n+1}_j + u^{(1)n}_j}{2} - \frac{u^{(2)n+1}_j + u^{(2)n}_j}{2} \right) - \\ & - \sigma_1 \left(\frac{(u^{(1)n+1}_{j+1} - u^{(1)n+1}_{j-1}) + (u^{(1)n}_{j+1} - u^{(1)n}_{j-1})}{4h} - \frac{(u^{(2)n+1}_{j+1} - u^{(2)n+1}_{j-1}) + (u^{(2)n}_{j+1} - u^{(2)n}_{j-1})}{4h} \right) = 0, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \frac{u^{(2)n+1}_j - u^{(2)n}_j}{\tau} + 4 \frac{(u^{(2)3/2^{n+1}}_{j+1} - u^{(2)3/2^{n+1}}_{j-1}) + (u^{(2)3/2^n}_{j+1} - u^{(2)3/2^n}_{j-1})}{4h} + \\ & + 3 \frac{(u^{(2)2^{n+1}}_{j+1} - u^{(2)2^{n+1}}_{j-1}) + (u^{(2)2^n}_{j+1} - u^{(2)2^n}_{j-1})}{4h} + \frac{(u^{(2)n+1}_{j+2} - 2u^{(2)n+1}_{j+1} + 2u^{(2)n+1}_{j-1} - u^{(2)n+1}_{j-2})}{4h^3} + \\ & + \frac{(u^{(2)n}_{j+2} - 2u^{(2)n}_{j+1} + 2u^{(2)n}_{j-1} - u^{(2)n}_{j-2})}{4h^3} + \sigma_0 \left(\frac{u^{(2)n+1}_j + u^{(2)n}_j}{2} - \frac{u^{(1)n+1}_j + u^{(1)n}_j}{2} \right) - \\ & - \sigma_1 \left(\frac{(u^{(2)n+1}_{j+1} - u^{(2)n+1}_{j-1}) + (u^{(2)n}_{j+1} - u^{(2)n}_{j-1})}{4h} - \frac{(u^{(1)n+1}_{j+1} - u^{(1)n+1}_{j-1}) + (u^{(1)n}_{j+1} - u^{(1)n}_{j-1})}{4h} \right) + \\ & + \sigma_2 \frac{u^{(2)n+1}_j + u^{(2)n}_j}{2} - \sigma_3 \frac{(u^{(2)n+1}_{j+1} - u^{(2)n+1}_{j-1}) + (u^{(2)n}_{j+1} - u^{(2)n}_{j-1})}{4h} = 0. \end{aligned}$$

Here we denote the grid mesh steps by $\tau = t_{n+1} - t_n$, $h = \eta_{j+1} - \eta_j$ and introduce the grid functions $u_j^{(1)n} = \varphi^{(1)}(t_n, \eta_j)$, $u_j^{(2)n} = \varphi^{(2)}(t_n, \eta_j)$, where $\varphi^{(1)}(t_n, \eta_j)$, $\varphi^{(2)}(t_n, \eta_j)$ are the grid values of the functions $\varphi^{(1)}(t, \eta)$, $\varphi^{(2)}(t, \eta)$.

The software implementation of the difference scheme (39) requires linearization of the nonlinear grid power functions with exponent 3/2 and 2 for the next time layer. To implement this procedure, the following computational relations are proposed

$$\begin{aligned} v_{k+1}^{3/2} &= v_{k+1}^{3/2} - v_k^{3/2} + v_k^{3/2} = \left(v_{k+1}^{1/2} - v_k^{1/2} \right) \left(v_{k+1} + v_{k+1}^{1/2} v_k^{1/2} + v_k \right) + v_k^{3/2} = \\ &= \left(v_{k+1}^{1/2} - v_k^{1/2} \right) \left(v_{k+1} + v_k^{1/2} \right) \frac{\left(v_{k+1} + v_{k+1}^{1/2} v_k^{1/2} + v_k \right)}{v_{k+1}^{1/2} + v_k^{1/2}} + v_k^{3/2} \approx \\ &\approx (v_{k+1} - v_k) \frac{3}{2} v_k^{1/2} + v_k^{3/2} = \frac{3}{2} v_k^{1/2} v_{k+1} - \frac{1}{2} v_k^{3/2}, \\ v_{k+1}^2 &= v_{k+1}^2 - v_k^2 + v_k^2 = (v_{k+1} - v_k) (v_{k+1} + v_k) + v_k^2 \approx (v_{k+1} - v_k) 2v_k + v_k^2 = 2v_k v_{k+1} - v_k^2. \end{aligned} \quad (40)$$

Using the difference scheme (39) with linearization by (40) the algorithm of numerical solution in Python programming language with the help of SciPy package (<http://scipy.org>) has been implemented. The computational experiments on modeling the processes of propagation of solitary waves in the considered shells under the initial conditions of the form (35)–(38) was carried out. In the course of modeling, the following cases were considered: filling with fluid only the annular channel between the shells (equivalent to assuming $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$); filling with viscous fluid the annular channel between the shells and the inner shell. In addition, we considered the case of incompressible shells material when the inner shell and the annular channel between the shells are filled with viscous fluid. To do this, in (33) we took $\mu_0 = 1/2$ and obtained, $\sigma_2 = 0$, and also assumed that $\sigma_3 = 0.4$.

The results of the calculations are shown in Figs. 2–7, namely:

- the evolution of solitary strain waves in the shells for the case $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (absence of fluid in the inner shell) when a wave of the form (35) with $k = 0.2$ is excited at the initial moment of time in each of the shells (see Fig. 2);
- the evolution of solitary strain waves in the shells for the case $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (absence of fluid in the inner shell) when a wave of the form (36) with $k = 0.2$ is excited at the initial moment of time in the outer shell (see Fig. 3);

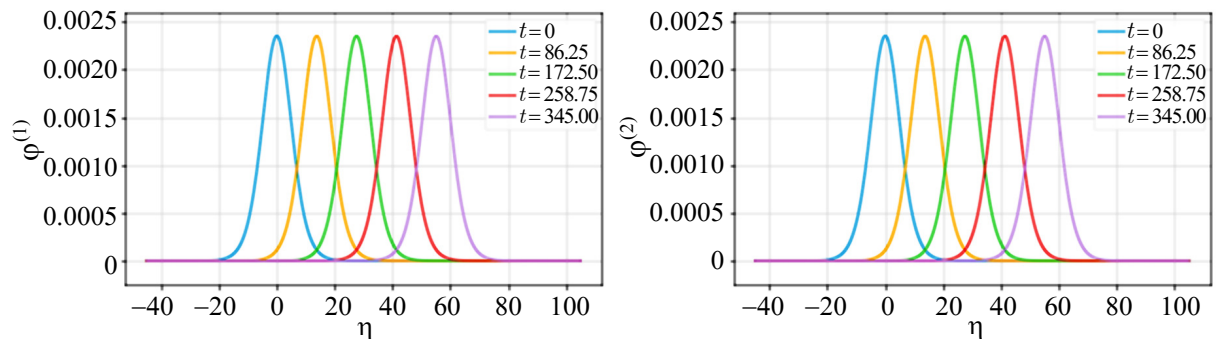


Fig. 2. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ with initial conditions (35) with wave number $k = 0.2$ (color online)

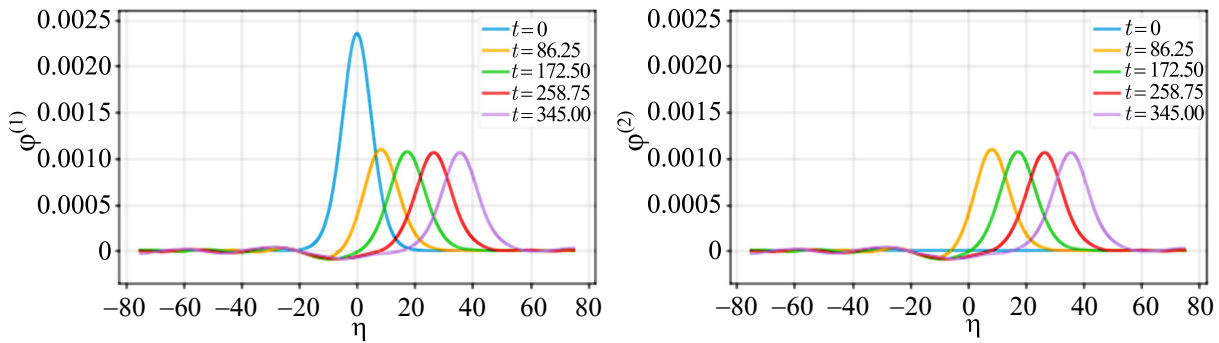


Fig. 3. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ with initial conditions (36) with wave number $k = 0.2$ (color online)

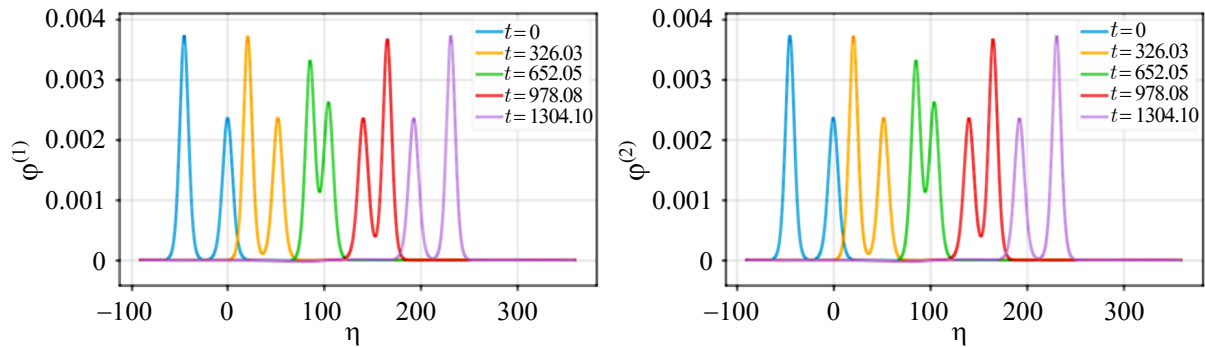


Fig. 4. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ with initial conditions of the form (37), (38): condition (37) with wave number $k = 0.225$ and initial value $\eta = -50$, condition (38) with wave number $k = 0.2$ and initial value $\eta = 0$ (color online)

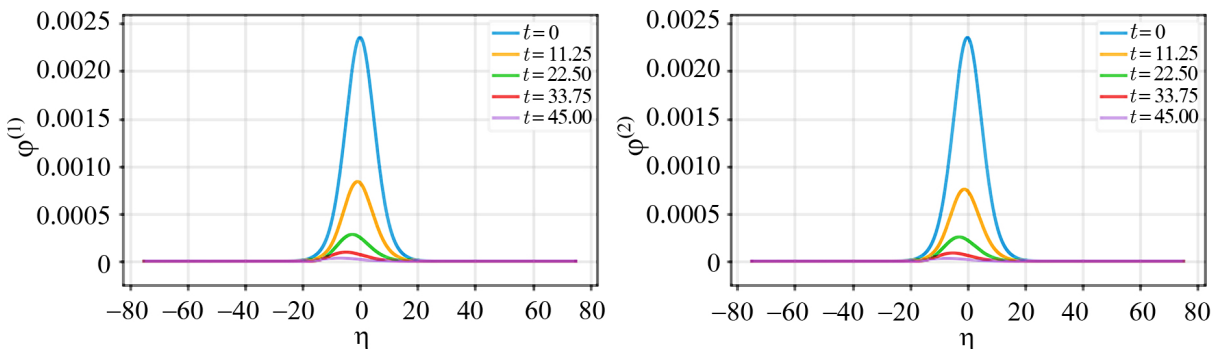


Fig. 5. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = 0.2, \sigma_3 = 0.4$ with initial conditions (35) with wave number $k = 0.2$ (color online)

- the evolution of solitary deformation waves with different amplitudes and velocities in each shell for the case $\sigma_0 = 1, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (no fluid in the inner shell) when two waves of the form (37), (38) are excited at the initial moment of time in each shell, (the first wave (37) with $k_1 = 0.225$ and initial value of the spatial variable $\eta = -50$, and the second wave (38) with $k_2 = 0.2$ and initial $\eta = 0$) (see Fig. 4);
- the evolution of solitary strain waves in the shells for the case $\sigma_0 = 1, \sigma_1 = 0.2, \sigma_2 = 0.2, \sigma_3 = 0.4$ (presence of viscous fluid in the annular gap and in the inner shell) when a wave of the form (35) with $k = 0.2$ is excited at the initial moment of time in each of the shells (see Fig. 5);

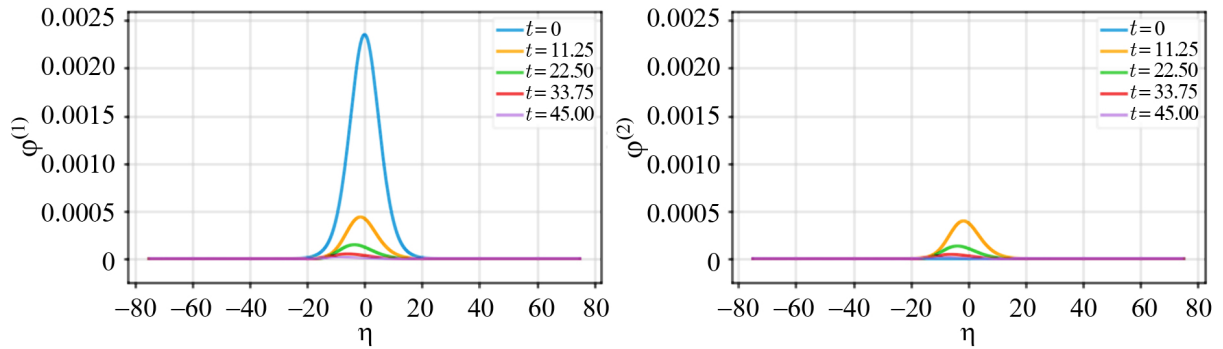


Fig. 6. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.2$, $\sigma_3 = 0.4$ with initial conditions (36) with wave number $k = 0.2$ (color online)

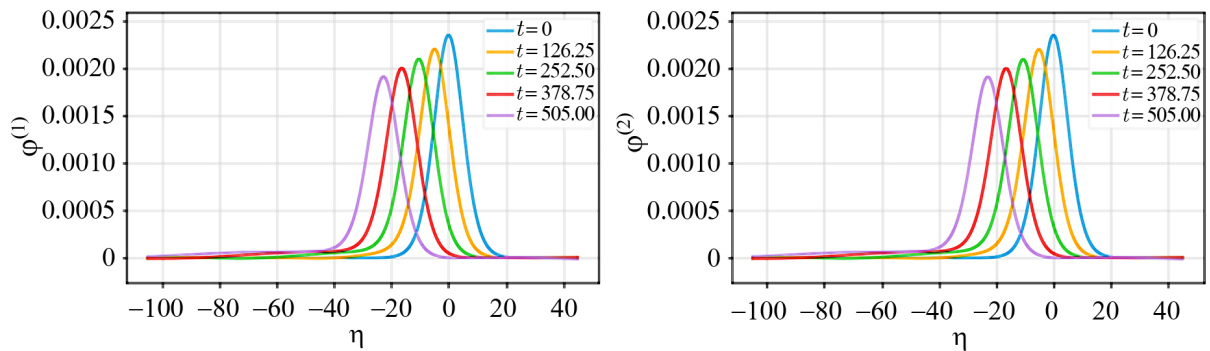


Fig. 7. The results of numerical solution of the system (32) at $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 0.4$ with initial conditions (35) with wave number $k = 0.2$ (color online)

- the evolution of solitary deformation waves in the shells for the case $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.2$, $\sigma_3 = 0.4$ (presence of viscous fluid in the annular gap and in the inner shell), when a wave of the form (36) with $k = 0.2$ is excited at the initial moment of time in the outer shell (see Fig. 6);
- the evolution of solitary strain waves in the shells for the case $\sigma_0 = 1$, $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 0.4$ (shells of incompressible material, presence of viscous fluid in the annular gap and in the inner shell) when a wave of the form (35) with $k = 0.2$ is excited at the initial moment of time in each of the shells (see Fig. 7).

Summary and Conclusion

The calculations presented in Fig. 2–Fig. 4 show that for the cases when there is no fluid in the inner shell, the waves move to the right, i. e., the next term in (12), corresponding to the nonlinear wave process, is positive. Consequently, the propagation of solitary waves occurs at supersonic speed. The analysis of the curves in Fig. 2 indicates that the evolution of solitary strain waves in the shells occurs with constant velocity and amplitude. The calculations presented in Fig. 3 demonstrate that when a solitary strain wave is excited at the initial moment of time only in the outer shell, the wave is excited in the inner shell with the passage of time. At the initial stage, this process is accompanied by the drop in the amplitude of the solitary wave in the outer shell and the increase in the amplitude of the excited solitary wave in the inner shell. In the course of time, two waves of practically the same amplitude and velocity are observed in the shells. This indicates the energy transfer from the outer shell to the inner

one through the viscous fluid filling the annular channel. The results of calculations in Fig. 4 allow us to conclude that two solitary waves with different speed and amplitude excited at the initial moment of time in each of the shells interact with each other during evolution. After the interaction, the waves keep their shape and speed, i.e., they interact as particles. This behavior indicates that in the considered cases, the solitary strain waves in the shells are supersonic solitons.

The calculations presented in Fig. 5 and Fig. 6 show that the presence of fluid in the inner shell significantly changes the evolution of the wave process, namely, there is a change in the direction of motion of solitary strain waves — they move to the left. This direction of motion indicates that the propagation of nonlinear strain waves occurs with subsonic velocity. In addition, in the considered cases, the drop in amplitude and velocity of solitary strain waves in the shells within a short time interval is observed compared to the calculations presented in Fig. 2–4. The evolution of the wave process at initial excitation of the solitary strain wave with the same wave number in each of the shells (Fig. 5) is accompanied by the intense drop in the amplitude and velocity of the waves and, eventually, by a rapid collapse of the strain solitons. For the case when at the initial time instant a solitary wave is excited only in the outer shell (Fig. 6), at the initial time step the excitation of a solitary wave in the inner shell is observed. This process is accompanied by the drop in the amplitude of the wave in the outer shell and the increase in the amplitude of the wave in the inner shell. If the shell material is incompressible (Fig. 7), then the movement of deformation waves to the left is observed. Consequently, the propagation of solitary waves occurs at subsonic speed. However, the attenuation of the deformation solitons persists, since the amplitude of the solitons in the shells decreases over time. This indicates energy transfer from the outer shell to the inner one through the viscous fluid in the annular channel. However, then, there is an intense drop in the amplitude of the deformation wave in both the outer and inner shells with subsequent collapse of the strain solitons in them. The results obtained suggest that the presence of viscous fluid in the inner shell leads to attenuation of strain solitons in the shells.

Summarizing the presented study, we note that in this paper we formulated the problem of hydroelasticity of two coaxial cylindrical shells made of material with the hardening combined quadratic-fractional nonlinearity. The system of evolution equations including two generalized Schamel–Korteweg–de Vries equations describing the nonlinear wave process in the shells is obtained on the bases on the asymptotic analysis of this issue. The new difference scheme using the Gröbner basis technique is derived to discretize the obtained system. The computational experiments allowed to evaluate the influence of viscous incompressible fluid between the shells and in the inner one on the evolution of nonlinear solitary strain waves in the shells. The results obtained in this work can be used as a fundamental basis for further development of methods of wave diagnostics of the state of pipelines filled with viscous fluid or vessels of the blood system of animals and humans.

References

1. Gorshkov AG, Medvedskii AL, Rabinskii LN, Tarlavovskii DV. *Waves in Continuous Media*. Moscow: Fizmatlit; 2004. 472 p. (in Russian).
2. Dodd RK, Eilkeck JC, Gibbon JD, Moms HC. *Solitons and Nonlinear Wave Equations*. London: Academic Press; 1982. 630 p.
3. Nariboli GA. Nonlinear longitudinal dispersive waves in elastic rods. *Journal of Mathematical and Physical Sciences*. 1970;4:64–73.
4. Nariboli GA, Sedov A. Burgers's-Korteweg-de Vries equation for viscoelastic rods and plates. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 1970;32(3):661–677. DOI: 10.1016/0022-247X(70)90290-8.
5. Erofeev VI, Kazhaev VV. Inelastic interaction and splitting of deformation solitons propagating

- in the rod. *Computational Continuum Mechanics*. 2017;10(2):127–136. DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.2.11.
6. Erofeev VI, Kazhaev VV, Pavlov IS. Inelastic interaction and splitting of strain solitons propagating in a rod. *Journal of Sound and Vibration*. 2018;419:173–182. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.12.040.
 7. Erofeev VI, Klyueva NV. Solitons and nonlinear periodic strain waves in rods, plates, and shells (a review). *Acoustical Physics*. 2002;48(6):643–655.
 8. Arshinov GA. Longitudinal nonlinear waves in viscoelastic rods, plates and cylindrical shells. *Polythematic Online Scientific Journal of Kuban State Agrarian University*. 2003;2:19–33. (in Russian).
 9. Dreiden GV, Samsonov AM, Semenova IV, Shvartz AG. Strain solitary waves in a thin-walled waveguide. *Applied physics letters*. 2014;105(21):211906. DOI: 10.1063/1.4902899.
 10. Shvartz AG, Samsonov AM, Semenova IV, Dreiden GV. Numerical simulation of bulk solitons in elongated shells. *Proceedings of the International conference Days on Diffraction 2015, DD 2015; 2015*. P. 303–309. DOI: 10.1109/DD.2015.7354881.
 11. Zemlyanukhin AI, Bochkarev AV, Erofeev VI, Ratushny AV. Axisymmetric longitudinal waves in a cylindrical shell interacting with a nonlinear elastic medium. *Wave Motion*. 2022;114:103020. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2022.103020.
 12. Zemlyanukhin AI, Bochkarev AV, Ratushny AV, Chernenko AV. Generalized model of nonlinear elastic foundation and longitudinal waves in cylindrical shells. *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics*. 2022;22(2):196–204. DOI: 10.18500/1816-9791-2022-22-2-196-204.
 13. Zemlyanukhin AI, Andrianov IV, Bochkarev AV, Mogilevich LI. The generalized Schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells. *Nonlinear Dynamics*. 2019;98(1): 185–194. DOI: 10.1007/s11071-019-05181-5.
 14. Zemlyanukhin AI, Bochkarev AV, Andrianov IV, Erofeev VI. The Schamel-Ostrovsky equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells. *Journal of Sound and Vibration*. 2021;491:115752. DOI: 10.1016/j.jsv.2020.115752.
 15. Gromeka IS. On the velocity of propagation of wave-like motion of fluids in elastic tubes. *Collected Works*. Moscow: Izd-vo AN USSR; 1952, P. 172–183 (in Russian).
 16. Womersley JR. Oscillatory motion of a viscous liquid in a thin-walled elastic tube. I. The linear approximation for long waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1955;46:199–221. DOI: 10.1080/14786440208520564.
 17. Païdoussis MP. *Fluid-Structure Interactions. Volume 2: Slender Structures and Axial Flow*. 2nd Edition. London: Elsevier Academic Press; 2016. 942 p. DOI: 10.1016/C2011-0-08058-4.
 18. Amabili M. *Nonlinear Mechanics of Shells and Plates in Composite, Soft and Biological Materials*. Cambridge: Cambridge University Press; 2018. 586 p. DOI: 10.1017/9781316422892.
 19. Païdoussis MP. Dynamics of cylindrical structures in axial flow: A review. *Journal of Fluids and Structures*. 2021;107:103374. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2021.103374.
 20. Koren'kov AN. Linear dispersion and solitons in a liquid-filled cylindrical shell. *Technical Physics*. 2000;45(6):789–793. DOI: 10.1134/1.1259723.
 21. Koren'kov AN. Solitary waves on a cylinder shell with liquid. *Vestnik of the St. Petersburg University: Mathematics*. 2019;52(1):92–101. DOI: 10.3103/S1063454119010060.
 22. Blinkov YuA, Evdokimova EV, Mogilevich LI. Nonlinear waves in cylinder shell containing viscous liquid, under the impact of surrounding elastic medium and structural damping in longitudinal direction. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2018;26(6):32–47. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-6-32-47.
 23. Mogilevich LI, Blinkov YA, Ivanov SV. Waves of strain in two coaxial cubically nonlinear

- cylindrical shells with a viscous fluid between them. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2020;28(4):435–454. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-4-435-454.
24. Mogilevich LI, Popova EV. Longitudinal waves in the walls of an annular channel filled with liquid and made of a material with fractional nonlinearity. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(3):365–376. DOI: 10.18500/0869-6632-003040.
 25. Blinkov YuA, Mogilevich LI, Popov VS, Popova EV. Evolution of solitary hydroelastic strain waves in two coaxial cylindrical shells with the Schamel physical nonlinearity. *Computational Continuum Mechanics*. 2023;16(4):430–444. DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.4.36.
 26. Volmir AS. *The Nonlinear Dynamics of Plates and Shells*. Foreign Tech. Div., Wright-Patterson AFB, OH; 1974. 543 p.
 27. Lukash PA. *Fundamentals of Nonlinear Structural Mechanics*. Moscow: Stroyizdat; 1978. 204 p. (in Russian).
 28. Fung YC. *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. New York: Springer-Verlag; 1993. 568 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-2257-4.
 29. Il'yushin AA. *Continuum Mechanics*. Moscow: Moscow University Press; 1990. 310 p. (in Russian).
 30. Kauderer H. *Nichtlineare Mechanik*. Berlin: Springer-Verlag; 1958. 684 p. (in German). DOI: 10.1007/978-3-642-92733-1.
 31. Vallander SV. *Lectures on Hydroaeromechanics*. Leningrad: LGU; 1978. 296 p. (in Russian).
 32. Gorshkov AG, Morozov VI, Ponomarev AT, Shklyarchuk FN. *Aerohydroelasticity of Structures*. Moscow: Fizmatlit; 2000. 592 p. (in Russian).
 33. Loitsyanskii LG. *Mechanics of Liquids and Gases*. Volume 6 of International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics. Oxford: Pergamon Press; 1966. 804 p. DOI: 10.1016/C2013-0-05328-5.
 34. Nayfeh AH. *Perturbation Methods*. New York: Wiley; 1973. 425 p. DOI: 10.1002/9783527617609.
 35. Gerdt VP, Blinkov YuA, Mozzhilkin VV. Gröbner bases and generation of difference schemes for partial differential equations. *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*. 2006;2:051. DOI: 10.3842/SIGMA.2006.051.
 36. Blinkov YA, Gerdt VP, Marinov KB. Discretization of quasilinear evolution equations by computer algebra methods. *Programming and Computer Software*. 2017;43(2):84–89. DOI: 10.1134/S0361768817020049.



Могилевич Лев Ильич — родился в Саратове (1946). Окончил с отличием механико-математический факультет Саратовского государственного университета по специальности «Механика» (1969) и аспирантуру кафедры теоретической механики и аэрогидродинамики (1972). Защитил диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (1972, СГУ) и доктора технических наук (1989, Киевский политехнический институт). Является действительным членом Международной академии информатизации (с 1996). С 2015 года работает на кафедре прикладной математики и системного анализа Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю. А. в должности профессора. Научные интересы — нелинейные колебания и волны в механике сплошных сред, асимптотические методы решения нелинейных задач. Опубликовал свыше 300 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 410054 Саратов, Политехническая, 77
 Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.
 E-mail: mogilevichli@gmail.com
 ORCID: 0000-0003-2642-762X
 AuthorID (eLibrary.Ru): 2927



Блинков Юрий Анатольевич — родился в Волгоградской области (1965). Окончил механико-математический факультет Саратовского государственного университета по специальности «Механика» (1987). Защитил диссертации на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (1995, ОИЯИ) и доктора физико-математических наук (2009, РУДН). С 2010 года заведующий кафедрой математического и компьютерного моделирования Саратовского государственного университета. Научные интересы — компьютерная алгебра, дифференциальные уравнения в частных производных, генерация разностных схем, динамика жидкости и газа. Опубликовал свыше 80 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 410012 Саратов, ул. Астраханская, 83
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
E-mail: blinkovua@gmail.com
ORCID: 0000-0001-7340-0919
AuthorID (eLibrary.Ru): 10937



Попова Елизавета Викторовна — родилась в Саратове (1997). Окончила с отличием механико-математический факультет Саратовского государственного университета по специальности «Прикладная математика и информатика» (2019). В настоящее время обучается в аспирантуре СГТУ имени Гагарина Ю. А. Научные интересы — нелинейные колебания и волны в механике сплошных сред. Опубликовала более 40 научных статей.

Россия, 410054 Саратов, Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.
E-mail: elizaveta.popova.97@bk.ru
ORCID: 0000-0001-6374-7468
AuthorID (eLibrary.Ru): 847784



Попов Виктор Сергеевич — родился в Саратове (1970). Окончил с отличием факультет электронной техники и приборостроения Саратовского государственного технического университета по специальности «Автоматика и управление в технических системах» (1993) и аспирантуру кафедры прикладной математики и теории навигационных приборов (1996). Защитил диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук (1996, СГТУ) и доктора технических наук (2005, СГТУ). С 2015 года работает на кафедре прикладной математики и системного анализа Саратовского государственного технического университета им. Гагарина Ю. А. в должности профессора, главный научный сотрудник Института проблем точной механики и управления — обособленного структурного подразделения ФИЦ «Саратовский научный центр Российской академии наук». Научные интересы: проблемы гидроупругости, нелинейные колебания и волны в механике сплошных сред. Опубликовал свыше 200 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 410054 Саратов, Политехническая, 77
Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.
E-mail: vic_p@bk.ru
ORCID: 0000-0002-9582-7195
AuthorID (eLibrary.Ru): 13615



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2024. Т. 32, № 4
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2024;32(4)

Научная статья
УДК 519.722

DOI: 10.18500/0869-6632-003112
EDN: EZYDZC

Определение понятия информации в области компьютерных наук*

О. А. Кузенков

Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Россия
E-mail: ✉kuzenkov_o@mail.ru

Поступила в редакцию 3.12.2023, принята к публикации 11.03.2024,
опубликована онлайн 27.05.2024, опубликована 31.07.2024

Аннотация. Цель настоящего исследования состоит в формировании рабочего определения информации для обеспечения потребностей компьютерных наук. В настоящее время нет строгого определения данного термина. Наблюдается методологическое противоречие: разработка и применение информационных технологий требуют точности и строгости, но при этом в основе разработок лежит размытое, интуитивное понятие. *Материалы и методы.* Материалами для исследования служат существующие классические подходы к пониманию информации, в качестве основного метода — анализ этих подходов. Предлагаемое определение строится с учетом двух математических преобразований — выделения некоторого подмножества и отображения между множествами. Для формализации процедуры выделения используются методы теории нечетких множеств. *Результаты.* Предложено определение информации как результат отображения, при котором выделение подмножества из совокупности прообразов приводит к выделению соответствующего подмножества из совокупности образов. Выделяемое подмножество можно понимать как нечеткое, тогда допустимо эквивалентное определение информации как результат отображения, при котором повышение неоднородности распределения показателя присутствия на множестве прообразов приводит к повышению неоднородности распределения соответствующего показателя на множестве образов. Сущность нового определения демонстрируется на моделях популяционной динамики в дискретном времени. Значимость предложенного подхода для информационных технологий раскрывается на примере численного метода многоэкстремальной оптимизации. Показано, что предложенное определение позволяет сформулировать эффективные условия останковки для численного метода стохастической оптимизации, гарантирующие получение заданного количества информации. *Заключение.* Предлагаемое понимание информации позволяет преодолеть недостатки предыдущих подходов к пониманию сущности информации, сохраняет все преимущества классического подхода и согласуется с другими известными подходами в области компьютерных наук. Это определение может быть использовано для совершенствования численных методов оптимизации, равно как и других средств информационных технологий.

Ключевые слова: информация, энтропия, нечеткое множество, показатель принадлежности, отображение.

Для цитирования: Кузенков О. А. Определение понятия информации в области компьютерных наук // Известия вузов. ПНД. 2024. Т. 32, № 4. С. 541–562. DOI: 10.18500/0869-6632-003112. EDN: EZYDZC

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

*Работа публикуется по материалам доклада, сделанного на конференции «Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях — 2023».

Definition of information in computer science*

O. A. Kuzenkov

National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: ✉kuzenkov_o@mail.ru

Received 3.12.2023, accepted 11.03.2024, available online 27.05.2024, published 31.07.2024

Abstract. Purpose of this study is to formulate a working definition of information to meet the needs of computer science. There is currently no strict definition of this term. There is a methodological contradiction: the development and application of information technologies requires accuracy and rigor, but at the same time the development is based on a vague, intuitive concept. *Materials and methods.* The materials for the study are existing classical approaches to understanding information, and the main method is the analysis of these approaches. The proposed definition is constructed taking into account two mathematical transformations: the selection of a certain subset and the mapping between sets. To formalize the allocation procedure, it is used apparatus of fuzzy sets. *Results.* A definition of information is proposed as the result of a mapping in which the selection of a subset from a set of prototypes leads to the selection of a corresponding subset from a set of images. The selected subset can be understood as fuzzy, then an equivalent definition of information is acceptable as a result of mapping, in which an increase in the heterogeneity of the distribution of the presence indicator on the set of images leads to an increase in the heterogeneity of the distribution of the corresponding indicator on the set of prototypes. The essence of the new definition is demonstrated using models of population dynamics in discrete time. The significance of the proposed approach for information technology is revealed using the example of the numerical method of multi-extremal optimization. It is shown that the proposed definition makes it possible to formulate effective stopping conditions for the numerical method of stochastic optimization, which guarantees the receipt of a given amount of information. *Conclusion.* The proposed understanding of information allows us to overcome the shortcomings of previous approaches to understanding the essence of information, retains all the advantages of the classical approach and is consistent with other well-known approaches in the field of computer science. This definition can be used to improve numerical optimization methods, as well as other information technology tools.

Keywords: information, entropy, fuzzy set, membership indicator, distribution, mapping.

For citation: Kuzenkov OA. Definition of information in computer science. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2024;32(4):541–562. DOI: 10.18500/0869-6632-003112

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Понятие информации является одним из важнейших в современном информационном обществе [1, 2]. Термин «информация» происходит от латинского глагола «informare», что дословно означает «приводить в форму», «придавать форму», преимущественно «придавать форму мысли». Первоначально этот термин указывал на приобретение объектом более высокой степени упорядоченности, структурированности в результате некоторого внешнего воздействия. В 1948 году К. Шеннон разработал строгую математическую теорию информации. Однако в созданной теории не было дано определение информации, рассматривался лишь ее количественный аспект. Здесь аксиоматически вводилась энтропия как функция от распределения вероятности, и количество информации определялось как разность значений этой функции [3]. Заметим, что при таком подходе информация неразрывно связывалась с вероятностью, в результате чего теория информации рассматривалась как частный случай теории вероятностей. Порой информацию полностью сводили к вероятности. Такой подход существенно ограничивал смысл информации и возможности ее применения в ряде прикладных областей, например, таких как геоинформатика. Он справедливо критиковался рядом исследователей [4]. В противовес этому подходу А. Н. Колмогоров дал определение информационной сложности без использования случайных процессов [5].

*The paper presents materials of a talk given at the conference “Nonlinear dynamics in cognitive research – 2023”.

Д. С. Чернавский стремился отказаться от вероятности как базиса для определения информации и понимал информацию как выбор [6]. Но он заведомо исключал из рассмотрения физическую микроинформацию. Полноценной формальной теории информации на основе такого понимания построено не было.

Сейчас термин «информация» используется не только в точных, но и в гуманитарных науках [7, 8]. Сложилось философское направление, посвященное ее изучению [9–13]. При этом вопрос «Что такое информация?» сохраняет свою актуальность [14, 15]. Одна из основных проблем философии информации состоит именно в определении ее сущности [16]. Потребность общества иметь определенность в понимании информации отчетливо продемонстрирована Федеральным законом № 149-ФЗ от 27.07.2006 «Об информации, информационных технологиях и о защите информации», где была осуществлена юридическая формализация этого термина. Однако в настоящее время отсутствует единое общенаучное решение этой проблемы [17, 18]. В связи с этим развиваются новые подходы к пониманию информации, появляются новые концепции информации, новые системы ее количественного измерения [19–23]. Например, относительно недавно разработаны конструктивная теория информации и теория репрезентативной информации [24, 25]. В силу трудностей, связанных с универсальным определением информации, предпринимаются попытки дать точную формализацию этого термина для отдельных отраслей знания. В частности, углубляется понимание информации и связанных с ней вопросов в физике, квантовой теории, биологии и т. д. [26–29].

Особое системообразующее значение понятие информации имеет для сферы цифровой культуры, компьютерных наук, кибернетики. Классический шенноновский подход позволяет эффективно работать с процессами передачи информации в этой области. Но в ряде важнейших приложений, таких как обработка естественного языка, инженерия знаний, медицинская диагностика, распознавание образов и т. п., ключевую роль играет не передача информации от одного объекта к другому, а ее смысл и значение. Однако в области точных наук также нет строгого однозначного определения данного термина. В базовых учебниках по информатике и в технических стандартах часто пытаются объяснить информацию как сведения, сообщения, сигналы [30–32]. Но такое объяснение вовсе не раскрывает сущность понятия, а только заменяет один неопределенный термин на другой. Если сделать перевод слова «сведения» на английский язык, то обнаружится, что это не что иное, как «информация» (information), то есть такое «определение» является всего лишь тавтологией. Иногда понятие информации никак не определяется, ограничиваются лишь интуитивным пониманием его. При этом говорится, что оно является неопределимым, подобно основным математическим понятиям «точка» или «множество». Но такая аналогия не является корректной, поскольку неопределимые понятия математики вводятся через систему аксиом, однозначно определяющих их свойства по отношению друг к другу. А для информации никаких аксиом не задается. Порой информация отождествляется с данными, последние понимаются как некоторый набор чисел. Однако такая редукция не позволяет понять сущность, значение и роль информации в разнообразных информационных системах. Дополнительные сложности в однозначном понимании информации в области компьютерных наук вносит приобретающий все большее значение феномен квантовой информации [33].

Наблюдается явное методологическое противоречие. Разработка и применение современных информационных технологий требуют точности, логической обоснованности, строгости в исследованиях, но при этом в основе теоретических разработок лежит размытое, внутренне противоречивое, интуитивное понятие. В связи с этим актуальной является задача выработки корректного определения информации, возможно, не универсального и общенаучного, но практически значимого и обеспечивающего развитие современных информационных технологий.

Цель настоящего исследования состоит в формировании рабочего, математически строгого определения информации для обеспечения потребностей компьютерных наук.

1. Материалы и методы

Материалами для настоящего исследования служат существующие классические подходы к пониманию информации, в качестве основного метода — анализ этих подходов. Новое определение должно быть избавлено от недостатков существующих подходов. В частности, оно не должно относиться исключительно к сфере теории вероятностей. В то же время оно должно сохранять преимущества традиционных концепций, допускать вероятностную интерпретацию как частный случай.

Предлагаемое определение строится с учетом двух важнейших математических преобразований, связанных с пониманием информации: выделения некоторого подмножества и отображения между множествами. Для формализации процедуры выделения подмножества используются математические конструкции нечетких множеств. Отметим, что уже создатель классической теории нечетких множеств Л. Заде указывал на связь этой теории с пониманием информации: «Человеческий мозг использует допустимость нечеткости, кодируя информацию, достаточную для задачи (или достаточную для решения), элементами нечетких множеств, которые приближенно описывают исходные данные. Поток информации, поступающий в мозг через органы зрения, слуха, осязания и др., суживается, таким образом, в тонкую струйку информации, необходимой для решения поставленной задачи с минимальной степенью точности» [34].

Сущность нового определения демонстрируется на моделях популяционной динамики в дискретном времени, которые описываются системами разностных уравнений. При этом учитывается эффект мутагенеза. Показывается, что распределение численности сообщества по различным биологическим видам можно интерпретировать как информацию о наиболее приспособленном виде. Далее на основе приведенной модели популяционной динамики строится численный метод многоэкстремальной оптимизации. Этот метод рассматривается как динамический процесс постепенного уточнения информации о возможном расположении точки глобального максимума целевой функции. Преимуществом рассмотренного метода является гарантированная сходимость к точке глобального оптимума, то есть гарантированное получение интересующей исследователя информации. Тем самым иллюстрируется целесообразность предложенного подхода в понимании информации для информационных технологий.

2. Результаты

Выделение подмножества. В качестве основы для нового определения информации берется процедура выделения подмножества элементов из исходного множества. Анализируя классический подход математической теории информации, можно заметить, что здесь информация неразрывно связана с сокращением множества альтернатив — выбором варианта, реализацией исхода и т. п. Рассмотрим в качестве примера шахматную фигуру. Если известно ее положение (клетка) на шахматной доске, то, согласно формуле Хартли, это соответствует получению $\log_2 64 = 6$ бит информации. Обратим внимание, что количество информации будет одним и тем же, независимо от того, стоит ли фигура в клетке $e2$ или в клетке $c4$. Но информация о положении фигуры в этих случаях будет разной. Аналогично этому количество информации, передаваемой фразой «казнить нельзя помиловать», не зависит от того, в каком месте расположена запятая, но смысл информации при изменении ее положения меняется на противоположный. Отсюда видно, что смысл информации по существу ассоциируется с реализацией одной альтернативы из исходного множества. Такое понимание смысла информации отражено в определении Д. С. Чернавского: «Информация есть запомненный выбор одного варианта из нескольких возможных и равноправных» [13]. Заметим, что такая формализация полностью соответствует традиционному

представлению об информации как снижении неопределенности, только конкретизирует его. Здесь дается четкое понимание неопределенности, о которой идет речь, — неопределенность относительно того, какой именно элемент выделяется.

Формализация выделения. Для того чтобы дать строгое определение информации, необходимо точно определить операцию выделения подмножества. Для формализации выделенного подмножества A из Y используется характеристическая функция χ_A , имеющая следующий смысл:

$\chi_A(y) = 1$, если y принадлежит A ;

$\chi_A(y) = 0$, если y не принадлежит A .

Числовая величина χ_A является индикатором принадлежности, показателем присутствия элемента в выделяемом подмножестве, показателем выделения.

Однако в реальности не всегда удастся точно узнать границы выделяемого подмножества. Например, изображение прямоугольного объекта на фотографии может быть недостаточно контрастным из-за неправильной фокусировки, в силу чего границы изображения становятся размытыми и не позволяют точно знать пространственные координаты и размеры объекта. В этом случае целесообразно рассматривать выделяемое подмножество как нечеткое множество, понимаемое в смысле классического определения Л. Заде [35]. Здесь характеристическая функция χ_A может принимать промежуточные значения от 0 до 1. Для математического удобства всегда можно перейти к характеристической функции, сумма значений которой равна единице: $\sum_{y \in Y} \chi_A(y) = 1$. Например, если известен вертикальный ряд «е» для положения шахматной фигуры, то такая характеристическая функция, определенная на множестве клеток шахматной доски, имеет следующие значения: $\chi_A(e1) = \chi_A(e2) = \dots = \chi_A(e8) = 1/8$ и $\chi_A = 0$ для остальных клеток доски. Если информация о положении фигуры не была получена и множество допустимых состояний содержит все клетки, то характеристическая функция равна $1/64$ для каждой клетки. Рассматриваемая здесь характеристическая функция полностью соответствует классической конструкции Л. Заде. Но в отличие от наиболее распространенного в теории нечетких множеств нормированного случая здесь точная верхняя грань характеристической функции может быть меньше единицы (то есть функция не обязательно будет нормированной в классическом понимании). Заметим также, что для введения такой функции не требуется даже наличия частичного порядка среди элементов множества Y .

В качестве показателя присутствия элемента в подмножестве можно использовать вероятность реализации той или иной альтернативы, тогда все рассуждения будут соответствовать классической схеме математической теории информации. Но возможны и другие способы определения показателя присутствия. Например, в биологических системах таким показателем может служить численность или удельная численность вида, биомасса или удельная биомасса популяции; в экономических системах в качестве такого показателя можно взять удельный спрос на товар и т. п. [36]. В примере с фотографией черного прямоугольника значением характеристической функции может быть интенсивность черного цвета (или оттенок серого) в каждом пикселе изображения. Допустима также интерпретация информации как возможности того или иного состояния из первоначального множества. При такой интерпретации работа с информацией может осуществляться на основе известной теории возможностей [37].

Математически выделение нечеткого подмножества эквивалентно заданию распределения показателя принадлежности по исходному множеству Y . Информацию мы снова будем понимать как выделение подмножества (возможно нечеткого) из исходного множества. Можно дать эквивалентную математическую формулировку этой процедуры. Выделение подмножества имеет место тогда, когда происходит концентрация распределения показателя принадлежности на некотором подмножестве или в более общем случае повышается неоднородность распределения этого показателя по исходному множеству элементов.

Энтропия. Для характеристики степени четкости выделяемого подмножества будем использовать функцию энтропии в соответствии с классической формулой Шеннона

$$H = - \sum_{y \in Y} \chi_A(y) \log_2 \chi_A(y).$$

Энтропия количественно выражает степень равномерности распределения показателя присутствия; ее уменьшение соответствует концентрации распределения, увеличению степени выделения некоторого подмножества, повышению его четкости. Выделение подмножества — это переход от начального распределения показателя присутствия к новому с увеличением степени концентрации (четкости). Фактически такое итоговое распределение будет формализацией информации.

Это дает возможность содержательного понимания информации. Следует отметить, что при таком подходе информация может рассматриваться как результат процесса отбора, для описания которого существует разработанный математический аппарат на основе динамики меры (распределения) [38–40].

Данный подход соответствует подходу Л. Больцмана в физике, где энтропия определяется числом возможных микросостояний, а ее снижение, то есть приобретение информации — сокращением числа таких микросостояний [41]. Обратим внимание, что в отличие от определения, данного в [6], введенное понимание информации не исключает из сферы применения физическую микроинформацию. Хотя информацию о конкретном микросостоянии невозможно получить и сохранить, но выделенное подмножество микросостояний, соответствующее некоторому макросостоянию, вполне возможно для восприятия и запоминания через это макросостояние. Л. Больцман установил связь между сокращением числа микросостояний и повышением упорядоченности тела. Тем самым понимание информации как выделения некоторого подмножества вновь связывается с исконным значением этого термина — «придание формы», установление порядка или структуры. Такую информацию иногда называют внутренней структурной информацией, поскольку она характеризует степень организованности системы.

Отображение. Вторым принципиальным моментом в предлагаемом подходе к пониманию информации является использование понятия отображения. При раскрытии смысла концепции информации будем исходить из того, что информация является результатом отображения некоторого множества элементов (альтернатив, исходов, состояний и т. п.) в другое множество, которое может быть как натурным, так и знаковым (виртуальным). Например, таким множеством могут быть символы алфавита или двоичные числа. При этом выделение некоторого элемента из первого множества (реализация исхода или состояния) приводит к выделению соответствующего элемента из второго множества, который и представляет информацию об этом состоянии.

Можно установить соответствие между элементами y одного множества Y и элементами z другого множества $Z : Y \rightarrow Z$, то есть определить отображение f из Y в $Z : f(y) = z$. В частности, такое соответствие устанавливается при кодировке. Например, можно представить клетки шахматной доски двоичным кодом, то есть установить соответствие между множеством клеток и множеством шестизначных двоичных чисел: $e5 \rightarrow 101101$. В этом частном случае построенное отображение будет взаимно однозначным.

Выделение некоторого элемента из множества прообразов (реализация исхода или состояния) приводит к выделению соответствующего элемента из множества образов. Согласно принципу обобщения Л. Заде [37], введенное отображение f множества Y в Z определяет отображение нечеткого подмножества A , заданного характеристической функцией $\chi_A(y)$ на Y , в нечеткое подмножество B из Z с характеристической функцией $\chi_B(z)$ следующим образом:

$$\chi_B(z) = \sup_y \{\chi_A(y) | z = f(y)\}.$$

Увеличение неоднородности в одном распределении приводит к увеличению неоднородности другого распределения (концентрации распределения на некотором подмножестве).

Наряду с классическим отображением Y в Z можно также рассматривать нечеткое отображение fH , которое определяется как нечеткое подмножество, заданное на совокупности пар (декартовом произведении) $Y \times Z$ соответствующей характеристической функцией $\chi_{fH}(y, z)$. Его можно понимать как отображение, при котором каждому элементу y из Y ставится в соответствие не конкретный элемент z , а нечеткое подмножество B в Z . В этом случае, согласно принципу обобщения Заде, fH определяет отображение нечеткого подмножества A из Y в нечеткое подмножество B из Z следующей формулой, связывающей соответствующие характеристические функции $\chi_A(y)$ и $\chi_B(z)$:

$$\chi_B(z) = \sup_{y \in Y} \min\{\chi_A(y), \chi_{fH}(y, z)\}.$$

Полученная информация — это результат отображения, приводящего к выделению некоторого подмножества из совокупности образов (увеличению неоднородности распределения показателя присутствия). Такую информацию также называют внешней информацией, отражающей происходящее изменение во внешнем объекте, состояние которого описывается множеством прообразов Y . В рамках введенного определения информация становится строгим математическим понятием. Сделанная формализация позволяет получить дополнительные преимущества при исследовании ряда прикладных моделей, в том числе и с нелинейной динамикой.

Иллюстрации. Популяционная динамика. Рассмотрим следующую модель популяционной динамики. Пусть в общей среде обитания сосуществуют особи n различных биологических видов. Рассматривается дискретная последовательность равноотстоящих моментов времени $t_k = t_0 + k\Delta t$, где $\Delta t > 0$ — некоторый фиксированный интервал времени. Пусть $x_i(t_k)$ — численность i -го вида в сообществе в момент времени t_k . Пусть a_i — количество потомков, которое в благоприятных условиях может произвести одна особь вида i в единицу времени. Тогда $a_i\Delta t$ — максимальное возможное количество потомков одной особи за время Δt . Не уменьшая общности, можно считать, что константы a_i различны для разных видов. Предполагается, что наличие в общей среде обитания других особей снижает рождаемость каждой особи («эффект тесноты»), причем коэффициент такого снижения зависит от общего числа возможных потомков во всей популяции и выражается следующим образом:

$$b_k = \frac{1}{\sum_{j=1}^n a_j x_j(t_k)\Delta t + 1}.$$

Предполагается также, что смертность в сообществе у всех видов пропорциональна общему приросту численности сообщества. Тогда разностные уравнения динамики численности популяции принимают следующий вид:

$$\Delta x_i(t_k) = x_i(t_{k+1}) - x_i(t_k) = b_k a_i x_i(t_k)\Delta t - x_i(t_k) \sum_{j=1}^n b_k a_j x_j(t_k)\Delta t. \quad (1)$$

Считается, что в начальный момент времени t_0 численность i -го вида равна $x_i(t_0)$, причем

$$\sum_{j=1}^n x_j(t_0) = 1.$$

Здесь под единицей понимается не одна особь, а некоторое стандартное количество особей, выбранное за единицу численности (например, тысяча).

Легко показать, что при сделанных предположениях численность сообщества будет постоянной и равной единице во все последующие моменты времени. Для этого можно рассмотреть вспомогательную систему разностных уравнений Мальтуса

$$\Delta z_i(t_k) = a_i z_i(t_k) \Delta t$$

с теми же самыми начальными условиями $z_i(t_0) = x_i(t_0)$. Каждое рекуррентное уравнение системы легко решается аналитически, и решение имеет вид геометрической прогрессии

$$z_i(t_k) = x_i(t_0)(1 + a_i \Delta t)^k.$$

Введем обозначение

$$S_n(t_k) = \sum_{j=1}^n z_j(t_k).$$

Пусть

$$x_i(t_k) = \frac{z_i(t_k)}{S_n(t_k)}. \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} x_i(t_{k+1}) - x_i(t_k) &= \frac{z_i(t_{k+1})S_n(t_k) - z_i(t_k)S_n(t_{k+1})}{S_n(t_k)S_n(t_{k+1})} = \\ &= \frac{\Delta z_i(t_k)}{\sum_{j=1}^n (\Delta z_j(t_k) + z_j(t_k))} - \frac{z_i(t_k)}{S_n(t_k)} \sum_{l=1}^n \frac{\Delta z_l(t_k)}{\sum_{j=1}^n (\Delta z_j(t_k) + z_j(t_k))} = \\ &= b_k a_i x_i(t_k) \Delta t - x_i(t_k) \sum_{j=1}^n b_k a_j x_j(t_k) \Delta t. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что функции, определенные формулой (2), удовлетворяют системе уравнений (1). Но сумма всех этих n функций в каждый момент времени равна единице. Отсюда следует, что общая численность сообщества при сделанных предположениях остается постоянной и равной единице, что и требовалось показать. Более того, из этого также следует, что решение системы (2) имеет вид

$$x_i(t_k) = \frac{x_i(t_0)(1 + a_i \Delta t)^k}{\sum_{j=1}^n x_j(t_0)(1 + a_j \Delta t)^k}. \quad (3)$$

Фиксированные условия обитания сообщества определяют распределение констант (коэффициентов возможной рождаемости) a_i на множестве $1, 2, \dots, n$ номеров биологических видов, образующих его. Пусть m — номер вида с наибольшим значением коэффициента размножения a_m . В этом случае из (3) вытекают соотношения

$$x_m(t_k) \rightarrow 1, \quad x_i(t_k) \rightarrow 0; \quad i \neq m, k \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Информация о наилучшем виде сообщества представляет собой номер m среди n возможных номеров; получение информации о наилучшем виде соответствует выделению одного элемента m из множества потенциальных альтернатив. Эту информацию можно получить, если знать распределение коэффициентов a_i . Однако, как правило, эмпирически измерить эти константы довольно сложно. Но тем не менее можно получить информацию о наилучшем элементе без знания величин a_i другим способом — путем наблюдения за численностями разных видов

в сообществе, то есть за распределением численностей разных видов x_i по множеству номеров видов. Распределение коэффициентов a_i генерирует распределение численностей x_i в каждый момент времени, то есть здесь имеет место отображение одного распределения в другое.

Формально можно рассмотреть множество номеров $Y = \{1, 2, \dots, n\}$, распределение коэффициентов a_i на нем и нечеткое отображение Y самого в себя, заданное следующим правилом. Элемент m из Y , соответствующий номеру с наибольшим значением a_i , отображается в нечеткое множество B с характеристической функцией $\chi_B(i)$, определенной значениями $x_i(t_k)$; остальные номера переходят сами в себя без изменений. В фиксированный момент времени t_k распределение численностей $x_i(t_k)$ по множеству номеров можно рассматривать как задание нечеткого множества, отображающего наилучший номер. Здесь $x_i(t_k)$ будет иметь смысл показателя возможности реализации на номере i наилучшего вида. С течением времени степень такой реализации для вида m стремится к единице, для остальных видов — к нулю, то есть повышается уровень четкости выделяемого подмножества. Можно также рассчитать значение энтропии Шеннона по формуле

$$H(t_k) = - \sum_{j=1}^n x_j(t_k) \log_2 x_j(t_k).$$

Для биологических популяций функция энтропии обычно используется как характеристика биологического разнообразия. В данном примере ее можно рассматривать как степень однородности распределения численностей по множеству биологических видов сообщества, степень «нечеткости» выделения подмножества наилучших видов. Снижение энтропии свидетельствует о повышении неоднородности распределения, его концентрации на выделяемом подмножестве. Как следует из (4), в данном случае энтропия с течением времени стремится к нулю, то есть динамика численностей позволяет получить информацию о наилучшем виде с любой степенью точности.

Мутагенез. Рассмотрим более сложную модель. Пусть в биологическом сообществе происходит процесс мутагенеза. В каждый дискретный момент времени t_k существует k видов особей, но при их размножении лишь некоторая доля потомков q_k ($0 < q_k < 1$) в точности повторяет своих родителей, а другая доля $(1 - q_k)$ представляет собой мутацию, относящуюся к новому $k + 1$ -му виду. Таким образом, в каждый момент времени в сообществе появляются особи нового вида, и число видов увеличивается на единицу. Разностные уравнения этой модели имеют следующую форму:

$$\begin{aligned} \Delta x_i(t_k) &= q_k b_k a_i x_i(t_k) \Delta t - x_i(t_k) \left(\sum_{j=1}^k q_k b_k a_j x_j(t_k) \Delta t + (1 - q_k) \right), \quad i = 1, 2, \dots, k; \\ \Delta x_{k+1}(t_k) &= x_{k+1}(t_{k+1}) = 1 - q_k; \quad x_l(t_k) = 0, \quad l = k + 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Начальные условия берутся в виде

$$x_1(t_0) = 1, \quad x_2(t_0) = x_3(t_0) = x_4(t_0) = \dots = 0. \quad (6)$$

Здесь, как и в предыдущей модели, общая сумма численностей всех видов в каждый момент времени равна единице. Для того чтобы найти решение системы (5), снова введем вспомогательную систему разностных уравнений

$$\begin{aligned} \Delta z_i(t_k) &= a_i z_i(t_k) \Delta t, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad z_1(t_0) = 1, \quad z_i(t_0) = 0, \quad i = 2, 3, \dots; \\ \Delta z_{k+1}(t_k) &= z_{k+1}(t_{k+1}) = \frac{1 - q_k}{q_k} S_k(t_{k+1}); \quad \Delta z_l(t_k) = 0, \quad l = k + 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Заметим, что при этом выполняется равенство

$$q_k = \frac{S_k(t_{k+1})}{S_{k+1}(t_{k+1})}.$$

Как и в предыдущем случае, рассмотрим функции вида

$$x_i(t_k) = \frac{z_i(t_k)}{S_k(t_k)}. \quad (8)$$

Тогда для них будут выполняться следующие равенства:

$$\begin{aligned} \Delta x_i(t_k) &= \frac{z_i(t_{k+1})S_k(t_k) - z_i(t_k)S_{k+1}(t_{k+1})}{S_k(t_k)S_{k+1}(t_{k+1})} = \\ &= \frac{\Delta z_i(t_k)S_k(t_{k+1})}{S_k(t_{k+1})S_{k+1}(t_{k+1})} - \frac{z_i(t_k)}{S_n(t_k)} \left(\sum_{l=1}^k \frac{\Delta z_l(t_k)S_k(t_{k+1})}{S_k(t_{k+1})S_{k+1}(t_{k+1})} + \frac{z_{k+1}(t_{k+1})}{S_{k+1}(t_{k+1})} \right) = \\ &= q_k b_k a_i x_i(t_k) \Delta t - x_i(t_k) \left(\sum_{j=1}^k q_k b_k a_j x_j(t_k) \Delta t + (1 - q_k) \right), \quad i = 1, 2, \dots, k. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что функции, определенные равенствами (8), удовлетворяют системе (5), а также начальным условиям (6). При этом вспомогательные уравнения (7) легко решаются по рекуррентной формуле

$$z_{i+1}(t_k) = \frac{1 - q_k}{q_k} S_i(t_{i+1}) (1 + a_{i+1} \Delta t)^{k-i-1}, \quad k > i; \quad z_{i+1}(t_k) = 0, \quad k < i.$$

В случае если

$$q_i = \frac{S_i(t_{i+1}) (1 + a_{i+1} \Delta t)^{-i-1}}{1 + S_i(t_{i+1}) (1 + a_{i+1} \Delta t)^{-i-1}}, \quad (9)$$

то

$$\begin{aligned} z_{i+1} &= (1 + a_{i+1} \Delta t)^k, \quad k > i; \\ x_i(t_k) &= \frac{(1 + a_i \Delta t)^k}{\sum_{j=1}^k (1 + a_j \Delta t)^k}. \end{aligned} \quad (10)$$

Пусть снова m — номер вида с наибольшим значением коэффициента размножения a_m . Исходя из полученного аналитического решения (10), можно видеть, что $x_m(t_k) \rightarrow 1$, $x_i(t_k) \rightarrow 0$ при $i \neq m, k \rightarrow \infty$. Здесь снова наблюдается эффект постепенного получения информации о наилучшем виде. Точная информация соответствует одному выделенному элементу m из бесконечного множества натуральных номеров $1, 2, \dots$. Но в каждый конечный момент времени t_k можно иметь лишь ее приближение в виде нечеткого множества, которое определяется распределением соответствующих численностей $x_i(t_k)$ на множестве натуральных чисел. Отметим, что здесь также можно найти энтропию (или разнообразие) системы в каждый момент времени по формуле Шеннона

$$H(t_k) = - \sum_{j=1}^{\infty} x_j(t_k) \log_2 x_j(t_k) \equiv - \sum_{j=1}^k x_j(t_k) \log_2 x_j(t_k).$$

Уменьшение энтропии будет соответствовать повышению степени неоднородности распределения и степени выделенности подмножества наилучших видов. Здесь снова энтропия распределения убывает до нуля, что соответствует получению информации о наилучшем виде с любой степенью точности.

Генетические коды. Пусть у каждого i -го биологического вида есть генетический код w_i , который мы будем представлять точкой на отрезке $[0,1]$. Это представление достаточно прозрачно, поскольку генетический код является последовательностью из четырех аминокислотных оснований, которую можно изобразить как последовательность цифр после запятой некоторого числа на указанном отрезке в четверичной системе счисления [42]. Пусть на отрезке $[0, 1]$ определена непрерывная неотрицательная функция $a(w)$, значение которой соответствует коэффициенту размножения вида с генетическим кодом w . Предположим, что наибольшее значение a^* этой функции достигается в единственной точке w^* . Пусть коды счетного набора рассмотренных в предыдущем примере видов образуют всюду плотное множество на отрезке $[0, 1]$. Это означает, что на любой интервал отрезка попадает хотя бы одна точка из данного множества. Например, таким всюду плотным счетным множеством являются рациональные числа отрезка. Пусть динамика численности сообщества видов удовлетворяет системе (5) с условиями (6), (9), где $a_i = a(w_i)$.

Рассмотрим сколь угодно малую δ -окрестность $O_\delta(w^*) = (w^* - \delta, w^* + \delta)$ точки w^* . Обозначим D – дополнение $O_\delta(w^*)$ до отрезка $[0,1]$, $D = [0, 1] \setminus (w^* - \delta, w^* + \delta)$; $I(k)$ – подмножество из k первых видов, генетические коды которых принадлежат $O_\delta(w^*)$, $J(k)$ – подмножество из k первых видов, генетические коды которых принадлежат D , $I(k) = \{i : w(i) \in O_\delta(w^*), i = 1, 2, \dots, k\}$, $J(k) = \{i : w(i) \in D, i = 1, 2, \dots, k\}$.

В каждый k -й момент времени информацию о расположении точки максимума функции $a(w)$ в окрестности $O_\delta(w^*)$ можно получать по численности особей видов, у которых генетический код принадлежит данной окрестности, то есть по величине

$$\sum_{i \in I(k)} x_i(t_k).$$

Аналогичную оценку можно сделать для любого другого интервала из отрезка $[0,1]$. Покажем, что с течением времени численность особей с генетическим кодом из окрестности $O_\delta(w^*)$ будет стремиться к единице.

Пусть $a' = \sup_D a(w)$. Очевидно, $a' < a^*$. Обозначим $\varepsilon = a^* - a'$. В силу непрерывности функции $a(w)$ существует θ -окрестность $O_\theta(w^*)$ точки w^* такая, что для любого w из этой окрестности выполняется неравенство $a(w) > a^* - \varepsilon/2$. Поскольку последовательность $w(i)$ всюду плотная в отрезке $[0,1]$, существует номер m такой, что $w(m) \in O_\theta(w^*)$. При $k > m$ справедливы следующие оценки:

$$\sum_{i \in J(k)} x_i(t_k) = \frac{\sum_{i \in J(k)} (1 + a_i \Delta t)^k}{\sum_{j=1}^k (1 + a_j \Delta t)^k} < \frac{k(1 + a' \Delta t)^k}{(1 + (a^* - \varepsilon/2) \Delta t)^k} \rightarrow_{k \rightarrow \infty} 0.$$

Тогда

$$\sum_{i \in I(k)} x_i(t_k) = \left(1 - \sum_{i \in J(k)} x_i(t_k) \right) \rightarrow_{k \rightarrow \infty} 1, \quad (11)$$

что и требовалось показать.

Оптимизация. На основе рассмотренной динамики можно построить численный метод глобальной оптимизации. Задачей алгоритма является нахождение точки наибольшего значения непрерывной неотрицательной функции $a(w)$, заданной на отрезке $[0,1]$ и имеющей единственную

точку глобального максимума. На первом шаге случайно выбирается точка w_1 на отрезке $[0, 1]$ и вычисляется значение функции $a(w_1)$. На каждом следующем шаге определенным образом добавляется еще одна точка, в которой также вычисляется значение функции a . Правило добавления новой точки после сделанных k шагов предполагает выполнение следующих операций.

1. Выбор опорной точки (борьба за производство потомства). Из имеющихся к $k + 1$ -му шагу точек предыдущих испытаний w_1, \dots, w_k выбирается опорная точка w'_{k+1} с соответствующими вероятностями, вычисляемыми по формуле (10) при $\Delta t = 1$.
2. Мутация (производство потомства). На основе опорной точки w'_{k+1} случайно выбирается точка следующего испытания w_{k+1} из отрезка $[0, 1]$ с плотностью вероятности

$$A_{k+1} \exp \frac{-(w_{k+1} - w'_{k+1})^2}{\sigma_{k+1}}.$$

Здесь σ_{k+1} — удвоенная дисперсия нормального распределения; константа A_{k+1} выбирается так, чтобы выполнялось условие нормировки вероятности, то есть

$$A_{k+1} = \frac{1}{\int_0^1 \exp(-(w_{k+1} - w'_{k+1})^2/\sigma_{k+1}) dw_{k+1}}.$$

3. Вычисление целевой функции (нахождение коэффициента рождаемости). В выбранной точке w_{k+1} вычисляется значение целевой функции $a(w_{k+1})$.

Далее процесс повторяется. Условием остановки метода в простейшем случае является исчерпание заданного числа шагов. Для построенного метода справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть $\sigma_k = 2/\ln k$. Тогда последовательность точек испытаний w_k является всюду плотной на отрезке $[0, 1]$ с вероятностью 1. Иными словами, для любой точки w из $[0, 1]$ и любого числа $\theta > 0$ вероятность попадания хотя бы одной точки испытания w_k в θ -окрестность $O_\theta(w)$ точки w стремится к единице при k , стремящемся к бесконечности.

Доказательство. Возьмем произвольное положительное число $\theta < 0.5$ и произвольную точку $w \in [0, 1]$. Рассмотрим ее θ -окрестность $O_\theta(w)$. Вероятность P_k для точки w_k попасть в $O_\theta(w)$ при заданной w'_k выражается следующим образом:

$$P_k = A_k \int_{w-\theta}^{w+\theta} \exp(-(w_k - w'_k)^2/\sigma_k) dw_k.$$

Принимая во внимание равенство $\sigma_k = 2/\ln k$, можно сделать следующие оценки:

$$A_k > \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_k}} = \frac{\sqrt{\ln k}}{\sqrt{2\pi}}; \quad 1 > \exp(-(w_k - w'_k)^2/\sigma_k) > \exp\left(-\frac{\ln k}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{k}}.$$

Тогда вероятность P_k можно оценить снизу

$$P_k > A_k \frac{2\theta}{\sqrt{k}} > \frac{\theta\sqrt{2\ln k}}{\sqrt{\pi k}}.$$

Вероятность Q_N непопадания за N итераций метода ни одной точки испытания в избранную окрестность оценивается следующим образом:

$$Q_N < \left(1 - \frac{\theta\sqrt{2\ln N}}{\sqrt{\pi N}}\right)^N.$$

Поскольку

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\theta \sqrt{2 \ln N}}{\sqrt{\pi N}} \right)^N = 0,$$

то $Q_N \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$. Но это также означает, что вероятность попадания хотя бы одной точки испытания в $O_\theta(w)$ стремится к единице, что и требовалось доказать. Из предыдущего примера следует, что в этом случае для любой окрестности точки w^* максимума функции $a(w)$ выполняется предельное соотношение (11). \square

Покажем, что вероятность выбора точки w_k на k -м шаге метода из любой окрестности точки w^* стремится к единице при k , стремящемся к бесконечности.

Пусть $\delta > 0$ — сколь угодно малое положительное число. Возьмем число $\theta = \delta/2$. Рассмотрим две окрестности точки w^* : $O_\theta(w^*) \subset O_\delta(w^*)$. Как следует из (10), вероятность выбора опорной точки w'_k из окрестности $O_\theta(w^*)$ стремится к единице при $k \rightarrow \infty$. Если $w'_k \in O_\theta(w^*)$, то вероятность выбора точки следующего испытания w_k из окрестности $O_\delta(w^*)$ можно оценить снизу следующим образом:

$$\begin{aligned} P_k^* &= A_k \int_{w^* - \delta}^{w^* + \delta} \exp\left(-\frac{(w_k - w'_k)^2}{\sigma_k}\right) dw_k > \frac{\sqrt{\ln k}}{\sqrt{2\pi}} \int_{w^* - \delta}^{w^* + \delta} \exp\left(-\frac{(w_k - w'_k)^2 \ln k}{2}\right) dw_k = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{(w^* - w'_k - \delta)\sqrt{\ln k}}^{(w^* - w'_k + \delta)\sqrt{\ln k}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy. \end{aligned} \tag{12}$$

Поскольку $w^* - \delta < w^* - \theta < w'_k < w^* + \theta < w^* + \delta$, то

$$(w^* - w'_k - \delta)\sqrt{\ln k} \rightarrow -\infty, \quad (w^* - w'_k + \delta)\sqrt{\ln k} \rightarrow +\infty$$

при $k \rightarrow +\infty$. А это означает, что правая часть оценки (12) увеличивается до единицы, следовательно, вероятность выбора точки очередного испытания из сколь угодно малой окрестности $O_\delta(w^*)$ точки w^* стремится к единице по мере увеличения числа шагов.

Построенный метод глобальной оптимизации относится к классу стохастических биоинспирированных эволюционных алгоритмов, поскольку использует общие идеи биологической эволюции. Но в отличие от других подобных алгоритмов, которые являются эвристическими, для него, как было показано выше, имеет место сходимость по вероятности последовательности точек испытаний к точке глобального максимума целевой функции. Этот алгоритм легко обобщается для решения задачи оптимизации функции произвольного числа переменных, заданной в произвольном многомерном параллелепипеде и даже в гильбертовом пространстве [43]. На рис. 1 представлен график изменения распределения вероятности выбора очередной точки испытания по мере увеличения числа шагов. Из графика видно, что с течением времени происходит концентрация распределения вероятности в сколь угодно малой окрестности точки глобального максимума.

Заметим, что поставленную задачу оптимизации можно понимать как задачу получения информации о расположении точки глобального максимума целевой функции. В соответствии с введенным определением, информация представляет собой выделенное подмножество из допустимого сегмента. При этом точную информацию или единственную альтернативу, реализующую максимум, представляет сама точка w^* . Но в действительности численными методами получить эту точку невозможно. Можно получить лишь подмножество сегмента, содержащее эту точку с большей или меньшей степенью уверенности. При этом выделяемое подмножество наиболее

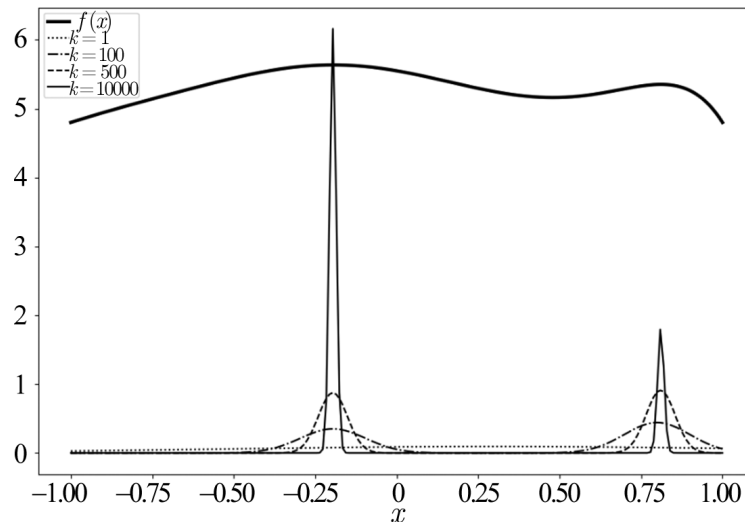


Рис. 1. Изменение распределения вероятности $P_k(w)$ выбора точки очередного испытания при нахождении максимума функции $f(w)$, заданной на отрезке $[-1, 1]$, в зависимости от номера k шага метода

Fig. 1. Change in the probability distribution $P_k(w)$ of choosing the point of the next test when finding the maximum of the function $f(w)$ specified on the segment $[-1, 1]$ depending on the method step number k

целесообразно рассматривать как нечеткое, где вероятность выбора очередной точки испытания задает распределение показателя принадлежности к этому подмножеству. Это выделяемое подмножество и является информацией о максимуме функции, которая приобретает в результате работы алгоритма. Следует отметить, что рассмотренный метод является наглядной иллюстрацией изложенного выше общего процесса получения информации. Здесь исходное неоднородное распределение, задаваемое значениями целевой функции, в ходе работы метода генерирует новое распределение показателя принадлежности, благодаря чему определяется выделенное на данном шаге нечеткое подмножество, представляющее полученную к этому моменту информацию о возможном расположении точки максимума. По мере увеличения числа шагов все более возрастает степень выделенности подмножества, что легко можно проверить, рассчитав энтропию соответствующего распределения. Тем самым от шага к шагу возрастает информация о расположении точки максимума.

Такое понимание информации и метода оптимизации как процесса постепенного получения все большей информации позволяет сформулировать новое условие остановки алгоритма. Для итерационного алгоритма решения задачи оптимизации большое значение имеет условие остановки. Наиболее простым условием является ограничение на число шагов. Это условие очень популярно в численных методах глобальной оптимизации. Однако очевидно, что при этом нет никакой гарантии, что полученное за фиксированное число шагов алгоритма решение будет хорошей аппроксимацией искомого оптимума. Другим возможным условием остановки является прекращение улучшения значения целевой функции. Если, начиная с некоторого момента, получаемое решение практически не меняется, то процесс оптимизации заканчивается. Но для эвристических методов есть опасность прекращения улучшений из-за попадания в локальный экстремум. В результате может иметь место ситуация, что разные алгоритмы в одной и той же задаче дают отличающиеся результаты решения оптимизационной задачи (см. например, результаты, приведенные в [44]).

Значительно более эффективным условием остановки является условие достижения заданной точности приближения точки оптимума. Такое условие используется в некоторых сходящихся

алгоритмах детерминированного поиска: в методе «золотого сечения», в методе Пиявского и т. п. Однако использование этого условия в стохастических алгоритмах сталкивается с серьезными затруднениями. Здесь обычно невозможно оценить полученную точность приближения. Но эти затруднения можно решить, если понимать полученную в результате численного счета информацию не как отдельную точку наилучшего приближения, а как выделенное нечеткое подмножество возможного расположения точки глобального оптимума. Это множество определяется распределением показателя принадлежности по области поиска. В рассмотренном методе оптимизации роль такого показателя выполняла вероятность выбора точки очередного испытания. Тогда для любых заранее заданных малых положительных чисел ϵ и δ можно продолжать процедуру поиска до тех пор, пока показатель принадлежности для некоторого интервала длины δ не превысит уровень $1 - \epsilon$. Такое условие будет гарантировать, что построенное приближение будет отличаться от настоящей точки максимума на более чем на δ с достоверностью (вероятностью) не ниже чем $(1 - \epsilon)$.

Другим удобным условием остановки может служить достижение заданного уровня концентрации показателя принадлежности. Уровень концентрации, как уже отмечалось, можно определить по значению энтропии. Тогда можно задать значение ϵ и продолжать работу метода до тех пор, пока энтропия распределения показателя принадлежности не снизится ниже этого ϵ . Такое условие остановки фактически означает получение заданного количества информации относительно расположения точки оптимума.

Приведенный пример показывает, что новое понимание информации может быть полезно для совершенствования численных методов оптимизации. Положительный эффект от нового определения информации не исчерпывается только областью оптимизации. Ведь многие современные информационные технологии строятся на основе применения оптимизационных процедур, например, обучение нейронных сетей, решение задачи ранжирования, восстановление функции сравнения и т. п. Здесь новое понимание информации также может быть полезным. Например, решение задачи классификации нейронной сетью можно понимать как процесс отображения выделенного класса элементов из обучающей выборки в выделяемое подмножество весов нейронной сети [45]. В ходе обучения сети происходит постепенное сужение выделяемого подмножества весов, чтобы обеспечивать все более точную реакцию нейронной сети на предъявляемые для распознавания элементы. Как известно, эта задача решается на основе методов оптимизации, где, как было показано, новый подход позволяет сформулировать новые критерии остановки. Соответственно, для сети это может быть представлено в виде условия завершения процесса обучения. Аналогичную ситуацию можно видеть при решении задачи ранжирования [46]. При идентификации функции сравнения в задаче ранжирования опять-таки фактически осуществляется постепенное сужение допустимого подмножества ее коэффициентов. Решение такой задачи снова можно выполнить с помощью численных методов оптимизации или с помощью нейронных сетей [46].

Заключение

В результате проведенного исследования сформулировано новое определение информации как результат отображения, при котором выделение подмножества из множества прообразов приводит к выделению соответствующего подмножества во множестве образов.

С учетом того, что выделяемое подмножество можно понимать как нечеткое, допустимо другое эквивалентное определение информации как результат отображения, при котором повышение неоднородности распределения показателя присутствия на множестве прообразов приводит к повышению неоднородности распределения соответствующего показателя на множестве образов.

Это определение позволяет преодолеть недостатки предыдущих подходов к пониманию сущности информации. Данное определение не связывается жестко с вероятностью. Но в случае,

когда в качестве показателя принадлежности берется вероятность, оно позволяет получить то понимание информации, которое используется в классической математической теории. Тем самым данное определение сохраняет все ценные возможности классического подхода. В то же время отказ от вероятностной основы для информации расширяет сферу ее возможного применения.

Пусть, например, имеется план-карта, на которой крестиком отмечен квадрат расположения скрытого клада. Место, где зарыт клад, не является случайным событием, подобным исходу при броске кости. Однако данная карта представляет информацию о месте клада путем выделения подмножества точек его возможного расположения. Такое понимание информации, в отличие от классического, можно использовать в геоинформатике.

Данное определение не зависит от необходимости запоминания реализовавшегося выбора. Тем самым обеспечивается возможность применения этого определения для случая физической микроинформации.

Предлагаемое понимание информации через повышение неоднородности распределения показателя принадлежности согласуется с другими известными формальными подходами, используемыми в области компьютерных наук. Известно, что понятие распределения существенно используется в квантовой информации. Единицу квантовой информации — кубит — можно понять как комплекснозначное распределение на двухточечном множестве. Операции с квантовой информацией можно понимать как преобразования (отображения) распределений [33]. То есть в основе квантовой информации также лежит концепция распределения.

Информация как результат отображения между двумя распределениями соответствует колмогоровскому подходу. Информационная сложность двоичной строки по Колмогорову — это длина кратчайшей программы, которая производит данную строку на универсальной машине Тьюринга. В этом определении можно заметить использование двух распределений, одно из которых (программа машины Тьюринга) генерирует второе — двоичную строку, то есть фактически рассматривается отображение между двумя распределениями. При этом свойства (неоднородность) образа характеризуются некоторыми свойствами прообраза (количеством операторов).

Предлагаемое определение информации также согласуется с современными общенаучными подходами к ее пониманию. Согласно Д. Касагранду, информация — это любой тип паттерна (режим, образец, шаблон, узор, распределение), который влияет на формирование или преобразование других паттернов [47]. Здесь можно видеть отображение одного распределения в другое.

В рамках еще одного подхода информация понимается как сигнал [48]. Сигнал — это низкоэнергетический вход в систему, который не является значимым для обеспечения системы энергией, но связан с распределением значимых источников энергии и может использоваться для прогнозирования поступления энергии на высокоэнергетических входах в более позднее время. Здесь снова можно заметить отображение распределения значимых энергетических источников в распределение энергии слабого источника.

Рассмотренное определение может быть очень полезным при работе с семантической информацией. Оно позволяет оперировать нечеткими лингвистическими переменными [49]. Однако очевидно, что проблема определения семантической информации требует отдельного подробного рассмотрения. При исследовании информации в рамках введенного определения могут применяться результаты теории возможностей.

Введенное определение имеет большое методическое значение при подготовке IT-специалистов. Оно позволяет сформировать отчетливые, корректные представления о сущности базового понятия в области информационных технологий, благодаря чему система обучения становится логичной и последовательной. При этом освоение такого определения не сопряжено со значительными математическими трудностями, вполне доступно студентам младших курсов обучения. Разработанный подход внедрен в учебный процесс подготовки бакалавров информационных

технологий в Нижегородском государственном университете имени Н. И. Лобачевского. Здесь указанное определение изучается в рамках дисциплин «Теория информации», «Математическое моделирование процессов отбора», а также рассматривается в обзорном курсе «История и методология прикладной математики и информатики» [50, 51].

Предлагаемое объяснение информации позволяет сделать это понятие достаточно строгим, что дает возможность его применения в сфере компьютерных наук. Это определение может быть использовано для совершенствования численных методов оптимизации, равно как и других методов информационных технологий.

Автор выражает признательность студенту ННГУ С. А. Налчаджяну за помощь в подготовке графиков для статьи.

Список литературы

1. *Kosta A., Pappas N., Angelakis V.* Age of Information: A New Concept, Metric, and Tool // *Foundations and Trends in Networking*. 2017. Vol. 12, no. 3. P. 162–259. DOI: 10.1561/13000000060.
2. *Maatouk A., Kriouile S., Assaad M., Ephremides A.* The Age of Incorrect Information: A New Performance Metric for Status Updates // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. 2020. Vol. 28, no. 5. P. 2215–2228. DOI: 10.1109/TNET.2020.3005549.
3. *Leinster T.* Entropy and diversity: the axiomatic approach. New York: Cambridge University Press, 2021. 442 p. DOI: 10.48550/arXiv.2012.02113.
4. *Мазур М.* Качественная теория информации. М.: Мир, 1974. 238 с.
5. *Колмогоров А. Н.* Комбинаторные основания теории информации и исчисления вероятностей // *Успехи математических наук*. 1983. Т. 38, № 4. С. 27–36. DOI: 10.1070/rm1983v038n04abeh004203.
6. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация: Динамическая теория информации. М.: Наука, 2001. 304 с.
7. *Bates M. J.* Concepts for the Study of Information Embodiment // *Library Trends*. 2018. Vol. 66, no. 3. P. 239–266. DOI: 10.1353/lib.2018.0002.
8. *Adriaans P.* A Critical Analysis of Floridi’s Theory of Semantic Information // *Knowledge, Technology & Policy*. 2010. Vol. 23. P. 41–56. DOI: 10.1007/s12130-010-9097-5.
9. *Floridi L.* What is the philosophy of information? // *Metaphilosophy*. 2002. Vol. 33, no. 1–2. P. 123–145. DOI: 10.1111/1467-9973.00221.
10. *Ган Л.* Философия информации и основы будущей китайской философии науки и техники // *Вопросы философии*. 2007. № 5. С. 45–57.
11. *Adriaans P., van Benthem J.* Philosophy of information (Handbook of the philosophy of science). North Holland, 2008. 1000 p.
12. *Коллин К. К.* Философия информации: структура реальности и феномен информации // *Метафизика*. 2013. Т. 4(10). С. 61–84.
13. *Sequoiah-Grayson S.* The Metaphilosophy of Information // *Minds and Machines*. 2007. Vol. 17. P. 331–344. DOI: 10.1007/s11023-007-9072-4.
14. *Mingers J., Standing C.* What is information? Toward a theory of information as objective and veridical // *Journal of Information Technology*. 2018. Vol. 33, no. 2. P. 85–104. DOI: 10.1057/s41265-017-0038-6.
15. *Diaz Nafria J.* What is information? A Multidimensional Concern // *TripleC*. 2010. Vol. 8, no. 1. P. 77–108. DOI: 10.31269/triplec.v8i1.76.
16. *Crnkovic G., Hofkirchner W.* Floridi’s “Open Problems in Philosophy of Information”, Ten Years Later // *Information*. 2011. Vol. 2, no. 2. P. 327–359. DOI: 10.3390/info2020327.
17. *Robinson L., Bawden D.* Mind the Gap: Transitions between concepts of information in varied

- domains // *Theories of Information, Communication and Knowledge*. 2014. Vol. 34. P. 121–141. DOI: 10.1007/978-94-007-6973-1_6.
18. *Лекторский В. А., Пружинин Б. И., Бодякин В. И., Дубровский Д. И., Колин К. К., Мелик-Гайказян И. В., Урсул А. Д.* Информационный подход в междисциплинарной перспективе (материалы «круглого стола») // *Вопросы философии*. 2010. № 2. С. 84–122.
 19. *Zins C.* Conceptual Approaches to Defining Data, Information and Knowledge // *Journal of the American Society for Information Science and Technology*. 2007. Vol. 58, no. 4. P. 479–493. DOI: 10.1002/asi.20508.
 20. *Liew A.* Understanding Data, Information, Knowledge And Their Inter-Relationships // *Journal of Knowledge Management Practice*. 2007. Vol. 8, no. 2.
 21. *Capurro R., Hjørland B.* The Concept of Information // *Annual Review of Information Science and Technology*. 2003. Vol. 37, no. 1. P. 343–411. DOI: 10.1002/aris.1440370109.
 22. *Beynon-Davies P.* Significance: Exploring the nature of information, systems and technology. London: Palgrave Macmillan, 2010. 355 p.
 23. *Callaos N., Callaos B.* Toward a Systemic Notion of Information: Practical Consequences // *Informing Science*. 2002. Vol. 5, no. 1. P. 1–11. DOI: 10.28945/532.
 24. *Vigo R.* Representational information: a new general notion and measure of information // *Information Sciences*. 2011. Vol. 181, no. 21. P. 4847–4859. DOI: 10.1016/j.ins.2011.05.020.
 25. *Deutsch D., Maretto C.* Constructor theory of information // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2015. Vol. 471, no. 2174. P. 20140540. DOI: 10.1098/rspa.2014.0540.
 26. *Dittrich T.* “The concept of information in physics”: an interdisciplinary topical lecture // *European Journal of Physics*. 2015. Vol. 36, no. 1. P. 015010. DOI: 10.1088/0143-0807/36/1/015010.
 27. *Clifton R., Bub J., Halvorson H.* Characterizing quantum theory in terms of information-theoretic constraints // *Foundations of Physics*. 2003. Vol. 33. P. 1561–1591. DOI: 10.1023/A:1026056716397.
 28. *Morrison M. L., Rosenberg N. A.* Mathematical bounds on Shannon entropy given the abundance of the *i*th most abundant taxon // *Journal of Mathematical Biology*. 2023. Vol. 87. P. 76. DOI: 10.1007/s00285-023-01997-3.
 29. *Cushman S. A.* Entropy in landscape ecology: a quantitative textual multivariate review // *Entropy*. 2021. Vol. 23, no. 11. P. 1425. DOI: 10.3390/e23111425.
 30. *Беляев М. А., Малинина Л. А., Лысенко В. В.* Основы информатики: Учебник для вузов. М.: Феникс, 2006. 352 с.
 31. *Симонович С. В.* Информатика. Базовый курс: Учебник для вузов. 3-е изд. Стандарт третьего поколения. СПб.: Питер, 2011. 640 с.
 32. *Макарова Н. В., Волков В. Б.* Информатика: Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2011. 576 с.
 33. *Nielsen M., Chuang I.* Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 702 p. DOI: 10.1017/CBO9780511976667.
 34. *Заде Л. А.* Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // *Математика сегодня*. 1974. С.5–49.
 35. *Заде Л. А.* Нечеткие множества // *Нечеткие системы и мягкие вычисления*. 2015. Т. 10, № 1. С. 7–22.
 36. *Kuzenkov O., Morozov A.* Towards the Construction of a Mathematically Rigorous Framework for the Modelling of Evolutionary Fitness // *Bulletin of Mathematical Biology*. 2019. Vol. 81, no. 11. P. 4675–4700. DOI: 10.1007/s11538-019-00602-3.
 37. *Перфильева Е. Г.* Приложения теории нечетких множеств // *Итоги науки и техники. Серия «Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика»*. 1990. Т. 28. С. 83–151.

38. *Kuzenkov O., Ryabova E.* Variational Principle for Self-replicating Systems // *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. 2015. Vol. 10, no. 2. P. 115–128. DOI: 10.1051/mmnp/201510208.
39. *Kuzenkov O. A., Novozhenin A. V.* Optimal control of measure dynamic // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015. Vol. 21, no.1-3. P. 159–171. DOI: 10.1016/j.cnsns.2014.08.024.
40. *Sandhu S., Morozov A., Kuzenkov O.* Revealing Evolutionarily Optimal Strategies in Self-Reproducing Systems via a New Computational Approach // *Bulletin of Mathematical Biology* 2019. Vol. 81, no. 11. P. 4701–4725. DOI: 10.1007/s11538-019-00663-4.
41. *Muller I.* A History of Thermodynamics: The Doctrine of Energy and Entropy. Berlin: Springer, 2007. 330 p. DOI: 10.1007/978-3-540-46227-9.
42. *Shu J. J.* A new integrated symmetrical table for genetic codes // *Biosystems*. 2017. Vol. 151. P. 21–26. DOI: 10.1016/j.biosystems.2016.11.004.
43. *Morozov A. Y., Kuzenkov O. A., Sandhu S. K.* Global optimisation in hilbert spaces using the survival of the fittest algorithm // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2021. Vol. 103. P. 106007. DOI: 10.1016/j.cnsns.2021.106007.
44. *Yao X., Liu Y., Lin G.* Evolutionary programming made faster // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1999. Vol. 3, no. 2. P. 82–102. DOI: 10.1109/4235.771163.
45. *Kuzenkov O., Morozov A., Kuzenkova G.* Recognition of patterns of optimal diel vertical migration of zooplankton using neural networks // *IJCNN 2019 — International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest. Hungary. 2019. P. 1–6. DOI: 10.1109/IJCNN.2019.8852060.
46. *Kuzenkov O., Kuzenkova G.* Identification of the fitness function using neural networks // *Procedia Computer Science*. 2020. Vol. 169. P. 692–697. DOI: 10.1016/j.procs.2020.02.179.
47. *Casagrande D.* Information as verb: Re-conceptualizing information for cognitive and ecological models // *Journal of Ecological Anthropology*. 1999. Vol. 3, no. 1. P. 4–13. DOI: 10.5038/2162-4593.3.1.1.
48. *Dusenbery D. B.* Sensory Ecology. New York: Freeman, 1992. 558 p.
49. *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 167 с.
50. *Кузенков О. А., Кузенкова Г. В., Киселева Т. П.* Компьютерная поддержка учебно-исследовательских проектов в области математического моделирования процессов отбора // *Образовательные технологии и общество*. 2019. Т. 22, № 1. С. 152–163.
51. *Кузенков О. А.* Изучение концепции информации студентами ИТ-направлений // *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2023. Т. 19, № 1. С. 13–23. DOI: 10.25559/SITITO.019.202301.013-023.

References

1. Kosta A, Pappas N, Angelakis V. Age of Information: A New Concept, Metric, and Tool. *Foundations and Trends in Networking*. 2017;12(3):162–259. DOI: 10.1561/13000000060.
2. Maatouk A, Kriouile S, Assaad M, Ephremides A. The Age of Incorrect Information: A New Performance Metric for Status Updates. *IEEE/ACM Transactions on Networking*. 2020;28(5):2215–2228. DOI: 10.1109/TNET.2020.3005549.
3. Leinster T. Entropy and diversity: the axiomatic approach. New York: Cambridge University Press; 2021. 442 p. DOI: 10.48550/arXiv.2012.02113.
4. Mazur M. Qualitative information theory. М.: Mir; 1974. 238 p. (in Russian). (Jakosciowa teoria informacji. Warszawa. Wydawnictwa Naukowo techniczne. 1970.)
5. Kolmogorov AN. Combinatorial foundations of information theory and the calculus of probabilities. *Russian Mathematical Surveys*. 1983;38(4):29–40. DOI: 10.1070/rm1983v038n04abeh004203.

6. Chernavsky DS. Synergetics and information. M.: Nauka; 2001. 304 p. (in Russian).
7. Bates MJ. Concepts for the Study of Information Embodiment. *Library Trends*. 2018;66(3):239–266. DOI: 10.1353/lib.2018.0002.
8. Adriaans P. A Critical Analysis of Floridi’s Theory of Semantic Information. *Knowledge, Technology & Policy*. 2010;23:41–56. DOI: 10.1007/s12130-010-9097-5.
9. Floridi L. What is the philosophy of information? *Metaphilosophy*. 2002;33:1–2;123–145. DOI: 10.1111/1467-9973.00221.
10. Gang L. Philosophy of information and the foundations of the future Chinese philosophy of science and technology. *Questions of philosophy*. 2007;5:45–57 (in Russian).
11. Adriaans P, van Benthem J. *Philosophy of information (Handbook of the philosophy of science)*. North Holland, 2008. 1000 p.
12. Colin KK. Philosophy of information: the structure of reality and the phenomenon of information. *Metaphysics*. 2013;4(10):61–84 (in Russian).
13. Sequoiah-Grayson S. The Metaphilosophy of Information. *Minds and Machines*. 2007;17:331–344. DOI: 10.1007/s11023-007-9072-4.
14. Mingers J., Standing C. What is information? Toward a theory of information as objective and veridical. *Journal of Information Technology*. 2018;33(2):85–104. DOI: 10.1057/s41265-017-0038-6.
15. Díaz Nafría J. What is information? A Multidimensional Concern. *TripleC*. 2010;8(1):77–108. DOI: 10.31269/triplec.v8i1.76.
16. Crnkovic G, Hofkirchner W. Floridi’s “Open Problems in Philosophy of Information”, Ten Years Later. *Information*. 2011;2(2):327–359. DOI: 10.3390/info2020327.
17. Robinson L, Bawden D. Mind the Gap: Transitions between concepts of information in varied domains. *Theories of Information, Communication and Knowledge*. 2014;34:121–141. DOI: 10.1007/978-94-007-6973-1_6.
18. Lektorsky VA, Pruzhinin BI, Bodyakin VI, Dubrovsky DI, Kolin KK, Melik-Gaikazyan IV, Ursul AD. The information approach in interdisciplinary prospect (a round-table discussion). *Russian studies in philosophy*. 2010;2:84–122 (in Russian).
19. Zins C. Conceptual Approaches to Defining Data, Information and Knowledge. *Journal of the American Society for Information Science and Technology*. 2007;58(4):479–493. DOI: 10.1002/asi.20508.
20. Liew A. Understanding Data, Information, Knowledge And Their Inter-Relationships. *Journal of Knowledge Management Practice*. 2007;8(2).
21. Capurro R, Hjørland B. The Concept of Information. *Annual Review of Information Science and Technology*. 2003;37(1):343–411. DOI: 10.1002/aris.1440370109.
22. Beynon-Davies P. *Significance: Exploring the nature of information, systems and technology*. London: Palgrave Macmillan, 2010. 355 p.
23. Callaos N, Callaos B. Toward a Systemic Notion of Information: Practical Consequences. *Informing Science*. 2002;5(1):1–11. DOI: 10.28945/532.
24. Vigo R. Representational information: a new general notion and measure of information. *Information Sciences*. 2011;181(21):4847–4859. DOI: 10.1016/j.ins.2011.05.020.
25. Deutsch D, Marett C. Constructor theory of information. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2015;471(2174):20140540. DOI: 10.1098/rspa.2014.0540.
26. Dittrich T. “The concept of information in physics”: an interdisciplinary topical lecture. *European Journal of Physics*. 2015;36(1):015010. DOI: 10.1088/0143-0807/36/1/015010.
27. Clifton R, Bub J, Halvorson H. Characterizing quantum theory in terms of information-theoretic constraints. *Foundations of Physics*. 2003;33:1561–1591. DOI: 10.1023/A:1026056716397.

28. Morrison ML, Rosenberg NA. Mathematical bounds on Shannon entropy given the abundance of the *i*th most abundant taxon. *Journal of Mathematical Biology*. 2023;87:76. DOI: 10.1007/s00285-023-01997-3.
29. Cushman SA. Entropy in landscape ecology: a quantitative textual multivariate review. *Entropy*. 2021;23(11):1425. DOI: 10.3390/e23111425.
30. Belyaev MA, Malinina LA, Lysenko VV. *Fundamentals of Computer Science: Textbook for Universities*. M.: Phoenix, 2006. 352 p. (in Russian).
31. Simonovich SV. *Informatics. Basic course: Textbook for Universities*. 3rd ed. Third generation standard. St. Petersburg: Peter, 2011. 640 p. (in Russian).
32. Makarova NV, Volkov VB. *Computer science: Textbook for Universities*. St. Petersburg: Peter, 2011. 576 p (in Russian).
33. Nielsen M, Chuang I. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 702 p. DOI: 10.1017/CBO9780511976667.
34. Zadeh LA. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*. 1973;SMC-3(1):28–44. DOI: 10.1109/TSMC.1973.5408575.
35. Zadeh LA. Fuzzy sets. *Information and Control*. 1965;8(3):338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
36. Kuzenkov O, Morozov A. Towards the Construction of a Mathematically Rigorous Framework for the Modelling of Evolutionary Fitness. *Bulletin of Mathematical Biology*. 2019;81(11):4675–4700. DOI: 10.1007/s11538-019-00602-3.
37. Perfl'eva IG. Applications of the theory of fuzzy sets. *Journal of Soviet Mathematics*. 1992;58(2): 148–194. DOI: 10.1007/BF01097427.
38. Kuzenkov O, Ryabova E. Variational principle for self-replicating systems. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*. 2015;10(2):115–128. DOI: 10.1051/mmnp/201510208.
39. Kuzenkov OA, Novozhenin AV. Optimal control of measure dynamic. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015;21(1-3):159–171. DOI: 10.1016/j.cnsns.2014.08.024.
40. Sandhu S, Morozov A, Kuzenkov O. Revealing evolutionarily optimal strategies in self-reproducing systems via a new computational approach. *Bulletin of Mathematical Biology* 2019;81(11):4701–4725. DOI: 10.1007/s11538-019-00663-4.
41. Muller I. *A History of Thermodynamics: The Doctrine of Energy and Entropy*. Berlin: Springer, 2007. 330 p. DOI: 10.1007/978-3-540-46227-9.
42. Shu JJ. A new integrated symmetrical table for genetic codes. *Biosystems*. 2017;151:21–26. DOI: 10.1016/j.biosystems.2016.11.004.
43. Morozov AY., Kuzenkov OA, Sandhu SK. Global optimisation in hilbert spaces using the survival of the fittest algorithm. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2021;103:106007. DOI: 10.1016/j.cnsns.2021.106007.
44. Yao X, Liu Y, Lin G. Evolutionary programming made faster. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 1999;3(2):82–102. DOI: 10.1109/4235.771163.
45. Kuzenkov O, Morozov A, Kuzenkova G. Recognition of patterns of optimal diel vertical migration of zooplankton using neural networks. *IJCNN 2019 – International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest. Hungary. 2019. P. 1–6. DOI: 10.1109/IJCNN.2019.8852060.
46. Kuzenkov O, Kuzenkova G. Identification of the fitness function using neural networks. *Procedia Computer Science*. 2020;169(692–697). DOI: 10.1016/j.procs.2020.02.179.
47. Casagrande D. Information as verb: Re-conceptualizing information for cognitive and ecological models. *Journal of Ecological Anthropology*. 1999;3(1):4–13. DOI: 10.5038/2162-4593.3.1.1.
48. *Dusenbery DB*. *Sensory Ecology*. New York: Freeman, 1992. 558 p.

49. Zade LA. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. Information Sciences. 1975;8(3):199–249. DOI: 10.1016/0020-0255(75)90036-5.
50. Kuzenkov O, Kuzenkova G, Kiseleva T. Computer support of training and research projects in the field of mathematical modeling of selection processes. Educational technologies and society. 2019;22(1):152–163 (in Russian).
51. Kuzenkov OA. Studying the Concept of Information by IT-students. Modern Information Technologies and IT-Education. 2023;19(1):13–23 (in Russian). DOI: 10.25559/SITITO.019.202301.013-023.



Кузенков Олег Анатольевич — родился в Горьковской области (1961). Окончил с отличием факультет вычислительной математики и кибернетики Горьковского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (1984). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности «Дифференциальные уравнения и математическая физика» (1989, ГГУ). С 2015 года работает на кафедре дифференциальных уравнений, математического и численного анализа Института информационных технологий, математики и механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского. Научные интересы — теория меры, оптимизация и теория оптимального управления, математическое моделирование. Имеет более 120 публикаций по указанным направлениям.

Россия, 603022 Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: kuzenkov_o@mail.ru
ORCID: 0000-0001-9407-0517
AuthorID (eLibrary.Ru): 12881

EDITOR-IN-CHIEF

Yu. V. Gulyaev, Member of the RAS, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

DEPUTY EDITORS

I. V. Sysoev, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

A. N. Chumachenko, Ph.D., Saratov State University (Saratov, Russia)

MANAGING EDITOR

M. V. Sysoeva, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

EDITORIAL BOARD

V. M. Anikin, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

B. P. Bezruchko, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

S. Boccaletti, Ph.D., Institute for Complex Systems of the NRC (Florence, Italy)

A. M. Bykov, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Ioffe Institute (Saint-Petersburg, Russia)

S. V. Gonchenko, Ph.D., Professor, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Nizhny Novgorod, Russia)

N. S. Ginzburg, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

A. S. Dmitriev, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

S. A. Kashchenko, Ph.D., Professor, P. G. Demidov Yaroslavl State University (Yaroslavl, Russia)

A. V. Kraskov, Ph.D., Newcastle University (Newcastle, UK)

N. V. Kuznetsov, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Saint-Petersburg University (Saint-Petersburg, Russia)

G. van Luijelaar, Ph.D., Professor, Radboud University Nijmegen (Nijmegen, The Netherlands)

A. Lüttjohann, Ph.D., Westfälische Wilhelms-Universität (Münster, Germany)

G. G. Malinetskii, Ph.D., Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics of the RAS (Moscow, Russia)

V. V. Matrosov, Ph.D., Professor, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Nizhny Novgorod, Russia)

I. I. Mokhov, Member of the RAS, Ph.D., Professor, A. M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the RAS (Moscow, Russia)

A. B. Neiman, Ph.D., Professor, Ohio University (Ohio, USA)

V. I. Nekorkin, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

A. S. Pikovskiy, Dr. rer. Nat. habil., Professor, University of Potsdam (Potsdam, Germany)

A. N. Pisarchik, Ph.D., Professor, Universidad Politecnica de Madrid (Madrid, Spain)

A. V. Porubov, Ph.D., Professor, Institute of Problems of Mechanical Engineering of the RAS (Saint-Petersburg, Russia)

V. V. Tuchin, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

A. M. Feigin, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

E. Ya. Frisman, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Institute for Complex Analysis of Regional Problems of the RAS (Birobidzhan, Russia)

V. A. Tsarev, Ph.D., Professor, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (Saratov, Russia)

V. A. Cherepenin, Member of the RAS, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

M. V. Shitikova, Ph.D., Professor, Voronezh State Technical University (Voronezh, Russia)

V. G. Yakhno, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

ISSN 0869-6632



9 770869 663203 >