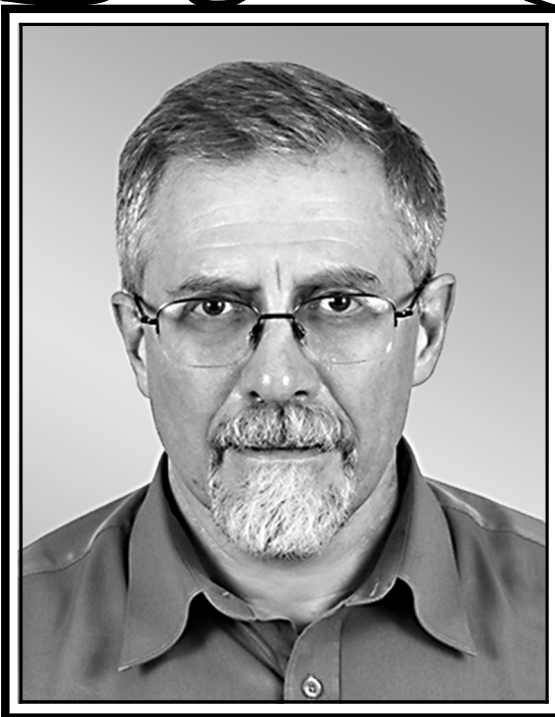


ISSN 0869-6632 (print) ISSN 2542-1905 (online)

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Прикладная Деловая Динамика



70 лет Александру Марковичу Фейгину

ИЗДАНИЕ САРАТОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР

Ю. В. Гуляев, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА

И. В. Сысоев, д.ф.-м.н., доцент, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

А. Н. Чумаченко, д. геогр. н., СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ

В. М. Аникин, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

Б. П. Безручко, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

С. Боккалетти, Ph.D., Институт сложных систем при Национальном исследовательском совете (Флоренция, Италия)

А. М. Быков, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН (Санкт-Петербург, Россия)

В. А. Вакорин, Ph.D., Университет Саймона Фрейзера (Ванкувер, Канада)

С. В. Гонченко, д.ф.-м.н., профессор, ННГУ им. Н. И. Лобачевского (Нижний Новгород, Россия)

Н. С. Гинзбург, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

А. С. Дмитриев, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

С. А. Кащенко, д.ф.-м.н., профессор, ЯрГУ им. П. Г. Демидова (Ярославль, Россия)

А. В. Красков, Ph.D., Ньюкаслский университет (Ньюкасл, Великобритания)

Н. В. Кузнецов, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, СПбГУ (Санкт-Петербург, Россия)

Ж. ван Луйтелаар, Ph.D., профессор, Университет Неймегена имени святого Радбода Утрехтского (Неймеген, Нидерланды)

А. Люттйоханн, Ph.D., Институт физиологии I Вестфальского университета имени Вильгельма (Мюнстер, Германия)

Г. Г. Малинецкий, д.ф.-м.н., профессор, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН (Москва, Россия)

В. В. Матросов, д.ф.-м.н., профессор, ННГУ им. Н. И. Лобачевского (Нижний Новгород, Россия)

И. И. Мохов, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН (Москва, Россия)

А. Б. Нейман, д.ф.-м.н., Университет Огайо (Огайо, США)

В. И. Некоркин, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

А. С. Пиковский, доктор наук, Потсдамский университет (Потсдам, Германия)

А. Н. Писарчик, к.ф.-м.н., Мадридский технический университет (Мадрид, Испания)

А. В. Порубов, д.ф.-м.н., ИПМаш РАН (Санкт-Петербург, Россия)

В. В. Тучин, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., профессор, СГУ имени Н. Г. Чернышевского (Саратов, Россия)

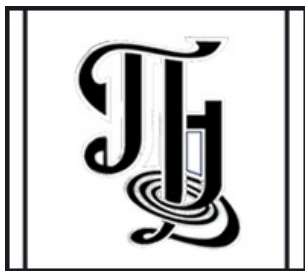
А. М. Фейгин, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)

В. А. Царёв, д.т.н., профессор, СГТУ имени Гагарина Ю. А (Саратов, Россия)

В. А. Черепенин, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор, ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН (Москва, Россия)

М. В. Шитикова, д.ф.-м.н., профессор, ВГТУ (Воронеж, Россия)

В. Г. Яхно, д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН (Нижний Новгород, Россия)



**Известия высших учебных заведений
ПРИКЛАДНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА**

Научно-технический журнал

Издается с 1993 года, выходит 6 раз в год

Учредитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83; e-mail: rector@sgu.ru

Издатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83; e-mail: rector@sgu.ru

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 1492 от 19.12.1991, перерегистрация: № 1492 от 24.08.1998, перерегистрация: ПИ № ФС77-77991 от 20.03.2020

Краткое название: Известия вузов. ПНД

ISSN печатной версии 0869-6632, ISSN online версии 2542-1905

Язык публикаций: русский, английский

Журнал включён как самостоятельное издание в два индекса Web of Science: Emerging Source Citation Index (WoS Core Collection) и Russian Science Citation Index

Журнал включен в библиографическую базу данных SCOPUS (sourceid/21100864538) как самостоятельное издание

Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук». Научные специальности, по которым присуждаются учёные степени (физико-математические науки): 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела, 1.3.3 – Теоретическая физика, 1.3.4 – Радиофизика, 1.3.5 – Физическая электроника, 1.3.6 – Оптика, 1.3.9 – Физика плазмы, 1.3.11 – Физика полупроводников, 1.3.19 – Лазерная физика, 1.5.2 – Биофизика

Подписку на печатную версию издания можно оформить в Интернет-каталоге ГК «Урал-Пресс» (uralpress.ru). Цена свободная

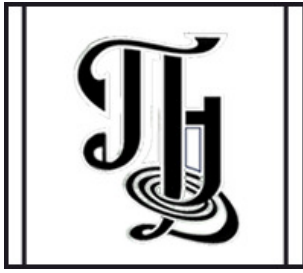
Электронная версия журнала находится в открытом доступе

Зав. редакцией М. В. Сысоева
Редакторы: Л. А. Сидорова, А. О. Салахова
Верстка О. Н. Строгановой

Адрес редакции: Россия, 410012 Саратов,
Астраханская, 83. Тел.: +7 (8452) 523864,
+7 (909) 3367208, e-mail: andjournal@sgu.ru,
сайт: <http://andjournal.sgu.ru>

Подписан в печать 15.11.2023
Вышел в свет 30.11.2023
Формат 60x84 1/8. Усл. печ. л. 16,28 (17,5)
Тираж 100 экз. Заказ № 147-Т

Отпечатан в Типографии Саратовского
университета. Адрес типографии: Россия,
410012 Саратов, Астраханская, 83, корп. 8
Тел.: +7 (8452) 273385, e-mail: sguprint@bk.ru



Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy
APPLIED NONLINEAR DYNAMICS

Scientific-technical journal

Published since 1993, 6 issues per year

The journal was founded by Saratov State University
83, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia; e-mail: rector@sgu.ru

The publisher of the journal is Saratov State University
83, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012, Russia; e-mail: rector@sgu.ru

Registered with the Federal service for supervision of communications, information technology and mass communications. Certificate of mass media registration No 1492 of 19.12.1991, re-registration: No 1492 of 24.08.1998, re-registration: ПИ No ФC77-77991 of 20.03.2020

Abbreviated title: Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics

ISSN print 0869-6632, ISSN online 2542-1905

Languages of publication: Russian and English

The journal is included into Web of Science Core Collection, Emerging Source Citation Index and into Russian Science Citation Index on the Web of Science platform

The journal has been indexed in SCOPUS as an independent source (sourceid/21100864538)

The journal is included in «The LIST of peer-reviewed scientific publications, where the main scientific results of Candidate of Sciences and Doctor of Sciences dissertations have to be published». The following Scientific Specialties in the field of Physics and Mathematical Sciences are presented: 1.1.8 – Mechanics of a deformable solid body, 1.3.3 – Theoretical Physics, 1.3.4 – Radio Physics, 1.3.5 – Physical Electronics, 1.3.6 – Optics, 1.3.9 – Plasma Physics, 1.3.11 – Semiconductor Physics, 1.3.19 – Laser Physics, 1.5.2 – Biophysics

A subscription to the print version of the journal can be issued in the Internet catalog of the Ural-Press Group of Companies (ural-press.ru)

The journal is Open Access

Head of Editorial office M. V. Sysoeva
Editors: L. A. Sidorova, A. O. Salakhova
Layout of O. N. Stroganova

Address of Editorial office: 83, Astrakhanskaya Str.,
Saratov 410012, Russia. Ph.: +7 (8452) 523864,
+7 (909) 3367208, e-mail: andjournal@sgu.ru,
website: <http://andjournal.sgu.ru>

Signed to press 15.11.2023. Published 30.11.2023
Format 60x84 1/8. Conv.-pr. Sh. of 16,28 (17,5)
Edition of 100 copies. Order No. 147-T

Printed by Printing House of Saratov State
University. Address of Printing House:
83, build. 8, Astrakhanskaya Str., Saratov 410012,
Russia. Ph.: +7 (8452) 273385, e-mail: sguprint@bk.ru

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОТ РЕДАКТОРА

Мухин Д. Н. К 70-летию Александра Марковича Фейгина 677

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада струи вязкой жидкости 680

Екомасов Е. Г., Кудрявцев Р. В., Самсонов К. Ю., Назаров В. Н., Кабанов Д. К. Динамика кинка уравнения синус-Гордона в модели с тремя одинаковыми притягивающими или отталкивающими примесями 693

Говорухин В. Н. Идентификация и прогноз динамики плоской вихревой структуры на основе математической модели системы точечных вихрей 710

Бабичев Р. К. Исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиальным преобразователем магнитостатических мод в прямоугольной пленке железиттриевого граната 727

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

Sheinman M. Exact sequence matches in genomic studies [*Шейнман М.* Точные соответствия последовательностей в геномных исследованиях] 739

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И НЕЙРОНАУКА

Кириллов С. Ю., Злобин А. А., Клиньшов В. В. Коллективная динамика нейронной сети из возбуждающей и подавляющей популяций: колебания, тристабильность, хаос 757

Ольшанский В. М., Барон В. Д., МакМагон Е., Зленко Д. В. Электрические рыбы как объект фундаментальных исследований 776

PERSONALIA

Рожнев А. Г., Рыскин Н. М. Памяти Дмитрия Валерьевича Соколова 813

C O N T E N T S

EDITORIAL

Mukhin D. N. On the 70th anniversary of Alexander M. Feigin 677

APPLIED PROBLEMS OF NONLINEAR OSCILLATION AND WAVE THEORY

Safronov A. A., Koroteev A. A., Grigoriev A. L., Filatov N. I. Simulation of self-induced capillary break up of a viscous liquid jet 680

Ekomasov E. G., Kudryavtsev R. V., Samsonov K. Yu., Nazarov V. N., Kabanov D. K. Kink dynamics of the sine-Gordon equation in a model with three identical attracting or repulsive impurities 693

Govorukhin V. N. Identification and dynamics prediction of a plane vortex structure based on a mathematical model of a point vortices system 710

Babichev R. K. Excitation by shot circuited coaxial transducer of magnetostatic modes in rectangular yttrium iron garnet film 727

MODELING OF GLOBAL PROCESSES. NONLINEAR DYNAMICS AND HUMANITIES

Sheinman M. Exact sequence matches in genomic studies 739

NONLINEAR DYNAMICS AND NEUROSCIENCE

Kirillov S. Y., Zlobin A. A., Klinshov V. V. Collective dynamics of a neural network of excitable and inhibitory populations: oscillations, tristability, chaos 757

Olshanskiy V. M., Baron V. D., MacMahon E., Zlenko D. V. Electric fish as an object of fundamental research 776

PERSONALIA

Rozhnev A. G., Ryskin N. M. To the memory of Dmitry V. Sokolov 813



К 70-летию Александра Марковича Фейгина

Д. Н. Мухин

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
им. А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия
E-mail: mukhin@ipfran.ru

Поступила в редакцию 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Для цитирования: Мухин Д. Н. К 70-летию Александра Марковича Фейгина // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 677–679. DOI: 10.18500/0869-6632-003076. EDN: VTSRNX

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

10 декабря 2023 года заведующему отделом физики атмосферы и микроволновой диагностики Института прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН (Нижний Новгород), профессору ННГУ, доктору физико-математических наук Александру Марковичу Фейгину исполняется 70 лет.

Научная жизнь А. М. Фейгина неразрывно связана с Институтом прикладной физики, в годы основания которого он работал в команде своего наставника Александра Григорьевича Литвака (ныне академик и член президиума РАН) в области физики плазмы над задачами нелинейного взаимодействия электромагнитных волн с плазмой. В 1983 году он защитил кандидатскую диссертацию на тему «О резонансном взаимодействии сильных электромагнитных волн с изотропной плазмой» под руководством А. Г. Литвака.

В 1990-х годах А. М. Фейгин включился в руководство отделом физики атмосферы и микроволновой диагностики ИПФ РАН, став заместителем заведующего, а затем — заведующим отделом. Переход в этот отдел стал началом эпохи в его исследовательской деятельности, связанной с моделированием нелинейных процессов в атмосфере и климате Земли. Будучи воспитанником известной в России и мире нижегородской школы радиофизики, имея за плечами солидный опыт решения нелинейных задач в физике плазмы и физическую интуицию, А. М. Фейгин в кратчайшие сроки получил первые прорывные результаты в области моделирования атмосферных фотохимических процессов. Он разработал аппарат базовых динамических моделей атмосферной фотохимической кинетики, позволяющий путем группировки химических специй по временным масштабам, объединения их в семейства, создавать редуцированную низкоразмерную систему дифференциально-алгебраических уравнений, наследующую нелинейно-динамические свойства полномасштабной системы. Такой подход позволил выявить нелинейный механизм образования



антарктической озоновой дыры в стратосфере, связанный с бифуркацией потери устойчивости равновесия в мультистабильной системе. Кроме того, с помощью базовых динамических моделей удалось описать сложную фотохимическую кинетику в мезосфере, что активно используется и сейчас его коллегами и учениками при исследовании химии верхней и средней атмосферы.

Осознавая ограниченные возможности подхода к моделированию сложных природных систем «из первых принципов» (на основе заранее отобранных физических уравнений), А. М. Фейгин в конце 1990-х годов начал всерьез задумываться о моделировании динамических систем путем прямого анализа данных наблюдений. Вместе с небольшой командой молодых ученых, он впервые продемонстрировал (на примерах систем различной сложности) возможность долгосрочного прогноза критических переходов — быстрых изменений качественного поведения системы с медленно меняющимися параметрами — путем построения модели оператора эволюции, обученной по временному ряду. Этот результат положил начало новому направлению в ИПФ РАН — эмпирическому моделированию сложных систем, которое активно развивается и в настоящее время при его активном участии.

В 2002 году описанные выше результаты научной деятельности А. М. Фейгина вошли в его докторскую диссертацию «Нелинейно-динамические модели атмосферных фотохимических систем» по специальности «радиофизика» и «физика атмосферы и гидросферы».

В ходе развития эмпирического моделирования под руководством А. М. Фейгина был разработан подход к построению нелинейных редуцированных (низкоразмерных) моделей оптимальной сложности в виде случайных динамических систем, показавший эффективность в прогностическом моделировании высокоразмерных и зашумленных систем, были созданы методы реконструкции динамических переменных на основе оптимальных нелинейных разложений данных. Основным полигоном применения созданного инструментария стал климат Земли — сложная многокомпонентная нелинейная динамическая система, подверженная внешним воздействиям и демонстрирующая нетривиальную динамику в широком диапазоне временных масштабов, с характерными временами от месяцев до миллионов лет. К числу главных результатов моделирования климата, полученных при непосредственном участии А. М. Фейгина, можно отнести: разложение динамики глобального климата на небольшое число нелинейных мод, описывающих все основные климатические колебания на межгодовых и декадных масштабах; создание эмпирической

модели динамики климата в плейстоцене, с помощью которой удалось объяснить динамический механизм формирования ледниковых циклов и роль астрономических форсингов в этом механизме; создание прогностической модели явления Эль-Ниньо Южное колебание (ЭНЮК), которая начиная с 2019 года вносит вклад в ансамблевый прогноз ЭНЮК, организованный колумбийским университетом (IRI ENSO forecast plume).

Одновременно в руководимом А. М. Фейгиным отделе все эти годы успешно разрабатывались и создавались приборы наземного дистанционного зондирования атмосферы в миллиметровом диапазоне длин волн, а также усовершенствовались алгоритмы реконструкции высотных профилей параметров атмосферы по данным наземных измерений. Так, были созданы прибор с внутренней калибровкой для измерения профиля озона до высот мезосферы, приборы для измерения профиля температуры в стратосфере, разработан проект тропосферного термометра. Кроме того, был создан уникальный мобильный комплекс для дистанционного измерения высоты снежного покрова.

А. М. Фейгин активно участвует в научной жизни в России и мире. Он был организатором большого числа российских и международных конференций. В частности, по его инициативе в России в 2018 году была проведена регулярная международная конференция по математической геофизике (CMG) под эгидой Международного геодезического и геофизического союза, он неоднократно организовывал секции на генеральной ассамблее Европейского союза наук о Земле, был главным организатором регулярной российской школы-конференции молодых ученых «Малые примеси атмосферы. Атмосферное электричество», принимал участие в организации всероссийских школ «Нелинейные волны», и др. Он является членом редколлегии журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика», был главным редактором специальных выпусков международного журнала «Chaos». Опубликовал более 100 научных работ, руководил многими международными и российскими проектами, сделал более 50 научных визитов в США, Великобританию, Германию, Австрию, Францию, Италию, Китай, Японию и другие страны, выступал приглашенным лектором в университете Пенсильвании, Имперском колледже Лондона, университетах Росток, Бремена, Гамбурга, имеет более 30 приглашенных докладов.

Долгие годы А. М. Фейгин ведет активную и плодотворную образовательную деятельность. На факультете «Высшая школа общей и прикладной физики» Нижегородского государственного университета он читает базовый курс лекций по общей физике. Несмотря на его высокую требовательность, у студентов он является одним из самых популярных и авторитетных лекторов. Его методически ясное, но при этом многостороннее освещение сложных физических законов и явлений, сформировало прочную теоретическую базу у многих поколений выпускников факультета. А. М. Фейгин был руководителем девяти кандидатских диссертаций по специальностям «физика атмосферы и гидросферы» и «радиофизика», а также большого числа магистерских диссертаций и бакалаврских дипломов.

Все, кому приходилось работать с А. М. Фейгиным, отмечают его неиссякаемую энергию и оптимизм, которыми он заражает окружающих коллег и учеников. Будучи максималистом в постановке научных задач, он стимулирует своих учеников браться за самые сложные, на первый взгляд, безнадежные проблемы. Но именно это приводит его научную группу к постоянному развитию научных подходов, расширению научного кругозора и, как следствие, получению новых результатов мирового уровня.

Ученики А. М. Фейгина из ИПФ РАН поздравляют его с 70-летним юбилеем, желают крепкого здоровья, вдохновения и многих выдающихся результатов!

*«Нелинейно-климатическая» группа А. М. Фейгина
из Института прикладной физики РАН*




Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)


Научная статья
УДК 532.68, 534.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003070
EDN: FLSBSF

Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада струи вязкой жидкости

А. А. Сафронов , А. А. Коротеев, А. Л. Григорьев, Н. И. Филатов

АО ГНЦ «Центр Келдыша», Москва, Россия

E-mail:  a.a.safr@yandex.ru, chkt@yandex.ru, grigorev@kerc.msk.ru, filatov@kerc.msk.ru

Поступила в редакцию 6.06.2023, принята к публикации 10.08.2023,

опубликована онлайн 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель исследования — выявление закономерностей самоиндуцированного распада струи вязкой жидкости, истекающей с малой скоростью из капиллярного отверстия в условиях микрогравитации. Метод исследования — численное моделирование закономерностей самоиндуцированного капиллярного распада с помощью методов механики Лагранжа. Результаты. Верифицированная методика численного моделирования капиллярной струи вязкой жидкости, основанная на методах механики Лагранжа. Выявленные закономерности самоиндуцированного распада вязкой струи в условиях микрогравитации. Зависимость длины нераспавшейся части струи от вязкости жидкости и скорости ее истечения из капиллярной форсунки. Заключение. Разработанная методика численного моделирования позволяет корректно и эффективно (с точки зрения используемого вычислительного ресурса) моделировать динамику капиллярной струи с учетом сложных нелинейных и граничных эффектов. Установлено выраженное влияние вязкости на закономерности распада струи, движущейся с малой скоростью. Полученные спектральные характеристики возмущений в струе позволяют поставить вопрос о возможности разработки асимптотической теории самоиндуцированного распада вязкой струи.

Ключевые слова: капиллярный распад струи, капиллярные волны, глобальная неустойчивость, капельный холодильник-излучатель.

Для цитирования: Сафронов А. А., Коротеев А. А., Григорьев А. Л., Филатов Н. И. Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада струи вязкой жидкости // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 680–692. DOI: 10.18500/0869-6632-003070. EDN: FLSBSF

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Simulation of self-induced capillary break up of a viscous liquid jet

A. A. Safronov[✉], A. A. Koroteev, A. L. Grigoriev, N. I. Filatov

JSC «Keldysh Research Center», Moscow, Russia

E-mail: ✉ a.a.safr@yandex.ru, chkt@yandex.ru, grigorev@kerc.msk.ru, filatov@kerc.msk.ru

Received 6.06.2023, accepted 10.08.2023, available online 13.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. The *aim* of the study is to reveal the patterns of self-induced disintegration of a viscous liquid jet flowing out at low speed from a capillary hole under microgravity conditions. The research *method* is numerical modeling of the regularities of self-induced capillary decay using the methods of Lagrange mechanics. *Results.* A verified technique for numerical simulation of a capillary jet of a viscous liquid based on the methods of Lagrange mechanics. Identified patterns of self-induced decay of a viscous jet under microgravity conditions. Dependence of the length of the undisintegrated part of the jet on the viscosity of the liquid and the velocity of its outflow from the capillary nozzle. *Conclusion.* The developed numerical simulation technique allows one to correctly and efficiently (from the point of view of the computing resource used) simulate the dynamics of a capillary jet, taking into account complex nonlinear and boundary effects. A pronounced effect of viscosity on the regularities of the disintegration of a jet moving at low speed has been established. The obtained spectral characteristics of perturbations in the jet make it possible to raise the question of the possibility of developing an asymptotic theory of the self-induced decay of a viscous jet.

Keywords: capillary disintegration of a jet, capillary waves, global instability, liquid droplet-radiator.

For citation: Safronov AA, Koroteev AA, Grigoriev AL, Filatov NI. Simulation of self-induced capillary break up of a viscous liquid jet. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2023;31(6):680–692. DOI: 10.18500/0869-6632-003070

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Задача моделирования капиллярного распада жидкой струи имеет множество технических приложений. Одно из них связано с созданием нового поколения систем отвода низкопотенциального тепла в космосе — капельных холодильников-излучателей (КХИ). Идея КХИ заключается в использовании капельной пелены сверхвысоковакуумного жидкого рабочего тела в качестве излучающей поверхности [1–4]. Пелена создается генератором капель, охлаждается при свободном распространении в космосе и собирается в уловителе. Преимуществами капельных излучателей являются высокая устойчивость к воздействию микрометеоритов, а также существенно меньшая масса по сравнению с традиционными панельными излучателями.

Для повышения эффективности и технологичности КХИ необходима минимизация скорости капель [4], ограниченной капиллярным пределом скорости истечения струи из капиллярной форсунки:

$$V = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho r_0}},$$

где σ и ρ — поверхностное натяжение и плотность жидкости, а r_0 — радиус капиллярного канала, из которого истекает струя.

Экспериментальное изучение закономерностей распада струи, истекающей из форсунки со скоростью, близкой к V , затруднено вследствие действия силы тяжести. Из-за малой скорости силы инерции, капиллярные и гравитационные силы оказываются сопоставимы, а режим капиллярного распада струи становится хаотическим. Небольшое изменение определяющих параметров может привести к изменению режима каплеобразования. Закономерности хаотического распада струи обсуждались в работах [5, 6].

Закономерности капиллярного распада струи без влияния силы тяжести экспериментально изучены японскими исследователями с использованием башен сбрасывания [7–10]. Эксперименты проводились со струями, генерируемыми различными капиллярными форсунками. Менялся радиус струи, условия смачивания форсунки истекающей жидкостью, профиль скорости струи на выходе из форсунки и т. д. Показано, что при любых граничных условиях на выходе из форсунки капиллярный распад медленной струи в условиях микрогравитации происходит самопроизвольно, без внесения в систему возмущений извне. Под действием различных факторов (отрыва капель, колебания их зародышей и др.) в струе (рис. 1) возникают коротковолновые бегущие капиллярные волны. Они движутся к капиллярной форсунке, отражаются от нее и из-за эффекта Доплера трансформируются в длинноволновые растущие возмущения. Развитие длинноволновых возмущений приводит к распаду струи, в процессе которого формируются новые возмущения.

Эксперименты показали, что при самоиндуцированном капиллярном распаде существует несколько равновесных значений длины нераспавшейся части струи (самораспадающаяся струя является мультстабильной динамической системой). При этом устойчивым к внешним воздействиям оказывается лишь состояние с минимальной длиной струи. Процесс установления может занимать продолжительное время (вплоть до нескольких десятков секунд). Из-за этого полноценное экспериментальное изучение закономерностей самоиндуцированного распада возможно лишь в космических экспериментах. К настоящему моменту проведен только один такой эксперимент, его результаты изложены в работе [7]. В качестве рабочей жидкости использовалась вода, диаметр струи составлял около одного миллиметра. Для описания влияния вязкости на капиллярные волны используется безразмерный критерий подобия — число Онезорге Oh:

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\sigma r_0}},$$

где μ — коэффициент динамической вязкости жидкости. В условиях космического эксперимента [7] значение $Oh \sim 10^{-3}$. Вместе с тем, применительно к задаче создания КХИ, интерес представляет изучение закономерностей самоиндуцированного распада струй вязких жидкостей с характерным значением числа Онезорге $Oh \sim 0.1$. Это объясняется тем, что все потенциально пригодные для использования в КХИ рабочие тела, обладающие низкой испаряемостью, имеют высокую вязкость.

Применительно к невязкому случаю разработаны две теоретические модели, позволяющих описывать механизм самоиндуцированного распада медленной струи. Первая предложена П. А. Якубенко [11] и основана на модели явления глобальной неустойчивости, разработанной А. Г. Куликовским [12]. С ее помощью изучены закономерности развития возмущений, распространяющихся в струе по течению и против течения. Модель позволяет объяснить причины самопроизвольного распада струи при любых граничных условиях, а также рассчитать спектр доминирующих возмущений. Недостаток подхода — невозможность расчета амплитуды возмущений и длины распадающейся струи.

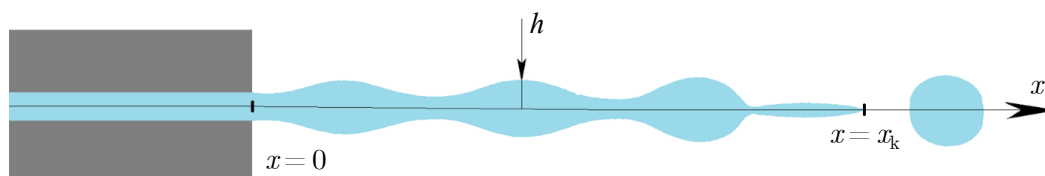


Рис. 1. Истечение струи из капиллярной форсунки

Fig. 1. Outflow of a jet from a capillary nozzle

Вторая — модель граничной неустойчивости — разработана А. Умемуру [7]. Считается, что возмущения в струе генерируются в результате отрыва от нее зародыша капли. С помощью функции Грина рассчитывается спектр распространяющихся против течения струи волн. С учетом граничных условий на форсунке рассчитываются характеристики отраженного от границы возмущения. Длина распадающейся части струи определяется с помощью характеристик отраженного возмущения. Подход позволяет рассчитать длину распадающейся струи. С его использованием выявлено существование нескольких метастабильных режимов распада. Показано, что устойчивым является состояние с минимальной длиной струи. К недостаткам методики следует отнести использование приближенного соотношения для расчета функции Грина, не учитывающего наличия растущих мод возмущения и волн-каустик большой амплитуды [13]. Другой недостаток — использование линейной теории, в то время как в окрестности края струи, где формируются бегущие волны, амплитуда возмущений велика. Условия отражения на капиллярной форсунке в ряде случаев основаны на приближенных линейных соотношениях. Наконец, разработанная модель не учитывает диссипативных эффектов (в струе наиболее интенсивно затухают именно коротковолновые бегущие капиллярные волны).

В представленной работе методом численного моделирования исследуются закономерности самоиндуцированного распада струи вязкой жидкости, истекающей из капиллярной форсунки со скоростью, сравнимой с капиллярным пределом V в условиях микрогравитации и вакуума.

1. Методика численного моделирования

Как правило, для моделирования каплеобразования при распаде осесимметричных струй (см. рис. 1) используются асимптотические разложения системы уравнений Навье–Стокса [14]. В качестве малых параметров, по которым производится разложение, выбираются отношение радиуса струи к ее длине, амплитуда начального возмущения струи и т. д. Одно из наиболее часто используемых разложений предложено в работе [15]. После перехода к безразмерным переменным (в качестве единицы длины выбирается начальный радиус струи r_0 , скорости — величина V , времени — отношение r_0/V), уравнения развития возмущений принимают вид

$$\begin{aligned} \partial_t u + u \partial_x u &= \partial_x \left(\frac{\partial_{xx} h}{(1 + \partial_x h^2)^{3/2}} - \frac{1}{h (1 + \partial_x h^2)^{1/2}} \right) + 3Oh \frac{1}{h^2} \partial_x (h^2 \partial_x u), \\ \partial_t h + u \partial_x h &= -\frac{1}{2} h \partial_x u, \end{aligned} \quad (1)$$

где h — радиус струи, u — среднемассовая скорость вещества струи.

Система (1) получена из уравнений Навье–Стокса с использованием предположения о том, что характерная длина волны возмущений струи значительно превосходит ее радиус. Это позволяет использовать только главные члены разложений в ряд Тейлора зависимости скорости жидкости и давления в струе от радиуса. Минимальная длина волны растущего возмущения составляет $2\pi r_0$. Возмущения с меньшей длиной волны эффективно затухают под действием диссипативных эффектов. Поэтому в практически интересных случаях использованные при выводе (1) предположения выполняются с высокой точностью. Это подтверждается многочисленными сравнениями теоретически полученных результатов с экспериментами, например [16, 17].

Одна из трудностей применения системы уравнений (1) для моделирования закономерностей самоиндуцированного распада состоит в необходимости описания многократного отделения зародышей капель от струи. При ее разрыве в решении задачи формируются сингулярности [18], для численного разрешения которых необходима перманентная адаптация расчетной сетки. Кроме того, возникает ряд сложностей, связанных с описанием края струи. В данной работе для моделирования капиллярной струи использовались методы Лагранжевой механики.

Ранее данный метод использовался в работе [5] для моделирования хаотической динамики инерционно-гравитационного режима подкапывания жидкости из крана.

Модельные уравнения получены в тех же предположениях, что и система (1): постоянство аксиальной скорости и давления по радиусу струи, а также несжимаемость жидкости. Вводится переменная ξ

$$\xi(x, t) = \int_x^{x_0} \pi h^2(z, t) dz,$$

где x_0 — координата конца струи, z — аксиальная координата струи (см. рис. 1). Аксиальную скорость вещества струи можно представить в виде $u = \partial_t \xi(\xi, t)$. Если координата среза капиллярного сопла $x = 0$, выражение для кинетической энергии струи примет вид

$$K = \frac{1}{2} \rho \int_0^{\xi(0,t)} u^2(\xi, t) d\xi.$$

Если струя находится в условиях микрогравитации, то потенциальная энергия соответствует поверхностной

$$\Pi = 2\pi\sigma \int_0^{x_0} h(z, t) \sqrt{1 + (\partial_z h)^2} dz.$$

Лагранжиан струи можно представить в виде

$$L = K - \Pi = \frac{1}{2} \rho \int_0^{\xi(0,t)} u^2(\xi, t) d\xi - 2\pi\sigma \int_0^{x_0} h(z, t) \sqrt{1 + (\partial_z h)^2} dz. \quad (2)$$

Диссипативная функция в ортонормированной системе координат $\{y_i\}$, одна из осей которой совпадает с осью струи, имеет следующий вид [19]:

$$\dot{E} = -\frac{1}{2} \mu \int_0^{\xi(0,t)} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial y_i} + \frac{\partial v_i}{\partial y_j} \right)^2 d\xi,$$

где v_i — проекция скорости вещества струи на ось y_i . С учетом осевой симметрии

$$\dot{E} = -3\mu \int_0^{\xi(0,t)} \left(\frac{\partial_\xi u}{\partial_\xi z} \right)^2 d\xi. \quad (3)$$

Для численного решения проводилась дискретизация лагранжиана. Считалось, что струя поделена на $N + 1$ жидких частиц (рис. 2). Нулевая частица соответствует краю струи,

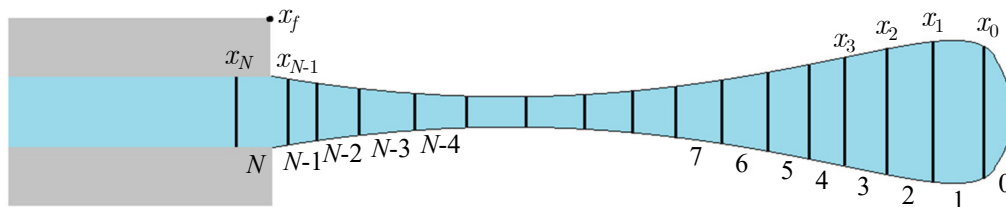


Рис. 2. Схема разбиения струи на жидкие частицы

Fig. 2. Scheme of splitting the jet into liquid particles

а N -я — жидкой частице, не успевшей полностью выйти из капиллярного отверстия. При этом считается, что k -я частица ограничена координатами x_{k-1} и x_{k+1} .

Объем и масса k -й жидкой частицы равны, соответственно

$$\xi_k = \int_{x_{k-1}}^{x_k} \pi h^2(z, t) dz,$$

$$m_k = \rho \xi_k.$$

Если считать, что k -я частица движется со скоростью перемещения точки x_k , кинетическая энергия струи составит

$$K = \frac{1}{2} \rho \int_0^{\xi(0,t)} u^2(\xi, t) d\xi = \frac{1}{2} \sum_k m_k (\dot{x}_k)^2 = \frac{1}{2} \sum_k m_k u_k^2.$$

В дискретном приближении диссипативная функция принимает вид

$$\dot{E} = -3\mu \int_0^{\xi(0,t)} \left(\frac{\partial_\xi u}{\partial_\xi z} \right)^2 d\xi = -3\mu \sum_k m_k \frac{(\dot{x}_k - \dot{x}_{k+1})^2}{(x_k - x_{k+1})^2}.$$

Расчет радиуса струи производится по формуле

$$h_k = \sqrt{\frac{m_k}{\pi (x_k - x_{k+1})}}.$$

Расчет площади поверхности k -й жидкой частицы, производится в предположении соответствия ее формы усеченному конусу

$$S_k = \pi (h_k + h_{k-1}) \sqrt{\frac{1}{4} (x_k - x_{k-1})^2 + (h_k - h_{k-1})^2}.$$

Тогда потенциальная энергия струи:

$$\Pi = 2\pi\sigma \int_0^{x_0} h(z, t) \sqrt{1 + (\partial_z h)^2} dz = \sigma \sum_k S_k = \sigma S_\Sigma.$$

С учетом приведенных соотношений

$$L = \frac{1}{2} \sum_k m_k u_k^2 - \sigma S_\Sigma,$$

а уравнение движения k -й жидкой частицы принимает вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial u_k} = \frac{\partial L}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial \dot{E}}{\partial u_k}.$$

Подставляя в последнее соотношение выражения для лагранжиана и диссипативной функции, учитывая связь между массой жидкой частицы и радиусом струи, можно получить:

$$\frac{d}{dt} (m_k u_k) = -\frac{\partial S_\Sigma}{\partial x_k} - 3\text{Oh} \left(h_k^2 \frac{u_k - u_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} - h_{k-1}^2 \frac{u_{k-1} - u_k}{x_{k-1} - x_k} \right). \quad (4)$$

Выражение (4) является разностным аналогом динамического уравнения системы (1).

Для описания поведения края струи в выражение для расчета полной площади ее поверхности необходимо добавить член, характеризующий площадь граничного элемента. При проведении исследований предполагалось, что поверхность края струи имеет форму параболоида. Его характеристики определялись с использованием информации об объеме граничного элемента, а также с учетом зависимости радиуса струи от координаты в окрестности края струи. Радиус струи на выходе из форсунки предполагался равным радиусу капиллярного отверстия.

Численная задача (4) является жесткой из-за наличия третьей производной радиуса струи в нелинейном выражении, описывающем действие капиллярных сил. Для ее решения использовалась схема «предиктор – релаксатор» [20]. Расчет перемещения частиц на каждом временном шаге производился в несколько этапов.

На этапе предиктора считалось, что смещение частиц от начального состояния происходит под действием инерции и силы вязкости F_v . Для каждой частицы рассчитывалось обновленное значение скорости $u_k \leftarrow u_k + \Delta t \cdot F_v/m_k$ и соответствующее этой скорости перемещение $x_k \leftarrow x_k + \Delta t \cdot u_k$.

На этапе релаксатора положение частиц уточнялось путем учета действия капиллярных сил F_{cap} . Расчет величины F_{cap} проводился для конфигурации частиц, полученной на этапе предиктора. Положение частиц уточнялось в соответствии с формулой $x_k \leftarrow x_k + F_{cap}(\Delta t)^2/(2m_k)$.

На третьем этапе производился расчет скорости жидких частиц путем деления вектора перемещения на величину шага по времени.

Величина временного шага для следующего этапа расчета Δt определялась после вычисления скорости частиц. Для этого расстояние между соседними частицами делилось на величину их относительной скорости. Выбиралось минимальное полученное «время столкновения» t_{col} жидких частиц. Величина шага по времени рассчитывается с помощью данного времени. Численные эксперименты показали, что сходимость численного алгоритма достигается в случае, когда Δt примерно в 15 раз меньше t_{col} . При проведении расчетов Δt считалось в 100 раз меньше t_{col} .

Особенностью задачи является возникновение в решении зон автомодельных решений, описывающих закономерности разрыва струи при отделении от нее зародышей капель (рис. 3). При этом зародыши капель большого радиуса оказываются связанными друг с другом тонкой перетяжкой. Для описания подобных явлений проводилась динамическая адаптация разбиения струи на жидкие элементы. Численные эксперименты показали, что результат расчета перестает зависеть от частоты разбиения в случае, когда расстояние между соседними жидкими частицами составляет менее 1/3 локального радиуса струи. Алгоритм расчета автоматически разделял или объединял частицы так, чтобы расстояние между ними находилось в пределах от 1/15 до 1/5 локального радиуса струи. Другие причины изменения числа жидких частиц при расчете — истекание новых порций жидкости из капиллярной форсунки, а также отделение от струи зародышей капель.

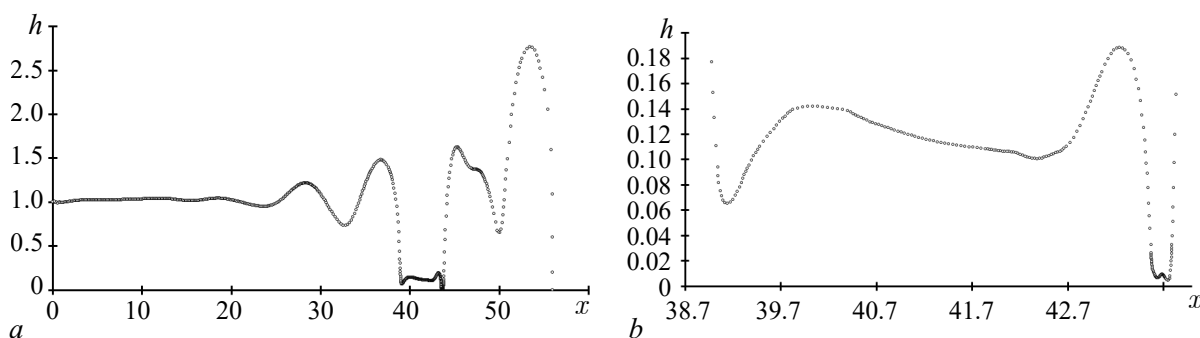


Рис. 3. Зависимость радиуса струи от координаты

Fig. 3. Dependence of the jet radius on the coordinate

Поскольку процесс разрыва струи имеет не гидродинамическую природу (в рамках гидродинамических закономерностей жидкий перешеек утончается до момента, когда происходит его разрыв из-за термодинамических флуктуаций), при выполнении численного расчета считалось, что разрыв происходит в момент, когда радиус струи становится меньше некоторой критической величины, выбор конкретного значения которой определялся целями проведения расчета.

На рис. 3 приведены результаты расчета струи с $Oh = 0.15$, истекающей из форсунки со средней скоростью $u_0 = 2$ (скорость модулировалась по закону $u = u_0(1 + 0.1 \cdot \sin(2\pi t \cdot 0.7/u_0))$ в момент времени $t = 37$ (рис. 3, *a* – струя целиком; рис. 3, *b* – перешеек, соединяющий зародыши капель). В окрестности точки с координатой $x = 43.7$ виден процесс образования вторичной зоны автомодельного решения в области отрыва тонкого перешейка от зародыша капель.

Проверка сходимости и верификация разработанного компьютерного кода проводилась путем численного расчета инкремента роста длинноволновых возмущений (волновое число $k = 2\pi r_0/\lambda$, где λ – длина волны возмущения). Из системы уравнений (1) следует, что малые возмущения с $k < 1$ растут с инкрементом ω , определяемым формулой [13]:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{2}k^2(1 - k^2) - \frac{9}{4}Oh^2k^4} - \frac{3}{2}Ohk^2.$$

На рис. 4 представлены результаты сравнения зависимости $\omega(k)$ при $Oh = 0.15$ с результатами численного расчета, проведенного для исследования развития возмущений в жидком цилиндре длиной 11λ . Положение граничных жидких элементов не изменялось. Амплитуда синусоидального начального возмущения радиуса струи составляла 1% от его средней величины. Анализу подвергалась зависимость амплитуды возмущения в центральной волне от времени. После протекания переходных процессов устанавливался режим экспоненциального роста амплитуды возмущения, а при ее превышении значения порядка 0.1 среднего радиуса струи наблюдались изменения величины фактора роста, вызванные развитием нелинейности. Величина ω рассчитывалась по данным, полученным на промежутке времени между начальным процессом установления и развитием нелинейности.

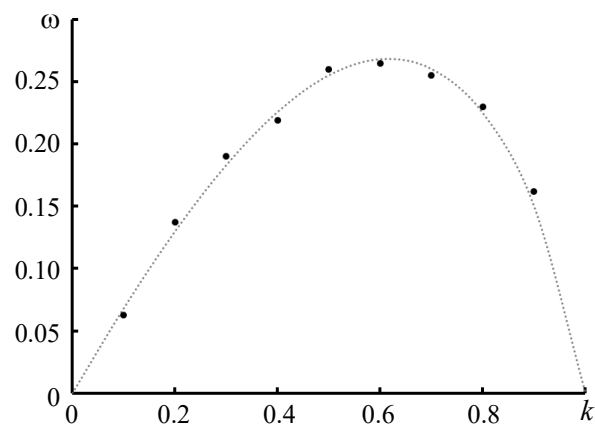


Рис. 4. Сравнение результатов численного расчета (точки) величины фактора роста возмущений ω с аналитически полученным значением (пунктир) при $Oh = 0.15$

Fig. 4. Comparison of the results of numerical calculation (points) of the disturbance growth factor ω with the analytically obtained value (dotted line) at $Oh = 0.15$

2. Результаты численного моделирования

Моделирование самоиндуцированного капиллярного распада производилось в предположении наличия в начальный момент времени на выходе из форсунки неподвижного капиллярного мениска, состоящего из десяти жидких расчетных элементов. Скорость истечения жидкости в начале расчета равнялась u . Для того чтобы в струе быстро сформировался устойчивый режим распада, соответствующий минимальной длине нераспавшейся части струи, в систему вносились возмущения, то есть производилось модулирование скорости истечения струи с амплитудой 0.1 и периодом $2\pi \cdot 0.7/u$ (значение $k = 0.7$ близко к максимуму зависимости фактора роста от k).

Тонкие перешейки практически не влияют на динамику основной части струи. Поэтому предполагалось, что разрыв происходит, если радиус струи меньше $0.05r_0$. В некоторых случаях наблюдался отрыв от струи протяженного фрагмента, содержащего ярко выраженные зародыши нескольких капель; аналогичное явление наблюдалось и в натуральных экспериментах [21]. При отделении от струи зародыша капли для последующего анализа сохранялись: время разрыва струи, координата центра масс отделившегося отрезка струи, а также его масса и среднемассовая скорость.

Сложность определения длины нераспавшейся части струи l обусловлена колебательными изменениями положения ее края. Строилась зависимость координаты центра масс отделившегося отрезка струи от времени отделения. Пример графика данной зависимости приведен на рис. 5, *a*; расчет проводился для значений $Oh = 0.05$, $u = 1$. Видно, что положение края струи колеблется относительно средней величины с амплитудой, приблизительно составляющей 10% длины струи. Аналогичные колебания наблюдались в экспериментах [7–10]. Длиной нераспавшейся части струи считалось среднее значение координаты центра масс отделившейся капли.

На рис. 5, *b* приведена зависимость l от скорости истечения струи для различных Oh . Сплошной линией изображена экспериментально полученная в космическом эксперименте [7] зависимость. Для верификации методики численного моделирования в первой серии расчетов (на графике результаты обозначены треугольниками) исследовалась зависимость $l(u)$ для $Oh = 0.01$. Результаты хорошо согласуются с космическим экспериментом [7]. Также производился расчет зависимости $l(u)$ при $Oh = 0.05$ (круги на графике) и $Oh = 0.15$ (квадраты). При значениях $u \sim 1$ число Онезорге заметно влияет на длину нераспавшейся части струи: при повышении вязкости до $Oh = 0.15$ l возрастает в несколько раз. Однако при повышении скорости это влияние ослабевает. При u примерно равном 4 относительное удлинение нераспавшейся части струи из-за действия вязких сил составляет порядка 10%.

Дополнительно рассчитывался фурье-спектр возмущений в струе $a(k)$. С целью предотвращения влияния закономерностей разрыва перетяжек между зародышами капель на спектр возмущений (в тонкой перетяжке формируются короткие волны), для расчета $a(k)$ выбирался момент, когда перетяжек не было. Система имеет конечную длину, спектр «дискретизируется» с шагом $\Delta k \sim 2\pi/l$. Величина пиковых значений в спектре a возводилась в квадрат для анализа спектрального распределения энергии.

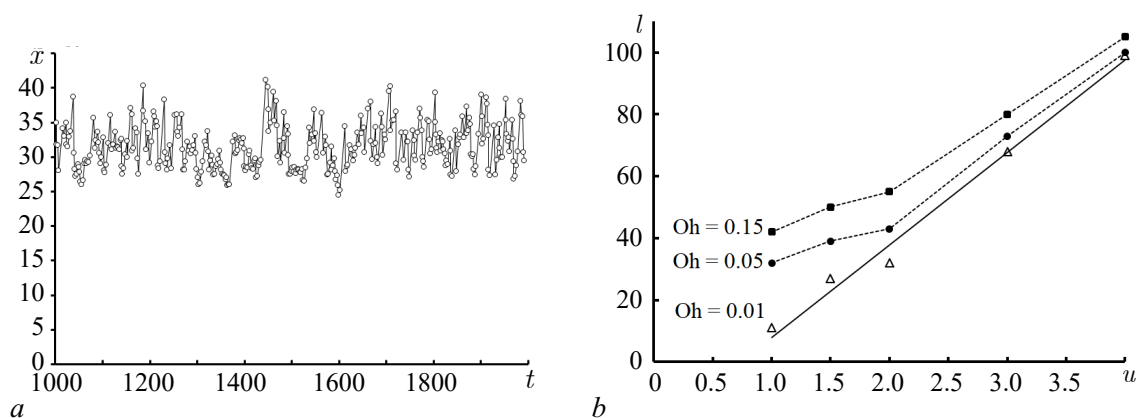


Рис. 5. *a* – Зависимость от времени координаты центра масс отрывающейся от струи капли ($u = 1$, $Oh = 0.05$). *b* – Зависимость $l(u)$ для различных Oh (сплошная линия – космический эксперимент; расчет: Δ – $Oh = 0.01$; \bullet – $Oh = 0.05$; \blacksquare – $Oh = 0.15$)

Fig. 5. *a* – Time dependence of the coordinate of the center of mass of a drop detached from the jet ($u = 1$, $Oh = 0.05$). *b* – Dependence $l(u)$ for various Oh (solid line – space experiment; calculation: Δ – $Oh = 0.01$; \bullet – $Oh = 0.05$; \blacksquare – $Oh = 0.15$)

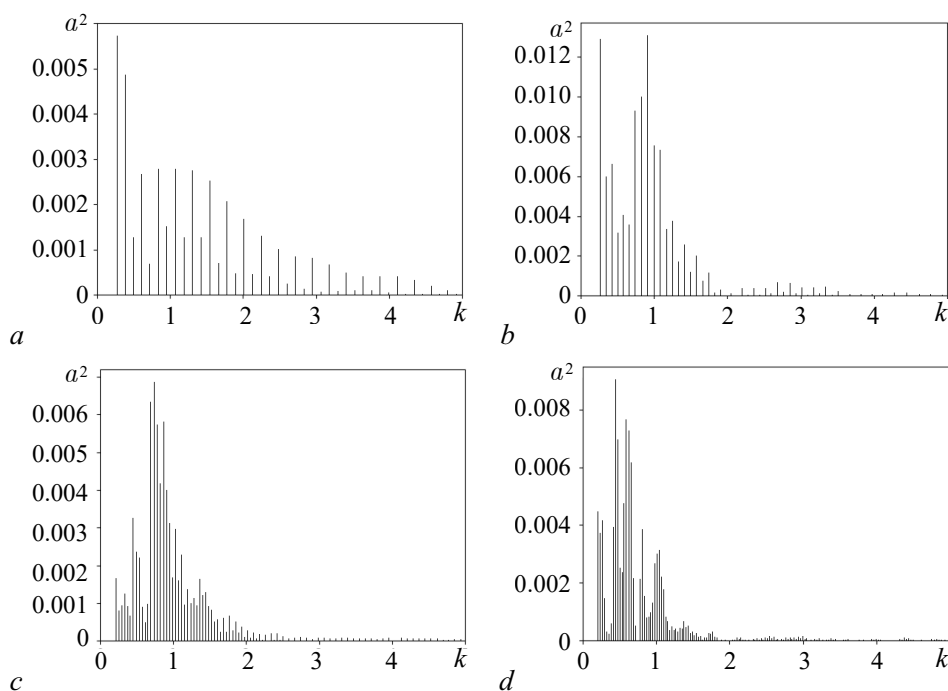


Рис. 6. Спектр возмущений в струе: $a - u = 1$, $Oh = 0.05$; $b - u = 1$, $Oh = 0.15$; $c - u = 4$, $Oh = 0.05$; $d - u = 4$, $Oh = 0.15$

Fig. 6. Spectrum of perturbations in the jet: $a - u = 1$, $Oh = 0.05$; $b - u = 1$, $Oh = 0.15$; $c - u = 4$, $Oh = 0.05$; $d - u = 4$, $Oh = 0.15$

На рис. 6 приведена зависимость пиковых значений $a^2(k)$ для струй с $u = 1$ и $u = 4$ при $Oh = 0.05$ и $Oh = 0.15$. При малой скорости истечения жидкости наблюдается широкий спектр возмущений. С увеличением скорости истечения спектр сосредоточивается вблизи $k = 1$. Помимо этого основного максимума при большой скорости u в спектре наблюдается дополнительный максимум вблизи $k = 1.25$ — значении волнового числа, близкого к длине волны Эйри [13].

Заключение

Предложенная методика позволяет корректно и эффективно моделировать динамику капиллярной струи с возможностью учета сложных граничных эффектов.

Проведено моделирование самоиндуцированного распада вязкой струи в условиях микрогравитации. Установлено выраженное влияние вязкости на закономерности распада струи, движущейся с малой скоростью.

В настоящее время не существует аналитической модели явления самоиндуцированного распада вязкой струи. Результаты выполненного исследования спектра возмущений в самораспадающейся струе свидетельствуют о том, что при $Oh \sim 0.1$ спектр бегущих волн сосредоточен в малой окрестности безразмерного волнового числа $k = 1$. Вопрос о возможности разработки асимптотической теории самоиндуцированного распада вязкой струи требует дальнейшего изучения.

Список литературы

1. Демянко Ю. Г., Конюхов Г. В., Коротеев А. С., Кузьмин Е. П., Павельев А. А. Ядерные ракетные двигатели. М.: Норма-Информ, 2001. 414 с.
2. Коротеев А. А. Капельные холодильники - излучатели космических энергетических установок нового поколения. М.: Издательство «Машиностроение», 2008. 184 с.

3. *Бондарева Н. В., Глухов Л. М., Коротеев А. А., Красовский В. Г., Кустов Л. М., Нагель Ю. А., Сафронов А. А., Филатов Н. И., Черникова Е. А.* Бескаркасные системы отвода низкопотенциального тепла в космосе: успехи обработок и нерешенные задачи // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2015. № 4. С. 130–142.
4. *Коротеев А. А., Сафронов А. А., Филатов Н. И., Григорьев А. Л., Хлынов А. В.* Исследование генераторов капель бескаркасных систем теплоотвода в космосе // Космическая техника и технологии. 2023. № 1 (40). С. 40–51.
5. *Fuchikami N., Ishioka S., Kiyono K.* Simulation of a dripping faucet // Journal of the Physical Society of Japan. 1999. Vol. 68, no. 4. P. 1185–1196. DOI: 10.1143/JPSJ.68.1185.
6. *Kiyono K., Fuchikami N.* Bifurcations induced by periodic forcing and taming chaos in dripping faucets // Journal of the Physical Society of Japan. 2002. Vol. 71, no. 1. P. 49–55. DOI: 10.1143/JPSJ.71.49.
7. *Utemura A., Osaka J., Shinjo J., Nakamura Y., Matsumoto S., Kikuchi M., Taguchi T., Ohkuma H., Dohkojima T., Shimaoka T., Sone T., Nakagami H., Ono W.* Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration // Microgravity Sci. Technol. 2020. Vol. 32, no. 3. P. 369–397. DOI: 10.1007/s12217-019-09756-0.
8. *Utemura A.* Self-destabilising loop of a low-speed water jet emanating from an orifice in microgravity // Journal of Fluid Mechanics. 2016. Vol. 797. P. 146–180. DOI: 10.1017/jfm.2016.271.
9. *Utemura A., Osaka J.* Self-destabilizing loop observed in a jetting-to-dripping transition // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 752. P. 184–218. DOI: 10.1017/jfm.2014.329.
10. *Utemura A.* Model for the initiation of atomization in a high-speed laminar liquid jet // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 757. P. 665–700. DOI: 10.1017/jfm.2014.511.
11. *Yakubenko P. A.* Capillary instability of an ideal jet of large but finite length // European Journal of Mechanics - B/Fluids. 1997. Vol. 16, no. 1. P. 39–47.
12. *Куликовский А. Г.* Об устойчивости однородных состояний // Прикладная математика и механика. 1966. Т. 30, № 1. С. 148–153.
13. *Safronov A. A.* Investigation of the structure of waves generated by a δ -perturbation of the surface of a capillary jet // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022. Vol. 18, no. 3. P. 367–378. DOI: 10.20537/nd220303.
14. *Аметистов Е. В., Дмитриев А. С.* Монодисперсные системы и технологии. М.: Издательство МЭИ, 2002. 392 с.
15. *Eggers J., Dupont T. F.* Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation // Journal of Fluid Mechanics. 1994. Vol. 262. P. 205–221. DOI: 10.1017/S0022112094000480.
16. *Сафронов А. А.* Особенности капиллярного распада струй жидкости при числах Онезорга больше единицы // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90, № 1. С. 176–185.
17. *Бондарева Н. В., Григорьев А. Л., Коровин Т. Г., Коротеев А. А., Сафронов А. А., Скоробогатько Т. Д., Филатов Н. И., Хлынов А. В.* Экспериментальное исследование влияния числа Онезорга на размеры капель, образовавшихся в результате капиллярного распада струи // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 5. С. 773–777.
18. *Eggers J.* Drop formation – an overview // ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. 2005. Vol. 85, no. 6. P. 400–410. DOI: 10.1002/zamm.200410193.
19. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
20. *Clavet S., Beaudoin P., Poulin P.* Particle-based viscoelastic fluid simulation // In: Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on computer animation. 29–31 July 2005, Los Angeles, California. SCA, 2005. P. 219–228. DOI: 10.1145/1073368.1073400.
21. *Сафронов А. А., Коротеев А. А., Филатов Н. И., Бондарева Н. В.* Быстрые растущие волны в струе вязкой жидкости, инициированные колебаниями концевой капли // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 28, № 2. С. 255–263.

References

1. Demyanko YG, Konyukhov GV, Koroteev AS, Kuzmin EP, Pavelyev AA. Nuclear Rocket Engines. Moscow: Norma-Inform; 2001. 414 p. (in Russian).
2. Koroteev AA. Liquid Droplet - Radiator of Space Power Plants of a New Generation. Moscow: «Mashinostroenie»; 2008. 184 p. (in Russian).
3. Bondareva NV, Glukhov LM, Koroteev AA, Krasovsky VA, Kustov LM, Nagel YA, Safronov AA, Filatov NI, Chernikova EA. Frameless systems for the removal of low-potential heat in space: progress in mining and unsolved problems. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Energy. 2015;(4):130–142 (in Russian).
4. Koroteev AA, Safronov AA, Filatov NI, Grigoriev AL, Khlynov AV. A study of drop generators in liquid droplet radiators for space applications. Space Technique and Technologies. 2023;(1(40)): 40–51 (in Russian).
5. Fuchikami N, Ishioka S, Kiyono K. Simulation of a dripping faucet. Journal of the Physical Society of Japan. 1999;68(4):1185–1196. DOI: 10.1143/JPSJ.68.1185.
6. Kiyono K, Fuchikami N. Bifurcations induced by periodic forcing and taming chaos in dripping faucets. Journal of the Physical Society of Japan. 2002;71(1):49–55. DOI: 10.1143/JPSJ.71.49.
7. Umemura A, Osaka J, Shinjo J, Nakamura Y, Matsumoto S, Kikuchi M, Taguchi T, Ohkuma H, Dohkojima T, Shimaoka T, Sone T, Nakagami H, Ono W. Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration. Microgravity Sci. Technol. 2020;32(3):369–397. DOI: 10.1007/s12217-019-09756-0.
8. Umemura A. Self-destabilising loop of a low-speed water jet emanating from an orifice in microgravity. Journal of Fluid Mechanics. 2016;797:146–180. DOI: 10.1017/jfm.2016.271.
9. Umemura A, Osaka J. Self-destabilizing loop observed in a jetting-to-dripping transition. Journal of Fluid Mechanics. 2014;752:184–218. DOI: 10.1017/jfm.2014.329.
10. Umemura A. Model for the initiation of atomization in a high-speed laminar liquid jet. Journal of Fluid Mechanics. 2014;757:665–700. DOI: 10.1017/jfm.2014.511.
11. Yakubenko PA. Capillary instability of an ideal jet of large but finite length. European Journal of Mechanics - B/Fluids. 1997;16(1):39–47.
12. Kulikovskii AG. On the stability of homogeneous states. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1966;30(1):180–187. DOI: 10.1016/0021-8928(66)90066-9.
13. Safronov AA. Investigation of the structure of waves generated by a δ -perturbation of the surface of a capillary jet. Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2022;18(3):367–378. DOI: 10.20537/nd220303.
14. Ametistov EV, Dmitriev AS. Monodisperse Systems and Technologies. Moscow: Moscow Power Engineering Institute Publishing; 2002. 392 p. (in Russian).
15. Eggers J, Dupont TF. Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation. Journal of Fluid Mechanics. 1994;262:205–221. DOI: 10.1017/S0022112094000480.
16. Safronov AA. Features of capillary breakup of a liquid jet at Ohnesorge numbers larger than unity. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2017;90(1):167–175. DOI: 10.1007/s10891-017-1552-7.
17. Bondareva NV, Grigoriev AL, Korovin TG, Koroteev AA, Safronov AA, Skorobogatko TD, Filatov NI, Khlynov AV. Experimental study of the Ohnesorge number effect on the size of droplets formed as a result of the jet capillary breakup. Thermophysics and Aeromechanics. 2019;26(5):723–727. DOI: 10.1134/S0869864319050093.
18. Eggers J. Drop formation – an overview. ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. 2005;85(6):400–410. DOI: 10.1002/zamm.200410193.
19. Landau LD, Lifshitz EM. Fluid Mechanics. Oxford, UK: Pergamon Press; 1987. 554 p. DOI: 10.1016/C2013-0-03799-1.
20. Clavet S, Beaudoin P, Poulin P. Particle-based viscoelastic fluid simulation. In: Proceedings of the 2005 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on computer animation. 29-31 July 2005, Los Angeles, California. SCA; 2005. P. 219–228. DOI: 10.1145/1073368.1073400.

21. Safronov AA, Koroteev AA, Filatov NI, Bondareva NV. Fast waves development initiated by oscillations of a recoiling liquid filament in a viscous fluid jet. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2021;28(2):237–245. DOI: 10.1134/S0869864321020062.

Сафронов Андрей Александрович — кандидат физико-математических наук (2019, ОИВТ РАН). Сотрудник АО ГНЦ «Центр Келдыша». Научные интересы — космическая энергетика, капиллярная гидродинамика, радиационный теплообмен, нелинейная динамика.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8
АО ГНЦ «Центр Келдыша»
E-mail: a.a.safn@yandex.ru
ORCID: 0000-0002-0211-4402
AuthorID (eLibrary.Ru): 916521



Коротеев Анатолий Анатольевич — доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН (2003), академик РАН (2011) по отделению энергетика, машиностроения, механики и процессов управления. Научные интересы — разработка энергетических установок космических летательных аппаратов, отличающихся высокой мощностью, длительным ресурсом и малой метеоритной уязвимостью; создание принципиально новых космических излучателей низкопотенциального тепла, основанных на радиационном охлаждении свободно распространяющихся упорядоченных мелкодисперсных капельных потоков сверхвысоковакуумных рабочих тел; выявление закономерностей функционирования систем транспортировки сильноточных электронных пучков в плотные среды; создание малогабаритных энергонапряженных выводных систем в области с давлением вплоть до атмосферного.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8
АО ГНЦ «Центр Келдыша»
E-mail: chkt@yandex.ru
AuthorID (eLibrary.Ru): 170911



Григорьев Алексей Львович — кандидат технических наук (2007, Исследовательский центр им. М. В. Келдыша). Сотрудник АО ГНЦ «Центр Келдыша». Научные интересы — космическая энергетика, импульсные технологии.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8
АО ГНЦ «Центр Келдыша»
E-mail: grigorev@kerc.msk.ru
AuthorID (eLibrary.Ru): 125095



Филатов Николай Иванович — начальник направления экологии и энергообеспечения АО ГНЦ «Центр Келдыша». Лауреат премий Правительства Российской Федерации имени Ю. А. Гагарина в области космической деятельности.

Россия, 125438 Москва, ул. Онежская, 8
АО ГНЦ «Центр Келдыша»
E-mail: filatov@kerc.msk.ru
AuthorID (eLibrary.Ru): 762973



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Научная статья
УДК 517.957, 537.611, 51-73

DOI: 10.18500/0869-6632-003069
EDN: GLJOXX

Динамика кинка уравнения синус-Гордона в модели с тремя одинаковыми притягивающими или отталкивающими примесями

Е. Г. Екомасов¹, Р. В. Кудрявцев¹, К. Ю. Самсонов²✉, В. Н. Назаров³, Д. К. Кабанов¹

¹Уфимский университет науки и технологий, Россия

²Тюменский государственный университет, Россия

³Уфимский федеральный исследовательский центр РАН, Россия

E-mail: ekomasoveg@gmail.com, xc.89@mail.ru, ✉k.y.samsonov@gmail.com,
nazarovvn@gmail.com, danya.kabanov.95@mail.ru

Поступила в редакцию 15.05.2023, принята к публикации 9.07.2023,
опубликована онлайн 17.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель исследования — с помощью аналитических и численных методов рассмотреть задачу нелинейной динамики кинков в модели синус-Гордона с тремя «примесями» (или пространственной неоднородностью периодического потенциала). Методы. С помощью метода коллективных переменных для случая трех одинаковых точечных примесей, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга, получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику центра кинка с учетом возбуждения локализованных волн на примесях. Для анализа динамики кинка в случае протяженных примесей был применен численный метод конечных разностей с явной схемой интегрирования. Частотный анализ колебаний кинка и локализованных волн, рассчитанных численно, выполнялся с помощью дискретного преобразования Фурье. Результаты. Для динамики кинка с учетом возбуждения колебательных мод, локализованных на примесях, получена и исследована система уравнений для координаты центра кинка и амплитуд локализованных мод. Значительные различия наблюдаются в динамике кинка при взаимодействии с отталкивающей и притягивающей примесью. Динамика кинка в модели с тремя одинаковыми протяженными примесями, с учетом возможных резонансных эффектов, решалась численно. Установлено, что найденные сценарии динамики кинка для протяженной примеси прямоугольного вида качественно похожи на сценарии, полученные для точечной примеси, описываемой с помощью дельта-функции. Все возможные сценарии динамики кинка определялись и описывались с учетом резонансных эффектов. Заключение. Проведен анализ влияния параметров системы и начальных условий на возможные сценарии динамики кинка. Найден критический и резонансный скорости кинка как функции от параметров примеси.

Ключевые слова: уравнение синус-Гордона, кинк, солитон, бризер, метод коллективных координат, примесь.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 20-31-90048.

Для цитирования: Екомасов Е. Г., Кудрявцев Р. В., Самсонов К. Ю., Назаров В. Н., Кабанов Д. К. Динамика кинка уравнения синус-Гордона в модели с тремя одинаковыми притягивающими или отталкивающими примесями // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 693–709. DOI: 10.18500/0869-6632-003069

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Kink dynamics of the sine-Gordon equation in a model with three identical attracting or repulsive impurities

*E. G. Ekomasov*¹, *R. V. Kudryavtsev*¹, *K. Yu. Samsonov*² ✉, *V. N. Nazarov*³, *D. K. Kabanov*¹

¹Ufa University of Science and Technology, Russia

²University of Tyumen, Russia

³Ufa Federal Research Centre of the RAS, Russia

E-mail: ekomasoveg@gmail.com, xc.89@mail.ru, ✉k.y.samsonov@gmail.com,
nazarovvn@gmail.com, danya.kabanov.95@mail.ru

Received 15.05.2023, accepted 9.07.2023, available online 17.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. *Purpose* of this work is to use analytical and numerical methods to consider the problem of the structure and dynamics of the kinks in the sine-Gordon model with “impurities” (or spatial inhomogeneity of the periodic potential). *Methods.* Using the method of collective variables for the case of three identical point impurities located at the same distance from each other, a system of differential equations is obtained. Resulting system of equations makes it possible to describe the dynamics of the kink taking into account the excitation of localized waves on impurities. To analyze the dynamics of the kink in the case of extended impurities, a numerical finite difference method with an explicit integration scheme was applied. Frequency analysis of kink oscillations and localized waves calculated numerically was performed using a discrete Fourier transform. *Results.* For the kink dynamics, taking into account the excitation of oscillations in modes, a system of equations for the coordinate of the kink center and the amplitudes of waves localized on impurities is obtained and investigated. Significant differences are observed in the dynamics of the kink when interacting with a repulsive and attractive impurity. The dynamics of the kink in a model with three identical extended impurities, taking into account possible resonant effects, was solved numerically. It is established that the found scenarios of kink dynamics for an extended rectangular impurity are qualitatively similar to the scenarios obtained for a point impurity described using a delta function. All possible scenarios of kink dynamics were determined and described taking into account resonant effects. *Conclusion.* The analysis of the influence of system parameters and initial conditions on possible scenarios of kink dynamics is carried out. Critical and resonant kink velocities are found as functions of the impurity parameters.

Keywords: sine-Gordon equation, kink, soliton, breather, method of collective coordinates, impurity.

Acknowledgements. This work was supported by Russian Foundation for Basic Research, grant No. 20-31-90048.

For citation: Ekomasov EG, Kudryavtsev RV, Samsonov KYu, Nazarov VN, Kabanov DK. Kink dynamics of the sine-Gordon equation in a model with three identical attracting or repulsive impurities. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2023;31(6):693–709. DOI: 10.18500/0869-6632-003069

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Одним из наиболее изученных в настоящее время нелинейных дифференциальных уравнений, относящихся к классу уравнений Клейна-Гордона, является уравнение синус-Гордона (УСГ) [1–3]. Оно применяется для описания волновых процессов в геологии, молекулярной биологии, физике, космологии [2–4]. Например, в физике конденсированного состояния УСГ применимо при описании динамики волн намагниченности в ферромагнитных кристаллах, движения дислокаций в кристаллах, процессов в джозефсоновских сверхпроводящих контактах, распространения волн зарядовой плотности в одномерных органических проводниках, распространения электромагнитных волн в сверхрешетке на основе графена, динамики ансамбля взаимодействующих дислокаций в линейном дефекте электроконвективной структуры жидкого кристалла [5–9]. УСГ, будучи нелинейным уравнением в частных производных, является полностью интегрируемым. Известно много его точных решений типа кинк, солитон, бризер и сложного мультисолитонного типа [1, 2, 10, 11]. Нахождение новых решений УСГ и исследование влияния различных возмущений и модификаций является актуальной задачей современной теории нелинейных волн. Для использования в реальных физических моделях часто в уравнения синус-Гордона добавляют

дополнительные слагаемые [1, 2, 12, 13]. Эти слагаемые нужны для учета наличия внешних сил и диссипации в системе, неоднородности параметров среды и пр. Получаемое в результате такой модификации уравнение синус-Гордона уже не имеет точных аналитических решений. В таких случаях часто применяется теория возмущений для солитонов или метод коллективных координат [1, 2, 13–15], с помощью которого удалось получить решения для большого количества подобных задач. Например, исследована динамика кинков, солитонов и бризеров под действием различного вида внешней силы (являющейся функцией времени и пространственных переменных) [16, 17]. Другим популярным направлением исследований является изучение влияния пространственной модуляции периодического потенциала (или примеси) на динамику солитонов УСГ [13, 14, 18–30]. Модель синус-Гордона с примесями (как моделируемыми в виде дельта-функции точечными, так и протяженными) применима для описания, например, случая многослойного ферромагнетика [31–33]. Показано, что кинк-примесное взаимодействие может приводить к генерации локализованных на притягивающих примесях волн (или примесной моды) [2, 23–30] и в результате — к значительному изменению динамики кинка. Также притягивающая примесь может приводить и к возбуждению мультисолитонов УСГ. Случай двух примесей [29, 33] дает большое разнообразие новых мультисолитонных решений и динамических эффектов по сравнению со случаем одной примеси. Можно ожидать еще большего разнообразия решений и эффектов при наличии трех и более примесей в системе. В данной работе исследуется динамика кинка в модели с тремя одинаковыми примесями с учетом возбуждения нелинейных локализованных на примесях волн.

1. Точечная примесь

Рассмотрим систему, определяемую лагранжианом

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} u_t^2 - \frac{1}{2} u_x^2 + (1 - \varepsilon \delta(x) - \varepsilon \delta(x - d) - \varepsilon \delta(x - 2d))(1 - \cos u) \right] dx, \quad (1)$$

где $\varepsilon \delta(x)$ моделирует точечную примесь, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, ε — константа, d — расстояние между соседними примесями. Заметим, что если параметр ε больше нуля, то имеем дело с притягивающей примесью, являющейся потенциальной ямой для кинка, если параметр ε меньше нуля, то имеем дело с отталкивающей примесью, являющейся потенциальным барьером для кинка. Лагранжиан (1) соответствует уравнению движения для скалярного поля $u(x, t)$ вида

$$u_{tt} - u_{xx} + \sin u = [\varepsilon \delta(x) - \varepsilon \delta(x - d) - \varepsilon \delta(x - 2d)] \sin u. \quad (2)$$

Уравнение (2) является модифицированным уравнением синус-Гордона. Члены возмущения в правой части уравнения (2) описывают, например, семислойные ферромагнитные структуры с различными значениями магнитной анизотропии ε в различных слоях [21, 23]. В случае если правая часть уравнения (2) равна нулю, то оно имеет решение в виде кинка

$$u_0 = 4 \operatorname{arctg} e^{x-X(t)} \quad (3)$$

(где $X(t)$ — координата центра кинка) или пространственно-локализованное решение вида «покоящийся бризер» [1, 2]

$$u(x, t) = 4 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1 - \Omega^2}}{\Omega} \frac{\sin \Omega t}{\operatorname{ch}((x - x_0)\sqrt{1 - \Omega^2})} \right), \quad (4)$$

где Ω — частота бризера и x_0 — координата его центра. Рассмотрим динамику кинка с учетом возможного возбуждения локализованных волн на примесях. Для теоретического анализа структуры и динамики решений уравнения (2) можно использовать приближённый метод коллективных координат, который ранее применялся к описанию динамики кинка в модели с одной точечной примесью [1, 2]. Наличие локализованных волн на трёх примесях (или примесных мод) учитывается путём введения трёх коллективных переменных, $a_1 = a_1(t)$, $a_2 = a_2(t)$ и $a_3 = a_3(t)$, которые являются амплитудами этих волн. Форма выражений примесных мод аналогична той, что использовалась ранее для случая одиночной примеси [2, 29]:

$$\begin{cases} u_1 = a_1(t) \exp(-\varepsilon|x|/2), \\ u_2 = a_2(t) \exp(-\varepsilon|x-d|/2), \\ u_3 = a_3(t) \exp(-\varepsilon|x-2d|/2). \end{cases} \quad (5)$$

В приближении колебаний малых амплитуд предположим, что $a_n(t) = a_{n0} \cos(\Omega t + \theta_0)$, где θ_0 — начальная фаза. Решая уравнение (2) при отсутствии кинка для случая одиночной примеси можно получить выражение для частоты примесной моды $\Omega = \sqrt{(1 - \varepsilon^2/4)}$. Общее решение задачи u будем искать в следующем виде:

$$u = u_0 + u_1 + u_2 + u_3. \quad (6)$$

Предположим, что $\dot{X}(t)$, $a_n(t)$, $\dot{a}_n(t)$ достаточно малы (порядка ε), то есть примесные моды с малыми амплитудами возбуждаются медленно движущимся кинком. В рамках этого приближения мы рассматриваем $u_n \ll u_0$. Тогда нелинейные члены в лагранжиане (1) могут быть разложены в ряд Тейлора вплоть до членов второго порядка по ε [2]:

$$\cos(u_0 + u_1 + u_2 + u_3) \approx \cos u_0 - \frac{(u_1 + u_2 + u_3)^2}{2} \cos u_0. \quad (7)$$

Подстановка (6) в (1) на основе приближения (7) приводит после интегрирования к новому эффективному лагранжиану, зависящему от новых переменных $X(t)$, $a_1(t)$, $a_2(t)$ и $a_3(t)$:

$$\begin{aligned} L \approx & -8 + 4\dot{X}^2(t) + \frac{\dot{a}_1^2(t)}{\varepsilon} + \frac{\dot{a}_2^2(t)}{\varepsilon} + \frac{\dot{a}_3^2(t)}{\varepsilon} + 2(\dot{a}_1(t)\dot{a}_2(t) + \dot{a}_2(t)\dot{a}_3(t)) E_1 + \\ & + 2\dot{a}_1(t)\dot{a}_3(t)E_2 + 2\varepsilon a_1(t) \left[F_1(X(t)) + F_2(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + F_3(X(t))e^{-\varepsilon d} \right] + \\ & + 2\varepsilon a_2(t) \left[F_1(X(t)) + F_3(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + F_2(X(t)) \right] + \\ & + 2\varepsilon a_3(t) \left[F_1(X(t))e^{-\varepsilon d} + F_2(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + F_3(X(t)) \right] - \\ & - 2\varepsilon a_1^2(t) \left[\frac{\Omega_0^2}{2\varepsilon^2} + \frac{1}{2}U_1(X(t)) + \frac{1}{2}U_2(X(t))e^{-\varepsilon d} + \frac{1}{2}U_3(X(t))e^{-2\varepsilon d} \right] - \\ & - 2\varepsilon a_2^2(t) \left[\frac{\Omega_1^2}{2\varepsilon^2} + \frac{1}{2}U_1(X(t))e^{-\varepsilon d} + \frac{1}{2}U_2(X(t)) + \frac{1}{2}U_3(X(t))e^{-\varepsilon d} \right] - \\ & - 2\varepsilon a_3^2(t) \left[\frac{\Omega_2^2}{2\varepsilon^2} + \frac{1}{2}U_1(X(t))e^{-2\varepsilon d} + \frac{1}{2}U_2(X(t))e^{-\varepsilon d} + \frac{1}{2}U_3(X(t)) \right] - \\ & - 2\varepsilon a_1(t)a_2(t) \left[-Y_1/2\varepsilon + U_1(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + U_2(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + (-1/2 + U_3(X(t)))e^{-\frac{3\varepsilon d}{2}} \right] - \\ & - 2\varepsilon a_1(t)a_3(t) \left[-Y_2/2\varepsilon + U_1(X(t))e^{-\varepsilon d} + U_2(X(t))e^{-\varepsilon d} + U_3(X(t))e^{-\varepsilon d} \right] - \\ & - 2\varepsilon a_2(t)a_3(t) \left[-Y_1/2\varepsilon + (-1/2 + U_1(X(t)))e^{-\frac{3\varepsilon d}{2}} + U_2(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + U_3(X(t))e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} \right] + \\ & + 2\varepsilon(U_1(X(t)) + U_2(X(t)) + U_3(X(t))). \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\text{Здесь } U_1(X(t)) &= \frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(t))}, & U_2(X(t)) &= \frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(t) - d)}, & U_3(X(t)) &= \frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(t) - 2d)}, \\
F_1(X(t)) &= \frac{\operatorname{sh}(X(t))}{\operatorname{ch}^2(X(t))}, & F_2(X(t)) &= \frac{\operatorname{sh}(X(t) - d)}{\operatorname{ch}^2(X(t) - d)}, & F_3(X(t)) &= \frac{\operatorname{sh}(X(t) - 2d)}{\operatorname{ch}^2(X(t) - 2d)}, \\
E_1 &= \frac{(2 + \varepsilon d)}{2\varepsilon} e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{d}{2}\right) e^{-\frac{\varepsilon d}{2}}, & E_2 &= \frac{(1 + \varepsilon d)}{\varepsilon} e^{-\varepsilon d} = \left(\frac{1}{\varepsilon} + d\right) e^{-\varepsilon d}, \\
\Omega_0^2 &= 1 - \frac{\varepsilon^2}{4} - \frac{\varepsilon^2}{2} e^{-\varepsilon d} - \frac{\varepsilon^2}{2} e^{-2\varepsilon d}, & \Omega_1^2 &= 1 - \frac{\varepsilon^2}{4} - \varepsilon^2 e^{-\varepsilon d}, \\
Y_1 &= \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon d}{2}} + 2 \left(\frac{\varepsilon^2}{4} - 1\right) E_1, & Y_2 &= \varepsilon e^{-\varepsilon d} + \left(\frac{\varepsilon^2}{4} - 1\right) E_2.
\end{aligned}$$

Уравнения движения для $X(t)$, $a_1(t)$, $a_2(t)$ и $a_3(t)$ могут быть получены путём преобразования эффективного лагранжиана (8) в систему уравнений Лагранжа второго порядка:

$$\left\{ \begin{aligned}
& 4\ddot{X}(t) - \varepsilon(U'_1 + U'_2 + U'_3) - \varepsilon[a_1(F'_1 + F'_2 e_d + F'_3 e_d^2) + a_2([F'_1 + F'_3] e_d + F'_2) + \\
& \quad + a_3(F'_1 e_d^2 + F'_2 e_d + F'_3)] + \frac{1}{2}\varepsilon[a_1^2(U'_1 + U'_2 e_d^2 + U'_3 e_d^4) + a_2^2([U'_1 + U'_3] e_d^2 + U'_2) + \\
& \quad + a_3^2(U'_1 e_d^4 + U'_2 e_d^2 + U'_3) + 2a_1 a_2(U'_1 e_d + U'_2 e_d + U'_3 e_d^3) + 2a_1 a_3(U'_1 + U'_2 + U'_3) e_d^2 + \\
& \quad \quad \quad + 2a_2 a_3(U'_1 e_d^3 + U'_2 e_d + U'_3 e_d)] = 0, \\
& ([\ddot{a}_1 + a_1(1 - \varepsilon^2/4)][(1/\varepsilon)[1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \varepsilon[E_1^2 + E_2^2 - 2\varepsilon E_1^2 E_2]] + \\
& \quad + a_1[[\varepsilon[U_1 + (U_2 - 1/2)e_d^2 + (U_3 - 1/2)e_d^4][1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \\
& \quad - [\varepsilon[(U_1 + U_2 - 1/2)e_d + (U_3 - 1/2)e_d^3]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - \\
& \quad - [\varepsilon[(U_1 + U_2 + U_3 - 1)e_d^2]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]] + a_2[[\varepsilon[(U_1 + U_2 - 1/2)e_d + (U_3 - 1/2)e_d^3]] \times \\
& \quad \times [1 - \varepsilon^2 E_1^2] - [\varepsilon[(U_1 + U_3 - 1)e_d^2 + U_2]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - \\
& \quad - [\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^3 + (U_2 + U_3 - 1/2)e_d]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]] + a_3[[\varepsilon[(U_1 + U_2 + U_3 - 1)e_d^2][1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \\
& \quad - [\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^3 + (U_2 + U_3 - 1/2)e_d]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^4 + \\
& \quad + (U_2 - 1/2)e_d^2 + U_3]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]] - [\varepsilon[(F_1 + F_2 e_d + F_3 e_d^2)(1 - \varepsilon^2 E_1^2) - \\
& \quad - [(F_1 + F_3)e_d + F_2]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [F_1 e_d^2 + F_2 e_d + F_3]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]])] = 0, \\
& ([\ddot{a}_2 + a_2(1 - \varepsilon^2/4)][(1/\varepsilon)[1 - \varepsilon^2 E_2^2] - 2\varepsilon E_1^2[1 - \varepsilon E_2]] + a_1[[\varepsilon[(U_1 + U_2 - 1/2)e_d + \\
& \quad + (U_3 - 1/2)e_d^3][1 - \varepsilon^2 E_2^2] - [\varepsilon[U_1 + (U_1 + 2U_2 + U_3 - 3/2)e_d^2 + (U_3 - 1/2)e_d^4]] \times \\
& \quad \times \varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2]] + a_2[[\varepsilon[U_2 + (U_1 + U_3 - 1)e_d^2][1 - \varepsilon^2 E_2^2] - [\varepsilon[(U_1 + 2U_2 + U_3 - 1)e_d + \\
& \quad + (U_1 + U_3 - 1)e_d^3]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2]] + a_3[[\varepsilon[(U_3 + U_2 - 1/2)e_d + (U_1 - 1/2)e_d^3][1 - \varepsilon^2 E_2^2] - \\
& \quad - [\varepsilon[U_3 + (U_1 + 2U_2 + U_3 - 3/2)e_d^2 + (U_1 - 1/2)e_d^4]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2]]) - \\
& \quad - (\varepsilon([(F_1 + F_3)e_d + F_2][1 - \varepsilon^2 E_2^2] - [F_1(1 + e_d^2) + 2F_2 e_d + F_3(1 + e_d^2)]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2])) = 0, \\
& ([\ddot{a}_3 + a_3(1 - \varepsilon^2/4)][(1/\varepsilon)[1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \varepsilon[E_1^2 + E_2^2 - 2\varepsilon E_1^2 E_2]] + a_1[[\varepsilon[(U_1 + U_2 + U_3 - 1)e_d^2] \times \\
& \quad \times [1 - \varepsilon^2 E_1^2] - [\varepsilon[(U_1 + U_2 - 1/2)e_d + (U_3 - 1/2)e_d^3]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [\varepsilon[U_1 + (U_2 - 1/2)e_d^2 + \\
& \quad + (U_3 - 1/2)e_d^4]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]] + a_2[[\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^3 + (U_2 + U_3 - 1/2)e_d][1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \\
& \quad - [\varepsilon[(U_1 + U_3 - 1)e_d^2 + U_2]]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [\varepsilon[(U_1 + U_2 - 1/2)e_d + (U_3 - 1/2)e_d^3]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]] + \\
& \quad + a_3[[\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^4 + (U_2 - 1/2)e_d^2 + U_3][1 - \varepsilon^2 E_1^2] - [\varepsilon[(U_1 - 1/2)e_d^3 + (U_2 + U_3 - 1/2)e_d]] \times \\
& \quad \times \varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [\varepsilon[(U_1 + U_2 + U_3 - 1)e_d^2]]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]]) - (\varepsilon[[F_1 e_d^2 + F_2 e_d + F_3][1 - \varepsilon^2 E_1^2] - \\
& \quad - [(F_1 + F_3)e_d + F_2]\varepsilon E_1[1 - \varepsilon E_2] - [F_1 + F_2 e_d + F_3 e_d^2]\varepsilon[E_2 - \varepsilon E_1^2]]) = 0,
\end{aligned} \right. \quad (9)$$

где $e_d = e^{-\frac{\varepsilon d}{2}}$. Из результирующего набора уравнений в предельном случае $d \rightarrow \infty$ можно получить уже известное уравнение для случая движения кинка в модели с одной примесью [2]. При $X(t) \rightarrow \infty$ уравнения (9) описывают связанные колебания примесных мод, рассмотренные ранее в [34]. Сначала рассмотрим влияние трёх примесей на динамику кинка для случая отталкивающей примеси при отсутствии примесных мод $a_n(t) = 0$:

$$\ddot{X}(t) + \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\varepsilon \operatorname{th}(X(t) - x_k)}{2 \operatorname{ch}^2(X(t) - x_k)} \right) = 0, \quad (10)$$

где x_k — координата k -й примеси. Уравнение (10) для случая одной и двух примесей сводится к уже известному уравнению движения кинка [29]. Умножив его на $\dot{X}(t)$ и проинтегрировав по времени, получим

$$\dot{X}^2(t) - \dot{X}^2(0) - \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(t) - x_k)} - \frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(0) - x_k)} \right) \right) = 0. \quad (11)$$

Если кинк движется от большого расстояния $X(0) \rightarrow -\infty$, то можем несколько упростить вид уравнения (11):

$$\dot{X}^2(t) - \dot{X}^2(0) - \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\varepsilon}{2} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(X(t) - x_k)} \right) = 0. \quad (12)$$

С помощью уравнения (12) можно найти критические скорости динамики кинка для случая примеси в виде барьера (см. ниже, рис. 2). Используя систему уравнений (9), можно найти все возможные сценарии динамики кинка для случая отталкивающих и притягивающих примесей. Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ кинк находится на относительно большом расстоянии от примесей, $X(0) = -10$, и затем движется с начальной скоростью $\dot{X}(0)$, а примесные моды отсутствуют $a_1(0) = \dot{a}_1(0) = a_2(0) = \dot{a}_2(0) = a_3(0) = \dot{a}_3(0) = 0$. На рис. 1, а в зависимости от начальной скорости найдены следующие сценарии динамики кинка для случая отталкивающих примесей: отражение от первого барьера при скорости меньшей некоторой критической (линия 3, скорость 0.502), прохождение через первый барьер и отражение от второго (линия 2, скорость 0.5035), прохождение через все три примеси при скорости большей критической (линия 1, скорость 0.505).

На рис. 1, b–d представлены возможные случаи динамики кинка при различных значениях начальной скорости и расстояния между притягивающими примесями. При прохождении кинка на примесях возбуждаются высокоамплитудные локализованные колебания бризерного типа, которые существенно влияют на динамику кинка. Во-первых, значительная часть энергии кинка может быть потрачена на их возбуждение. Во-вторых, последующее взаимодействие кинка с локализованными на притягивающих примесях волнами может привести к резонансным эффектам (например, в случае одиночной примеси при некоторых параметрах может наблюдаться отражение от потенциальной ямы [1, 2]). Когда примеси расположены достаточно близко друг к другу, в зависимости от начальной скорости найдены следующие случаи: прохождение кинка при $v_0 = 0.27$ (кривая 1, рис. 1, b), случай квазитуннелирования при $v_0 = 0.08$ (кривая 2, рис. 1, b), колебание на трёх примесях с последующим отражением при $v_0 = 0.09$ (кривая 3, рис. 1, b), случай резонансного отражения при $v_0 = 0.24$ (кривая 5, рис. 1, b). Можно выделить случай при $v_0 = 0.06$: кинк может колебаться на трёх примесях, выступающих как одна коллективная примесь, в течение длительного времени (кривая 4, рис. 1, b). При увеличении расстояния между примесями можно наблюдать пиннинг кинка на каждой примеси отдельно и более сложный сценарий пиннинга кинка с его перескоком между примесями (см. рис. 1, c). Также, изменяя расстояние между примесями, можно получить те же сценарии динамики кинка, как и для случая изменения начальной скорости (см. рис 1, d).

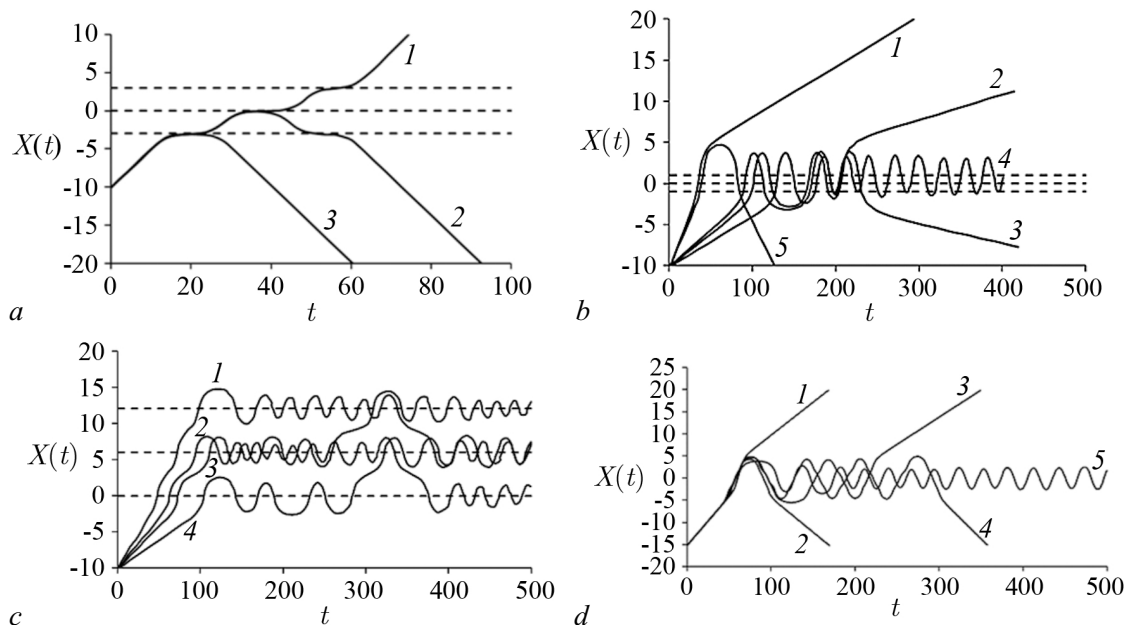


Рис. 1. Зависимость координаты центра кинка X от времени t . a – Случай барьера при $\varepsilon = -0.5$ и $d = 3$: $v_0 = 0.505$ (линия 1), $v_0 = 0.5035$ (2), $v_0 = 0.502$ (3). b – Случай ямы при $d = 1$, $\varepsilon = 0.5$: $v_0 = 0.27$ (линия 1), $v_0 = 0.08$ (2), $v_0 = 0.09$ (3), $v_0 = 0.06$ (4), $v_0 = 0.24$ (5). c – Случай ямы при $\varepsilon = 0.5$, $d = 6$: $v_0 = 0.188$ (линия 1), $v_0 = 0.138$ (2), $v_0 = 0.1165$ (3), $v_0 = 0.078$ (4). d – Случай ямы при $\varepsilon = 0.5$, $v_0 = 0.22$: $d = 3.5$ (линия 1), $d = 2.5$ (2), $d = 2.698$ (3), $d = 3$ (4), $d = 1.2$ (5)

Fig. 1. Dependence of the kink center coordinate X on the time t . a – The case of a barrier at $\varepsilon = -0.5$ and $d = 3$: $v_0 = 0.505$ (line 1), $v_0 = 0.5035$ (2), $v_0 = 0.502$ (3). b – The case of a well at $d = 1$, $\varepsilon = 0.5$: $v_0 = 0.27$ (line 1), $v_0 = 0.08$ (2), $v_0 = 0.09$ (3), $v_0 = 0.06$ (4), $v_0 = 0.24$ (5). c – The case of a well at $\varepsilon = 0.5$, $d = 6$: $v_0 = 0.188$ (line 1), $v_0 = 0.138$ (2), $v_0 = 0.1165$ (3), $v_0 = 0.078$ (4). d – The case of a well at $\varepsilon = 0.5$, $v_0 = 0.22$: $d = 3.5$ (line 1), $d = 2.5$ (2), $d = 2.698$ (3); $d = 3$ (4); $d = 1.2$ (5)

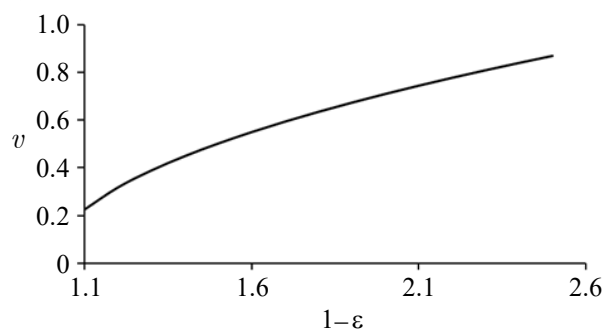


Рис. 2. Зависимость минимальной скорости прохождения кинка над тремя примесями от параметра $1 - \varepsilon$
 Fig. 2. Dependence of the minimum speed of the kink passage over three impurities on the parameter $1 - \varepsilon$

2. Случай протяжённых примесей

Для практических применений необходимо рассмотреть более реалистичский с физической точки зрения случай протяжённых примесей. Уравнение синус-Гордона для случая протяжённых примесей имеет вид

$$u_{tt} - u_{xx} + K(x) \sin u = 0, \quad (13)$$

где $K(x)$ — пространственная неоднородность периодического потенциала. Можно сравнить полученные для протяженной примеси результаты со случаем точечных примесей. УСГ в модели с протяженными примесями можно решить только с помощью численных методов. На сегодняшний день разработано достаточно большое количество методов численного решения подобных уравнений [2, 14, 25, 26]. Воспользуемся методом конечных разностей. Выберем трехслойную явную схему решения, с аппроксимацией производных на пятиточечном шаблоне типа «крест», который применялся ранее для более простых модификаций УСГ (см., например, [24]). Это численная схема второго порядка аппроксимации по Δx и τ , где Δx — шаг по координате, τ — шаг по времени. Она обладает условной устойчивостью $(\tau/\Delta x) \leq 1/2$. В нашем случае схема является «одношаговой», использует сравнительно небольшое количество обращений к памяти и обладает потенциалом для оптимизации вычислительного алгоритма. Частотный анализ колебаний локализованных волн, которые рассчитываются численно, выполняется с помощью дискретного преобразования Фурье. Для его расчёта используется алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Этот алгоритм обладает хорошей производительностью, однако наиболее оптимизированные реализации БПФ накладывают определенные ограничения на исходный ряд. Для подготовки данных исходная дискретная зависимость интерполируется кубическим сплайном с естественными граничными условиями, из которого строится новая дискретная зависимость на равномерной сетке с увеличенным количеством точек аппроксимации. Из новой дискретной зависимости рассчитывается частотный спектр с помощью БПФ. Для повышения точности определения частоты точки максимумов частотного спектра уточняются с помощью интерполяции сплайном Акимы. Рассмотрим функцию $K(x)$ прямоугольного вида:

$$K(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } |x| > W/2, \quad |x+d| > W/2, \quad |x-d| > W/2, \\ K, & \text{если } |x| \leq W/2, \quad |x+d| \leq W/2, \quad |x-d| \leq W/2. \end{cases} \quad (14)$$

Пусть в начальный момент времени на некотором расстоянии от примесей имеется кинк, движущийся с постоянной скоростью. При прохождении кинка через область примесей исследуем возможные сценарии его динамики. Рассмотрим вначале, как и в предыдущем параграфе, случай барьера. Для определенности начало координат положим в центре второго барьера, центры других барьеров будут находиться по обе стороны от него с безразмерными координатами $x_1 = -3$ и $x_3 = 3$, $W = 1$, $K = 2$. Пусть кинк движется из бесконечности в сторону потенциальных барьеров. Исключая взаимодействие кинка с барьерами в начальный момент времени, в нашей задаче необходимо начальное положение кинка задавать достаточно далеко от барьеров.

Численный анализ показывает (рис. 3, а), что возможны следующие сценарии динамики кинка: кривая 1 — отражение кинка, движущегося со скоростью 0.59, от первого потенциального барьера; кривая 2 — прохождение кинка, движущегося со скоростью 0.595, через первый барьер, отражение от второго и дальнейшее его замкнутое движение между первым и вторым (пиннинг); кривая 3 — прохождение кинка, движущегося со скоростью 0.59855, через первый барьер и отражение от второго; кривая 4 — прохождение кинка, движущегося со скоростью 0.5986, через первый и второй барьеры, отражение от третьего и дальнейшее его замкнутое движение между вторым и третьим (пиннинг); кривая 5 — прохождение кинка, движущегося со скоростью 0.602, через три барьера. Колебания кинка между первым и вторым, между вторым и третьим барьерами носят не гармонический характер. Отметим, что для случая протяженной примеси были найдены как режимы динамики кинка, которые были получены для точечных примесей на рис. 1, так и новые режимы, такие как пиннинг. Если сравнивать величины скоростей кинка до и после взаимодействия с барьерами, то оказывается, что эти скорости практически одинаковы, то есть взаимодействие кинк – примесь практически упругое. На рис. 4 представлена зависимость минимальной скорости прохождения от K для случая протяженной примеси с $W = 0.5$ и 1.

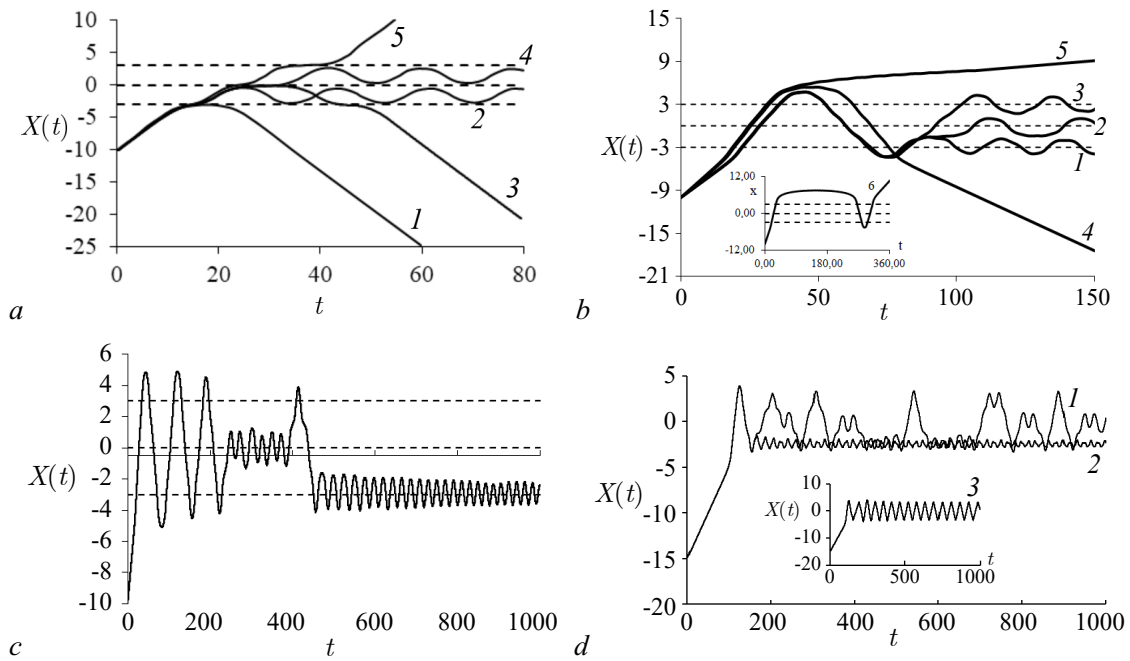


Рис. 3. Зависимость координаты центра кинка X от времени t . *a* – Случай барьера при $W = 1, K = 2, d = 3$: $v_0 = 0.59$ (линия 1), $v_0 = 0.595$ (2), $v_0 = 0.59855$ (3), $v_0 = 0.5986$ (4), $v_0 = 0.602$ (5). *b* – Случай ямы при $W = 1, K = 0.5, d = 2$: $v_0 = 0.28$ (линия 1), $v_0 = 0.283043899$ (2), $v_0 = 0.2849$ (3), $v_0 = 0.33$ (4), $v_0 = 0.343$ (5), $v_0 = 0.3426$ (6). *c* – случай ямы при $d = 2, W = 1, K = 0.5, v_0 = 0.3$. *d* – Случай ямы при $W = 0.5, K = 0.5, v_0 = 0.1$: $d = 1.52$ (линия 1), $d = 1.55$ (2), $d = 1.505$ (3)

Fig. 3. Dependence of the coordinate of the center of kink X on time t . *a* – The case of a barrier at $W = 1, K = 2, d = 3$: $v_0 = 0.59$ (line 1), $v_0 = 0.595$ (2), $v_0 = 0.59855$ (3), $v_0 = 0.5986$ (4), $v_0 = 0.602$ (5). *b* – The case of a well at $W = 1, K = 0.5, d = 2$: $v_0 = 0.28$ (line 1), $v_0 = 0.283043899$ (2), $v_0 = 0.2849$ (3), $v_0 = 0.33$ (4), $v_0 = 0.343$ (5), $v_0 = 0.3426$ (6). *c* – The case of a well at $d = 2, W = 1, K = 0.5, v_0 = 0.3$. *d* – The case of a well at $W = 0.5, K = 0.5, v_0 = 0.1$: $d = 1.52$ (line 1), $d = 1.55$ (2), $d = 1.505$ (3)

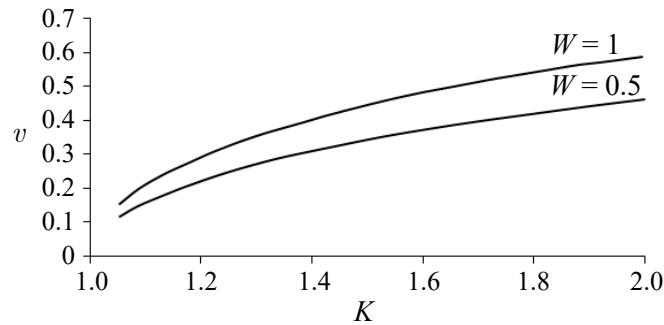


Рис. 4. Зависимость минимальной скорости прохождения кинка над тремя примесями от параметра K

Fig. 4. Dependence of the minimum velocity of the kink passage over three impurities on the parameter K

Сравнение с результатами, полученными для случая точечных примесей, показывает качественное совпадение зависимостей.

Рассмотрим случай потенциальной ямы. На рис. 5 показаны возможные сценарии динамики кинка для случая $K = 0.5, W = 1, d = 2$. Так, на рис. 5, *a* показан случай пиннинга на первой яме при $v_0 = 0.28$, на рис. 5, *b* – случай резонансного отражения кинка при $v_0 = 0.33$,

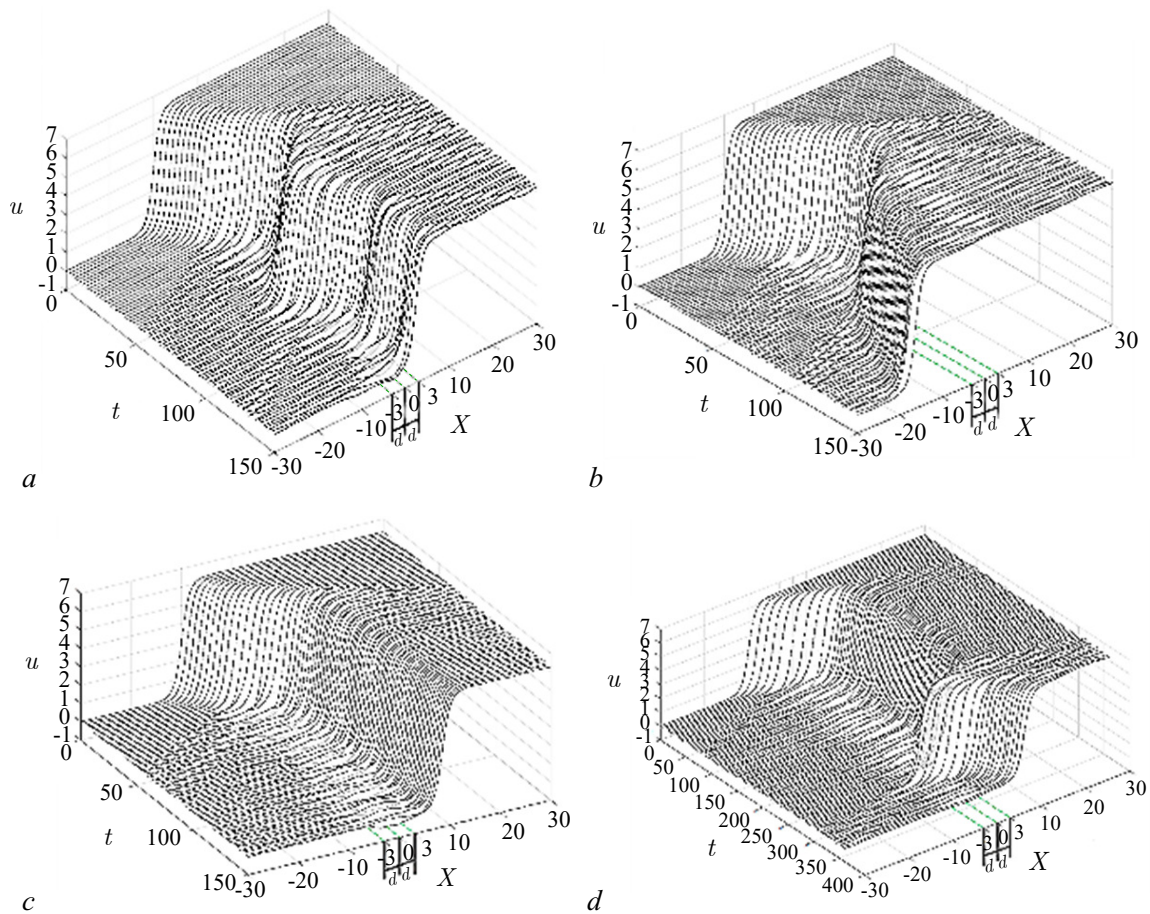


Рис. 5. Зависимость $u(X, t)$ при $K = 0.5$, $W = 1$, $d = 2$: $a - v_0 = 0.28$, $b - v_0 = 0.33$, $c - v_0 = 0.343$, $d - v_0 = 0.3426$

Fig. 5. Dependence of $u(X, t)$ at $K = 0.5$, $W = 1$, $d = 2$: $a - v_0 = 0.28$, $b - v_0 = 0.33$, $c - v_0 = 0.343$, $d - v_0 = 0.3426$

на рис. 5, c — случай прохождения всех трёх примесей при $v_0 = 0.343$, на рис. 5, d — случай резонансного прохождения или «квантитуннелирования» кинка при $v_0 = 0.3426$. Из рисунка видно, что взаимодействие кинка и примеси неупругое и сопровождается излучением свободных волн и возбуждением локализованных волн бризерного типа на примесях.

При начальной скорости кинка v_0 меньше некоторой критической скорости прохождения через три примеси v_{cr} наблюдается его пиннинг на первой, второй и третьей примесях (см. кривые 1, 2, 3 на рис. 3, b). Из рис. 3, b видно, что в начальный момент времени эти колебания носят не гармонический характер. Однако через большой промежуток времени колебания осцилляторов синхронизируются и становятся более гармоническими. Наблюдались также сценарии пиннинга с перескоком кинка из одной «потенциальной ямы» на другую (см. рис. 3, c). Такое поведение кинка обусловлено потерей энергии на излучение, возбуждением внутренних степеней свободы кинка (например, пульсационной моды), возбуждением локализованных колебаний бризерного типа на примесях и их взаимодействием между собой. Отметим, что частоты колебаний кинка на центральной и боковых примесях, хотя примеси и являются одинаковыми, не равны между собой ($\omega_a = 0.301$, $\omega_b = 0.318$, $\omega_c = 0.301$). Так же, как и для случая одной и двух примесей [27, 28, 31], при определенных значениях скоростей меньше v_{cr} наблюдается интересный динамический эффект резонансного отражения кинка от притягивающих примесей, являющихся потенциальными

ямами (кривая 4 рис. 3, b). В данном случае кинк, пройдя через области примесей, останавливается, потом начинает двигаться обратно и уходит в противоположную начальной сторону со скоростью 0.19. Данный эффект, так же, как и для случая одной и двух примесей, носит резонансный характер, связанный со взаимодействием кинка с зарождающимися на примесях локализованными волнами бризерного типа. С потерей кинетической энергии кинка на генерацию бризеров и излучение волн связано уменьшение его конечной скорости по сравнению с начальной. Наблюдался, как и в случае двух притягивающих примесей [29], еще один резонансный эффект — «кваситуннелирование». В этом случае кинк, имея скорость меньше минимально необходимой для преодоления областей трех примесей, проходит через них (кривая 6 рис. 3, b). При дальнейшем увеличении скорости кинка до определенного значения v_{cr} (кривая 5 рис. 3, b) он уходит на бесконечность. Подобное динамическое поведение кинка было получено ранее и для случая двух примесей [29].

Разные сценарии динамики кинка можно получить при изменении расстояния между примесями, не меняя начальной скорости и параметров самих примесей. Например, для системы с параметрами $W = 1$, $K = 0.5$ и начальной скоростью $v_0 = 0.1$, до $d_1 \approx 1.505$ кинк будет колебаться в области всех трёх примесей, то есть примеси действуют как одна эффективная (рис. 1, b, кривая 4). При дальнейшем увеличении d сценарии динамики меняются (см. рис. 3, d, кривые 1 и 2). Для $d = 1.52$ колебания носят неустойчивый характер. Кинк перескакивает между единичными примесями и эффективной примесью. Уже при $d = 1.55$ кинк совершает лишь одно неполное колебание в области эффективной примеси и захватывается первой примесью. Этот сценарий аналогичен случаю, показанному на рис. 3, b, кривая 1. При дальнейшем увеличении d до некоторого значения $d_2 \approx 2.3$ характер колебаний кинка снова меняется. Если в области $1.505 < d < 2.3$ кинк испытывает колебания в области эффективной примеси с последующим захватом на одной из единичных, то при $2.3 < d < 2.485$ кинк проходит через все примеси и уходит в бесконечность. В области $2.485 < d < 3.64$ коллективное влияние примесей продолжает уменьшаться, переходные процессы уменьшаются и кинк захватывается единичными примесями. В этой области появляются сценарии захвата кинка примесью без переходных процессов, однако такие сценарии являются неустойчивыми и пропадают при малейших изменениях расстояния между примесями. В области $3.64 < d < 3.8$ кинк не испытывает переходные процессы и сразу захватывается третьей примесью. При $3.8 < d < 5.7$ наблюдается пиннинг кинка на второй примеси и, начиная с $d = 5.8$, кинк захватывается уже первой примесью. Отметим, что минимальная скорость, необходимая кинку для прохождения одной примеси, в нашем случае равна 0.12. Похожие сценарии динамики кинка можно получить, не меняя его скорость и расстояние между примесями, а меняя их параметры и W . Численный счет показал, что зависимость конечной скорости кинка от величины начальной скорости содержит много резонансных скоростей (рис. 6). Эти скорости, как и для случая одной и двух примесей, появляются с определенной периодичностью, и при приближении к критической скорости прохождения над тремя примесями их число увеличивается. Вертикальная линия на рис. 6 соответствует сценарию «кваситуннелирования», описанному выше.

При превышении величины v_{cr} конечная скорость кинка нелинейно возрастает. Такая же зависимость характерна и для случая одной

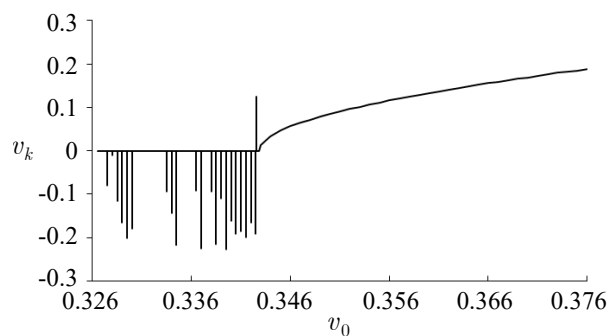


Рис. 6. Зависимость конечной скорости кинка v_k от начальной v_0 при $W = 1$, $K = 0.5$ и $d = 2$

Fig. 6. Dependence of the final kink velocity v_k on the initial one v_0 at $W = 1$, $K = 0.5$ and $d = 2$

и двух примесей [23, 29]. Для рассмотренного нами случая $W = 1$, $K = 0.5$, $d = 2$ формула, полученная в [3] для случая одной примеси

$$v_k^2 = c(v_0^2 - v_{\min}^2), \quad (15)$$

и связывающая конечную скорость кинка с начальной, имеющей величину больше v_{cr} , при значении коэффициента $c = 1.47$ хорошо описывает величину конечной скорости. Анализ результатов численного эксперимента показывает, что этот коэффициент в нашем случае является функцией от параметров W , K , d и n — количество примесей, а эту зависимость приближенно можно представить в виде

$$c_{\text{theor}} = WKdn/2. \quad (16)$$

Например, для рассмотренного выше случая $c_{\text{theor}} = 1.5$ с достаточно большой точностью совпадает со значением $c = 1.47$, полученным численно.

Заключение

В статье рассмотрена нелинейная динамика кинка уравнения синус-Гордона в модели с тремя одинаковыми примесями, расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга. Все возможные сценарии динамики кинка определялись и описывались с учетом резонансных эффектов. Для случая точечной примеси, описываемой с помощью дельта-функции, с помощью метода коллективных переменных получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику кинка и колебания локализованных на примесях волн. Показано, что значительные различия наблюдаются при взаимодействии кинка с отталкивающей и притягивающей примесью. Так, резонансные эффекты отражения от и прохождения над примесями наблюдаются только для случая притягивающих примесей. Динамика кинка в случае протяженных примесей была исследована с помощью численного метода конечных разностей с явной схемой интегрирования. Установлено, что найденные сценарии динамики кинка для протяженной примеси прямоугольного вида качественно похожи на сценарии, полученные для точечной примеси, описываемой с помощью дельта-функции. Проведён анализ влияния параметров системы и начальных скоростей на возможные сценарии динамики кинка. Найден критический и резонансный скорости кинка как функции от параметров примеси. Показано, что меняя расстояние между примесями, можно эффективно управлять величиной кинк-примесного взаимодействия. Найден критический величины расстояния между примесями, когда три примеси действуют на кинк как одна эффективная и когда примеси действуют на кинк практически независимо друг от друга.

Список литературы

1. Белова Т. И., Кудрявцев А. Е. Солитоны и их взаимодействия в классической теории поля // УФН. 1997. Т. 167, № 4. С. 377–406. DOI: 10.3367/UFNr.0167.199704b.0377.
2. Cuevas-Maraver J., Kevrekidis P. G., Williams F. (eds) The sine-Gordon Model and its Applications: From Pendula and Josephson Junctions to Gravity and High-Energy Physics. Cham: Springer, 2014. 263 p. DOI: 10.1007/978-3-319-06722-3.
3. Браун О. М., Кившарь Ю. С. Модель Френкеля-Конторовой: Концепции, методы, приложения. М.: Физматлит, 2008. 536 с.
4. Chevizovich D., Michieletto D., Mvogo A., Zakiryaynov F., Zdravković S. A review on nonlinear DNA physics // R. Soc. Open Sci. 2020. Vol. 7, no. 11. P. 200774. DOI: 10.1098/rsos.200774.
5. Starodub I. O., Zolotaryuk Y. Fluxon interaction with the finite-size dipole impurity // Phys. Lett. A. 2019. Vol. 383, no. 13. P. 1419–1426. DOI: 10.1016/j.physleta.2019.01.051.
6. Kryuchkov S. V., Kukhar E. I. Nonlinear electromagnetic waves in semi-Dirac nanostructures with superlattice // Eur. Phys. J. B. 2020. Vol. 93, no. 4. P. 62. DOI: 10.1140/epjb/e2020-100575-4.

7. *Kiselev V. V., Raskovalov A. A., Batalov S. V.* Nonlinear interaction of domain walls and breathers with a spin-wave field // *Chaos, Solitons & Fractals*. 2019. Vol. 127. P. 217–225. DOI: 10.1016/j.chaos.2019.06.013.
8. *Екомасов Е. Г., Назаров В. Н., Гумеров А. М., Самсонов К. Ю., Муртазин Р. Р.* Управление с помощью внешнего магнитного поля параметрами магнитного бризера в трёхслойной ферромагнитной структуре // *Письма о материалах*. 2020. Т. 10, № 2. С. 141–146. DOI: 10.22226/2410-3535-2020-2-141-146.
9. *Делев В. А., Назаров В. Н., Скалдин О. А., Батыршин Э. С., Екомасов Е. Г.* Сложная динамика каскада кинк-антикинкковых взаимодействий в линейном дефекте электроконвективной структуры нематика // *Письма в ЖЭТФ*. 2019. Т. 110, № 9. С. 607–613. DOI: 10.1134/S0370274X19210070.
10. *Kälbermann G.* The sine-Gordon wobble // *J. Phys. A: Math. Gen.* 2004. Vol. 37, no. 48. P. 11603–11612. DOI: 10.1088/0305-4470/37/48/006.
11. *Ferreira L. A., Piette B., Zakrzewski W. J.* Wobbles and other kink-breather solutions of the sine-Gordon model // *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 77, no. 3. P. 036613. DOI: 10.1103/PhysRevE.77.036613.
12. *Dorey P., Gorina A., Perapechka I., Romańczukiewicz T., Shnir Y.* Resonance structures in kink-antikink collisions in a deformed sine-Gordon model // *Journal of High Energy Physics*. 2021. Vol. 2021, no. 9. P. 145. DOI: 10.1007/JHEP09(2021)145.
13. *Fabian A. L., Kohl R., Biswas A.* Perturbation of topological solitons due to sine-Gordon equation and its type // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2009. Vol. 14, no. 4. P. 1227–1244. DOI: 10.1016/j.cnsns.2008.01.013.
14. *Saadatmand D., Dmitriev S. V., Borisov D. I., Kevrekidis P. G.* Interaction of sine-Gordon kinks and breathers with a parity-time-symmetric defect // *Phys. Rev. E*. 2014. Vol. 90, no. 5. P. 052902. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.052902.
15. *Kivshar Y. S., Pelinovsky D. E., Cretegnny T., Peyrard M.* Internal modes of solitary waves // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80, no. 23. P. 5032–5035. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.5032.
16. *González J. A., Bellorín A., Guerrero L. E.* Internal modes of sine-Gordon solitons in the presence of spatiotemporal perturbations // *Phys. Rev. E*. 2002. Vol. 65, no. 6. P. 065601. DOI: 10.1103/PhysRevE.65.065601.
17. *González J. A., Bellorín A., García-Ñustes M. A., Guerrero L. E., Jiménez S., Vázquez L.* Arbitrarily large numbers of kink internal modes in inhomogeneous sine-Gordon equations // *Phys. Lett. A*. 2017. Vol. 381, no. 24. P. 1995–1998. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.03.042.
18. *Gomide O. M. L., Guardia M., Seara T. M.* Critical velocity in kink-defect interaction models: Rigorous results // *Journal of Differential Equations*. 2020. Vol. 269, no. 4. P. 3282–3346. DOI: 10.1016/j.jde.2020.02.030.
19. *Javidan K.* Analytical formulation for soliton-potential dynamics // *Phys. Rev. E*. 2008. Vol. 78, no. 4. P. 046607. DOI: 10.1103/PhysRevE.78.046607.
20. *Piette B., Zakrzewski W. J.* Scattering of sine-Gordon kinks on potential wells // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2007. Vol. 40, no. 22. P. 5995–6010. DOI: 10.1088/1751-8113/40/22/016.
21. *Al-Alawi J. H., Zakrzewski W. J.* Scattering of topological solitons on barriers and holes of deformed Sine-Gordon models // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008. Vol. 41, no. 31. P. 315206. DOI: 10.1088/1751-8113/41/31/315206.
22. *Baron H. E., Zakrzewski W. J.* Collective coordinate approximation to the scattering of solitons in modified NLS and sine-Gordon models // *Journal of High Energy Physics*. 2016. Vol. 2016, no. 6. P. 185. DOI: 10.1007/JHEP06(2016)185.
23. *Гумеров А. М., Екомасов Е. Г., Муртазин Р. Р., Назаров В. Н.* Трансформация солитонов уравнения синус-Гордона в моделях с переменными коэффициентами и затуханием // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2015. Т. 55, № 4. С. 631–640. DOI: 10.7868/S0044466915040031.
24. *Goodman R. H., Haberman R.* Interaction of sine-Gordon kinks with defects: the two-bounce

- resonance // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2004. Vol. 195, no. 3–4. P. 303–323. DOI: 10.1016/j.physd.2004.04.002.
25. Гумеров А. М., Екомасов Е. Г., Закирьянов Ф. К., Кудрявцев Р. В. Структура и свойства четырехкинковых мультисолитонов уравнения синус-Гордона // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2014. Т. 54, № 3. С. 481–495. DOI: 10.7868/S0044466914030077.
 26. *Ekomasov E. G., Gumerov A. M., Murtazin R. R.* Interaction of sine-Gordon solitons in the model with attracting impurities // *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2016. Vol. 40, no. 17. P. 6178–6186. DOI: 10.1002/mma.3908.
 27. *Екомасов Е. Г., Гумеров А. М., Кудрявцев Р. В.* О возможности наблюдения резонансного взаимодействия кинков уравнения синус-Гордона с локализованными волнами в реальных физических системах // *Письма в ЖЭТФ*. 2015. Т. 101, № 12. С. 935–939. DOI: 10.7868/S0370274X15120127.
 28. *Ekomasov E. G., Gumerov A. M., Kudryavtsev R. V.* Resonance dynamics of kinks in the sine-Gordon model with impurity, external force and damping // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2017. Vol. 312. P. 198–208. DOI: 10.1016/j.cam.2016.04.013.
 29. *Ekomasov E. G., Gumerov A. M., Kudryavtsev R. V., Dmitriev S. V., Nazarov V. N.* Multisoliton dynamics in the sine-Gordon model with two point impurities // *Brazilian Journal of Physics*. 2018. Vol. 48, no. 6. P. 576–584. DOI: 10.1007/s13538-018-0606-4.
 30. *Gumerov A. M., Ekomasov E. G., Kudryavtsev R. V., Fakhretdinov M. I.* Excitation of large-amplitude localized nonlinear waves by the interaction of kinks of the sine-Gordon equation with attracting impurity // *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2019. Vol. 15, no. 1. P. 21–34. DOI: 10.20537/nd190103.
 31. *Ekomasov E. G., Murtazin R. R., Bogomazova O. B., Gumerov A. M.* One-dimensional dynamics of domain walls in two-layer ferromagnet structure with different parameters of magnetic anisotropy and exchange // *J. Magn. Magn. Mater.* 2013. Vol. 339. P. 133–137. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.02.042.
 32. *Ekomasov E. G., Murtazin R. R., Nazarov V. N.* Excitation of magnetic inhomogeneities in three-layer ferromagnetic structure with different parameters of the magnetic anisotropy and exchange // *J. Magn. Magn. Mater.* 2015. Vol. 385. P. 217–221. DOI: 10.1016/j.jmmm.2015.03.019.
 33. *Gumerov A. M., Ekomasov E. G., Kudryavtsev R. V.* One-dimensional dynamics of magnetic inhomogeneities in a three- and five-layer ferromagnetic structure with different values of the magnetic parameters // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. Vol. 1389. P. 012004. DOI: 10.1088/1742-6596/1389/1/012004.
 34. *Екомасов Е. Г., Самсонов К. Ю., Гумеров А. М., Кудрявцев Р. В.* Структура и динамика локализованных нелинейных волн уравнения синус-Гордона в модели с одинаковыми притягивающими примесями // *Известия вузов. ПНД*. 2022. Т. 30, № 6. С. 749–765. DOI: 10.18500/0869-6632-003011.
 35. *Магнус К.* Колебания: Введение в исследование колебательных систем. М.: Мир, 1982. 304 с.
 36. *Фалейчик Б. В.* Одношаговые методы численного решения задачи Коши. Минск: БГУ, 2010. 42 с.

References

1. Belova TI, Kudryavtsev AE. Solitons and their interactions in classical field theory. *Phys. Usp.* 1997;40(4):359–386. DOI: 10.1070/PU1997v040n04ABEH000227.
2. Cuevas-Maraver J, Kevrekidis PG, Williams F, editors. *The sine-Gordon Model and its Applications: From Pendula and Josephson Junctions to Gravity and High-Energy Physics*. Cham: Springer; 2014. 263 p. DOI: 10.1007/978-3-319-06722-3.
3. Braun OM, Kivshar YS. *The Frenkel-Kontorova Model: Concepts, Methods, and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer; 2004. 472 p. DOI: 10.1007/978-3-662-10331-9.

4. Chevizovich D, Michieletto D, Mvogo A, Zakiryanov F, Zdravković S. A review on nonlinear DNA physics. *R. Soc. Open Sci.* 2020;7(11):200774. DOI: 10.1098/rsos.200774.
5. Starodub IO, Zolotaryuk Y. Fluxon interaction with the finite-size dipole impurity. *Phys. Lett. A.* 2019;383(13):1419–1426. DOI: 10.1016/j.physleta.2019.01.051.
6. Kryuchkov SV, Kukhar EI. Nonlinear electromagnetic waves in semi-Dirac nanostructures with superlattice. *Eur. Phys. J. B.* 2020;93(4):62. DOI: 10.1140/epjb/e2020-100575-4.
7. Kiselev VV, Raskovalov AA, Batalov SV. Nonlinear interaction of domain walls and breathers with a spin-wave field. *Chaos, Solitons & Fractals.* 2019;127:217–225. DOI: 10.1016/j.chaos.2019.06.013.
8. Ekomasov EG, Nazarov VN, Gumerov AM, Samsonov KY, Murtazin RR. External magnetic field control of the magnetic breather parameters in a three-layer ferromagnetic structure. *Letters on Materials.* 2020;10(2):141–146 (in Russian). DOI: 10.22226/2410-3535-2020-2-141-146.
9. Delev VA, Nazarov VN, Scaldin OA, Batyrshin ES, Ekomasov EG. Complex dynamics of the cascade of kink–antikink interactions in a linear defect of the electroconvective structure of a nematic liquid crystal. *JETP Letters.* 2019;110(9):607–612. DOI: 10.1134/S0021364019210069.
10. Kälbermann G. The sine-Gordon wobble. *J. Phys. A: Math. Gen.* 2004;37(48):11603–11612. DOI: 10.1088/0305-4470/37/48/006.
11. Ferreira LA, Piette B, Zakrzewski WJ. Wobbles and other kink-breather solutions of the sine-Gordon model. *Phys. Rev. E.* 2008;77(3):036613. DOI: 10.1103/PhysRevE.77.036613.
12. Dorey P, Gorina A, Perapechka I, Romańczukiewicz T, Shnir Y. Resonance structures in kink-antikink collisions in a deformed sine-Gordon model. *Journal of High Energy Physics.* 2021;2021(9):145. DOI: 10.1007/JHEP09(2021)145.
13. Fabian AL, Kohl R, Biswas A. Perturbation of topological solitons due to sine-Gordon equation and its type. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation.* 2009;14(4):1227–1244. DOI: 10.1016/j.cnsns.2008.01.013.
14. Saadatmand D, Dmitriev SV, Borisov DI, Kevrekidis PG. Interaction of sine-Gordon kinks and breathers with a parity-time-symmetric defect. *Phys. Rev. E.* 2014;90(5):052902. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.052902.
15. Kivshar YS, Pelinovsky DE, Cretegny T, Peyrard M. Internal modes of solitary waves. *Phys. Rev. Lett.* 1998;80(23):5032–5035. DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.5032.
16. González JA, Bellorín A, Guerrero LE. Internal modes of sine-Gordon solitons in the presence of spatiotemporal perturbations. *Phys. Rev. E.* 2002;65(6):065601. DOI: 10.1103/PhysRevE.65.065601.
17. González JA, Bellorín A, García-Ñustes MA, Guerrero LE, Jiménez S, Vázquez L. Arbitrarily large numbers of kink internal modes in inhomogeneous sine-Gordon equations. *Phys. Lett. A.* 2017;381(24):1995–1998. DOI: 10.1016/j.physleta.2017.03.042.
18. Gomide OML, Guardia M, Seara TM. Critical velocity in kink-defect interaction models: Rigorous results. *Journal of Differential Equations.* 2020;269(4):3282–3346. DOI: 10.1016/j.jde.2020.02.030.
19. Javidan K. Analytical formulation for soliton-potential dynamics. *Phys. Rev. E.* 2008;78(4):046607. DOI: 10.1103/PhysRevE.78.046607.
20. Piette B, Zakrzewski WJ. Scattering of sine-Gordon kinks on potential wells. *J. Phys. A: Math. Theor.* 2007;40(22):5995–6010. DOI: 10.1088/1751-8113/40/22/016.
21. Al-Alawi JH, Zakrzewski WJ. Scattering of topological solitons on barriers and holes of deformed Sine–Gordon models. *J. Phys. A: Math. Theor.* 2008;41(31):315206. DOI: 10.1088/1751-8113/41/31/315206.
22. Baron HE, Zakrzewski WJ. Collective coordinate approximation to the scattering of solitons in modified NLS and sine-Gordon models. *Journal of High Energy Physics.* 2016;2016(6):185. DOI: 10.1007/JHEP06(2016)185.
23. Gumerov AM, Ekomasov EG, Murtazin RR, Nazarov VN. Transformation of sine-Gordon solitons in models with variable coefficients and damping. *Computational Mathematics and Mathematical Physics.* 2015;55(4):628–637. DOI: 10.1134/S096554251504003X.

24. Goodman RH, Haberman R. Interaction of sine-Gordon kinks with defects: the two-bounce resonance. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2004;195(3–4):303–323. DOI: 10.1016/j.physd.2004.04.002.
25. Gumerov AM, Ekomasov EG, Zakir'yanov FK, Kudryavtsev RV. Structure and properties of four-kink multisolitons of the sine-Gordon equation. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2014;54(3):491–504. DOI: 10.1134/S0965542514030075.
26. Ekomasov EG, Gumerov AM, Murtazin RR. Interaction of sine-Gordon solitons in the model with attracting impurities. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2016;40(17):6178–6186. DOI: 10.1002/mma.3908.
27. Ekomasov EG, Gumerov AM, Kudryavtsev RV. On the possibility of the observation of the resonance interaction between kinks of the sine-Gordon equation and localized waves in real physical systems. *JETP Letters*. 2015;101(12):835–839. DOI: 10.1134/S0021364015120061.
28. Ekomasov EG, Gumerov AM, Kudryavtsev RV. Resonance dynamics of kinks in the sine-Gordon model with impurity, external force and damping. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2017;312:198–208. DOI: 10.1016/j.cam.2016.04.013.
29. Ekomasov EG, Gumerov AM, Kudryavtsev RV, Dmitriev SV, Nazarov VN. Multisoliton dynamics in the sine-Gordon model with two point impurities. *Brazilian Journal of Physics*. 2018;48(6):576–584. DOI: 10.1007/s13538-018-0606-4.
30. Gumerov AM, Ekomasov EG, Kudryavtsev RV, Fakhretdinov MI. Excitation of large-amplitude localized nonlinear waves by the interaction of kinks of the sine-Gordon equation with attracting impurity. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2019;15(1):21–34. DOI: 10.20537/nd190103.
31. Ekomasov EG, Murtazin RR, Bogomazova OB, Gumerov AM. One-dimensional dynamics of domain walls in two-layer ferromagnet structure with different parameters of magnetic anisotropy and exchange. *J. Magn. Magn. Mater.* 2013;339:133–137. DOI: 10.1016/j.jmmm.2013.02.042.
32. Ekomasov EG, Murtazin RR, Nazarov VN. Excitation of magnetic inhomogeneities in three-layer ferromagnetic structure with different parameters of the magnetic anisotropy and exchange. *J. Magn. Magn. Mater.* 2015;385:217–221. DOI: 10.1016/j.jmmm.2015.03.019.
33. Gumerov AM, Ekomasov EG, Kudryavtsev RV. One-dimensional dynamics of magnetic inhomogeneities in a three- and five-layer ferromagnetic structure with different values of the magnetic parameters. *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019;1389:012004. DOI: 10.1088/1742-6596/1389/1/012004.
34. Ekomasov EG, Samsonov KY, Gumerov AM, Kudryavtsev RV. Nonlinear waves of the sine-Gordon equation in the model with three attracting impurities. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2022;30(6):749–765. DOI: 10.18500/0869-6632-003011.
35. Magnus K. *Schwingungen: Eine Einführung in die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen*. 4 Auflage. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag; 1961. 252 s. (in German). DOI: 10.1007/978-3-663-10702-6.
36. Faleychik BV. *One-Step Methods for the Numerical Solution of the Cauchy Problem*. Minsk: Belarusian State University; 2010. 42 p. (in Russian).



Екомасов Евгений Григорьевич — родился в с. Анучино Приморского края (1958). Окончил физический факультет Башкирского государственного университета (1980). Доктор физико-математических наук (2005, ЧелГУ). Профессор кафедры теоретической физики Башкирского государственного университета. Награжден Нагрудным знаком «Почетный работник высшего образования РФ» (2011) и Почетной грамотой Министерства образования и науки РФ (2008). Область исследовательских интересов — теоретическая и математическая физика, физика конденсированного состояния, спинтроника, вычислительная физика. Опубликовал более 200 научных и методических работ.

Россия, республика Башкортостан, 450076 Уфа, ул. Заки Валиди, 32
 Уфимский университет науки и технологий
 E-mail: ekomasoveg@gmail.com
 ORCID: 0000-0002-6194-3358
 AuthorID (eLibrary.Ru): 29060



Кудрявцев Роман Владимирович — родился в Уфе (1989). Окончил магистратуру Физико-технического института Башкирского государственного университета (2014). Кандидат физико-математических наук по специальности «Теоретическая физика» (2018). Научная работа связана с исследованием динамики солитонов уравнения синус-Гордона. Имеет дипломы и грамоты за доклады на молодёжных конференциях. Был награжден стипендией Главы Республики Башкортостан (2015/2016, 2016/2017, 2017/2018).

Россия, республика Башкортостан, 450076 Уфа, ул. Заки Валиди, 32
Уфимский университет науки и технологий
E-mail: xc.89@mail.ru



Самсонов Кирилл Юрьевич — родился в Тюмени (1994). Окончил физический факультет Тюменского государственного университета (2018, магистратура) и аспирантуру Тюменского государственного университета (2022). Область научных интересов: фильтрационно-емкостные свойства пласта, задача о двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей с учётом коагуляционных и суффозионных процессов, нелинейная динамика волн (солитонов) в магнитных средах и изучение их поведения при взаимодействии с «примесями».

Россия, 625003 Тюмень, ул. Володарского, 6
Тюменский государственный университет
E-mail: k.y.samsonov@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3170-7872
AuthorID (eLibrary.Ru): 1137615



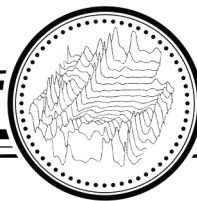
Назаров Владимир Николаевич — кандидат физико-математических наук (2001), доцент, старший научный сотрудник лаборатории теоретической физики Института физики молекул и кристаллов УФИЦ РАН. Автор более 40 научных статей. Область интересов: теоретическая и математическая физика, вычислительная физика.

Россия, республика Башкортостан, 450054 Уфа, пр-кт Октября, 71
Уфимский федеральный исследовательский центр РАН
E-mail: nazarovvn@gmail.com
ORCID: 0000-0002-4749-1367
AuthorID (eLibrary.Ru): 127817



Кабанов Даниил Константинович — студент физико-технического института Уфимского университета науки и технологий.

Россия, республика Башкортостан, 450076 Уфа, ул. Заки Валиди, 32
Уфимский университет науки и технологий
E-mail: danya.kabanov.95@mail.ru



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Научная статья
УДК 532.54:51-72

DOI: 10.18500/0869-6632-003071
EDN: PHVMFU

Идентификация и прогноз динамики плоской вихревой структуры на основе математической модели системы точечных вихрей

В. Н. Говорухин

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: [✉vngovoruhin@sfnu.ru](mailto:vngovoruhin@sfnu.ru)

Поступила в редакцию 13.07.2023, принята к публикации 27.09.2023,
опубликована онлайн 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Целью работы является разработка и анализ алгоритмического метода решения обратной задачи плоской вихревой динамики жидкости — идентификации и прогноза развития структуры течения по данным о векторах скорости жидкости в наборе опорных точек. В силу типичной для обратных задач некорректности теоретический анализ сходимости и адекватности метода затруднителен, потому эти вопросы изучаются экспериментально. **Методы.** Предлагаемый метод идентификации и прогноза основан на использовании в качестве математической модели вихревой динамики системы точечных вихрей. Параметры системы вихрей определяются с помощью минимизации целевого функционала, оценивающего близость исходного и модельного векторных полей в опорных точках. Прогноз развития вихревой структуры осуществляется с помощью решения задачи Коши для модельной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с полученными на первом этапе параметрами и начальными данными. **Результаты.** В результате численных экспериментов с тестовыми примерами выяснено: алгоритм сходится из широкой области начальных приближений параметров вихревой конфигурации; метод эффективен даже при использовании небольшого числа опорных точек; алгоритм сходится в большинстве случаев, когда идентифицируемая структура состоит из достаточно удаленных вихрей; прогноз развития течения дает хорошие результаты в случае установившегося течения; при нарушении перечисленных условий доля удачных расчётов снижается, может иметь место ложная идентификация и ошибочный прогноз; при сходимости метода найденные координаты и циркуляции вихрей модельной системы близки к характеристикам вихрей тестовых конфигураций, структуры линий тока течений топологически эквивалентны. Прогноз развития вихревой структуры в тестовых примерах продемонстрировал хорошее совпадение на временах порядка нескольких оборотов вихрей, и правильное качественное описание на больших временах. **Заключение.** Разработан и экспериментально изучен алгоритм решения обратной задачи идентификации и прямого прогноза развития структуры плоского вихревого течения, когда в начальный момент известны векторы скорости жидкости в конечном наборе опорных точек. Проведенное исследование продемонстрировало высокую эффективность алгоритма для исследования динамики плоских вихревых структур, состоящих из удаленных друг от друга вихрей.

Ключевые слова: вихревые структуры, алгоритм идентификации, системы точечных вихрей, минимизация.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, грант № 23-21-00371.

Для цитирования: Говорухин В. Н. Идентификация и прогноз динамики плоской вихревой структуры на основе математической модели системы точечных вихрей // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 710–726. DOI: 10.18500/0869-6632-003071. EDN: PHVMFU

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Identification and dynamics prediction of a plane vortex structure based on a mathematical model of a point vortices system

V. N. Govorukhin

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

E-mail: ✉vngovoruhin@sfedu.ru

Received 13.07.2023, accepted 27.09.2023,

available online 13.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. The aim of the article is developing and analyse an algorithmic method for solution finding of one inverse problem of 2d vortex fluid dynamics. It is identification and prediction of the flow structure evolution of the based on the data on fluid velocity vectors in a set of reference points. Theoretical analysis of convergence and adequacy of the method is difficult due to the ill-posedness typical of inverse problems, these issues studied experimentally. **Methods.** The proposed method uses a mathematical model of a point vortex dynamics system for identification and prediction flow structures. The parameters of the model system are found by minimising the functional that evaluates the closeness of the original and model vectors fields at the reference points. The prediction of the vortex structure dynamics is based on the solution of the Cauchy problem for a system of ordinary differential equations with the parameters found in the first stage. **Results.** As a result of the calculations, we found it out: the algorithm converges to the desired minimum from a wide range of initial approximations; the algorithm converges in all cases when the identified structure consists of sufficiently distant vortices; the forecast of the development of the current gives good results with a steady flow; if the above conditions are violated, the part of successful calculations decreases, false identification and an erroneous forecast may occur; with the convergence of the method, the coordinates and circulation of the eddies of the model system are close to the characteristics of the eddies of the test configurations; the structures of the streamlines of the flows are topologically equivalent; convergence depends more on location than on the number of vectors used for identification. **Conclusion.** An algorithm for solving the problem of identifying and the evolution forecast of a 2d vortex flow structure is proposed when the fluid velocity vectors in a finite set of reference points are known. The method showed its high efficiency when using from 40 to 200 reference points. The results of the study make it possible to recommend the proposed algorithm for identifying flat vortex structures, which consist of vortices separated from each other.

Keywords: vortex structures, identification algorithm, systems of point vortices, minimization.

Acknowledgements. This work was supported by the grants the Russian Science Foundation, № 23-21-00371.

For citation: Govorukhin VN. Identification and dynamics prediction of a plane vortex structure based on a mathematical model of a point vortices system. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(6):710–726. DOI: 10.18500/0869-6632-003071

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Алгоритмы и методы идентификации областей вихревых течений и прогноза их развития являются востребованными при решении многих проблем гидроаэродинамики. К ним можно отнести задачи прогноза синоптических потоков на основе спутниковых снимков морей, океанов и атмосферы [1, 2], обработки результатов физических и численных экспериментов [3–5], визуализации течений [6], кровотока [7], проектирования и оптимизации технических устройств [8–10]. Для решения перечисленных задач необходимы методы поиска и распознавания вихрей и их характеристик в фиксированный момент времени и прогноза изменения вихревой структуры во времени и пространстве. Такие возможности могут предоставить методы математического моделирования и анализа, включающие два этапа. На первом предполагается идентификация вихря по известной информации о течении, а для прогноза могут быть использованы нестационарные уравнения гидродинамики (см., например, [11–13]).

Для идентификации вихревой конфигурации требуется разработка и использование обратных подходов, когда известны характеристики течения в некоторых точках или областях,

а неизвестными являются количество, расположение, размеры, интенсивности вихрей. В последние десятилетия предложен ряд методов идентификации вихрей, большинство из которых можно разделить на два класса. Первый, и наиболее широко распространенный подход, состоит из математических критериев, основанных на локальных физических величинах, определяемых течением, таких, как поле скоростей, давления, завихренности и их производных. Примерами являются Q -метод, λ_2 -метод, Ω -метод, и другие. Описание и сравнительный анализ некоторых из перечисленных методов дан в статьях [14–17]. Вихрь при этом определяется как связанная область с высокой «плотностью» одной из характерных величин. Большинство таких методов являются математически строгими и физически непротиворечивыми, но требуют подробной информации о течении. Второй класс состоит из методов, использующих топологические свойства потока во всей области течения, или её подобластях. Такими характеристиками может быть замкнутость, или спиралевидность, линий тока частиц жидкости, наличие особых точек и сепаратрис в структуре потока [18, 19].

После удачного решения обратной задачи становится возможным прогноз развития структуры на основе решения нестационарных уравнений Эйлера, Навье–Стокса, других уравнений математической гидродинамики. Прямые методы решения таких задач хорошо развиты и широко применяются. Результатом вычислений в этом случае является динамика поля скоростей и других характеристик исследуемого течения, что дает возможность анализировать и прогнозировать структуру потока во времени [20–22].

Существенные трудности при идентификации вихревой структуры могут возникнуть при ограниченной информации о течении. В этом случае перечисленные методы, основанные на достаточно подробной информации о течении, отказывают и требуются иные подходы. Возможным решением в этом случае может быть использование математических моделей вихревой динамики. В статье [23] предложен алгоритм, основанный на использовании малого набора известных векторов скорости течения и математической модели системы точечных вихрей на плоскости. Особенно привлекательным на этом пути является то, что математическая модель может быть использована и для прогноза развития вихревой конфигурации во времени. В представленной статье предложено развитие алгоритма как для идентификации вихря, так и для прогноза двумерной вихревой динамики, проводится экспериментальное исследование применимости, адекватности и эффективности такого подхода. В качестве содержательного примера используются численные решения двумерных уравнений Эйлера идеальной жидкости с начальным условием в виде трёх вихревых пятен в прямоугольной области с непроницаемыми границами. Выбор этой конфигурации обусловлен тем, что система трёх точечных вихрей является простейшей, демонстрирующей нетривиальную динамику [24].

1. Постановка задачи и метод идентификации и прогноза динамики вихрей

Вихрь является одним из фундаментальных гидродинамических объектов, который эмпирически можно описать как область течения, в которой частицы вращаются вокруг общего центра или оси. Общепринятого математического определения вихря на данный момент нет, а его формулировка остается предметом дискуссий. Задача идентификации вихря может иметь различные постановки и не является математически корректной. Возможной, и используемой в статье, постановкой может быть описание плоского вихревого течения с помощью координат и интенсивностей центров вихрей, а также структур линий тока частиц жидкости на основе информации о скорости жидких частиц в конечном (возможно, малом) наборе опорных точек. Для поиска характеристик вихревой структуры можно использовать математические модели, простейшей из которых является система точечных вихрей. В этом случае интенсивности распределенных вихрей и их центров можно описывать с помощью свойств точечных вихрей.

1.1. Описание метода идентификации и прогноза. Пусть в некоторый момент времени известны векторы скорости вихревого течения в наборе из N опорных точек

$$U = \left\{ \left[x^{(j)}, y^{(j)}, \mathbf{u}^{(j)} = \left(u_1^{(j)}, u_2^{(j)} \right) \right], j = 1, \dots, N \right\}, \quad (1)$$

где $(x^{(j)}, y^{(j)})$ — координаты опорных точек, а $\mathbf{u}^{(j)}$ — соответствующий вектор скорости. Необходимо определить интенсивности и координаты центров вихрей, формирующих данное течение. Для описания вихревой конфигурации будем использовать хорошо изученную систему точечных вихрей. Выбор этой математической модели обусловлен следующими причинами: относительная простота, качественно верное описание многих реальных течений [25, 26], топологическая эквивалентность линий тока вблизи точечного и окрестности ядра многих распределенных вихрей. При этом существенным недостатком модели является вырожденность поля скорости в точечном вихре, что должно быть учтено при построении алгоритма идентификации.

Движения K точечных вихрей на плоскости описываются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\omega_i \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial y_i}, \quad \omega_i \dot{y}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad H = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i,k=1, i \neq k}^K \omega_i \omega_k \ln(r_{ik}), \quad i = 1, \dots, K. \quad (2)$$

Здесь (x_i, y_i) — координаты вихря с номером i на плоскости, $r_{ik} = (x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2$, а ω_i — его интенсивность (циркуляция). Очевидно, что H — гамильтониан и первый интеграл системы (2), то есть система консервативна. Начальные значения определяют значения интегралов системы точечных вихрей, а значит, инвариантные подпространства, на которых происходит динамика. Это означает отсутствие аттракторов и другие свойства динамики, характерные для консервативных систем.

Функция тока поля скорости, порождаемого системой точечных вихрей, имеет вид

$$\Psi = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^K \omega_i \ln \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right], \quad (3)$$

где (x, y) — координаты на плоскости. Тогда динамика пассивной частицы описывается системой двух обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} = v_1(x, y) &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} = -\sum_{i=1}^K \frac{\omega_i}{2\pi} \frac{y - y_i}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, \\ \dot{y} = v_2(x, y) &= -\frac{\partial \Psi}{\partial y} = \sum_{i=1}^K \frac{\omega_i}{2\pi} \frac{x - x_i}{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) задаёт используемое при идентификации вихревой структуры модельное поле скорости $\mathbf{v}(x, y) = (v_1(x, y), v_2(x, y))$ в любой точке плоскости. Поле $\mathbf{v}(P, x, y)$ определяется параметрами конфигурации точечных вихрей $P = \{K, (x_i, y_i, \omega_i), i = 1, \dots, K\}$, то есть числом вихрей K , их интенсивностями ω_i и координатами (x_i, y_i) в области течения. Идея предлагаемого алгоритма идентификации основана на поиске перечисленных параметров системы (2), (4) с использованием известных векторов (1). При этом центры и интенсивность вихрей течения приближаются точечными вихрями, несмотря на указанный выше недостаток математической модели.

Необходимо сформулировать условие, которое будет означать, что система точечных вихрей (2) при некоторых значениях параметров $\hat{P} = \{\hat{K}, (\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{\omega}_i), i = 1, \dots, \hat{K}\}$ качественно

описывает исходную вихревую конфигурацию, в силу имеющегося набора U . Для этого рассмотрим набор векторов модельной системы (4) в тех же опорных точках $(x^{(j)}, y^{(j)})$, $j = 1, \dots, N$, что и (1):

$$V(P) = \left\{ \left[x^{(j)}, y^{(j)}, \mathbf{v}^{(j)} = \left(v_1^{(j)} = v_1(P, x^{(j)}, y^{(j)}), v_2^{(j)} = v_2(P, x^{(j)}, y^{(j)}) \right) \right], j = 1, \dots, N \right\}. \quad (5)$$

Если $U \equiv V(P)$, то естественно предположить, что система точечных вихрей (2) полностью описывает вихревое течение при значениях параметров P из имеющегося набора U .

Два вектора \mathbf{u}, \mathbf{v} можно сравнить с помощью двух величин:

$$d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|}{\|\mathbf{u}\| + \|\mathbf{v}\|}, \quad \phi(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(\mathbf{u}, \mathbf{v})}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|} \right). \quad (6)$$

Величина $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ в (6) характеризует длины векторов, а $\phi(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ — углы между ними. Обе характеристики принимают значения в интервале $[0, 1]$, равны нулю при $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ и единице, если $\mathbf{u} = -\mathbf{v}$.

Для сравнения двух наборов векторов в U и $V(P)$ в заданном множестве опорных точек используем выражение

$$\sigma(U, V(P)) = \sum_{j=1}^N \left[c_j d(\mathbf{u}^{(j)}, \mathbf{v}^{(j)}(P)) + C_j \phi(\mathbf{u}^{(j)}, \mathbf{v}^{(j)}(P)) \right]. \quad (7)$$

В выражении (7) c_j и C_j — весовые коэффициенты, которые при вычислениях в статье принимаются положительными константами, причём $c_j = 1 - C_j$. Если $U \equiv V(P)$, то очевидно, что $\sigma(U, V(P)) = 0$. В силу идеализации математической модели совпадение наборов векторов (1) и (5) маловероятно. Естественно предположить, что чем меньше величина $\sigma(U, V(P))$, тем ближе два набора векторов, и математическая модель качественно лучше описывает структуру вихревой конфигурации. Другими словами, предполагаем, что исходный и модельный наборы векторов U и $V(\hat{P})$ наиболее близки в указанном смысле, если (7) достигает минимума в пространстве параметров системы при $P = \hat{P}$.

Таким образом, задача идентификации вихревой структуры в рассмотренной постановке сводится к поиску параметров системы точечных вихрей, минимизирующих (7)

$$\hat{P} = \min_P \sigma(U, V(P)). \quad (8)$$

Для численного поиска минимума (8) в работе используется комбинированный алгоритм на основе методов Ньютона и градиентного спуска.

Отметим, что сформулированная постановка задачи идентификации вихревой структуры обладает многими недостатками — не является математически корректной, не всегда разрешима, решение может быть не единственным, результат может сильно зависеть от выбора опорных точек, порождающего набор U течения и др. Например, очевидно, что при $N = 1$ идентификация по одному вектору невозможна. Аналитический анализ предложенного подхода весьма затруднителен, однако, первоначальные результаты работы [23] продемонстрировали эффективность метода для идентификации некоторых модельных течений. Далее, в разделе 2 статьи проводится экспериментальное исследование метода на примере вихревой структуры из трёх распределенных в пространстве вихрей в плоском квадратном контейнере.

Если искомым набор параметров \hat{P} найден, то структуру линий тока течения можно описать с помощью (3) при $\omega_i = \hat{\omega}_i$, $x_i = \hat{x}_i$, $y_i = \hat{y}_i$, $i = 1, \dots, \hat{K}$. Прогноз развития вихревой структуры может быть проведён с помощью решения задачи Коши для системы (2), (4) с начальными данными для точечных вихрей, задаваемыми \hat{P} , и координатами $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$ для расчета траекторий частиц.

1.2. Алгоритм идентификации и прогноза вихревой конфигурации. Здесь представлен используемый в данной работе вариант алгоритма, основанный на описанном выше методе. Первым этапом является идентификация вихревой структуры, которая состоит из следующих шагов.

1. Инициализация. Это включает: определение опорных точек и векторов набора (1), количества используемых для описания точечных вихрей K , начального приближения $P^{(m)}$, $m = 0$, для параметров системы (2), (4), начального шага h и точности ε метода минимизации, размера шага δ для численного дифференцирования по параметрам модельной системы с помощью конечных разностей, числа шагов метода градиентного спуска M , максимального числа шагов алгоритма M_{\max} , минимального размера шага h_{\min} .
2. Шаг метода поиска минимума.

$$P^{(m+1)} = \begin{cases} P^{(m)} - h \nabla \sigma (U, V(P^{(m)})), & m \leq M, \\ P^{(m)} - h [\nabla^2 \sigma (U, V(P^{(m)}))]^{(-1)} \nabla \sigma (U, V(P^{(m)})), & m > M, \end{cases}$$

где $\nabla \sigma$ и $\nabla^2 \sigma$ соответственно градиент и матрица Гессе выражения (7) по параметрам модельной конфигурации P . Для вычисления производных используются аппроксимации центральными конечными разностями.

3. Проверка условия

$$\left\| \nabla \sigma (U, V(P^{(m+1)})) \right\| < \varepsilon. \quad (9)$$

Если условие (9) выполнено, то найдено приближение вихревой конфигурации $\hat{P} = P^{(m+1)}$, и работа алгоритма прекращается. Если нет, то — переход к следующему шагу алгоритма.

4. Проверка условия $\left\| \nabla \sigma (U, V(P^{(m+1)})) \right\| < \left\| \nabla \sigma (U, V(P^{(m)})) \right\|$. При его выполнении $h = h \cdot 1.01$, и $h = h \cdot 0.5$, $P^{(m+1)} = P^{(m)}$, если условие не соблюдается.
5. $m = m + 1$. Проверка условий $m < M_{\max}$ и $h > h_{\min}$. При выполнении обоих условий — переход к пункту 2 алгоритма, и «аварийное» окончание работы в противном случае.

Прогноз динамики вихревой структуры (второй этап алгоритма) может быть реализован только при успешной идентификации вихревой структуры (первый этап) и найденном минимизирующем (7) наборе параметров модельной системы \hat{P} . Этот этап состоит в решении задачи Коши для системы уравнений (2), (4), при числе точечных вихрей \hat{K} с интенсивностями $\hat{\omega}_i$, $i = 1, \dots, \hat{K}$. В качестве начальных условий при $t = 0$ принимаются: $x_i(0) = \hat{x}_i$, $y_i(0) = \hat{y}_i$ и $x(0) = x_s$, $y(0) = y_s$, где (x_s, y_s) — координаты предназначенной для прогноза пассивной частицы при $t = 0$. Для решения задачи Коши на интервале $t \in [0, T]$ используется метод Рунге–Кутты, T — длительность прогноза.

2. Идентификация и прогноз динамики тестовых конфигураций

В качестве содержательного примера для идентификации и прогноза вихревой структуры используем решения задачи динамики невязкой несжимаемой жидкости в квадратном контейнере. В терминах функции тока $\psi(t, x, y)$ и завихренности $\omega(t, x, y)$ динамика плоского вихревого течения описывается системой уравнений Эйлера

$$\frac{D\omega}{Dt} \equiv \omega_t + \omega_x \psi_y - \omega_y \psi_x = 0, \quad (10)$$

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = -\omega. \quad (11)$$

Здесь $\frac{D}{Dt}$ — материальная производная. Нижний индекс обозначает частную производную по соответствующей переменной.

Скорость жидкости $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ выражается через функцию тока

$$u_1 = \psi_y, \quad u_2 = -\psi_x, \quad (12)$$

Течение рассматривается в квадратной области $D : \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a\}$. На границе D заданы следующие граничные условия:

$$\psi(t, 0, y) = \psi(t, a, y) = \psi(t, x, 0) = \psi(t, x, a) = 0. \quad (13)$$

Уравнения и граничные условия необходимо дополнить начальным условием

$$\omega(0, x, y) = \Omega(x, y), \quad (14)$$

где $\Omega(x, y)$ — некоторая функция, определённая в D .

Известно, что задача (10)–(14) разрешима, её решения описывают многие реальные течения, когда влияние вязкости жидкости пренебрежимо мало. Для численного решения использовался бессеточно-спектральный метод. Подробное описание метода для расчета течений в замкнутых и проточных областях можно найти в [21, 27], а в открытых — в [28].

2.1. Постановка вычислительных экспериментов. Для экспериментального исследования эффективности предлагаемого метода идентификации рассмотрим квадратную область D со стороной $a = 8$. В качестве начального распределения завихренности (14) будем использовать конфигурацию из трёх одинаковых вихрей с центрами, расположенными в вершинах равностороннего треугольника с центроидом в середине D (точке $(4, 4)$), отстоящими на 1 от центроида вершинами $(x_c^{(i)}, y_c^{(i)})$, $i = 1, 2, 3$:

$$\Omega(x, y) = \sum_{i=1}^3 W(x_c^{(i)}, y_c^{(i)}, x, y), \quad (15)$$

где $W(x, y)$ — функция распределения завихренности в распределенном вихре.

Рассмотрим два качественно различных примера, отличающиеся начальным распределением завихренности в вихрях:

$$W(x_c^{(i)}, y_c^{(i)}, x, y) = \begin{cases} G \cdot e^{-10 \cdot (x_c^{(i)} - x)^2 - 10 \cdot (y_c^{(i)} - y)^2}, & r \leq R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (16)$$

$$W(x_c^{(i)}, y_c^{(i)}, x, y) = \begin{cases} G \cdot (R^2 - r^2)^2, & r \leq R \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (17)$$

где $r = \sqrt{(x_c^{(i)} - x)^2 + (y_c^{(i)} - y)^2}$, а коэффициент G выбирается так, чтобы интенсивность (циркуляция) всего вихревого пятна равнялась единице. При обоих начальных состояниях (15), (16) и (15), (17) суммарная завихренность всей конфигурации равна 3.

Из физических, вычислительных экспериментов известен эмпирический закон взаимодействия вихревых пятен одной ориентации (направления вращения). При больших расстояниях между вихрями они вращаются вокруг общего центра завихренности. Если расстояние между двумя вихрями меньше некоторого критического, то они сливаются (см. [29] и ссылки в этой статье). Величина критического расстояния зависит от распределения и интенсивности завихренности в вихрях. Вычислительные эксперименты с двумя начальными конфигурациями показали, что в случае (15), (16) формируется квазистационарная вихревая структура (рис. 1). При начальном

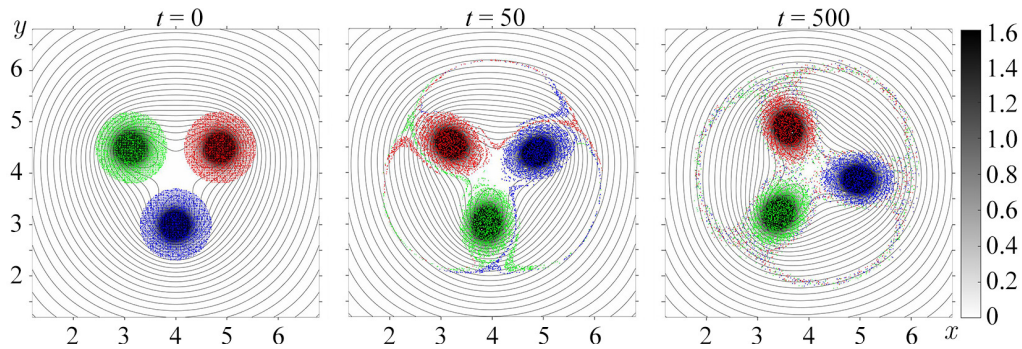


Рис. 1. Три вихря в различные моменты времени (формирование квазистационарной структуры) для начальной конфигурации (15), (16) (цвет онлайн)

Fig. 1 Three vortices at different times (the formation of a quasi-stationary structure) for the initial configuration (15), (16) (color online)

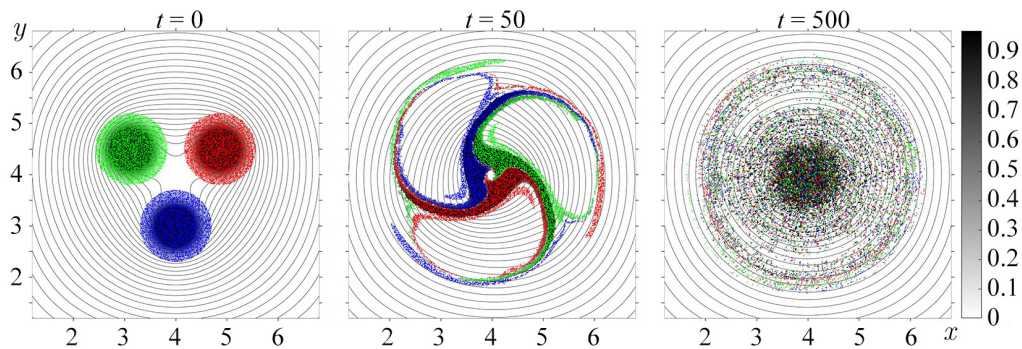


Рис. 2. Три вихря в различные моменты времени (слияние вихрей) для начальной конфигурации (15), (17) (цвет онлайн)

Fig. 2. Three vortices at different times (vortex merging) for the initial configuration (15), (17) (color online)

распределении (15), (17) все три вихря сливаются в один (рис. 2). На рисунках изображены: распределение завихренности (оттенками серого), маркерные частицы (для каждого начального вихря своим цветом) и линии тока течения. В качестве характеристик вихрей используем координаты центров завихренности вихрей и их циркуляцию [12]. Применим к полученным вихревым структурам предложенный метод идентификации и прогноза.

2.2. Успешная идентификация и прогноз. При начальной вихревой конфигурации (15), (16) на всем рассматриваемом интервале времени $t \in [0, 1000]$ сохраняются три вихревых пятна, которые вращаются вокруг общего центра и обмениваются филаментами при $t > 50$ (см. рис. 1). В этом случае для любого t в результате первого этапа алгоритма при сходимости метода идентифицируется структура из трех точечных вихрей, координаты которых и интенсивности близки к характеристикам вихревых пятен распределенной в пространстве конфигурации. Второй этап алгоритма демонстрирует хороший прогноз на интервале времени, соответствующем нескольким оборотам вихрей.

Приведём пример удачной идентификации и прогноза (рис. 3 и рис. 4). В качестве векторов набора U в (1) задавались 40 случайно распределенных векторов поля (12), полученного в результате решения задачи (10)–(14) бессеточно-спектральным методом при $t = 200$. Векторы набора U для расчета изображены пунктирной линией на рис. 3, а. Координаты центров завихренности вихревых пятен тестовой конфигурации при $t = 200$: (3.694, 3.104), (3.373, 4.710), (4.926, 4.193),

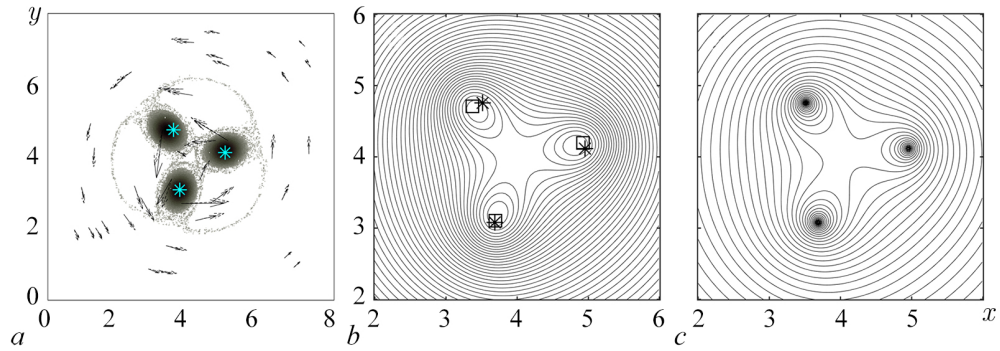


Рис. 3. Результат первого этапа алгоритма (идентификации) для конфигурации рис. 1 при $t = 200$. a – Распределение завихренности тестовой конфигурации (оттенки серого), векторы исходного U (пунктир) и полученного модельного V (сплошные линии) наборов векторов; b – линии тока исходного течения, центры завихренности пятен (квадраты) и модельные вихри (звездочки); c – линии тока модельной системы (цвет онлайн)

Fig. 3. The result of the first stage of the algorithm (identification) for the configuration fig. 1 at $t = 200$. a – Test configuration vorticity distribution (shades of grey), vectors of initial U (dotted line) and found model V (solid lines) sets of vectors; b – streamlines of the initial flow, vorticity centres of spots (squares) and model vortices (asterisks); c – streamlines of the model system (color online)

а их циркуляции приближенно равны единице. В качестве начального приближения для алгоритма указывалась система $K = 3$ точечных вихрей. В результате работы алгоритма найден

$$\hat{P} = \{ \hat{K} = 3, (\hat{x}_1 = 3.687, \hat{y}_1 = 3.079, \hat{\omega}_1 = 0.956), (\hat{x}_2 = 3.514, \hat{y}_2 = 4.756, \hat{\omega}_2 = 0.830), (\hat{x}_3 = 4.953, \hat{y}_3 = 4.117, \hat{\omega}_3 = 0.949) \}.$$

Видно, что исходные и полученные модельные характеристики близки. Линии тока идентифицируемого и модельного полей качественно идентичны (рис. 3, b, c), а модельный набор векторов V незначительно отличается от U (рис. 3, a).

Результаты второго этапа алгоритма (прогноза) на интервале $t \in [0, 400]$ с момента идентификации представлены на рис. 4. Видно, что структура траекторий центров завихренности исходной тестовой системы (рис. 4, a) и найденных в результате алгоритма идентификации вихрей модельной системы (рис. 4, b) качественно идентичны. Более того, имеет место и хорошее

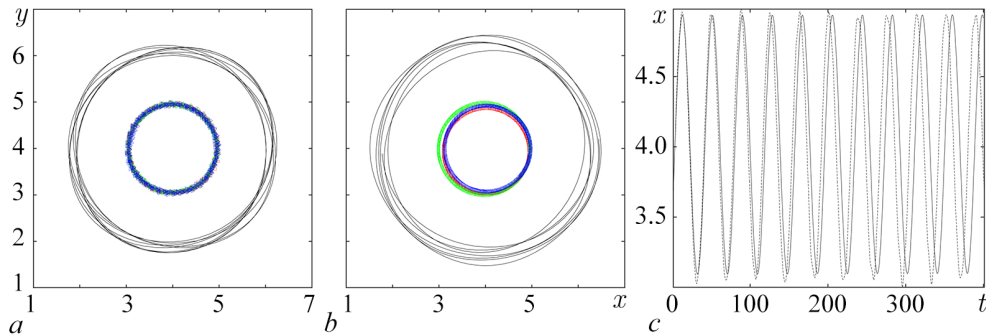


Рис. 4. Результат прогноза развития вихревой конфигурации рис. 1 для $t > 200$. a – Траектории центров завихренности распределённых вихрей (символы) и одной пассивной частицы (сплошная линия); b – траектории точечных вихрей модельной системы (символы) и пассивной частицы (сплошная линия); c – зависимость от времени координаты x центра завихренности одного из распределённых вихрей (пунктир) и соответствующего точечного вихря модельной системы (сплошная линия) (цвет онлайн)

Fig. 4. The result of the forecast of the development of the vortex configuration fig. 1 for $t > 200$. a – Trajectories of vorticity centres of vortex patches (symbols) and one passive particle; b – trajectories of point vortices of the model system (symbols) and passive particle (solid line); c – time dependence of the coordinate x of the center of vorticity (dotted line) and the corresponding point vortex of the model system (solid line) (color online)

количественное совпадение траекторий центра завихренности и точечного вихря (рис. 4, *c*). То есть для данного примера можно констатировать достоверный прогноз развития вихревой структуры с помощью предложенного алгоритма.

2.3. Примеры успешной идентификации и некорректного прогноза. Применение алгоритма для вихревой структуры с начальным распределением (15), (17) даёт не такие хорошие результаты. На рассматриваемом интервале времени $t \in [0, 1000]$ топологическая структура течения не сохраняется (см. рис. 2). На первом этапе три вихря сближаются, затем происходит их слияние с образованием тонких структур, а финальным состоянием является один вихрь. Качество идентификации зависит от её момента.

В начальный момент $t = 0$, и до начала взаимодействия вихрей тестового течения, первый этап алгоритма даёт корректный результат. На рис. 5 приведен пример успешной работы первого этапа алгоритма с использованием $N = 40$ векторов в наборе U . Координаты центров завихренности вихрей тестовой конфигурации при $t = 0$: (3.134, 4.5), (4, 3), (4.866, 4.5), а их интенсивности равны единице. Результат работы алгоритма:

$$\hat{P} = \{ \hat{K} = 3, (\hat{x}_1 = 3.140, \hat{y}_1 = 4.430, \hat{\omega}_1 = 0.993), (\hat{x}_2 = 3.927, \hat{y}_2 = 3.056, \hat{\omega}_2 = 0.824), (\hat{x}_3 = 4.874_3, \hat{y}_3 = 4.424, \hat{\omega}_3 = 0.970) \}.$$

То есть координаты и интенсивности точечных вихрей достаточно близки. Также видно, что структуры линий тока тестового (рис. 5, *b*) и модельного течений (рис. 5, *c*) качественно одинаковы, точечные вихри модельной системы близки к центрам завихренности распределенных вихрей, как и векторы наборов U и V (рис. 5, *a*). Этап прогноза в данном случае корректен только на коротких временах. Так, для представленного примера это только один оборот структуры (рис. 6).

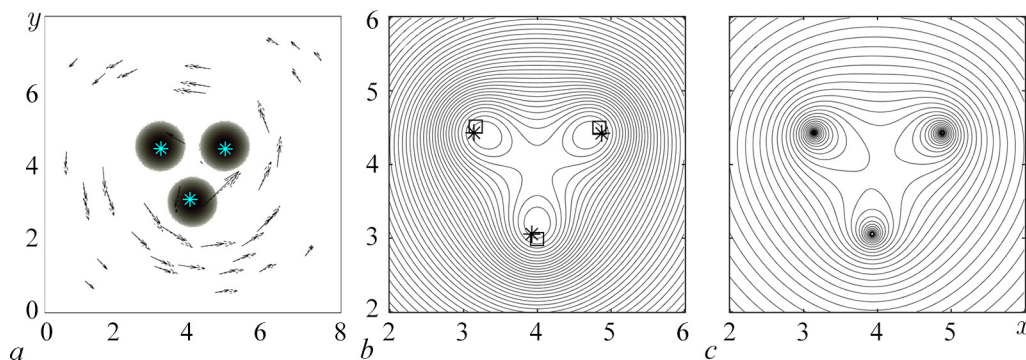


Рис. 5. Результат идентификации конфигурации рис. 2 при $t = 0$. Пояснения аналогичны с рис. 3 (цвет онлайн)

Fig. 5. Result of configuration identification fig. 2 at $t = 0$. Explanations for the figure see in fig. 3 (color online)

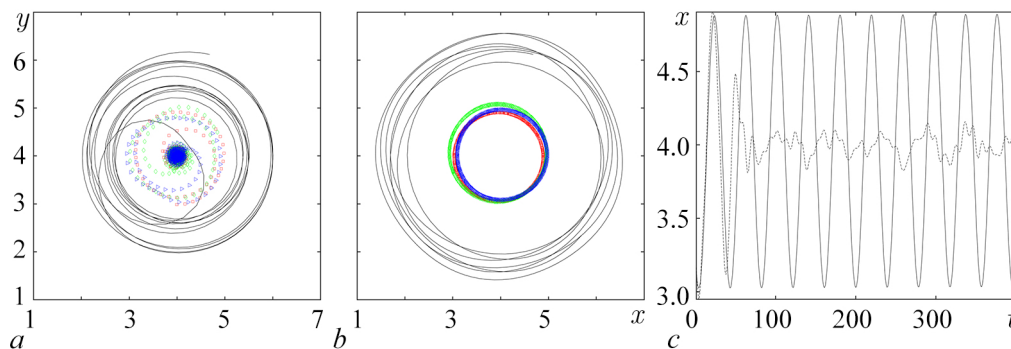


Рис. 6. Результат прогноза динамики вихревой конфигурации рис. 2 для $t > 0$. Пояснения на рис. 4 (цвет онлайн)

Fig. 6. The result of predicting the dynamics of the vortex configuration fig. 2 for $t > 0$. Explanations in fig. 4 (color online)

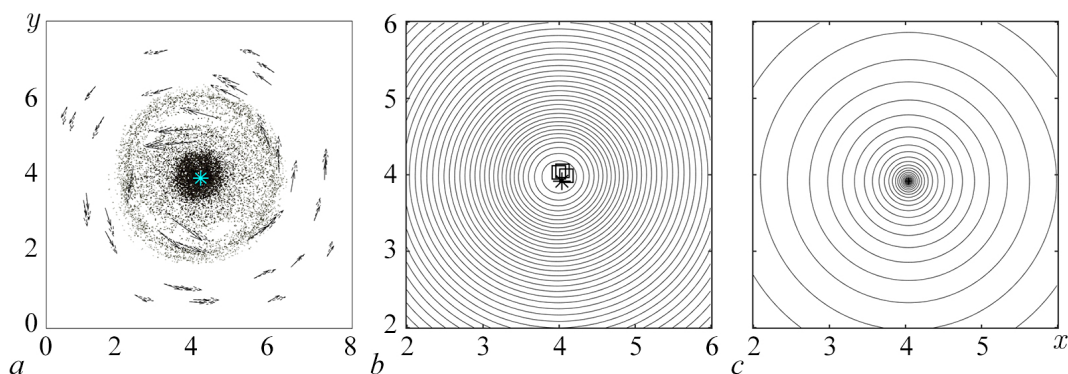


Рис. 7. Результат идентификации конфигурации рис. 2 при $t = 500$. Пояснения аналогичны с рис. 3 (цвет онлайн)
 Fig. 7. Result of configuration identification fig. 2 at $t = 500$. Explanations see in fig. 3 (color online)

Это объясняется тем, что модельная система точечных вихрей не описывает процессов слияния вихрей, что происходит, начиная с $t \approx 50$.

До момента слияния вихревых пятен тестовой структуры алгоритм или не сходится, или даёт ошибочный результат, смотри следующий подраздел. После формирования одного вихря структура тестового течения не меняется, модельная система позволяет идентифицировать структуру течения. При этом при использовании трёх точечных вихрей $K = 3$ алгоритм сходится к качественно неверной структуре. При использовании одного модельного вихря этот эффект пропадает (рис. 7), но прогноз теряет смысл в силу тривиальности динамики модельной системы. Результатом работы алгоритма при $t = 500$ является: $\hat{P} = \{\hat{K} = 1, (\hat{x}_1 = 4.038, \hat{y}_1 = 3.916, \hat{\omega}_1 = 2.880)\}$.

2.4. Пример ошибочной работы алгоритма. Применение алгоритма для переходных (не установившихся во времени) течений со сложной структурой может приводить к ложной идентификации и неверному прогнозу её развития. Приведём пример такого расчёта (рис. 8). Видно, что координаты найденных точечных вихрей отличаются от координат центров завихренности распределенных. Несовпадение этих характеристик, вообще говоря, допустимо, но имеет место и качественное различие структур линий тока тестовой и модельной систем (рис. 8, *b* и рис. 8, *c*). Несмотря на это, наборы опорных и модельных векторов оказались близки (рис. 8, *a*). То есть в этом случае минимизация (9) привела к качественно неверным выводам о структуре течения. Видимо, это следствие возможной неединственности решений задачи минимизации.

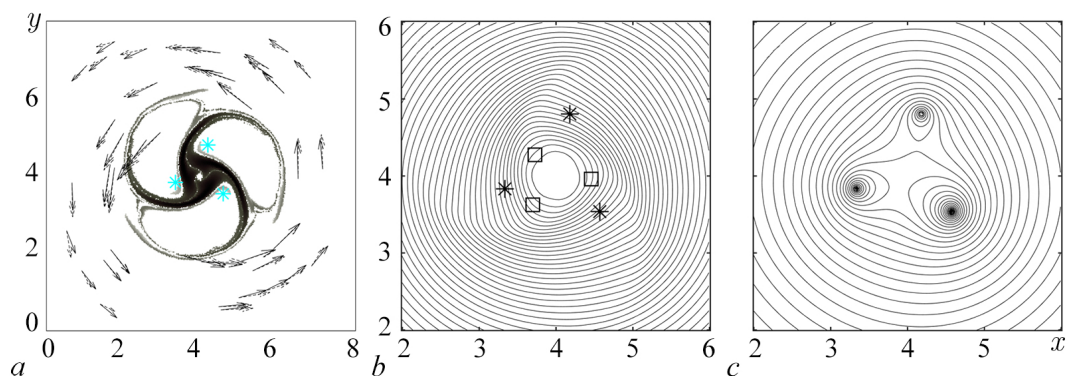


Рис. 8. Результат идентификации конфигурации рис. 2 при $t = 50$. Пояснения аналогичны с рис. 3 (цвет онлайн)
 Fig. 8. Result of configuration identification fig. 2 at $t = 50$. Explanations see in fig. 3 (color online)

3. Экспериментальный анализ алгоритма

В силу некорректности обратной задачи идентификации теоретический анализ условий сходимости алгоритма и адекватности предлагаемого прогноза затруднителен. Для изучения зависимости работы алгоритма от исходной информации U , см. (1), и начального приближения $P^{(0)}$, раздел 1.2, было проведено две серии вычислительных экспериментов. В качестве тестовой использовалась распределенная в пространстве вихревая структура, вычисленная с начальным распределением завихренности (15), (16) при $t = 100$ (см. рис. 1). Координаты центров завихренности распределенных вихрей: (3.396, 4.734), (3.644, 3.117), (4.972, 4.1522).

В первой серии экспериментов при фиксированном начальном приближении

$$P^{(0)} = \left\{ K = 3, (x_1^{(0)} = 3, y_1^{(0)} = 5, \omega_1^{(0)} = 0.75), (x_2^{(0)} = 5, y_2^{(0)} = 4, \omega_2^{(0)} = 0.75), \right. \\ \left. (x_3^{(0)} = 4, y_3^{(0)} = 3, \omega_3^{(0)} = 0.75) \right\} \quad (18)$$

изменялось число опорных точек N в наборе U . Для каждого N проводилось 100 расчетов, расположение опорных точек задавалось случайно в D . Результаты приведены в табл. 1. В первой колонке указано количество опорных точек, во второй — процент удачной идентификации, а в остальных — усреднённые координаты и интенсивности модельных вихрей. Под удачной идентификацией понимается близость точечных вихрей к характеристикам распределенных и топологическая эквивалентность линий тока. При $N < 10$ набор U содержит недостаточно информации о структуре течения, что является причиной низкой вероятности успешной идентификации структуры. С ростом N процент успешных расчетов растет, уже при $N = 10$ их около половины. Максимальная доля успешной идентификации достигается при $N = 100$, но и на всем интервале $N \in [20, 200]$ вероятность успешной идентификации больше 80%. То есть для эффективной работы алгоритма достаточно иметь информацию в небольшом наборе опорных точек.

Во второй серии вычислительных экспериментов случайно изменялся не только набор U , но и начальное приближение алгоритма $P^{(0)}$. Начальные приближения для координат точечных вихрей выбирались случайно в единичном круге с центром в точках набора (18), а приближения для интенсивностей — из интервала $[0.5, 2]$. Результаты даны в табл. 2. Видно, что случайное

Таблица 1 / Table 1

N	%	\tilde{x}_1	\tilde{y}_1	$\tilde{\omega}_1$	\tilde{x}_2	\tilde{y}_2	$\tilde{\omega}_2$	\tilde{x}_3	\tilde{y}_3	$\tilde{\omega}_3$
5	27	3.462	4.774	1.332	3.745	3.153	1.296	4.814	4.272	1.232
10	51	3.283	4.631	0.930	3.764	3.066	0.948	4.936	4.300	0.983
15	70	3.272	4.671	0.949	3.805	3.091	0.987	4.947	4.314	0.899
25	85	3.283	4.636	0.930	3.812	3.087	0.963	4.909	4.301	0.936
50	92	3.308	4.647	0.954	3.798	3.087	0.945	4.898	4.296	0.926
100	95	3.307	4.636	0.924	3.805	3.100	0.953	4.899	4.295	0.926
200	92	3.308	4.635	0.948	3.806	3.091	0.933	4.898	4.287	0.927

Таблица 2 / Table 2

N	%	x_1	y_1	ω_1	x_2	y_2	ω_2	x_3	y_3	ω_3
5	24	3.490	4.628	1.169	3.965	3.350	1.198	4.754	4.180	1.046
10	43	3.341	4.670	0.989	3.756	3.118	1.065	4.886	4.270	1.042
15	70	3.274	4.655	0.950	3.756	3.134	1.027	4.924	4.309	0.924
25	75	3.275	4.647	0.927	3.817	3.078	0.946	4.893	4.278	0.982
50	87	3.298	4.652	0.919	3.787	3.098	0.949	4.896	4.285	0.938
100	93	3.316	4.618	0.943	3.792	3.076	0.919	4.900	4.282	0.947
200	92	3.318	4.637	0.936	3.801	3.090	0.939	4.906	4.290	0.921

возмущение начального приближения немного снизило вероятность успешной идентификации почти для всех N , но это снижение незначительное, что демонстрирует эффективность алгоритма в широком диапазоне начальных приближений. Отметим, что усредненные координаты точечных вихрей и их интенсивности близки соответствующим характеристикам распределенных вихрей тестовой конфигурации, смотри обе таблицы.

Заключение и обсуждение

В статье предложен алгоритмический метод решения обратной задачи идентификации и прогноза развития плоского вихревого течения, когда известны векторы скорости жидкости в конечном наборе опорных точек. Метод основан на использовании математической модели системы точечных вихрей и минимизации целевого функционала, оценивающего близость наборов векторов скорости исходного и модельного течений. В силу присущей обратным задачам некорректности и сильной зависимости результатов от исходной информации, теоретический анализ методов их решения весьма затруднителен. Это относится и к рассматриваемой задаче, поэтому применимость и эффективность алгоритма в статье исследована экспериментально с использованием достаточно содержательного примера — динамики и взаимодействия трёх распределенных вихрей.

Проведены численные эксперименты по идентификации тестовых течений. Используемые для идентификации наборы векторов формировались в случайно распределенных наборах опорных точек и определялись вычисленными в результате решения нестационарной задачи для уравнений Эйлера значениями. Количество опорных точек варьировалось от 5 до 200. Алгоритм продемонстрировал эффективную сходимость в том случае, когда вихревая структура состояла из достаточно удаленных друг от друга распределенных вихрей. Вычисленные координаты вихрей модельной системы и их интенсивности оказались близки к характеристикам тестовых пространственно распределенных вихрей во всех случаях, когда алгоритм успешно сходился. Кроме того, структуры известных линий тока тестовых и построенных для модельных течений топологически эквивалентны. Проведенный для этого случая прогноз динамики с помощью решения задачи Коши для модельной системы показал хорошее совпадение на временах порядка нескольких оборотов структуры и правильное качественное описание на больших временах. Результаты существенно ухудшались при усложнении вихревой конфигурации и при взаимодействии тестовых распределенных вихрей. Численный анализ алгоритма показал, что сходимость метода сильно зависит от расположения опорных точек, в которых заданы векторы исходного набора. Для успешной сходимости в рассмотренных примерах достаточно небольшого (порядка десятков) количества используемых для идентификации векторов. Кроме того, алгоритм сходится к искомому минимуму из широкой области начальных приближений.

Многие проблемы и неточности, возникающие при применении алгоритма, связаны с недостатками используемой простейшей модельной системы вихревой динамики. Основным её недостатком является вырожденность модельного векторного поля непосредственно в точечном вихре и, как следствие, большое значение скорости в их окрестности. Это противоречит реальным двумерным вихрям, в центре ядра которых скорость жидкости равна нулю и мала в его окрестности. Этот дефект математической модели может приводить к неправильной работе алгоритма при наличии опорных точек вблизи ядер вихрей. Кроме того, системы точечных вихрей не описывают такие процессы, как взаимодействия и слияние распределенных вихрей, наличие фоновых течений и др. Несмотря на это, достоинствами простейшей модели является её относительная математическая простота и адекватное описание линий тока многих вихревых течений, что позволило успешно идентифицировать тестовые вихревые структуры, состоящие из невзаимодействующих вихрей, и проводить прогноз их динамики.

Избавиться от недостатков модельной системы можно двумя способами — не учитывать опорные векторы из окрестности ядер вихрей, а также из окрестности точечных вихрей модельной системы. Другим, и более перспективным, является использование математических моделей вихревой динамики, адекватно описывающих поле скорости во всей области течения и динамические вихревые процессы. Это дальнейшее направление наших исследований в ближайшее время. Полученные в статье результаты с использованием простейшей модели продемонстрировали эффективность и реализуемость предложенного подхода решения рассмотренной обратной задачи.

Список литературы

1. *Александина М. Г., Еременко А. С., Загумёнов А. А., Качур В. А.* Вихри в океане и атмосфере: расчет по спутниковым изображениям // *Метеорология и гидрология*. 2016. № 9. С. 41–54.
2. *Белоненко Т. В., Шоленинова П. В.* Об идентификации синоптических вихрей по спутниковым данным на примере акватории северо-западной части Тихого океана // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2016. Т. 13, № 5. С. 79–90. DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-5-79-90.
3. *Graftieaux L., Michard M., Grosjean N.* Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows // *Meas. Sci. Technol.* 2001. Vol. 12, no. 9. P. 1422–1429. DOI: 10.1088/0957-0233/12/9/307.
4. *Kida S., Miura H.* Identification and analysis of vortical structures // *European Journal of Mechanics - B/Fluids*. 1998. Vol. 17, no. 4. P. 471–488. DOI: 10.1016/S0997-7546(98)80005-8.
5. *Menon K., Mittal R.* Quantitative analysis of the kinematics and induced aerodynamic loading of individual vortices in vortex-dominated flows: A computation and data-driven approach // *Journal of Computational Physics*. 2021. Vol. 443. P. 110515. DOI: 10.1016/j.jcp.2021.110515.
6. *Волков К. Н., Емельянов В. Н., Тетерина И. В., Яковчук М. С.* Визуализация вихревых течений в вычислительной газовой динамике // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2017. Т. 57, № 8. С. 1374–1391. DOI: 10.7868/S0044466917080154.
7. *Yang K., Wu S., Ghista D. N., Yang D., Wong K. K. L.* Automated vortex identification based on Lagrangian averaged vorticity deviation in analysis of blood flow in the atrium from phase contrast MRI // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2022. Vol. 216. P. 106678. DOI: 10.1016/j.cmpb.2022.106678.
8. *Soto-Valle R., Cioni S., Bartholomay S., Manolesos M., Nayeri C. N., Bianchini A., Paschereit C. O.* Vortex identification methods applied to wind turbine tip vortices // *Wind Energy Science*. 2022. Vol. 7, no. 2. P. 585–602. DOI: 10.5194/wes-7-585-2022.
9. *Zhang Z., Dong S., Jin R., Dong K., Hou L., Wang B.* Vortex characteristics of a gas cyclone determined with different vortex identification methods // *Powder Technology*. 2022. Vol. 404. P. 117370. DOI: 10.1016/j.powtec.2022.117370.
10. *Xue Y., Kumar C., Lee S.-K., Giacobello M., Manovski P.* Identification and analysis of the meandering of a fin-tip vortex using Proper Orthogonal Decomposition (POD) // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2020. Vol. 82. P. 108556. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108556.
11. *Xiong S., He X., Tong Y., Deng Y., Zhu B.* Neural vortex method: From finite Lagrangian particles to infinite dimensional Eulerian dynamics // *Computers & Fluids*. 2023. Vol. 258. P. 105811. DOI: 10.1016/j.compfluid.2023.105811.
12. *Говорухин В. Н.* Численный анализ динамики распределенных вихревых конфигураций // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2016. Т. 56, № 8. С. 1491–1505. DOI: 10.7868/S004446691608007X.
13. *Филимонова А. М.* Динамика и адвекция в вихревом парке // *Известия вузов. ПНД*. 2019. Т. 27, № 4. С. 71–84. DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-4-71-84.

14. Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex // *Journal of Fluid Mechanics*. 1995. Vol. 285. P. 69–94. DOI: 10.1017/S0022112095000462.
15. Kolář V. Vortex identification: New requirements and limitations // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2007. Vol. 28, no. 4. P. 638–652. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.03.004.
16. Giagkiozis I., Fedun V., Scullion E., Jess D. B., Verth G. Vortex flows in the solar atmosphere: Automated identification and statistical analysis // *The Astrophysical Journal*. 2018. Vol. 869, no. 2. P. 169. DOI: 10.3847/1538-4357/aaf797.
17. Bai X., Cheng H., Ji B., Long X., Qian Z., Peng X. Comparative Study of different vortex identification methods in a tip-leakage cavitating flow // *Ocean Engineering*. 2020. Vol. 207. P. 107373. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2020.107373.
18. Canivete Cuissa J. R., Steiner O. Innovative and automated method for vortex identification // *A&A*. 2022. Vol. 668. P. A118. DOI: 10.1051/0004-6361/202243740.
19. Sadarjoen I. A., Post F. H. Detection, quantification, and tracking of vortices using streamline geometry // *Computers & Graphics*. 2000. Vol. 24, no. 3. P. 333–341. DOI: 10.1016/S0097-8493(00)00029-7.
20. Говорухин В. Н., Филимонова А. М. Анализ структуры плоских вихревых течений и их изменений во времени // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2021. Т. 14, № 4. С. 367–376. DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.4.30.
21. Govorukhin V. N. An extended and improved particle-spectral method for analysis of unsteady inviscid incompressible flows through a channel of finite length // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2023. Vol. 95, no. 4. P. 579–602. DOI: 10.1002/flid.5163.
22. Ahmed S. E., Pawar S., San O., Rasheed A., Tabib M. A nudged hybrid analysis and modeling approach for realtime wake-vortex transport and decay prediction // *Computers & Fluids*. 2021. Vol. 221. P. 104895. DOI: 10.1016/j.compfluid.2021.104895.
23. Говорухин В. Н. Алгоритм идентификации вихревых пятен на основе моделей точечных вихрей // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки*. 2020. № 3(207). С. 11–18. DOI: 10.18522/1026-2237-2020-3-11-18.
24. Говорухин В. Н. Перенос пассивных частиц в поле скорости движущегося по плоскости вихревого триполя // *Известия вузов. ПНД*, 2023. Т. 31, № 3. С. 286–304. DOI: 10.18500/0869-6632-003039.
25. Velasco Fuentes O. U., van Heijst G. J. F., van Lipzig N. P. M. Unsteady behaviour of a topography-modulated tripole // *Journal of Fluid Mechanics*. 1996. Vol. 307. P. 11–41. DOI: 10.1017/S002211209600002X.
26. Geldhauser C., Romito M. The point vortex model for the Euler equation // *AIMS Mathematics*. 2019. Vol. 4, no. 3. P. 534–575. DOI: 10.3934/math.2019.3.534.
27. Говорухин В. Н. Вариант метода вихрей в ячейках для расчета плоских течений идеальной несжимаемой жидкости // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2011. Т. 51, № 6. С. 1133–1147. DOI: 10.1134/S096554251106008X.
28. Говорухин В. Н., Филимонова А. М. Расчет плоских геофизических течений невязкой несжимаемой жидкости бессеточно-спектральным методом // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2019. Т. 11, № 3. С. 413–426. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-3-413-426.
29. Leweke T., Le Dizès S., Williamson C. H. K. Dynamics and instabilities of vortex pairs // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2016. Vol. 48. P. 507–541. DOI: 10.1146/annurev-fluid-122414-034558.

References

1. Aleksanina MG, Eremenko AS, Zagumenov AA, Kachur VA. Eddies in the ocean and atmosphere: Identification by satellite imagery. *Russian Meteorology and Hydrology*. 2016;41(9):620–628. DOI: 10.3103/S1068373916090041.

2. Belonenko TV, Sholeninova PV. On identification of mesoscale eddies from satellite altimetry based on the area in the NW Pacific. *Current Problems in Remote Sensing of the Earth from Space*. 2016;13(5):79–90 (in Russian). DOI: 10.21046/2070-7401-2016-13-5-79-90.
3. Graftieaux L, Michard M, Grosjean N. Combining PIV, POD and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows. *Meas. Sci. Technol.* 2001;12(9):1422–1429. DOI: 10.1088/0957-0233/12/9/307.
4. Kida S, Miura H. Identification and analysis of vortical structures. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*. 1998;17(4):471–488. DOI: 10.1016/S0997-7546(98)80005-8.
5. Menon K, Mittal R. Quantitative analysis of the kinematics and induced aerodynamic loading of individual vortices in vortex-dominated flows: A computation and data-driven approach. *Journal of Computational Physics*. 2021;443:110515. DOI: 10.1016/j.jcp.2021.110515.
6. Volkov KN, Emel'yanov VN, Teterina IV, Yakovchuk MS. Visualization of vortical flows in computational fluid dynamics. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2017;57(8):1360–1375. DOI: 10.1134/S0965542517080139.
7. Yang K, Wu S, Ghista DN, Yang D, Wong KKL. Automated vortex identification based on Lagrangian averaged vorticity deviation in analysis of blood flow in the atrium from phase contrast MRI. *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2022;216:106678. DOI: 10.1016/j.cmpb.2022.106678.
8. Soto-Valle R, Cioni S, Bartholomay S, Manolesos M, Nayeri CN, Bianchini A, Paschereit CO. Vortex identification methods applied to wind turbine tip vortices. *Wind Energy Science*. 2022;7(2):585–602. DOI: 10.5194/wes-7-585-2022.
9. Zhang Z, Dong S, Jin R, Dong K, Hou L, Wang B. Vortex characteristics of a gas cyclone determined with different vortex identification methods. *Powder Technology*. 2022;404:117370. DOI: 10.1016/j.powtec.2022.117370.
10. Xue Y, Kumar C, Lee SK, Giacobello M, Manovski P. Identification and analysis of the meandering of a fin-tip vortex using Proper Orthogonal Decomposition (POD). *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2020;82:108556. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108556.
11. Xiong S, He X, Tong Y, Deng Y, Zhu B. Neural vortex method: From finite Lagrangian particles to infinite dimensional Eulerian dynamics. *Computers & Fluids*. 2023;258:105811. DOI: 10.1016/j.compfluid.2023.105811.
12. Govorukhin VN. Numerical analysis of the dynamics of distributed vortex configurations. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2016;56(8):1474–1487. DOI: 10.1134/S0965542516080078.
13. Filimonova AM. Dynamics and advection in a vortex parquet. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2019;27(4):71–84. DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-4-71-84.
14. Jeong J, Hussain F. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*. 1995;285:69–94. DOI: 10.1017/S0022112095000462.
15. Kolář V. Vortex identification: New requirements and limitations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2007;28(4):638–652. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.03.004.
16. Giagkiozis I, Fedun V, Scullion E, Jess DB, Verth G. Vortex flows in the solar atmosphere: Automated identification and statistical analysis. *The Astrophysical Journal*. 2018;869(2):169. DOI: 10.3847/1538-4357/aaf797.
17. Bai X, Cheng H, Ji B, Long X, Qian Z, Peng X. Comparative Study of different vortex identification methods in a tip-leakage cavitating flow. *Ocean Engineering*. 2020;207:107373. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2020.107373.
18. Canivete Cuissa JR, Steiner O. Innovative and automated method for vortex identification. *A&A*. 2022;668:A118. DOI: 10.1051/0004-6361/202243740.

19. Sadarjoen IA, Post FH. Detection, quantification, and tracking of vortices using streamline geometry. *Computers & Graphics*. 2000;24(3):333–341. DOI: 10.1016/S0097-8493(00)00029-7.
20. Govorukhin VN, Filimonova AM. Analysis of the structure of vortex planar flows and their changes with time. *Computational Continuum Mechanics*. 2021;14(4):367–376. DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.4.30.
21. Govorukhin VN. An extended and improved particle-spectral method for analysis of unsteady inviscid incompressible flows through a channel of finite length. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 2023;95(4):579–602. DOI: 10.1002/flid.5163.
22. Ahmed SE, Pawar S, San O, Rasheed A, Tabib M. A nudged hybrid analysis and modeling approach for realtime wake-vortex transport and decay prediction. *Computers & Fluids*. 2021;221:104895. DOI: 10.1016/j.compfluid.2021.104895.
23. Govorukhin VN. An algorithm of vortex patches identification based on models of point vortices. *Bulletin of Higher Education Institutes. North Caucasus Region. Natural Sciences*. 2020;(3(207)):11–18 (in Russian). DOI: 10.18522/1026-2237-2020-3-11-18.
24. Govorukhin VN. Transfer of passive particles in the velocity field of vortex tripole moving on a plane. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(3):286–304. DOI: 10.18500/0869-6632-003039.
25. Velasco Fuentes OU, van Heijst GJF, van Lipzig NPM. Unsteady behaviour of a topography-modulated tripole. *Journal of Fluid Mechanics*. 1996;307:11–41. DOI: 10.1017/S002211209600002X.
26. Geldhauser C, Romito M. The point vortex model for the Euler equation. *AIMS Mathematics*. 2019;4(3):534–575. DOI: 10.3934/math.2019.3.534.
27. Govorukhin VN. A vortex method for computing two-dimensional inviscid incompressible flows. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2011;51(6):1061–1073. DOI: 10.1134/S096554251106008X.
28. Govorukhin VN, Filimonova AM. Numerical calculation of planar geophysical flows of an inviscid incompressible fluid by a meshfree-spectral method. *Computer Research and Modeling*. 2019;11(3):413–426 (in Russian). DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-3-413-426.
29. Leweke T, Le Dizès S, Williamson CHK. Dynamics and instabilities of vortex pairs. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2016;48:507–541. DOI: 10.1146/annurev-fluid-122414-034558.



Говорухин Василий Николаевич — родился в Ростове-на-Дону (1962). Окончил механико-математический факультет Ростовского госуниверситета (1984). Защитил докторскую (2021) диссертацию в области численного исследования вихревых и конвективных течений жидкости. Опубликовал более 70 научных статей по вычислительной математике, гидродинамике, математической биологии и нелинейной динамике. Работает профессором кафедры теоретической и компьютерной гидроаэродинамики в Институте математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета.

Россия, 344090 Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а
 Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича ЮФУ
 E-mail: vngovoruhin@sfedu.ru
 ORCID: 0000-0001-8459-7841
 AuthorID (eLibrary.Ru): 13438



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003072
EDN: YZYKNC

Исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиальным преобразователем магнитостатических мод в прямоугольной пленке железиттриевого граната

Р. К. Бабичев

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия
E-mail: 405092@mail.ru

Поступила в редакцию 14.07.2023, принята к публикации 28.08.2023,
опубликована онлайн 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель. Исследование новой конструкции короткозамкнутого коаксиального возбудителя с тонкой линейной перемычкой, замыкающей на одну сторону заземленного коаксиального цилиндра, расположенной над прямоугольной пленкой железиттриевого граната (ЖИГ) в однородном поле подмагничивания, направленном в плоскости прямоугольной пленки вдоль её длины или ширины. Тонкая линейная перемычка направлена параллельно ширине пленки ЖИГ. Методы. В среде CST Microwave Studio методом конечных элементов проведен электродинамический анализ исследуемой модели. Для изучения эффективности возбуждения мод в ферритовой пленке при различных расстояниях между коаксиальным возбудителем и поверхностью пленки ЖИГ были рассчитаны зависимости обратных потерь S_{11} модели от частоты. Результаты. 1. Проведена идентификация мод в однородном статическом магнитном поле H , направленном параллельно плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль её ширины (оси z). 2. Проведена идентификация мод в однородном статическом магнитном поле H , направленном параллельно плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль её длины (оси y). 3. Проведено сравнение спектров мод при векторе \vec{H} , направленном параллельно плоскости пленки ЖИГ вдоль её ширины (оси z) и длины (оси y). Заключение. В настоящей работе исследована конструкция короткозамкнутого возбудителя с тонкой линейной перемычкой, замыкающей на одну сторону заземленного коаксиального цилиндра. Электродинамическим методом проведен расчет распределений высокочастотного магнитного поля возбуждаемых магнитостатических мод и проведена их идентификация для двух направлений однородного поля подмагничивания: вдоль ширины и вдоль длины прямоугольной пленки ЖИГ. Исследована также зависимость числа возбуждаемых мод от близости короткозамкнутого возбудителя к прямоугольному образцу пленки ЖИГ. Проведено сравнение спектров мод при H , направленном параллельно плоскости пленки ЖИГ вдоль её ширины и длины. При таком повороте вектора \vec{H} полоса эффективно возбуждаемых мод смещается с 4.6...4.9 ГГц до 4.5...4.75 ГГц. Однако возбуждение указанных мод в случае вектора \vec{H} , направленного вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), много эффективнее в полосе 4.65...4.9 ГГц, чем в случае, когда этот вектор направлен вдоль длины пленки ЖИГ (оси y). В то же время возбуждение указанных мод в случае вектора \vec{H} , направленного вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), эффективно в полосе 4.4...4.6 ГГц.

Ключевые слова: железиттриевый гранат, магнитостатические моды, коаксиальный возбудитель.

Для цитирования: Бабичев Р. К. Исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиальным преобразователем магнитостатических мод в прямоугольной пленке железиттриевого граната // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 727–738. DOI: 10.18500/0869-6632-003072. EDN: YZYKNC

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Excitation by shot circuited coaxial transducer of magnetostatic modes in rectangular yttrium iron garnet film

R. K. Babichev

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

E-mail: ✉405092@mail.ru

Received 14.07.2023, accepted 28.08.2023,

available online 13.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. The purpose of this work is the study of design of new short-circuited coaxial transducer with thin linear jumper, that circuits on one side of the grounded coaxial cylinder, located above the rectangular iron-yttrium garnet (YIG) film, in homogeneous constant magnetic field with rectangular film along its length or width. The thin linear jumper is directed parallel to the width of the YIG film. *Methods.* In the CST Microwave Studio environment, an electrodynamic analysis of the model was carried out using the finite element method. To study the efficiency of modes excitation in a ferrite film at different distances between the coaxial transducer and the surface of the YIG film, the frequency dependences of the inverse losses S_{11} of the model were calculated. *Results.* 1. The identification of modes in a homogeneous static magnetic field \vec{H} , directed parallel to the plane of a rectangular YIG film along its width (z -axis) was carried out. 2. The identification of modes in a homogeneous static magnetic field H directed parallel to the plane of the rectangular YIG film along its length (y -axis) was carried out. 3. A comparison of modes spectra was made at \vec{H} , directed parallel to the plane of the YIG film along its width (z -axis) and length (y -axis). *Conclusion.* In this paper short-circuited transducer with a thin linear jumper, circuited on one side of the grounded coaxial cylinder, is investigated. By the electrodynamic method distributions of high-frequency magnetic field of the excited magnetostatic modes were calculated and their identification was carried out for two directions of homogeneous static magnetic field \vec{H} : along width and along length of rectangular YIG film. The dependence of number of excited modes on the distance between a short-circuited transducer and rectangular YIG was also studied. A comparison of modes spectra is carried out at \vec{H} , directed parallel to the plane of the YIG film along its width and length. With this rotation of vector, the band of effectively excitable modes shifts from 4.6...4.9 GHz to 4.5...4.75 GHz. However, the excitation of these modes in the case of the vector \vec{H} , directed along the width of YIG film (z -axis), is much more effective in the band 4.65...4.9 GHz than in the case when this vector is directed along the length of YIG film (y -axis). At the same time, excitation of these modes in the case of the vector \vec{H} , directed along the length of YIG film (y axis) is effective in the band 4.4...4.6 GHz.

Keywords: iron-yttrium garnet, magnetostatic modes, coaxial transducer.

For citation: Babichev RK. Excitation by shot circuited coaxial transducer of magnetostatic modes in rectangular yttrium iron garnet film. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(6):727–738. DOI: 10.18500/0869-6632-003072

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

В разрабатываемых устройствах спинволновой электроники СВЧ возбуждение магнитостатических волн может быть осуществлено с помощью отрезков копланарной, микрополосковой, щелевой и других распределенных линий передачи.

Возбуждение магнитостатических мод (МСМ) микрополосковой линией в наиболее полном виде экспериментально исследовано в [1]. В этой работе представлены обширные экспериментальные результаты с возбуждением различных серий МСМ микрополосковой линией в прямоугольном образце с пленкой ЖИГ, размещаемым различными способами относительно проводника микрополосковой линии. Экспериментальная структура, исследованная в [1], использовалась для возбуждения МСМ в прямоугольной пленке ЖИГ микрополосковой линией с внешним постоянным магнитным полем либо параллельным, либо перпендикулярным плоскости пленки. Вид наблюдаемого спектра в обоих случаях определялся дисперсионными соотношениями (уравнениями), относительным положением микрополоскового проводника и образца, а также распределением тока в микрополосковой линии.

Изучение связи между электромагнитной волной, распространяющейся в микрополосковой линии передачи, и возбуждением МСМ в пленках ЖИГ является актуальной прикладной задачей. Целью работ [2–5] являлась визуализация распределения ВЧ магнитного поля этих мод и их идентификация. Эти работы посвящены электродинамическому моделированию распределения высокочастотного магнитного поля в тонких пленках ЖИГ прямоугольной формы, расчету частотных зависимостей вносимых потерь (параметр S_{21}) и обратных потерь (параметр S_{11}) и сравнению их с полученными экспериментально в [1] в виде МСМ-спектров при возбуждении прямоугольного образца пленки ЖИГ микрополосковой линией.

При возбуждении магнитостатических мод в ферритовых пленках прямоугольной формы свойства этих образцов пленок определяются методом ферромагнитного резонанса с помощью коаксиальных зондов различных типов. Так, в качестве возбудителя магнитостатических мод может быть использован короткозамкнутый коаксиальный зонд, конструкция которого представлена в работе [3].

В работах [6, 7] электродинамическим моделированием подробно исследована эта конструкция зонда с одной линейной перемычкой между центральным проводником и заземленным цилиндром коаксиала.

В работе [8] исследована конструкция короткозамкнутого возбудителя, отличающегося от описанного в [7] тем, что тонкая линейная перемычка замыкается на обе стороны заземленного коаксиального цилиндра. Электродинамическим методом работ [7] и [9] проведен расчет распределений высокочастотного магнитного поля возбуждаемых магнитостатических мод и проведена их идентификация при ориентации внешнего постоянного магнитного поля в плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль её ширины.

В работе [10] проведено исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиально-петлевым преобразователем магнитостатических мод в прямоугольной пленке железо-иттриевого граната.

Экспериментальное исследование возбуждения магнитостатических мод в пленке железо-иттриевого граната короткозамкнутым коаксиально-микрополосковым преобразователем-зондом представлено в [11–13]. Измерены частотные зависимости обратных потерь при различной ориентации плоскости полувитка преобразователя относительно направления внешнего постоянного магнитного поля.

В [14] электродинамическим методом исследовано возбуждение магнитостатических мод в прямоугольной пленке ЖИГ короткозамкнутым коаксиальным возбудителем, у которого тонкая линейная перемычка замыкается на обе стороны внешнего заземленного коаксиального цилиндра. При постоянном магнитном поле, приложенном в плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль ее длины и параллельно перемычке между проводниками коаксиального возбудителя, проведена идентификация возбуждаемых мод и рассмотрено влияние зазора между пленкой и возбудителем на обратные потери S_{11} возбуждаемых мод.

1. Идентификация мод в однородном статическом магнитном поле H , направленном параллельно плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль её ширины (оси z)

В среде CST Microwave Studio методом конечных элементов проведен электродинамический анализ модели, представленной на рис. 1. Для изучения эффективности возбуждения мод в ферритовой пленке при различных расстояниях между коаксиальным возбудителем и поверхностью пленки ЖИГ были рассчитаны зависимости обратных потерь S_{11} модели от частоты.

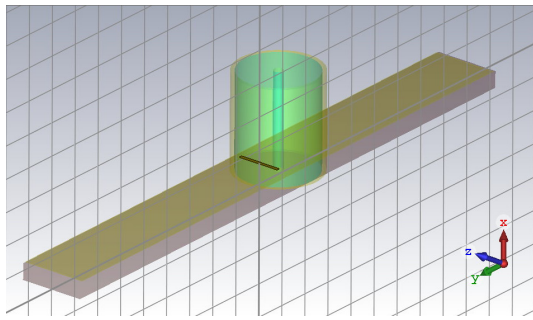


Рис. 1. Исследуемая модель коаксиального возбуждателя с пленкой ЖИГ (цвет онлайн)

Fig. 1. The studied model of the coaxial transducer with YIG film (color online)

1.3275 мм, пространство между которыми заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 13.

Расчет модели, представленной на рис. 1, проведен для зазоров d между тонкой линейной перемычкой и поверхностью пленки от 0.1 до 0.8 мм. На каждой резонансной частоте зависимости обратных потерь S_{11} было рассчитано и визуализировано внутри пленки ЖИГ распределение модуля ВЧ магнитного поля, согласно которому идентифицировалась магнитостатическая мода.

У частотной зависимости обратных потерь S_{11} , показанной на рис. 2, когда поверхность пленки ЖИГ удалена от короткозамкнутого проводника перемычки возбуждателя на расстояние $d = 0.1$ мм, на каждой из пронумерованных резонансных частот было проанализировано распределение модуля ВЧ магнитного поля. Распределения модуля ВЧ магнитного поля, по которым проводилась идентификация возбуждаемых мод по числу стоячих полувольт вдоль боковых сторон пленки ЖИГ, представлены на рис. 3.

На каждом распределении ВЧ магнитного поля внутри пленки ЖИГ видны также сечения центрального проводника, заземленного проводящего цилиндра и соединяющей их линейной перемычки.

Намагниченность насыщения пленки ЖИГ $4\pi M = 1750$ Гс, ширина линии ферромагнитного резонанса $\Delta H = 0.1$ Э. Однородное статическое магнитное поле $H = 1000$ Э ориентировано вдоль оси y параллельно тонкой линейной перемычке, замкнутой на одну сторону заземленного коаксиального цилиндра. Прямоугольный образец пленки ЖИГ имел длину 18 мм, ширину 2 мм, толщину 24 мкм. Размеры линейной перемычки: длина 1.3275 мм, ширина 0.1 мм, толщина 0.0005 мм. Отрезок коаксиальной линии содержал медный внутренний проводник радиусом 0.1525 мм и внешний заземленный цилиндр радиусом

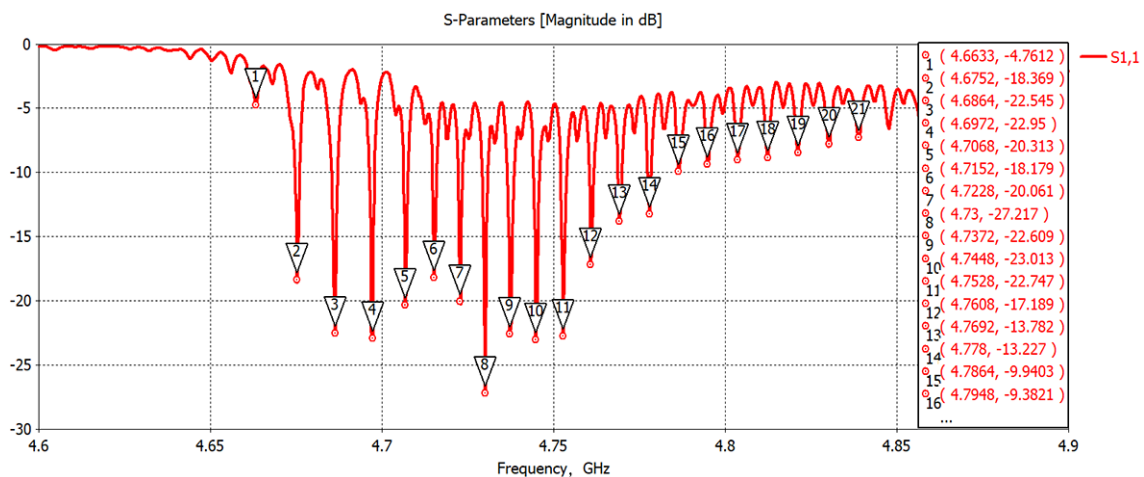


Рис. 2. Частотная зависимость S_{11} при векторе \vec{H} , направленном вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), когда поверхность пленки ЖИГ удалена от короткозамкнутого проводника перемычки возбуждателя на $d = 0.1$ мм

Fig. 2. Frequency dependence S_{11} for vector \vec{H} , directed along YIG film width (z axis), when YIG film surface is removed from short-circuited conductor of jumper on $d = 0.1$ mm

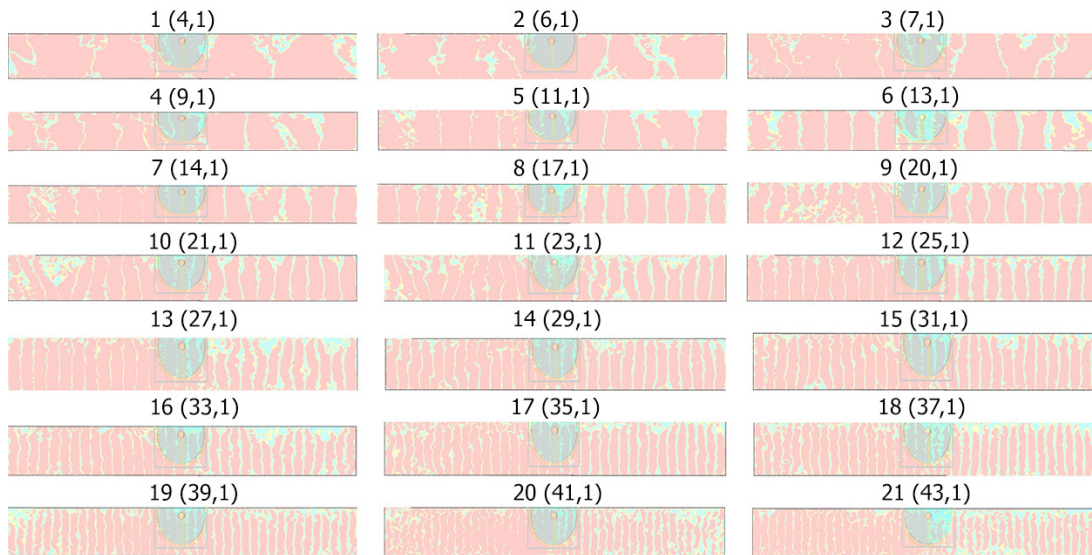


Рис. 3. Распределения модуля ВЧ магнитного поля мод при векторе \vec{H} , направленном вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), согласно нумерации на рис. 2, и их идентификация (цвет онлайн)

Fig. 3. Distribution of the module of the radio frequency (RF) magnetic field mode for vector \vec{H} , directed along YIG film width (z axis), according to the numbering in Fig. 2 and their identification (color online)

Рядом с каждым резонансом на рис. 3 указаны целые числа n_y и n_z , обозначающие индексы возбуждаемой моды. Исследована зависимость количества эффективно возбуждаемых мод от расстояния прямоугольного образца пленки ЖИГ до короткозамкнутого возбудителя. Частотные характеристики обратных потерь S_{11} , рассчитанные для расстояний $d = 0.1$ мм, 0.4 мм и 0.8 мм представлены на рис. 4, 5 и 6. Видно, что по уровню -10 дБ при $d = 0.1$ мм возбуждаются четырнадцать магнитостатических мод, при $d = 0.4$ мм – две, а при $d = 0.8$ мм – ни одной.

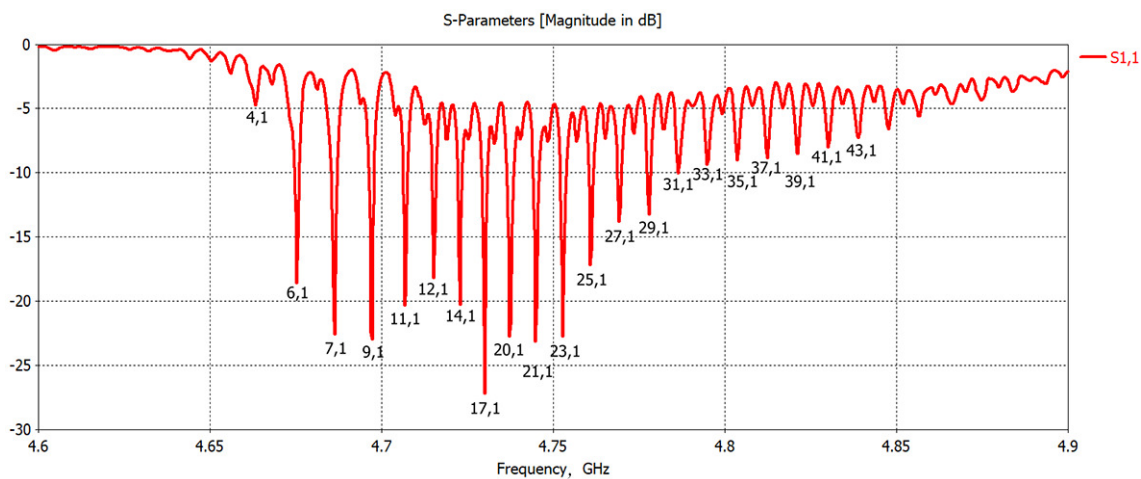


Рис. 4. Частотная зависимость S_{11} при векторе \vec{H} , направленном вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), модели с идентифицированными модами при удалении возбудителя на 0.1 мм

Fig. 4. Frequency dependence S_{11} for vector \vec{H} , directed along YIG film width (z axis), model with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.1$ mm

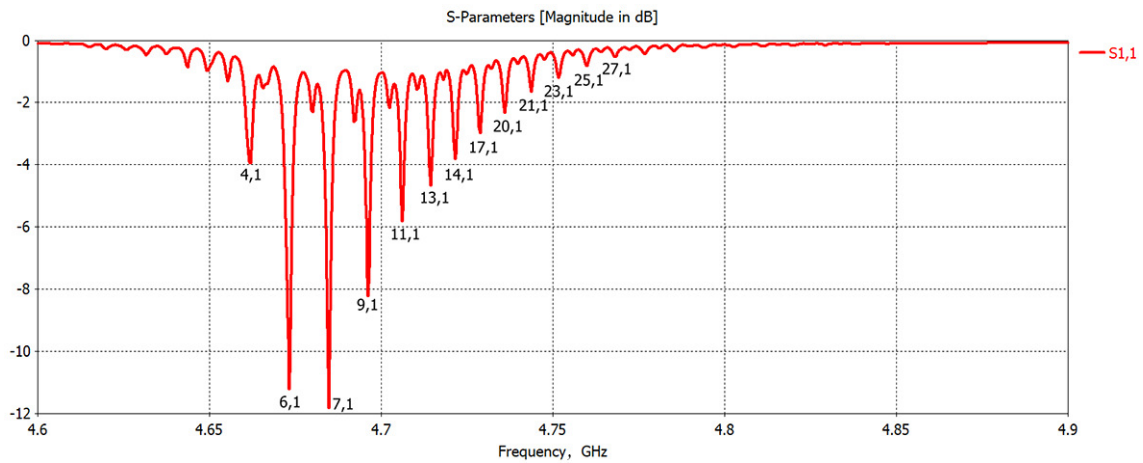


Рис. 5. Частотная зависимость S_{11} модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), с идентифицированными модами при удалении возбuditеля на 0.4 мм

Fig. 5. Frequency dependence of S_{11} model for vector \vec{H} , directed along YIG film width (z axis), with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.4$ mm

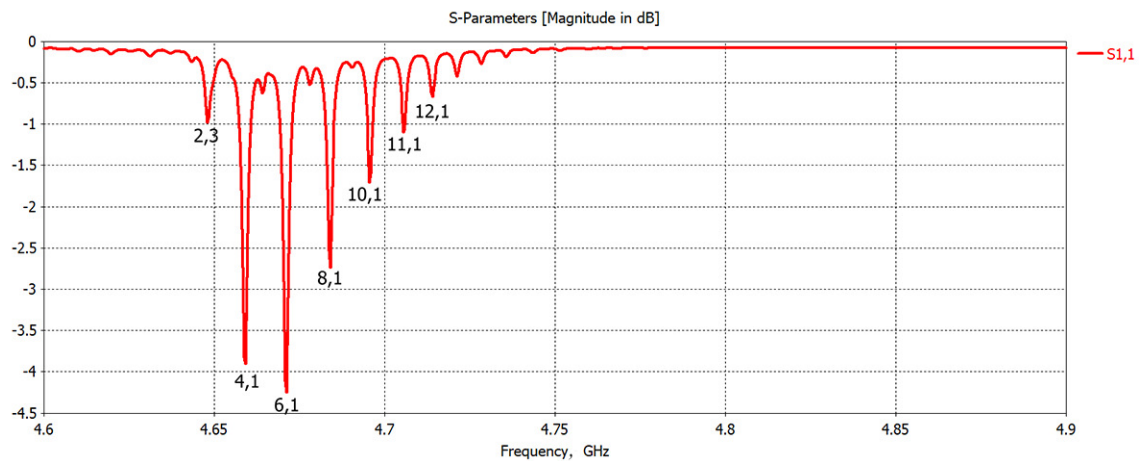


Рис. 6. Частотная зависимость S_{11} модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль ширины пленки ЖИГ (оси z), с идентифицированными модами при удалении возбuditеля на 0.8 мм

Fig. 6. Frequency dependence of S_{11} model for vector \vec{H} , directed along YIG film width (z axis), with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.8$ mm

2. Идентификация мод в однородном статическом магнитном поле H , направленном параллельно плоскости прямоугольной пленки ЖИГ вдоль ее длины (оси y)

Анализ модели был проведен при расстояниях d между возбuditелем и поверхностью феррита от 0.1 мм до 0.8 мм. Для каждого резонанса на частотной характеристике обратных потерь S_{11} были вычислены и визуализированы распределения абсолютного значения высокочастотного магнитного поля моды внутри пленки ЖИГ. По этим распределениям и идентифицировались магнитоэстатические моды.

Рассмотрим спектр возбуждаемых магнитоэстатических мод в пленке ЖИГ, когда ее поверхность находится на расстоянии $d = 0.1$ мм от короткозамкнутого проводника перемычки

возбудителя. Частотная зависимость обратных потерь S11 для этого случая изображена на рис. 7. Для неё были проанализированы распределения абсолютного значения высокочастотного магнитного поля на пронумерованных резонансных частотах. Распределения модуля высокочастотного магнитного поля на резонансных частотах представлены на рис. 8.

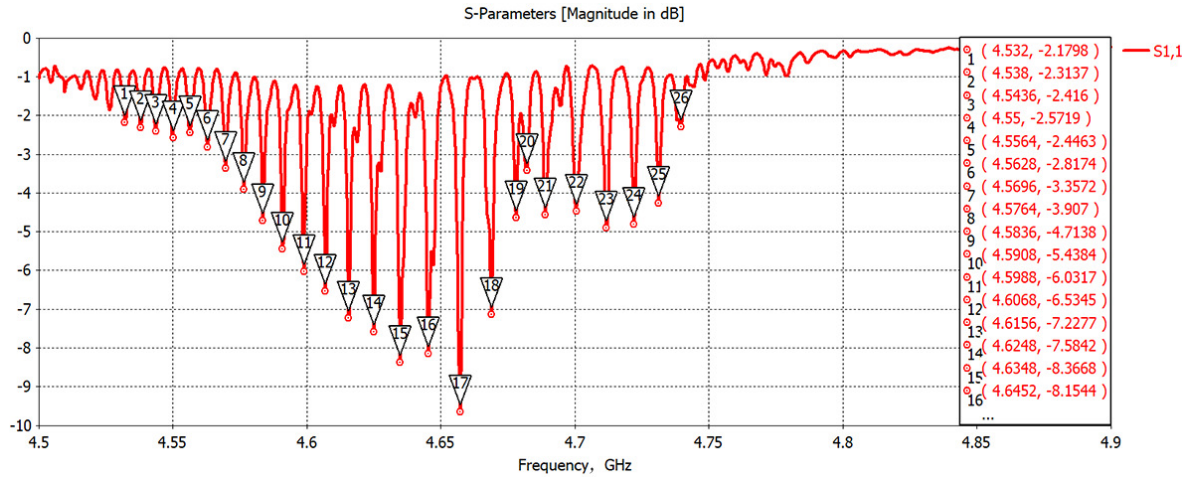


Рис. 7. Частотная зависимость S11 модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), при удалении возбудителя на 0.1 мм

Fig. 7. Frequency dependence of S11 model for vector \vec{H} , directed along YIG film length (y axis), when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.1$ mm

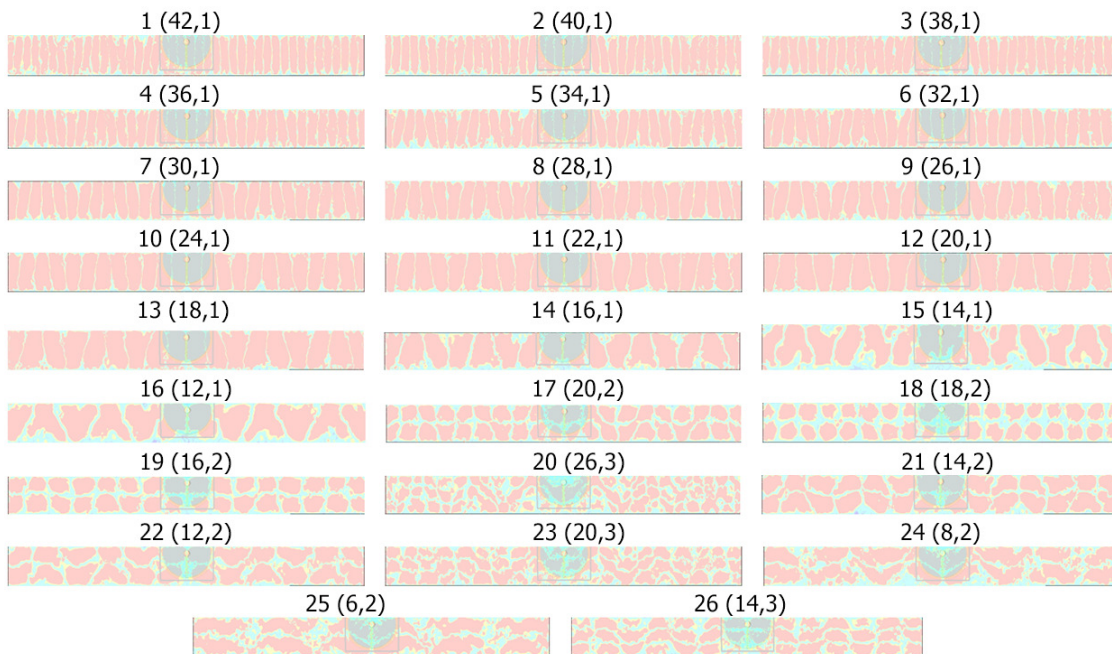


Рис. 8. Распределения модуля ВЧ магнитного поля мод при векторе \vec{H} , направленном вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), согласно нумерации на рис. 7, и их идентификация (цвет онлайн)

Fig. 8. Distribution of the module of the RF magnetic field mode for vector \vec{H} , directed along YIG film length (y axis), according to the numbering in Fig. 7 and their identification (color online)

Исследована зависимость числа возбуждаемых мод от близости прямоугольного образца пленки ЖИГ к короткозамкнутому возбудителю. На рис. 9, 10 и 11 изображены расчетные частотные характеристики обратных потерь S11 для нескольких расстояний d . Видно, что если в полосе частот 4.5...4.9 ГГц при $d = 0.1$ мм по уровню -5 дБ эффективно возбуждается 9 различных магнитостатических мод, то при $d = 0.4$ мм и $d = 0.8$ мм — ни одной. При этом для расстояния $d = 0.1$ мм наиболее эффективно возбуждаемой является мода 20,2 с максимальными обратными потерями S11 около -9.7 дБ, для $d = 0.4$ мм — моды 12,1 и 10,1 с максимальными обратными потерями S11 порядка -2.1 дБ, а для $d = 0.8$ мм — моды 10,1 и 8,1, но уже с максимальными обратными потерями S11 около -0.45 дБ.

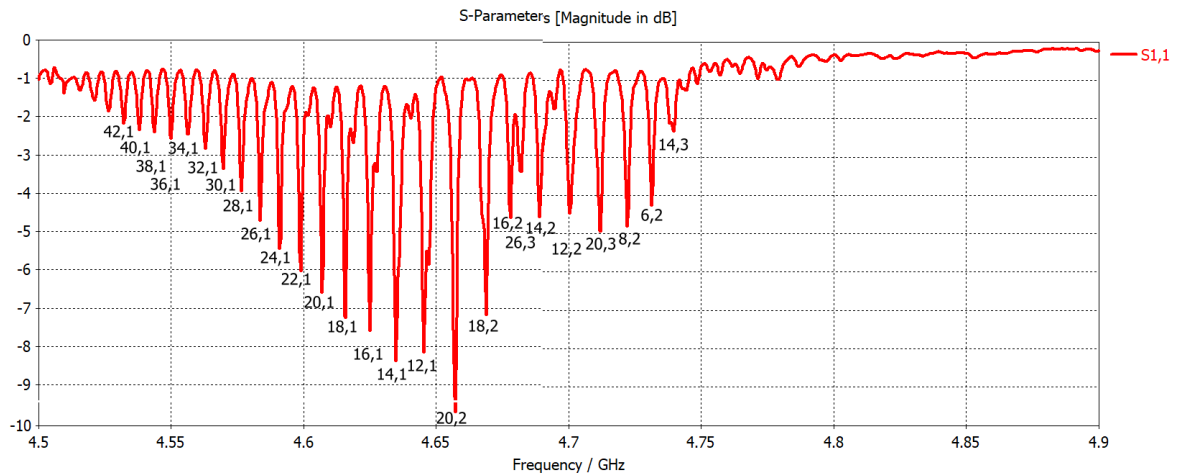


Рис. 9. Частотная зависимость S11 модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), с идентифицированными модами при удалении возбудителя на 0.1 мм

Fig. 9. Frequency dependence of S11 model for vector \vec{H} , directed along YIG film length (y axis), with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.1$ mm

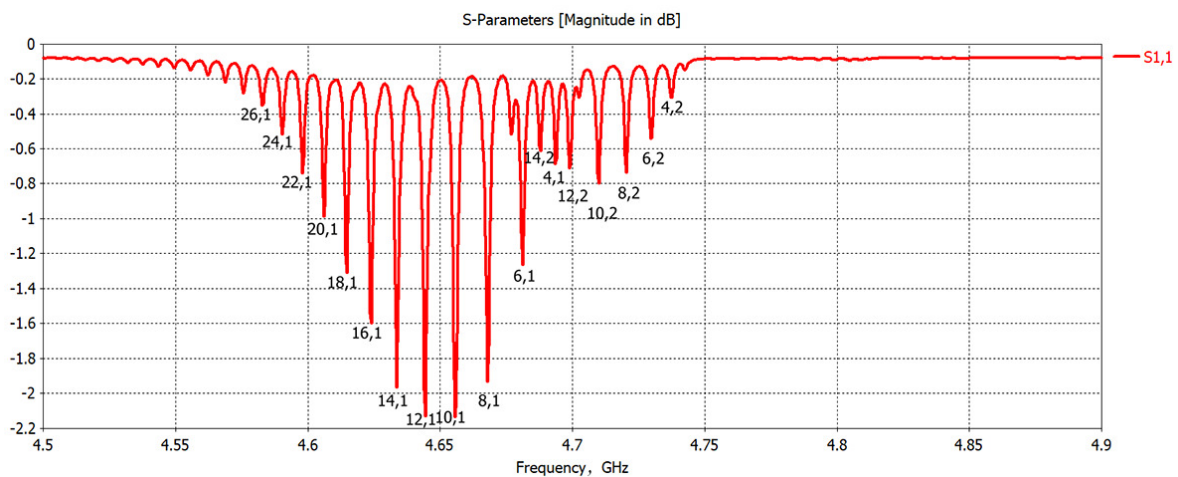


Рис. 10. Частотная зависимость S11 модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), с идентифицированными модами при удалении возбудителя на 0.4 мм

Fig. 10. Frequency dependence of S11 model for vector \vec{H} , directed along YIG film length (y axis), with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.4$ mm

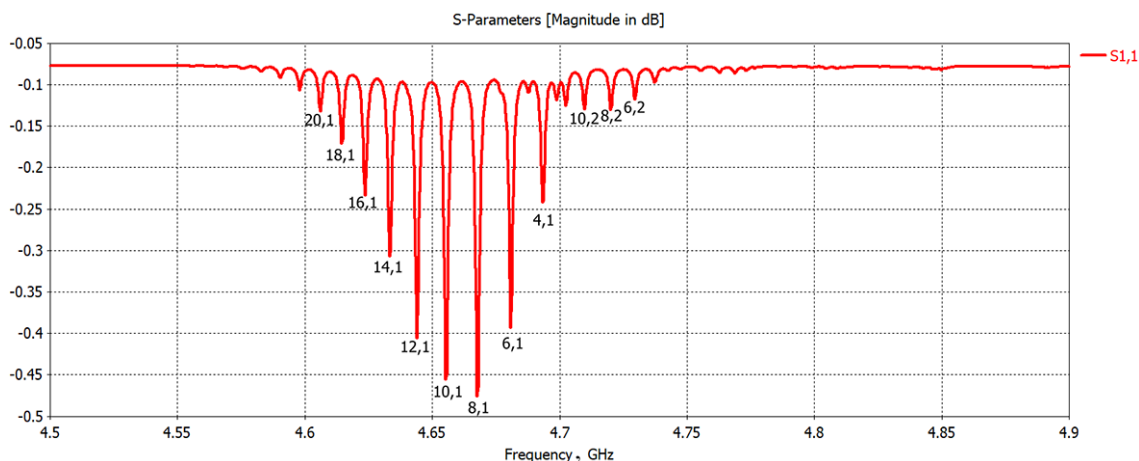


Рис. 11. Частотная зависимость S_{11} модели при векторе \vec{H} , направленном вдоль длины пленки ЖИГ (оси y), с идентифицированными модами при удалении возбуждителя на 0.8 мм.

Fig. 11. Frequency dependence of S_{11} model for vector \vec{H} , directed along YIG film length (y axis), with identified modes when the surface of YIG film is removed from conductor of jumper on $d = 0.8$ mm

3. Сравнение спектров мод при \vec{H} , направленном параллельно плоскости пленки ЖИГ вдоль ее ширины (оси z) и длины (оси y)

Теперь сравним для минимального расстояния $d = 0.1$ мм при внешнем постоянном магнитном поле $H = 1000$ Э спектр мод, изображенный на рис. 4 для направления H вдоль оси z , со спектром мод, изображенным на рис. 9 для направления H вдоль оси y . Для направления H вдоль оси z , как видно из рис. 4, в полосе частот 4.6...4.9 ГГц по уровню -20 дБ возбуждается 8 мод: 7,1; 9,1; 11,1; 14,1; 17,1; 20,1; 21,1; 23,1. Для направления H вдоль оси y , как видно из рис. 9, в полосе частот 4.5...4.9 ГГц по уровню -6 дБ возбуждается 8 мод: 22,1; 20,1; 18,1; 16,1; 14,1; 12,1; 20,2; 18,2.

Список литературы

1. Barak J., Lachish U. Study of the excitation of magnetostatic modes in yttrium-iron-garnet films by a microstrip line // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 65, no. 4. P. 1652–1658. DOI: 10.1063/1.343402.
2. Takhtamyshyan V. V., Babichev R. K. Identification of backward volume and surface magnetostatic modes in a rectangular yttrium-iron-garnet film by high frequency magnetic field distributions // In: International Symposium on Spin Waves. 3–8 June 2018, Saint Petersburg, Russia. Saint Petersburg: Ioffe Physical Technical Institute RAS, 2018. P. 150.
3. Kaur T., Bhyrava M. D. V., Olvera-Cervantes J. L., Corona-Chavez A. Ferromagnetic resonance measurement using a novel short circuited coaxial probe technique // Advanced Electromagnetics. 2017. Vol. 6, no. 3. P. 41–45. DOI: 10.7716/aem.v6i3.526.
4. Takhtamyshyan V. V., Babichev R. K. Backward volume and surface magnetostatic modes identification by distributions of radio frequency magnetic field // In: 2018 XIV International Scientific Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). 02–06 October 2018, Novosibirsk, Russia. New York: IEEE, 2018. P. 147–150. DOI: 10.1109/APEIE.2018.8545120.
5. Тахтамышьян В. В., Бабичев Р. К. Идентификация магнитостатических мод в пленках ЖИГ по распределению высокочастотного магнитного поля // В сб.: Труды XXVI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические иссле-

- дования)». 23–24 ноября 2018 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2018. С. 182–193.
6. *Тахтамышьян В. В., Бабичев Р. К., Бабичева Г. В.* Исследование возбуждения магнито-статических мод короткозамкнутым коаксиальным возбудителем // В сб.: Труды XXVI Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 23–24 ноября 2018 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2018. С. 194–202.
 7. *Бабичев Р. К., Синявский Г. П., Тахтамышьян В. В.* Исследование возбуждения магнито-статических мод короткозамкнутым коаксиальным возбудителем // Электромагнитные волны и электронные системы. 2020. Т. 25, № 1–2. С. 43–47. DOI: 10.18127/j15604128-202001-2-05.
 8. *Бабичев Р. К., Бабичева Г. В.* Исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиальным преобразователем магнито-статических мод в прямоугольной пленке железо-иттриевого граната // В сб.: Труды XXVIII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 27 ноября 2020 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2020. С. 55–61.
 9. *Бабичев Р. К., Синявский Г. П., Тахтамышьян В. В.* Идентификация магнито-статических мод в пленках ЖИГ по распределению высокочастотного магнитного поля // Физические основы приборостроения. 2019. Т. 8, № 4 (34). С. 3–10. DOI: 10.25210/jfor-1904-003010.
 10. *Бабичев Р. К., Бабичева Г. В.* Исследование возбуждения короткозамкнутым коаксиально-петлевым преобразователем магнито-статических мод в прямоугольной пленке железо-иттриевого граната // В сб.: Труды XXVIII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 27 ноября 2020 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2020. С. 62–69.
 11. *Атоев М. Д., Натхин И. И., Бабичев Р. К.* Исследование возбуждения магнито-статических волн коаксиально-микрополосковыми преобразователями в пленках железо-иттриевого граната // В сб.: Труды XXVIII Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 27 ноября 2020 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2020. С. 70–75.
 12. *Atoev M. D., Natkhin I. I., Babichev R. K., Kleshchenkov A. B.* Experimental study of magnetostatic waves excitation by coaxial-microstrip transducer in rectangular yttrium-iron garnet films // In: 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). 28 June 2021 - 02 July 2021, Divnomorskoe, Russia. New York: IEEE, 2021. P. 239–242. DOI: 10.1109/RSEMW52378.2021.9494123.
 13. *Атоев М. Д., Бабичев Р. К., Натхин И. И.* Экспериментальное исследование возбуждения магнито-статических волн коаксиальными преобразователями в пленках железо-иттриевого граната // В сб.: Труды XXIX Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 26–27 ноября 2021 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2021. С. 67–72.
 14. *Бабичев Р. К., Бабичева Г. В.* Возбуждение короткозамкнутым коаксиальным преобразователем магнито-статических мод в прямоугольной пленке железо-иттриевого граната // В сб.: Труды XXIX Международной конференции «Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)». 26–27 ноября 2021 г., Москва, Россия. М.: Издательство ФГБОУ ВПО «НИУ «МЭИ», 2021. С. 45–49.

References

1. Barak J, Lachish U. Study of the excitation of magnetostatic modes in yttrium-iron-garnet films by a microstrip line. *J. Appl. Phys.* 1989;65(4):1652–1658. DOI: 10.1063/1.343402.

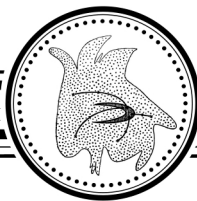
2. Takhtamyshyan VV, Babichev RK. Identification of backward volume and surface magnetostatic modes in a rectangular yttrium-iron-garnet film by high frequency magnetic field distributions. In: International Symposium on Spin Waves. 3–8 June 2018, Saint Petersburg, Russia. Saint Petersburg: Ioffe Physical Technical Institute RAS; 2018. P. 150.
3. Kaur T, Bhyrava MDV, Olvera-Cervantes JL, Corona-Chavez A. Ferromagnetic resonance measurement using a novel short circuited coaxial probe technique. *Advanced Electromagnetics*. 2017;6(3):41–45. DOI: 10.7716/aem.v6i3.526.
4. Takhtamyshyan VV, Babichev RK. Backward volume and surface magnetostatic modes identification by distributions of radio frequency magnetic field. In: 2018 XIV International Scientific Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE). 02–06 October 2018, Novosibirsk, Russia. New York: IEEE; 2018. P. 147–150. DOI: 10.1109/APEIE.2018.8545120.
5. Takhtamyshyan VV, Babichev RK. Magnetostatic modes identification in the YIG films by magnetic field distributions. In: Proceedings of XXVI International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 23–24 November 2018, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2018. P. 182–193 (in Russian).
6. Takhtamyshyan VV, Babichev RK, Babicheva GV. Study of the magnetostatic modes excitation by short circuited coaxial exciter. In: Proceedings of XXVI International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 23–24 November 2018, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2018. P. 194–202 (in Russian).
7. Babichev RK, Sinyavskii GP, Takhtamyshyan VV. Study of magnetostatic modes excitation by short circuited coaxial exciter. *Electromagnetic Waves and Electronic Systems*. 2020;25(1–2): 43–47 (in Russian). DOI: 10.18127/j15604128-202001-2-05.
8. Babichev RK, Babicheva GV. Study of magnetostatic modes excitation by short circuited coaxial transducer in rectangular yttrium iron garnet film. In: Proceedings of XXVIII International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 27 November 2020, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2020. P. 55–61 (in Russian).
9. Babichev RK, Sinyavsky GP, Takhtamyshyan VV. Identification of magnetostatic modes in YIG films by the distribution of a high-frequency magnetic field. *Physical Bases of Instrumentation*. 2019;8(4(34)):3–10 (in Russian). DOI: 10.25210/jfop-1904-003010.
10. Babichev RK, Babicheva GV. Study of magnetostatic modes excitation by short-circuited coaxial-loop transducer in rectangular yttrium iron garnet film. In: Proceedings of XXVIII International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 27 November 2020, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2020. P. 62–69 (in Russian).
11. Atoev MD, Natkhin II, Babichev RK. Investigation of magnetostatic waves excitation by coaxial-microstrip transducers in yttrium iron garnet films. In: Proceedings of XXVIII International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 27 November 2020, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2020. P. 70–75 (in Russian).
12. Atoev MD, Natkhin II, Babichev RK, Kleshchenkov AB. Experimental study of magnetostatic waves excitation by coaxial-microstrip transducer in rectangular yttrium-iron garnet films. In: 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). 28 June 2021 - 02 July 2021, Divnomorskoe, Russia. New York: IEEE; 2021. P. 239–242. DOI: 10.1109/RSEMW52378.2021.9494123.

13. Atoev MD, Babichev RK, Natkhin II. Experimental investigation of magnetostatic waves excitation by coaxial transducers in yttrium-iron garnet films. In: Proceedings of XXIX International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 26–27 November 2021, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2021. P. 67–72 (in Russian).
14. Babichev RK, Babicheva GV. Excitation by short-circuited coaxial transducer of magnetostatic modes rectangular yttrium iron garnet film. In: Proceedings of XXIX International Conference «Electromagnetic Field and Materials (Fundamental Physical Researches)». 26–27 November 2021, Moscow, Russia. Moscow: National Research University «Moscow Power Engineering Institute» Publishing; 2021. P. 45–49 (in Russian).



Бабичев Рудольф Карлович — родился в городе Горьком (1944). Окончил с отличием физический факультет Ростовского государственного университета по направлению «Радиофизика» (1968) и аспирантуру Ростовского государственного университета (1971). Доктор физико-математических наук по специальности «Радиофизика» (1997, РГУ). В 2000 году присвоено ученое звание профессора по кафедре радиофизики РГУ. Работает на кафедре радиофизики Южного федерального университета в должности профессора. Научные интересы – радиофизика, математическое моделирование, радиотехническое моделирование. Опубликовал свыше 100 научных статей по указанным направлениям.

Россия, 344006 Ростов-на-Дону, Большая Садовая, 77
Южный федеральный университет
E-mail: 405092@mail.ru
ORCID: 0000-0002-9790-3403
AuthorID (eLibrary.Ru): 265844



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Review

DOI: 10.18500/0869-6632-003073

Exact sequence matches in genomic studies

M. Sheinman

Institute for Advanced Studies, Sevastopol State University, Russia

E-mail: ✉msheinman@mail.sevsu.ru

Received 28.09.2023, accepted 5.10.2023, available online 17.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. The *purpose* of this article is to review usage of exact sequence matches in different field of genomic studies. *Methods.* The presentation is built in the form of a brief review of clearly non-exhaustive list of works in which the authors inferred biological knowledge using statistical properties of exact matches between different genomic texts or self-matches along the same genomic sequence. *Results.* Often, in genomic studies, different genomic loci exhibit different statistical properties, while their boundaries are not known a priori. In such cases we conclude that studying statistical properties of exact sequence matches is a useful alternative to other methods, for instance, based on arbitrary-size (non-)sliding windowing of the genome. *Conclusion.* This review demonstrates that exact sequences matches are not only an important auxiliary alignment step, but also helpful in other contexts. Their statistical properties are relatively easy to calculate analytically or numerically under various assumptions and compare to empirical data, validating models and fitting the models' parameters.

Keywords: genomics, exact sequence matches, maximal exact matches, k -mers, genome evolution, horizontal gene transfer.

Acknowledgements. I thank P.F. Arndt and F. Massip for useful comments and discussions. Numeric analysis was carried out using the supercomputer cluster "Afalina" in Sevastopol State University. The work was made within the program "Prioritet-2030" of Sevastopol State University (strategic project No. 3, No. 121121700318-1) and project FEFM-2023-0005.

For citation: Sheinman M. Exact sequence matches in genomic studies. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6):739–756. DOI: 10.18500/0869-6632-003073

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Точные соответствия последовательностей в геномных исследованиях

М. Шейнман

Севастопольский государственный университет, Россия
E-mail: ✉msheinman@mail.sevsu.ru

Поступила в редакцию 28.09.2023, принята к публикации 5.10.2023,
опубликована онлайн 17.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель этого обзора — рассмотреть использование точных соответствий геномных последовательностей в разных контекстах. **Методы.** Здесь представлен явно не исчерпывающий список работ, в которых авторы добились интерпретируемых результатов, используя статистические данные точных соответствий разных геномных последовательностей или самосоответствий на одном геноме. **Результаты.** Часто в геномных исследованиях разные геномные локусы обладают различными статистическими свойствами, в то время как их границы изначально не известны. В таких случаях рассмотрение статистических свойств точных соответствий является полезной альтернативой других методик, например основывающихся на разделении генома на произвольного размера участки — так называемые скользящие или несколько скользящие окна. **Заключение.** Этот обзор демонстрирует, что анализ точных соответствий это не только вспомогательный шаг в выравнивании геномных последовательностей, но также выявляет биологические закономерности в различных контекстах.

Ключевые слова: геномика, точные соответствия, максимально точные соответствия, k -меры, эволюция генома, горизонтальный перенос генов.

Благодарности. Я благодарю П. Ф. Арндта и Ф. Массипа за полезные комментарии и обсуждения. Численный анализ проводился с использованием суперкомпьютерного кластера «Афалина» в Севастопольском государственном университете. Работа выполнена в рамках программы «Приоритет-2030» Севастопольского государственного университета (стратегический проект № 3, № 121121700318-1) и проекта FEFM-2023-0005.

Для цитирования: Шейнман М. Точные соответствия последовательностей в геномных исследованиях // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 739–756. DOI: 10.18500/0869-6632-003073. EDN: TVKYRH

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Introduction

Genomic sequences evolve via error-prone DNA replication. Therefore, comparing DNA sequences from different origins we often find similar texts. Significant similarity suggests common ancestor of such DNA regions and we define such regions that have a common evolutionary origin as *homologous* [1,2]. Homologous sequences typically share more and longer exact matches, compared to non-homologous ones.

k -mers. There are different ways to analyze the exact matches. One can look at the shared sequences of specific length k , so-called k -mers. For instance, two sequences: ACGCGATTGCTAA and ACGAGATTTCTAA share two 4-mers: GATT and CTAA. There are 6 shared 3-mers: CGA, ACG, GAT, ATT, CTA and TAA. Homologous sequences are expected to share more long k -mers than non-homologous ones.

Similarly, one can compare a sequence to itself searching for self-matches. Using an efficient software, like Jellyfish [3], one can obtain all the exact matches of length k along a genomic sequence — all its k -mers. Abundance of genomic k -mers (as well as k -mer peptide abundances in protein sequences [4]) is informative. For $k = 1$ this boils down to GC content, which is an important genomic trait and is often used to characterize within- and between-genome variations [5], especially for bacterial organisms [6]. $k=2$ -mers-dinucleotides — are also used [5,7], while local abundance of the

CG 2-mer is especially interesting (see review about CpG islands in Ref. [8]). $k = 3$ -mers abundances reflect codon usage bias: the preferential or non-random use of synonymous codons — an intriguing phenomenon observed in all domains of life [9]. Longer k -mers are discussed in the following sections.

MEMs. Another way to analyze sequence (self-)similarities is to find maximal exact matches (MEMs). These are exact matches between two sequences that cannot be extended either way without introducing mismatches [10]. Since the early days of bioinformatics, MEMs are used to visualize (self-)similarities of genomic sequences using so-called dotplots [11]. In the example above MEMs are given by ACG, GATT and CTAA. Lengths of MEMs reflect degree of similarity: for two random sequences of length $L \gg 1$ an average number of MEMs of length r decays exponentially with r following

$$m(r) = \frac{L^2}{2}(1-p)^2 p^r, \quad (1)$$

where p — the probability of matching nucleotides, which is equal to $1/4$ for an i.i.d. sequence with equal proportions of nucleotides. This exponential match length distribution leads to the Gumbel distribution for longest matches in an alignment of i.i.d. sequences, which is commonly used to assess the significance of local alignments [12, 13].

In the following sections I review usage of exact sequence matches in different contexts.

Exact matches as alignment seeds

Aligning two or more genomic (or protein) sequences is arguably the most fundamental tasks in bioinformatics. If two sequences align well, they are likely homologous. A common approach to alignment is the seed and extend approach [14]. In a first step, very short local similarities are found. These similarities are often required to be exact sequence matches. Then they are used as alignment seeds. In a second step, starting from these seeds, alignments are constructed. This construction is often the slowest step, so that the seeds are ought to be sensitive and specific and, yet, their search should be fast [15, 16].

Classical aligners use simple k -mers (exact sequence matches of length k) as seeds [14, 17, 18]. Later, seeds in the form of gapped k -mers were introduced, where bases at certain positions of the k -mer are not required to match [19, 20]. Such spaced seeds (with some variations, like differentiation between different types of mismatches: transitions and transversions) are currently used in alignments like BLASTZ [21], YASS [22], DIAMOND [23], LASTZ [24], and MegaBLAST version of BLASTn [25]. Recently, other modified k -mer methods were suggested [26], like mimimizers [27], syncmers [28] and strobemers [29].

An alternative approach is to use MEMs beyond certain length as alignment seeds. This was implemented in aligners like MAVID, [30], GAME [31], CoCoNUT [32] and MUMmer [33, 34]. The last was the first software system that used suffix trees to find MEMs as potential seeds for an alignment. A suffix tree is a data structure for representing all the subsequences of a sequence [35]. For a sequence of length L it can be represented in space $\mathcal{O}(L)$ and fast algorithms have been found to construct a suffix tree in time $\mathcal{O}(L)$, e.g. [36]. Given the suffix tree of one sequence and another sequence of length L' , one can compute all MEMs between the sequences in time $\mathcal{O}(L')$ [33].

Insights into evolutionary history using exact matches

Beyond technical aspects, exact matches can be used directly to infer information about evolutionary history of genomes. The reasons for this are that (i) one can relatively easily obtain them

empirically, (ii) in contrast to alignments, where some properties depend on the alignment algorithm and its parameters, exact matches are unambiguously defined, (iii) statistical properties of exact matches within the framework of theoretical models can be often obtained analytically or their numerical calculation is relatively fast. In sum, one can often compare empirical data to theoretical predictions using exact sequence matches, validating a model and fitting its parameters. In the following we review a few such cases.

Sequences similarity estimates using exact matches—alignment-free methods. An important direction in bioinformatics is direct phylogeny reconstruction without the alignment step, using exact matches [37, 38]. For phylogenetic reconstruction, a first step is to estimate pairwise evolutionary distances between protein or nucleic-acid sequences [39]. Also, statistical properties of pairwise evolutionary distances between members of a taxon can shed light on its speciation history [40]. The distances are usually inferred using pairwise or multiple-sequence alignments. However, sequence alignment happens to be too slow for huge amount of data. To cope with this problem alignment-free approaches have been being developed. In contrast, some alignment-free approaches are based on k -mer abundances [41–45]. The tools Cnidaria [46] and AAF [47] use the Jaccard index between two sets of k -mers to estimate the distance between them, while SlopeTree [48] defined a distance measure using the decay of the number of k -mer matches between two sequences, as a function of k . Other approaches take the length of maximal (non)exact matches as an input [49–53].

Similar methods are currently used not only for phylogeny, but also in metagenomic analysis [54–57], to identify genome rearrangements [58], in haplotype classification [59], in medical applications [60–63] and other fields. In all these applications, one requires fast estimate of pairwise similarity in large sets of sequence data and analysis of exact matches often allows to circumvent tedious alignment process.

Evolution of DNA repeats and their pseudo-linguistic features. Sequencing of genomes has revealed that genetic texts comprise repeats of different kinds [64]. Repetitive DNA contains many homologous sequences, sharing significant similarities to each other. Hence, statistical properties of genomic sequence differ from those of random ones in this respect [65]. One of these properties, which we discuss here, is that certain k -mers are much more abundant than others (this property is used to identify repeat families [66]). In particular, s — the abundances of long k -mers — exhibits a wide, scale-free distribution: number of k -mers with abundance s scales as $n_k(s) \sim s^{-\alpha}$ with $\alpha \simeq 2$, as shown in Fig. 1, *a*. This phenomenon resembles statistical properties of human texts, where abundances of words also exhibit a scale-free distribution [67]. For human texts such a linguistic feature is often presented as Zipf law [68, 69] (see Fig. 1, *a* (Inset)). Despite an incomplete analogy, (k -mers are not genomic “words”), this intriguing similarity between genomes and human texts has led some researchers to analyze genetic sequences from a linguistic perspective [70–72], while many others questioned this approach (see e.g. [73]).

It was shown [74] that a simple “copy-paste” model of selfish DNA *in a fixed-size genome* generates a fat tail in the distribution of k -mer abundances distribution, $n_k(s) \sim s^{-\alpha}$, but the value of the power-law exponent in Ref. [74] was $\alpha(k) = -1$ and k -independent—different from the empirical results, where the exponent was $\alpha \simeq 2$ (see Fig. 1, *a*) and increased with k (see Fig. 1, *d*). After this, it was demonstrated [75] that, taking into account *increase of the genome size* due to spreading of selfish DNA (see Fig. 1, *b*), one can analytically calculate the power-law $\alpha(k)$ (upper-left corner of Fig. 1, *c*). Taking separately one repeat family (Alu family [76] in Ref. [75]), i.e. considering only k -mers from the repeats of the family, the analytical predictions account very well for the empirical results. Fitting the model parameters to the empirical data per repeat family, the spreading rates of different families was obtained using the analytic formula (see Fig. 1, *c*). Furthermore, numerical simulation of the model with the fitted parameters accurately reproduces abundance distribution of k -mers for all k values

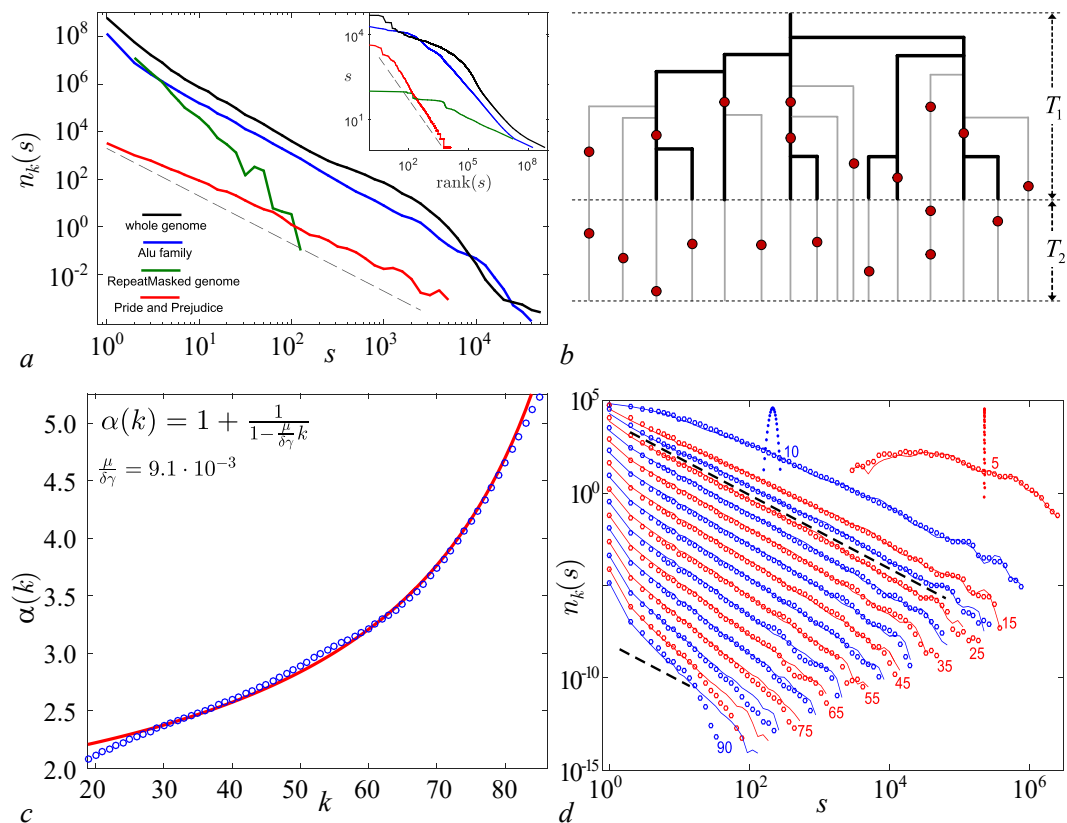


Fig. 1. *a* – Distributions of abundances of k -mers for $k = 40$ in human genome. s is the number of copies of a certain k -mer and $n_k(s)$ is the number of different k -mers with abundance s . Distributions for different genomic compartments are presented: the whole genome (solid, black), the whole genome after masking the repeat elements (solid, green) and the Alu family of repeats (solid, blue). For comparison the distribution of word abundances in *Pride and Prejudice* [77] is also shown (solid, red). The dashed line represents the power-law $n_k(s) \sim s^{-\alpha}$ with $\alpha = 2$. For a randomly shuffled human genome or a random sequence of the same length there is not a single k -mer with $s > 1$. Inset: the corresponding Zipf's plots for the main figure. For each k -mer (or a word for *Pride and Prejudice*) its abundance is plotted vs. the rank of its abundance. The dashed line represents the power-law $s \sim 1/\text{rank}(s)$. *b* – Illustration of the analysed model for the dynamics of repeat elements. Each branch represents a sequence of the repeat. Active elements are depicted in thick, black lines, while silent ones are shown in thin, gray lines. During the activity burst, selfish elements duplicate exponentially with time and accumulate mutations (red marks). After the burst sequences do not duplicate anymore but still mutate. *c* – Estimation of parameters of the model using the analytic fit of the empirical data. Circles represent the empirical power-law exponent α as a function of k . The line is the numerical fit of the data points using the analytical prediction (upper-left corner). The resulting estimator is presented below the equation (μ is the mutation rate, γ is the duplication rate and δ is the fraction of active repeats after a duplication). *d* – Distributions of abundances of k -mers, $n_k(s)$, for different values of k , from 5 to 90 in steps of 5, from top to bottom (see numbers in the figure). Circles represent $n_k(s)$ in the empirical data for the Alu family of repeats. Dots represent $n_k(s)$ in a random sequence, of the same length as the empirical one for $k = 5$ (red) and $k = 10$ (blue). Lines represent $n_k(s)$ in simulated Alu elements using the set of parameters in (*c*). The dashed lines represent the power-law decay $n_s \sim s^{-\alpha}$ with $\alpha = 2$. For visibility the values of $n_k(s)$ are normalized differently for each value of k (but in the same way for the empirical and the simulated data), so that the units of the vertical axis are arbitrary. The figure adapted with permission from [75] (color online)

(see Fig. 1, *d*). This study, using statistical properties of k -mers, showed that Zipf law in genomic texts is rather a consequence of the evolutionary dynamics of DNA repeats and does not reflect linguistic features of genomic texts. Moreover, evolutionary dynamics of DNA repeats can be well-modelled as exponentially growing process on a large scale.

How to relate time divergence distribution to genomic data using MEMs. Before I proceed to concrete examples, let's discuss here how to validate a model for evolutionary history using genomic sequence data in case that the model predicts distribution of pairwise evolutionary time distances between different loci along the genome(s) and the borders of the loci are not known in advance. In principle, using the molecular clock assumption, the evolutionary time divergence τ between two DNA loci with effective mutation rate μ is related to the density of mismatches at these loci, $\mu\tau \ll 1$ (ignoring back mutations). However, identifying loci with constant mutational density is often challenging, requires setting of arbitrary parameters, like size of the window in the case of windowing the genome to regions of fixed size (see e.g. [78, 79]). MEMs analysis circumvents this problem and was used in Refs. [80–86]. The main idea is to use statistical properties of the MEMs lengths instead of the statistical properties of loci time divergences. One can show [87], using the result derived in [88] that the molecular clock instead of fraction of mismatches can be formulated in terms of the MEMs lengths distribution (MLD) r .

Namely, for a given time divergence τ (twice the time to their last common ancestor) between two loci of length K the expected number of differences is $\mu\tau K$ and follows Poisson distribution. In contrast, the expected number of MEMs (the distances between subsequent differences) of length r in the regime $K \gg r \gg 1$ is given by

$$m(r|\tau) = [2\tau\mu + (\tau\mu)^2(K - r)] e^{-\tau\mu r} \simeq K(\tau\mu)^2 e^{-\tau\mu r}. \quad (2)$$

Using Eq. (2) one can relate the empirically observed distribution of MEMs length $m(r)$ to the distribution of loci pairwise time evolutionary distances $P(\tau)$, predicted by a model, using

$$m(r) = \int_0^\infty m(r|\tau)P(\tau)d\tau = L \int_0^\infty (\tau\mu)^2 e^{-\tau\mu r} P(\tau)d\tau = L \frac{d^2 \tilde{P}(\mu r)}{dr^2}, \quad (3)$$

where L is the total length and $\tilde{P}(\sigma) = \mathcal{L}\{P\}(\sigma) = \int_0^\infty e^{-\sigma\tau} P(\tau)d\tau$ is the Laplace transform of $P(\tau)$. One can see that length distribution of exact sequence matches between two sequences is related to the Laplace transform of their time divergence distribution. Hence, there is a direct relationship between the MLD $m(r)$ and the Laplace transform of the loci pairwise time divergence distribution. In particular, as discussed in detail in Ref. [83], scaling behaviour of pairwise distances distribution for close pairs, $P(\tau) \sim \tau^{\alpha-3}$ as $\tau \rightarrow 0$ dictates power-law tail of MEMs length distribution, $m(r) \sim r^{-\alpha}$ as $r \rightarrow \infty$. In sum, studying $m(r)$ – a quantity that can be easily computed from empirical data – allows to reconstruct the evolutionary history of the genomes.

Using the same arguments, if different loci mutate with different mutation rate and the rate is distributed as $P_{\text{mut}}(\mu)$, while the evolutionary time distance between all loci τ is the same, MEMs distances are distributed as

$$m(r) = L \frac{d^2 \tilde{P}_{\text{mut}}(\tau r)}{dr^2}. \quad (4)$$

In the following we demonstrate how using this approach one can shed light on different aspects of genomic evolutionary history.

Self MEMs reflect segmental duplication history of genomes. MEMs along genomes exhibit interesting statistical features. In particular, distribution of their lengths, $m(r)$, strongly deviates for the random-sequence prediction (1). The dot-plot, shown in Fig. 2, *a*, demonstrates that the genome contains many paralogous sequences. As discussed in the previous section, repeat families generate such repetitive sequences. However, cleaning the repeats using the repeat masking software one can still observe long similar sequences that look like broken sticks [87] on a dot-plot (see example in Fig. 2, *b*). Length distribution of MEMs along such “sticks” was found [89] to obey $\alpha = -3$ power-law:

$$m(r) \sim r^{-3}, \quad (5)$$

where L is the genome length, as shown in Fig. 2, *c*.

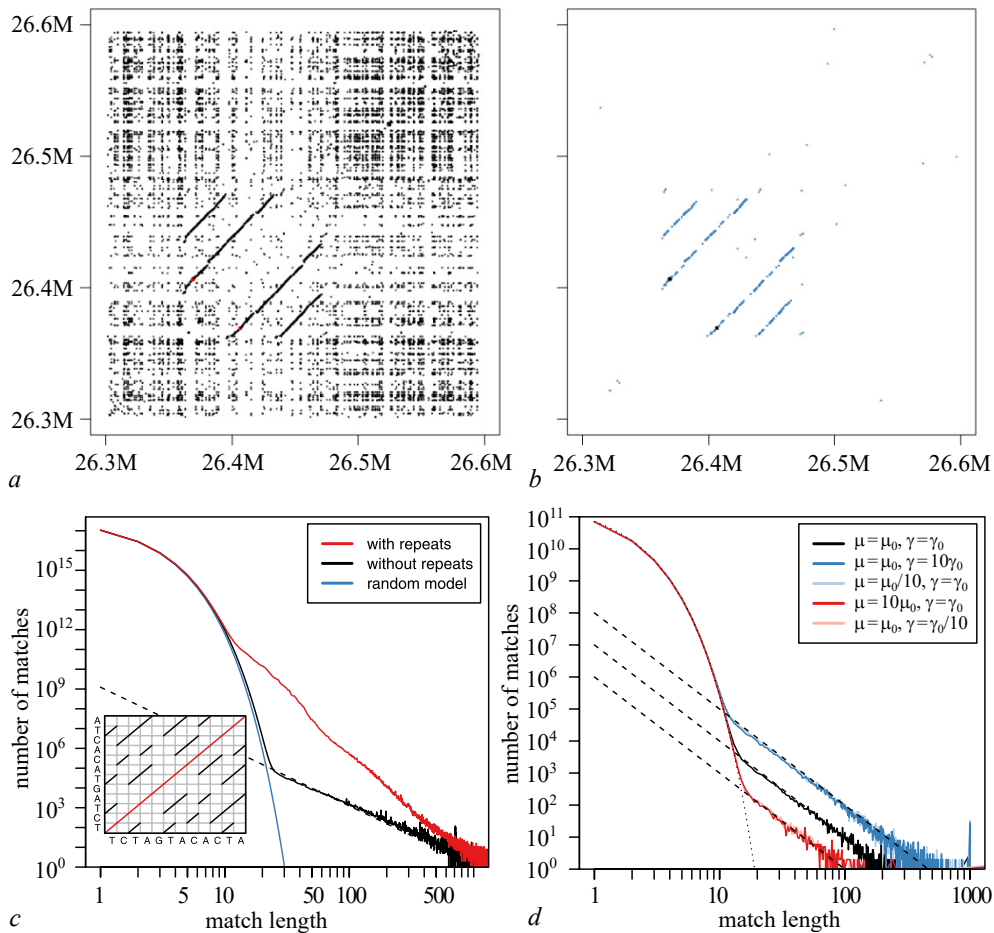


Fig. 2. *a*, *b* – Dot-plot of self-MEMs along a part of human chromosome 1 before (*a*) and after (*b*) repeat masking. *c* – The MEMs length distribution (MLD) for a self-alignment of the human genome. The MLD for the complete genome excluding repetitive sequences (in total $L = 1.23$ Gbp) is shown in black and shows the described power law tail. The MLD for a human sequence of the same length but including repetitive elements is shown in red. For small lengths both distributions coincide and are dominated by random sequence matches, which occur in randomly shuffled sequences, that follows Eq. (1) (blue curve). The dashed line represents the theoretical prediction (6), see below. The inset gives an example for an alignment grid of a self-alignment of a sequence of length 12. Matching nucleotides are marked by diagonal lines forming MEMs. The global MEM is shown in red along the main diagonal. Off-diagonal MEMs are depicted in black. The grid is symmetric and only MEMs above the main diagonal are counted. In this example there are six MEMs of length one, three matches of length two, and one match of length three. *d* – The simulated MLD for various values of mutation rate μ and duplication rate γ . Theoretical predictions (6) using the stick-breaking model [81] are shown with dashed lines. The dotted line is based on Eq. (1). The panels (*c-d*) adapted from Ref. [81] with permission (color online)

These observations were explained in Ref. [81] using a simple model of neutral duplication and mutation of genomic loci. The model assumes that genomic loci duplicate (copy-paste themselves) to another part of the genome with a constant rate and also undergo point mutations. Using the formalism presented above, if loci of length K duplicate with rate (per bp) γ (such that duplication rate per locus is γK) and mutate with rate μ , the distribution of pairwise time divergences between paralogous loci in a genome in a steady state is uniform and given by $P(\tau) = (2K\gamma)^{-1}$, such that $\tilde{P}(\sigma) = (\gamma K \sigma)^{-1}$. Then, using Eq. (3), one gets

$$m(r) = \frac{\gamma K L}{\mu r^3}. \quad (6)$$

Eq. (6) fits the tail of the empirical (see Fig. 2, *c*) and simulated (see Fig. 2, *d*) MLDs and allows to estimate the duplication rate γ in the genome: assuming that mutations occur with a rate of about 1.5% per 10 million years, $\gamma = 4.5$ Mbp per million years have been duplicated in the human lineage, in good agreement with Ref. [90].

Retroduplications generate a different MEMs lengths distribution. Segmental duplication is not the only biological process that produces duplications in eukaryotic genomes. Retroduplication is a well-known biological mechanism which consists of the retrotranscription of an mRNA molecule into the genome. For this reason, retroduplication will solely duplicate transcribed segments of the genome. Besides, this mechanism generates partial duplicates which do not include introns. As retroduplicants also do not contain regulatory elements and promoters, they mostly produce nonfunctional copies, highly similar to the concatenated exons of the functional gene, commonly known as processed pseudogenes [91]. Various functions have been found for such pseudogenes [92, 93], even though they often result in evolutionary dead ends.

As an example, consider large family of 113 processed pseudogenes of the ribosomal protein RPL21 in the human genome [82]. Its distance matrix and a compatible phylogenetic tree in Fig. 3, *a*. The matrix and the tree suggest that all these pseudogenes were actually generated by retrotranscription of a single functional gene. Following this mechanism, a gene of length K duplicates with rate γK , while its duplicates (processed, nontranscribed pseudogenes) do not duplicate. Since the evolutionary pressure on the pseudogenes is expected to be much weaker (if any), we assume that the gene and

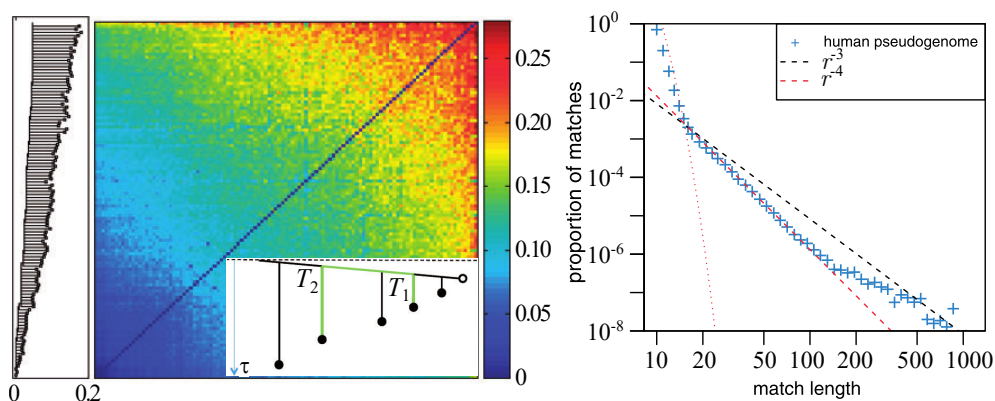


Fig. 3. *a* – Distance matrix of 113 processed pseudogenes of the RPL21 gene and their phylogenetic tree. Inset: An example of the rooted tree of a pseudogene family (filled circles) stemming from one gene (open circle). The gene evolves much slower than its pseudogenes and the pseudogenes do not retroduplicate. The evolutionary distance between two leaves (green path) is the sum of the evolutionary distance covered by each pseudogene since its retroduplication event and the evolutionary distance covered by the gene between the two retroduplication events. All circles represent contemporary sequence segments. *b* – The MLD computed from the self-alignment of the human processed pseudogenome. The total length of this genome is $L = 6,433,368$ bp. The red dotted line represents the expected distribution for random sequences, and the red and black dashed lines represent power laws with exponent $\alpha = -4$ and $\alpha = -3$, respectively. Adapted from [82] with permission (color online)

its pseudogenes exhibit different effective mutation rates. This results in a tree similar to the one shown in Fig. 3, *a* (Inset). The evolutionary time that separates two leaves on such a tree is a sum of three times: The evolutionary time elapsed after the first retroduplication event, the evolutionary time elapsed after the second retroduplication event, and the evolutionary time elapsed in the source gene between the two retroduplications (see the green path of the tree in Fig. 3, *a* (Inset)).

One can show [82] that the distribution of the pairwise distances on such a tree scales as $P(\tau) \sim \tau$ as $\tau \rightarrow 0$. Thus, its Laplace transform scales as $\tilde{P}(\sigma) \sim \sigma^{-2}$ as $\sigma \rightarrow \infty$, so that, using Eq. (3), one obtains $m(r) \sim r^{-4}$. In sum, MEMs of processed pseudogenes (retroduplicants) are expected to generate MLD with a power law tail with exponent $\alpha = -4$. Indeed, concatenating all the annotated processed pseudogenes of the human genome to construct the so-called human “processed pseudogenome”, the MLD computed from this processed pseudogenome shows a good agreement with this prediction (see Fig. 3, *b*). The deviation of the power law in the very tip of the MLD can be explained either by subsequent segmental duplication of retroduplicated loci or by selective constraints on the retroduplicants making them more conserved than expected by the neutral model.

MEMs of different genomes from the same population reflect demographic history

Genetic diversity within a population is shaped by many factors: mutagenesis initially introduces genomic variation into the genome of a single individual, which is then subject to natural selection and genetic drift. In a neutral evolution the average diversity depends on the mutation rate and the effective population size. For diploid organisms with constant effective population size N_e it is given by

$$\theta = 4\mu N_e. \quad (7)$$

The evolutionary pairwise time distances in such a population (time is measured in generations) is distributed exponentially [94, 95]

$$P(\tau) = \frac{1}{4N} e^{-\frac{\tau}{4N}}. \quad (8)$$

In addition to described evolutionary processes, genetic recombination shuffles genetic material of different individuals into a single genome, such that, assuming random mating [95], comparing two genomes from the populations, one gets loci with different evolutionary distance, following Eq. (8). Therefore, using Eqs. (8,2,3), lengths of MEMs of two haploid genomes from the diploid populations are distributed as [86]

$$m(r) = \frac{2\theta L^2}{(1 + \theta r)^3}. \quad (9)$$

In practice, instead of taking genomes of two individuals one can find MEMs of sister chromosomes from the same individual, i.e. the distances between sequential heterozygous sites [80, 86]. Thus, Eq. (9) predicts distribution of distances between sequential heterozygous sites of an individual from a neutrally evolving fixed-size population of diploid organisms [86]. Often, MEMs of sister chromosomes in the literature are referred to as runs of homozygosity (ROH) and beyond inferring population history are also used to calculate genomic inbreeding, decipher genetic architecture of complex traits and diseases [96].

Interestingly, Eq. (9) agrees very well only with empirical distances between sequential heterozygous sites of individuals from African descent [86]. Other individuals exhibit enrichment of long MEMs relative to the theoretical prediction and African individuals [80, 86]. The most plausible explanation is that non-Africans underwent a population bottleneck while moving out of Africa [97]. To account for such non-fixed population size demographic history, suitable theoretical framework was developed in Ref. [86]. Using this approach $m(r)$ for population with a bottleneck was obtained and fitting the parameters to the empirical data the timing and the bottleneck strength were estimated.

In sum, MEMs length distribution can be used to analyse demographic history using unphased genomic data of a single individual. It is still unclear how this approach compares to other methods based on the Sequential Markovian Coalescent (e.g. Ref. [98]) and how to extend it to polyploid organisms.

MEMs identify evolutionary conserved sequences. Distant organisms rarely share long MEMs. In higher organisms such MEMs (for instance, the ones shared between human, mouse, and rat genomes and longer than 200bp) are usually interpreted as ultra-conserved elements, [99]. Although functions of such elements is still mostly unclear, their existence clearly demonstrates that effective mutation rate varies along the genome possibly due to different selective pressure acting on different loci of the genome [100].

MEMs reveal statistical properties of evolutionary conserved sequences. Variation of selective pressure along a genome generates a certain distribution of loci effective mutation rate. The selective pressure on a locus is affected by the fitness effect of a mutation at this locus and by the effective population size of the taxon [101, 102]. The distribution of fitness effects can in principle be assessed [103], but these methods require in general to conduct complex experiments in controlled environments. However, studying MEMs one can directly model the mosaic distribution of effective mutation rates under simple assumptions, following Refs. [82, 83, 85].

The evolutionary distance between orthologous regions of two taxa A and B along locus i is given by $\frac{\tau}{2}(\mu_A^i + \mu_B^i)$, where τ is the time divergence (twice the time to the last common ancestor of A and B) and μ_A^i is the effective mutation rate along locus i in taxon A . If we assume that (i) different loci have different effective mutation rates, such that μ_A^i and μ_B^i are distributed with certain non-trivial probability distributions along the genome that does not vanish at zero and (ii) μ_A^i and μ_B^i are not correlated, the density of the average mutation rate $\mu^i = (\mu_A^i + \mu_B^i)/2$ scales as $P(\mu^i) \sim \mu^i$ as $\mu^i \rightarrow 0$. Using this consideration and Eq. (4), the MEMs length distribution of two taxa that evolve under assumptions (i) and (ii) has a power-law tail with exponent $\alpha = -4$: $m(r) \sim r^{-4}$. This prediction is validated for different pairs of taxa (bacterial pairs and eukaryotic pairs) (see [82, 83, 85, 89, 104]), demonstrating how generic and robust are the taken model assumptions. In fact, one should distinguish between purely orthologous genomic regions and paralogous ones. For the last ones segmental duplication might have occurred before splitting of the considered pair of taxa. The MEMs along such loci is predicted and found empirically to follow a power-law tail with exponent $\alpha = -5$: $m(r) \sim r^{-5}$. See detailed discussion about this in Ref. [83].

In Ref. [85], it was shown that using this approach one can unravel conserved sequences and horizontally transferred ones (see below more detailed discussion about the latter ones) and construct calibrated phylogenetic trees of bacterial taxa (*Enterobacteriaceae* family was taken as an example). In sum, statistical properties of MEMs between different taxa shed light on the evolution of their genomes before and after their split, including non-neutral effects due to selective pressure.

MEMs identify and quantify horizontal gene transfers. In contrast to higher organisms, in bacterial domain of life, an ubiquitous source of long MEMs between distant taxa is horizontal gene transfer (HGT): transfer of genetic material from one organism to another [105, 106]. This happens via a variety of mechanisms: conjugation, transduction, and transformation [107]. In fact, to some extent, HGT present in all domains of life [108], but in the bacterial one, exchange of genetic material is a key driver of evolution (see e.g. [109]).

Since the discovery of HGT [110], several methods have been developed to infer HGT (see review in [111]). Arguably, the simplest one is to search long MEMs between two genomes, much longer than one would expect based on their average genome-wide genomic divergence [84, 112, 113]. An example of how this works one can see on Fig. 4 [84]. In the dot plot comparing the genome sequences of *Escherichia coli* and *Salmonella enterica* from the *Enterobacteriaceae* family (Fig. 4, a), there are many exact matches shorter than 300 bp along the diagonal, revealing a conservation of the genomic architecture at the family level. Filtering out matches shorter than 300 bp (Fig. 4, b)

completely eliminates the diagonal line, suggesting that exact matches in the orthologous sequences of these genomes are invariably short. Because very long exact sequence matches are extremely unlikely in orthologs, those that do occur are most likely xenologs [114]: sequences that are shared due to HGT event. As an example, Fig. 4, *c* shows a dot plot comparable to Fig. 4, *a*, but now comparing the genomes of distant *Enterococcus faecium* and *Atopobium minutum*. No diagonal line is present because these genomes belong to different phyla and therefore have low sequence identity. Nevertheless, an exact match spanning 19,117 bp is found (diagonal green line highlighted by the red ellipse). The most parsimonious explanation for such a long match is a recent HGT event. In addition, the GC content of the match (55%) deviates strongly from that of both genomes (38.3% and 48.9%, respectively), another indication that this sequence originates from HGT [111]. Alignment of this exact match with all non-redundant GenBank CDS translations using *blastx* [14], one finds very strong hits to VanB-type

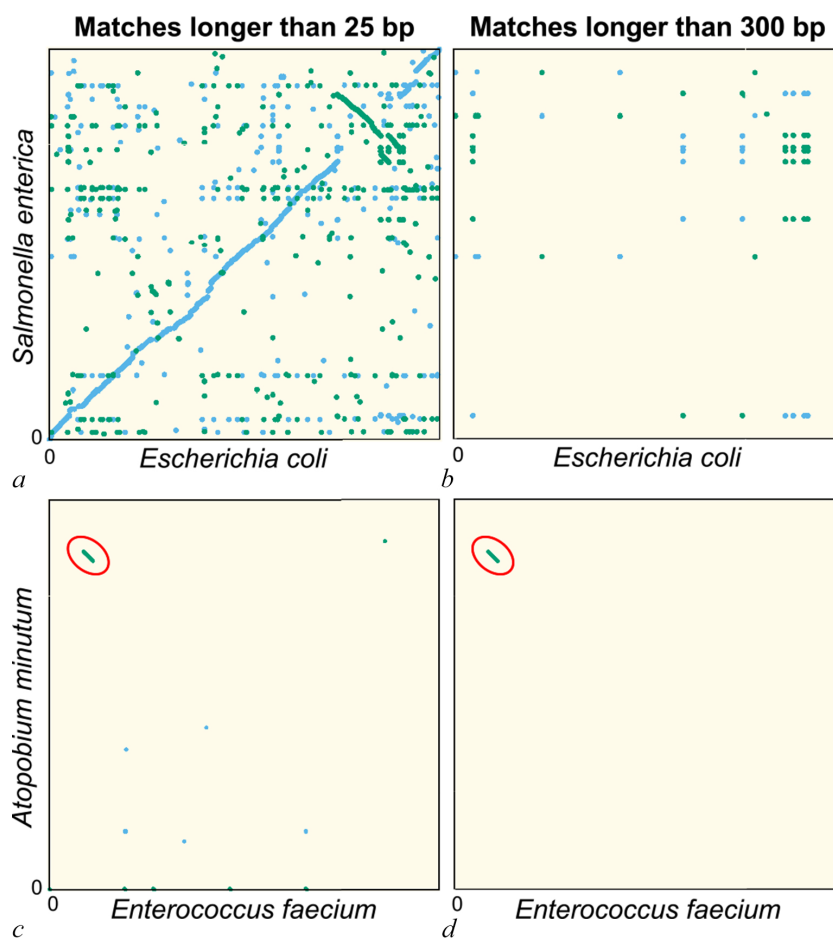


Fig. 4. Dot plots of MEMs found in pairs of distant bacteria. On panels *a* and *b* resp. *c* and *d*, each dot/line on the grid represents a MEM at locus *x* of the genome of *Escherichia coli* (resp. *Enterococcus faecium*) and locus *y* of the genome of *Salmonella enterica* (resp. *Atopobium minutum*). Blue dots/lines indicate MEMs between the forward strands of the two species, and green dots/lines those between the forward strand of *E. coli* (resp. *E. faecium*) and the reverse complement strand of *S. enterica* (resp. *A. minutum*). *a*, *b* — Full genomes of *E. coli* K-12 substr. MG1655 (U00096.3) and *S. enterica* (NC_003198.1), which both belong to the family of *Enterobacteriaceae*. Panel *a* shows all MEMs longer than 25 bp. The sequence similarity and synteny of both genomes, by descent, is evident from the diagonal blue line. Panel *b* only shows MEMs longer than 300 bp. *c*, *d* — Same as panels *a*, *b*, but for the first 1.4 Mbp of *E. faecium* (NZ_CP013009.1) and *A. minutum* (NZ_KB822533.1), which belong to different phyla, showing few MEMs longer than 25 bp (panel *c*). Yet, a single MEM of 19,117 bp is found, as indicated with red ellipses in panels *c*, *d*. The most parsimonious explanation for this long MEM is an event of horizontal gene transfer. Adapted from Ref. [84] with permission (color online)

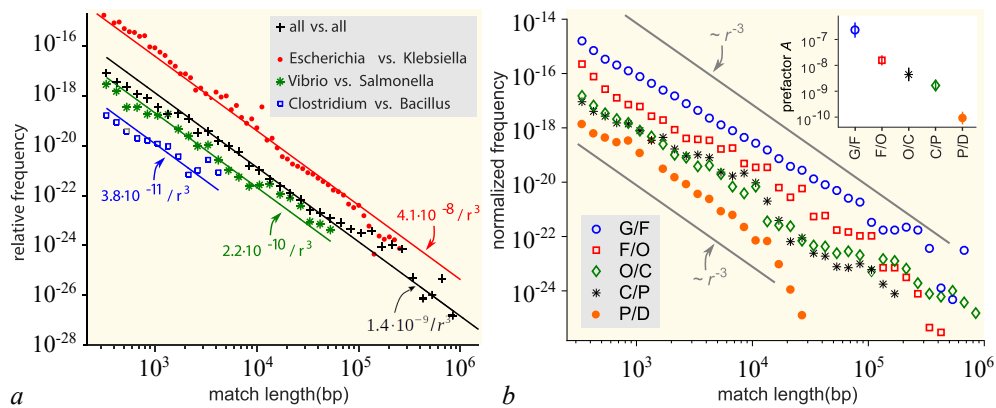


Fig. 5. *a* – MEMs length distributions in pairs of genomes from different genera (see legend). Each distribution is normalised to account for differences in the number of available genomes in each genus. Only the tails of the distributions (length $r \geq 300$) are shown. Solid lines are fits of power-laws with exponent $\alpha = -3$ Eq. (10) with just a single free parameter A . *b* – MEMs lengths resulting from comparison of all pairs of genera at a given taxonomic distance. G/F (blue circles): pairs of genera that belong to the same family. F/O (red squares): pairs of genera that belong to the same order, but to different families. O/C (green diamonds): Pairs of genera from the same class, but different orders. C/P (black stars): Same phylum, different classes. P/D (red circles): Same domain, different phyla. Grey lines indicate power-laws $m \sim r^{-3}$ for comparison. Inset: Fitted prefactor A for each of the distributions in the main figure. The prefactor decreases by orders of magnitude as the taxonomic distance increases. Adapted from Ref. [84] with permission (color online)

vancomycin resistance histidine, antirestriction protein (ArdA endonuclease), and an LtrC-family phage protein that is found in a large group of phages that infect Gram-positive bacteria [115]. Together, this suggests that the sequence was transferred by transduction and established in both bacteria aided by natural selection acting on the conferred vancomycin resistance. More general enrichment/depletion analysis (in Ref. [84]) of genes located along such long MEMs in different bacteria pairs indicated which groups of genes are more/less prone to HGT (see also [116] for comparison with other studies).

In addition to HGT events identification, long MEMs allow to estimate pairwise rate of HGT between two taxa using a simple model [84]. The model assumes that HGT acts as a continuous process on the evolutionary time-scale with rate (per bp) ρ between two taxa. Then the evolutionary time divergence between transferred genomic loci in the two taxa is uniformly distributed: $P(\tau) \sim \rho$. Using this and Eq. (3) one obtains that the distribution of MEMs lengths r between two taxa along horizontally transferred loci is

$$m(r) = \frac{A}{r^3}, \quad (10)$$

where the prefactor $A \propto \rho/\mu$ (μ is the mutation rate). Maybe not so surprisingly, if you have read through the review to this point, the empirical distributions of MEMs length nicely validate this prediction, as one can see in Fig. 5, *a*. Fitting prefactor A for different pairs of taxa, one can estimate HGT rate between these pairs. Using this approach one can also average HGT rate for different groups of taxa. For instance, as shown in Fig. 5, *b*, the average HGT rate strongly depends on the taxonomic distance and differs by 3 orders of magnitude for same-family genera, compared to bacteria pairs from different phyla.

Summary

In this article different ways to exploit exact sequence matches between genomic sequences were reviewed. It was shown that one can use exact matches (i) as starting points of alignments, (ii) to infer evolutionary relations of homologous sequences, (iii) to classify genomes and (iv) to validate and fit models of evolution of genomic sequences. Exact matches are clearly defined and can be relatively easily obtained from empirical data without setting more or less ambiguous parameters. This review illustrated application of exact matches in different fields of genomic studies.

References

1. Reeck G, de Haën C, Teller D, Doolittle R, Fitch W, Dickerson R, Chambon P, McLachlan A, Margoliash E, Jukes T, Zuckerkandl E. “Homology” in proteins and nucleic acids: A terminology muddle and a way out of it. *Cell*. 1987;50(5):667. DOI: 10.1016/0092-8674(87)90322-9.
2. Koonin E. Orthologs, paralogs, and evolutionary genomics. *Annual Review of Genetics*. 2005;39:309–338. DOI: 10.1146/annurev.genet.39.073003.114725.
3. Marçais G, Kingsford C. A fast, lock-free approach for efficient parallel counting of occurrences of k-mers. *Bioinformatics*. 2011;27(6):764–770. DOI: 10.1093/bioinformatics/btr011.
4. Claverie J, Sauvaget I, Bougueleret L. Computer generation and statistical analysis of a data bank of protein sequences translated from GenBank. *Biochimie*. 1985;67(5):437–443. DOI: 10.1016/s0300-9084(85)80261-3.
5. Karlin S, Mrázek J. Compositional differences within and between eukaryotic genomes. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1997;94(19):10227–10232. DOI: 10.1073/pnas.94.19.10227.
6. Mahajan S, Agashe D. Evolutionary jumps in bacterial GC content. *G3 Genes|Genomes|Genetics*. 2022;12(8):jkac108. DOI: 10.1093/g3journal/jkac108.
7. Karlin S. Global dinucleotide signatures and analysis of genomic heterogeneity. *Current Opinion in Microbiology*. 1998;1(5):598–610. DOI: 10.1016/S1369-5274(98)80095-7.
8. Angeloni A, Bogdanovic O. Sequence determinants, function, and evolution of CpG islands. *Biochemical Society Transactions*. 2021;49(3):1109–1119. DOI: 10.1042/BST20200695.
9. Parvathy S, Udayasuriyan V, Bhadana V. Codon usage bias. *Molecular Biology Reports*. 2022;49(1):539–565.
10. Gusfield D. Algorithms on strings, trees, and sequences: Computer science and computational biology. *Acm Sigact News*. 1997;28(4):41–60.
11. Gibbs A, McIntyre G. The diagram, a method for comparing sequences: Its use with amino acid and nucleotide sequences. *European Journal of Biochemistry*. 1970;16(1):1–11. DOI: 10.1111/j.1432-1033.1970.tb01046.x.
12. Karlin S, Altschul S. Methods for assessing the statistical significance of molecular sequence features by using general scoring schemes. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1990;87(6):2264–2268. DOI: 10.1073/pnas.87.6.2264.
13. Karlin S, Altschul S. Applications and statistics for multiple high-scoring segments in molecular sequences. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1993;90(12):5873–5877. DOI: 10.1073/pnas.90.12.5873.
14. Altschul S, Gish W, Miller W, Myers E, Lipman D. Basic local alignment search tool. *Journal of Molecular Biology*. 1990;215(3):403–410. DOI: 10.1016/S0022-2836(05)80360-2.
15. Brown D. A survey of seeding for sequence alignment. In: *Bioinformatics Algorithms: Techniques and Applications*. New York: Wiley; 2007. P. 117–142. DOI: 10.1002/9780470253441.ch6.
16. Ebel M, Migliorelli G, Stanke M. Global, highly specific and fast filtering of alignment seeds. *BMC Bioinformatics*. 2022;23(1):225. DOI: 10.1186/s12859-022-04745-4.
17. Wilbur W, Lipman D. Rapid similarity searches of nucleic acid and protein data banks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1983;80(3):726–730. DOI: 10.1073/pnas.80.3.726.
18. Lipman D, Pearson W. Rapid and sensitive protein similarity searches. *Science*. 1985;227(4693):1435–1441. DOI: 10.1126/science.2983426.
19. Ma B, Tromp J, Li M. PatternHunter: faster and more sensitive homology search. *Bioinformatics*. 2002;18(3):440–445.
20. Burkhardt S, Kärkkäinen J. Better filtering with gapped q-grams. *Fundamenta Informaticae*. 2003;56(1–2):51–70.
21. Schwartz S, Kent W, Smit A, Zhang Z, Baertsch R, Hardison R, Haussler D, Miller W. Human-mouse alignments with BLASTZ. *Genome Research*. 2003;13(1):103–107. DOI: 10.1101/gr.809403.

22. Noé L, Kucherov G. Improved hit criteria for DNA local alignment. *BMC Bioinformatics*. 2004;5:149. DOI: 10.1186/1471-2105-5-149.
23. Buchfink B, Xie C, Huson D. Fast and sensitive protein alignment using DIAMOND. *Nature Methods*. 2015;12(1):59–60. DOI: 10.1038/nmeth.3176.
24. Harris R. Improved Pairwise Alignment of Genomic DNA. University Park, PA United States: The Pennsylvania State University; 2007. 84 p.
25. Morgulis A, Coulouris G, Raytselis Y, Madden T, Agarwala R, Schäffer A. Database indexing for production MegaBLAST searches. *Bioinformatics*. 2008;24(16):1757–1764. DOI: 10.1093/bioinformatics/btn322.
26. Alser M, Rotman J, Deshpande D, Taraszka K, Shi H, Baykal P, Yang H, Xue V, Knyazev S, Singer B, Balliu B, Koslicki D, Skums P, Zelikovsky A, Alkan C, Mutlu O, Mangul S. Technology dictates algorithms: recent developments in read alignment. *Genome Biology*. 2021;22(1):249. DOI: 10.1186/s13059-021-02443-7.
27. Li H. Minimap2: pairwise alignment for nucleotide sequences. *Bioinformatics*. 2018;34(18):3094–3100. DOI: 10.1093/bioinformatics/bty191.
28. Edgar R. Syncmers are more sensitive than minimizers for selecting conserved k-mers in biological sequences. *PeerJ*. 2021;9:e10805. DOI: 10.7717/peerj.10805.
29. Sahlin K. Effective sequence similarity detection with strobemers. *Genome Research*. 2021;31(11):2080–2094. DOI: 10.1101/gr.275648.121.
30. Bray N, Pachter L. MAVID: Constrained ancestral alignment of multiple sequences. *Genome Research*. 2004;14(4):693–699. DOI: 10.1101/gr.1960404.
31. Choi J, Cho H, Kim S. GAME: A simple and efficient whole genome alignment method using maximal exact match filtering. *Computational Biology and Chemistry*. 2005;29(3):244–253. DOI: 10.1016/j.compbiolchem.2005.04.004.
32. Abouelhoda M, Kurtz S, Ohlebusch E. CoCoNUT: an efficient system for the comparison and analysis of genomes. *BMC Bioinformatics*. 2008;9:476. DOI: 10.1186/1471-2105-9-476.
33. Delcher A, Kasif S, Fleischmann R, Peterson J, White O, Salzberg S. Alignment of whole genomes. *Nucleic Acids Research*. 1999;27(11):2369–2376. DOI: 10.1093/nar/27.11.2369.
34. Marçais G, Delcher A, Phillippy A, Coston R, Salzberg S, Zimin A. MUMmer4: A fast and versatile genome alignment system. *PLoS Computational Biology*. 2018;14(1):e1005944. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1005944.
35. Weiner P. Linear pattern matching algorithms. In: 14th Annual Symposium on Switching and Automata Theory (SWAT 1973). New York: IEEE; 1973. P. 1–11. DOI: 10.1109/SWAT.1973.13.
36. Ukkonen E. On-line construction of suffix trees. *Algorithmica*. 1995;14(3):249–260. DOI: 10.1007/BF01206331.
37. Zielezinski A, Vinga S, Almeida J, Karlowski W. Alignment-free sequence comparison: benefits, applications, and tools. *Genome Biology*. 2017;18(1):186. DOI: 10.1186/s13059-017-1319-7.
38. Bernard G, Chan C, Chan Y, Chua X, Cong Y, Hogan J, Maetschke S, Ragan M. Alignment-free inference of hierarchical and reticulate phylogenomic relationships. *Briefings in Bioinformatics*. 2019;20(2):426–435. DOI: 10.1093/bib/bbx067.
39. Felsenstein J. *Inferring Phylogenies*. Oxford University Press; 2004. 580 p.
40. Sheinman M, Massip F, Arndt P. Statistical properties of pairwise distances between leaves on a random yule tree. *PLoS ONE*. 2015;10(3):e0120206. DOI: 10.1371/journal.pone.0120206.
41. Qi J, Luo H, Hao B. CVTree: a phylogenetic tree reconstruction tool based on whole genomes. *Nucleic Acids Research*. 2004;32(Suppl_2):W45–W47. DOI: 10.1093/nar/gkh362.
42. Sims G, Jun S, Wu G, Kim S. Alignment-free genome comparison with feature frequency profiles (FFP) and optimal resolutions. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2009;106(8):2677–2682. DOI: 10.1073/pnas.0813249106.
43. Reinert G, Chew D, Sun F, Waterman M. Alignment-free sequence comparison (I): Statistics and power. *Journal of Computational Biology*. 2009;16(12):1615–1634. DOI: 10.1089/cmb.2009.0198.

44. Wan L, Reinert G, Sun F, Waterman M. Alignment-free sequence comparison (II): Theoretical power of comparison statistics. *Journal of Computational Biology*. 2010;17(11):1467–1490. DOI: 10.1089/cmb.2010.0056.
45. Song K, Ren J, Zhai Z, Liu X, Deng M, Sun F. Alignment-free sequence comparison based on next-generation sequencing reads. *Journal of Computational Biology*. 2013;20(2):64–79. DOI: 10.1089/cmb.2012.0228.
46. Aflitos S, Severing E, Sanchez-Perez G, Peters S, de Jong H, de Ridder D. Cnidaria: fast, reference-free clustering of raw and assembled genome and transcriptome NGS data. *BMC Bioinformatics*. 2015;16(1):352. DOI: 10.1186/s12859-015-0806-7.
47. Fan H, Ives A, Surget-Groba Y, Cannon C. An assembly and alignment-free method of phylogeny reconstruction from next-generation sequencing data. *BMC Genomics*. 2015;16(1):522. DOI: 10.1186/s12864-015-1647-5.
48. Bromberg R, Grishin N, Otwinowski Z. Phylogeny reconstruction with alignment-free method that corrects for horizontal gene transfer. *PLoS Computational Biology*. 2016;12(6):e1004985. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1004985.
49. Ulitsky I, Burstein D, Tuller T, Chor B. The average common substring approach to phylogenomic reconstruction. *Journal of Computational Biology*. 2006;13(2):336–350. DOI: 10.1089/cmb.2006.13.336.
50. Leimeister C, Morgenstern B. kmacs: the k -mismatch average common substring approach to alignment-free sequence comparison. *Bioinformatics*. 2014;30(14):2000–2008. DOI: 10.1093/bioinformatics/btu331.
51. Horwege S, Lindner S, Boden M, Hatje K, Kollmar M, Leimeister C, Morgenstern B. Spaced words and kmacs: fast alignment-free sequence comparison based on inexact word matches. *Nucleic Acids Research*. 2014;42(W1):W7–W11. DOI: 10.1093/nar/gku398.
52. Haubold B, Pfaffelhuber P, Domazet-Loso M, Wiehe T. Estimating mutation distances from unaligned genomes. *Journal of Computational Biology*. 2009;16(10):1487–1500. DOI: 10.1089/cmb.2009.0106.
53. Morgenstern B, Schöbel S, Leimeister C. Phylogeny reconstruction based on the length distribution of k-mismatch common substrings. *Algorithms for Molecular Biology*. 2017;12(1):27. DOI: 10.1186/s13015-017-0118-8.
54. Břinda K, Sykulski M, Kucherov G. Spaced seeds improve k-mer-based metagenomic classification. *Bioinformatics*. 2015;31(22):3584–3592. DOI: 10.1093/bioinformatics/btv419.
55. Ondov B, Treangen T, Melsted P, Mallonee A, Bergman N, Koren S, Phillippy A. Mash: fast genome and metagenome distance estimation using MinHash. *Genome Biology*. 2016;17(1):132. DOI: 10.1186/s13059-016-0997-x.
56. Lu J, Breitwieser F, Thielen P, Salzberg S. Bracken: estimating species abundance in metagenomics data. *PeerJ Computer Science*. 2017;3(1):e104. DOI: 10.7717/peerj-cs.104.
57. Linard B, Swenson K, Pardi F. Rapid alignment-free phylogenetic identification of metagenomic sequences. *Bioinformatics*. 2019;35(18):3303–3312. DOI: 10.1093/bioinformatics/btz068.
58. Hosseini M, Pratas D, Morgenstern B, Pinho A. Smash++: an alignment-free and memory-efficient tool to find genomic rearrangements. *GigaScience*. 2020;9(5):giaa048.
59. Navarro-Gomez D, Leipzig J, Shen L, Lott M, Stassen A, Wallace D, Wiggs J, Falk M, van Oven M, Gai X. Phy-Mer: a novel alignment-free and reference-independent mitochondrial haplogroup classifier. *Bioinformatics*. 2015;31(8):1310–1312. DOI: 10.1093/bioinformatics/btu825.
60. Lees J, Harris S, Tonkin-Hill G, Gladstone R, Lo S, Weiser J, Corander J, Bentley S, Croucher N. Fast and flexible bacterial genomic epidemiology with PopPUNK. *Genome Research*. 2019;29(2):304–316. DOI: 10.1101/gr.241455.118.
61. Břinda K, Callendrello A, Cowley L, Charalampous T, Lee R, MacFadden D, Kucherov G, O'Grady J, Baym M, Hanage W. Lineage calling can identify antibiotic resistant clones within minutes. *bioRxiv*. 2018;(403204).

62. Zhang Q, Jun S, Leuze M, Ussery D, Nookaew I. Viral phylogenomics using an alignment-free method: A three-step approach to determine optimal length of k-mer. *Scientific Reports*. 2017;7(1):40712. DOI: 10.1038/srep40712.
63. Ahlgren N, Ren J, Lu Y, Fuhrman J, Sun F. Alignment-free d_2^* oligonucleotide frequency dissimilarity measure improves prediction of hosts from metagenomically-derived viral sequences. *Nucleic Acids Research*. 2017;45(1):39–53. DOI: 10.1093/nar/gkw1002.
64. Consortium IHGS. Initial sequencing and analysis of the human genome. *Nature*. 2001;409(6822): 860–921. DOI: 10.1038/35057062.
65. Peng C, Buldyrev S, Goldberger A, Havlin S, Sciortino F, Simons M, Stanley H. Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*. 1992;356(6365):168–170. DOI: 10.1038/356168a0.
66. Price A, Jones N, Pevzner P. De novo identification of repeat families in large genomes. *Bioinformatics*. 2005;21(Suppl_1):i351–i358. DOI: 10.1093/bioinformatics/bti1018.
67. Estoup J. *Gammes sténographiques: méthode et exercices pour l'acquisition de la vitesse*. Institut Sténographique; 1916.
68. Zipf G. *Human Behavior and the Principle of Least Effort: An Introduction to Human Ecology*. Cambridge, Mass.: Addison-Wesley Press; 1949. 573 p.
69. Newman M. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics*. 2005;46(5): 323–351. DOI: 10.1080/00107510500052444.
70. Mantegna R, Buldyrev S, Goldberger A, Havlin S, Peng C, Simons M, Stanley H. Linguistic features of noncoding DNA sequences. *Physical Review Letters*. 1994;73(23):3169–3172. DOI: 10.1103/PhysRevLett.73.3169.
71. Gimona M. Protein linguistics – a grammar for modular protein assembly? *Nature Reviews Molecular Cell Biology*. 2006;7(1):68–73. DOI: 10.1038/nrm1785.
72. Loose C, Jensen K, Rigoutsos I, Stephanopoulos G. A linguistic model for the rational design of antimicrobial peptides. *Nature*. 2006;443(7113):867–869. DOI: 10.1038/nature05233.
73. Csűrös M, Noé L, Kucherov G. Reconsidering the significance of genomic word frequencies. *Trends in Genetics*. 2007;23(11):543–546. DOI: 10.1016/j.tig.2007.07.008.
74. Sindi S, Hunt B, Yorke J. Duplication count distributions in DNA sequences. *Physical Review E*. 2008;78(6):061912. DOI: 10.1103/PhysRevE.78.061912.
75. Sheinman M, Ramisch A, Massip F, Arndt P. Evolutionary dynamics of selfish DNA explains the abundance distribution of genomic subsequences. *Scientific Reports*. 2016;6(1):30851. DOI: 10.1038/srep30851.
76. Schmid C. Alu: structure, origin, evolution, significance, and function of one-tenth of human DNA. *Progress in Nucleic Acid Research and Molecular Biology*. 1996;53:283–319. DOI: 10.1016/S0079-6603(08)60148-8.
77. Austen J. *Pride and Prejudice*. Whitehall, London: T. Egerton; 1813. 279 p.
78. Sakoparnig T, Field C, van Nimwegen E. Whole genome phylogenies reflect the distributions of recombination rates for many bacterial species. *eLife*. 2021;10:e65366. DOI: 10.7554/eLife.65366.
79. Dixit P, Pang T, Studier F, Maslov S. Recombinant transfer in the basic genome of *Escherichia coli*. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2015;112(29):9070–9075. DOI: 10.1073/pnas.1510839112.
80. Harris K, Nielsen R. Inferring demographic history from a spectrum of shared haplotype lengths. *PLoS Genetics*. 2013;9(6):e1003521. DOI: 10.1371/journal.pgen.1003521.
81. Massip F, Arndt P. Neutral evolution of duplicated DNA: An evolutionary stick-breaking process causes scale-invariant behavior. *Physical Review Letters*. 2013;110(14):148101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.148101.
82. Massip F, Sheinman M, Schbath S, Arndt P. How evolution of genomes is reflected in exact DNA sequence match statistics. *Molecular Biology and Evolution*. 2015;32(2):524–535. DOI: 10.1093/molbev/msu313.

83. Massip F, Sheinman M, Schbath S, Arndt P. Comparing the statistical fate of paralogous and orthologous sequences. *Genetics*. 2016;204(2):475–482. DOI: 10.1534/genetics.116.193912.
84. Sheinman M, Arkhipova K, Arndt P, Dutilh B, Hermsen R, Massip F. Identical sequences found in distant genomes reveal frequent horizontal transfer across the bacterial domain. *eLife*. 2021;10:e62719. DOI: 10.7554/eLife.62719.
85. Sheinman M, Arndt P, Massip F. Modeling the mosaic structure of bacterial genomes to infer their evolutionary history. *bioRxiv*. 2023;(2023.09.22.558938). DOI: 10.1101/2023.09.22.558938.
86. Arndt P, Massip F, Sheinman M. An analytical derivation of the distribution of distances between heterozygous sites in diploid species to efficiently infer demographic history. *bioRxiv*. 2023;(2023.09.20.558510). DOI: 10.1101/2023.09.20.558510.
87. Arndt P. Sequential and continuous time stick-breaking. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2019;2019(6):064003. DOI: 10.1088/1742-5468/ab1dd8.
88. Ziff R, McGrady E. The kinetics of cluster fragmentation and depolymerisation. *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1985;18(15):3027–3037. DOI: 10.1088/0305-4470/18/15/026.
89. Gao K, Miller J. Algebraic distribution of segmental duplication lengths in whole-genome sequence self-alignments. *PLoS ONE*. 2011;6(7):e18464. DOI: 10.1371/journal.pone.0018464.
90. Bailey J, Eichler E. Primate segmental duplications: crucibles of evolution, diversity and disease. *Nature Reviews Genetics*. 2006;7(7):552–564. DOI: 10.1038/nrg1895.
91. Vanin E. Processed pseudogenes: characteristics and evolution. *Annual Review of Genetics*. 1985;19:253–272. DOI: 10.1146/annurev.ge.19.120185.001345.
92. Okamura K, Nakai K. Retrotransposition as a source of new promoters. *Molecular Biology and Evolution*. 2008;25(6):1231–1238. DOI: 10.1093/molbev/msn071.
93. Kaessmann H, Vinckenbosch N, Long M. RNA-based gene duplication: mechanistic and evolutionary insights. *Nature Reviews Genetics*. 2009;10(1):19–31. DOI: 10.1038/nrg2487.
94. Kingman J. The coalescent. *Stochastic Processes and their Applications*. 1982;13(3):235–248. DOI: 10.1016/0304-4149(82)90011-4.
95. Hein J, Schierup M, Wiuf C. *Gene Genealogies, Variation and Evolution: A Primer in Coalescent Theory*. Oxford: Oxford University Press; 2004. 296 p.
96. Ceballos F, Joshi P, Clark D, Ramsay M, Wilson J. Runs of homozygosity: windows into population history and trait architecture. *Nature Reviews Genetics*. 2018;19(4):220–234. DOI: 10.1038/nrg.2017.109.
97. Henn B, Cavalli-Sforza L, Feldman M. The great human expansion. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 2012;109(44):17758–17764. DOI: 10.1073/pnas.1212380109.
98. Li H, Durbin R. Inference of human population history from individual whole-genome sequences. *Nature*. 2011;475(7357):493–496. DOI: 10.1038/nature10231.
99. Bejerano G, Pheasant M, Makunin I, Stephen S, Kent W, Mattick J, Haussler D. Ultraconserved elements in the human genome. *Science*. 2004;304(5675):1321–1325. DOI: 10.1126/science.1098119.
100. Snetkova V, Pennacchio L, Visel A, Dickel D. Perfect and imperfect views of ultraconserved sequences. *Nature Reviews Genetics*. 2022;23(3):182–194. DOI: 10.1038/s41576-021-00424-x.
101. Sturtevant A. Essays on evolution. I. On the effects of selection on mutation rate. *The Quarterly Review of Biology*. 1937;12(4):464–467.
102. Silander O, Tenailon O, Chao L. Understanding the evolutionary fate of finite populations: The dynamics of mutational effects. *PLoS Biology*. 2007;5(4):e94. DOI: 10.1371/journal.pbio.0050094.
103. Eyre-Walker A, Keightley P. The distribution of fitness effects of new mutations. *Nature Reviews Genetics*. 2007;8(8):610–618. DOI: 10.1038/nrg2146.
104. Gao K, Miller J. Human–chimpanzee alignment: Ortholog exponentials and paralog power laws. *Computational Biology and Chemistry*. 2014;53:59–70. DOI: 10.1016/j.compbiolchem.2014.08.010.

105. Boto L. Horizontal gene transfer in evolution: facts and challenges. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*. 2010;277(1683):819–827. DOI: 10.1098/rspb.2009.1679.
106. Puigbò P, Lobkovsky A, Kristensen D, Wolf Y, Koonin E. Genomes in turmoil: quantification of genome dynamics in prokaryote supergenomes. *BMC Biology*. 2014;12:66. DOI: 10.1186/s12915-014-0066-4.
107. Soucy S, Huang J, Gogarten J. Horizontal gene transfer: building the web of life. *Nature Reviews Genetics*. 2015;16(8):472–482. DOI: 10.1038/nrg3962.
108. Van Etten J, Bhattacharya D. Horizontal gene transfer in eukaryotes: Not if, but how much? *Trends in Genetics*. 2020;36(12):915–925. DOI: 10.1016/j.tig.2020.08.006.
109. Boucher Y, Cordero O, Takemura A, Hunt D, Schliep K, Baptiste E, Lopez P, Tarr C, Polz M. Local mobile gene pools rapidly cross species boundaries to create endemicity within global *Vibrio cholerae* populations. *mBio*. 2011;2(2):e00335–10. DOI: 10.1128/mBio.00335-10.
110. Freeman V. Studies on the virulence of bacteriophage-infected strains of *Corynebacterium diphtheriae*. *Journal of Bacteriology*. 1951;61(6):675–688. DOI: 10.1128/jb.61.6.675-688.1951.
111. Ravenhall M, Škunca N, Lassalle F, Dessimoz C. Inferring horizontal gene transfer. *PLoS Computational Biology*. 2015;11(5):e1004095. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1004095.
112. Smillie C, Smith M, Friedman J, Cordero O, David L, Alm E. Ecology drives a global network of gene exchange connecting the human microbiome. *Nature*. 2011;480(7376):241–244. DOI: 10.1038/nature10571.
113. Groussin M, Poyet M, Sistiaga A, Kearney S, Moniz K, Noel M, Hooker J, Gibbons S, Segurel L, Froment A, Mohamed R, Fezeu A, Juimo V, Lafosse S, Tabe F, Girard C, Iqaluk D, Nguyen LTT, Shapiro BJ, Lehtimäki J, Ruokolainen L, Kettunen PP, Vatanen T, Sigwazi S, Mabulla A, Domínguez-Rodrigo M, Nartey YA, Agyei-Nkansah A, Duah A, Awuku YA, Valles KA, Asibey SO, Afihene MY, Roberts LR, Plymoth A, Onyekwere CA, Summons RE, Xavier RJ, Alm EJ. Elevated rates of horizontal gene transfer in the industrialized human microbiome. *Cell*. 2021;184(8):2053–2067.e18. DOI: 10.1016/j.cell.2021.02.052.
114. Darby C, Stolzer M, Ropp P, Barker D, Durand D. Xenolog classification. *Bioinformatics*. 2017;33(5):640–649. DOI: 10.1093/bioinformatics/btw686.
115. Quiles-Puchalt N, Tormo-Más MA, Campoy S, Toledo-Arana A, Monedero V, Lasa I, Novick R, Christie G, Penadés J. A super-family of transcriptional activators regulates bacteriophage packaging and lysis in Gram-positive bacteria. *Nucleic Acids Research*. 2013;41(15):7260–7275. DOI: 10.1093/nar/gkt508.
116. Dmitrijeva M, Tackmann J, Rodrigues J, Huerta-Cepas J, Coelho L, von Mering C. A global survey of eco-evolutionary pressures acting on horizontal gene transfer. *Research Square*. 2023:25. DOI: 10.21203/rs.3.rs-3062985/v1.



Шейнман Михаил — окончил Технион (Израильский технологический институт). Имеет степень PhD. В настоящее время работает в Севастопольском государственном университете в должности ведущего научного сотрудника. Область научных интересов — биофизика, геномика, эволюция.

Россия, 299053 Севастополь, ул. Университетская, 33
 Севастопольский государственный университет
 E-mail: msheinman@mail.sevsu.ru
 ORCID: 0000-0002-3717-1722



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Научная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003074
EDN: WJIYFW

Коллективная динамика нейронной сети из возбуждающей и подавляющей популяций: колебания, тристабильность, хаос

С. Ю. Кириллов¹, А. А. Злобин^{1,2}, В. В. Клиньшов^{1,2}✉

¹Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
им. А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

²Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Россия
E-mail: skirillov@ipfran.ru, sanzlobin@yandex.ru, ✉vladimir.klinshov@ipfran.ru

Поступила в редакцию 2.05.2023, принята к публикации 13.07.2023,
опубликована онлайн 10.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель работы заключается в изучении коллективной динамики нейронной сети, состоящей из двух неоднородных популяций: возбуждающей и подавляющей. **Методы.** Исследование опирается на подходы среднеполевой теории, в рамках которой используется метод сведения динамики сети к модели нейронных масс нового поколения, и проводится бифуркационный анализ полученной редуцированной модели. **Результаты.** Получены условия и механизмы возникновения различных динамических режимов модели (таких как коллективные колебания, мультистабильность разных типов и хаотическая коллективная динамика), соответствующих различным режимам коллективной активности полной сети. **Заключение.** Низкоразмерная редуцированная модель является эффективным инструментом для исследования основных закономерностей коллективной динамики крупномасштабных нейронных сетей. Вместе с тем анализ микроскопической динамики позволяет выявить также и более тонкие эффекты, такие как возникновение в сети кластеров синхронной активности и эффект смещения границ существования динамических режимов.

Ключевые слова: нейронные сети, коллективная динамика, теория среднего поля, модели нейронных масс.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Министерством высшего образования и науки РФ в рамках государственного задания ИПФ РАН, проект FFUF-2021-0011.

Для цитирования: Кириллов С. Ю., Злобин А. А., Клиньшов В. В. Коллективная динамика нейронной сети из возбуждающей и подавляющей популяций: колебания, тристабильность, хаос // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 757–775. DOI: 10.18500/0869-6632-003074. EDN: WJIYFW

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Collective dynamics of a neural network of excitable and inhibitory populations: oscillations, tristability, chaos

S. Y. Kirillov¹, A. A. Zlobin^{1,2}, V. V. Klinshov^{1,2}✉

¹Federal Research Center A. V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the RAS, Nizhny Novgorod, Russia

²Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Russia

E-mail: skirillov@ipfran.ru, sanzlobin@yandex.ru, ✉vladimir.klinshov@ipfran.ru

Received 2.05.2023, accepted 13.07.2023, available online 10.11.2023, published 30.11.2023

The *purpose* of this work is to study the collective dynamics of a neural network consisting of excitatory and inhibitory populations. The *method* of reducing the network dynamics to new generation neural mass models is used, and a bifurcation analysis of the model is carried out. As a *result* the conditions and mechanisms for the emergence of various modes of network collective activity are described, including collective oscillations, multistability of various types, and chaotic collective dynamics. *Conclusion*. The low-dimensional reduced model is an effective tool for studying the essential patterns of collective dynamics in large-scale neural networks. At the same time, the analysis also allows us to elicit more subtle effects, such as the emergence of synchrony clusters in the network and the shifting effect for the boundaries of the existence of dynamical modes.

Keywords: neural networks, collective dynamics, mean-field theory, neural mass models.

Acknowledgements. The work was supported by the Government assignment to the Institute of Applied Physics (Project No. FFUF-2021-0011).

For citation: Kirillov SY, Zlobin AA, Klinshov VV. Collective dynamics of a neural network of excitable and inhibitory populations: oscillations, tristability, chaos. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(6):757–775. DOI: 10.18500/0869-6632-003074

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Исследование коллективной динамики крупномасштабных нейронных сетей является одним из важных направлений, необходимых для понимания принципов функционирования центральной нервной системы и обработки ею информации. Однако использование для этих целей реалистичных детализированных сетевых моделей, учитывающих особенности поведения отдельных нейронов, вызывает как технические сложности, связанные с численным моделированием сетей большего размера, так и сложности с теоретическим обобщением и интерпретацией больших объемов получаемых результатов. Во избежание этих сложностей зачастую применяются среднеполевые модели, так называемые модели «нейронных масс», описывающие динамику популяции нейронов в терминах усредненных, физически релевантных переменных, таких как средняя частота генерации потенциалов действия или средний мембранный потенциал. Используя подобные модели в качестве «строительных блоков», можно создавать из них мезо- и макроскопические модели крупномасштабных нейронных сетей, содержащих множество взаимодействующих популяций [1, 2].

В последнее время все большую популярность при теоретическом моделировании нейронных систем приобретает так называемое «новое поколение» моделей нейронных масс [3], ведущее свою историю от модели Монтбрио–Пазо–Роксина [4]. Отличительными чертами этих редуцированных моделей являются, во-первых, возможность их строгого вывода из уравнений для микроскопической динамики нейронов, а во-вторых, их способность не только описывать среднюю активность популяции, но и учитывать степень ее синхронизации. Последнее обстоятельство имеет особое значение для исследования ритмов головного мозга, которые являются проявлением коллективной колебательной активности нейронных сетей. Так, модели нейронных масс нового поколения были использованы для моделирования гамма-ритмов [5], взаимодействий между

тета- и гамма-ритмами [6], влияния движений на изменения бета-ритмов [7]. Модели такого типа использовались для изучения колебаний в сетях, состоящих из нескольких популяций [8], а также для моделирования распределенных систем — нейронных полей [9] и мозга в целом [10, 11].

Нейронная сеть, состоящая из двух взаимодействующих популяций — возбуждающей и подавляющей — является одной из базовых фундаментальных структур (мотивов) в крупномасштабных сетях мозга [12–16]. Модели нейронных масс нового поколения активно использовались для исследования коллективной динамики таких двухпопуляционных нейронных сетей. Так, в работе [8] было продемонстрировано возникновение синхронной колебательной активности в такой сети, связанное с переходом через бифуркацию Андронова–Хопфа в соответствующей редуцированной модели. В работе [17] модели нейронных масс были использованы для изучения возникновения коллективных колебаний в сбалансированных нейронных сетях (следует отметить, что среднеполевая модель в этом случае демонстрировала лишь затухающие колебания, тогда как самоподдерживающиеся колебания в микроскопической системе возникали за счет эффектов конечного размера). В работе [18] исследовалось влияние собственных временных масштабов популяций на возникающие в системе колебания. Показано, что в зависимости от соотношения мембранных времен подавляющей и возбуждающей популяций могут возникать как сильно синхронизированные (так называемые PING), так и слабо модулированные гамма-ритмы. В работе [19] показано, что возникновение коллективных колебаний в двухпопуляционной сети может быть связано как с переходом через суперкритическую, так и с переходом через субкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа в редуцированной модели. В работе [20] изучено возникновение квазипериодических и хаотических коллективных колебаний. В работе [21] исследована кроссчастотная синхронизация между двумя популяциями. В работе [22] изучен эффект подавления колебаний внешним воздействием. В работе [23] изучена синхронизация периодических коллективных колебаний внешним периодическим сигналом.

Обилие работ по динамике модели нейронных масс двухпопуляционной возбуждающе-подавляющей сети побуждает к систематизации и осмыслению полученных результатов, что и послужило первоначальной мотивацией настоящей работы. Однако при тщательном изучении системы в ней были обнаружены также и новые, ранее не описанные динамические режимы и механизмы их возникновения. Таким образом, настоящая работа представляет собой первое детальное, хоть и не претендующее на полноту исследование динамики и бифуркаций модели нейронных масс сети, состоящей из возбуждающей и подавляющей популяций.

Работа структурирована следующим образом. В разделе 1 мы формулируем модель сети и соответствующую ей модель нейронной массы. В разделе 2 рассматривается базовый случай слабых связей, когда динамика двухпопуляционной модели качественно не отличается от динамики одной возбуждающей популяции. В разделе 3 исследовано возникновение коллективных периодических колебаний. Раздел 4 посвящен формированию в системе тристабильности — сосуществования трех устойчивых асинхронных состояний. В разделе 5 изучена хаотическая коллективная динамика. В Заключении кратко подведены итоги исследования.

1. Модель

Рассмотрим систему, состоящую из двух популяций нейронов (популяции мы также далее будем называть модулями, когда это относится к редуцированной системе) — возбуждающей E и подавляющей I (далее индексы e, i определяют принадлежность параметра возбуждающей или подавляющей популяции). Каждый нейрон описывается моделью квадратичного накопления и сброса

$$\dot{V}_j = V_j^2 + \eta_j + I_j(t), \quad (1)$$

где V_j — мембранный потенциал j -го нейрона, η_j — неоднородный ток смещения, а $I_j(t)$ — совокупный ток, получаемый j -м нейроном от других нейронов сети. Для каждого нейрона из популяции $X = \{e, i\}$ этот ток определяется как

$$I_X = J_{eX}r_e + J_{iX}r_i, \quad (2)$$

где J_{YX} — сила синаптических связей, действующих со стороны популяции Y на популяцию X , а r_X — полный выходной сигнал популяции X , нормированный на число ее элементов, и имеющий смысл средней частоты генерации спайков:

$$r_X(t) = \frac{1}{N_X} \sum_{j \in X} \sum_{k | t_j^k \leq t} \delta(t - t_j^k). \quad (3)$$

Здесь N_X — число нейронов в популяции X . Каждый j -й нейрон генерирует индивидуальные спайки в моменты времени t_j^k , которые определяются из дополнительного условия: когда мембранный потенциал нейрона V_j достигает некоторого, заданного наперед порогового значения V_p . После генерации спайка потенциал сбрасывается в значение V_r . В дальнейшем полагаем, что $V_p = -V_r = \infty$.

При большом числе нейронов в обеих популяциях (в термодинамическом пределе при $N_X \rightarrow \infty$) динамика каждой такой популяции может быть приближенно описана с помощью модели нейронных масс. Положим далее для определенности, что индивидуальные токи смещения η_j в каждой популяции X распределены по Лоренцу с центром ζ_X и полушириной Δ_X :

$$g(\eta) = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta_X}{\Delta_X^2 + (\eta - \zeta_X)^2}. \quad (4)$$

Тогда при отсутствии связей между популяциями коллективную динамику каждой из них можно редуцировать к системе Монтбрио–Пазо–Роксина [4]:

$$\begin{aligned} \dot{r}_X &= \frac{\Delta_X}{\pi} + 2r_X v_X, \\ \dot{v}_X &= v_X^2 + \zeta_X - \pi^2 r_X^2 + J_{XX} r_X, \end{aligned} \quad (5)$$

где переменная r_X моделирует среднюю частоту популяции X , v_X — ее средний мембранный потенциал, а J_{XX} — сила синаптических связей внутри популяции. При добавлении связей между популяциями поведение полной сети будет описываться двумя связанными системами вида (5), то есть следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{r}_e &= \frac{\Delta}{\pi} + 2r_e v_e, \\ \dot{v}_e &= v_e^2 + \zeta_e - \pi^2 r_e^2 + J_{ee} r_e + J_{ie} r_i, \\ \dot{r}_i &= \frac{\Delta}{\pi} + 2r_i v_i, \\ \dot{v}_i &= v_i^2 + \zeta_i - \pi^2 r_i^2 + J_{ii} r_i + J_{ei} r_e. \end{aligned} \quad (6)$$

Дальнейший анализ коллективной динамики сети проводится на основе двухмодульной модели нейронных масс (6).

2. Случай слабых межмодульных связей

Как показано в работе [4], собственная динамика одного независимого модуля (5) может быть либо моно-, либо бистабильной. В соответствии с бифуркационной диаграммой, представленной на рис. 1, *a*, в этом случае в системе может быть одно или два устойчивых состояния равновесия. В полной (микроскопической) системе бистабильный режим характеризуется сосуществованием двух устойчивых асинхронных режимов — с «высоким» и с «низким» уровнем средней активности. Мы полагаем, что связи внутри возбуждающей популяции положительные ($J_{ee} > 0$), а внутри подавляющей популяции — отрицательные ($J_{ii} < 0$). При таком выборе параметров собственная динамика возбуждающей популяции может быть как моно-, так и бистабильной, в то время как подавляющая популяция всегда демонстрирует единственное устойчивое асинхронное состояние с низким уровнем активности.

Перейдем далее к анализу динамики двухпопуляционной сети, и для простоты начнем со случая однонаправленной связи — только от возбуждающей популяции к подавляющей ($J_{ei} > 0$, $J_{ie} = 0$). Очевидно, что в этом случае реализуется сценарий «ведущий – ведомый», и динамика системы качественно не отличается от случая невзаимодействующих популяций. Бифуркационная диаграмма соответствующей редуцированной модели (6) в этом случае идентична бифуркационной диаграмме для одного возбуждающего модуля (отображена на рис. 1, *b* тонкой синей линией). Положим далее, что связь между популяциями становится взаимной ($J_{ei} > 0$, $J_{ie} < 0$, $|J_{ie}| \ll |J_{ei}|$). Тогда при умеренных (конечных) значениях сил связей J_{ee} , когда «высокое» состояние возбуждающей популяции имеет не слишком большую активность, результат взаимодействия

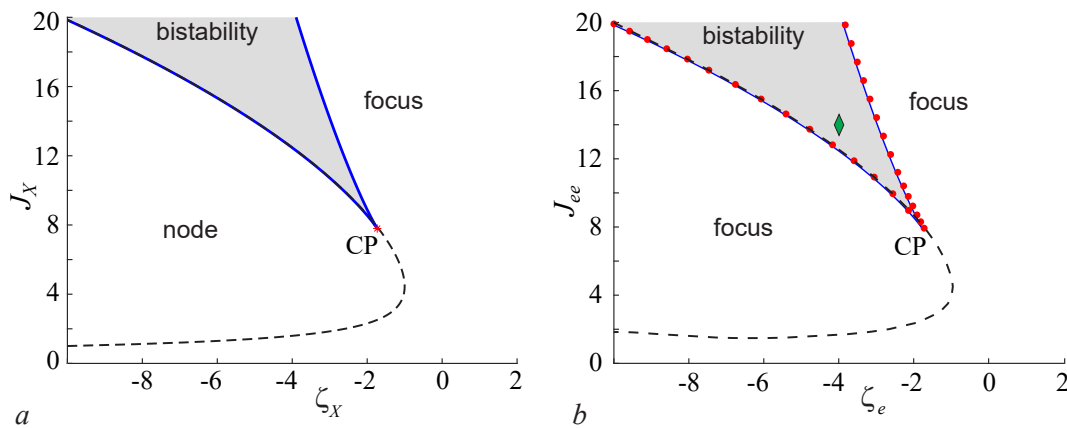


Рис. 1. *a* — Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма системы Монтбрио–Пазо–Роксина (5) при $\Delta_X = 1$. Область бистабильности ограничена двумя линиями седлоузловых бифуркаций (синие линии) и имеет клиновидную форму. Пунктирная линия разделяет области параметров, при которых устойчивое состояние равновесия является узлом либо фокусом. *b* — Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма для двухмодульной системы (6) с однонаправленной связью ($J_{ei} = 5$, $J_{ie} = 0$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, тонкие синие линии) и взаимными связями ($J_{ei} = 5$, $J_{ie} = -1$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, красные точки). Границы области бистабильности определяются в этом случае соответствующими бифуркациями двукратного равновесия, при которых сливаются устойчивый фокус и седлофокус. Пунктирная линия разделяет области параметров, при которых устойчивое состояние равновесия имеет одну или две пары комплексно-сопряженных характеристических показателей (цвет онлайн)

Fig. 1. *a* — Two-parameter bifurcation diagram of the Montbrió–Pazó–Roxin system (5) with $\Delta_X = 1$. Bistability region is bounded by two lines of saddle-node bifurcations (blue lines) and has a wedge shape. Dotted line separates the parameter regions for which the stable equilibrium state is either a node or a focus. *b* — Two-parameter bifurcation diagram for the two-module system (6) with unidirectional coupling ($J_{ei} = 5$, $J_{ie} = 0$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, thin blue lines) and mutual coupling ($J_{ei} = 5$, $J_{ie} = -1$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, red dots). Boundaries of the bistability region are determined by the saddle-node bifurcations. The dotted line separates the parameter regions for which the stable equilibrium state has one or two pairs of complex conjugate characteristic exponents (color online)

популяций проявляется на бифуркационной диаграмме редуцированной модели лишь небольшим сдвигом границ области бистабильности. Для примера зафиксируем значения параметров подавляющей популяции $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$ и величины межмодульных связей $J_{ei} = 5$ и $J_{ie} = -1$. Бифуркационная диаграмма на плоскости параметров ζ_e и J_{ee} для этого случая приведена на рис. 1, *b* и показывает, что даже при сравнительно больших значениях сил межмодульных связей, сравнимых по величине с силой внутримодульных связей, форма области бистабильности слабо изменяется по сравнению со случаем однонаправленной связи. Это связано с тем, что при выбранных значениях параметров активность подавляющей популяции очень низка и она фактически играет роль пассивной инерционной нагрузки. Вместе с тем, несмотря на то, что действие такой нагрузки на асимптотическую (стационарную) динамику может быть не столь заметным, она тем не менее может существенно влиять на переходные и резонансные процессы в системе. Действительно, поскольку единственным состоянием равновесия свободного подавляющего модуля является устойчивый фокус, то подключение подобной нагрузки к возбуждающему модулю приводит к появлению в системе новых характерных частот. Так, затухающие колебания в окрестности «низкого» состояния системы характеризуются одной частотой, в то время как колебания в окрестности «высокого» состояния равновесия могут содержать две несоизмеримых частоты.

Рассмотрим более детально поведение полной микроскопической сети, каждая отдельная популяция которой содержит $N_{e,i} = 10000$ элементов. Для этого зафиксируем параметры системы в области бистабильности ($\zeta_e = -4$, $J_{ee} = 15$). Соответствующая точка на бифуркационной диаграмме рис. 1, *b* отмечена маркером. Тогда под действием внешних стимулов сеть может переключаться между двумя коллективными устойчивыми состояниями. Этот процесс иллюстрируют рис. 2, *a-c*.

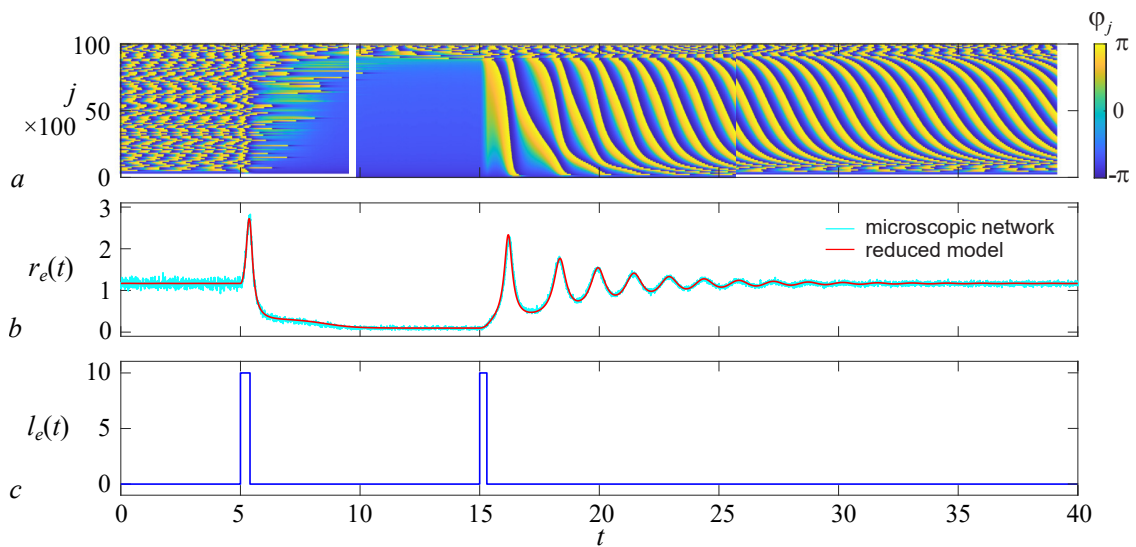


Рис. 2. *a* – Пространственно-временная диаграмма для возбуждающей популяции. Отображены индивидуальные фазы каждого сотого элемента из полного массива, упорядоченного по возрастанию параметра η_j ($\zeta_e = -4$, $J_{ee} = 15$, $J_{ei} = 5$, $J_{ie} = -1$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$). *b* – Зависимость средней частоты возбуждающей популяции от времени для микроскопической сети (голубая линия отображает частоту популяции, усредненную в скользящем временном окне $\Delta t = 0.025$) и макроскопической редуцированной системы (красная линия). *c* – Последовательность из двух прямоугольных импульсов тока с амплитудой $A = 10$, действующих на возбуждающую популяцию. Длительность первого импульса $T_1 = 0.4$, а второго – $T_2 = 0.3$ (цвет онлайн)

Fig. 2. *a* – Spatio-temporal diagram for the excitatory population. The individual phases of each hundredth element are displayed, sorted by the parameter η_j ($\zeta_e = -4$, $J_{ee} = 15$, $J_{ei} = 5$, $J_{ie} = -1$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$). *b* – Dependence of the average frequency of the excitatory population of the microscopic system (blue line, averaged over a sliding time window $\Delta t = 0.025$) and the macroscopic reduced system (red line). *c* – Sequence of two rectangular current pulses with amplitude $A = 10$, acting on the excitatory population. Duration of the first pulse is $T_1 = 0.4$, and the second one is $T_2 = 0.3$ (color online)

Мы полагаем для определенности, что в начальный момент времени система находится в устойчивом «высоком» асинхронном состоянии. Далее на возбуждающую популяцию последовательно подаются два прямоугольных импульса тока с одинаковой амплитудой $A = 10$ и с длительностью $T_1 = 0.4$ и $T_2 = 0.3$ (см. рис. 2, *c*). Временной интервал между импульсами выбирается достаточно большим, чтобы к приходу второго импульса завершились макроскопические переходные процессы в системе. Коллективное поведение в этом случае хорошо иллюстрирует рис. 2, *b*, на котором представлена зависимость средней частоты возбуждающей популяции от времени. Как можно видеть, действие первого импульса приводит к переключению сети из «высокого» асинхронного состояния в «низкое», в то время как второй импульс восстанавливает высокий уровень активности сети. Интересно отметить, что импульс длительностью T_2 не может переключить систему из «высокого» состояния в «низкое», в то время как импульс длительностью T_1 не позволяет перевести сеть из «низкого» состояния в «высокое». Тем не менее параметры импульсного воздействия (амплитуда и длительность) также могут быть подобраны таким образом, что переключения между различными состояниями будут осуществляться одинаковыми импульсами. Такое поведение становится возможным благодаря тому, что в рассматриваемом случае длительности внешних сигналов оказываются сравнимы с характерными временами собственных макроскопических коллективных колебаний. Все это подчеркивает важность более глубокого исследования переходных процессов в двухпопуляционной системе.

Свойства собственных колебаний элементов микроскопической сети иллюстрирует пространственно-временная диаграмма, представленная на рис. 2, *a*. Для ее построения удобно перейти в (1) к новым фазовым переменным, воспользовавшись заменой $V_j = \tan(\varphi_j/2)$, переводящей сеть нейронов типа накопление – сброс в эквивалентную ей сеть тета-нейронов. Далее нейроны сети упорядочиваются по возрастанию значений собственных токов смещения η_j , после чего для отображения на диаграмме выбирается каждый сотый из них. Как можно видеть, на начальном этапе большая часть элементов генерирует спайковые колебания. Анализ показывает, что средние частоты генерации спайков отдельными элементами несоизмеримы друг с другом и монотонно возрастают с увеличением значения собственного тока смещения η_j . Соответственно и фазы между любыми двумя элементами постоянно меняются. Это приводит к перемешиванию фаз по всей популяции, что можно наблюдать на пространственно-временной диаграмме. Далее внешнее воздействие переключает систему в новое состояние. Принципиальным отличием здесь является то, что теперь лишь небольшая доля элементов сети генерирует спайковые колебания, в то время как большая их часть находится в возбужденном режиме. Повторное внешнее воздействие на систему вновь переключает ее в состояние с высокой спайковой активностью. При этом часть элементов возбуждается с близкими фазами, что приводит к возникновению ярко выраженных затухающих макроскопических колебаний, отражающих уменьшение доли элементов сети, генерирующих спайки в один и тот же момент времени. Обратим внимание, что согласно рис. 2, *b* макроскопическая активность сравнительно быстро выходит на стационарный уровень, в то время как на пространственно-временной диаграмме рис. 2, *a* продолжают наблюдаться бегущие волновые фронты внутри популяции. Это связано с тем, что элементы со значениями η_j в окрестности среднего значения ζ_e имеют хоть и различные, но все же очень близкие частоты. В результате для перемешивания фаз отдельных элементов (как это можно наблюдать на начальном этапе) требуется значительно большее время.

3. Возникновение самоподдерживающихся коллективных колебаний

Рассмотрим теперь, как изменится динамика редуцированной системы (6) при увеличении силы межмодульной связи J_{ei} . При умеренных значениях, например $J_{ei} = 12$, форма клина бистабильности по-прежнему существенно не изменяется. Однако в системе возникают дополнительные качественно новые режимы, а именно периодические колебания. Механизм возникновения этих

колебаний связан с усилением петли обратной связи, возникающей со стороны возбуждающего модуля через подавляющий, в результате чего происходит дестабилизация «высокого» состояния равновесия. Как изображено на двухпараметрической диаграмме (рис. 3), соответствующий колебаниям предельный цикл может возникать через бифуркацию Андронова–Хопфа (АН), а затем претерпевать другие бифуркации, в том числе исчезать через бифуркацию петли сепаратрис седла (Н) или бифуркацию двукратного предельного цикла (LPC).

Рассмотрим несколько сценариев возникновения колебаний, и для этого построим серию однопараметрических диаграмм при различных фиксированных значениях силы связи J_{ee} .

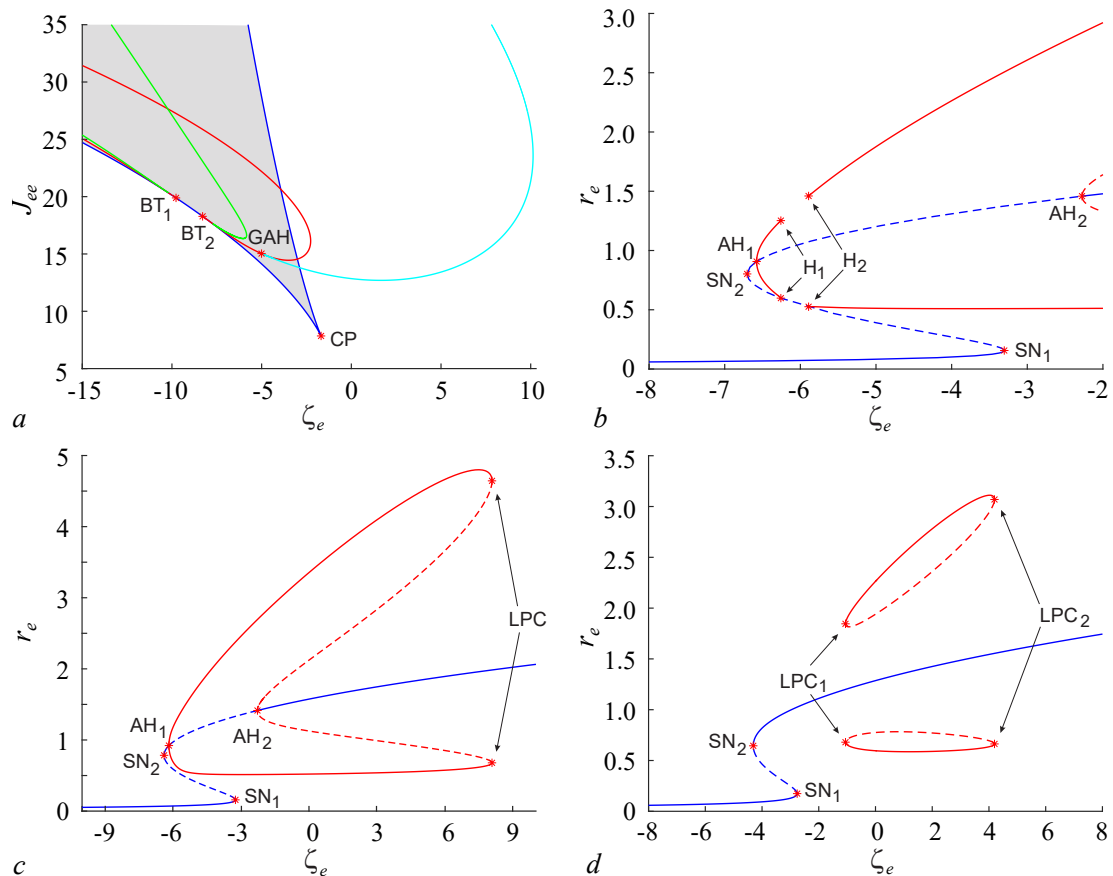


Рис. 3. *a* – Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6) при $J_{ei} = 12$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, $J_{ie} = -1$. Серым цветом обозначена область, в которой система (6) содержит три состояния равновесия. Красным цветом обозначены кривые, соответствующие бифуркациям Андронова–Хопфа. Зеленым цветом отмечены линии бифуркаций петли сепаратрис седла. Голубым цветом обозначена кривая, соответствующая двукратному предельному циклу. Звездочками отмечены бифуркации коразмерности 2: две бифуркации Богданова–Тakens и обобщенная бифуркация Андронова–Хопфа. *b–d* – Однопараметрические бифуркационные диаграммы двухпопуляционной сети (6) при $J_{ee} = 16.4$ (*b*), 16.0 (*c*), 13.1 (*d*). Звездочками отмечены точки седло-узловых бифуркаций состояний равновесия (SN), бифуркаций Андронова–Хопфа (АН), бифуркаций петли сепаратрис седла (Н) и двукратного предельного цикла (LPC). Синие линии соответствуют состояниям равновесия, красные – предельным циклам (цвет онлайн)

Fig. 3. *a* – Two-parameter bifurcation diagram of the two-module system (6) with $J_{ei} = 12$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, $J_{ie} = -1$. Gray color indicates the area in which system (6) contains three equilibrium states. The curves corresponding to Andronov–Hopf bifurcations are marked in red. The bifurcation lines of the separatrix loop of the saddle are marked in green. The cyan line corresponding to the double limit cycle. The asterisks mark bifurcations of codimension 2: two Bogdanov–Takens bifurcations and the Bautin (generalized Andronov–Hopf, GAH) bifurcation. *b–d* – One-parameter bifurcation diagrams of the two-population network (6) with $J_{ee} = 16.4$ (*b*), 16.0 (*c*), 13.1 (*d*). Asterisks mark the points of saddle-node bifurcations of equilibrium states (SN), Andronov–Hopf bifurcations (AH), bifurcations of the saddle separatrix loop (H) and double limit cycle (LPC). Blue lines correspond to equilibrium states, while red lines correspond to limit cycles (color online)

При достаточно сильной связи, например $J_{ee} = 16.4$, колебания рождаются через суперкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа, которую претерпевает высокое состояние равновесия при увеличении среднего тока до величины $\zeta_e = -6.578 \pm 10^{-3}$. Возникающий устойчивый предельный цикл при дальнейшем увеличении среднего тока претерпевает бифуркацию петли сепаратрис седла при $\zeta_e = -6.258 \pm 10^{-3}$. Дальнейшее увеличение среднего тока приводит к повторной бифуркации петли сепаратрис при $\zeta_e = -5.891 \pm 10^{-3}$, в которой вновь рождается устойчивый предельный цикл. Таким образом, в интервале токов смещения $-6.258 < \zeta_e < -5.891$ наблюдается исчезновение колебаний, и в системе отсутствуют устойчивые высокие состояния — как стационарное, так и колебательное.

При меньшей силе связи, например $J_{ee} = 16.0$, колебания также возникают через суперкритическую бифуркацию Андронова–Хопфа при $\zeta_e = -6.173 \pm 10^{-3}$, однако исчезновения предельного цикла через петлю сепаратрис седла не происходит. И далее при увеличении тока до $\zeta_e = -2.270 \pm 10^{-3}$ происходит субкритическая бифуркация Андронова–Хопфа, в результате которой высокое состояние равновесия стабилизируется, а от него отделяется неустойчивый предельный цикл. При дальнейшем увеличении тока до $\zeta_e = 8.065 \pm 10^{-3}$ неустойчивый предельный цикл сливается с устойчивым в результате бифуркации двукратного предельного цикла. Таким образом, в интервале токов $-2.270 < \zeta_e < 8.065$ в системе сосуществуют два высоких состояния — стационарное и колебательное.

При еще меньшей силе связи, например $J_{ee} = 13.1$, бифуркация Андронова–Хопфа не наблюдается, и высокое состояние равновесия всегда является устойчивым. При этом рождение колебательных состояний происходит через бифуркацию двукратного предельного цикла при $\zeta_e = -1.058 \pm 10^{-3}$, а при увеличении тока до $\zeta_e = 4.195 \pm 10^{-3}$ колебательные состояния исчезают через ту же бифуркацию.

Перейдем далее к анализу коллективных колебаний, возникающих в микроскопической сети. Для определенности выберем значения параметров $\zeta_e = -3$, $J_{ee} = 16.0$, $J_{ei} = 12$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, $J_{ie} = -1$ (рис. 3, *c*). В этом случае в полной системе реализуется режим генерации устойчивых периодических коллективных колебаний. Этот процесс иллюстрирует рис. 4, *a*. Как видно из рисунка, результаты моделирования микро- и макроскопической систем демонстрируют хорошее качественное и количественное соответствие.

Рассмотрим более детально свойства колебаний отдельных элементов возбуждающей популяции микроскопической сети. Средние частоты этих колебаний $\langle r_e(j) \rangle$ представлены на рис. 4, *b*. При этом все элементы популяции упорядочены по возрастанию величины индивидуальных токов смещения η_j . Можно видеть, что практически все элементы сети, за исключением лишь их небольшого количества, генерируют спайки с некоторыми ненулевыми собственными частотами. Отметим, что в системе существует кластер элементов, совершающих колебания на единой частоте $\omega_j = \omega_m = 0.67 \pm 0.01$, совпадающей с частотой макроскопических колебаний среднего поля. Кроме того, удается обнаружить также еще два синхронных кластера, элементы которых совершают колебания на удвоенной $\omega_j = 2\omega_m$ и утроенной $\omega_j = 3\omega_m$ частоте коллективных колебаний.

Перейдем теперь к анализу пространственно-временной диаграммы, представленной на рис. 4, *c*. На ней можно видеть первый синхронный кластер в области низких частот, а также второй синхронный кластер в области высоких частот. Третий синхронный кластер на представленном масштабе рисунка не виден в силу небольшого числа входящих в него элементов (7 элементов). Как показывает рис. 4, *c*, несмотря на то, что элементы внутри синхронных кластеров колеблются с одинаковой средней частотой, свойства таких колебаний различны. Эти различия проявляются как в моментах возникновения собственных спайков (которые могут быть в различных фазовых соотношениях с колебаниями среднего поля), так и во временах, которые отдельные элементы проводят в той или иной фазе колебаний.

Обратим внимание, что согласно рис. 4, *b* средние частоты элементов вне синхронных кластеров изменяются от элемента к элементу и являются несоизмеримыми. В то же время на

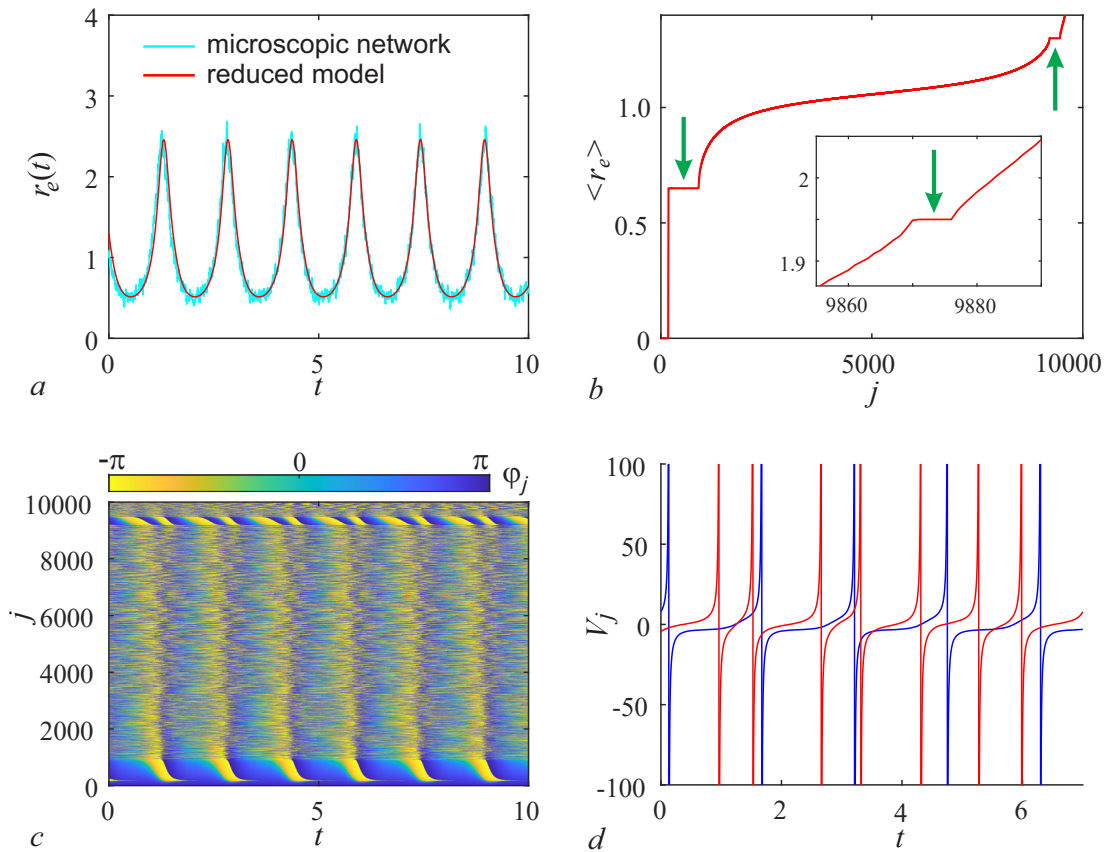


Рис. 4. *a* – Коллективные колебания микроскопической системы (1) (голубая линия) и макроэкономической редуцированной системы (6) (красная линия). *b* – Средняя частота элементов возбуждающей популяции, упорядоченных по возрастанию η_j . *c* – Пространственно-временная диаграмма возбуждающей популяции в режиме коллективных колебаний. *d* – Спайковые колебания двух элементов возбуждающей популяции: периодические колебания элемента из первого синхронного кластера (синяя линия, $j = 200$) и неперiodические колебания элемента, не входящего в синхронные кластеры (красная линия, $j = 8000$). Параметры: $\zeta_e = -3$, $J_{ee} = 16.0$, $J_{ei} = 12$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, $J_{ie} = -1$ (цвет онлайн)

Fig. 4. *a* – Collective oscillations of the microscopic system (1) (light blue line) and the macroscopic reduced system (6) (red line). *b* – The average frequency of the elements of the excitatory population, sorted by increasing η_j . *c* – Spatio-temporal diagram of the excitatory population in the regime of collective oscillations. *d* – Voltage time traces of two elements of the excitatory population: periodic oscillations of an element from the first synchronous cluster (blue line, $j = 200$) and non-periodic oscillations of an element not included in synchronous clusters (red line, $j = 8000$). Parameters: $\zeta_e = -3$, $J_{ee} = 16.0$, $J_{ei} = 12$, $\zeta_i = -10$, $J_{ii} = -5$, $J_{ie} = -1$ (color online)

рис. 4, *c* можно видеть, что в этих колебаниях есть явно видимая регулярная составляющая. Такое поведение становится возможным благодаря тому, что колебания вне синхронных кластеров могут быть неперiodическими. Это иллюстрирует рис. 4, *d*, на котором представлены спайковые колебания двух элементов: колебания элемента из первого синхронного кластера ($n_j = 200$) и элемента вне синхронных кластеров ($n_j = 8000$).

4. Трестабильность коллективных асинхронных состояний

До сих пор мы рассматривали ситуации, когда действие межмодульных связей не изменяет количество состояний равновесия в редуцированной системе (6) и слабо влияет на форму областей их существования в пространстве параметров. Однако возможны и иные ситуации. Для их изучения выберем новые фиксированные значения параметров подавляющего модуля

$\zeta_i = -2.5247$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.0777$ и исследуем, как изменяется двухпараметрическая бифуркационная диаграмма на плоскости $O(\zeta_e, J_{ee})$ в зависимости от силы связи J_{ei} .

При относительно небольшой силе связи $J_{ei} = 1$ система (6) может претерпевать только седло-узловые бифуркации, приводящие к бистабильности, как описано в разделе 2. При этом двухпараметрическая бифуркационная диаграмма качественно соответствует рис. 1, *b*. С ростом силы связи до $J_{ei} = 7$ в системе могут возникать устойчивые колебания, описанные в разделе 3. Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма при этом выглядит аналогично рис. 3, *a*. При дальнейшем увеличении силы связи до $J_{ei} = 10$ две точки Богдамова–Тakensа сливаются и исчезают, после чего бифуркационные кривые предельных циклов не содержат более общих точек с кривыми бифуркаций состояний равновесия (рис. 5, *a*).

При последующем увеличении J_{ei} можно наблюдать, как на левой линии седло-узловой бифуркации возникает излом и самопересечение (рис. 5, *b*). При этом внутри клиновидной области бистабильности возникает треугольная область тристабильности с тремя устойчивыми состояниями равновесия типа фокус (с одной или двумя парами комплексно-сопряженных

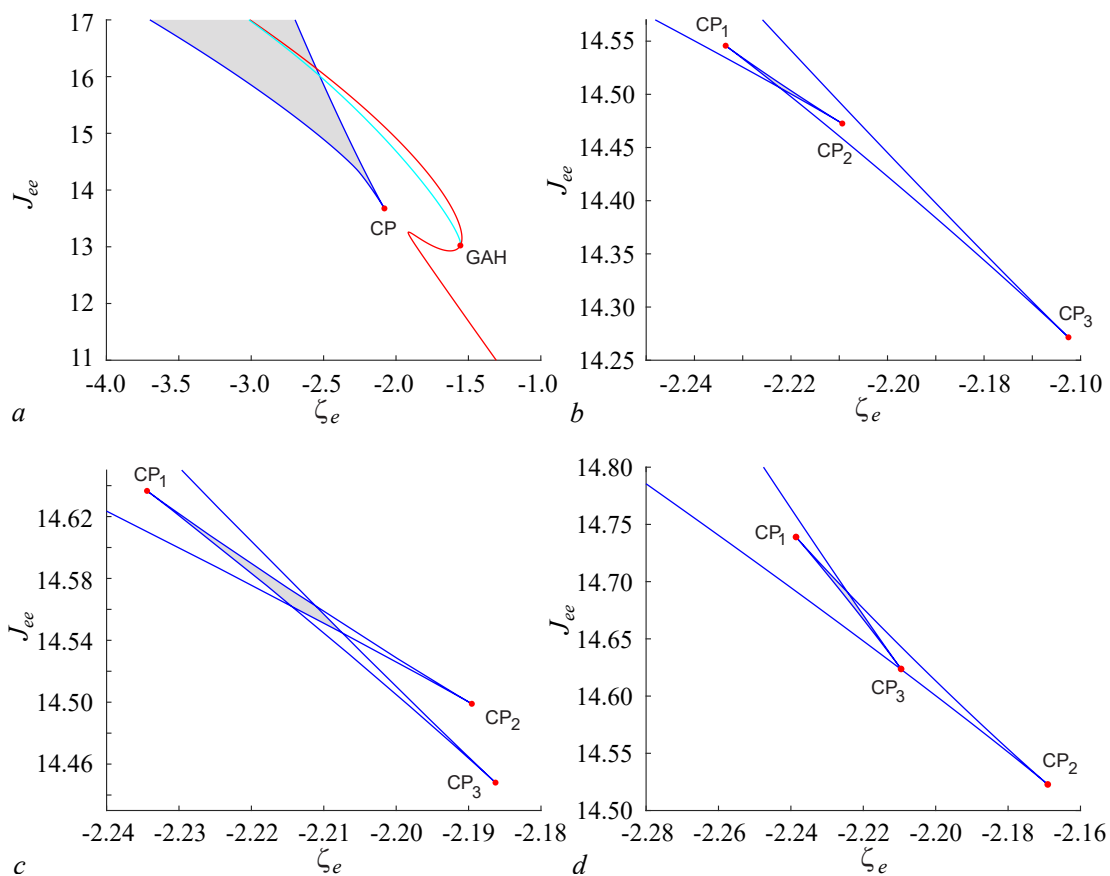


Рис. 5. *a* – Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6). Синим цветом отмечена седлоузловая бифуркация состояний равновесия, красным – Андронова–Хопфа, а голубым – двукратного предельного цикла. Точками обозначены бифуркации коразмерности два: бифуркация трехкратного равновесия и бифуркация Баутина (точка слияния бифуркаций Андронова–Хопфа и двукратного предельного цикла). Параметры: $\zeta_i = -2.5247$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.0777$; $J_{ei} = 10.2$ (*a*), 10.67 (*b*), 10.8089 (*c*), 10.9478 (*d*) (цвет онлайн)

Fig. 5. *a* – Two-parameter bifurcation diagram of the two-module system (6). The saddle-node bifurcation of equilibrium states is marked in dark blue, Andronov–Hopf bifurcation is marked in red, and the double limit cycle bifurcation is marked in light blue. The dots denote bifurcations of codimension two: the cusp point and the Bautin (generalized Andronov–Hopf) point. Parameter: $\zeta_i = -2.5247$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.0777$; $J_{ei} = 10.2$ (*a*), 10.67 (*b*), 10.8089 (*c*), 10.9478 (*d*) (color online)

ляпуновских характеристических показателей) и двумя состояниями равновесия типа седло-фокус (с одной парой действительных ляпуновских характеристических показателей разных знаков и одной парой комплексно-сопряженных показателей с отрицательной действительной частью). Дальнейшее увеличение J_{ei} приводит к тому, что треугольная область тристабильности смещается к вершине клина, где ее форма трансформируется в четырехугольную (рис. 5, *c*). При последующем увеличении J_{ei} область тристабильности поднимается вверх по правой границе клина и затем исчезает.

В области тристабильности в системе существует три устойчивых состояния равновесия — помимо «низкого» и «высокого» состояний формируется еще третье, «среднее» состояние. Устойчивые состояния равновесия разделены состояниями равновесия типа седлофокус и сливаются с ними в седло-узловых бифуркациях на границах области тристабильности. Типичный сценарий возникновения тристабильности проиллюстрирован на однопараметрической бифуркационной диаграмме (рис. 6, *a*). При увеличении тока смещения до значения $\zeta_e = -2.22061 \pm 10^{-5}$ через седло-узловую (saddle-node, SN) бифуркацию возникает среднее устойчивое состояние равновесия, и система становится бистабильной. При $\zeta_e = -2.21986 \pm 10^{-5}$ происходит вторая седло-узловая бифуркация, рождается высокое состояние, и система становится тристабильной. Далее, среднее состояние исчезает при $\zeta_e = -2.21886 \pm 10^{-5}$, и система вновь бистабильна. При $\zeta_e = -2.21146 \pm 10^{-5}$ исчезает низкое состояние, и система становится моностабильной.

В рассмотренном выше случае область тристабильности оказалась довольно узкой (порядка $3 \cdot 10^{-3}$ по параметру ζ_e), при этом все режимы, предсказываемые редуцированной моделью, наблюдаются и в микроскопической системе. Однако следует отметить, что наблюдаются различия между бифуркационными границами динамических режимов редуцированной системы (справедливой в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty$) и областями существования соответствующих динамических режимов полной сети. Эти различия тем менее заметны, чем больше размер сети, однако остаются заметными даже для сетей довольно большого размера, как показано на рис. 6, *a* для

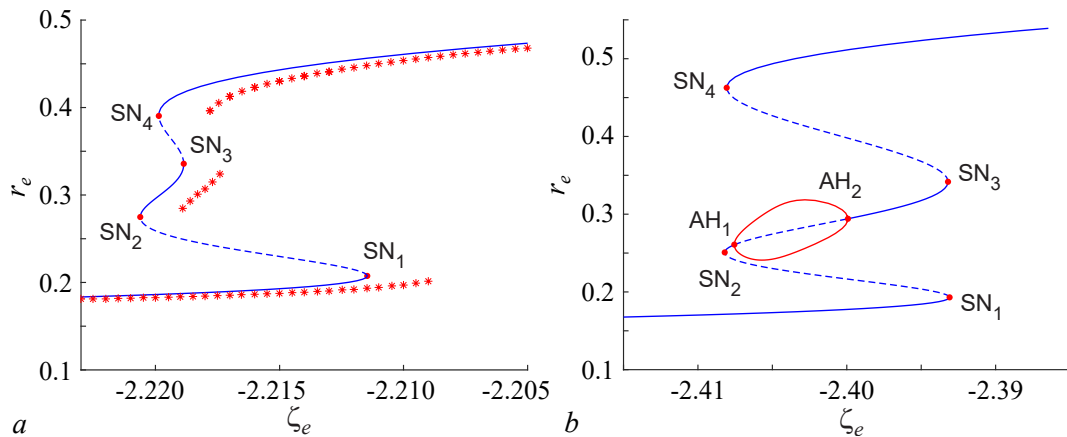


Рис. 6. Однопараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6) в области тристабильности состояний равновесия (синяя линия). Красными звездочками отмечены динамические режимы, обнаруженные в полной сети (1). Параметры: $N_e = N_i = 200000$, $\zeta_i = -2.5247$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.0777$, $J_{ee} = 14.50$, $J_{ei} = 10.67$. *b* — Однопараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6) в области тристабильности с частично синхронным средним состоянием. Параметры: $\zeta_i = -2.8265$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.4552$, $J_{ee} = 15.6404$, $J_{ei} = 11.9226$ (цвет онлайн)

Fig. 6. A one-parameter bifurcation diagram of the two-module system (6) in the region of tristability of equilibrium states (blue line). Red asterisks indicate dynamic modes found in the microscopic network (1). Parameters: $N_e = N_i = 200000$, $\zeta_i = -2.5247$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.0777$, $J_{ee} = 14.50$, $J_{ei} = 10.67$. *b* — A one-parameter bifurcation diagram of the two-module (6) system in the tristability region with a partially synchronous medium activity state. Parameters: $\zeta_i = -2.8265$, $J_{ii} = -0.2313$, $J_{ie} = -5.4552$, $J_{ee} = 15.6404$, $J_{ei} = 11.9226$ (color online)

$N_X = 200000$. Аналогичный эффект сдвига границ существования динамических режимов в сетях конечного размера наблюдался нами ранее в сети, состоящей из одной популяции нейронов [24].

Путем изменения параметров подавляющего модуля ширина области тристабильности может быть существенно увеличена. Вместе с тем, для случаев более широкой области тристабильности характерно наличие в ней дополнительных бифуркаций, связанных с возникновением периодических решений. Например, на рис. 6, *b* изображена однопараметрическая бифуркационная диаграмма, на которой область тристабильности имеет ширину порядка 0.02 по параметру ζ_e , но при этом внутри интервала существования среднего состояния равновесия оно дестабилизируется и порождает устойчивое колебательное состояние. Для построения двухпараметрических диаграмм на рис. 5 намеренно выбраны параметры, при которых область тристабильности является узкой, потому что таким образом можно избежать наложения на эту область бифуркаций предельных циклов. В противном случае бифуркационные диаграммы становятся крайне сложными для восприятия, так как множество бифуркационных кривых может быть локализовано в узких областях параметров.

Анализ коллективной динамики полной системы в области тристабильности показал, что микроскопическая система может находиться в одном из трех устойчивых асинхронных режимов. В этом случае в дополнение к коллективным макроскопическим состояниям, когда большая часть элементов сети находится в возбужденном режиме или в режиме генерации спайков, добавляется состояние, когда число активных и неактивных элементов сопоставимо по величине. Качественно поведение отдельных элементов в этом случае не отличается от рассмотренного ранее, поэтому здесь мы не останавливаемся на этом вопросе более подробно.

5. Возникновение коллективных хаотических колебаний

Помимо стационарных и периодических, в двухмодульной сети могут возникать и более сложные динамические режимы, в том числе хаотические колебания. Для их исследования зафиксируем значения параметров подавляющего модуля $\zeta_i = 3.4$, $J_{ii} = -5.9$, $J_{ie} = -13.9$. При достаточно слабой силе воздействия возбуждающей популяции на подавляющую ($J_{ei} \ll 1$) в системе возможны только седло-узловые бифуркации и двухпараметрическая бифуркационная диаграмма имеет вид, качественно совпадающий с рис. 1, *b*. С увеличением силы межмодульной связи в системе становится возможным возникновение устойчивых периодических решений, подобно тому, как это описано в разделе 3. При достаточно больших значениях, например $J_{ei} = 1.0$, эти периодические решения могут демонстрировать бифуркации удвоения периода, как показано на рис. 7, *a*. Заметим, что на этом рисунке изображена линия лишь первого удвоения, тогда как внутри ограниченной ею области наблюдается целое семейство вложенных бифуркационных кривых удвоения периода. Наличие такого семейства предполагает возможность рождения странного хаотического аттрактора по сценарию Фейгенбаума [25].

Данный сценарий действительно наблюдается в системе, что проиллюстрировано на рис. 7, *b*, где приведена однопараметрическая диаграмма при фиксированном $J_{ee} = 16.8$. В этом случае высокое состояние равновесия дестабилизируется через бифуркацию Андронова–Хопфа при $\zeta_e = -0.94 \pm 10^{-2}$. Рождающийся при этом устойчивый предельный цикл претерпевает первую бифуркацию удвоения периода (PD) при $\zeta_e = -0.3 \pm 10^{-2}$, вторую при $\zeta_e = 0.12 \pm 10^{-2}$. Последующие бифуркации аккумулируются при $\zeta_e = 0.63 \pm 10^{-2}$, и в системе возникает хаотический аттрактор. Он продолжает существовать вплоть до $\zeta_e = 1.06 \pm 10^{-2}$ (за исключением узких окон периодичности), после чего исчезает через обратный каскад удвоений.

Для подтверждения хаотической природы аттрактора были посчитаны два старших показателя Ляпунова, приведенные на рис. 7, *c*. Видно, что в хаотической области $0.63 < \zeta_e < 1.06$ старший показатель действительно положителен. Характерный фазовый портрет хаотического аттрактора приведен на рис. 7, *d*.

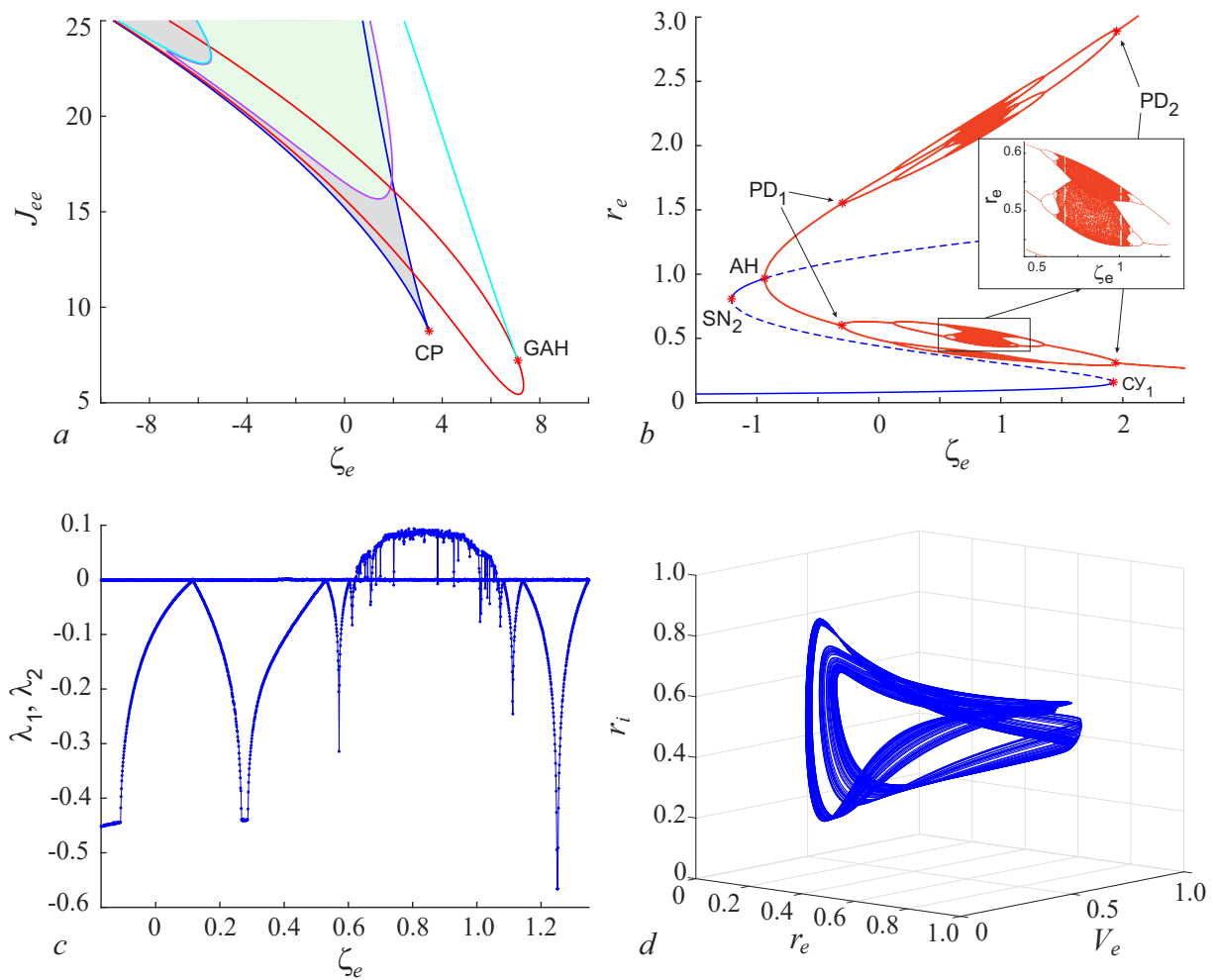


Рис. 7. *a* – Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6). Синим цветом обозначены кривые, соответствующие седлоузловым бифуркациям состояний равновесия. Красным цветом обозначены кривые, соответствующие бифуркациям Андронова–Хопфа. Голубым цветом обозначены кривые, соответствующие бифуркациям двукратного предельного цикла. Сиреневым цветом обозначена кривая, соответствующая бифуркации удвоения периода (PD). Зеленым цветом выделена область, охваченная этой кривой. Звездочками отмечены бифуркации коразмерности 2: бифуркация трехкратного равновесия (CP) и бифуркация Баутина (обобщенная бифуркация Андронова–Хопфа, GAH). Параметры: $J_{ei} = 1.0$, $\zeta_i = 3.4$, $J_{ii} = -5.9$, $J_{ie} = -13.9$. *b* – Однопараметрическая бифуркационная диаграмма двухмодульной системы (6) при $J_{ee} = 16.8$. Синими линиями обозначены состояния равновесия, красными – периодические и хаотические колебания. *c* – Зависимость первых двух показателей Ляпунова от тока смещения ζ_e . *d* – Вид хаотического аттрактора системы при $\zeta_e = 0.8$ (цвет онлайн)

Fig. 7. *a* – Two-parameter bifurcation diagram of the two-module system (6). The curves corresponding to saddle-node bifurcations of equilibrium states are marked in blue. The curves corresponding to Andronov–Hopf bifurcations are marked in red. The curves corresponding to the bifurcations of the double limit cycle are marked in light blue. The lilac color indicates the curve corresponding to the period doubling (PD) bifurcation. The area covered by this curve is highlighted in green. The asterisks mark the bifurcations of codimension 2: the cusp point (CP) and the Bautin (generalized Andronov–Hopf, GAH) bifurcations. Parameters: $J_{ei} = 1.0$, $\zeta_i = 3.4$, $J_{ii} = -5.9$, $J_{ie} = -13.9$. *b* – One-parameter bifurcation diagram of the two-module system (6) with $J_{ee} = 16.8$. Blue lines indicate equilibrium states, red lines indicate periodic and chaotic oscillations. *c* – Dependence of the first two Lyapunov exponents on the bias current ζ_e . *d* – A chaotic attractor of the system with $\zeta_e = 0.8$ (color online)

Заметим, что при бóльших значениях J_{ee} в системе возможны дополнительные бифуркации, не изображенные на рис. 7, *a* для облегчения его восприятия. При этом реализуются более сложные сценарии возникновения и исчезновения хаоса, в том числе связанные с касанием инвариантных многообразий седловых предельных циклов, а также мультистабильный хаос. Полное понимание таких сценариев требует дополнительных исследований.

Далее покажем, как проявляются рассмотренные нами хаотические колебания редуцированной системы (6) в полной микроскопической системе (1). Как показывает рис. 8, в этом случае в системе (1) возникают коллективные хаотические колебания. На рис. 8, *a* эти колебания представлены на плоскости средних частот возбуждающей и подавляющей популяций (r_e, r_i). Можно видеть, что в среднем макроскопическая редуцированная система довольно хорошо воспроизводит коллективные колебания микроскопической сети. Вместе с тем траектория, соответствующая коллективным микроскопическим колебаниям, содержит явно видимые флуктуации. Существование таких флуктуаций связано с эффектами конечного размера. С увеличением количества элементов

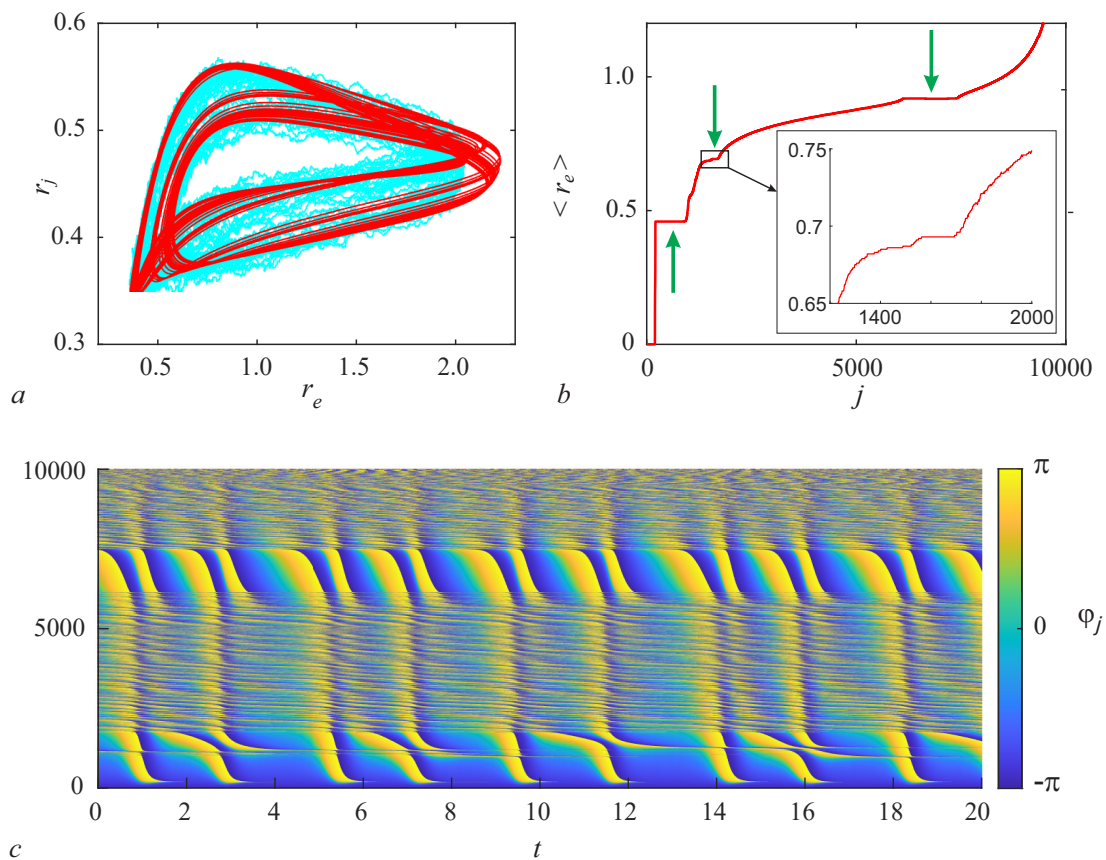


Рис. 8. *a* – Проекция коллективных хаотических колебаний системы (1) на плоскость (r_e, r_i) (голубая траектория отображает частоты популяций, усредненные в скользящем временном окне $\Delta t = 0.025$) и соответствующая проекция хаотических колебаний редуцированной системы (6) (красная траектория). *b* – Средняя частота элементов возбуждающей популяции, упорядоченных по возрастанию η_j . *c* – Пространственно-временная диаграмма возбуждающей популяции в режиме хаотических коллективных колебаний. Параметры: $N_e = 10000$, $N_i = 10000$, $\zeta_e = 0.8$, $J_{ee} = 16.8$, $J_{ei} = 1.0$, $\zeta_i = 3.4$, $J_{ii} = -5.9$, $J_{ie} = -13.9$ (цвет онлайн)

Fig. 8. *a* – Projection of the collective chaotic oscillations of the system (1) onto the plane (r_e, r_i) (cyan line, averaged over a sliding time window $\Delta t = 0.025$) and the corresponding projection of the chaotic oscillations of the reduced system (6) (red line). *b* – The average frequency of the elements of the excitatory population, sorted in ascending order η_j . *c* – Spatiotemporal diagram of the excitatory population in the regime of chaotic collective oscillations. Parameters: $N_e = 10000$, $N_i = 10000$, $\zeta_e = 0.8$, $J_{ee} = 16.8$, $J_{ei} = 1.0$, $\zeta_i = 3.4$, $J_{ii} = -5.9$, $J_{ie} = -13.9$ (color online)

интенсивность флуктуаций уменьшается обратно пропорционально размеру сети и траектории редуцированной и микроскопической систем асимптотически сближаются.

Анализ поведения отдельных элементов сети показывает, что несмотря на то, что их коллективная динамика является нерегулярной, они тем не менее могут формировать кластеры с одинаковыми средними частотами генерации спайков. Это иллюстрирует рис. 8, *b*, на котором представлено распределение средних частот генерации спайковых колебаний по элементам возбуждающей популяции, упорядоченным по возрастанию индивидуальных токов смещения η_j . Как можно видеть, лишь небольшое число элементов сети находится в возбуждимом режиме, в то время как большинство из них совершает спайковые колебания на различных частотах. Отметим, что в системе возникают два крупных кластера, элементы которых имеют одинаковые средние частоты. Колебания в них происходят на частоте $\omega_1 = 0.459 \pm 0.001$ и на удвоенной частоте $\omega_2 = 2\omega_1$. Кроме того, при численном моделировании также наблюдается небольшой кластер элементов на некоторой промежуточной частоте $\omega_3 \approx 1.5\omega_1$, в окрестности которого также группируются элементы с относительно близкими, но отличными от ω_3 частотами.

Свойства колебаний микроскопической системы в зависимости от времени иллюстрирует пространственно-временная диаграмма, представленная на рис. 8, *c*. Хорошо видна область, соответствующая первому кластеру на частоте ω_1 . В этом случае спайки возникают парами: за более коротким межспайковым интервалом следует более длинный и наоборот. Далее можно выделить область, в которой спайки возникают тройками. Она соответствует колебаниям элементов вблизи кластера с частотой ω_3 . Активность в кластере с частотой ω_2 характеризуется двумя парами спайков, следующими друг за другом, после чего картина повторяется. Колебания элементов вне кластеров имеют несоизмеримые частоты, что отражается в «размытости» соответствующих областей на пространственно-временной диаграмме.

Заключение

В настоящей статье исследована коллективная динамика двухпопуляционной нейронной сети, состоящей из возбуждающей и подавляющей популяций квадратичных нейронов типа накопление – сброс. В предположении лоренцевой неоднородности параметров обеих популяций их динамика может быть сведена к системе двух связанных моделей нейронных масс. Получающаяся при этом динамическая система имеет относительно невысокую размерность (равную четырем), что позволило применить к ней методы бифуркационного анализа.

Показано, что в зависимости от параметров система может демонстрировать различные коллективные режимы, а именно: бистабильность с сосуществованием высокого и низкого состояний равновесия; периодические колебания, которые могут сосуществовать с одним или двумя состояниями равновесия; тристабильность трех состояний равновесия; хаотические колебания. Детально исследованы динамические механизмы возникновения описанных коллективных режимов. Для описания этих механизмов применен метод бифуркационных диаграмм, при этом параметры подавляющей популяции ζ_i, J_{ii}, J_{ie} фиксировались и строились двухпараметрические бифуркационные диаграммы на плоскости параметров возбуждающей популяции ζ_e, J_{ee} при последовательном увеличении межмодульной связи J_{ei} . Так, при нулевой межмодульной связи бифуркационная диаграмма имеет простую форму и содержит лишь клин бистабильности, ограниченный двумя седло-узловыми бифуркациями. Последовательное увеличение межмодульной связи позволило проследить возникновение дополнительных бифуркационных кривых и описать их закономерности.

Также было проведено сравнение динамики редуцированной модели и коллективной динамики полной системы. Показано, что редуцированная модель хорошо аппроксимирует динамику

больших сетей, в которых каждая популяция включает $N = 10000$ нейронов. Коллективные колебания, как регулярные, так и хаотические, приводят к возникновению в сети кластеров синхронной активности нейронов. Также обнаружен эффект смещения границ существования режимов в редуцированной и полной системах, особенно явно заметный в случае тристабильности для «среднего» состояния равновесия, существующего в довольно узкой области параметров.

Заметим, что при исследовании различных эффектов (колебания, тристабильность, хаос) фиксированные значения параметров подавляющей популяции (ζ_i, J_{ii}, J_{ie}) выбирались различными. Это неудобство обусловлено стремлением разделить эти эффекты, так как возможность наблюдения всех трёх эффектов при одинаковых значениях параметров подавляющей популяции существует, однако все они будут наблюдаться одновременно, что делает крайне затруднительным восприятие соответствующих бифуркационных диаграмм.

References

1. Deco G, Jirsa VK, Robinson PA, Breakspear M, Friston K. The dynamic brain: From spiking neurons to neural masses and cortical fields. *PLoS Comput. Biol.* 2008;4(8):e1000092. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1000092.
2. Schwalger T, Deger M, Gerstner W. Towards a theory of cortical columns: From spiking neurons to interacting neural populations of finite size. *PLoS Comput. Biol.* 2017;13(4):e1005507. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1005507.
3. Coombes S, Byrne Á. Next generation neural mass models. In: Corinto F, Torcini A, editors. *Nonlinear Dynamics in Computational Neuroscience*. PoliTO Springer Series. Cham: Springer; 2019. P. 1–16. DOI: 10.1007/978-3-319-71048-8_1.
4. Montbrió E, Pazó D, Roxin A. Macroscopic description for networks of spiking neurons. *Phys. Rev. X.* 2015;5(2):021028. DOI: 10.1103/PhysRevX.5.021028.
5. Devalle F, Roxin A, Montbrió E. Firing rate equations require a spike synchrony mechanism to correctly describe fast oscillations in inhibitory networks. *PLoS Comput. Biol.* 2017;13(12):e1005881. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1005881.
6. Bi H, Segneri M, di Volo M, Torcini A. Coexistence of fast and slow gamma oscillations in one population of inhibitory spiking neurons. *Phys. Rev. Research.* 2020;2(1):013042. DOI: 10.1103/PhysRevResearch.2.013042.
7. Byrne Á, Brookes MJ, Coombes S. A mean field model for movement induced changes in the beta rhythm. *Journal of Computational Neuroscience.* 2017;43(2):143–158. DOI: 10.1007/s10827-017-0655-7.
8. Schmidt H, Avitabile D, Montbrió E, Roxin A. Network mechanisms underlying the role of oscillations in cognitive tasks. *PLoS Comput. Biol.* 2018;14(9):e1006430. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1006430.
9. Byrne Á, Ross J, Nicks R, Coombes S. Mean-field models for EEG/MEG: From oscillations to waves. *Brain Topography.* 2022;35(1):36–53. DOI: 10.1007/s10548-021-00842-4.
10. Gerster M, Taher H, Škoch A, Hlinka J, Guye M, Bartolomei F, Jirsa V, Zakharaova A, Olmi S. Patient-specific network connectivity combined with a next generation neural mass model to test clinical hypothesis of seizure propagation. *Frontiers in Systems Neuroscience.* 2021;15:675272. DOI: 10.3389/fnsys.2021.675272.
11. Lavanga M, Stumme J, Yalcinkaya BH, Fousek J, Jockwitz C, Sheheitli H, Bittner B, Hashemi M, Petkoski S, Caspers S, Jirsa V. The virtual aging brain: a model-driven explanation for cognitive decline in older subjects. *bioRxiv* 2022.02.17.480902. DOI: 10.1101/2022.02.17.480902.
12. Wilson HR, Cowan JD. Excitatory and inhibitory interactions in localized populations of model neurons. *Biophysical Journal.* 1972;12(1):1–24. DOI: 10.1016/S0006-3495(72)86068-5.

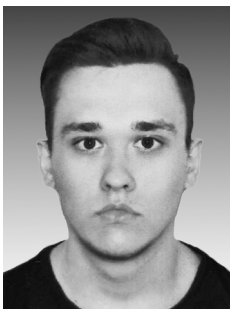
13. van Vreeswijk C, Sompolinsky H. Chaos in neuronal networks with balanced excitatory and inhibitory activity. *Science*. 1996;274(5293):1724–1726. DOI: 10.1126/science.274.5293.1724.
14. Brunel N. Dynamics of sparsely connected networks of excitatory and inhibitory spiking neurons. *Journal of Computational Neuroscience*. 2000;8(3):183–208. DOI: 10.1023/A:1008925309027.
15. Maslennikov OV, Kasatkin DV, Rulkov NF, Nekorkin VI. Emergence of antiphase bursting in two populations of randomly spiking elements. *Phys. Rev. E*. 2013;88(4):042907. DOI: 10.1103/PhysRevE.88.042907.
16. Maslennikov OV, Nekorkin VI. Modular networks with delayed coupling: Synchronization and frequency control. *Phys. Rev. E*. 2014;90(1):012901. DOI: 10.1103/PhysRevE.90.012901.
17. di Volo M, Torcini A. Transition from asynchronous to oscillatory dynamics in balanced spiking networks with instantaneous synapses. *Phys. Rev. Lett*. 2018;121(12):128301. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.128301.
18. Keeley S, Byrne Á, Fenton A, Rinzel J. Firing rate models for gamma oscillations. *Journal of Neurophysiology*. 2019;121(6):2181–2190. DOI: 10.1152/jn.00741.2018.
19. Segneri M, Bi H, Olmi S, Torcini A. Theta-nested gamma oscillations in next generation neural mass models. *Frontiers in Computational Neuroscience*. 2020;14:47. DOI: 10.3389/fncom.2020.00047.
20. Bi H, di Volo M, Torcini A. Asynchronous and coherent dynamics in balanced excitatory-inhibitory spiking networks. *Frontiers in Systems Neuroscience*. 2021;15:752261. DOI: 10.3389/fnsys.2021.752261.
21. Ceni A, Olmi S, Torcini A, Angulo-Garcia D. Cross frequency coupling in next generation inhibitory neural mass models. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2020;30(5):053121. DOI: 10.1063/1.5125216.
22. Pyragas K, Fedaravičius AP, Pyragienė T. Suppression of synchronous spiking in two interacting populations of excitatory and inhibitory quadratic integrate-and-fire neurons. *Phys. Rev. E*. 2021;104(1):014203. DOI: 10.1103/PhysRevE.104.014203.
23. Reyner-Parra D, Huguet G. Phase-locking patterns underlying effective communication in exact firing rate models of neural networks. *PLoS Comput. Biol*. 2022;18(5):e1009342. DOI: 10.1371/journal.pcbi.1009342.
24. Klinshov VV, Smelov PS, Kirillov SY. Constructive role of shot noise in the collective dynamics of neural networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2023;33(6):061101. DOI: 10.1063/5.0147409.
25. Feigenbaum MJ. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *Journal of Statistical Physics*. 1978;19(1):25–52. DOI: 10.1007/BF01020332.



Кириллов Сергей Юрьевич — родился в городе Горьком (1986). Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (2009). Кандидат физико-математических наук (2017, ННГУ). С 2008 года работает в Институте прикладной физики РАН, в настоящее время в должности старшего научного сотрудника. Область научных интересов — нелинейная динамика, нейродинамика, теория бифуркаций, параметрические и автоколебательные системы, нелинейные волны в активных средах. Имеет более 20 научных публикаций по указанным направлениям.

Россия, 603950 Нижний Новгород, 603950, ул. Ульянова, 46
 Институт прикладной физики РАН
 E-mail: skirillov@ipfran.ru
 ORCID: 0000-0002-7731-7423
 AuthorID (eLibrary.Ru): 604842

Кириллов С. Ю., Злобин А. А., Клиньшов В. В.
 Известия вузов. ПНД, 2023, т. 31, № 6



Злобин Александр Алексеевич — окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (2023). Обучается в аспирантуре ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Работает старшим лаборантом-исследователем в Институте прикладной физики РАН. Область научных интересов — динамика нейронных сетей и систем с запаздыванием.

Россия, Нижний Новгород 603950, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
Россия, 603950 Нижний Новгород, пр-т Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: sanzlobin@yandex.ru



Клиньшов Владимир Викторович — родился в городе Горьком (1984). Окончил радиофизический факультет Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (2006). Защитил диссертацию на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук (2009, ИПФ РАН) и доктора физико-математических наук (2021). Работает в Институте прикладной физики РАН (с 2003 года), в настоящее время в должности старшего научного сотрудника, и на кафедре теории колебаний и автоматического регулирования ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Область научных интересов — нелинейная динамика, динамические сети, синхронизация, системы с запаздыванием. Имеет более 60 научных публикаций по указанным направлениям. В 2017 году награжден медалью Российской академии наук с премией для молодых ученых РАН.

Россия, Нижний Новгород 603950, ул. Ульянова, 46
Институт прикладной физики РАН
Россия, 603950 Нижний Новгород, пр-т Гагарина, 23
Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
E-mail: vladimir.klinshov@ipfran.ru
ORCID: 0000-0003-4733-1352
AuthorID (eLibrary.Ru): 141971



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Обзорная статья
УДК 530.182

DOI: 10.18500/0869-6632-003075
EDN: VORGFP

Электрические рыбы как объект фундаментальных исследований

В. М. Ольшанский¹✉, В. Д. Барон¹, Е. МакМагон², Д. В. Зленко¹

¹Институт проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова РАН, Москва, Россия

²ООО «Биосфера Энвайронментал», Клэр, Ирландия

E-mail: ✉vmolsh@yandex.ru, vbaron@mail.ru, biosphere.eoin@gmail.com, dvzlenko@gmail.com

Поступила в редакцию 31.07.2023, принята к публикации 13.09.2023,

опубликована онлайн 13.11.2023, опубликована 30.11.2023

Аннотация. Цель данной работы заключается в том, чтобы рассказать читателям про исследования электрических рыб и их роль в решении фундаментальных проблем. Мы хотим вовлечь заинтересовавшихся специалистов в проводимые нами исследования. **Методы.** Нами разработан метод многоэлектродной регистрации и визуализации электрических полей вокруг рыб — это новый инструмент исследования электрических рыб. **Результаты.** Статья носит обзорный характер. Мы попытались рассказать об истории исследований электрических рыб и особенностях российской школы электроэкологии.

Ключевые слова: электрические рыбы, электродинамика, электрофизиология, электроэтология, электроэкология.

Для цитирования: Ольшанский В. М., Барон В. Д., МакМагон Е., Зленко Д. В. Электрические рыбы как объект фундаментальных исследований // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 776–812. DOI: 10.18500/0869-6632-003075

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Electric fish as an object of fundamental research

V. M. Olshanskiy¹✉, V. D. Baron¹, E. MacMahon², D. V. Zlenko¹

¹Severtsov Institute of Ecology and Evolution of the RAS, Moscow, Russia

²Biosphere Environmental Ltd., Co. Clare, Ireland

E-mail: ✉vmolsh@yandex.ru, vbaron@mail.ru, biosphere.eoin@gmail.com, dvzlenko@gmail.com

Received 31.07.2023, accepted 13.09.2023, available online 13.11.2023, published 30.11.2023

Abstract. The aim of this work is to show the role of research on electric fish and their role in fundamental problems' solution. We are trying to involve additional specialists in our studies. *Methods.* We have developed a setup allowing simultaneous multielectrode registration and visualization of electric fields around fish, which is a novel tool in electric fish studies. *Results.* The article is a review. We tried to show the history of electric fish research and the peculiarities of the Russian school of electroecology.

Keywords: electric fish, electrodynamics, electrophysiology, electroethology, electroecology.

For citation: Olshanskiy VM, Baron VD, MacMahon E, Zlenko DV. Electric fish as an object of fundamental research. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2023;31(6):776–812. DOI: 10.18500/0869-6632-003075

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Наука всегда наиболее полно усваивается
в стадии зарождения.

Дж. К. Максвелл. Предисловие к «Трактату
об электричестве и магнетизме» [1]

Электрические рыбы как объект фундаментальных исследований

Среди читателей журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика» много высококвалифицированных специалистов по анализу сложных процессов. Цель данной статьи, подготовленной сотрудниками Института проблем экологии и эволюции им. А.Н. Северцова РАН, состоит в том, чтобы пригласить этих специалистов применить свои умения в области, которой мы занимаемся — электроэкологии.

Электроэкология — это наука о том, какую роль играют разнообразные электрические события в жизни животных. В первую очередь речь идёт о водных животных, поскольку многие из них имеют специализированные электрорецепторы, позволяющие воспринимать окружающие их электрические поля. Среди рыб есть электрические рыбы, способные генерировать электрические разряды, что нашло отражение в их видовых и родовых названиях. Сильно-электрические рыбы — электрические скаты, угри, сомы и звездочёты — генерируют мощные (сотни ватт) электрические разряды для нападения и защиты [2]. Существуют рыбы, африканские мормириды (сем. Mormyridae), гимнарх (*Gymnarchus niloticus*) и южноамериканские гимнотиды (отр. Gymnotiformes), которые регулярно или даже непрерывно генерируют разряды мощностью единицы-доли ватт для локации и коммуникации [3]. Известны также рыбы, способные генерировать более слабые разряды, часто нестабильной формы и только при социальных взаимодействиях [4, 5]. Но даже у самых обычных рыб, например карпа или *Danio rerio* [6], различные физиологические процессы, например респираторные движения, сопровождаются изменениями электрических потенциалов в диапазоне единицы-сотни микровольт. Учитывая, что порог электрочувствительности может быть значительно ниже (например, у амурского сома, *Parasilurus asotus* — около 0.05 мкВ/см [7]), рыбы могут воспринимать множество разнообразных электрических событий.

Всякая наука и всякая научная проблема нуждаются в адекватном инструменте. Изучая визуальную или акустическую коммуникацию, мы в некоторой степени можем положиться на свои природные возможности и опыт восприятия. Однако даже в этих областях новые технические средства могут коренным образом изменить картину. Например, применение ультразвуковой аппаратуры позволило обнаружить эхолокацию у китообразных и рукокрылых [8].

В электроэкологии, где опыт человеческого природного восприятия электрических сигналов отсутствует, наша потребность в технических средствах и физических моделях ещё острее. Способность гимнарха к электролокации была обнаружена Хансом Лиссманном [9] с помощью осциллографа. Дальнейшее применение сходной методики позволило зарегистрировать электрические разряды от многих других рыб. Однако при классической регистрации электрических сигналов оставалась проблема интерпретаций. Если в эксперименте участвовало несколько рыб, то трудно было понять, какая из них была источником разряда. Более того, часто возникали сомнения, действительно ли источником электрических сигналов были рыбы, а не флуктуации электрохимических потенциалов на электродах или какие-то внешние источники. Поэтому для прогресса в электроэкологии нужен был более продвинутый инструмент, позволяющий решить описанные выше проблемы. На основе многоэлектродной матричной регистрации электрических потенциалов [10], точно синхронизированной с видеозаписью [11], мы получили возможность визуализировать электрические поля рыб и других водных животных (рис. 1).

Методика позволяет оценивать значения электрических потенциалов, например, на теле рыбы, которые можно сравнивать с порогами электрочувствительности или порогами проявления двигательных реакций. Более того, появилась возможность синтезировать видеоклипы

([ссылка на пример видео](#)), демонстрирующие электрические события в реальном поведенческом эксперименте.

После того, как инструмент изготовлен и первичные экспериментальные данные получены, на передний план выходит вопрос их обработки и интерпретации. Одна из глав знаменитой книги Томаса Куна «Структура научных революций» [12] называется «Нормальная наука как решение головоломок». Речь идёт о том, что особый энтузиазм у исследователей вызывают «задачи-головоломки», решая которые можно продемонстрировать свой талант и мастерство. И именно такими задачами полна описываемая область знания — электроэкология. В настоящее время о функциональном значении слабых электрических сигналов, генерируемых, например, сомами из рода *Synodontis*, не известно ничего. Более того, существует множество рыб, для которых нам удалось зарегистрировать электрическую активность, несмотря на то, что эти виды считались электрически неактивными.

Часто решение и даже сама постановка научной проблемы невозможна без достаточного объёма экспериментальных данных, подобно тому, как небесная механика Исаака Ньютона, а вместе с ней и дифференциальное исчисление,

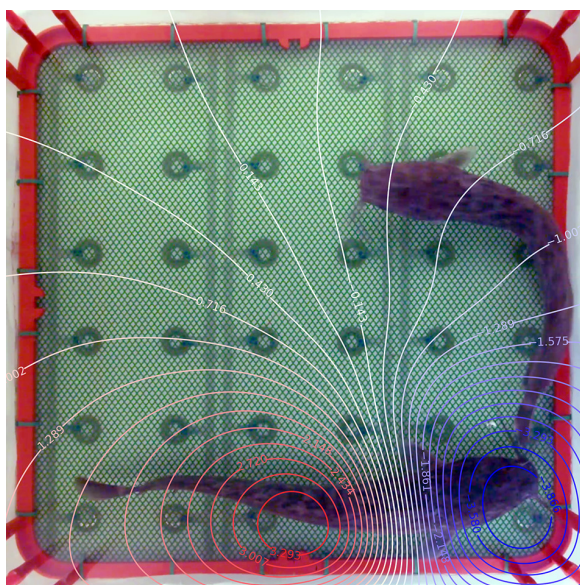


Рис. 1. Электрическое поле Африканского клариевого сома (*Clarias gariepinus*) во время атаки. Числа на эквипотенциалах отражают значения электрического потенциала (мВ). Цвет отражает полярность: во время разряда голова сома электроотрицательна (цвет онлайн)

Fig. 1. Electric field of the African Clarias catfish (*Clarias gariepinus*) during the attack. The numbers on the equipotentials reflect the values of the electric potential (mV). The color reflects the polarity: during discharge, the catfish's head is electronegative (color online)

появились из анализа астрономических наблюдений, которые всю свою жизнь вёл Тихо Браге. Наш инструмент в чём-то подобен анализу Тихо, так как позволяет начать сбор информации, ранее недоступной научной общественности. Отметим, что, как и в случае Ньютона и Браге, в электроэкологии финальная сборка элементов в цельную картину скорее всего потребует совершенно других умений, инструментов и знаний, чем сбор первичных данных. Мы готовы поделиться как первичными данными (электрические и видеозаписи), так и начальным набором программ обработки и своим опытом исследований электрических рыб, стремясь расширить круг заинтересованных в исследованиях специалистов и, быть может, отыскать своего «Ньютона».

Приглашая специалистов в новую для них область, мы должны аргументировать, чем эта область интересна, какие фундаментальные проблемы в ней обсуждались, какими научными достижениями она вправе гордиться. В связи с этим мы попытаемся изложить несколько ярких эпизодов из истории исследований электрических рыб, рассчитывая на читателей — не специалистов и обращая внимание на имена исследователей, обсуждаемые проблемы, выбранные объекты, использованные методы и инструменты, а также полученные результаты и сделанные выводы.

1. Становление электродинамики: Рыба как источник гальванического тока

На рубеже XVIII–XIX веков электрическая теория разделилась на две отдельные, почти не пересекающиеся научные области — электростатику и электродинамику. Это разделение в XIX веке было закреплено введением двух разных систем физических единиц, в которых однотипные величины имели разные размерности. Например, сопротивление в электродинамической системе единиц имеет размерность скорости, и единица сопротивления 1 Ом соответствует скорости 10 000 км/с [13].

Электростатика в те времена была наукой о взаимодействии зарядов и заряженных тел. Силы взаимодействия можно было измерить с помощью электроскопов или крутильных весов, разделение зарядов осуществляли трением, например, в электрофорной машине. Для накопления заряда использовали примитивные конденсаторы — лейденские банки. Учёные спорили о природе силы отталкивания и о степени эквивалентности сил отталкивания и притяжения [14]. Однако в целом это было логичное продолжение и обобщение Ньютоновой теории на случай новых сил с понятным математическим описанием.

Напротив, в основе электродинамики лежало предположение о том, что электричество — это потоки эфира, хотя не существовало ни приборных возможностей измерить эти потоки, ни математических уравнений, описывающих эти потоки, ни внятных гипотез о причинах, вызывающих движения эфира. Основным объектом исследований в ранней электродинамике стали электрические рыбы, а после открытий Гальвани и другие живые существа и даже отдельные органы. Статья Майкла Фарадея «Заключение о характере направления электрической силы электрического угря» начинается словами: «Как ни удивительны законы и явления электричества, когда они открываются нам в неорганической, или мёртвой материи, интерес их едва ли может идти в сравнение с тем, который присущ той же силе, когда она связана с нервной системой и с жизнью» [15].

После изобретения лейденской банки — конденсатора, способного накапливать и сохранять электрический заряд, генерируемый существовавшей к этому времени электрофорной машиной — стала широко распространяться практика попробовать на себе или на других физиологический эффект её разряда. Эффект был сильным и очень похожим на тот, который вызывали суринамские гимноты, названные позже электрическими угрями (*Electrophorus*), и морские скаты рода *Torpedo*, названные позже электрическими скатами. Эта аналогия позволила предположить, что массивные

ячеистые структуры, отличающие этих рыб от других, не электрических, являются электрическими органами и именно электричество является агентом, вызывающим физиологический эффект [2, 16]. Эта идея встретила активные возражения сторонников электростатической теории. Действительно, рыба живёт в воде, а вода, особенно морская, является проводником электричества. Внутри проводника электрических явлений не бывает, следовательно, электрических рыб быть не может в принципе.

Джон Уолш провёл серию экспериментов с электрическими скатами [16, 17]. В качестве средства регистрации использовались несколько (не менее трёх) человек, взявших за руки. Крайние участники цепи опускали руку в воду со скатом, пытались вызвать его разряд и делились впечатлениями. Контрольные опыты проводились с заряженными лейденскими банками. В процессе экспериментов варьировалась цепь, через которую передавался или не передавался разряд. Если цепь состояла из людей и проводников, в том числе металлических проводов или мокрых верёвок, то разряд передавался. Если в цепи был изолятор или разрыв, то разряд не передавался. Было обнаружено, что эффекты от разрядов скатов и лейденских банок идентичны. Однако во время разрядов тело ската остаётся полностью неподвижным, а сам разряд не сопровождается ни треском, ни свечением, характерными для искрового пробоя. Многие учёные сочли доводы Уолша в пользу электрической природы разрядов ската убедительными, в 1773 г. Уолш получил за них медаль Копли — награду Королевского научного общества.

Однако оставались принципиальные вопросы, сформулированные Генри Кавендишем [18] в работе, которая начинается словами: «Хотя доказательства мистера Уолша, что воздействие *Torpedo* вызывается электричеством таковы, что оставляют мало места сомнениям, пока следует сознаться, что имеются некоторые обстоятельства, которые на первый взгляд кажутся с трудом согласующимися с такой гипотезой. Я предлагаю поэтому исследовать, действительно ли эти обстоятельства реально несовместимы с таким взглядом и дать отчёт о некоторых попытках имитировать действия этих животных электричеством». В частности, Кавендиш поставил ряд принципиальных вопросов.

- Почему ток от ската протекает через тело человека, если гораздо легче ему протечь через воду?
- Почему во время разряда рыб не наблюдаются искры, свечение, притяжения и отталкивания?
- Можно ли сделать такую модель ската, от которой мы будем чувствовать электрические разряды в воде?
- Чей разряд сильнее, натурального ската или лейденской банки, заряженной от электрофорной машины и соединённой с моделью ската?

Ответ на первый вопрос подчёркивал одно из самых важных различий между электростатикой и электродинамикой, которую в XIX веке часто называли гальванизмом, а позже электродинамикой проводящих сред. Действительно, в воде и любой иной проводящей среде ток течёт по всем доступным путям. Даже в цепях со сравнительно высоким сопротивлением, например от ската через воду, руки и тело человека, и, затем, снова через воду к скату, протекает какая-то часть общего тока. Напротив, искра или молния в воздухе проходят по какому-то определённом пути. Позже Ричард Фейнман обобщил принцип Кавендиша на случай одного электрона, заменив сопротивления возможных путей их вероятностями [19].

Отвечая на последний из вышеназванных вопросов, Кавендиш подчеркнул, что есть две разные величины: электрическое напряжение и количество электричества (заряд). Чем больше напряжение, тем больше искровой промежуток и ярче искра, а при слишком низком напряжении искра не наблюдается вовсе. Величина физиологического эффекта, напротив, определяется не напряжением, а количеством электричества, протекшего через тело человека. Кавендиш установил, что напряжение и заряд связаны через величину, и поныне именуемую ёмкостью. Лейденская банка, заряженная от электрофорной машины, имеет большое напряжение, но маленький

заряд, в отличие от электрических органов скатов, которые, по Кавендишу, представляют собой конденсаторные батареи очень большой ёмкости.

Кавендиш предложил экспериментальную процедуру измерения ёмкости с помощью эталонного конденсатора. Измеряемый конденсатор заряжался до некоего напряжения, а затем соединялся с эталонным. После этого эталонный конденсатор отсоединяли, разряжали и снова соединяли с измеряемым. На каждом шаге напряжение на измеряемом конденсаторе измеряли при помощи электроскопа. Процесс продолжали до тех пор, пока напряжение на измеряемом конденсаторе не падало вдвое. Результат измерений получали решением логарифмического уравнения, где показателем логарифма служило число зарядов-разрядов эталонного конденсатора, и выражали в дюймах, соответствующих диаметру металлического шара такой же ёмкости. Ёмкость одной лейденской банки тех времён составляла примерно 1...10 нФ. Применявшаяся в опытах Кавендиша батарея из 49 соединённых параллельно лейденских банок имела ёмкость около 500 нФ (при напряжении порядка 20 кВ). Если воспользоваться современными данными о напряжении и токе разрядов электрических скатов (ок. 50 В и 30 А), то эквивалентный конденсатор должен был бы иметь ёмкость в 4000 раз больше, чтобы при том же заряде вызвать похожий физиологический эффект. Это и определяло техническую сложность имитации разряда ската.

Кавендиш сделал «удачную» модель электрического ската из стопки мокрых слоёв кожи, зажатых между обкладками из сплава свинца и олова. Конструкция эта представляла собой конденсатор нового типа, который сейчас называется электролитическим. Он вполне мог иметь ёмкость порядка тысяч микрофард. Большая ёмкость электролитической модели ската растягивала во времени разряд батареи лейденских банок, соединённых с погруженной в воду моделью ската, достаточно для того, чтобы эксперты, приглашённые Кавендишем, ощутили его физиологическое действие. Максвелл писал, что это был один из всего двух случаев, когда Кавендиш допустил посторонних в свою лабораторию [20].

Помимо электрических рыб, очень большую роль в становлении электродинамики сыграли опыты Луиджи Гальвани с лягушками, причём не с целыми живыми животными, а с особым образом отпрепарированными задними лапками [21]. В известных спорах Вольты и Гальвани одним из принципиальных пунктов разногласий была степень сходства электричества в электрических рыбах и в лапках лягушек. Гальвани считал, что эти явления отличаются лишь количественно, но не качественно. Вольта же полагал, что только в электрических органах рыб течёт электричество, тогда как в нервах и мышцах лягушек — неизвестный нервный флюид.

Первоначальное событие, с которого начались исследования Гальвани, историки науки связывают с его женой Люцией Галлеацци [22, 23]. Люция сидела в лаборатории своего мужа, крутила ручку электрофорной машины и любовалась проскакивающими искрами. А в это время ассистент Гальвани препарировал лягушку, и её лапка очень сильно дёргалась при прикосновениях скальпеля. Наблюдательная женщина обратила внимание мужа, что судороги случаются именно в те моменты, когда между шарами электрофорной машины проскакивают искры. Удивительными были два обстоятельства.

- Электрофорная машина никак не была связана с лягушкой.
- Речь шла об отпрепарированной лапке, то есть эффект сохранялся при отрезании головы.

Как писал Гальвани: «Тогда я зажёгся невероятным усердием и страстным желанием исследовать это явление и вынести на свет то, что было в нем скрытого» [21].

В дальнейших экспериментах было установлено, что для получения эффекта нерв от позвоночного столба до мышцы следует оставить нетронутым, но обнажить его, а экспериментатор должен в момент искры касаться нерва скальпелем. Если скальпель имеет костяную ручку, то экспериментатор должен касаться заклёпок скальпеля, «открывая дорогу электрическому флюиду». Если просто положить скальпель на нерв, то эффект не наблюдается. Однако, если прикрепить к скальпелю отрезок провода и направить его к полу, а другой кусок провода прикрепить

к нерву и направить его к потолку, то эффект появится. Получается дипольная антенна с нервно-мышечным препаратом в качестве приёмника, который можно использовать как регистрирующий прибор, называемый, следуя Карло Маттеуччи, «гальваноскопической лягушкой» [24]. Попытки зарегистрировать открытый Гальвани эффект традиционными приборами, например, самыми чувствительными на тот момент электроскопами, не привели ни к чему даже тогда, когда гальваноскопические лягушки бились в конвульсиях. Этот бионический сенсор тока применялся более ста лет.

В следующей серии экспериментов Гальвани попытался зарегистрировать атмосферные электрические явления при помощи гальваноскопических лягушек. Отметим, что в ту эпоху налаживание громоотводов было единственным практическим применением электричества, что и определяло интерес исследователей к этой области. Отпрепарированные лапки подвешивали на открытом воздухе, к ним подводили провода от громоотвода, и в грозу наблюдали интенсивные конвульсии. Сколько раз вспыхивала молния, столько раз сокращались лапки.

Однажды, в ясную погоду при лёгком ветерке, Гальвани заметил, что, касаясь чугунных перил балкона, подвешенные на медных крючках лягушачьи лапки сокращаются. Прижимая лапки к решётке и чувствуя их конвульсии, Гальвани связывает в цельную конструкцию контактирующий с нервом медный крючок, нервно-мышечный препарат и контакт мышцы с чугуном. Позже было показано, что замыкание нерва и мышцы с помощью дуги из двух разных металлов вызывает сокращение. Изначально именно эта совокупность из лапки лягушки и двух разных металлов, образующих дугу, получила название «гальванический элемент». Позже, в опытах Вольты, гальванические элементы утратили нервно-мышечную составляющую, однако сохранили электролитическую прослойку на её месте.

Помимо собственно гальванического элемента, Гальвани открыл гальванические токи, протекающие в нервах и мышцах, что радикально расширило представления о масштабах проявления электричества в живой материи. Выяснилось, что электричество — это не только молнии, огни святого Эльма, трибоэффекты и экзотические рыбы — это основа жизни. Гальвани писал: «Что касается произвольных движений, то, быть может, душа посредством своей удивительной силы может либо в мозгу, что вероятнее всего, либо вне его, в том нерве, который она себе избрала, породить как бы некоторый толчок, благодаря которому нервно-электрический флюид немедленно приливает от соответствующей части мышцы к той части нерва, к которой он был направлен этим толчком» [21].

Открытие Гальвани произвело столь сильное впечатление, что в течение почти ста лет электрический ток называли гальваническим, источники электрического тока — гальваническими элементами, а измерители электрического тока — гальванометрами. Первую физическую интерпретацию его результатов дал Алессандро Вольта. В 1794 году Вольте присуждают медаль Копли «За сообщения, объясняющие некоторые опыты профессора Гальвани». Наиболее существенным результатом Вольты было установление того факта, что в опытах Гальвани с замыканием нерва и мышцы дугой из двух металлов, источником тока (движителем электричества) были не нерв и не мышца, а контакт двух разных металлов. Приведенные Вольтой экспериментальные доказательства более чем наглядны и легко воспроизводятся, например, с помощью пары цинк-серебро и электроскопа, а «животное электричество», описанное Гальвани, в интерпретации Вольты оказалось всего лишь не подтвердившейся гипотезой.

После получения медали Копли Вольта долго экспериментировал с различными парами металлов, пытаясь составить из них источник тока, сравнимый с электрическими органами рыб. Однако контактные разности потенциалов при простом выкладывании разных металлов в последовательные цепи никак не суммировались, то есть в современных единицах напряжение в источнике не превышало пары вольт. Тогда, со ссылкой на анатомию электрических органов рыб, Вольта ввёл в свои конструкции между парами разнородных металлов прослойки из бумаги, смоченной в кислоте. Так получился Вольтов столб, одно из революционных изобретений ушедшего

тысячелетия, прообраз всех современных батарей и аккумуляторов. В своём письме Королевскому научному обществу Вольта сообщал о своём изобретении: «Этот прибор, более сходный по существу, как я покажу дальше, с естественным электрическим органом электрического ската или электрического угря, чем с лейденской банкой и известными электрическими батареями, я назову искусственным электрическим органом [25].

Несмотря на очевидную работоспособность Вольтова столба, вопрос о том, что является источником мощности в гальваническом элементе, оставался открытым ещё в течение нескольких десятилетий. В 1838 году Фарадей писал: «Этот вопрос в настоящее время имеет чрезвычайное значение для теории и для развития электрической науки. Мнения относительно этого различны, но самыми значительными являются два, из которых первое находит источник мощности в контакте, а второе — в химической силе. Спор между ними касается самых основных принципов электрического действия, ибо мнения настолько различны, что два человека, соответственно принявшие их, принуждены в дальнейшем расходиться по всем пунктам, относящимся к возможной и глубокой природе агента, или силы, от которой зависит явление гальванического элемента» [26]. В конце концов, Фарадей доказал, что источником мощности в гальванических элементах является энергия происходящих внутри них химических реакций, а не простой контакт двух металлов.

Воодушевление, вызванное открытиями Гальвани, было связано, прежде всего, с надеждами на появление принципиально новых методов лечения и даже оживления людей. Однако бесчисленное количество экспериментов не дало сколько-нибудь позитивных результатов. Скепсис Вольты казался все более убедительным, он утверждал, что электричество лишь возбуждает нерв, а что происходит дальше, например, каким образом нервное возбуждение вызывает сокращение мышцы, остаётся неизвестным. Что из себя представляет жизненная сила, доступна ли она опыту и в каких отношениях находится с электричеством? Согласно гипотезе Фарадея, электрические органы угрей и скатов — это преобразователи жизненной силы в электрическую [15]. Возникает вопрос, а можно ли восстановить жизненную силу, пропуская ток через тело электрического угря в обратном направлении? Эта смелая гипотеза не подтвердилась, но в процессе экспериментов и их обсуждения окончательно сложилось понимание об источнике мощности Вольтова столба, а также понимание электродвижущей силы как потока энергии, а не как меры взаимодействия двух тел.

Дальнейшее развитие классической электродинамики не опиралось на эксперименты с электрическими рыбами, ограничившись активным использованием искусственных аналогов их органов. Открытие магнетизма, взаимодействия электрических и магнитных полей, электромагнитных волн, а также множественные практические применения электричества — всё это опиралось скорее на математику, тогда как биология и бионика перестали служить источником новых идей.

2. Становление электрофизиологии: Рыба как нервно-мышечный препарат

Несмотря на убедительные доводы Вольты в пользу того, что источником напряжения является контакт двух разных металлов, и доводы Фарадея, определившего, что источником мощности в Вольтовом столбе являются химические реакции, открытым остался крайне важный вопрос: а происходят ли какие-то электрические процессы в живых организмах? Являются ли лапки лягушки источником тока, как полагал Гальвани, или это чисто пассивная структура, а электрический ток в живых организмах протекает только в специально устроенных электрических органах, как считал Вольта? Область науки, предметом которой является изучение электрических явлений в живых организмах, получила название электрофизиология. Одно из самых ярких имён в этой области — Карло Маттеуччи.

Выпускник Болонского университета Карло Маттеуччи был апологетом профессора Гальвани из Болоньи и его идей животного электричества [27]. Они не могли быть знакомы, так как

Гальвани ушёл из жизни в 1798 году, а Маттеуччи родился в 1811. Маттеуччи получил широкое образование: математическое, физическое, химическое, и рано начал публиковать научные труды, посвящённые химическим процессам в Вольтовых столбах и электромагнитной индукции, занимался телеграфом. Позже Маттеуччи стал известным политиком и даже какое-то время занимал пост министра просвещения Италии. В 1844 году Маттеуччи в возрасте 33 лет получил медаль Копли за «Исследования животного электричества» [28], а в 1870 году в честь Карло Маттеуччи была учреждена медаль, которая вручалась только физикам, в том числе, Гельмгольцу, Ферми, Паули и многим другим. В России Маттеуччи сравнительно мало известен, а его труды не переводились на русский язык, что является дополнительным аргументом уделить особое внимание подробностям его научной деятельности.

В спор о животном электричестве Маттеуччи вступил, располагая теми же преимуществами, которые имел физик Вольта по отношению к анатому Гальвани: и теоретическими представлениями, и логикой физических аргументов при ведении споров в профессиональной среде, и умением создавать новые приборы, и совершенствовать существующие, и обширными знакомствами в физическом научном сообществе. Но он вошёл в этот спор под знаменем Гальвани. Также как и Вольта, Маттеуччи освоил изготовление «лягушко-лапковых» гальваноскопов и широко использовал их в своих исследованиях. Там, где этого требовала необходимость, Маттеуччи применял и более солидные приборы, например, гальванометры с магнитной рамкой конструкции Нобили или кимограф — первый механический самописец.

В Трудах Королевского общества было опубликовано одиннадцать мемуаров итальянского физика, объединённых под общим заголовком «Электрофизиологические исследования». Как и трактат Гальвани, и письма Вольты о животном электричестве, эти мемуары дают эволюционную картину научного поиска учёного от первых ярких успехов через период мучительного непонимания к долгой изнурительной осаде и, наконец, к «появлению ткани» и «выпрямительному вздоху» (Осип Мандельштам).

Если Гальвани прав, и в основе функционирования живого лежат течения электрических флюидов, то как конкретно это происходит? Что делает мозг? Вырабатывает электричество из крови? Как мозг управляет органами и мышцами? Что делают нервы? Что общего и в чём различия электрических органов и обыкновенных мышц?

Первые успехи Маттеуччи были связаны с электрическими рыбами. В 30-е годы XIX века многие пытались получить от скатов *Torpedo* «чистое электричество», то есть искру. Однако задача была трудной, так как амплитуда разряда ската всего около 50 В, а для получения искры нужны киловольты. Следуя Фарадею, многие пытались применить катушки индуктивности, но терпели неудачи. Идея Маттеуччи состояла в том, чтобы, во-первых, заставить весь ток разряда рыбы течь через катушку, ограничив обходные пути через воду, а, главное, сразу после начала разряда прервать цепь — тогда энергия разряда, преобразованная в энергию магнитного поля, снова перейдёт в электрическую форму и индуцирует в катушке требуемое для искры напряжение. Сами эксперименты были выполнены его соавтором Санти Линари, но методика была предложена Маттеуччи [29].

Позже Маттеуччи начинает сам экспериментировать с электрическими органами скатов *Torpedo*. К концу 30-х годов XIX века он установил, что в мозгу ската есть только один отдел, управляющий электрическими разрядами — дно четвёртого желудочка, который Маттеуччи называет электрической долей мозга. Стимулирование этого отдела током, прикосновением или химическим воздействием вызывает разряд, тогда как аналогичное стимулирование любых других зон мозга разрядов не вызывает. Если удалить весь мозг, кроме электрической доли и идущих от неё нервов, то возможность генерировать разряды сохраняется. Нервы Маттеуччи тоже проследил и описал, показав, что если их перерезать, мозг утратит способность вызывать разряды. При этом стимулирование нервов ниже обрыва вызывает разряды, причём только в той части органа,

куда идёт этот нерв. Электрический орган состоит из множества специализированных клеток — электроцитов, которые Маттеуччи называет призмами. Электроциты последовательно соединены в ряды, идущие параллельно оси органа. Соединяясь параллельно, ряды электроцитов образуют мощную батарею. Если перерезать нервы, иннервирующие разные части электрического органа, то мощность разряда падает в соответствии с тем, какая часть органа была отключена. Вопрос о том, откуда сами электроциты берут энергию, оставался открытым.

По результатам экспериментов с электрическими рыбами, Маттеуччи высказывается в пользу электрической природы нервного агента, передающего команды от мозга к органу. Он показывает, что движения крови не участвуют в этом процессе, однако, для чистоты экспериментов, препараты должны быть тщательно очищены от крови и иных физиологических жидкостей. Наконец, Маттеуччи предполагает принцип единообразия передачи команд в нервной системе вне зависимости от того, идут ли они к электрическим органам или к обычным мышцам. К исследованиям электрических рыб Маттеуччи будет возвращаться ещё не раз, но, в основном, дальнейшие эксперименты были выполнены на обыкновенных неэлектрических животных — лягушках, голубях и кроликах.

Вольта и его сторонники настаивали, что причиной всех электрических явлений, наблюдаемых в опытах Гальвани, были артефакты: контакты металлов, градиенты температуры или индуктивные наводки. Таким образом, в опытах с животным электричеством было очень важно продемонстрировать отсутствие таких посторонних источников. Кроме того, важно было, чтобы эксперименты могли с минимальными усилиями повторить другие исследователи [30]. Таким образом, применение препарированных лягушек и в качестве источников тока, и в качестве датчиков электрических событий было не прихотью, этого требовала чистота эксперимента и его трактовки.

Опыт Карло Маттеуччи, доказывающий, что источником электричества является именно мышца, был весьма остроумен и убедителен. Поскольку Вольта неоднократно подчёркивал, что все электрические явления происходят именно в нервах, а мышца сокращается по неизвестной причине, вызываемой действием нервов, то первое, что делает Маттеуччи — отрезает нерв вместе с областью контакта нерва и мышцы, оставляя только половину лягушачьей лапки. Затем он собирает замкнутую цепь, включающую гальванометр Нобили и не одну, а несколько лягушачьих лапок, выложенных таким образом, чтобы срез одной лапки касался неповреждённой поверхности мышцы другой лапки (рис. 2, [30]).

Получается эдакий «лягушко-лапковый» Вольтов столб («frog's leg pile»). Чтобы показать, что причиной разряда является не гальванометр и его контакты, а именно мышцы, в качестве индикатора во второй серии экспериментов применялся классический нервно-мышечный гальванометр. Маттеуччи показал, что величина регистрируемого тока линейно зависит от числа половинок лягушиных лапок, чем окончательно доказал, что мышцы сами по себе являются источником электричества. Более того, батарея, собранная из лягушачьих лапок, оказалась способной вызывать электролитическое разложение йодида калия,

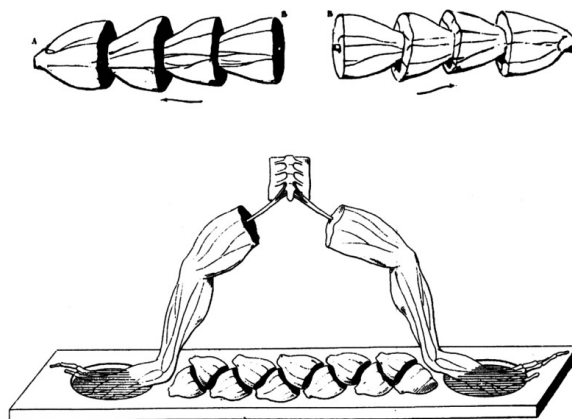


Рис. 2. Иллюстрация экспериментов Маттеуччи из его статьи 1845 г., показывающая как половинки лягушачьих лапок были соединены в последовательные батареи [30]

Fig. 2. An illustration of Matteucci's experiments from his 1845 article, showing how the halves of frog legs were connected to form sequential batteries [30]

что позволило установить полярность. Область повреждения лапки оказалась отрицательной по отношению к неповреждённой её части. Маттеуччи полагал, что причиной появления тока является не само повреждение, а контакт между внешней и внутренней стороной мышцы, который устанавливается при касании гальваноскопом области среза. Между разными участками повреждённых областей мышцы, равно как и неповреждённых, разности потенциалов не наблюдалось.

Описанный ток Маттеуччи называет мускульным [30], а современная научная литература — током повреждения. При этом ток, о котором исходно шла речь в экспериментах Гальвани и Вольты, протекает во время сокращений мышцы и имеет обратное направление. Этот ток Маттеуччи называет «истинным» («*gropet siggent*», [31]). Как соотносятся истинный и мускульный токи? Есть ли мускульный ток в неповреждённой лягушке? Для того чтобы экспериментировать с истинным током, необходимо было сохранить нервы, не повреждать мышцы и выкладывать батарею таким образом, чтобы нерв одной лапки контактировал с лапками другой (рис. 3, [30]).

Все эксперименты, выполненные с мускульным током были повторены с истинным током. По реакции на различные внешние факторы была установлена полная их аналогия. Открытым оставался вопрос о том, откуда берётся «животное» электричество? Маттеуччи рассматривал три версии. Согласно первой, источником является окружающий воздух. В опытах, проведенных в атмосфере различных газов, было показано, что в водородной атмосфере ток больше, а в кислородной — меньше. Тем не менее основной вывод гласил, что мускульный ток определяется тем, что происходит внутри мышцы, а не вырабатывается из окружающего газа.

Согласно второй версии, источником тока был контакт гетерогенной внутренней поверхности мышцы и её гомогенной оболочки. Действительно, контакт любых неодинаковых материалов может вызывать контактную разность потенциалов. Для проверки этой гипотезы Маттеуччи нарезает кольца из слепой кишки быка примерно таких же размеров как лягушачьи бёдра. Эти кольца он набивает фибрином из взбитой бычьей крови и выкладывает батарею из 20 таких элементов, аналогичную тем, которые были сделаны из лягушачьих лапок (см. рис. 2). От такой батареи никаких признаков тока обнаружено не было. Чередуя лягушачьи лапки и кусочки слепой кишки с фибрином, Маттеуччи зарегистрировал ток, но несколько меньший, чем от лапок без вставок из отрезков кишки. Таким образом было установлено, что «мускульный ток» не есть следствие контактной разности потенциалов.

Согласно третьей гипотезе, к которой Маттеуччи тяготел с самого начала, электричество возникает в результате химического взаимодействия крови с мышечными волокнами. Восстановление электричества в мышцах связано с питанием животного, а сама мышца в чём-то похожа

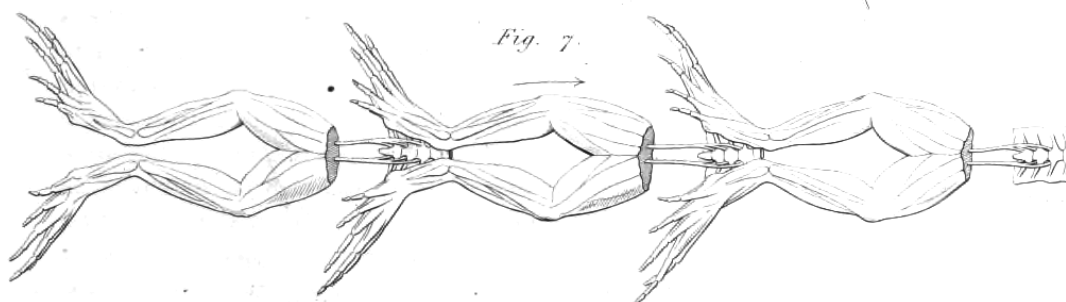


Рис. 3. Иллюстрация экспериментов Маттеуччи, демонстрирующая, как были приведены в контакт мышцы и нервы от разных лягушачьих лапок [30]

Fig. 3. An illustration of Matteucci's experiments demonstrating how muscles and nerves from different frog legs were brought into contact [30]

на гальванический элемент. Мышца заканчивается сухожилием, и между срезом сухожилия и поверхностью мышцы регистрируются такие же токи, как и между срезом мышцы и её оболочкой. Маттеуччи проводит аналогию мышцы с гальваническим элементом: цинк соответствует сухожилию, электролит — крови, платина — поверхности мышцы. При питании происходят химические реакции, заряжающие столб. При сокращении мышцы электричество расходуется на механическую работу.

С точки зрения понимания физиологии электрических рыб из открытий Маттеуччи наиболее интересным представляется «индуцированное сокращение» [24]. Ещё Гальвани показал, что сокращение наблюдается при набрасывании нерва стеклянной палочкой на повреждённые и неповреждённые участки мышцы. Маттеуччи модифицировал этот опыт, показав, что нерв одной гальваноскопической лягушки, расположенный поверх мышцы другого препарата, способен индуцировать сокращение мышцы первого препарата в ответ на возбуждение сокращения во втором препарате. Эффект индуцированного сокращения наблюдается также в случае, когда нерв гальваноскопической лягушки приложен к мышце другого животного. Сегодня это явление называется вторичным тетанусом или опытом Маттеуччи.

Маттеуччи показал, что если на индуцирующую мышцу, перед тем как класть на неё нерв от индуцируемой мышцы, капнуть какую-нибудь жидкость, то эффект сохраняется. Причём речь идёт не только о проводящих жидкостях: «Из множества жидкостей не нашлось ни одной, которая бы препятствовала индуцированному сокращению. Чистая вода, слабо подкисленная вода, солёная вода, сыворотка, кровь, оливковое масло, разбавленный алкоголь, спиртовой раствор лака (политура), канифоль, лёгкая нефть, скипидар — все эти жидкости испытывались в эксперименте и всегда индуцированное сокращение имело место. Я всегда капал несколько капель жидкости на мышцу, а потом располагал на ней нерв, помещая его в такую же жидкость. Индуцированное сокращение наблюдалось даже, если тонкий слой фетра (войлока), пропитанного этими жидкостями, размещался между нервом и мышцей. Низкая электропроводность некоторых из использованных жидкостей (масло, скипидар, политура и т. п.) заставила меня усомниться в том, что индуцированное сокращение не будет существовать даже несмотря на наличие вставки из абсолютно изолирующего тела. Я был убеждён, что через слой, даже очень тонкий, указанных жидкостей ни мышечный ток, ни истинный ток не распространяются. Поэтому, несомненно, что если индуцированное сокращение распространяется через слой упомянутых плохих проводников, это индуцированное сокращение не может быть связано с током, генерируемым в сокращающейся мышце, и проходящим отсюда в нерв гальваноскопической лягушки [24]. Опубликовав эти результаты, Маттеуччи продемонстрировал примечательную научную честность, так как они прямо противоречили его собственным выводам об электрической природе взаимодействия нерва и мышцы.

Маттеуччи пытается найти другой механизм передачи возбуждения. Например, он пытается вызвать сокращение, положив нерв на звучащую струну. Все эти эксперименты возвращают его к первоначальной электрической гипотезе, но как объяснить прохождение тока через изолирующие жидкости?

Позже были поставлены опыты, в которых индуцирующая мышца была лишена способности сокращаться (при помощи нагревания, например) и использовалась как пассивный проводник сигнала от внешней очень сильно заряженной лейденской банки. При каких воздействиях мышцы сохраняют способность сокращаться, а при каких утрачивают, Маттеуччи описал до этого [32]. Разряды заряженной лейденской банки вызывали сокращения индуцируемой лапки, в том числе и при наличии между ними изолирующих жидкостей или даже тонких пластинок слюды. В последнем случае эффект ослаблялся, но не исчезал вовсе. Эти результаты реанимировали электрическую гипотезу, а также в очередной раз подтвердили правоту Маттеуччи, утверждавшего, что в электрофизиологических экспериментах, помимо физических измерителей тока, необходимо

использовать гальваноскопических лягушек: «По сути, ни один из наших электроскопических инструментов не способен показать нам существование электрического разряда, подобного тому, который даётся очень маленькой банкой, предварительно разряженной три или четыре раза подряд металлическим проводником. Только гальваноскопическая лягушка может указывать на существование этих разрядов» [32]. Из экспериментов следовало, что электричество в нервах — не постоянный ток, а разряды, подобные разрядам электрических рыб.

Действие электрических потенциалов мышцы на нерв другого существа — это качественно то же явление, которое используют сильноэлектрические рыбы, воздействуя на своих жертв [33], с той лишь разницей, что в случае электрических угрей и скатов потенциалы, токи и расстояния, на которых проявляются эффекты, гораздо больше. А если речь идёт о рыбах со слабыми электрическими органами? Могут ли они вызывать индуцированное сокращение в других организмах? И, если нет, то как в процессе эволюции появились электрические рыбы? Эта проблема была отнесена Дарвином к числу особенно трудных, и ныне известна как одна из головоломок Дарвина [34]. Прежде чем стать эффективным оружием, электрические органы должны были пройти начальные стадии эволюции, когда они были примитивными, маленькими и маломощными. В качестве примера такой маломощной электрической рыбы Дарвин со ссылкой на Маттеуччи называет ромботелых скатов.

Электрические органы ромботелых скатов (Rajiformes) были впервые описаны шотландским исследователем Джеймсом Старком в 1844 г. Старк описал только морфологию органов и не проводил физиологических исследований. Тем не менее он настаивал, что обнаружил у этих скатов электрический аппарат, ссылаясь на то, что рыбаки испытывали характерные ощущения слабых электрических разрядов [2]. Два года спустя французский гистолог Шарль-Филипп Робин независимо обнаружил и описал эти органы в хвосте ромботелых скатов. В 1846 г., после сообщения Робина ромботелыми скатами заинтересовался очень авторитетный анатом Йохан Мёллер. Он не обнаружил никаких заметных электрических эффектов и обратился за консультацией к Маттеуччи. Маттеуччи ничего электрического не обнаружил и пришел к заключению, что это не электрическая рыба. Спустя 19 лет Робин повторил исследования ромботелых скатов и вызвал сокращения гальваноскопических лягушек при их разрядах, но в тех лишь случаях, когда нерв касался тела ската, или когда кожа ската вблизи органа была надрезана [35].

Однако вопрос о том, вызывают ли разряды ромботелых скатов индуцированные сокращения на расстоянии от рыбы, остался без убедительного ответа. Много позже было установлено, что скаты обладают специализированным электрическим чувством, позволяющим им ощущать разряды сородичей и делающим возможной электрокоммуникацию [4].

Если судить о прогрессе науки по медалям Копли, то после Маттеуччи серьёзный прорыв в понимании электрических процессов в нервах и мышцах случился только век спустя. Медали были присуждены в 1965 году Алану Ходжкину за открытие механизма возбуждения и передачи импульса в нервах и заслуги в нейрофизиологии, в 1967 году — Бернарду Катцу за выявление механизма передачи нервного импульса через синапс, в 1973 году — Эндрю Хаксли за исследование механизмов проведения нервных импульсов и активации сокращения мышцы. Про роль, которую сыграли электрические рыбы в прогрессе электрофизиологии после Маттеуччи, можно прочитать в замечательной книге Фингера и Пикколино «Шокирующая история электрических рыб» [2]. В проводимых исследованиях механизмов передачи нервных импульсов и нервно-мышечных синапсов, в том числе, удостоенных Нобелевских премий и медалей Копли, электрические скаты и угри часто служили объектом исследований. Исследователей интересовали не электрические рыбы как таковые, а просто удобный препарат, такой же, как, например, гигантский аксон кальмара. Однако, благодаря этому обстоятельству, физиология электрических органов рыб была хорошо описана для всех видов электрических рыб [36].

3. Открытия Ханса Лиссмanna: Рыба как приёмопередатчик слабых электрических сигналов

Новая эра в исследованиях электрических рыб началась с открытий Ханса Лиссмanna, специалиста по локомоции животных. Как-то раз некто доктор Моррис подарил ему для исследований нильского гимнарха — африканскую рыбу с оригинальным способом плавания. За счёт волнообразных движений длинного спинного плавника гимнарх с равной лёгкостью плавает как вперёд, так и назад, и при движении назад он не натывается на препятствия. Последний факт вызвал у Лиссмanna живой интерес.

Лиссмanna предположил, что механизм ориентации гимнарха может быть основан на электрическом чувстве. Используя осциллограф, входы которого через усилитель были подключены к электродам, опущенным в воду, Лиссмanna обнаружил непрерывный квазисинусоидальный сигнал с довольно стабильной частотой (около 300 Гц) и амплитудой около 30 мВ вблизи рыбы. При разворотах гимнарха амплитуда и фаза регистрируемого сигнала менялись, что свидетельствовало о том, что источник сигнала находится в рыбе, а не является артефактом регистрации. В феврале 1951 г. *Nature* опубликовала короткое сообщение Лиссмanna «Непрерывные электрические сигналы от хвоста рыбы *Gymnarcus niloticus*» [9]. Рыба непрерывно генерировала сигнал независимо от того, в какую сторону и с какой скоростью двигалась. Наблюдения показали, что гимнарх реагирует на искажения собственного поля посторонними объектами, такими как медная проволока, а также реагирует на внешние переменные электрические поля близкой частоты. Если предъявлять гимнарху его собственный сигнал, передавая его в воду через электроды, то он способен обнаружить источник и атаковать его. Помимо гимнарха, предварительные эксперименты были выполнены на его близких родственниках — африканских мормиридах, а также на южно-американских гимнотидах, одним из представителей которых является электрический угорь.

Семь лет спустя, в 1958 г., в «*Journal of Experimental Biology*» выходит главная статья Лиссмanna «О функции и эволюции электрических органов рыб» [3]. Она начиналась словами, отсылающими нас к описанной головоломке Дарвина: «Неадекватность функциональной и эволюционной теорий электрических органов рыб стала ясной уже давно». Путь из этого тупика виделся Лиссмanna следующим образом: «Представляется важным рассматривать электрические органы не как органы, интересные сами по себе, а как часть общей организации рыбы, играющей роль в её взаимодействии с окружающим миром» [3].

Основные выводы, сделанные Лиссмanna, можно сформулировать следующим образом: поскольку рыбы, названные им слабоэлектрическими, способны обнаруживать объекты с помощью электрических сигналов, у них должна быть специализированная чувствительность к очень слабым электрическим полям. Более того, по Лиссмanna, эволюционно электрочувствительность должна была возникнуть раньше и служить основной предпосылкой развития специализированной электрогенерации. Поэтому электрочувствительных животных должно быть заметно больше, чем животных, способных к генерации электрических сигналов. Специализированная электрочувствительность требует наличия у рыбы специальных рецепторов и специальных отделов мозга, которые с ними связаны. Кожа слабоэлектрической рыбы устроена особым образом — это толстый многослойный эпидермис с высоким электрическим сопротивлением, пронизанный густой сетью каналов, заполненных хорошо проводящим веществом и ведущих к сенсорным клеткам. Такая структура превращает поверхность тела в подобие «сетчатки» электрического глаза, позволяющего разглядывать картины электрических полей. У гимнарха только задний конец электрического органа имеет прямой контакт с водой. Передние концы столбов, образующих электрический орган, уходят в толщу тела, покрытого кожей, имеющей высокое сопротивление, но пронизанной каналами электрорецепторов, по которым и протекает ток.

Предложенная Лиссманном теория общей организации электросенсорной системы слабоэлектрической рыбы объединила в одно целое и странные формы тела, свойственные электрическим рыбам, и необычную манеру плавать, и огромный, по рыбьим меркам, мозг, и распространённость электрических рыб в очень мутных реках, где зрение становится почти бесполезным. Как и многие другие идеи Лиссмана, гипотеза о связи формы тела и манеры плавания с требованиями электрорецепторных систем находит все новые подтверждения. Именно этим сегодня объясняют экзотичный внешний вид многих электрочувствительных животных, например, акулы-молота. Вопрос «Зачем?», центральный для Дарвиновской эволюционной теории и обычно лукаво подменяемый вопросом «Как устроено?», ставился Лиссманном прямо и получал адекватные ответы, в свете которых стало много понятнее, почему электрочувствительная система устроена именно так, а не иначе.

Экспериментальное исследование функционального назначения электрического чувства осложняется тем, что у экспериментаторов нет собственного природного опыта восприятия электрических полей и токов. Изучая возможности зрения или слуха, мы можем хотя бы качественно опираться на свои глаза и уши и на опыт своего зрительного и слухового восприятия. Мы сами видим, например, изменения брачной окраски у лососей и предполагаем, что и сами лососи тоже могут это видеть и учитывать в поведении. Мы слышим токование глухарей или кваканье лягушек и полагаем, что эти звуки для них важны, так же как звуковая коммуникация важна и для нас. В случае же электрических рыб мы используем вместо глаз и ушей лишь приборы и физические модели.

Использованная Лиссманном техника регистрации была весьма проста — дипольная антенна из двух регистрирующих электродов, батарейный усилитель, наушники, магнитофон и осциллограф. С помощью этой техники Лиссманн в африканских реках зарегистрировал те же регулярные электрические сигналы, которые он наблюдал в лаборатории. Значит, рыбы активно используют электрические сигналы в природе. Обнаруженные электрические импульсы отличались по форме, частоте и ритму, так как разные виды рыб генерируют различные сигналы.

Вопрос о назначении электрочувствительной и электрогенераторной систем слабоэлектрических рыб был решён Лиссманном в серии остроумных поведенческих экспериментов, выполненных совместно с Кеном Мэйчином [37]. Подопытных гимнархов обучали отличать внешне идентичные объекты, имеющие разную электропроводность. Для этого использовали заполненные водой непрозрачные сосуды из пористого вещества, в которые помещали проводящие (металлические) или диэлектрические (стеклянные или парафиновые) стержни. Рядом с двумя внешне идентичными сосудами помещали по червю и, если гимнарх пытался схватить червя, расположенного за сосудом со стеклянной палочкой или парафином, рыбу отгоняли (негативное подкрепление). Выяснилось, что гимнарх легко различает сосуды по их содержимому и уверенно забирает корм за нужным сосудом (рис. 4).

Свои эксперименты Лиссманн продолжил на гимнотах (*Gymnotus carapo*), успешно обучив нескольких рыб брать пищу в присутствии диска диаметром 5 см из изоляционного материала и отказываться от неё в присутствии алюминиевого диска такого же размера. Эксперименты эти с равным успехом были проведены и на свету, и в темноте. Затем рыбам было предложено отличить алюминиевый диск от диска, покрашенного алюминиевой краской (изолятором). Лиссманн варьировал материалы изоляционных дисков, равно как и металлы, из которых был изготовлен проводящий диск. Эти изменения не мешали обученным рыбам уверенно выполнять задания, что позволило полагать, что важны именно электрические, а не химические свойства материалов.

Поскольку наличие металлов в этих экспериментах могло означать протекание дополнительных токов, воспринимаемых рыбой, то были поставлены контрольные эксперименты, в которых металлы не использовали вовсе. Предварительные эксперименты показали, что рыба реагирует на быстрые перемещения магнита вблизи аквариума. Теперь рыбу приучали брать пищу, если вблизи

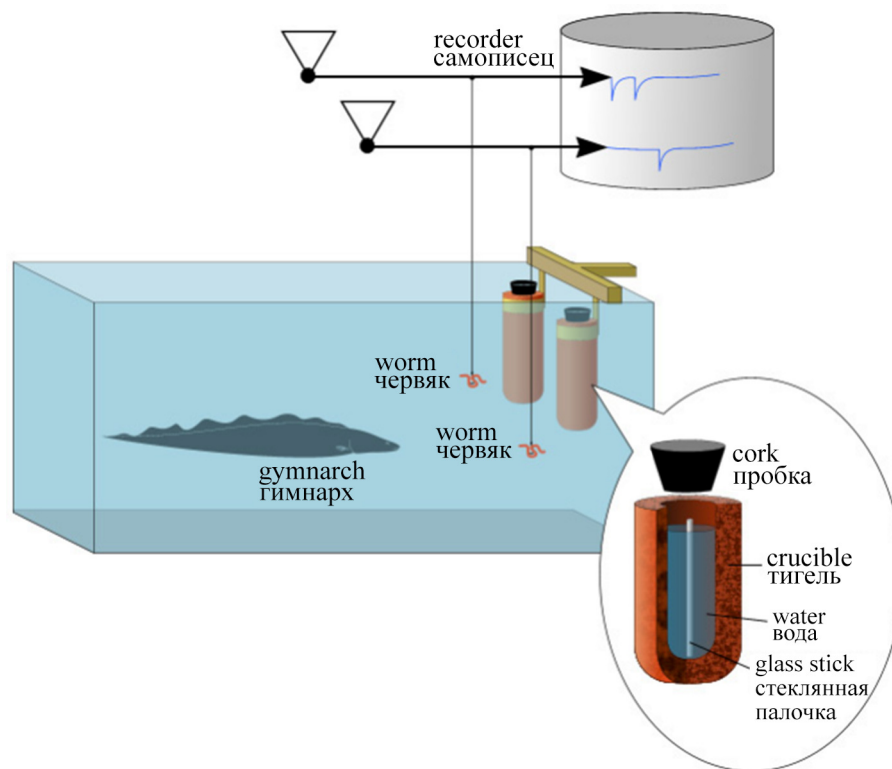


Рис. 4. Иллюстрация к экспериментам Х. Лиссмана и К. Мэйчина по оценке способности гимнарха различать проводящие и непроводящие объекты [37, 38] (цвет онлайн)

Fig. 4. Illustration from the work of H. Lissmann and K. Machin, showing the *Gymnarchus*'s ability to distinguish between conductive and non-conductive objects [37, 38] (color online)

от аквариума за непрозрачной перегородкой был закреплён магнит, и воздерживаться от пищи, если магнита не было. И наоборот — брать пищу при отсутствии магнита. При постановке этих экспериментов Лиссманн пытался доказать не прямую магнитную чувствительность рыб, а их способность к восприятию магнитных полей с помощью токов, наводимых в воде движущимся магнитом или в движущейся рыбе неподвижным магнитом.

После описания биологических аргументов в защиту электролокации, Лиссманн сформулировал соответствующую физическую модель: в однородной водной среде рыба создаёт поле, напоминающее поле электрического диполя. Любой объект, электропроводность которого отличается от электропроводности воды, будет отклонять линии поля и, находясь в воде, искажать первоначальную конфигурацию поля. Предполагается, что рыба способна чувствовать это искажение поля. Эта идея была количественно оценена коллегой Лиссманна Кеном Мэйчином, а результаты были опубликованы в их совместной статье, вышедшей в том же номере *Journal of Experimental Biology* [37]. Она совершенно не соответствует моделям, традиционным для современной техники радиолокации, так как электрические рыбы не регистрируют отражённых от объектов сигналов, воспринимая лишь искажения структуры поля вокруг себя. Такая невольная квазистатическая модель электролокации совсем не тривиальна, при всей её внешней простоте и наглядности.

Переходя к обсуждению головоломки Дарвина, то есть истории происхождения электрических органов, Лиссманн повторяет известные трудности эволюционной теории: электрические органы в каждой группе электрических рыб возникли независимо. Эмбриология и иннервация явно указывают, что электрические органы возникли из мышц, но в мышцах рыб нет ничего

особенного, провоцирующего их превращение в электрические органы. Более того, нельзя утверждать, что какая-то конкретная группа мышц оказалась более других предрасположена к таким трансформациям, поскольку органы произошли из разных групп мышц, например, хвостовых, туловищных или глазных. Получилось, что рассмотрение проблемы на уровне собственно электрического органа не привело к разгадке, необходимо было двигаться далее и подняться на уровень целого функционального комплекса, частью которого являлись эти органы.

Предполагая существование электрорецепции, Лиссманн вынужден был указать, какие именно структуры могли бы быть электрорецепторами. Он искал электрорецепторы среди сенсорных окончаний, морфологически описанных для слабоэлектрических рыб и не встречающихся у других водных животных. У мормирид такие особые окончания имеются, это густая сеть каналов в коже, заполненных хорошо проводящим ток гелем и снабжённых сенсорными клетками на дне. Аналогичные каналные органы были указаны Лиссманном для других электрических рыб — гимнотид, скатов и сомов [3].

Ко времени публикации статьи Лиссманна, спор о функции аналогичных сенсорных окончаний у скатов (канальных органов или ампул Лоренцини) уже шёл в научной литературе. Лиссманн указывает, что эти органы чрезвычайно чувствительны к изменениям давления и температуры, вплоть до 0.05°C . Он, однако, находит ряд противоречий в температурной гипотезе. 1) Зачем было прятать чувствительные температурные рецепторы вглубь тела? 2) Иннервация этих рецепторов соматотопическая, то есть в мозгу центры, обрабатывающие сигналы от близких участков поверхности тела, также сближены. Зачем это рецепторам температуры?

Прежде, чем окончательно заключить, что ампулярные органы могут быть электрорецепторами, Лиссманн останавливается на очень существенной проблеме. Известно, что многие рыбы (например, осетровые и акулы), имеющие ампулы Лоренцини, не обладают специальными электрическими органами. Лиссманн указывает решение этой проблемы: электрорецепция не есть следствие способности к генерации, а напротив, её предпосылка. Электрочувствительность должна предшествовать возникновению электрогенерации, поэтому электрорецепторных животных должно быть много больше, чем способных к генерации. В частности, Лиссманн и Мэйчин показали высокую электрическую чувствительность у африканского клариевого сома, причём в названии публикации подчёркивалось, что клариевые сомы не являются электрическими рыбами [39]. Это очень важная и показательная работа, наглядно демонстрирующая, как недостатки методов регистрации и проведения экспериментов могут привести исследователя к неверным выводам об отсутствии способности к генерации разрядов.

Предположение Лиссманна о широком распространении электрорецепции блестяще подтвердилось, таковая была описана в самых разных группах животных, включая круглоротых, амфибий и даже млекопитающих. Более того, к настоящему времени считается доказанным, что ампулярные рецепторы были у самых первых позвоночных [40].

Возникновение электрорецепторов как процесс эволюционно предшествующий возникновению электрических органов, требует ответа на вопрос о том, какие электрические стимулы могла бы воспринимать неэлектрическая или «доэлектрическая» рыба. Можно предположить, что это могут быть мышечные потенциалы действия от объектов охоты, хищников, особей того же вида и от самих рыб, что было убедительно экспериментально подтверждено позже, в том числе основателем российской школы электроэкологии Владимиром Рустамовичем Протасовым [41].

В заключение статьи Лиссманн употребляет термин, который с этого времени будет неоднократно использован в различных обзорных и популярных статьях — «электрорецептивная сетчатка»: «Такая рыба, живущая в особом электрическом мире, принимает разнообразную информацию посредством сенсорных органов, распределённых по всей поверхности её тела, которую можно уподобить «электрорецептивной сетчатке» [3]. Нечто подобное такой «сетчатке» мы реализуем в нашей методике визуализации электрических полей рыб [11].

До публикации Лиссманна и Мэйчина [37] электрочувствительность рыб недооценивалась на 5–6 порядков. Используя технику поведенческого эксперимента, авторы показали, что пороги чувствительности могут достигать величин плотности тока порядка 20 пА/см², или напряжённости электрического поля порядка долей микровольт на сантиметр. С учётом плотности расположения электрорецепторов и длительности разрядов, эти величины соответствуют прохождению тысяч ионов через одиночный рецептор [42].

4. Исследования механизмов электрогенерации и электрорецепции

Утверждения Лиссманна, что гимнарх, мормириды и гимнотиды обладают электрорецепцией, способны к электролокации и электрокоммуникации, подтверждались его поведенческими экспериментами, а также физическими расчётами, выполненными Мэйчином [3, 37]. В плане общих представлений это было убедительно, включая количественные оценки порогов чувствительности, дальности коммуникации, разрешающей способности локации. Однако, помимо общих представлений, учёных интересовали детали и подробности, требующие дополнительных исследований. Яркие публикации Лиссманна привлекли к изучению мормирид и гимнотид множество специалистов, из которых в первую очередь хочется назвать М. Беннета, Т. Сабо, Т. Буллока, В. Хейлигенберга и В. Протасова.

Обзор М. Беннета [36] остаётся одним из самых цитируемых, когда речь идёт о физиологии электрических органов рыб. Мощная школа исследования биоэлектрогенеза сложилась в 1950-е годы [43], и Беннет приложил теоретические представления, методики и подходы этой школы к электрическим рыбам, описав морфологию, физиологию и системы контроля электрических органов для всех известных к тому времени электрических рыб. Резюмируя обширный пласт работ, посвящённых строению электрических органов и механизмам генерации, перечислим основные положения и выводы.

Электрические органы в процессе эволюции возникали независимо у разных видов рыб. Об этом свидетельствует, например, нахождение таких органов у разных рыб в разных частях тела. Ко времени публикаций Лиссманна электрические органы были обнаружены и описаны у представителей шести отрядов рыб, и в каждом они возникли независимо [36, 44]. В обзоре Беннета из сомообразных к электрическим отнесено только семейство электрических сомов (*Malapteruridae*), а среди окунеобразных — только сильноэлектрические звездочёты рода *Astroscopus*. Позже среди представителей отряда сомообразных способность к электрогенерации была показана для многих видов, однако электрогенерирующие структуры описаны на сегодняшний день только для сомов рода *Synodontis* [45–47]. Помимо сильноэлектрических *Astroscopus*, среди звездочётовых были обнаружены и слабоэлектрические *Uranoscopus* [4, 48, 49]. Отметим, что из всех электрических рыб, то есть рыб, имеющих электрические органы, не обладают электрорецепцией только звездочётовые — этот факт особо отмечается при обсуждении возможных функциональных назначений электрических органов [48–50].

Электрические органы состоят из особых клеток — электроцитов, число которых может составлять от сотен у слабоэлектрических рыб до миллионов у сильноэлектрических. Электрические органы имеют нервно-мышечное происхождение, причём в процессе эволюции трансформации подверглись не только мышечные волокна — предшественники электроцитов, но и связанные с ними нейроны и синапсы. Более того, у представителей семейства *Apteronotidae* мышечный компонент был утрачен и источником тока являются видоизменённые аксоны мотонейронов. Таким образом, общие принципы электрогенерации в электроцитах такие же, как и в обычных нервных и мышечных клетках [36]. Ткани, окружающие электрический орган, имеют высокое сопротивление,

образуя изолирующую оболочку, препятствующую шунтированию тока внутренними органами и уменьшающую воздействие тока на собственный организм [36].

Потенциал покоя электроцитов составляет около 60 мВ [43]. При химическом или электрическом возбуждении проницаемость мембраны для ионов натрия резко возрастает, что вызывает лавинообразный натриевый ток, направленный внутрь клетки, в точности так же, как это имеет место в нейронах и мышцах человека (потенциал действия). Характерное время этого процесса составляет порядка миллисекунды.

Качественные отличия индивидуальных электроцитов от мышечных волокон сводятся прежде всего к отсутствию в электроцитах сократительного аппарата. Помимо этого, у многих электрических рыб электроциты уплощены вдоль оси органа (линий тока). Существует также ряд морфологических особенностей на тканевом уровне. Иннервация электроцитов строго регулярна, как правило синаптические пластинки сильно увеличены и располагаются с одной стороны клеток. В этом случае возбудимой является только иннервируемая сторона. У мормирид наблюдается двусторонняя иннервация и возбудимыми являются обе мембраны, соответственно, возбуждение разных сторон электроцита происходит с некоторой задержкой, что приводит к появлению бифазных или полифазных биполярных разрядов. Форма таких разрядов чувствительна к изменениям величины задержки между возбуждением каудальной и ростральной мембран.

Большая площадь синаптического контакта и сильно выраженная асимметрия иннервации позволяет спровоцировать быструю и одновременную деполяризацию многих электроцитов, что приводит к суммированию локальных трансмембранных токов и напряжений. Этого не происходит при сокращении обычных скелетных мышц из-за несинхронности возбуждающих нервных импульсов и нерегулярности иннервации мышечных волокон. Чем выше степень синхронности возбуждения электроцитов, тем ближе оказывается общая форма разряда целого органа и форма разряда одиночного электроцита. Последняя, в свою очередь, определяется морфологическими особенностями самого электроцита и иннервирующего его аксона.

Морфологическая обусловленность формы электрических разрядов обеспечивает идентичность разрядов, генерируемых конкретным представителем мормирид или гимнотид. Зрелые особи одного вида и пола имеют сходное строение электрических органов и генерируют очень близкие по форме разряды, что позволяет даже рассматривать их форму в качестве таксономического признака [51–55].

У гимнотид различают два типа ритмов: *пульсирующий*, при котором разряды индивидуальны, промежутки времени между разрядами переменны и, как правило, превышают длительность самих разрядов; *волновой*, при котором отдельные разряды сливаются в непрерывный периодический сигнал, частота которого может варьировать в разных поведенческих ситуациях. Отметим, что после ряда таксономических ревизий волновые, с одной стороны, и пульсирующие виды гимнотид, с другой, оказались отнесёнными к разным семействам. Все мормириды пульсирующие, и только гимнарх — единственный вид в составе одноимённого семейства, имеет волновой характер генерации. Если форма разряда определяется морфо-физиологическими особенностями электрических органов и не меняется от разряда к разряду, то ритм генерации задаётся ЦНС и, особенно у пульсирующих рыб, является формой поведения.

Электроциты иннервируются электромотонейронами, расположенными в спинном мозге. Количество электромотонейронов, видимо, определяется происхождением электрических органов, а не их современным строением [48]. Так, например, несколько миллионов электроцитов у электрического сома иннервируются всего двумя электромотонейронами, тогда как 500 электроцитов нильского слоника (*Gnathonemus petersii*) иннервируются 250 электромотонейронами [56, 57].

Электромотонейроны иннервируются релейными нейронами, которые, в свою очередь, иннервируются пейсмейкерными нейронами, расположенными в одноимённых ядрах продолговатого мозга. Пейсмейкерным или командным называют ядро самого высокого уровня в цепи управления

электрическим органом, которое, собственно, задаёт ритм генерации [58]. Нейроны релейного ядра коммутируют мотонейроны и служат для синхронизации срабатывания мотонейронов [36]. Однако синхронное возбуждение всех электромотонейронов релейными клетками само по себе ещё не обеспечивает синхронного возбуждения всех электроцитов, так как время распространения нервных импульсов может превышать длительность разряда. Компенсация времени распространения команд обеспечивается на уровне строения аксонов: волокна, идущие к дальним клеткам, имеют больший диаметр и/или проходят более прямо, чем волокна, идущие к ближним клеткам электрического органа [36].

За исключением звездочётов, все рыбы, способные генерировать разряды, способны также и воспринимать электрические сигналы. В первых работах [3, 37] электрочувствительность была показана в поведенческих экспериментах. Использование схожих методов было характерным в 1960-е годы, в том числе поведенческие реакции акул и скатов в ответ на имитации электрических полей их объектов питания [59]. Пороги, выявленные такими методами, называют поведенческими, и у акул и скатов они составляют порядка 5 нВ/см [60], а у пресноводных электрочувствительных видов — порядка 0.1...10 мкВ/см [61]. При этом обычные пресноводные рыбы могут реагировать на электрические поля с напряжённостью порядка 1 мВ/см и более, однако эти реакции носят, как правило, произвольный характер и не связаны с наличием специфических электрорецепторов [62].

Работы по исследованию физиологии электрорецепторов были инициированы в конце 1960-х Томасом Сабо, собравшем группу специалистов в Европе, и Теодором Буллоком, собравшем группу в США [63]. Буллоком и Сабо активно сотрудничали. Сабо ушёл из жизни в 1993-м, Буллоком в 2005 году, поэтому школа Буллока продвинулась заметно дальше. С середины 1970-х с Буллоком начал активно сотрудничать ученик знаменитого зоолога, одного из основоположников этологии Конрада Лоренца, Вальтер Хейлигенберг, быстро ставший одним из лидеров нейрофизиологии электрических рыб [64]. В 1986 г. под редакцией Буллока и Хейлигенберга вышел сборник обзорных статей, посвящённый различным аспектам электрорецепции [65], ознакомление с которым и на сегодняшний день остаётся одним из лучших способов получить представление об этой области науки.

Понятие «электрочувствительности» электрорецепторов требует пояснений, прежде всего в отношении того, на какой именно физический стимул реагирует рецептор. Это может быть разность потенциалов на сенсорной клетке, либо между порой и базальной мембраной кожного эпителия или же ток, протекающий через рецептор. Были высказаны аргументы в пользу того, что электрорецепторы являются скорее «вольтметрами», чем «амперметрами» [59].

Термин «электрорецептор» обозначает анатомическую структуру, состоящую из эпидермальной капсулы или ампулы, расположенной в углублении базальной мембраны кожного эпителия и содержащей сенсорные клетки, и канала, соединяющего ампулу с наружной средой и открывающегося наружу порой. Электрорецепторы неравномерно распределены по всему телу. Максимальная плотность в области головы (до 20...80 шт/мм²), минимальная — в хвостовой части тела (1–2 шт/мм²), при этом непосредственно вблизи электрического органа рецепторы отсутствуют. Общее их число сравнительно велико и может составлять десятки тысяч у рыб длиной 20...30 см [65]. Сравнение рецепторов разных рыб позволило выделить два их типа: ампулярные (ampullary), или ампулы Лоренцини, и бугорковые (tuberosus). Ампулярные рецепторы обнаружены у всех электрочувствительных животных, а бугорковые к настоящему времени подробно описаны только у мормирид и гимнотид, хотя высказывались предположения о наличии бугорковых рецепторов также у некоторых сомов [66].

Морфологически ампулярные и бугорковые рецепторы различаются прежде всего соотношением площадей апикальной и базальной мембран сенсорных клеток. В ампулярных рецепторах площадь первой много меньше, чем второй, в то время как в бугорковых — всё наоборот. Помимо

этого, в бугорковых рецепторах пространство капсулы между сенсорными клетками и порой заполнено так называемыми запирающими клетками (plug cells), то есть в бугорковых рецепторах отсутствует прямая гальваническая связь сенсорных клеток с наружной поверхностью. Запирающие клетки и плотно соединённые покровные клетки (covering cells) эквивалентны последовательной ёмкости [61], что соответствует их специализации как рецепторов высокочастотных сигналов, хотя полного детального представления о физиологии бугорковых рецепторов пока нет.

Низкочастотные ампулярные рецепторы чувствительны к сигналам в диапазоне 0.1...50 Гц, а высокочастотные бугорковые — в диапазоне 50...2000 Гц [65]. Разница частотных диапазонов имеет существенное биологическое значение. Низкочастотные (ампулярные) рецепторы участвуют в пассивной локации, в частности, в обнаружении жертв по электрическим полям, сопровождающим их дыхание, а также в ориентации по естественным электромагнитным полям [59]. Высокочастотные (бугорковые) рецепторы считаются специализированными для активной локации и коммуникации, то есть для восприятия собственных и чужих разрядов. В свою очередь бугорковые рецепторы делят на два типа. У мормирид рецепторы первого типа отвечают на каждый разряд одним спайком, тогда как число спайков в ответе рецепторов второго типа не равно числу разрядов и зависит от амплитуды стимула. Такое физиологическое различие соответствует морфологическим особенностям: первые описаны как кнолленорган, а вторые — как мормиромасты [57]. Было показано, что уже на низших уровнях обработки электросенсорной информации происходит разделение фазовых и амплитудных характеристик воспринимаемых сигналов. Кнолленорган предназначен для точной фиксации момента прихода фронта стимула (кодировщики времени). Мормиромасты же отвечают на сигнал серией импульсов, кодирующей амплитуду сигнала (кодировщики амплитуды). Функционально у гимнотид тоже есть два типа рецепторов — кодировщики амплитуды и кодировщики времени, но морфологические различия между ними меньше, кроме того, кодировщики амплитуды у гимнотид кодируют её не числом импульсов, а вероятностью генерации одного спайка [61].

Вальтер Хейлигенберг — один из самых ярких исследователей электрических рыб XX века. Мало того, что он своими руками выполнил множество поведенческих, нейроанатомических и нейрофизиологических экспериментов, включающих внутриклеточную регистрацию ответов сотен нейронов разных отделов мозга, он был человеком-объединителем, способным вовлекать в свои исследования других людей. Его трагическая смерть в 56 лет в авиакатастрофе заметно обеднила эту область исследований. В отличие от многих специалистов, ограничивающихся вопросом «Как устроено?», Хейлигенберг так же, как и Лиссманн, всегда акцентировал вопрос «Для чего предназначено?» Более того, он считал предварительное выявление функций, пусть и гипотетических, обязательным условием исследований. Это уже не чистая электрофизиология, ориентированная только на анализ сигналов внутри ЦНС, это нейроэтология, учитывающая поведение исследуемых рыб.

Хотя Хейлигенберг, так же, как и Буллок, не скрывал своих стратегических интересов, касающихся общих принципов функционирования ЦНС у самых разных животных, вплоть до человека, основные его экспериментальные усилия были направлены на очень конкретную задачу: как осуществляется реакция избегания помехи (РИП) у *Eigenmannia virescens*? Явление это состоит в том, что волновые гимнотиды сдвигают частоту своего сигнала в ответ на подачу внешнего стимула близкой частоты. Таким образом достигается некоторая разность частот (D_f), достаточная для того, чтобы внешний стимул не мешал нормальному одновременному осуществлению электролокации двумя рыбами.

Свои исследования Хейлигенберг начал с серии поведенческих экспериментов на разных видах рыб с целью определения их локационных возможностей и особенностей локационного поведения при отсутствии и в присутствии помех [67–70]. Уже в первой из названных работ он доказывает связь РИП с локацией движущихся объектов, в частности, при электромоторном следо-

вании за колеблющимися ориентирами, и пытается разделить вклад разных участков поверхности тела в суммарную реакцию рыбы. Там же ставится вопрос о том, откуда рыба узнает собственную частоту? Дело в том, что у гимнотид, в отличие от мормирид, в мозгу нет прямой связи между командным центром и электросенсорной долей мозга, то есть параметры собственного сигнала могут быть восстановлены только из ответа собственных же рецепторов.

Длительная научная дискуссия [71, 72] привела в конце концов к стройной и красивой модели [73]. При смешении двух синусоидальных сигналов (сигнала рыбы S_1 с частотой f_1 и помехи S_2 с частотой f_2) получается суммарный сигнал $S = S_1 + S_2$, амплитуда $|S|$ и фаза H которого меняются синусоидально с периодом $T = 1/(f_1 - f_2) = 1/D_f$ (рис. 5). При этом фаза H изменяется относительно модельного сигнала S_1 и обнуляется в максимумах суммы амплитуд ($|S_1| + |S_2|$) и минимумах разности ($|S_1| - |S_2|$). Таким образом, на графике зависимости H от $|S|$ получится эллипс, либо, при соответствующем подборе масштабов осей, окружность. Если $f_2 > f_1$, то изображающая точка будет двигаться по этой окружности против часовой стрелки,

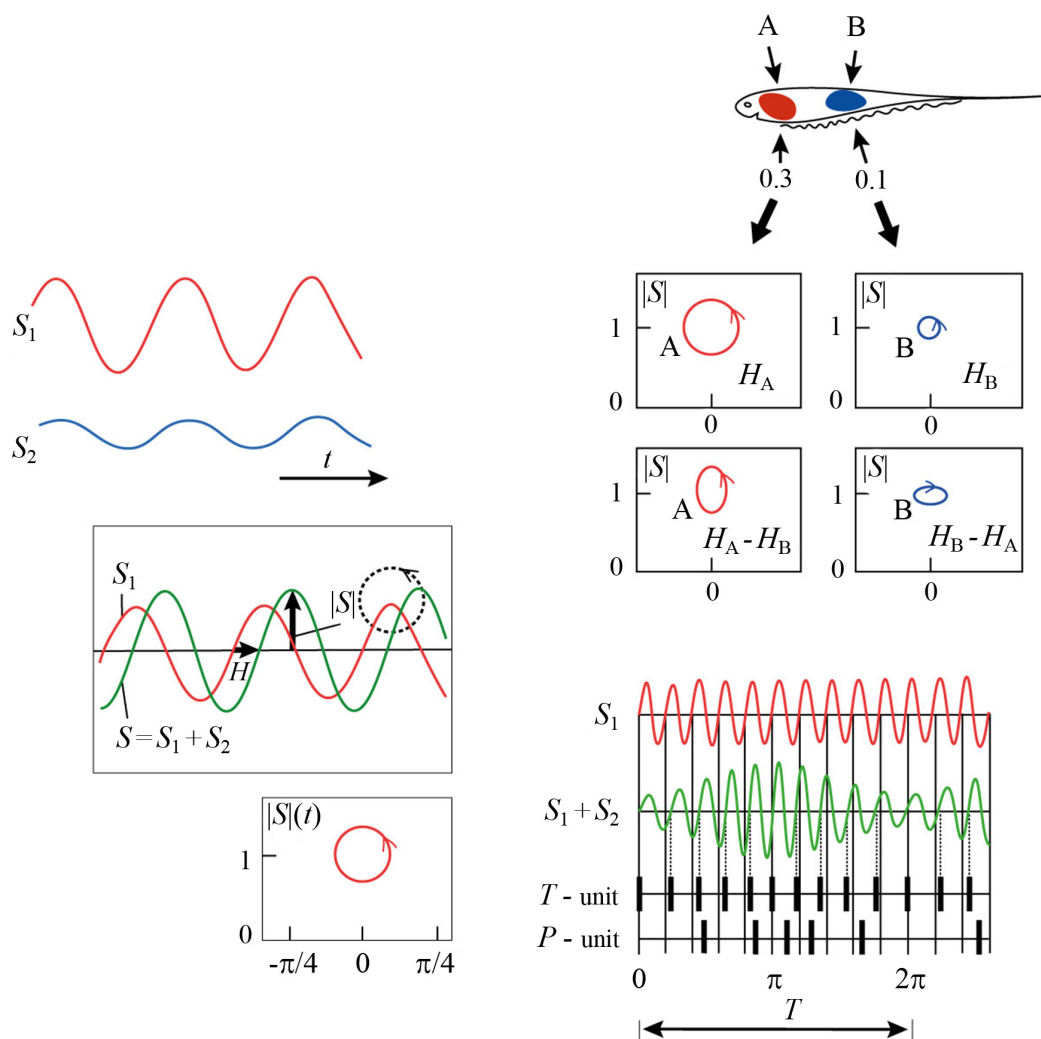


Рис. 5. Определение знака разности частот при осуществлении реакции избегания помехи *Eigenmannia virescens* [73]. Пояснения в тексте (цвет онлайн)

Fig. 5. Determination of the sign of the difference of frequencies during the jamming avoidance reaction in *Eigenmannia virescens* [73]. Explanations in the text (color online)

и, наоборот, по часовой стрелке, если $f_2 < f_1$. В экспериментах Хейлигенберга в качестве сигнала рыбы S_1 мог выступать как естественный разряд её электрического органа, так и искусственный дипольный источник, подключенный к генератору.

Поскольку для вычисления абсолютной фазы (H) нужно знать истинный собственный сигнал S_1 , а эфферентной его копии в мозгу гимнотид нету, абсолютного значения фазы рыба не знает. Поэтому рыба сравнивает сигналы в двух разнесённых в пространстве участках тела А и В. Пусть на участке А: $|S_2|/|S_1| = 0.3$, а на участке В: $|S_2|/|S_1| = 0.1$. Тогда радиус окружности, отображающей зависимость $|S_A|$ от H_A , в три раза больше, чем радиус окружности, отображающей зависимость $|S_B|$ от H_B . Если теперь построить графики зависимости $|S_A|$ и $|S_B|$ от относительных фаз $(H_A - H_B)$ и $(H_B - H_A)$, соответственно, то окружности трансформируются в эллипсы, так как трансформируются только горизонтальные размеры. Для области А максимальная величина $(H_A - H_B)$ составит $2/3 H_A$, а для области В величина относительной фазы $(H_B - H_A) = -2 H_B$ (см. рис. 5). Инверсия фазы во втором случае приводит к инверсии направления вращения. Согласно модели, знак D_f и, соответственно, направление сдвига частоты пейсмекера, определяются по направлению вращения, а величина сдвига — вертикальным размахом эллипса. Поскольку эллипсов как минимум два, а их направления вращения противоположны, то знак сдвига частоты пейсмекера определяется большим из них, то есть той областью поверхности тела, на которую помеха воздействует сильнее. Аналогичные рассуждения можно повторить относительно любой другой пары участков поверхности тела, а суммарный эффект вычислить интегрированием.

Обратим внимание на смысл разности фаз в модели Хейлигенберга. Она не связана с задержками распространения электрического сигнала в воде, вызываемыми магнитным взаимодействием токов в источнике и токов растекания. В случае пресноводных слабоэлектрических рыб и с учётом частот их разрядов, расстояния, на которых они взаимодействуют, много меньше толщины скин-слоя и, соответственно, паттерны разрядов можно считать абсолютно синхронными [74]. Однако есть существенная разница между нашей системой многоэлектродной регистрации [10, 11] и электрорецепторной системой рыб. В нашей системе мы регистрируем полный паттерн разряда на каждом электроде. Все эти паттерны синхронны. Если частота сэмплирования составляет 50 кГц, а частота источника 500 Гц, то по каждому каналу мы получим 100 точек на период сигнала. В электрорецепторной системе рыб каждый рецептор даёт только одно значение на один период волнового разряда или на один пульсирующий разряд. Рецепторы, расположенные ближе всего к источнику разряда (при коммуникации) или к объекту, искажающему поле (при локации), срабатывают первыми. Чем дальше рецептор от источника, тем позже он сработает. Происходит трансформация временного хода сигнала в пространственный образ. Это чем-то напоминает стробоскопический осциллограф [75], позволяющий анализировать очень быстрые процессы.

Согласно выводам Хейлигенберга, разделение информации на амплитудную и фазовую происходит уже на уровнях рецепторов электросенсорной доли боковой линии. Вычисление разности фаз осуществляется в шестом слое турса среднего мозга. Анализ направления вращения выполняется в турсе, тектуме и электросенсорном ядре. Хейлигенберг отмечает, что структуры, управляющие РИП, явно избыточны, так как то же самое можно было бы «сделать», не выходя за пределы продолговатого и среднего мозга, как это достигается у мормирид простым копированием собственного сигнала внутри мозга. Но, по всей вероятности, механизмы центральной обработки, выявленные при изучении РИП, связаны с более общими функциями и их избыточность, согласно его рассуждениям, предоставляет большую свободу для эволюционного развития электросистем. Эта свобода, в частности, обусловлена относительной независимостью обработки от модальности стимула. После того как система соответствующих рецепторов разделяет стимул на ортогональные компоненты, последние проецируются на отдельные нейронные структуры, примеры которых можно назвать для разных органов чувств разных животных. Составляющие

их многократно тиражированные короткие цепи клеток с достаточно общими характеристиками могут формироваться на основе несложных генетических инструкций. Обильная сеть связей внутри этих структур, между этими структурами, а также разнообразные сенсомоторные связи позволяют в процессе эволюции развивать новые формы поведения путём добавления коллатералей и образования новых или ослабления старых синаптических соединений. Работы по обработке электросенсорной информации в мозгу слабоэлектрических рыб и выявлению роли обратных связей в электросенсорных долях мозга активно продолжаются в настоящее время [76, 77].

5. Отечественная школа электроэкологии: Рыбы как живые существа в реальной среде

Отечественная школа электроэкологии возникла по инициативе Владимира Рустамовича Протасова в конце 1960-х в Институте эволюционной морфологии и экологии животных (ИЭМ-ЭЖ) АН СССР, ныне ИПЭЭ РАН. Следуя за Дарвиным и Лиссманном, Протасов рассматривал сильноэлектрических рыб лишь как экзотические проявления общего эволюционного процесса и общего биоразнообразия [41]. Специализация западных учёных, в первую очередь Карла Хопкинса и его учеников, на исследовании мормирид и гимнотид [51–54], способствовала формированию мнения, что только эти две группы рыб можно признать слабоэлектрическими, в то время как все сомы кроме электрического способны только воспринимать, но не генерировать разряды [78]. Протасов же полагал, что электрических рыб гораздо больше, и что среди ныне живущих рыб существуют переходные формы от неэлектрических рыб к сильноэлектрическим. Такие переходные формы должны генерировать сравнительно слабые, скорее всего достаточно протяжённые и нерегулярные электрические сигналы.

Работы начались со сравнительных исследований черноморских звездочётов рода *Uranoscopus* и слабоэлектрических скатов *Raja clavata* [4, 79–81]. Интерес к звездочётовым был обусловлен понятной причиной — раз существуют сильноэлектрические звездочёты *Astroscopus*, то нет ли каких-то особых проявлений у их родственников *Uranoscopus*? Удалось зарегистрировать разряды звездочётов, которые оказались монополярными, с длительностью до 800 мс и амплитудой до сотен милливольт вблизи тела. Генерировались такие разряды либо при социальных взаимодействиях, в том числе при проплывании над звездочетом ската *Raja clavata*, либо в ответ на механическую или электрическую стимуляцию. У черноморского звездочёта *Uranoscopus scaber* были описаны гистологические и морфологические особенности электрогенерирующих структур, а также электрофизиологические механизмы генерации разрядов. Проводились поведенческие эксперименты с одновременной электрической и видеорегистрацией. Позже способность генерировать аналогичные монополярные электрические разряды длительностью десятки-сотни миллисекунд была показана для других видов рода *Uranoscopus*, обитающих в Южно-Китайском море [49].

Исследования слабоэлектрических сомов начались в 1990 г. с работы американских авторов, зарегистрировавших слабые электрические разряды сомов рода *Synodontis*, источником которых является протракторная мышца, соединяющая позвоночный столб и плавательный пузырь [45]. В первой отечественной работе на этих рыбах было показано, что, несмотря на очевидное несоответствие частотных характеристик ампулярных электрорецепторов и генерируемых коротких разрядов, синодонтисы отвечают на них изменением ритма генерации собственных разрядов [82]. Более того, в процессе социальных взаимодействий амплитуда разрядов вырастала в сотни раз, заметно изменялась форма и длительность разрядов, что не наблюдается у специализированных мормирид и гимнотид [83].

Электрические разряды африканских клариевых сомов рода *Clarias* были зарегистрированы в полевых условиях и наблюдались только в процессе социальных взаимодействий [84].

Длительность разрядов превышала 25 мс, что соответствует характеристикам ампулярных электрорецепторов. Выше отмечалось, что Лиссманн и Мэйчин, исследуя клариевых сомов, показали их высокую электрочувствительность, но подчеркнули отсутствие способности генерировать электрические разряды [39]. Их неудачу можно объяснить тремя особенностями разрядов клариевых по сравнению с мормиридами и гимнотидами:

- 1) разряды клариевых генерируются только при активных социальных взаимодействиях, после адаптации рыб, а от одиночных особей разряды не наблюдаются;
- 2) разряды имеют большую длительность, что требует специальной аппаратуры с нижней частотой полосы пропускания не выше долей герц, тогда как стандартные звуковые усилители их не пропускают;
- 3) разряды генерируются редко и требуют от аппаратуры специального ждущего режима работы, что не обеспечивала аппаратура Лиссманна и Мэйчина.

Клариевые сомы представляются перспективным объектом для изучения эволюционной истории электрических рыб и экологической роли электрических сигналов. Эти сомы могут воспринимать сигналы сородичей, несмотря на их небольшую мощность, и генерируют они их только в ходе социальных взаимодействий, в том числе драк или спаривания. Последнее однозначно свидетельствует о коммуникационной функции разрядов, хоть и не известно точно, что они означают.

Удалось показать, что генерация особой «нерестовой» пачки электрических разрядов клариевых, не наблюдаемой в других ситуациях, является обязательным элементом нерестового ритуала [85, 86]. Генерирует нерестовую пачку электрических разрядов самка, причём первый импульс пачки наблюдается примерно за 100 мс до появления на видео первых икринок. Голова самца в этот момент прижата скулой к боку самки в том месте, где расположены яичники. Основная гипотеза состояла в том, что нерестовая пачка разрядов служит сигналом к тому, чтобы самец, надавив скулой на бок самки, облегчил икрометание. Более того, если бы разряды имели большую амплитуду, можно было бы предположить, что судорога, вызванная нерестовой пачкой разрядов, способна облегчить икрометание вне зависимости от желаний самца.

Это предположение позволяет проследить один из возможных эволюционных путей от коммуникационной функции электрических сигналов у слабоэлектрических рыб к оружию сильноэлектрических. Действительно, несмотря на существующую гигантскую разницу в мощности разрядов, как только увеличение мощности, пусть только в процессе нереста, попадёт под положительное давление отбора, мощность разрядов начнёт расти. У более мощных разрядов появятся новые функции, отбор усилится и, в конце концов, приведёт к сильноэлектрической рыбе, почти всё тело которой представляет собой огромный электрический орган.

Успех отечественной школы в регистрации и описании электрических разрядов слабоэлектрических рыб в значительной степени был обеспечен разработками в области средств регистрации. Поскольку рыбы могут генерировать разряды очень редко, аппаратура должна работать в ждущем режиме, позволяющем зафиксировать все электрические события [87]. Кроме того, поскольку длительность разрядов может достигать секунд, то нижняя частота регистрации должна составлять сотые доли герца. Обязательным условием эксперимента по проверке способностей рыб к электрогенерации стала организация поведенческих экспериментов с участием нескольких особей, в максимально приближенных к натуральным условиям и с соответствующим периодом адаптации.

Модификация методики проведения экспериментов на основе успешного прецедента регистрации разрядов клариевых сомов позволила отечественным исследователям заметно расширить список электрических рыб, включая представителей других семейств сомов [88], полиптерусов [89] и протоптерусов [5]. До настоящего времени распространено мнение о том, что районы обитания пресноводных электрических рыб ограничиваются только Африкой и Южной

Америкой [78]. Однако при помощи новой методики удалось зарегистрировать разряды от двух азиатских видов сомов: *Ompoc bimaculatus* [90] и амурского сома *Parasilurus asotus* [91]. Неоднократно, в том числе у Дарвина, возникал вопрос — а почему электрические разряды генерируют только рыбы, а не, например, водные амфибии? Тестирование гигантской китайской саламандры позволило зафиксировать и её разряды [92].

Дальнейшее развитие методики регистрации для целей электроэкологии связано с использованием многоэлектродных систем, позволяющих анализировать распределение электрического поля в пространстве [10]. Параллельная регистрация электрической активности рыб и запись на видео процессов, происходящих в экспериментальном аквариуме, позволяет идентифицировать источник электрического сигнала. Последнее позволяет, с одной стороны, определить, является ли источником сигнала именно рыба (а не какой-то внешний источник), а с другой — определить, какая именно, если их в эксперименте несколько [11].

Отметим, что поиск новых электрически активных видов оказывается тем сложнее, чем менее продвинута их электрогенераторная система. Однако именно такие случаи наиболее интересны с точки зрения исследования процессов эволюционного становления этих систем. Более того, для понимания того, как развивается и эволюционирует та или иная система органов, необходимо выяснить её функции. Без этого невозможно понять, как действовал отбор и почему развитие пошло именно так, а не иначе.

Степень очевидности функций электрических разрядов, которые генерируют рыбы, стремительно убывает при переходе от высокоспециализированных рыб к менее специализированным. Так, нет сомнений в том, что электрические угри, скаты и сомы используют разряды во время охоты и для защиты от врагов. Для того чтобы доказать способность сравнительно высокоспециализированных мормирид и гимнотид к электролокации и электрокоммуникации, потребовались дополнительные исследования [3, 65]. Но уже в случае синодонтисов, хотя ведущие западные специалисты и используют термины «электрокоммуникация» и «электролокация» [47, 93], никаких надёжных доказательств таких функций для этих рыб не приводится. Более того, в настоящее время у всех сомов достоверно обнаружены только ампулярные электрорецепторы. Они приспособлены для восприятия электрических стимулов длительностью не менее 20 мс [42]. При уменьшении длительности до единиц миллисекунд эффективность восприятия резко падает. Таким образом, длительность разрядов синодонтисов (единицы миллисекунд) не соответствует эффективному диапазону восприятия их собственных электрорецепторов. Подобные казусы нередки. Напомним, что электрорецепторы вовсе не были обнаружены у электрически активных звездочётов рода *Uranoscopus* [48–50].

Несмотря на все перечисленные сложности, на наш взгляд, наиболее существенной является проблема анализа и интерпретации полученных в эксперименте данных. У нас в руках есть мощный инструмент регистрации и визуализации электрических событий, позволяющий сопоставить во времени и пространстве распределение электрического поля, растровое изображение экспериментального аквариума и аудио записи. Однако эти данные требуют вдумчивого и нетривиального анализа, направленного на установление связи между событиями, наблюдаемыми в видео и аудио каналах, с теми событиями, которые имели место в электрической записи.

Мы полагаем, что к анализу полученных массивов данных поведенческих экспериментов могут подключиться другие исследователи, в том числе располагающие только компьютером, способностью к аналитической работе и желанием поучаствовать. Представляется принципиально важным иметь площадку, на которой в открытом доступе будут находиться исходные электрические и видео записи. Видеозаписи позволят ихтиологам увидеть корреляции между электрическими событиями и наблюдаемым поведением рыб. Электрические данные позволят программистам и специалистам по обработке данных предложить новые методы их анализа и, может быть, версии смысловых интерпретаций.

Заключение

Приведенные в первом разделе слова Майкла Фарадея о том, что изучение электричества в живом несоизмеримо интереснее изучения электричества в неорганической или мёртвой материи, соответствуют тренду последнего времени. Все более актуальными становятся исследования живых организмов, причём не только и не столько их морфологии или физиологии, сколько поведения и экологии. Здесь сосредоточено множество разнообразных проблем нелинейной динамики. В частности, одной из актуальных фундаментальных и прикладных проблем является возможность использования водных животных в качестве сенсоров оценки состояния водной среды. С учётом растущего разнообразия и масштаба выбрасываемых в среду новых материалов, таких как средства бытовой химии, фармакологические вещества, наноматериалы, стандартный химический анализ перестаёт справляться с задачей непрерывного контроля безопасности водной среды: требуется предварительный биомониторинг опасных ситуаций [94]. Если использовать в качестве сенсоров живые организмы, то необходимы формальные алгоритмы анализа их состояния и поведения, позволяющие различать норму и патологию.

Непрерывный неинвазивный контроль физиологического состояния и поведения водных животных с помощью многоэлектродной матричной регистрации применяется всё шире [6, 95]. Как было сказано выше, мы располагаем большим объёмом первичных данных, полученных при проведении поведенческих экспериментов по параллельной видеорегистрации и мультиэлектродной электрорегистрации. Мы готовы поделиться этими данными с заинтересовавшимися читателями.

Список литературы

1. Максвелл Дж. К. Трактат об электричестве и магнетизме. Т. 1. М.: «Наука», 1989. 416 с.
2. Finger S., Piccolino M. The Shocking History of Electric Fishes: From Ancient Epochs to the Birth of Modern Neurophysiology. Oxford: Oxford University Press, 2011. 496 p. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195366723.001.0001.
3. Lissmann H. W. On the function and evolution of electric organs in fish // Journal of Experimental Biology. 1958. Vol. 35, no. 1. P. 156–191. DOI: 10.1242/jeb.35.1.156.
4. Барон В. Д. Возможная роль электрорецепции в поведении морских слабоэлектрических скатов *Raja clavata* (Rajidae) // Сенсорные системы. 1994. Т. 8, № 3–4. С. 147–161.
5. Орлов А. А., Голубцов А. С., Барон В. Д., Павлов Д. С. Биоэлектрические поля большого протоптера *Protopterus aethiopicus* (Sarcopterygii: Protopteryidae), африканской (*Heterotis niloticus*) и южноамериканской серебристой (*Osteoglossum bicirrhosum*) араван (Actinopterygii: Osteoglossidae): Примитивный электрогенез? // Вопросы ихтиологии. 2015. Т. 55, № 6. С. 691–691. DOI: 10.7868/S0042875215060156.
6. Soh Z., Matsuno M., Yoshida M., Tsuji T. Real-time cameraless measurement system based on bioelectrical ventilatory signals to evaluate fear and anxiety // Zebrafish. 2018. Vol. 15, no. 2. P. 133–144. DOI: 10.1089/zeb.2017.1491.
7. Asano M., Hanyu I. Sensitivity to electricity in the catfish, *Parasilurus asotus* // Comparative Biochemistry and Physiology Part A: Physiology. 1987. Vol. 86, no. 3. P. 485–489. DOI: 10.1016/0300-9629(87)90530-5.
8. Griffin D. R. Listening in the Dark: The Acoustic Orientation of Bats and Men. New Haven CT: Yale University Press, 1958. 413 p.
9. Lissmann H. W. Continuous electrical signals from the tail of a fish, *Gymnarchus niloticus* Cuv. // Nature. 1951. Vol. 167, no. 4240. P. 201–202. DOI: 10.1038/167201a0.
10. Ольшанский В. М., Зленко Д. В., Орлов А. А., Касумян А. О., Моллер П., МакМагон Е., Сюэ В. Особенности многоэлектродной регистрации эпизодических разрядов слабоэлектрических рыб // Известия вузов. ПНД. 2022. Т. 30, № 2. С. 239–252. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-2-239-252.

11. *Zlenko D. V., Olshanskiy V. M., Orlov A. A., Kasumyan A. O., MacMahon E., Wei X., Moller P.* Visualization of electric fields and associated behavior in fish and other aquatic animals // *Behavior Research Methods*. 2023. DOI: 10.3758/s13428-023-02175-5.
12. *Кун Т.* Структура научных революций. М.: Прогресс, 1977. 288 с.
13. *Максвелл Дж. К.* Трактат об электричестве и магнетизме. Т. 2. М.: «Наука», 1989. 437 с.
14. *Розенбергер Ф.* История физики. Вып. 1, часть 3. Москва-Ленинград: Государственное технико-теоретическое издательство, 1935. 301 с.
15. *Фарадей М.* Заключение о характере направления электрической силы электрического угря // В кн.: Экспериментальные исследования по электричеству. Т. 2. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1951. С. 10–31.
16. *Piccolino M.* The Taming of the Ray: Electric Fish Research in the Enlightenment from John Walsh to Alessandro Volta. Firenze: Olschki, 2003. 221 p.
17. *Walsh J.* Of the electric property of the torpedo. In a letter from John Walsh, Esq; F. R. S. to Benjamin Franklin, Esq; LL. D., F. R. S., Ac. R. Par. Soc. Ext., &c. // *Phil. Trans. R. Soc.* 1773. Vol. 63. P. 461–480. DOI: 10.1098/rstl.1773.0039.
18. *Cavendish H.* An account of some attempts to imitate the effects of the torpedo by electricity // *Phil. Trans. R. Soc.* 1776. Vol. 66. P. 196–225. DOI: 10.1098/rstl.1776.0013.
19. *Фейнман Р.* Характер физических законов. М.: Наука, 1987. 160 с.
20. *Maxwell J. C.* The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish. London: Frank Cass & Co., 1879. 534 p.
21. *Гальвани Л.* Трактат о силах электричества при мышечном движении // В кн.: Гальвани А., Вольта А. Избранные работы о животном электричестве. Москва, Ленинград: Биомедгиз, 1937.
22. *Лебединский А. Б.* Роль Гальвани и Вольты в истории физиологии // В кн.: Гальвани А., Вольта А. Избранные работы о животном электричестве. Москва, Ленинград: Биомедгиз, 1937. С. 7–63.
23. *Piccolino M., Bresadola M.* Shocking Frogs: Galvani, Volta, and the Electric Origins of Neuroscience. Oxford: Oxford University Press, 2013. 400 p. 10.1093/acprof:oso/9780199782161.001.0001.
24. *Matteucci C.* Electro-physiological researches – third memoir. On Induced contractions // *Phil. Trans. R. Soc.* 1845. Vol. 135. P. 303–317. DOI: 10.1098/rstl.1845.0013.
25. *Volta A.* On the electricity excited by the mere contact of conducting substances of different kinds. In a letter from Mr. Alexander Volta, F. R. S. Professor of Natural Philosophy in the University of Pavia, to the Rt. Hon. Sir Joseph Banks, Bart. K.B. P. R. S // *Phil. Trans. R. Soc.* 1800. Vol. 90. P. 403–431. DOI: 10.1098/rstl.1800.0018.
26. *Фарадей М.* Об источнике мощности гальванического элемента // В кн.: Экспериментальные исследования по электричеству. Т. 2. М.: Изд-во Академии наук СССР, 1951. С. 32–85.
27. *Piccolino M.* Electric fishes research in the nineteenth century, following the steps of Carlo Matteucci and Giuseppe Moruzzi // *Archives Italiennes de Biologie*. 2011. Vol. 149, no. 4. P. 10–17.
28. *Piccolino M., Wade N. J.* Carlo Matteucci (1811–1868), the “frogs pile”, and the Risorgimento of electrophysiology // *Cortex*. 2012. Vol. 48, no. 6. P. 645–646. DOI: 10.1016/j.cortex.2011.08.002.
29. *Moruzzi G.* The electrophysiological work of Carlo Matteucci // *Brain Research Bulletin*. 1996. Vol. 40, no. 2. P. 69–91. DOI: 10.1016/0361-9230(96)00036-6.
30. *Matteucci C.* Electro-physiological researches – first memoir. The muscular current // *Phil. Trans. R. Soc.* 1845. Vol. 135. P. 283–295. DOI: 10.1098/rstl.1845.0011.
31. *Matteucci C.* Electro-physiological researches – second memoir. On the proper current of the frog // *Phil. Trans. R. Soc.* 1845. Vol. 135. P. 297–301. DOI: 10.1098/rstl.1845.0012.

32. *Matteucci C.* Electro-physiological researches - Fifth series. Part I. Upon induced contractions // *Phil. Trans. R. Soc.* 1847. Vol. 137. P. 231–237. DOI: 10.1098/rstl.1847.0013.
33. *Catania K. C.* An optimized biological taser: Electric eels remotely induce or arrest movement in nearby prey // *Brain Behav. Evol.* 2015. Vol. 86, no. 1. P. 38–47. DOI: 10.1159/000435945.
34. *Darwin C.* On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life. 6th edition. London: Murray, 1872. 502 p.
35. *Robin C.* Mémoire sur la démonstration expérimentale de la production d'électricité par un appareil propre aux poisons du genre des raies // *J. Anat. Physiol.* 1865. Vol. 23. P. 577–645.
36. *Bennett M. V. L.* Electric organs // *Fish Physiology.* 1971. Vol. 5. P. 347–491. DOI: 10.1016/S1546-5098(08)60051-5.
37. *Lissmann H. W., Machin K. E.* The mechanism of object location in *Gymnarchus Niloticus* and similar fish // *Journal of Experimental Biology.* 1958. Vol. 35, no. 2. P. 451–486. DOI: 10.1242/jeb.35.2.451.
38. *Ольшанский В. М.* Электрический глаз величиной во все тело // *Наука и жизнь.* 2005. Т. 11. С. 94–104.
39. *Lissmann H. W., Machin K. E.* Electric receptors in a non-electric fish (*Clarias*) // *Nature.* 1963. Vol. 199. P. 88–89. DOI: 10.1038/199088a0.
40. *Bullock T. H., Bodznick D. A., Northcutt R. G.* The phylogenetic distribution of electroreception: Evidence for convergent evolution of a primitive vertebrate sense modality // *Brain Research Reviews.* 1983. Vol. 6, no. 1. P. 25–46. DOI: 10.1016/0165-0173(83)90003-6.
41. *Протасов В. П., Бондарчук А. И., Ольшанский В. М.* Введение в электроэкологию. М.: Наука, 1982. 336 с.
42. *Lissmann H. W.* Electric location by fishes // *Scientific American.* 1963. Vol. 208, no. 3. P. 50–59.
43. *Chagas C., Paes de Carvalho A.* (eds.) Bioelectrogenesis. Amsterdam: Elsevier, 1961. 413 p.
44. *Bass A. H.* Electric organs revisited: Evolution of a vertebrate communication and orientation organ // In: *Bullock T. H., Heiligenberg W.* (eds) *Electroreception.* New York: Wiley, 1986. P. 13–70.
45. *Hagedorn M., Womble M., Finger T. E.* Synodontid catfish: A new group of weakly electric fish: Behavior and anatomy // *Brain Behav. Evol.* 1990. Vol. 35, no. 5. P. 268–277. DOI: 10.1159/000115873.
46. *Boyle K. S., Colleye O., Parmentier E.* Sound production to electric discharge: sonic muscle evolution in progress in *Synodontis* spp. catfishes (Mochokidae) // *Proc. R. Soc. B.* 2014. Vol. 281, no. 1791. P. 20141197. DOI: 10.1098/rspb.2014.1197.
47. *Kéver L., Parmentier E., Bass A. H., Chagnaud B. P.* Morphological diversity of acoustic and electric communication systems of mochokid catfish // *The Journal of Comparative Neurology.* 2021. Vol. 529, no. 8. P. 1787–1809. DOI: 10.1002/cne.25057.
48. *Барон В. Д.* Электрогенераторные системы рыб: Эволюция и механизмы адаптации. М.: Наука, 1982. 112 с.
49. *Baron V. D.* Electric discharges of two species of stargazers from the South China Sea (*Uranoscopiidae*, Perciformes) // *Journal of Ichthyology.* 2009. Vol. 49, no. 11. P. 1065–1072. DOI: 10.1134/S0032945209110058.
50. *Bullock T. H.* General introduction // In: *Fessard A.* (eds) *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates.* Vol. 3/3 of *Handbook of Sensory Physiology.* Berlin, Heidelberg: Springer, 1974. P. 1–12. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_1.
51. *Hopkins C. D.* Evolution of electric communication channels of mormyrids // *Behav. Ecol. Sociobiol.* 1980. Vol. 7, no. 1. P. 1–13. DOI: 10.1007/BF00302513.
52. *Hopkins C. D.* The neuroethology of electric communication // *Trends Neurosci.* 1981. Vol. 4. P. 4–6. DOI: 10.1016/0166-2236(81)90003-5.

53. Hopkins C. D. On the diversity of electric signals in a community of mormyrid electric fish in West Africa // *American Zoologist*. 1981. Vol. 21, no. 1. P. 211–222. DOI: 10.1093/icb/21.1.211.
54. Hopkins C. D. Behavior of mormyridae // In: Bullock T. H., Heiligenberg W. (eds) *Electroreception*. New York: Wiley, 1986. P. 527–576.
55. Hopkins C. D., Bass A. H. Temporal coding of species recognition signals in an electric fish // *Science*. 1981. Vol. 212, no. 4490. P. 85–87. DOI: 10.1126/science.7209524.
56. Heiligenberg W., Bastian J. The electric sense of weakly electric fish // *Annu. Rev. Physiol.* 1984. Vol. 46. P. 561–583. DOI: 10.1146/annurev.ph.46.030184.003021.
57. Russel C. J., Meyers J. P., Bell C. C. The echo response in *Gnathonemus petersii* (Mormyridae) // *J. Comp. Physiol.* 1974. Vol. 92, no. 2. P. 181–200. DOI: 10.1007/BF00694505.
58. Dye J. S., Meyer J. H. Central control of the electric organ discharge in weakly electric fish // In: Bullock T. H., Heiligenberg W. (eds) *Electroreception*. New York: Wiley, 1986. P. 71–102.
59. Kalmijn A. J. The detection of electric fields from inanimate and animate sources other than electric organs // In: Fessard A. (eds) *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates*. Vol. 3/3 of *Handbook of Sensory Physiology*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1974. P. 147–200. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_5.
60. Kalmijn A. J. Electric and magnetic field detection in elasmobranch fishes // *Science*. 1982. Vol. 218, no. 4575. P. 916–918. DOI: 10.1126/science.7134985.
61. Zakon H. H. The electroreceptive periphery // In: Bullock T. H., Heiligenberg W. (eds) *Electroreception*. New York: Wiley, 1986. P. 103–156.
62. Броун Г. Р., Ильинский О. Б. Физиология электрорецепторов. Л.: Наука, 1984. 248 с.
63. Moller P. *Electric Fishes: History and Behavior*. Dordrecht: Springer, 1995. 584 p.
64. Барон В. Д. Памяти У. Хейлигенберга // *Российский физиологический журнал им. И. М. Сеченова*. 2014. Т. 100. С. 891–895.
65. Bullock T. H., Heiligenberg W. *Electroreception*. New York: Wiley, 1986. 722 p.
66. Srivastava C. B. L., Prasad M. S. Tuberos organs in a non-eletric teleosts *Rita rita* (Ham.) // *Proc. Natl. Acad. Sci. India B*. 1984. Vol. 54, no. 3. P. 187–188.
67. Heiligenberg W. Electrolocation of objects in the electric fish *Eigenmannia* (Rhamphichthyidae, Gymnotoidei) // *J. Comp. Physiol.* 1973. Vol. 87, no. 2. P. 137–164. DOI: 10.1007/BF01352158.
68. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in a *Hypopygus* (Rhamphichthyidae, Gymnotoidei), an electric fish with pulse-type discharges // *J. Comp. Physiol.* 1974. Vol. 91, no. 3. P. 223–240. DOI: 10.1007/BF00698054.
69. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in the electric fish *Gymnarchus niloticus* (Gymnarchidae, Mormyriformes) // *J. Comp. Physiol.* 1975. Vol. 103, no. 1. P. 55–67. DOI: 10.1007/BF01380044.
70. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in the mormyrid fish *Brienomyrus* // *J. Comp. Physiol.* 1976. Vol. 109, no. 3. P. 357–372. DOI: 10.1007/BF00663615.
71. Scheich H., Bullock T. H. The detection of electric fields from electric organs // In: Fessard A. (eds) *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates*. Vol. 3/3 of *Handbook of Sensory Physiology*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1974. P. 201–256. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_6.
72. Heiligenberg W. *Principles of Electrolocation and Jamming Avoidance in Electric Fish: A Neuroethological Approach*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1977. 88 p. DOI: 10.1007/978-3-642-81161-6.
73. Heiligenberg W. Jamming avoidance responses: model systems for neuroethology // In: Bullock T. H., Heiligenberg W. (eds) *Electroreception*. New York: Wiley, 1986. P. 613–650.
74. Ольшанский В. М. Бионическое моделирование электросистем слабоэлектрических рыб. М.: Наука, 1990. 208 с.

75. Westby G. W. M. Electric communication in fish and the problem of recognizing very brief waveforms // Journal of Biological Education. 1987. Vol. 21, no. 3. P. 190–196. DOI: 10.1080/00219266.1987.9654895.
76. Schumacher E. L., Carlson B. A. Convergent mosaic brain evolution is associated with the evolution of novel electrosensory systems in teleost fishes // eLife. 2022. Vol. 11. P. e74159. DOI: 10.7554/eLife.74159.
77. Huang C. G., Metzen M. G., Chacron M. J. Descending pathways mediate adaptive optimized coding of natural stimuli in weakly electric fish // Sci. Adv. 2019. Vol. 5, no. 10. P. eaax2211. DOI: 10.1126/sciadv.aax2211.
78. Nelson M. E. Electric fish // Curr. Biol. 2011. Vol. 21, no. 14. P. R528–R529. DOI: 10.1016/j.cub.2011.03.045.
79. Михайленко Н. А. О биологическом значении электрических разрядов у слабоэлектрических видов рыб Чёрного моря // Зоологический журнал. 1971. Т. 50. С. 1347–1356.
80. Барон В. Д., Михайленко Н. А. *Uranoscopus scaber*: Переходная форма в эволюции электрических органов у рыб // Докл. АН СССР. 1976. Т. 229, № 4. С. 983–986.
81. Барон В. Д., Михайленко Н. А. О структуре электрического разряда морской лисицы // Биофизика. 1974. Т. 22, № 2. С. 369–371.
82. Орлов А. А., Барон В. Д., Ольшанский В. М. Электрогенераторная активность *Synodontis* и ее изменения при действии слабых электрических полей // Доклады Академии наук. 1993. Т. 332, № 1. С. 110–113.
83. Baron V. D., Morshnev K. S., Olshansky V. M., Orlov A. A. Electric organ discharges of two species of African catfish (*Synodontis*) during social behaviour // Anim. Behav. 1994. Vol. 48, no. 6. P. 1472–1475. DOI: 10.1006/anbe.1994.1387.
84. Baron V. D., Orlov A. A., Golubtsov A. S. African *Clarias* catfish elicits long-lasting weak electric pulses // Experientia. 1994. Vol. 50, no. 7. P. 664–647. DOI: 10.1007/BF01952864.
85. Ольшанский В. М., Солдатова О. А., Нгуен Т. Н. Эпизодические электрические разряды при социальных взаимоотношениях: пример азиатских клариевых сомов // Журнал общей биологии. 2011. Т. 72, № 3. С. 220–235.
86. Olshanskiy V. M., Kasumyan A. O., Moller P. On mating and function of associated electric pulses in *Clarias macrocephalus* (Günther 1864): probing an old puzzle, first posed by Charles Darwin // Environmental Biology of Fishes. 2020. Vol. 103, no. 1. P. 99–114. DOI: 10.1007/s10641-019-00936-w.
87. Olshansky V. M. Elaboration of equipment and methods of continuous recording of electric activity of clariid catfish (Clariidae, Siluriformes) in social and reproductive behavior // Journal of Ichthyology. 2010. Vol. 50, no. 11. P. 1077–1091. DOI: 10.1134/S0032945210110147.
88. Орлов А. А., Барон В. Д., Голубцов А. С. Электрические разряды двух видов африканских сомов рода *Auchenoglanis* (Claroteidae, Siluriformes) // Доклады Академии наук. 2015. Т. 462, № 3. С. 370–372. DOI: 10.7868/S0869565215150293.
89. Baron V. D., Pavlov D. S. Discovery of specialized electrogenerating activity in two species of *Polypterus* (Polypteriformes, Osteichthyes) // Journal of Ichthyology. 2003. Vol. 43, Suppl. 2. P. S259–S261.
90. Моршнев К. С., Ольшанский В. М. Электрические разряды азиатского сома *Ompok bimaculatus* (Siluridae) // Доклады Академии наук. 1997. Т. 354, № 3. С. 419–422.
91. Барон В. Д., Ольшанский В. М. Монополярные электрические разряды сома *Parasilurus asotus* (Siluridae, Siluriformes) // Вопросы ихтиологии. 2009. Т. 49, № 3. С. 415–421.
92. Ольшанский В. М., Барон В. Д., Вэй С. Электрические разряды китайской саламандры *Andrias Davidianus* // Доклады Академии наук. 2016. Т. 471, № 6. С. 736–738. DOI: 10.7868/S0869565216360251.

93. Dunlap K. D., Koukos H. M., Chagnaud B. P., Zakon H. H., Bass A. H. Vocal and electric fish: Revisiting a comparison of two teleost models in the neuroethology of social behavior // *Frontiers in Neural Circuits*. 2021. Vol. 15. P. 713105. DOI: 10.3389/fncir.2021.713105.
94. Машкин П. В., Ольшанский В. М., Волков С. В., Утешев В. К., Вэй С. Непрерывный биологический контроль качества воды рек и морей с помощью биосенсоров: Двусторчатых моллюсков // В сб.: Актуальные вопросы зоологии, экологии и охраны природы. Т. 5. М.: Издательство «Сельскохозяйственные технологии», 2023. С. 133–138.
95. Tomasello D. L., Sive H. Noninvasive multielectrode array for brain and spinal cord local field potential recordings from live zebrafish larvae // *Zebrafish*. 2020. Vol. 17, no. 4. P. 271–277. DOI: 10.1089/zeb.2020.1874.

References

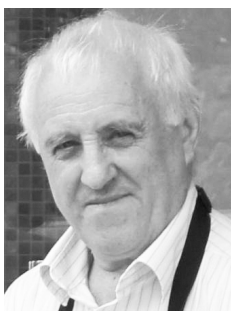
1. Maxwell JC. A Treatise on Electricity and Magnetism. Vol. 1. Oxford, UK: Clarendon Press; 1873. 425 p.
2. Finger S, Piccolino M. The Shocking History of Electric Fishes: From Ancient Epochs to the Birth of Modern Neurophysiology. Oxford: Oxford University Press; 2011. 496 p. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780195366723.001.0001.
3. Lissmann HW. On the function and evolution of electric organs in fish. *Journal of Experimental Biology*. 1958;35(1):156–191. DOI: 10.1242/jeb.35.1.156.
4. Baron VD. Possible role of electroreception in the behavior of marine weakly electric rays *Raja clavata* (Rajidae). *Sensory Systems*. 1994;8(3–4):147–161 (in Russian).
5. Orlov AA, Golubtsov AS, Baron VD, Pavlov DS. Bioelectric fields of the African marbled lungfish *Protopterus aethiopicus* (Sarcopterygii: Protopteridae), African (*Heterotis niloticus*) and South American silver (*Osteoglossum bicirrhosum*) arowanas (Actinopterygii: Osteoglossidae): Primitive electrogenesis? *Journal of Ichthyology*. 2015;55(6):874–879. DOI: 10.1134/S0032945215060120.
6. Soh Z, Matsuno M, Yoshida M, Tsuji T. Real-time cameraless measurement system based on bioelectrical ventilatory signals to evaluate fear and anxiety. *Zebrafish*. 2018;15(2):133–144. DOI: 10.1089/zeb.2017.1491.
7. Asano M, Hanyu I. Sensitivity to electricity in the catfish, *Parasilurus asotus*. *Comparative Biochemistry and Physiology Part A: Physiology*. 1987;86(3):485–489. DOI: 10.1016/0300-9629(87)90530-5.
8. Griffin DR. Listening in the Dark: The Acoustic Orientation of Bats and Men. New Haven CT: Yale University Press; 1958. 413 p.
9. Lissmann HW. Continuous electrical signals from the tail of a fish, *Gymnarchus niloticus* Cuv. *Nature*. 1951;167(4240):201–202. DOI: 10.1038/167201a0.
10. Olshanskiy VM, Zlenko DV, Orlov AA, Kasumyan AO, Moller P, MacMahon E, Xue W. Multielectrode registration of episodic discharges generated by weakly electric fishes. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2022;30(2):239–252. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-2-239-252.
11. Zlenko DV, Olshanskiy VM, Orlov AA, Kasumyan AO, MacMahon E, Wei X, Moller P. Visualization of electric fields and associated behavior in fish and other aquatic animals. *Behavior Research Methods*. 2023. DOI: 10.3758/s13428-023-02175-5.
12. Kuhn TS. The Structure of Scientific Revolutions. Chicago: University of Chicago Press; 1962. 264 p.
13. Maxwell JC. A Treatise On Electricity And Magnetism. Vol. 2. Oxford, UK: Clarendon Press; 1873. 444 p.
14. Rosenberger F. Die geschichte der physik in grundzügen. Bd. 3. Braunschweig: F. Vieweg und Sohn; 1890. 300 s. (in German).

15. Faraday M. On the character and direction of the electric force of the Gymnotus. In: Experimental Researches in Electricity. Vol. 2. London: Richard and John Edward Taylor; 1844.
16. Piccolino M. The Taming of the Ray: Electric Fish Research in the Enlightenment from John Walsh to Alessandro Volta. Firenze: Olschki; 2003. 221 p.
17. Walsh J. Of the electric property of the torpedo. In a letter from John Walsh, Esq; F. R. S. to Benjamin Franklin, Esq; LL. D., F. R. S., Ac. R. Par. Soc. Ext., &c. Phil. Trans. R. Soc. 1773;63:461–480. DOI: 10.1098/rstl.1773.0039.
18. Cavendish H. An account of some attempts to imitate the effects of the torpedo by electricity. Phil. Trans. R. Soc. 1776;66:196–225. DOI: 10.1098/rstl.1776.0013.
19. Feynman R. The Character of Physical Law. United States: BBC; 1965. 173 p.
20. Maxwell JC. The Electrical Researches of the Honourable Henry Cavendish. London: Frank Cass & Co.; 1879. 534 p.
21. Galvani L. De Viribus Electricitatis in Motu Musculari Commentarius. Bononiae: Ex Typographia Instituti Scientiarum; 1791. 80 p. (in Latin).
22. Lebedinsky AB. The role of Galvani and Volta in the history of physiology. In: Galvani A, Volta A. Selected Works on Animal Electricity. Moscow, Leningrad: Biomedgiz; 1937. P. 7–63 (in Russian).
23. Piccolino M, Bresadola M. Shocking Frogs: Galvani, Volta, and the Electric Origins of Neuroscience. Oxford: Oxford University Press; 2013. 400 p. DOI: 10.1093/acprof:oso/9780199782161.001.0001.
24. Matteucci C. Electro-physiological researches – third memoir. On Induced contractions. Phil. Trans. R. Soc. 1845;135:303–317. DOI: 10.1098/rstl.1845.0013.
25. Volta A. On the electricity excited by the mere contact of conducting substances of different kinds. In a letter from Mr. Alexander Volta, F. R. S. Professor of Natural Philosophy in the University of Pavia, to the Rt. Hon. Sir Joseph Banks, Bart. K.B. P. R. S. Phil. Trans. R. Soc. 1800;90:403–431. DOI: 10.1098/rstl.1800.0018.
26. Faraday M. On the source of power in the voltaic pile. In: Experimental Researches in Electricity. Vol. 2. London: Richard and John Edward Taylor; 1844.
27. Piccolino M. Electric fishes research in the nineteenth century, following the steps of Carlo Matteucci and Giuseppe Moruzzi. Archives Italiennes de Biologie. 2011;149(4):10–17.
28. Piccolino M, Wade NJ. Carlo Matteucci (1811–1868), the “frogs pile”, and the Risorgimento of electrophysiology. Cortex. 2012;48(6):645–646. DOI: 10.1016/j.cortex.2011.08.002.
29. Moruzzi G. The electrophysiological work of Carlo Matteucci. Brain Research Bulletin. 1996;40(2): 69–91. DOI: 10.1016/0361-9230(96)00036-6.
30. Matteucci C. Electro-physiological researches – first memoir. The muscular current. Phil. Trans. R. Soc. 1845;135:283–295. DOI: 10.1098/rstl.1845.0011.
31. Matteucci C. Electro-physiological researches – second memoir. On the proper current of the frog. Phil. Trans. R. Soc. 1845;135:297–301. DOI: 10.1098/rstl.1845.0012.
32. Matteucci C. Electro-physiological researches - Fifth series. Part I. Upon induced contractions. Phil. Trans. R. Soc. 1847;137:231–237. DOI: 10.1098/rstl.1847.0013.
33. Catania KC. An optimized biological taser: Electric eels remotely induce or arrest movement in nearby prey. Brain Behav. Evol. 2015;86(1):38–47. DOI: 10.1159/000435945.
34. Darwin C. On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life. 6th edition. London: Murray; 1872. 502 p.
35. Robin C. Mémoire sur la démonstration expérimentale de la production d’électricité par un appareil propre aux poissons du genre des raies. J. Anat. Physiol. 1865;23:577–645 (in French).
36. Bennett MVL. Electric organs. Fish Physiology. 1971;5:347–491. DOI: 10.1016/S1546-5098(08) 60051-5.
37. Lissmann HW, Machin KE. The mechanism of object location in *Gymnarchus Niloticus* and similar fish. Journal of Experimental Biology. 1958;35(2):451–486. DOI: 10.1242/jeb.35.2.451.

38. Olshanskiy VM. Body-sized electric eye. *Science and Life*. 2005;11:94–104 (in Russian).
39. Lissmann HW, Machin KE. Electric receptors in a non-electric fish (*Clarias*). *Nature*. 1963;199: 88–89. DOI: 10.1038/199088a0.
40. Bullock TH, Bodznick DA, Northcutt RG. The phylogenetic distribution of electroreception: Evidence for convergent evolution of a primitive vertebrate sense modality. *Brain Research Reviews*. 1983;6(1):25–46. DOI: 10.1016/0165-0173(83)90003-6.
41. Protasov VR, Bondarchuk AI, Olshanskiy VM. Introduction to Electroecology. Moscow: Nauka; 1982. 336 p. (in Russian).
42. Lissmann HW. Electric location by fishes. *Scientific American*. 1963;208(3):50–59.
43. Chagas C, Paes de Carvalho A, editors. Bioelectrogenesis. Amsterdam: Elsevier; 1961. 413 p.
44. Bass AH. Electric organs revisited: Evolution of a vertebrate communication and orientation organ. In: Bullock TH, Heiligenberg W, editors. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. P. 13–70.
45. Hagedorn M, Womble M, Finger TE. Synodontid catfish: A new group of weakly electric fish: Behavior and anatomy. *Brain Behav. Evol.* 1990;35(5):268–277. DOI: 10.1159/000115873.
46. Boyle KS, Colleye O, Parmentier E. Sound production to electric discharge: sonic muscle evolution in progress in *Synodontis* spp. catfishes (Mochokidae). *Proc. R. Soc. B*. 2014;281(1791):20141197. DOI: 10.1098/rspb.2014.1197.
47. Kéver L, Parmentier E, Bass AH, Chagnaud BP. Morphological diversity of acoustic and electric communication systems of mochokid catfish. *The Journal of Comparative Neurology*. 2021;529(8):1787–1809. DOI: 10.1002/cne.25057.
48. Baron VD. Electric Power Generating Systems of Fish: Evolution and Adaptation Mechanisms. Moscow: Nauka; 1982. 112 p. (in Russian).
49. Baron VD. Electric discharges of two species of stargazers from the South China Sea (Uranoscopidae, Perciformes). *Journal of Ichthyology*. 2009;49(11):1065–1072. DOI: 10.1134/S0032945209110058.
50. Bullock TH. General introduction. In: Fessard A, editor. *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates*. Vol. 3/3 of Handbook of Sensory Physiology. Berlin, Heidelberg: Springer; 1974. P. 1–12. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_1.
51. Hopkins CD. Evolution of electric communication channels of mormyrids. *Behav. Ecol. Sociobiol.* 1980;7(1):1–13. DOI: 10.1007/BF00302513.
52. Hopkins CD. The neuroethology of electric communication. *Trends Neurosci.* 1981;4:4–6. DOI: 10.1016/0166-2236(81)90003-5.
53. Hopkins CD. On the diversity of electric signals in a community of mormyrid electric fish in West Africa. *American Zoologist*. 1981;21(1):211–222. DOI: 10.1093/icb/21.1.211.
54. Hopkins CD. Behavior of mormyridae. In: Bullock TH, Heiligenberg W, editors. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. P. 527–576.
55. Hopkins CD, Bass AH. Temporal coding of species recognition signals in an electric fish. *Science*. 1981;212(4490):85–87. DOI: 10.1126/science.7209524.
56. Heiligenberg W, Bastian J. The electric sense of weakly electric fish. *Annu. Rev. Physiol.* 1984;46:561–583. DOI: 10.1146/annurev.ph.46.030184.003021.
57. Russel CJ, Meyers JP, Bell CC. The echo response in *Gnathonemus petersii* (Mormyridae). *J. Comp. Physiol.* 1974;92(2):181–200. DOI: 10.1007/BF00694505.
58. Dye JS, Meyer JH. Central control of the electric organ discharge in weakly electric fish. In: Bullock TH, Heiligenberg W, editors. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. P. 71–102.
59. Kalmijn AJ. The detection of electric fields from inanimate and animate sources other than electric organs. In: Fessard A, editor. *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates*. Vol. 3/3 of Handbook of Sensory Physiology. Berlin, Heidelberg: Springer; 1974. P. 147–200. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_5.

60. Kalmijn AJ. Electric and magnetic field detection in elasmobranch fishes. *Science*. 1982;218(4575): 916–918. DOI: 10.1126/science.7134985.
61. Zakon HH. The electroreceptive periphery. In: Bullock TH, Heiligenberg W, editors. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. P. 103–156.
62. Brown GR, Ilyinsky OB. *Physiology of Electroreceptors*. Leningrad: Nauka; 1984. 248 p. (in Russian).
63. Moller P. *Electric Fishes: History and Behavior*. Dordrecht: Springer; 1995. 584 p.
64. Baron VD. In memory of W. Heiligenberg. *Russian Journal of Physiology*. 2014;100:891–895 (in Russian).
65. Bullock TH, Heiligenberg W. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. 722 p.
66. Srivastava CBL, Prasad MS. Tuberos organs in a non-eletric teleosts *Rita rita* (Ham.). *Proc. Natl. Acad. Sci. India B*. 1984;54(3):187–188.
67. Heiligenberg W. Electrolocation of objects in the electric fish *Eigenmannia* (Rhamphichthyidae, Gymnotoidei). *J. Comp. Physiol.* 1973;87(2):137–164. DOI: 10.1007/BF01352158.
68. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in a *Hypopygus* (Rhamphichthyidae, Gymnotoidei), an electric fish with pulse-type discharges. *J. Comp. Physiol.* 1974;91(3):223–240. DOI: 10.1007/BF00698054.
69. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in the electric fish *Gymnarchus niloticus* (Gymnarchidae, Mormyriiformes). *J. Comp. Physiol.* 1975;103(1):55–67. DOI: 10.1007/BF01380044.
70. Heiligenberg W. Electrolocation and jamming avoidance in the mormyrid fish *Brienomyrus*. *J. Comp. Physiol.* 1976;109(3):357–372. DOI: 10.1007/BF00663615.
71. Scheich H, Bullock TH. The detection of electric fields from electric organs. In: Fessard A, editor. *Electroreceptors and Other Specialized Receptors in Lower Vertebrates*. Vol. 3/3 of *Handbook of Sensory Physiology*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1974. P. 201–256. DOI: 10.1007/978-3-642-65926-3_6.
72. Heiligenberg W. *Principles of Electrolocation and Jamming Avoidance in Electric Fish: A Neuroethological Approach*. Berlin, Heidelberg: Springer; 1977. 88 p. DOI: 10.1007/978-3-642-81161-6.
73. Heiligenberg W. Jamming avoidance responses: model systems for neuroethology. In: Bullock TH, Heiligenberg W, editors. *Electroreception*. New York: Wiley; 1986. P. 613–650.
74. Olshanskiy VM. *Bionic Modeling of Electrical Systems of Weakly Electric Fish*. Moscow: Nauka; 1990. 208 p. (in Russian).
75. Westby GWM. Electric communication in fish and the problem of recognizing very brief waveforms. *Journal of Biological Education*. 1987;21(3):190–196. DOI: 10.1080/00219266.1987.9654895.
76. Schumacher EL, Carlson BA. Convergent mosaic brain evolution is associated with the evolution of novel electrosensory systems in teleost fishes. *eLife*. 2022;11:e74159. DOI: 10.7554/eLife.74159.
77. Huang CG, Metzen MG, Chacron MJ. Descending pathways mediate adaptive optimized coding of natural stimuli in weakly electric fish. *Sci. Adv.* 2019;5(10):eaax2211. DOI: 10.1126/sciadv.aax2211.
78. Nelson ME. Electric fish. *Curr. Biol.* 2011;21(14):R528–R529. DOI: 10.1016/j.cub.2011.03.045.
79. Mikhailenko NA. On the biological significance of electrical discharges in weakly electric fish species of the Black Sea. *Zoological Journal*. 1971;50:1347–1356 (in Russian).
80. Baron VD, Mikhailenko NA. *Uranoscopus scaber*: Transitional form in the evolution of electrical organs in fish. *Proceedings of the Academy of Sciences of the USSR*. 1976;229(4):983–986 (in Russian).
81. Baron VD, Mikhailenko NA. Electrical discharge structure of the sea-fox. *Biophysics*. 1974;22(2): 369–371.
82. Orlov AA, Baron VD, Olshanskiy VM. Electric generating activity of Synodontis and its changes

- under the action of weak electric fields. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. 1993;332(1):110–113 (in Russian).
83. Baron VD, Morshnev KS, Olshansky VM, Orlov AA. Electric organ discharges of two species of African catfish (*Synodontis*) during social behaviour. Anim. Behav. 1994;48(6):1472–1475. DOI: 10.1006/anbe.1994.1387.
 84. Baron VD, Orlov AA, Golubtsov AS. African *Clarias* catfish elicits long-lasting weak electric pulses. Experientia. 1994;50(7):664–647. DOI: 10.1007/BF01952864.
 85. Olshanskii VM, Soldatova OA, Nguyen TN. Episodic electric discharges in the course of social interactions: An example of Asian clariid catfish. Biology Bulletin Reviews. 2011;72(3):220–235 (in Russian).
 86. Olshanskiy VM, Kasumyan AO, Moller P. On mating and function of associated electric pulses in *Clarias macrocephalus* (Günther 1864): probing an old puzzle, first posed by Charles Darwin. Environmental Biology of Fishes. 2020;103(1):99–114. DOI: 10.1007/s10641-019-00936-w.
 87. Olshansky VM. Elaboration of equipment and methods of continuous recording of electric activity of clariid catfish (Clariidae, Siluriformes) in social and reproductive behavior. Journal of Ichthyology. 2010;50(11):1077–1091. DOI: 10.1134/S0032945210110147.
 88. Orlov AA, Baron VD, Golubtsov AS. Electric discharges of two African catfishes of the genus *Auchenoglanis* (Claroteidae, Siluriformes). Doklady Biological Sciences. 2015;462(1):138–140. DOI: 10.1134/S0012496615030059.
 89. Baron VD, Pavlov DS. Discovery of specialized electrogenerating activity in two species of *Polypterus* (Polypteriformes, Osteichthyes). Journal of Ichthyology. 2003;43(Suppl. 2):S259–S261.
 90. Morshnev KS, Olshanskiy VM. Electrical discharges of Asian catfish *Ompok bimaculatus* (Siluridae). Proceedings of the Russian Academy of Sciences. 1997;354(3):419–422 (in Russian).
 91. Baron VD, Olshansky VM. Monopolar electric discharges of the catfish *Parasilurus asotus* (Siluridae, Siluriformes). Journal of Ichthyology. 2009;49(5):403–408. DOI: 10.1134/S0032945209050063.
 92. Olshanskii VM, Baron VD, Wei X. Electrical discharges in Chinese salamander *Andrias davidianus*. Doklady Biochemistry and Biophysics. 2016;471(1):447–449. DOI: 10.1134/S1607672916060193.
 93. Dunlap KD, Koukos HM, Chagnaud BP, Zakon HH, Bass AH. Vocal and electric fish: Revisiting a comparison of two teleost models in the neuroethology of social behavior. Frontiers in Neural Circuits. 2021;15:713105. DOI: 10.3389/fncir.2021.713105.
 94. Mashkin PV, Olshansky VM, Volkov SV, Uteshev VK, Wei X. Continuous biological monitoring of water quality in rivers and seas using biosensors: Bivalve mollusks. In: Topical Issues of Zoology, Ecology and Nature Conservation. Vol. 5. Moscow: «Sel'skokozyajstvennye Tekhnologii»; 2023. P. 133–138 (in Russian).
 95. Tomasello DL, Sive H. Noninvasive multielectrode array for brain and spinal cord local field potential recordings from live zebrafish larvae. Zebrafish. 2020;17(4):271–277. DOI: 10.1089/zeb.2020.1874.



Ольшанский Владимир Менделевич — родился в Петропавловске-Камчатском (1950). Окончил 40-ю школу в городе Горьком, радиофизический факультет Горьковского государственного университета. Доктор физико-математических наук по специальности «Биофизика» (2004). Старший научный сотрудник Института проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова Российской академии наук (ИПЭЭ РАН).

Россия, 119071 Москва, Ленинский проспект, 33
 Институт проблем экологии и эволюции имени А. Н. Северцова РАН
 E-mail: vmolsh@yandex.ru
 ORCID: 0000-0002-2810-9900
 AuthorID (eLibrary.Ru): 22362



Барон Владимир Давыдович — родился в городе Изюм (1939). Окончил Московский физико-технический институт (МФТИ). Доктор биологических наук по специальностям ихтиология и биофизика (1991, тема диссертации «Организация генераторных систем слабоэлектрических рыб»). Ведущий научный сотрудник Института проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова Российской академии наук (ИПЭЭ РАН).

Россия, 119071 Москва, Ленинский проспект, 33
Институт проблем экологии и эволюции имени А. Н. Северцова РАН
E-mail: vbaron@mail.ru
AuthorID (eLibrary.Ru): 79069



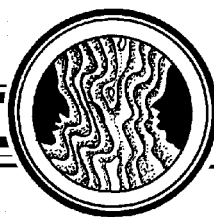
Еоин МакМагон — родился в Лимерике, Ирландия. В течение последних 20 лет работал в сфере охраны окружающей среды и борьбы с вредителями. В настоящее время является директором компании Biosphere Environmental Ltd. Еоин участник морских экспедиций. На корабле Илен (ilen.ie), в постройке которого принимал участие, посетил западное побережье Гренландии в 2019 году. В настоящее время разрабатываются планы по использованию Пен в качестве платформы для исследований в области морской биологии.

3 Johns St., Killaloe, Co. Clare, V94PN3F
Biosphere Environmental Ltd.
E-mail: biosphere.eoin@gmail.com
ORCID: 0000-0002-7005-5926



Зленко Дмитрий Владимирович — родился в Москве (1983). Окончил лицей «Вторая Школа» (2000), биологический факультет МГУ (2005). Кандидат биологических наук по специальности «Биофизика» (2008). Старший научный сотрудник Института проблем экологии и эволюции им. А. Н. Северцова Российской академии наук (ИПЭЭ РАН).

Россия, 119071 Москва, Ленинский проспект, 33
Институт проблем экологии и эволюции имени А. Н. Северцова РАН
E-mail: dvzlenko@gmail.com
ORCID: 0000-0002-4126-3080
AuthorID (eLibrary.Ru): 599278



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 6
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(6)

Персоналии

DOI: 10.18500/0869-6632-003077
EDN: VOQIWR

Памяти Дмитрия Валерьевича Соколова

13 ноября 1940 — 20 ноября 2023

А. Г. Рожнев, Н. М. Рыскин

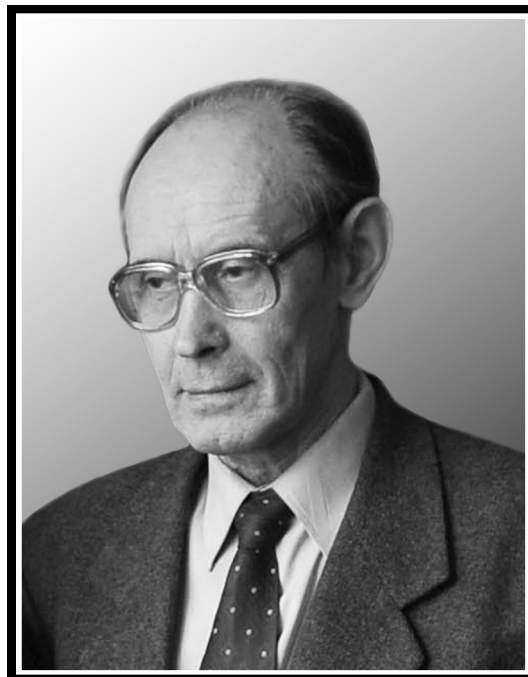
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского
E-mail: rozhnevag@info.sgu.ru, RyskinNM@info.sgu.ru
Поступила в редакцию 21.11.2023, опубликована 30.11.2023

Для цитирования: Рожнев А. Г., Рыскин Н. М. Памяти Дмитрия Валерьевича Соколова // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 6. С. 813–814. DOI: 10.18500/0869-6632-003077. EDN: VOQIWR

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

20 ноября 2023 после продолжительной болезни на 84 году жизни скончался Дмитрий Валерьевич Соколов, наш старший товарищ и коллега, человек, обладавший яркими талантами и большой душевной щедростью.

Дмитрий Валерьевич родился 13 ноября 1940 года, после окончания школы поступил на физический факультет Саратовского университета, который успешно окончил в 1961 году. С этого момента и до самых последних лет, кроме небольшого перерыва, вся его жизнь была связана с СГУ. Помимо научных способностей судьба подарила Дмитрию Валерьевичу талант художника, и небольшой перерыв в занятиях наукой объяснялся тем, что он работал главным художником в одном из областных драматических театров западной Сибири. Но интерес к научной деятельности в конце концов победил, и Дмитрий Валерьевич вернулся в СГУ, где продолжил работу в научной группе,



которой руководил Дмитрий Иванович Трубецков, в должности инженера, научного сотрудника и старшего научного сотрудника в НИИ механики и физики СГУ, а затем, с середины 1990 годов — в Отделении физики нелинейных систем НИИ Естественных наук СГУ.

Дмитрий Валерьевич Соколов обладал широким научным кругозором и в течение научной карьеры занимался развитием тех направлений вакуумной электроники СВЧ, которые представлялись наиболее перспективными в каждый из периодов этой деятельности. В 1970 годах это было изучение СВЧ-усилителей и генераторов М-типа. В 1980 годах Дмитрий Валерьевич увлекся развитием теории волн в активных нелинейных средах, в которых в качестве нелинейного элемента выступал электронный пучок. В частности, значительное внимание уделялось изучению солитонов и солитоноподобных импульсов в электронно-волновых системах. Итогом этих исследований стала диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук, защищенная Д. В. Соколовым в 1986 году в диссертационном совете СГУ.

К концу 1980 годов одним из главных направлений исследований научной группы, в которую входил Дмитрий Валерьевич, стал только что появившийся и сразу ставший чрезвычайно модным новый раздел вакуумной электроники — вакуумная СВЧ микроэлектроника. В эти годы Дмитрий Валерьевич опубликовал ряд работ, посвященных исследованию различных приборов СВЧ-диапазона, в которых в качестве источников электронов выступали автоэмиссионные катоды, выполненные с использованием микроэлектронных технологий. Эти результаты вошли в одну из первых в мире научных монографий по вакуумной СВЧ микроэлектронике, изданной в 1996 году (Д. И. Трубецков, А. Г. Рожнев, Д. В. Соколов. Лекции по сверхвысокочастотной вакуумной микроэлектронике. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 1996).

Во второй половине 1990 годов, наряду с научными исследованиями, Дмитрий Валерьевич стал вновь значительное время посвящать художественному творчеству, которое проявилось в неожиданной и нетрадиционной форме. В это время в СГУ началось издание научного журнала «Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика», и Д. В. Соколов стал выполнять функции художника этого журнала. Можно без всяких сомнений утверждать, что тот привлекательный и необычный внешний вид журнала, который сразу обращал на себя внимание читателя, был целиком заслугой Дмитрия Валерьевича. С годами он все больше и больше времени посвящал журналу. Поклонники журнала ждали каждый новый номер не только из-за опубликованных в нем научных статей, но и для того чтобы полюбоваться и оценить содержание и оформление первой и последней страниц обложки, которые менялись с каждым выпуском и были посвящены определенным событиям в мире науки и жизни университета. Помимо художественного оформления журнала, Дмитрий Валерьевич работал над всеми изданиями, выпускаемыми издательством ГосУНЦ «Колледж», оформлял стенды факультета нелинейных процессов, поздравительные адреса и много другое. Дизайнерские работы Дмитрия Валерьевича всегда были тщательно продуманы и реализованы, наполнены интересными решениями и тонким юмором. А когда в университете было принято решение возродить издание «Ученых записок СГУ» под названием «Известия Саратовского университета. Новая серия», именно Д. В. Соколов стал создателем нового облика этой серии журналов.

Дмитрий Валерьевич Соколов был талантливым, добрым, отзывчивым человеком, который в любой момент откликался на просьбы о помощи, поддерживал окружающих делами, сочувствием, добрыми советами.

Память о Дмитрии Валерьевиче навсегда сохранится в сердцах его коллег, сотрудников и друзей.

EDITOR-IN-CHIEF

Yu. V. Gulyaev, Member of the RAS, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

DEPUTY EDITORS

I. V. Sysoev, Ph.D., Saratov State University (Saratov, Russia)

A. N. Chumachenko, Ph.D., Saratov State University (Saratov, Russia)

EDITORIAL BOARD

V. M. Anikin, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

B. P. Bezruchko, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

S. Boccaletti, Ph.D., Institute for Complex Systems of the NRC (Florence, Italy)

A. M. Bykov, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Ioffe Institute (Saint-Petersburg, Russia)

V. A. Vakorin, Ph.D., Simon Fraser University (Vancouver, Canada)

S. V. Gonchenko, Ph.D., Professor, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Nizhny Novgorod, Russia)

N. S. Ginzburg, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

A. S. Dmitriev, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

S. A. Kashchenko, Ph.D., Professor, P. G. Demidov Yaroslavl State University (Yaroslavl, Russia)

A. V. Kraskov, Ph.D., Newcastle University (Newcastle, UK)

N. V. Kuznetsov, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Saint-Petersburg University (Saint-Petersburg, Russia)

G. van Luijelaar, Ph.D., Professor, Radboud University Nijmegen (Nijmegen, The Netherlands)

A. Lüttjohann, Ph.D., Westfälische Wilhelms-Universität (Münster, Germany)

G. G. Malinetskii, Ph.D., Professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics of the RAS (Moscow, Russia)

V. V. Matrosov, Ph.D., Professor, Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Nizhny Novgorod, Russia)

I. I. Mokhov, Member of the RAS, Ph.D., Professor, A. M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the RAS (Moscow, Russia)

A. B. Neiman, Ph.D., Professor, Ohio University (Ohio, USA)

V. I. Nekorkin, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

A. S. Pkovsky, Dr. rer. Nat. habil., Professor, University of Potsdam (Potsdam, Germany)

A. N. Pisarchik, Ph.D., Professor, Universidad Politecnica de Madrid (Madrid, Spain)

A. V. Porubov, Ph.D., Professor, Institute of Problems of Mechanical Engineering of the RAS (Saint-Petersburg, Russia)

V. V. Tuchin, Corresponding Member of the RAS, Ph.D., Professor, Saratov State University (Saratov, Russia)

A. M. Feigin, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

V. A. Tsarev, Ph.D., Professor, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov (Saratov, Russia)

V. A. Cherepenin, Member of the RAS, Ph.D., Professor, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the RAS (Moscow, Russia)

M. V. Shitikova, Ph.D., Professor, Voronezh State Technical University (Voronezh, Russia)

V. G. Yakhno, Ph.D., Professor, Institute of Applied Physics of the RAS (Nizhny Novgorod, Russia)

ISSN 0869-6632



9 770869 663203 >