

Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2022. Т. 30, № 1
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2022;30(1)

Научная статья

УДК 621.9:531.3

DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-1-37-56

Связь притягивающих множеств деформаций инструмента с пространственной ориентацией упругости и регенерацией сил резания при точении

В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия✉

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.10.2021, принята к публикации 05.12.2021,

опубликована 31.01.2022

Аннотация. В настоящее время динамическая система резания представляется в виде двух подсистем — инструмента и заготовки, взаимодействующих через нелинейную связь, формируемую процессом резания. Подобное представление определяет важность изучения динамики процесса резания как основного фактора, влияющего на эффективность станков, траектории исполнительных элементов которых задаются ЧПУ и обеспечиваются с высокой точностью. Однако для повышения эффективности резания необходимо согласовать траектории исполнительных элементов, заданных ЧПУ, с изменяющейся динамикой резания, которая вносит отклонения в заданные программой траектории. Цель настоящей статьи — рассмотреть зависимость динамики процесса резания от пространственной ориентации упругости режущего инструмента и от регенеративного эффекта и выяснить влияние предложенной зависимости на эффективность процесса резания. Все вопросы, рассмотренные в статье, проанализированы на примере наружного точения вала. **Методы.** В основу изучения положены методы математического моделирования и экспериментальной динамики. В отличие от известных исследований учитывается зависимость времени обратного запаздывания от колебательных смещений в направлении скорости резания, а также влияние формируемой при этом положительной обратной связи. Кроме этого принимаются во внимание изменения знака внутренней обратной связи от направления деформаций, а также влияние регенеративного эффекта на формируемые притягивающие множества деформаций. **Результаты.** Раскрыта зависимость эволюции системы от элементов матрицы жесткости при различных частотах вращения шпинделя. Изучены свойства эволюции системы в зависимости от соотношения частот вращения шпинделя и собственных частот подсистемы инструмента, а также пространственного распределения податливости. **Заключение.** Обсуждаются частотные и временные характеристики системы. Делается заключение о возможности повышения эффективности процесса резания на основе согласования программы ЧПУ с динамическими свойствами системы.

Ключевые слова: эффект регенерации сил резания, устойчивость и притягивающие множества деформаций, эффективность резания.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ, № 19-08-00022 и № 20-38-90074.

Для цитирования: Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е. Связь притягивающих множеств деформаций инструмента с пространственной ориентацией упругости и регенерацией сил резания при точении // Известия вузов. ПНД. 2022. Т. 30, № 1. С. 37–56. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-1-37-56

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Correlation of attracting sets of tool deformations with spatial orientation of tool elasticity and regeneration of cutting forces in turning

D. V. Zakovorotny, V. Gvindjiliya 

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

Received 14.10.2021, accepted 05.12.2021, published 31.01.2022

Abstract. Nowadays, the dynamic cutting system is represented in the form of two subsystems – tool and workpiece, interacting through a nonlinear relationship formed by the cutting process. Such a representation determines the importance of studying the dynamics of the cutting process as the main factor influencing the efficiency of machines, the trajectories of the executive elements of which are set by CNC and are provided with high accuracy. However, in order to improve the efficiency of cutting, it is necessary to align the trajectories of the executive elements are defined by CNC with the changing dynamics of cutting, which introduces deviations in the program-defined trajectories. *Purpose* of this article is to consider the dependence of the dynamics of the cutting process on the spatial orientation of the cutting tool elasticity and the regenerative effect, and to find out the effect of the proposed dependence on the efficiency of the cutting process. All the issues discussed in the article are analyzed using the example of external shaft turning. *Methods.* The study is based on the methods of mathematical modeling and experimental dynamics. In contrast to the known studies, the dependence of the turnover lag time on the oscillatory displacements in the direction of the cutting speed, as well as the influence of the positive feedback formed in this case, is taken into account. In addition, changes in the sign of the internal feedback from the direction of deformations, as well as the influence of the regenerative effect on the generated attracting sets of deformations are taken into account. *Results.* Dependence of the system evolution on the elements of the stiffness matrix at different spindle speeds is disclosed. The properties of the system evolution depending on the ratio of the spindle rotation frequency and the eigenfrequencies of the tool subsystem, as well as the spatial distribution of the stiffness are studied. *Conclusion.* The frequency and time characteristics of the system are discussed. Conclusion is made about the possibility of efficiency increasing of the cutting process based on the coordination of the CNC program with the dynamic properties of the system.

Keywords: effect of regeneration of cutting forces, stability and attracting sets of deformations, cutting process efficiency.

Acknowledgements. This work was supported by Russian Foundation for Basic Research, grants No 19-08-00022 and No 20-38-90074.

For citation: Zakovorotny VL, Gvindjiliya VE. Correlation of attracting sets of tool deformations with spatial orientation of tool elasticity and regeneration of cutting forces in turning. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.* 2022;30(1):37–56. DOI: 10.18500/0869-6632-2022-30-1-37-56

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Динамическая система резания (ДСР), в которой главное внимание уделяется устойчивости движения и формируемым притягивающим множествам деформаций, привлекает внимание исследователей с середины прошлого века [1–9]. Это связано с тем, что свойства ДСР влияют на эффективность обработки [10–16]. Они зависят от динамической связи, которая моделируется силами $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$, представленными в виде их зависимости от деформаций $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, X_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ и $\mathbf{dX}/dt = \mathbf{v}_X = \{v_{X,1}, v_{X,2}, v_{X,3}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$, траекторий исполнительных элементов станка (ТИЭС) и неуправляемых возмущений. ТИЭС, как правило, задаются системой ЧПУ ЭВМ и при токарной обработке представляют совокупность траекторий перемещений $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ и скоростей $\mathbf{V} = \{V_1, V_2, V_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ продольного, поперечного суппортов и вращения шпинделя. Таким образом, траектории движения вершины инструмента относительно заготовки, названные нами траекториями формообразующих движений, определяются суммой $\mathbf{L}^{(\Phi)} = \mathbf{L} - \mathbf{X}$ и $\mathbf{V}^{(\Phi)} = \mathbf{V} - \mathbf{dX}/dt$. Деформации рассматриваются в подвижной системе

координат, движение которой определяется ТИЭС. При этом используется принцип разделения движений [16] на «медленные» (ТИЭС) и «быстрые» (деформации инструмента) [17, 18]. Рассматриваются следующие факторы, вызывающие потерю устойчивости. Силы варьируются при изменении $S(t)$ — площади пересечения передней грани инструмента заготовкой. Изменение сил запаздывает по отношению к вариациям $S(t)$ [1, 2, 7, 19–25]. Рассматриваются эффекты регенерации сил, обусловленные следом от колебаний инструмента на предыдущем обороте. Исследования выполнены в предположении, что время оборота $T = \text{const}$ [26–35], и не принимались во внимание $v_{X,3}$. Заметим, что сама кинематика формирования подачи $S(t)$ приводит к необходимости использования соотношения, учитывающего эффект регенерации сил

$$S(t) = \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) - v_{X,2}(\xi)\} d\xi. \quad (1)$$

Наконец, учитываются нелинейные характеристики изменения сил от скорости. Используются модифицированные уравнения Рэлея, ван дер Поля и модели реверсивного трения, для объяснения потери устойчивости и образования притягивающих множеств [36–43]. Учитывается параметрическое самовозбуждение [44, 45], которое формируется, начиная с некоторой критической скорости. Рассматривалось также влияние периодических возмущений [46–48], которые формируют такие эффекты как синхронизация, асинхронное взаимодействие, вибрационная стабилизация в низкочастотной области и пр.

Анализ показывает, что силы, зависящие от деформаций и ТИЭС, образуют внутрисистемную обратную связь, свойства которой влияют на формируемые при резании притягивающие множества деформаций. Изучение устойчивости и притягивающих множеств с учетом отмеченных особенностей дополняет знания о нелинейной динамике резания, позволяющие улучшить выходные свойства обработки, что определяет содержание статьи.

1. Математическое моделирование

Свойства системы можно раскрыть на основе использования следующей модели (рис. 1) [10, 22, 44, 49]:

$$\mathbf{m} \frac{d^2 \mathbf{X}}{dt^2} + \mathbf{h} \frac{d\mathbf{X}}{dt} + \mathbf{c}\mathbf{X} = \mathbf{F}_\Sigma. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{m} , \mathbf{h} , \mathbf{c} — симметричные, положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов, соответственно: $\mathbf{m} = [m_s]$ в $[\text{кгс}^2/\text{мм}]$, $m_s = m$, $s = 1, 2, 3$; $\mathbf{h} = [h_{s,l}]$ в $[\text{кгс}/\text{мм}]$; $\mathbf{c} = [c_{s,l}]$ в $[\text{кг}/\text{мм}]$, $s, l = 1, 2, 3$; $\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F} + \Phi + \Phi^1$; $\mathbf{F} = \{F_1, F_2, F_3\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ — сила, формируемая в области передней грани; Φ, Φ^1 — силы, действующие на задние грани.

Проекция \mathbf{F} определяется коэффициентами χ_i , удовлетворяющими условию $\sum_{i=1}^3 (\chi_i)^2 = 1$, то есть $\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \{F_1, F_2, F_3\}^T$. Для дальнейшего необходимо, кроме (1), связать ТИЭС с технологическими режимами: глубиной $t_p(t)$ и скоростью $V_p(t)$ резания

$$V_p(t) = V_3(t) - v_{X,3}, \quad t_p(t) = d/2 - \int_0^t \{V_1(\xi) - v_{X,1}(\xi)\} d\xi, \quad (3)$$

где $V_3(t) = \pi D \Omega$, Ω — частота вращения заготовки в $[\text{с}^{-1}]$. Если в (1) и (3) $D X_i / dt = 0$ и $V_i = \text{const}$, $i = 1, 2, 3$, то будем обозначать: $S_p^{(0)} = V_2 T$, $t_p^{(0)} = d/2 - L_1(0)$, $V_p^{(0)} = V_3$.

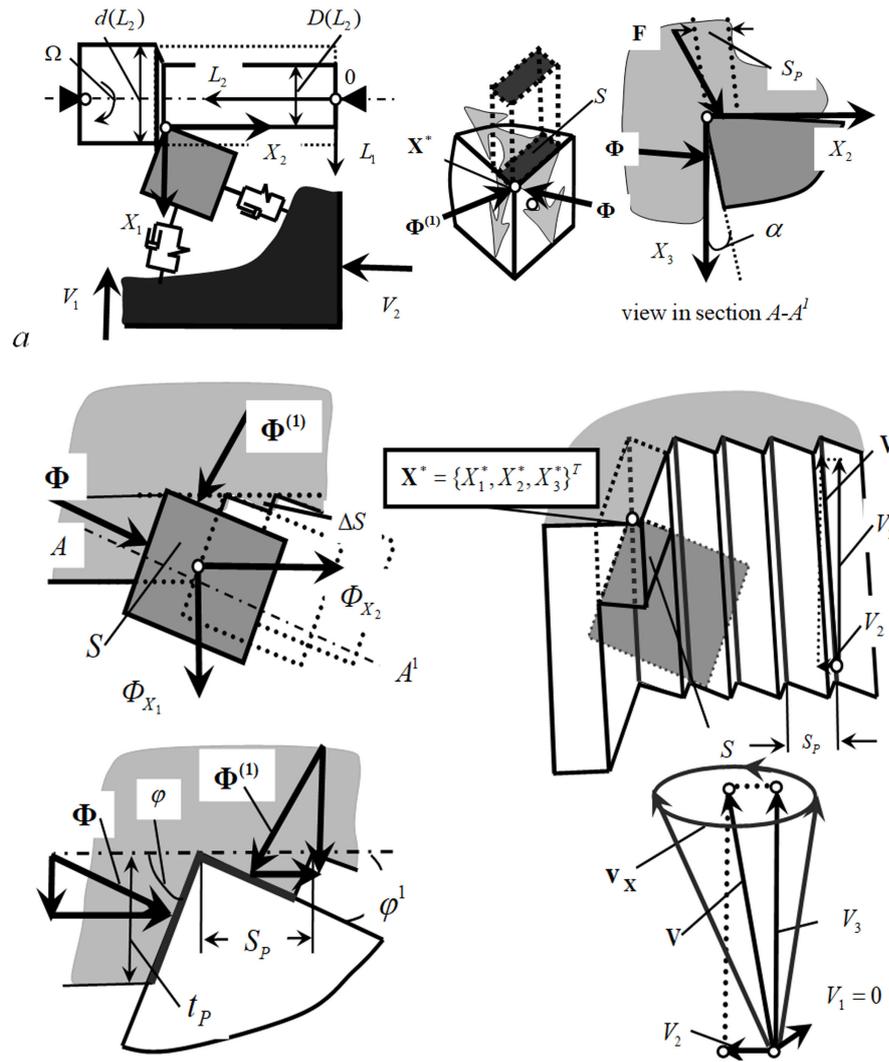


Рис. 1. Схема преобразования траекторий формообразующих движений в силы резания: *a* – схема взаимосвязи сил и деформационных смещений; *b* – силы в области задних граней

Fig. 1. Scheme of transformation of trajectories of the shape-generating movements into cutting forces: *a* – scheme of the interrelation of forces and deformation displacements; *b* – forces in the area of the rear edges

Раскроем зависимость $F^{(0)}(t)$ от деформаций и ТИЭС

$$T^{(0)} dF^{(0)}/dt + F^{(0)} = \rho \{1 + \mu \exp[-\zeta(V_3 - v_{X_3})]\} [t_p^{(0)} - X_1] \int_{t-T}^t \{V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)\} d(\xi), \quad (4)$$

где ρ – давление в [кг/мм²]; ζ – параметр крутизны в [с/мм]; μ – безразмерный коэффициент; $T^{(0)}$ – параметр, определяющий запаздывание сил. Если равновесие $\mathbf{X}^* = \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}^T$ (рис. 1, *b*) является асимптотически устойчивым, то после переходных процессов в заготовке формируется стационарное направление движения и соответствующая ему траектория следа от инструмента. Тогда вариации положения инструмента относительно следа вызывают образование сил $\Phi(t)$ и $\Phi(t)^{(1)}$, действующих на главную и вспомогательную задние грани. Рассмотрим точеч-

ние четырехгранными пластинками из твердого сплава. Тогда очевидна связь между главным φ и вспомогательным φ^1 углами $\varphi^1 = \pi/2 - \varphi$. Так как рассматривается продольное точение, то скорость $V_1 = 0$ (см. рис. 1, b). Вначале вычислим углы ориентации вектора скорости по отношению к передней и задней граням. Здесь положительное направление определяется по направлению сближения передней α_Σ и задней α_Σ^1 граней. Из геометрических соотношений определяем

$$\begin{cases} \alpha_\Sigma(t) = \alpha + \Delta\alpha(t) = \alpha + \operatorname{arctg} \left\{ \frac{v_{X,1}(t) \cos \varphi + [V_2 - v_{X,2}(t)] \sin \varphi}{V_3 - v_{X,3}(t)} \right\}, \\ \alpha_\Sigma^1(t) = \alpha^1 + \Delta\alpha^1(t) = \alpha^1 + \operatorname{arctg} \left\{ \frac{v_{X,1}(t) \sin \varphi + [V_2 - v_{X,2}(t)] \cos \varphi}{V_3 - v_{X,3}(t)} \right\}. \end{cases} \quad (5)$$

Модули $\Phi, \Phi^{(1)}$ можно аппроксимировать законом экспоненты, возрастающей при уменьшении $\alpha_\Sigma(t), \alpha_\Sigma^1(t)$. Причем углы определяются в сечениях $(A - A^1)$, нормальных к режущим лезвиям (рис. 1, a). Так как задние углы есть величины малые, то имеем выражения для дополнительных сил $\Phi_X = \{\Phi_{X_1}, \Phi_{X_2}, \Phi_{X_3}\}^T \in \mathfrak{R}^{(3)}$ в функции ТИЭС и X

$$\begin{cases} \Phi_{X_1}(t) = \rho_0 \{ (t_p^{(0)} - X_1) \operatorname{ctg} \varphi \exp(-\alpha\alpha_\Sigma) + \exp(-\alpha\alpha_\Sigma^1) \int_{t-T}^t [V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)] d\xi \}, \\ \Phi_{X_2}(t) = \rho_0 \{ (t_p^{(0)} - X_1) \exp(-\alpha\alpha_\Sigma) - \exp(-\alpha\alpha_\Sigma^1) \int_{t-T}^t [V_2(\xi) - v_{X_2}(\xi)] d\xi \operatorname{ctg} \varphi \}, \\ \Phi_{X_3}(t) = k_{\text{fr}} \{ \Phi_{X_1}(t) + \Phi_{X_2}(t) \}, \end{cases} \quad (6)$$

где α – коэффициент крутизны; ρ_0 – параметр, имеющий смысл жесткости; k_{fr} – коэффициент трения. Силы Φ_X ограничивают развитие деформаций. Системы (2), (4), (6) позволяют исследовать траектории $X, F, \Phi, \Phi^{(1)}$, а также анализировать притягивающие множества деформаций и их эволюцию при переходе от одного стационарного состояния к другому. Эти свойства эволюции отличаются от рассмотренных в работах [48, 50].

2. Устойчивость равновесия

Взаимодействие зависит от траекторий $L^{(\Phi)}$ и $V^{(\Phi)}$. Систему будем считать устойчивой, если устойчива точка равновесия X^* в подвижной системе координат. Ограничимся рассмотрением невозмущенной системы на постоянных режимах. Для анализа устойчивости необходимо определить линеаризованное уравнение в вариациях [51]. Для точки X^* справедливо: $v_{X_i} = 0, i = 1, 2, 3, dF^{(0)} = 0$. На заготовке формируется направление, в котором $\Phi \Rightarrow 0, \Phi_{(1)} \Rightarrow 0$. Тогда X^* :

$$c_\Sigma X^* = \rho^{(0)} S_p^{(0)} t_p^{(0)} \{ \chi_1, \chi_2, \chi_3 \}^T, \quad (7)$$

где

$$c_\Sigma = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho^{(0)} S_p^{(0)} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho^{(0)} S_p^{(0)} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} + \chi_3 \rho^{(0)} S_p^{(0)} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}, \quad \rho^{(0)} = \rho \{ 1 + \mu \exp[-\zeta V_3] \}.$$

Решение (7) является единственным и $X^* = \text{const}$. Тогда линеаризованное уравнение в вариациях имеет постоянные параметры, а систему можно рассматривать как подсистему инструмента

с обратной связью. Поэтому для анализа устойчивости можно использовать частотный критерий Найквиста [52], а амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) системы в разомкнутом состоянии $W_{\Sigma}(j\omega)$ представить в виде

$$W_{\Sigma}(j\omega) = \frac{\rho}{(1 + T^{(0)}\omega j)} \left\{ g_1 S_p^{(0)} W_1(j\omega) + g_2 t_p^{(*)} [1 - \exp(-T\omega j)] \times \right. \\ \left. \times W_2(j\omega) - g_3 S_p^{(0)} t_p^{(*)} \mu(\zeta)^{(-1)} W_3(j\omega) j\omega \right\}, \quad (8)$$

где

$$t_p^{(*)} = t_p^{(0)} - X_1^*; \quad g_1 = \Delta_{g_1}/\Delta_g; \quad g_2 = \Delta_{g_2}/\Delta_g; \quad g_3 = \Delta_{g_3}/\Delta_g; \quad \Delta_g = [c_{i,s}], \quad i, s = 1, 2, 3; \\ W_{0,i}(p)_{p=j\omega} = \Delta_i(p)/\Delta(p); \quad W_i(p)_{p=j\omega} = g_i W_{0,i}(p)_{p=j\omega}; \quad i = 1, 2, 3; \\ \Delta_{g_1} = \begin{bmatrix} \chi_1 & c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix}; \quad \Delta_{g_2} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \chi_1 & c_{3,1} \\ c_{1,2} & \chi_2 & c_{3,2} \\ c_{1,3} & \chi_3 & c_{3,3} \end{bmatrix}; \quad \Delta_{g_3} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & \chi_1 \\ c_{1,2} & c_{2,2} & \chi_2 \\ c_{1,3} & c_{2,3} & \chi_3 \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} \chi_1 & h_{2,1}p + c_{2,1} & c_{3,1} \\ \chi_2 & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & c_{3,2} \\ \chi_3 & mp^2 + h_{2,3}p + c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & \chi_1 & h_{3,1}p + c_{3,1} \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & \chi_2 & h_{3,2}p + c_{3,2} \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & \chi_3 & mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3} \end{bmatrix};$$

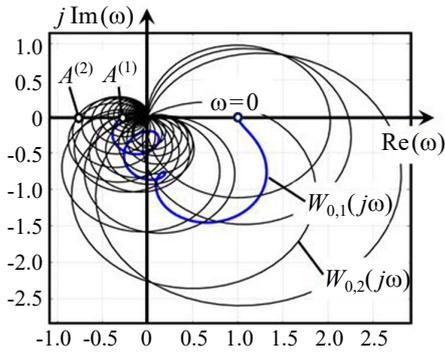
$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & h_{2,1}p + c_{2,1} & \chi_1 \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & \chi_2 \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & mp^2 + h_{2,3}p + c_{2,3} & \chi_3 \end{bmatrix};$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} mp^2 + h_{1,1}p + c_{1,1} & h_{2,1}p + c_{2,1} & h_{3,1}p + c_{3,1} \\ h_{1,2}p + c_{1,2} & mp^2 + h_{2,2}p + c_{2,2} & h_{3,2}p + c_{3,2} \\ h_{1,3}p + c_{1,3} & mp^2 + h_{2,3}p + c_{2,3} & mp^2 + h_{3,3}p + c_{3,3} \end{bmatrix}.$$

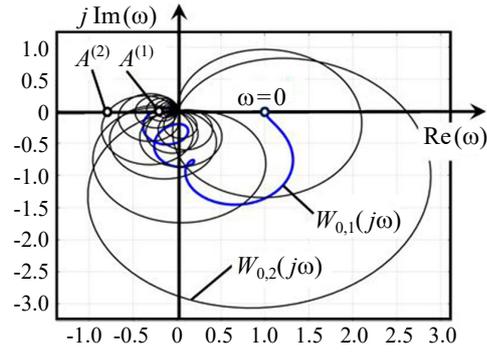
Передаточные функции $W_i(p)$ можно представить как

$$W_i(p) = \frac{(1 + 2\xi_1^{(i)} T_1^{(i)} p + (T_1^{(i)})^2 p^2)(1 + 2\xi_2^{(i)} T_2^{(i)} p + (T_2^{(i)})^2 p^2)}{(1 + 2\xi_1 T_1 p + (T_1)^2 p^2)(1 + 2\xi_2 T_2 p + (T_2)^2 p^2)(1 + 2\xi_3 T_3 p + (T_3)^2 p^2)}, \quad i = 1, 2, 3.$$

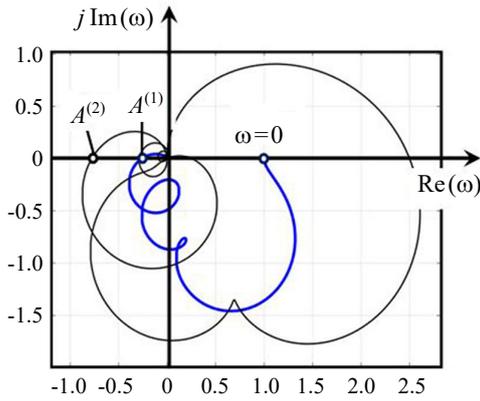
Причем $\Omega_i = (T_i)^{(-1)}$, $i = 1, 2, 3$, – резонансы, а $\Omega_i^{(s)} = (T_i^{(s)})^{(-1)}$, $i, s = 1, 2, 3$, – антирезонансы. В традиционных станках токарной группы выполняется условие $\Omega = T^{(-1)} \ll \Omega_i$. Поэтому имеет смысл рассмотреть два режима: $t < T$ и $t > T$. Обычно $S_p^{(0)} \ll t_p$, $\mu(\zeta)^{(-1)} \rightarrow 0$. Тогда $W_{\Sigma}(j\omega) \approx \frac{\rho}{(1+T^{(0)}\omega j)} \left\{ g_2 t_p^{(*)} [1 - \exp(-T\omega j)] \right\}$. Для этого случая на рис. 2 приведен пример АФЧХ $W_{0,1} = \frac{\rho}{(1+T^{(0)}\omega j)} \left\{ g_2 t_p^{(*)} W_2(j\omega) \right\}$ и $W_{0,2} = W_{\Sigma}(j\omega)$. Иллюстрации на рис. 2, *a, b* относятся к случаю $\Omega \ll \Omega_i$, на рис. 2, *c, d* – к случаю $\Omega > \Omega_i$. Если $\Omega \ll \Omega_i$, то в АФЧХ можно выделить частоты $\omega_i = 2\pi(T_i)^{(-1)}$, на которых $\{1 - \exp(-T\omega j)\} = 0$. В окрестностях точек ω_i формируются кривые типа циклоид. За счет быстрого вращения фазы в окрестности ω_i вариации Ω практически не изменяют склонность к самовозбуждению. Если $\Omega > \Omega_i$, то уменьшение T может повышать запас устойчивости (сравните рис. 2, *a, b, c, d*). Даже малые вариации T могут влиять на устойчивость. Однако увеличение Ω ограничено параметрическим самовозбуждением [44].



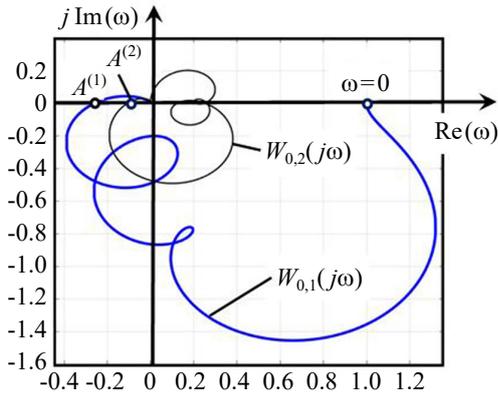
a



b



c



d

Рис. 2. АФЧХ $W_{(0,1)}(j\omega)$ и $W_{(0,2)}(j\omega)$ при параметрах $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 5, T_{(1)}^{(2)} = 2, T_{(2)}^{(2)} = 4, \xi_i = 0.08, i = 1, 2, 3; \xi_s = 0.08, s = 1, 2; T = 100$ (a); 50 (b); 1 (c); 0.5 (b)

Fig. 2. Nyquist plot $W_{(0,1)}(j\omega)$ и $W_{(0,2)}(j\omega)$ with parameters $T_1 = 1, T_2 = 3, T_3 = 5, T_{(1)}^{(2)} = 2, T_{(2)}^{(2)} = 4, \xi_i = 0.08, i = 1, 2, 3; \xi_s = 0.08, s = 1, 2; T = 100$ (a); 50 (b); 1 (c); 0.5 (b)

Проанализируем факторы, влияющие на устойчивость. Обычно время импульсной реакции подсистемы инструмента существенно меньше T . Для этого случая можно рассмотреть два варианта. *Первый* вариант связан с поведением системы без учета регенеративного эффекта, то есть на участке $t \in (0, T)$. При обработке деталей большого диаметра можно считать, что $T \rightarrow \infty$. Здесь потеря устойчивости обусловлена фазовыми сдвигами между вариациями площади $S(t)$ и силами F . Независимо от способа моделирования фазового сдвига (введением апериодического звена, «падающей» характеристики изменения сил при увеличении скорости и пр.) реакция со стороны резания приводит к преобразованию симметричных матриц \mathbf{c} и \mathbf{h} в несимметричные. Тогда, во-первых, формируемые кососимметричные составляющие матрицы образуют циркуляционные силы, приводящие к прецессионным колебаниям, что всегда наблюдается на практике. Во-вторых, симметричные составляющие \mathbf{h} могут стать отрицательно определенными, то есть ускоряющими. Тогда равновесие становится неустойчивым, и стабилизировать его гироскопическими силами, формируемыми кососимметричной составляющей матрицы \mathbf{h} , не представляется возможным. Всегда для повышения устойчивости необходимо увеличить элементы матриц \mathbf{c} и \mathbf{h} . *Второй* вариант: дополнительно рассматривается регенеративный эффект и анализируется устойчивость при $t \rightarrow \infty$. Здесь регенеративный эффект зависит от частоты Ω . Он способствует самовозбуждению в низкочастотной области. Однако его влияние изменяется по мере приближения Ω к одной из частот подсистемы инструмента. При их близости устойчивость становится чувствительной к вариациям Ω , а в области $\Omega > \Omega_i$ регенеративный эффект стабилизирует равновесие.

3. Эволюция притягивающих множеств

Для практики имеют значение свойства не при $t \rightarrow \infty$, а в ходе эволюции, обусловленной переходом от одного стационарного состояния к другому, например, при врезании инструмента, при обработке с изменяющимися режимами [44, 51] и др. За счет суммирования траекторий со сдвигом на T возможны синхронные и асинхронные взаимодействия. Циркуляционные силы вызывают изменения направления деформации, которые в совокупности с суммированием $(\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}(t - T))$ образуют притягивающие множества, которые «медленно» перестраиваются во времени. На формирование притягивающих множеств оказывают влияние не только нелинейные связи (5) и (6), но и изменение знака силовой обратной связи. Наконец, время T зависит не только от частоты Ω , но и от скорости $v_{x,3}/\pi D$, то есть $T = (\Omega - v_{x,3}/\pi D)^{-1}$. Изменение T вызывает смещение во времени траекторий, что вносит дополнительную неопределенность в сумму $\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}(t - T)$. Это приводит к необходимости использования методов цифрового моделирования для анализа притягивающих множеств деформаций. Поэтому исследование выполнено методами прямого цифрового моделирования на примере продольного точения недеформируемого вала из стали 45 диаметром $D = 40$ мм с постоянной подачей $S_p^{(0)} = 0.1$ мм. Параметры системы приведены в табл. 1 и табл. 2 [45, 48]. Обобщенная масса равна $m = 0.5 \cdot 10^{-3}$ кг·с²/мм. При варьировании частоты Ω выполнялось ее согласование с V_2 .

Приведем примеры $X_i(t)$ (рис. 3, рис. 4) при врезании инструмента ($T = \text{const}$). При прочих неизменных условиях на устойчивость влияет коэффициент усиления $k = \rho g_2 t_p^{(*)}$, то есть влияет и глубина резания $t_p^{(0)}$. Система, устойчивая при $t_p^{(0)} = 1.0$ мм, становится неустойчивой при $t_p^{(0)} = 2.0$ мм, и тогда в окрестности равновесия формируется притягивающее множество типа двумерного инвариантного тора.

Более наглядную картину преобразования дает фазовый портрет (рис. 4). Обнаружено, что время установления стационарного состояния может существенно увеличиваться при увеличении g_2 за счет функциональной связанности сил и деформаций. Ситуация меняется, если учитывать зависимость T не только от Ω , но и от $v_{x,3}$ (рис. 5). В этом случае по мере увеличения $k = \rho g_2 t_p^{(*)}$ вначале система теряет устойчивость, затем образуются притягивающие множества деформаций сложной структуры, периодически повторяющиеся на супернизкой частоте (рис. 5, а, вставка «А»).

Таблица 1. Параметры динамической связи

Table 1. Parameters of the dynamic link

ρ , кг/мм ²	ρ_0 , кг/мм	ζ , м/с	$\alpha_1 = \alpha_2$, рад ⁻¹	$T^{(0)}$, с	μ	k_{fr}
50–1200	50	0.1	120	0.0008	0.5	0.2

Таблица 2. Матрицы скоростных коэффициентов и упругости

Table 2. Matrices of velocity and elasticity coefficients

$h_{1,1}$, кг·с/мм	$h_{2,2}$, кг·с/мм	$h_{3,3}$, кг·с/мм	$h_{1,2} = h_{2,1}$, кг·с/мм	$h_{1,3} = h_{3,1}$, кг·с/мм	$h_{2,3} = h_{3,2}$, кг·с/мм
1.3	1.1	0.8	0.6	0.5	0.4
$c_{1,1}$, кг/мм	$c_{2,2}$, кг/мм	$c_{3,3}$, кг/мм	$c_{1,2} = c_{2,1}$, кг/мм	$c_{1,3} = c_{3,1}$, кг/мм	$c_{2,3} = c_{3,2}$, кг/мм
2000	1500	200–1500	200	150	80

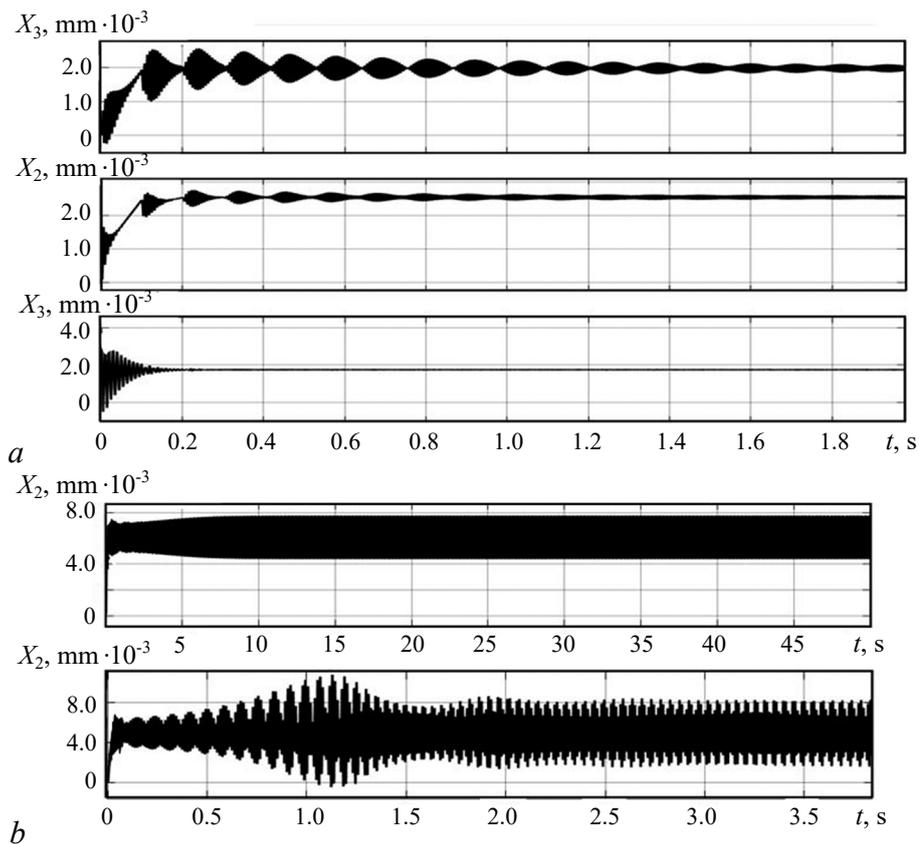


Рис. 3. Примеры переходных процессов деформационных смещений при врезании инструмента в заготовку ($\rho = 400 \text{ кг/мм}^2$): $t_p^{(0)} = 1.0 \text{ мм}$; $T = 1$ (a), 0.5 (b)

Fig. 3. Examples of transient deformation displacements when tools are plunged into the workpiece ($\rho = 400 \text{ kg/mm}^2$): $t_p^{(0)} = 1.0 \text{ mm}$; $T = 1$ (a), 0.5 (b)

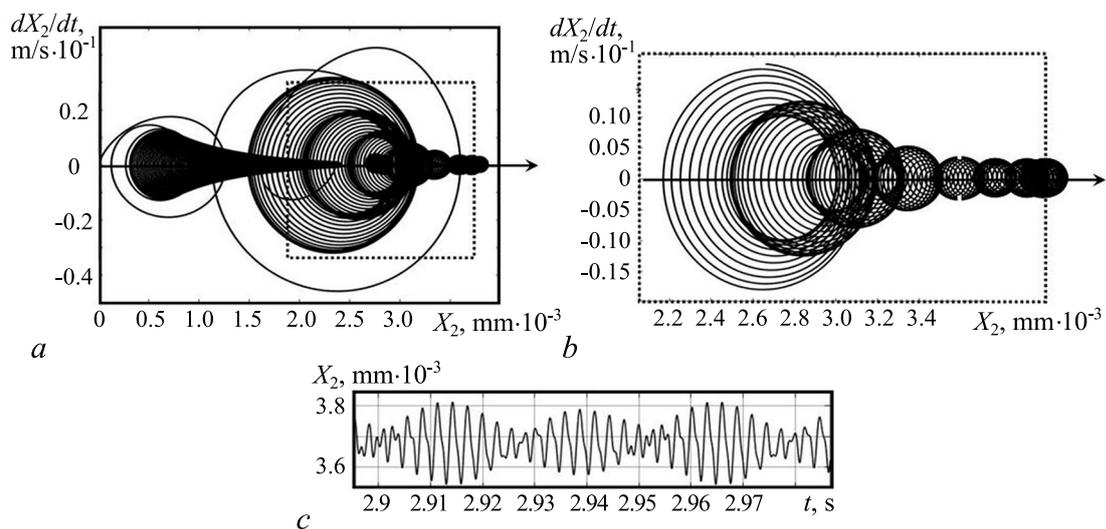


Рис. 4. Пример фазового портрета формирования установившихся притягивающих множеств деформаций (a, b) и фрагмента временной траектории для деформаций $X_2(t)$ (c)

Fig. 4. Example of the phase portrait of the formation of the steady-state attracting sets of deformations (a, b) and fragment of the time trajectory for deformations $X_2(t)$ (c)

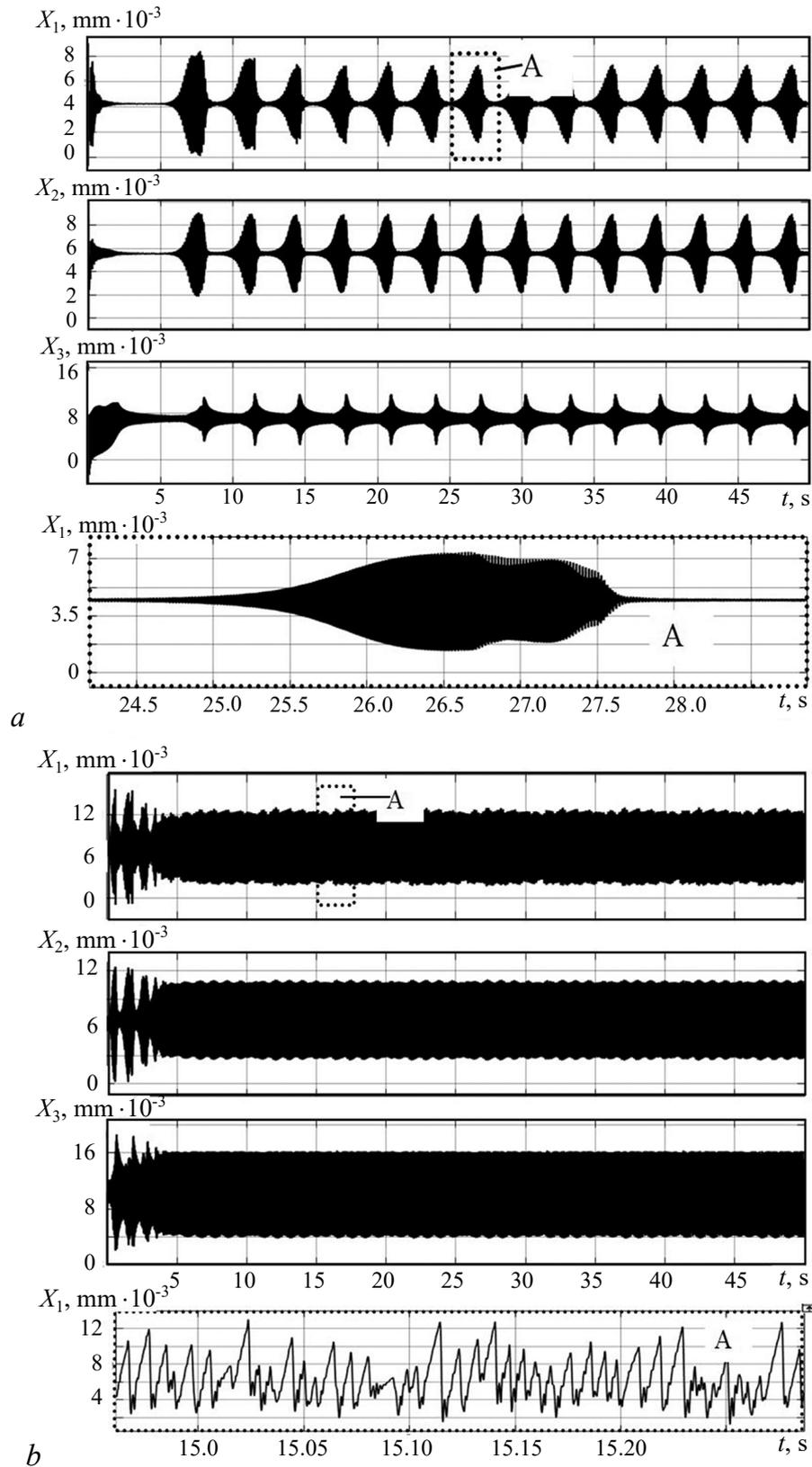


Рис. 5. Примеры переходных процессов деформационных смещений в случае $T = T(\Omega, v_{X,3})$: $k = 1.0$ (a); 2.0 (b)
 Fig. 5. Examples of transient deformation displacements in the case of $T = T(\Omega, v_{X,3})$: $k = 1.0$ (a); 2.0 (b)

Структура каждого фрагмента этих периодических деформаций представляет набор предельных циклов с перестраиваемыми параметрами и двумерных торов. Перестройка наблюдается, как во времени, так и в пространстве. Поэтому вариации модуля деформаций не столь заметны, как периодически повторяющиеся их изменения, например, в направлении X_1 . При дальнейшем увеличении $k = 2$ в системе супернизкочастотные притягивающие множества исчезают и формируются хаотические деформации (рис. 5, b). В формировании притягивающих множеств участие принимают силы Φ и $\Phi^{(1)}$. На рис. 6 дан пример диаграммы бифуркаций притягивающих множеств деформаций, наглядно показывающий изменения их свойств. Точкам «а» и «b» на рис. 6 соответствуют траектории на рис. 5, a, b.

Исследования показывают, что область «3» на рис. 6 может нивелироваться, если уменьшается g_3 . Таким образом, изменение ориентации деформаций в пространстве влияет не только на устойчивость, но и на притягивающие множества. В том случае, если при моделировании динамики не учитывать зависимость T от скорости $v_{X,3}$, то область «3» на рис. 6 не образуется.

В связи с разработкой износостойких инструментальных материалов [53] и совершенствованием шпиндельных узлов [54], появилась возможность рассмотрения режимов, при которых выполняются условия $\Omega \geq (T_i)^{-1}$. Они выполняются при растачивании отверстий маложесткими борштангами и пр. При потере устойчивости здесь сразу формируется предельный цикл (рис. 7, a) или после некоторого каскада удвоения периода образуется хаотическая динамика (рис. 7, b), на формирование которой оказывает влияние, как соотношение g_2 и g_3 , так и параметры уравнений (6). Образование супернизкочастотных притягивающих множеств и их медленная эволюция в этом случае не наблюдается.

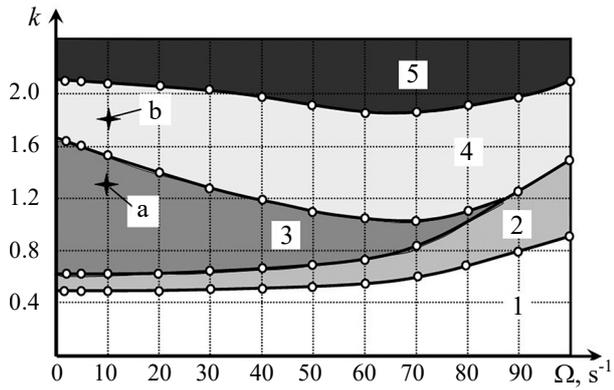


Рис. 6. Диаграмма бифуркаций притягивающих множеств деформационных смещений вершины инструмента: 1 — точка равновесия асимптотически устойчива; 2 — область формирования предельного цикла; 3 — область супернизкочастотных притягивающих множеств; 4 — область хаотической динамики; 5 — область неустойчивой системы в целом

Fig. 6. Bifurcation diagram of the attracting sets of deformation displacements of the tool tip: 1 — asymptotically stable equilibrium point; 2 — region of limit cycle formation; 3 — region of super low-frequency attracting sets; 4 — region of chaotic dynamics; 5 — region of unstable system as a whole

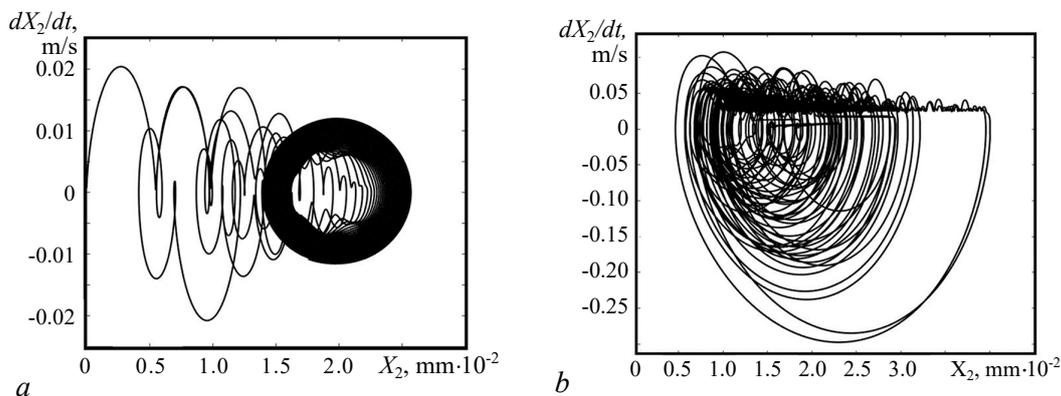


Рис. 7. Примеры изменения фазовых траекторий при вариации соотношения: a — g_2 и b — g_3

Fig. 7. Examples of changes in phase trajectories when the ratio: a — g_2 and b — g_3

4. Анализ результатов

Представление сил резания в координатах упругих деформаций вершины инструмента относительно заготовки, а также при технологических режимах, определяемых ТИЭС, принципиально изменяют парадигму анализа процесса резания. Он рассматривается как единая динамическая система, координаты состояния в которой и силы являются функционально связанными, а математическое моделирование сил раскрывает внутреннюю обратную связь в динамической системе резания. В зависимости от направления деформаций изменяется знак формируемой резанием обратной связи. Она может способствовать самовозбуждению системы, а также стабилизировать равновесие. Показано, что увеличение динамической податливости в направлении скорости резания, приводящее к возрастанию колебаний $v_{X,3}$ в этом же направлении, вызывает изменение направления суммарной скорости (см. рис. 7, *a, b*). Если на определенном отрезке формируется скорость $v_{X,3}$ в направлении V_3 , то после ее интегрирования по времени возрастает площадь срезаемого слоя, что приводит к образованию положительной обратной связи. Однако необходимо учитывать, что скорость $v_{X,3}$ в стационарном режиме не может иметь один знак. Если время обработки t_Σ , то очевидно условие $\int_0^{t_\Sigma} v_{X,3}(\xi) d\xi \rightarrow 0$. В рассматриваемом классе систем функция $v_{X,3}$ является периодической. Поэтому временные участки самовозбуждения должны сменяться участками стабилизации. Исследования показали, что отмеченный фактор самовозбуждения вызывает дополнительные нелинейные взаимодействия, приводящие к образованию супернизкочастотных притягивающих множеств сложной временной структуры. Увеличение коэффициента возбуждения приводит к формированию предельных циклов, а при увеличении коэффициентов возбуждения — к формированию хаотической динамики. Она образуется, как правило, после каскадов удвоения периода колебаний.

Уменьшение податливости g_1 и g_2 приводит к формированию иных эффектов. Во-первых, деформации в этих направлениях уменьшают площадь срезаемого слоя, то есть образуют отрицательную обратную связь, которая потенциально может стабилизировать равновесие. Во-вторых, уменьшение суммарной жесткости в направлении X_2 приводит к затягиванию переходного процесса установления стационарного состояния. При врезании инструмента в заготовку имеет место функциональная связанность сил и деформаций. Поэтому при увеличении g_2 время переходного процесса возрастает, что ограничивает возможности управления упругими деформациями.

Изменение суммарной скорости деформационных смещений и вращения шпинделя изменяет временное окно, то есть $T = (\Omega - v_{X,3}/\pi D)^{-1}$ в интегральных операторах систем (3), (4) и (6), которое во всех ранее выполненных исследованиях считалось постоянным [1–7, 10–13, 20–32, 44, 49]. Его изменение не только способствует потере устойчивости, но и во многом определяет топологию фазового пространства системы в установившемся состоянии, внося нерегулярность в T . Изменение направления суммарной скорости приводит к проявлению дополнительных сил Φ , $\Phi^{(1)}$. Они обеспечивают нелинейное демпфирование колебаний и способствуют образованию различных притягивающих множеств в установившемся состоянии, в том числе образованию хаотических аттракторов (см. рис. 7). Притягивающие множества деформаций рассматриваются в подвижной системе координат ТИЭС, которые задаются и обеспечиваются системами ЧПУ станка. Анализ взаимосвязи ТИЭС и деформаций базируется на методе разделения движений, основанном на асимптотических свойствах решений нелинейных дифференциальных уравнений, имеющих малые параметры при старших производных [17, 18]. В [16] показано, что ТИЭС характеризуют «медленные» движения. Именно эти движения с высокой точностью обеспечиваются в современных станках с ЧПУ. «Быстрые» движения, рассматриваемые в вариациях относительно «медленных», в металлорежущих станках характеризуют упругие деформационные смещения. Они, наряду с ТИЭС, определяют геометрическую топологию формируемой резанием поверхности.

Если аналитически задана геометрическая топология, то из нее на основе использования различных статистических функционалов можно оценить большинство используемых в инженерной практике показателей точности линейных размеров, продольной и поперечной волнистости и в некоторых случаях шероховатости [17, 54]. Выполненные исследования позволяют связать геометрические оценки формируемой резанием детали с притягивающими множествами деформационных смещений. В частности, показано, что изменение диаметра заготовки определяется не только смещением точки равновесия системы, но и формируемыми притягивающими множествами, так как нелинейные функции (6) не обладают свойством центральной симметрии относительно точки равновесия. Поэтому наблюдаются эффекты динамического, зависящего от колебаний, смещения точки равновесия, влияющие на диаметр заготовки. При рассмотрении влияния колебаний на геометрическую топологию необходимо отметить, что далеко не все колебания оставляют след на обработанной поверхности. Колебания в направлениях X_2 и X_3 являются коллинеарными к формируемой резанием поверхности и непосредственно практически не влияют на ее формирование. Однако они могут стабилизировать деформации в ортогональном направлении. Более того, высокочастотные колебания в направлении скорости резания вызывают эффект вибрационной стабилизации равновесия в низкочастотной области [13, 45]. Вопросы отображений притягивающих множеств деформационных смещений в геометрической топологии формируемой резанием поверхности подробно изложены нами ранее в работе [16].

Формируемые притягивающие множества деформационных смещений влияют на мощность необратимых преобразований энергии в областях сопряжения задних граней инструмента и заготовки, что изменяет физические явления в контактной области, влияя на интенсивность изнашивания инструмента. По мере увеличения мощности необратимых преобразований имеет место смена превалирующих физических взаимодействий: процесс механического взаимодействия заменяется на молекулярно-адгезионное и, наконец, молекулярно-диффузионное. Например, в [52] показано, что минимальная интенсивность изнашивания наблюдается при переходе от адгезионного к диффузионному взаимодействию. Формируемые при резании притягивающие множества деформационных смещений, изменяя наряду с технологическими режимами превалирующие механизмы взаимодействий, влияют на оптимальные параметры технологических режимов, прежде всего на скорость резания. Другими словами, характеристики изнашивания становятся также зависящими от фазовой траектории мощности необратимых преобразований в областях сопряжения задних граней инструмента и заготовки, на которую влияют притягивающие множества. Они могут моделироваться интегральными операторами Вольтерры второго рода относительно фазовых траекторий мощности необратимых преобразований по произведенной работе [55, 56]. Поэтому в зависимости от притягивающих множеств требуется коррекция скорости резания, при которой интенсивность изнашивания минимальна.

В последнее десятилетие в мировых научных центрах получили развитие исследования по созданию математического и программного инструментария в направлении виртуального исследования процессов обработки на станках [57, 58]. Они включают в себя алгоритмы и программы для динамического анализа, в том числе исследования притягивающих множеств деформационных смещений и сил в областях сопряжения граней инструмента и заготовки. Использование этого инструментария направлено на отработку алгоритмов согласования программы ЧПУ и динамики резания. Методы коррекции программы ЧПУ включают следующие этапы. На первом этапе определяется траектория скорости резания, при которой вдоль траектории обеспечивается минимизация интенсивности изнашивания. На втором этапе вдоль траектории обеспечиваются деформационные смещения, при которых геометрическая топология формируемой резанием детали удовлетворяет техническим требованиям. При этом полагается обмен информацией и корректировка, как программы ЧПУ, так и алгоритмов управления и идентификации параметров динамической связи. Целью корректировки (согласования) является изготовление партии деталей при минимизации приведенных затрат и обеспечении требуемого качества деталей.

Приведенные в статье новые знания по динамике резания, законах формирования притягивающих множеств деформаций, их эволюции и бифуркациях являются составной частью решения этой общей задачи.

Выводы

Математическим моделированием и экспериментально доказано, что вариации пространственной динамической податливости изменяют превалирующие источники самовозбуждения системы резания и могут изменять топологию притягивающих множеств деформаций инструмента относительно заготовки, влияющую на выходные характеристики процесса резания. Неожиданным является доказательство склонности системы к потере устойчивости за счет деформаций в направлении скорости резания, а также образование в этом случае супернизкочастотных притягивающих множеств деформаций сложной временной структуры. Доказано также повышение устойчивости равновесия, если частота вращения шпинделя превышает собственные частоты колебательных контуров, формируемых подсистемой инструмента. Полученные результаты открывают новое направление увеличения эффективности резания на основе конструктивного изменения упругих свойств подсистемы инструмента, его геометрии и согласования программы ЧПУ с динамическими свойствами системы.

Список литературы

1. *Кудинов В. А.* Динамика станков. М.: Машиностроение, 1967. 359 с.
2. *Hahn R. S.* On the theory of regenerative chatter in precision-grinding operations // Transactions of American Society of Mechanical Engineers. 1954. Vol. 76. P. 593–597.
3. *Tobias S. A., Fishwick W.* Theory of regenerative machine tool chatter // The Engineer. 1958. Vol. 205, no. 7. P. 199–203.
4. *Tobias S. A.* Machine Tool Vibrations. London: Blackie, 1965. 351 p.
5. *Plustý J., Poláček M., Daněk O., Špaček L.* Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Berlin: Verlag Technik, 1962. 431 s.
6. *Plustý J., Ismail F.* Basic non-linearity in machining chatter // CIRP Annals. 1981. Vol. 30, no. 1. P. 299–304. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60946-9.
7. *Merritt H. E.* Theory of self-excited machine-tool chatter: Contribution to machine-tool chatter research // ASME Journal of Engineering. 1965. Vol. 87, no. 4. P. 447–454. DOI: 10.1115/1.3670861.
8. *Altintas Y., Budak E.* Analytical prediction of stability lobes in milling // CIRP Annals. 1995. Vol. 44, no. 1. P. 357–362. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62342-7.
9. *Эльясберг М. Е.* Автоколебания металлорежущих станков: Теория и практика. СПб.: Особое КБ станкостроения, 1993. 180 с.
10. *Заковоротный В. Л., Фам Д. Т., Быкадор В. С.* Самоорганизация и бифуркации динамической системы обработки металлов резанием // Известия вузов. ПНД. 2014. Т. 22, № 3. С. 26–39. DOI: 10.18500/0869-6632-2014-22-3-26-39.
11. *Заковоротный В. Л., Губанова А. А., Лукьянов А. Д.* Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования // СТИН. 2016. № 4. С. 32–40.
12. *Заковоротный В. Л., Губанова А. А., Лукьянов А. Д.* Условия параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами // СТИН. 2016. № 6. С. 10–16.
13. *Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е.* Анализ влияния биений шпиндельной группы токарного станка на траектории деформационных смещений инструмента // СТИН. 2018. № 2. С. 11–20.
14. *Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е.* Связь самоорганизации динамической системы

- резания с изнашиванием инструмента // Известия вузов. ПНД. 2020. Т. 28, № 1. С. 46–61. DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61.
15. *Вейц В. Л., Васильков Д. В.* Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок // СТИН. 1999. № 6. С. 9–13.
 16. *Заковоротный В. Л., Флек М. Б.* Динамика процесса резания. Синергетический подход. Ростов-на-Дону: Терра, 2006. 876 с.
 17. *Понтрягин Л. С.* Избранные труды Л.С. Понтрягина. М.: МАКС Пресс, 2004. 551 с.
 18. *Тихонов А. Н.* Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных // Математический сборник. 1952. Т. 31(73), № 3. С. 575–586.
 19. *Lipski J., Litak G., Rusinek R., Szabelski K., Teter A., Warminski J., Zaleski K.* Surface quality of a work material influence on vibrations in a cutting process // Journal of Sound and Vibration. 2002. Vol. 252. P. 729–737. DOI: 10.1006/jsvi.2001.3943.
 20. *Городецкий Ю. И.* Теория нелинейных колебаний и динамика станков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Математическое моделирование и оптимальное управление. 2001. № 2. С. 69–88.
 21. *Balachandran B.* Nonlinear dynamics of milling processes // Phil. Trans. R. Soc. A. 2001. Vol. 359, no. 1781. P. 793–819. DOI: 10.1098/rsta.2000.0755.
 22. *Litak G., Rusinek R.* Dynamics of a stainless steel turning process by statistical and recurrence analyses // Meccanica. 2012. Vol. 47, no. 6. P. 1517–1526. DOI: 10.1007/s11012-011-9534-x.
 23. *Gousskov A. M., Voronov S. A., Paris H., Batzer S. A.* Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2002. Vol. 7, no. 4. P. 207–221. DOI: 10.1016/S1007-5704(02)00014-X.
 24. *Воронов С. А., Иванов И. И., Киселев И. А.* Исследование процесса фрезерования на основе редуцированной динамической модели инструмента // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2015. № 1. С. 62–71.
 25. *Zakovorotnyi V. L., Lukyanov A. D., Gubanova A. A., Khristoforova V. V.* Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting // Journal of Sound and Vibration. 2016. Vol. 368. P. 174–190. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.
 26. *Litak G.* Chaotic vibrations in a regenerative cutting process // Chaos, Solitons & Fractals. 2002. Vol. 13, no. 7. P. 1531–1535. DOI: 10.1016/S0960-0779(01)00176-X.
 27. *Namachchivaya N. S., Beddini R.* Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter // Journal of Nonlinear Science. 2003. Vol. 13, no. 3. P. 265–288. DOI: 10.1007/s00332-003-0518-4.
 28. *Wahi P., Chatterjee A.* Self-interrupted regenerative metal cutting in turning // International Journal of Non-Linear Mechanics. 2008. Vol. 43, no. 2. P. 111–123. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.
 29. *Warmiński J., Litak G., Lipski J., Wiercigroch M., Cartmell M.* Vibrations in regenerative cutting process synthesis of nonlinear dynamical systems // Solid Mechanics and its Applications. 2000. Vol. 73. P. 275–283.
 30. *Stépán G., Szalai R., Insperger T.* Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect // In: Radons G., Neugebauer R. (eds) Nonlinear Dynamics of Production Systems. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2004. P. 111–128. DOI: 10.1002/3527602585.ch7.
 31. *Stépán G., Insperger T., Szalai R.* Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2005. Vol. 15, no. 9. P. 2783–2798. DOI: 10.1142/S0218127405013642.
 32. *Stépán G.* Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting // Phil. Trans. R. Soc. A. 2001. Vol. 359, no. 1781. P. 739–757. DOI: 10.1098/rsta.2000.0753.
 33. *Moradi H., Bakhtiari-Nejad F., Movahhedy M. R., Ahmadian M. T.* Nonlinear behaviour of the regenerative chatter in turning process with a worn tool: Forced oscillation and stability analysis // Mechanism and Machine Theory. 2010. Vol. 45, no. 8. P. 1050–1066. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2010.03.014.

34. Гуськов М., Динь Д. Т., Пановко Г., Гуськов А. Г. Моделирование и исследование устойчивости процесса многолезцового резания «по следу» // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 4. С. 19–27. DOI: 10.31857/S023571190000533-7.
35. Лапшин В. П. Влияние скорости резания металлов на регенерацию вибрационных колебаний инструмента в станках токарной группы // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2020. Т. 22, № 1. С. 65–79. DOI: 10.17212/1994-6309-2020-22.1-65-79.
36. Reith M. J., Bachrathy M., Stépán G. Improving the stability of multi-cutter turning with detuned dynamics // Machining Science and Technology. 2016. Vol. 20, no. 3. P. 440–459. DOI: 10.1080/10910344.2016.1191029.
37. Brissaud D., Gousskov A., Guibert N., Rech J. Influence of the ploughing effect on the dynamic behaviour of the self-vibratory drilling head // CIRP Annals. 2008. Vol. 57, no. 1. P. 385–388. DOI: 10.1016/j.cirp.2008.03.101.
38. Gousskov A., Gousskov M., Lorong P., Panovko G. Influence of flank face on the condition of chatter self-excitation during turning // International Journal of Machining and Machinability of Materials. 2017. Vol. 19, no. 1. P. 17–40. DOI: 10.1504/IJMMM.2017.081186.
39. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2014. Vol. 24, no. 9. P. 1450115. DOI: 10.1142/S0218127414501156.
40. Rusinek R., Wiercigroch M., Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting // International Journal of Mechanical Sciences. 2014. Vol. 89. P. 167–176. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
41. Grabec I. Chaos generated by the cutting process // Phys. Lett. A. 1986. Vol. 117, no. 8. P. 384–386. DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
42. Wiercigroch M., Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting // Phil. Trans. R. Soc. A. 2001. Vol. 359, no. 1781. P. 663–693. DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.
43. Wiercigroch M., Krivtsov A. M. Frictional chatter in orthogonal metal cutting // Phil. Trans. R. Soc. A. 2001. Vol. 359, no. 1781. P. 713–738. DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.
44. Masoumi F., Pellicano F., Samani F. S., Barbieri M. Symmetry breaking and chaos-induced imbalance in planetary gears // Nonlinear Dynamics. 2015. Vol. 80, no. 1–2. P. 561–582. DOI: 10.1007/s11071-014-1890-3.
45. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2017. № 2(194). С. 52–61. DOI: 10.17213/0321-2653-2017-2-52-61.
46. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е. Влияние вибраций на траектории формообразующих движений инструмента при точении // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2019. Т. 21, № 3. С. 42–58. DOI: 10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58.
47. Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е. Синергетическая концепция при программном управлении процессами обработки на металлорежущих станках // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 5(734). С. 24–36. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-5-24-36.
48. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950. 472 с.
49. Заковоротный В. Л., Фам Т. Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания // Вестник Донского государственного технического университета. 2013. Т. 13, № 5–6 (74). С. 97–103. DOI: 10.12737/1286.
50. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
51. Заковоротный В. Л., Фам Д. Т., Нгуен С. Т. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении // Вестник Донского государственного технического университета. 2010. Т. 10, № 7(50). С. 1005–1015.

52. Рыжкин А. А. Синергетика изнашивания инструментальных материалов при лезвийной обработке. Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2019. 289 с.
53. Пуш А. В. Шпиндельные узлы: Качество и надежность. М.: Машиностроение, 1992. 288 с.
54. Хусу А. П., Витенберг Ю. Р., Пальмов В. А. Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход. М.: Наука, 1975. 344 с.
55. Заковоротный В. Л., Флек М. Б., Лукьянов А. Д., Волошин Д. А. Моделирование процесса изнашивания инструмента с помощью интегральных операторов // СТИН. 2004. № 3. С. 9–14.
56. Zakovorotny V.L., Gvindjiliya V.E. Self-organization and evolution in dynamic friction systems // Journal of Vibroengineering. 2021. Vol. 23, no. 6. P. 1418–1432. DOI: 10.21595/jve.2021.22033.
57. Altintas Y., Kersting P., Biermann D., Budak E., Denkena B., Lazoglu I. Virtual process systems for part machining operations // CIRP Annals. 2014. Vol. 63, no. 2. P. 585–605. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007.
58. Kilic Z. M., Altintas Y. Generalized mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2016. Vol. 104. P. 1–13. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2016.01.006.

References

1. Kudinov VA. Dynamics of Machines. Moscow: Mashinostroenie; 1967. 359 p. (in Russian).
2. Hahn RS. On the theory of regenerative chatter in precision-grinding operations. Transactions of American Society of Mechanical Engineers. 1954;76:593–597.
3. Tobias SA, Fishwick W. Theory of regenerative machine tool chatter. The Engineer. 1958;205(7): 199–203.
4. Tobias SA. Machine Tool Vibrations. London: Blackie; 1965. 351 p.
5. Tlustý J, Poláček M, Daněk O, Špaček L. Selbsterregte Schwingungen an Werkzeugmaschinen. Berlin: Verlag Technik; 1962. 431 s. (in German).
6. Tlustý J, Ismail F. Basic non-linearity in machining chatter. CIRP Annals. 1981;30(1):299–304. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)60946-9.
7. Merritt HE. Theory of self-excited machine-tool chatter: Contribution to machine-tool chatter research. ASME Journal of Engineering. 1965;87(4):447–454. DOI: 10.1115/1.3670861.
8. Altintas Y, Budak E. Analytical prediction of stability lobes in milling. CIRP Annals. 1995;44(1): 357–362. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62342-7.
9. Eliasberg ME. Self-Oscillation of Machine Tools: Theory and Practice. Saint Petersburg: Osoboe KB Stankostroeniya; 1993. 180 p. (in Russian).
10. Zakovorotny VL, Fam DT, Bykador VS. Self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2014;22(3):26–39 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2014-22-3-26-39.
11. Zakovorotny VL, Gubanov AA, Lukyanov AD. Stability of shaping trajectories in milling: Synergetic concepts. Russian Engineering Research. 2016;36(11):956–964. DOI: 10.3103/S1068798X16110216.
12. Zakovorotnyi VL, Gubanov AA, Luk'yanov AD. Parametric self-excitation of a dynamic end-milling machine. Russian Engineering Research. 2016;36(12):1033–1039. DOI: 10.3103/S1068798X16120194.
13. Zakovorotny VL, Gvindzhiliya VE. Influence of spindle wobble in a lathe on the tool's deformational-displacement trajectory. Russian Engineering Research. 2018;38(8):623–631. DOI: 10.3103/S1068798X1808018X.
14. Zakovorotny VL, Gvindjiliya VE. Link between the self-organization of dynamic cutting system and tool wear. Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. 2020;28(1):46–61 (in Russian). DOI: 10.18500/0869-6632-2020-28-1-46-61.

15. Veits VL, Vasilkov DV. Dynamics, modeling and quality assurance tasks in the machining of low-rigidity workpieces. Russian Engineering Research. 1999;(6):9–13 (in Russian).
16. Zakovorotny VL, Fleck MB. The Dynamics of the Cutting Process. Synergetic Approach. Rostov-on-Don: Terra; 2006. 876 p. (in Russian).
17. Pontryagin LS. Selected Works of L.S. Pontryagin. Moscow: MAKS Press; 2004. 551 p. (in Russian).
18. Tikhonov AN. Systems of differential equations with small parameters in senior derivatives. Mathematics of the USSR — Sbornik. 1952;31(3):575–586 (in Russian).
19. Lipski J, Litak G, Rusinek R, Szabelski K, Teter A, Warminski J, Zaleski K. Surface quality of a work material influence on vibrations in a cutting process. Journal of Sound and Vibration. 2002;252:729–737. DOI: 10.1006/jsvi.2001.3943.
20. Gorodetsky YI. Theory of nonlinear oscillations and machine tool dynamics. Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. Series: Mathematical Modeling and Optimal Control. 2001;(2): 69–88 (in Russian).
21. Balachandran B. Nonlinear dynamics of milling processes. Phil. Trans. R. Soc. A. 2001;359(1781): 793–819. DOI: 10.1098/rsta.2000.0755.
22. Litak G, Rusinek R. Dynamics of a stainless steel turning process by statistical and recurrence analyses. Meccanica. 2012;47(6):1517–1526. DOI: 10.1007/s11012-011-9534-x.
23. Gousskov AM, Voronov SA, Paris H, Batzer SA. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2002;7(4):207–221. DOI: 10.1016/S1007-5704(02)00014-X.
24. Voronov SA, Ivanov II, Kiselev IA. Investigation of the milling process based on a reduced dynamic model of cutting tool. Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015;44(1): 70–78. DOI: 10.3103/S1052618815010100.
25. Zakovorotnyi VL, Lukyanov AD, Gubanov AA, Khristoforova VV. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. Journal of Sound and Vibration. 2016;368:174–190. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.01.020.
26. Litak G. Chaotic vibrations in a regenerative cutting process. Chaos, Solitons & Fractals. 2002;13(7):1531–1535. DOI: 10.1016/S0960-0779(01)00176-X.
27. Namachchivaya NS, Beddini R. Spindle speed variation for the suppression of regenerative chatter. Journal of Nonlinear Science. 2003;13(3):265–288. DOI: 10.1007/s00332-003-0518-4.
28. Wahi P, Chatterjee A. Self-interrupted regenerative metal cutting in turning. International Journal of Non-Linear Mechanics. 2008;43(2):111–123. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2007.10.010.
29. Warmiński J, Litak G, Lipski J, Wiercigroch M, Cartmell M. Vibrations in regenerative cutting process synthesis of nonlinear dynamical systems. Solid Mechanics and its Applications. 2000;73: 275–283.
30. Stépán G, Szalai R, Insperger T. Nonlinear dynamics of high-speed milling subjected to regenerative effect. In: Radons G, Neugebauer R, editors. Nonlinear Dynamics of Production Systems. Hoboken, New Jersey: Wiley; 2004. P. 111–128. DOI: 10.1002/3527602585.ch7.
31. Stépán G, Insperger T, Szalai R. Delay, parametric excitation, and the nonlinear dynamics of cutting processes. International Journal of Bifurcation and Chaos. 2005;15(9):2783–2798. DOI: 10.1142/S0218127405013642.
32. Stépán G. Modelling nonlinear regenerative effects in metal cutting. Phil. Trans. R. Soc. A. 2001;359(1781):739–757. DOI: 10.1098/rsta.2000.0753.
33. Moradi H, Bakhtiari-Nejad F, Movahhedy MR, Ahmadian MT. Nonlinear behaviour of the regenerative chatter in turning process with a worn tool: Forced oscillation and stability analysis. Mechanism and Machine Theory. 2010;45(8):1050–1066. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2010.03.014.
34. Gousskov AM, Gousskov MA, Tung DD, Panovko GY. Modeling and investigation of the stability

- of a multicutter turning process by a trace. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2018;47(4):317–323. DOI: 10.3103/S1052618818040052.
35. Lapshin VP. The influence of the cutting speed of metals on the regeneration of the vibratory oscillations of the tool in machines of the turning group. *Metal Working and Material Science*. 2020;22(1):65–79 (in Russian). DOI: 10.17212/1994-6309-2020-22.1-65-79.
 36. Reith MJ, Bachrathy M, Stépán G. Improving the stability of multi-cutter turning with detuned dynamics. *Machining Science and Technology*. 2016;20(3):440–459. DOI: 10.1080/10910344.2016.1191029.
 37. Brissaud D, Gousskov A, Guibert N, Rech J. Influence of the ploughing effect on the dynamic behaviour of the self-vibratory drilling head. *CIRP Annals*. 2008;57(1):385–388. DOI: 10.1016/j.cirp.2008.03.101.
 38. Gousskov A, Gousskov M, Lorong P, Panovko G. Influence of flank face on the condition of chatter self-excitation during turning. *International Journal of Machining and Machinability of Materials*. 2017;19(1):17–40. DOI: 10.1504/IJMMM.2017.081186.
 39. Rusinek R, Wiercigroch M, Wahi P. Influence of tool flank forces on complex dynamics of cutting process. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2014;24(9):1450115. DOI: 10.1142/S0218127414501156.
 40. Rusinek R, Wiercigroch M, Wahi P. Modelling of frictional chatter in metal cutting. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2014;89:167–176. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.08.020.
 41. Grabec I. Chaos generated by the cutting process. *Phys. Lett. A*. 1986;117(8):384–386. DOI: 10.1016/0375-9601(86)90003-4.
 42. Wiercigroch M, Budak E. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2001;359(1781):663–693. DOI: 10.1098/rsta.2000.0750.
 43. Wiercigroch M, Krivtsov AM. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2001;359(1781):713–738. DOI: 10.1098/rsta.2000.0752.
 44. Masoumi F, Pellicano F, Samani FS, Barbieri M. Symmetry breaking and chaos-induced imbalance in planetary gears. *Nonlinear Dynamics*. 2015;80(1–2):561–582. DOI: 10.1007/s11071-014-1890-3.
 45. Zakovorotny VL, Gvindjiliya VE. The influence of fluctuation on the shape-generating trajectories stability with a turning. *University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series*. 2017;(2(194)):52–61 (in Russian). DOI: 10.17213/0321-2653-2017-2-52-61.
 46. Zakovorotny VL, Gvindjiliya VE. The influence of the vibration on the tool shape-generating trajectories when turning. *Metal Working and Material Science*. 2019;21(3):42–58 (in Russian). DOI: 10.17212/1994-6309-2019-21.3-42-58.
 47. Zakovorotny VL, Gvindzhiliya VE. Synergetic concept of software control of machining processes on metal-cutting machines. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2021;(5(734)):24–36 (in Russian). DOI: 10.18698/0536-1044-2021-5-24-36.
 48. Lyapunov AM. *The General Problem of the Stability of Motion*. Moscow: Gostekhizdat; 1950. 472 p. (in Russian).
 49. Zakovorotniy VL, Pham TH. Parametric self-excitation of cutting dynamic system. *Advanced Engineering Research*. 2013;13(5–6):97–103 (in Russian). DOI: 10.12737/1286.
 50. Besekersky VA, Popov EP. *Theory of Automatic Control Systems*. Moscow: Nauka; 1975. 768 p. (in Russian).
 51. Zakovorotniy V, Pham D, Nguyen X. Modeling of tool deformation offsetting to workpiece in turning. *Advanced Engineering Research*. 2010;10(7):1005–1015 (in Russian).
 52. Ryzhkin AA. *Synergetics of Wear of Tool Materials During Blade Processing*. Rostov-on-Don: Don State Technical University Publishing; 2019. 289 p. (in Russian).
 53. Push AV. *Spindle Units: Quality and Reliability*. Moscow: Mashinostroenie; 1992. 288 p. (in Russian).

54. Khusu AP, Vitenberg YR, Palmov VA. Roughness of Surfaces. Probabilistic Approach. Moscow: Nauka; 1975. 344 p. (in Russian).
55. Zakovorotny VL, Flek MB, Lukyanov AD, Voloshin DA. Tool wear modeling using integral operators. Russian Engineering Research. 2004;(3):9–14 (in Russian).
56. Zakovorotny VL, Gvindjiliya VE. Self-organization and evolution in dynamic friction systems. Journal of Vibroengineering. 2021;23(6):1418–1432. DOI: 10.21595/jve.2021.22033.
57. Altintas Y, Kersting P, Biermann D, Budak E, Denkena B, Lazoglu I. Virtual process systems for part machining operations. CIRP Annals. 2014;63(2):585–605. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.05.007.
58. Kilic ZM, Altintas Y. Generalized mechanics and dynamics of metal cutting operations for unified simulations. International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2016;104:1–13. DOI: 10.1016/j.ijmachtools.2016.01.006.

Заковоротный Вилор Лаврентьевич — родился в Красноярске (1940). Окончил (1962) Ростовский институт сельскохозяйственного машиностроения (ныне Донской государственный технический университет, ДГТУ). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (1966) в Новочеркасском политехническом институте (ныне Южно-Российский государственный политехнический университет) и доктора технических наук (1983) в Киевском политехническом институте. Основал научную школу, исследующую синергетические принципы управления и диагностики процессов резания и трения. Более 40 лет работает в области исследования устойчивости и эволюции динамических нелинейных систем, взаимодействующих со средами. С 1981 по 2015 год являлся заведующим кафедрой «Автоматизация производственных процессов» ДГТУ, а с 1991 года по 2008 год был проректором по научной работе ДГТУ. Автор более чем 400 научных статей как в российских, так и зарубежных научных журналах, а также ряда авторских свидетельств и патентов. Опубликовал 10 научных монографий. Под его руководством защищено 7 докторских и 43 кандидатских диссертаций. Является лауреатом Государственной премии Украинской ССР, заслуженным деятелем науки РФ. Входит в редакционную коллегию трех журналов, включенных в перечень ВАК РФ. Член трех диссертационных советов.



Россия, 344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
 Донской государственный технический университет
 E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru
 ORCID: 0000-0003-2187-9897
 AuthorID: 160272

Гвинджилия Валерия Енвериевна — родилась в Ростове-на-Дону (1994). Окончила магистратуру Донского государственного технического университета (2018, ДГТУ) по специальности «Управление в технических системах». Защитила диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук (2021, ДГТУ). В настоящий момент является старшим преподавателем на кафедре «Автоматизация производственных процессов». Область научных интересов — фундаментальные основы инженерных наук, нелинейная динамика процессов обработки на металлорежущих станках, проблемы самоорганизации и эволюции. Опубликовала 20 научных статей в российских и зарубежных научных журналах.



Россия, 344000 Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1
 Донской государственный технический университет
 E-mail: sinedden@yandex.ru
 ORCID: 0000-0003-1066-4604
 AuthorID: 1032574