



Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2023. Т. 31, № 1
Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Applied Nonlinear Dynamics. 2023;31(1)

Научная статья
УДК 539.2

DOI: 10.18500/0869-6632-003021
EDN: BGFGGN

Динамическое гашение колебаний твёрдого тела, установленного на вязкоупругих опорах

И. И. Сафаров¹, М. Х. Тешаев^{✉2,3}

¹Ташкентский химико-технологический институт, Узбекистан

²Бухарское отделение института Математики имени В. И. Романовского АН РУз

³Бухарский филиал Ташкентского института инженеров ирригации

и механизации сельского хозяйства, Узбекистан

E-mail: safarov54@mail.ru, ✉muhsin_5@mail.ru

Поступила в редакцию 20.05.2022, принята к публикации 29.09.2022,

опубликована онлайн 20.01.2023, опубликована 31.01.2023

Аннотация. В работе рассматривается задача о снижении уровня вибраций на лапах электрических машин с помощью динамических гасителей колебаний. Для этого лапа электрических машин представляется в виде подамортизированного твердого тела с шестью степенями свободы, установленного на вязкоупругих опорах. Как известно, суть метода динамического гашения колебаний заключается в том, чтобы за счет присоединения к объекту виброзащиты дополнительных устройств (массы) добиться изменения его вибрационных характеристик. Целью работы является разработка алгоритмов и комплекса программ для исследования динамических характеристик механических систем с конечным числом степеней свободы. **Методы.** Для достижения цели реальная электрическая машина заменена моделью твердого тела на амортизаторах, имеющего шесть степеней свободы. С помощью принципа Даламбера выведены уравнения малых колебаний твердого тела с гасителями. Для практических расчетов получена упрощенная система уравнений, учитывающая только три степени свободы. **Результаты.** Проведены численные расчеты на ЭВМ для определения амплитудно-частотных характеристик основного тела. Установлено, что когда гаситель настроен на частоту 50 Гц, уровень вибраций на левом конце интервала частоты вращательного движения ротора-преобразователя снижается до 37.5 дБ, а на правом конце — до 42.5 дБ. На частоте 50 Гц лапы не колеблются. При настройке гасителей на частоту 51.5 Гц максимальный уровень вибраций не превосходит 40 дБ. Оптимальная настройка гасителей находится в пределах частоты 50.60...50.70 Гц, и двухмассовый гаситель на 10–15% эффективнее одномассового.

Ключевые слова: вибрация, динамический гаситель, конструкция, вязкоупругая опора, амортизатор.

Для цитирования: Сафаров И. И., Тешаев М. Х. Динамическое гашение колебаний твёрдого тела, установленного на вязкоупругих опорах // Известия вузов. ПНД. 2023. Т. 31, № 1. С. 63–74. DOI: 10.18500/0869-6632-003021. EDN: BGFGGN

Статья опубликована на условиях Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Dynamic damping of vibrations of a solid body mounted on viscoelastic supports

I. I. Safarov¹, M. K. Teshayev^{2,3} ✉

¹Tashkent Institute of Chemical Technology, Tashkent, Uzbekistan

²Bukhara branch of Institute of Mathematics AS RUz, Bukhara, Uzbekistan

³Bukhara branch of the Tashkent Institute of Irrigation
and Mechanization Engineering in Agricultural, Bukhara, Uzbekistan

E-mail: safarov54@mail.ru, ✉muhsin_5@mail.ru

Received 20.05.2022, accepted 29.09.2022, available online 20.01.2023, published 31.01.2023

Abstract. The study of the problem of damping vibrations of a solid body mounted on viscoelastic supports is an urgent task. The paper considers the problem of reducing the level of vibrations on the paws of electric machines using dynamic vibration dampers. For this purpose, the paw of electric machines is represented in the form of a subamortized solid body with six degrees of freedom mounted on viscoelastic supports. The *aim* of the work is to develop calculation methods and algorithms for studying the oscillations of the resonant amplitudes of a solid body mounted on viscoelastic supports. Dynamic oscillation (vibration) damping *method* consists in attaching a system to the protected object, the reactions of which reduce the scope of vibration of the object at the points of attachment of this system. Applying the D'Alembert principle, the equations of small vibrations of a solid with dampers are derived. For practical calculations, a simplified system of equations was obtained that takes into account only three degrees of freedom. Numerical calculations were carried out on a computer to determine the amplitude-frequency characteristics of the main body. Numerical experiments were carried out using the Matlab mathematical package. Considering that a solid body is characterized by vibration, as a rule, in a continuous and wide frequency range, therefore, dynamic vibration dampers are used to protect a solid body mounted on viscoelastic supports. It was found that when the damper is set at a frequency of 50 Hz, the vibration level at the left end of the frequency interval of rotary motion of the rotor-converter, decreases to 37.5 dB, and at the right end — to 42.5 dB. At a frequency of 50 Hz, the paws do not oscillate. When setting the dampers to a frequency of 51.5 Hz, the maximum vibration level does not exceed 40 dB. The optimal setting of the dampers is within the frequency of 50.60...50.70 Hz, and a two-mass extinguisher is 10–15% more efficient than a single-mass one. Thus, the paper sets the tasks of dynamic damping of vibrations of a solid body mounted on viscoelastic supports, develops solution methods and an algorithm for determining the dynamic state of a solid body with passive vibration of the object in question.

Keywords: vibration, dynamic damper, construction, viscoelastic support, shock absorber.

For citation: Safarov II, Teshayev MK. Dynamic damping of vibrations of a solid body mounted on viscoelastic supports. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2023;31(1):63–74. DOI: 10.18500/0869-6632-003021

This is an open access article distributed under the terms of Creative Commons Attribution License (CC-BY 4.0).

Введение

Преобразование в машинах и механизмах одних видов энергии в другие, преобразование форм движения, осуществление рабочих процессов неизбежно связаны с появлением переменных сил, порождающих вибрацию [1–3]. Вибрация отрицательно влияет на прочность и надежность работы машин, несущих конструкций, сооружений и оказывает вредное влияние на физиологическое состояние людей [4, 5]. Во время эксплуатации электрических машин часто наблюдаются вибрации при их работе [6]. Причинами возникновения колебаний могут быть возмущающие силы механического, электрического и аэродинамического происхождения. Балансировкой ротора, улучшением подвески и конструкции электрической машины не всегда удается снизить уровень колебаний до допустимых норм, и поэтому приходится изыскивать дополнительные средства для гашения нежелательных вибраций [7, 8]. С целью ограничения вибрации в различных областях техники существуют требования и нормы по ее регламентации. В большинстве случаев нормы устанавливаются с учетом всех наиболее важных условий и, поскольку они не могут в равной степени удовлетворить всем требованиям, являются результатом компромиссного решения [9–12].

Динамическое гашение вибрации заключается в присоединении к защищаемому объекту системы, реакции которой уменьшают размах вибрации объекта в точках присоединения этой системы.

Если частота возмущающей силы изменяется мало, то одним из перспективных, требующих разработки способов снижения уровня вибраций, является применение динамических гасителей [13, 14]. Динамический гаситель схематически представляет собой массу, подвешенную на пружине и имеющую возможность перемещаться в одном или нескольких направлениях. Известно, что использование гасителя, настроенного на частоту возмущающей силы, позволяет снизить движение тела с одной степенью свободы на этой частоте и снизить уровень вибраций на близких к ней частотах [15–17].

В настоящей работе рассматривается задача о снижении уровня вибраций на лапах электрических машин с помощью динамических гасителей колебаний.

1. Методы

1.1. Постановка задачи и основные соотношения. Для теоретического исследования вопроса об уменьшении уровня вибраций на лапах электромашины выберем следующую расчетную схему. Корпус и лапы электромашины считаем достаточно жесткими, пренебрегаем податливостью ротора и подшипников, а также гироскопическим эффектом ротора, то есть будем представлять электромашину в виде подамортизированного твердого тела с шестью степенями свободы. На корпусе электромашины установим динамические гасители с осями чувствительности, направленными по осям координат, связанным с телом (рис. 1).

Рассмотрим малые колебания системы без трения относительно положения статического равновесия. В качестве независимых координат выберем ξ_0, η_0, ζ_0 — абсолютные перемещения точки G тела, взятой за полюс, три угла φ, ψ, θ последовательных поворотов твердого тела около осей $G_{x_1}, G_{y_2}, G_{z_3}$ и ξ_l, η_j, ζ_k — абсолютные перемещения масс гасителей (см. рис. 1). Характеристикой виброизолятора называется зависимость его реакции от удлинений Δl_l ($l=1, 2, \dots, N$) деформируемого элемента. Деформируемый элемент считается безмассовым.

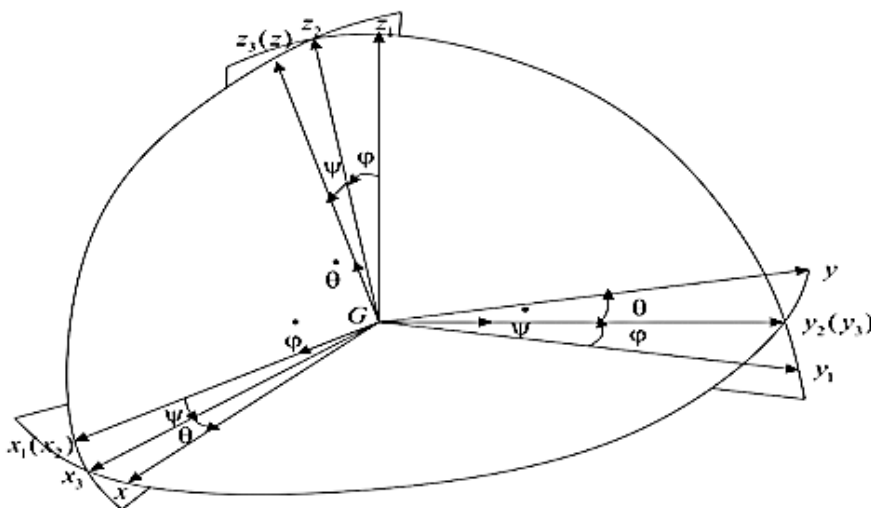


Рис. 1. Твердое тело с тремя степенями свободы

Fig. 1. Rigid body with three degrees of freedom

Связь динамической жесткости и удлинение деформируемого элемента удовлетворяет следующей интегральной зависимости [18, 19]:

$$\tilde{c}_n \varphi(t) = c_{0n} \left[\varphi(t) - \int_{-\infty}^t R_{cn}(t - \tau) \varphi(\tau) d\tau \right] \quad (1)$$

(\tilde{c}_n – операторный модуль упругости, $\varphi(t)$ – произвольная функция времени, $R_{cn}(t - \tau)$ – ядро релаксации, c_{0n} – мгновенной модуль упругости), а также физическим соотношениям для деформируемых безмассовых элементов нулевого объема [18, 19]:

$$F_e = -c_e \Delta e = -c_e [1 - \Gamma_e^c(\omega_R) - i\Gamma_e^s(\omega_R)] \Delta e,$$

где

$$\Gamma_e^c(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda,m}(\tau) \cdot \cos \omega \tau d\tau; \quad \Gamma_e^s(\omega_R) = \int_0^\infty R_{\lambda,m}(\tau) \cdot \sin \omega \tau d\tau,$$

F_e – усилие в i -м сосредоточенном элементе, Δe – удлинение этого элемента. Далее применены следующие обозначения: E – мгновенный модуль упругости, A , α и β – безразмерные параметры. Используя для вывода уравнений движения принцип Даламбера, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \left(M_0 + \sum_1^{n_2} m_j + \sum_1^{n_3} m_k \right) \ddot{\xi}_0 + \left(M_0 z_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_j z_j + \sum_1^{n_3} m_k z_k \right) \ddot{\psi} - \\ & - \left(M_0 Y_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_j Y_j + \sum_1^{n_3} m_k Y_k \right) \ddot{\theta} + \sum_1^{r_1} \tilde{c}_l (\xi_0 - Y_{al}\theta + z_{al}\psi) + \\ & + \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) = \sum_1^{s_1} F_l \sin(p_l t + \nu_l), \\ & \left(M_0 + \sum_1^{n_2} m_l + \sum_1^{n_3} m_k \right) \ddot{\eta}_0 + \left(M_0 x_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_l x_l + \sum_1^{n_3} m_k x_k \right) \ddot{\theta} - \\ & - \left(M_0 z_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_l z_l + \sum_1^{n_3} m_k z_k \right) \ddot{\varphi} + \sum_1^{n_1} \tilde{c}_j (\eta_0 + x_{aj}\theta - z_{aj}\varphi) + \\ & + \sum_1^{n_1} \tilde{k}_j (\eta_0 + x_j\theta - z_j\varphi - \eta_j) = \sum_1^{s_2} F_l \sin(p_l t + \nu_l), \\ & \left(M_0 + \sum_1^{n_2} m_j + \sum_1^{n_3} m_k \right) \ddot{\xi}_0 + \left(M_0 z_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_j z_j + \sum_1^{n_3} m_k z_k \right) \ddot{\psi} - \\ & - \left(M_0 Y_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_j Y_j + \sum_1^{n_3} m_k Y_k \right) \ddot{\theta} + \sum_1^{n_1} \tilde{c}_l (\xi_0 - Y_{al}\theta + z_{al}\psi) + \\ & + \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) = \sum_1^{s_1} F_l \sin(p_l t + \nu_l), \\ & \left[J_{0x} + \sum_1^{n_1} m_l (Y_l^2 + z_l^2) + \sum_1^{n_2} m_j Y_j^2 + \sum_1^{n_2} m_k z_k^2 \right] \ddot{\varphi} - \left[J_{0xy} + \sum_1^{n_1} m_l x_l y_l + \sum_1^{n_2} m_j x_j y_j \right] \ddot{\psi} - \\ & - \left[J_{0xz} + \sum_1^{n_1} m_l x_l z_l + \sum_1^{n_2} m_k x_k z_k \right] \ddot{\theta} + \left[M_0 Y_{oyt} + \sum_1^{n_1} m_l Y_l + \sum_1^{n_2} m_j Y_j \right] \ddot{\xi}_0 - \\ & - \left[M_0 z_{oyt} + \sum_1^{n_1} m_l z_l + \sum_1^{n_2} m_k z_k \right] \ddot{\eta}_0 + \tilde{c}_x \varphi - \\ & - \sum_1^{r_2} \tilde{c}_j (\eta_0 + x_{aj}\theta - z_{aj}\varphi) z_{aj} + \sum_1^{r_3} \tilde{c}_k (\xi_0 - x_{ak}\theta + Y_{ak}\varphi) Y_{ak} - \sum_1^{n_2} \tilde{k}_j (\eta_0 + x_j\theta - z_j\varphi - \eta_j) z_j - \\ & - \sum_1^{n_3} \tilde{k}_k (\xi_0 + x_k\psi - Y_k\varphi - \xi_j) Y_k = M_x - \sum_1^{s_2} F_j z_{Fj} \sin(\omega_j t + \nu_j) + \sum_1^{s_2} F_k Y_{Fk} \sin(p_k t + \nu_k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[J_{cy} + \sum_1^{n_2} m_j(x_j^2 + z_j^2) + \sum_1^{n_1} m_l x_l^2 + \sum_1^{n_3} m_k z_k^2 \right] \ddot{\psi} - \left[J_{0yz} + \sum_1^{n_2} m_j z_j Y_j + \sum_1^{n_3} m_k Y_k z_k \right] \ddot{\theta} - \\
& - \left[J_{0xy} + \sum_1^{n_1} m_l Y_l z_l + \sum_1^{n_2} m_j z_j Y_j \right] \ddot{\phi} + \left[M_0 z_{0yt} + \sum_1^{n_2} m_j z_j + \sum_1^{n_3} m_k z_k \right] \ddot{\xi}_0 - \\
& - \left[M_0 X_{0yt} + \sum_1^{n_1} m_l x_l + \sum_1^{n_2} m_j x_j \right] \ddot{\zeta}_0 + \tilde{c}_y \Psi - \\
& - \sum_1^{r_3} \tilde{c}_k (\zeta_0 + x_{ak} \psi - Y_{aj} \varphi) x_{ak} + \sum_1^{r_2} \tilde{c}_i (\xi_0 - Y_{ai} \theta + z_{ai} \psi) z_{ai} - \sum_1^{n_3} \tilde{k}_k (\zeta_0 + Y_k \varphi - z_j \varphi - \zeta_k) x_k - \\
& - \sum_1^{n_2} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l \theta + z_l \psi - \xi_l) z_l = M_y + \sum_1^{s_1} F_l z_l \sin(p_l t + \nu_l) - \sum_1^{s_3} F_k Y_{Fk} \sin(p_k t + \nu_k), \\
& \left(M_0 x_{yt} + \sum_1^{n_1} m_l x_l + \sum_1^{n_3} m_k x_k \right) \ddot{\eta}_0 - \left(M_0 Y_{oyt} + \sum_1^{n_2} m_j Y_j + \sum_1^{n_3} m_k Y_k \right) \ddot{\xi}_0 + \tilde{c}_z \theta - \\
& - \sum_1^{r_1} \tilde{c}_l (\xi_0 + z_{al} \psi - Y_{al} \theta) Y_{al} + \sum_1^{r_2} \tilde{c}_j (\eta_0 + x_{aj} \theta - z_{aj} \varphi) x_{aj} - \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l \theta + z_l \psi - \xi_l) Y_l + \\
& + \sum_1^{n_2} \tilde{k}_j \eta_0 + x_j \theta - z_j \varphi - \eta_j) x_j = M_z + \sum_1^{s_2} F_j x_{Fj} \sin(p_j t + \nu_j) - \sum_1^{s_1} F_l x_{Fl} \sin(p_l t + \nu_l), \\
& \begin{cases} m_l \ddot{\xi}_l - \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l \theta + z_l \psi - \xi_l) = 0 & 1 \leq l \leq n_1, \\ m_j \ddot{\eta}_j - \tilde{k}_j (\eta_0 + x_j \theta - z_j \varphi - \eta_j) = 0 & 1 \leq j \leq n_2, \\ m_k \ddot{\zeta}_k - \tilde{k}_k (\zeta_0 - x_k \psi + Y_k \varphi - \zeta_k) = 0 & 1 \leq k \leq n_3. \end{cases} \quad (2)
\end{aligned}$$

При выводе использованы обозначения: G_{xyz} – система координат, жестко связанная с телом; l, j, k – индексы, показывающие, что элемент, сила, момент и т. п. работает или действует в направлении осей G_x, G_y, G_z , соответственно; M_0, m_j, m_k, m_l – массы твердого тела и гасителей, соответственно; $J_{ox} J_{oy} J_{oz} J_{oxy} J_{ozx} J_{oyz}$ – моменты инерции твердого тела относительно системы координат G_{xyz} ; $x_{oyt}, Y_{oyt}, z_{oyt}$ – координаты центра тяжести твердого тела без учета масс гасителей в системе координат G_{xyz} ; $x_l, Y_l, \dots, Y_k, z_k$ – координаты масс гасителей в положении статического равновесия в системе координат; $x_{al}, Y_{al}, \dots, Y_{ak}, z_{ak}$ – координаты точек прикрепления пружин к твердому телу в системе координат; $x_{Fl}, Y_{Fl}, \dots, Y_{Fk}, z_{Fk}$ – координаты точек приложения внешних сил в системе координат G_{xyz} ; $\tilde{c}_l, \tilde{c}_j, \tilde{c}_k$ – операторные коэффициенты жесткости пружин, на которые подвешено тело, определяемые по зависимости (1); $\tilde{k}_l, \tilde{k}_j, \tilde{k}_k$ – операторные коэффициенты жесткости пружин в гасителях, которые определяются по зависимости (1); $\tilde{c}_x, \tilde{c}_y, \tilde{c}_z$ – операторные коэффициенты жесткости пружин на кручение, расположенных по осям G_x, G_y, G_z , соответственно, которые определяются по зависимости (1); F_j, F_k, F_l – амплитуды внешних возмущающих сил, приложенных к телу; p_j, p_k, p_l – частоты и фаза внешних сил; ν_j, ν_k, ν_l – фазы внешних сил; n_1, n_2, n_3 – число гасителей по каждому направлению; r_1, r_2, r_3 – число пружин, поддерживающих тело; M_x, M_y, M_z – внешние моменты, действующие на тело; s_1, s_2, s_3 – число внешних сил; $\omega_j, \omega_k, \omega_l$ – собственные частоты.

Уравнения движения (2) выведены с использованием принципа Даламбера, возможных перемещений, а также с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода доказана идентичность полученных систем.

Как показывают эксперименты, основными колебаниями машины являются вертикальные перемещения лап, поэтому составим упрощенную систему уравнений движения твердого тела с гасителями. Рассмотрим только те степени свободы движения тела, которые дают вертикальные перемещения его точкам. Такими движениями будут перемещение полюса тела по оси $G_x - \xi_0$, и его вращение относительно осей G_y и $G_z - \psi$ и θ , соответственно.

Считаем, что на твердое тело установлены N_1 динамических гасителей с осями чувствительности, параллельными оси G_x . Начало координат поместим в центре тяжести твердого тела,

а оси координат направим по главным осям инерции тела. Тогда уравнения движения примут вид

$$\begin{aligned} M_0 \ddot{\xi}_0 + \sum_1^{r_1} \tilde{c}_l (\xi_0 - Y_{al}\theta + z_{al}\psi) + \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) &= \sum_1^{s_1} F_{1l} e^{-ip_l t}, \\ J_{oy} \ddot{\psi} + \sum_1^{r_1} \tilde{c}_l (\xi_0 - Y_{al}\theta + z_{al}\psi) z_{al} + \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) z_l &= \sum_1^{s_1} F_{2l} z_{Fl} e^{-ip_l t}, \\ J_{oz} \ddot{\theta} + \sum_1^{r_1} \tilde{c}_l (\xi_0 - Y_{al}\theta + z_{al}\psi) Y_{al} - \sum_1^{n_1} \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) Y_l &= - \sum_1^{s_1} F_{3l} Y_{Fl} e^{-ip_l t}, \\ m_l \ddot{\xi}_l - \tilde{k}_l (\xi_0 - Y_l\theta + z_l\psi - \xi_l) &= 0, \quad 1 \leq l \leq n_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где $F_{1l} = F_l e^{i\varphi_1}$, $F_{2l} = F_l e^{i\varphi_2}$, $F_{3l} = F_l e^{i\varphi_3}$, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ — сдвиги фаз внешних нагрузок. Аналогичным образом учитывается сдвиг фаз элементов механической системы.

1.2. Методы решения. Предположим, что на твердое тело действует возмущающая сила $F_{0l} e^{-i\varphi_l}$, $l = 1, 2, \dots, L$, где L — количество внешних нагрузок.

Если интегральный член

$$\tilde{c}_n[\varphi(t)] = c_{0n} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_{cn}(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau \right], \quad n = (i, j, k) \quad (4)$$

дан на конечном отрезке $[0, t]$, тогда рассматриваются собственные колебания механической системы (1). Принимаем интегральный член в (4) малым, тогда $\varphi(t) = \psi(t)e^{-i\omega_R t}$, где $\psi(t)$ — медленно меняющаяся функция времени, ω_R — действительная частота. Заменим соотношения (4) приближенными, вида [19, 20]

$$\bar{c}_n[\varphi] = c_{0j} [1 - \Gamma_j^c(\omega_R) - i\Gamma_j^s(\omega_R)] [\varphi], \quad (5)$$

где

$$\Gamma_n^c(\omega_R) = \int_0^\infty R_n(\tau) \cdot \cos \omega_R \tau d\tau; \quad \Gamma_n^s(\omega_R) = \int_0^\infty R_n(\tau) \cdot \sin \omega_R \tau d\tau,$$

косинус и синус — образы Фурье ядра релаксации материала. В качестве примера вязкоупругого материала примем трехпараметрическое ядро релаксации Ржаницына–Колтунова: $R_n(t) = A_n e^{-\beta_n t} / t^{1-\alpha_{jn}}$. На функцию влияния $R_n(t-\tau)$ накладываются обычные требования интегрируемости, непрерывности (кроме $t = \tau$) знако-определенности и монотонности:

$$R > 0, \quad \frac{dR(t)}{dt} \leq 0, \quad 0 < \int_0^\infty R(t)dt < 1.$$

При решении задачи на собственные колебания внешние нагрузки отсутствуют и определяются собственные частоты при заданных значениях физико-механических и геометрических параметров.

Если есть вибрационные воздействия на тело, тогда задаются резонансные частоты и строятся амплитудно-частотные характеристики различных точек механической системы.

Решение задачи вынужденных колебаний будем искать в виде:

$$\begin{pmatrix} \xi_0 \\ \psi \\ \theta \\ \xi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Sigma_0 \\ \Psi \\ \Theta \\ \Sigma_l \end{pmatrix} e^{-\omega t}, \quad (6)$$

где ω — заданная действительная величина. А при решении задачи собственных колебаний $\omega = \omega_R + i\omega_I$ — комплексная неизвестная величина (частота), которую требуется определить.

Подставляя (6) в систему (2) и исключая Σ_i , получим алгебраическую систему из трех уравнений относительно трех амплитуд колебаний Σ_0, Ψ, Θ . Абсолютное перемещение произвольной точки тела с координатами Y_B и z_B дается выражением

$$\xi = \xi_0 + z_B \Psi - Y_B \Theta = [\Sigma_0 + z_B \Psi - Y_B \Theta] e^{-\omega t} = \Sigma e^{-\omega t}.$$

Можно показать, что каждый гаситель при настройке его на частоту возмущающей силы воздействует на ту точку твердого тела, на которой он установлен. Следовательно, для тела с тремя степенями свободы на частоте настройки необходимо, в общем случае, иметь три гасителя, не расположенных на одной прямой.

Для вычисления амплитудно-частотных характеристик был использован программный комплекс «MAPLE-18» [19, 20]. Составленный алгоритм позволяет производить вычисления для различных сил дисбаланса углов между ними в разных плоскостях, масс гасителей и их местоположения, настроек гасителей и вязкоупругих свойств вязкоупругого элемента.

2. Результаты и обсуждения

Вязкоупругие свойства материала описываются с помощью трехпараметрического ядра релаксации [21–23]:

$$R_{cj}(t) = R_{cl}(t) = R_{ck}(t) = A_p e^{-\beta_p t} / t^{1-\alpha_p},$$

$$R_{kj}(t) = R_{kl}(t) = R_{kk}(t) = A_g e^{-\beta_g t} / t^{1-\alpha_g}.$$

Подход к оптимизации параметров для гасителя с вязким трением отличается от случая гасителя без демпфирования. Для получения оптимальных параметров гасителя в работах [24, 25] использованы свойства линейной системы с одним гасителем. Выяснено, что один гаситель эффективен для механической системы с одной степенью свободы.

Исследованы амплитуды перемещений центра масс тела с тремя степенями свободы в зависимости от частоты. Результаты получены в безразмерных параметрах с учетом и без учета гасителя. Для расчета был выбран случай четырех гасителей, установленных на лапах, $A_p = 0.01$, $\beta_p = 0.05$, $\alpha_p = 0.1$, $A_g = 0.001$, $\beta_g = 0.025$, $\alpha_g = 0.05$.

$$Y_{gl} = \frac{Y_l}{Y_{01}}, \quad Z_{gl} = \frac{z_l}{z_{01}}, \quad \eta_{ml} = \frac{m_l}{M_0}, \quad \eta_{kl} = \frac{k_l}{c_1}, \quad c_1 = c_2,$$

$$\eta_{mi} = 0.025, \quad \eta_{ki} = 0.65, \quad Y_{gi} = 1, \quad Z_{gi} = 1.$$

На рис. 2 приведены амплитудно-частотные характеристики перемещений центра масс основной массы без гасителей и с гасителями. Видно, что четыре гасителя, установленные на лапах, эффективно снижают амплитуды перемещений.

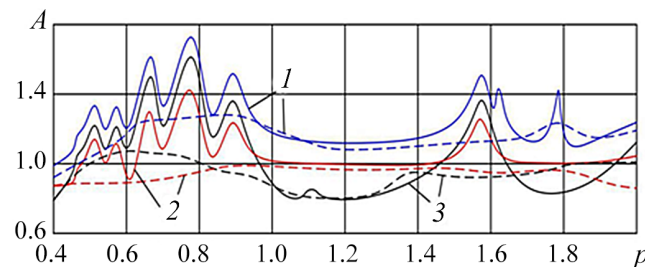


Рис. 2. Изменение амплитуды смещений центра масс основного тела в зависимости от частоты (пунктирная кривая — без гасителей, сплошная — с гасителями)

Fig. 2. Amplitude-frequency characteristics of displacements of the center of mass of the main mass (dotted curve — without absorbers and solid — with absorbers)

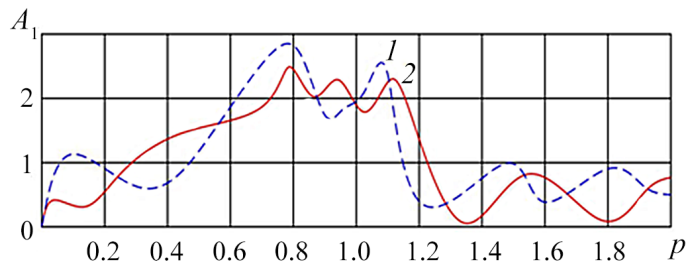


Рис. 3. Изменение амплитуды смещений центра масс основного тела в зависимости от частоты (с одномассовым гасителем – 1; с двухмассовым гасителем – 2)

Fig. 3. The amplitude-frequency characteristics of the displacements of the center of mass of the main mass (1 – with one-mass absorber, 2 – with two-mass absorber)

На рис. 3 приведены амплитуды колебаний главной массы при прохождении через резонанс 1 – с одномассовым гасителем, и 2 – с двухмассовым гасителем. Установлено, что двухмассовый гаситель на 10–15% эффективнее одномассового гасителя.

Расчеты конкретного примера производились для тела весом 350 кг. Для расчета был выбран случай четырех гасителей весом по 9 кг каждый, установленных на лапах, $A_p = 0.01$, $\beta_p = 0.05$, $\alpha_p = 0.1$, $A_g = 0.001$, $\beta_g = 0.025$, $\alpha_g = 0.05$, $c_{01} = c_{02} = 2510$ Н/м, $k_{01} = k_{02} = k_{03} = 1500$ Н/м.

На рис. 4 представлены результаты расчета амплитудно-частотной характеристики в децибелах для твердого тела без гасителей (пунктирная кривая) и с гасителями (сплошная и штрихпунктирная кривая). По оси ординат отложен уровень вибраций в децибелах $W_{dB} = 20 \lg(w/w_0)$, где w – ускорение точки тела, $w_0 = 2.8 \cdot 10^{-4}$ м/с. По оси абсцисс отложена относительная частота возмущающей силы $\omega_{01} = \omega/\Omega_1$, где ω – частота возмущающей силы, Ω_1 – частота вертикальных колебаний твердого тела на амортизаторах ($\Omega_1 = 18.79$ Гц).

При заданном уровне сил от дисбаланса ротора $F_{01} = 0.756$ кг и $F_{02} = 0.767$ кг уровень вибраций в районе частоты $\omega = 50$ Гц ($\omega_{01} = 2.66$) оказался равным 45.5 дБ, что близко к предельно допустимому уровню в 46 дБ.

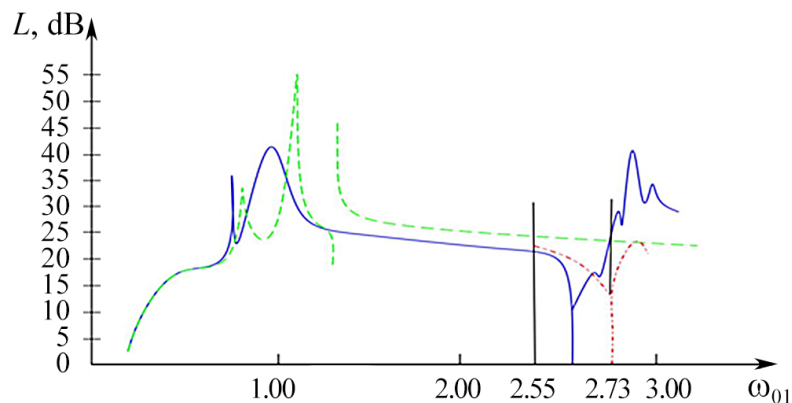


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики твердого тела с тремя степенями свободы: без гасителей (пунктирная кривая) и с гасителями (сплошная)

Fig. 4. Amplitude-frequency characteristics of a rigid body with three degrees of freedom: dashed curve – without absorbers and solid curve – with absorbers

Заключение

По результатам исследований сделаны следующие выводы:

- частота вращательного движения ротора-преобразователя колеблется в пределах от 48 до 51.25 Гц ($2.55 \leq \omega_{01} \leq 2.73$);
- при настройке гасителя на частоту 50 Гц уровень вибраций снижается до 37.5 дБ на левом конце интервала и до 42.5 дБ на правом конце интервала;
- на частоте 50 Гц, как это и следует из теории, лапы не колеблются;
- при настройке гасителей на частоту 51.5 Гц максимальный уровень вибраций не превосходит 40 дБ;
- оптимальная настройка гасителей находится в районе 50.6...50.7 Гц;
- установлено, что двухмассовый гаситель на 10–15% эффективнее одномассового гасителя.

Список литературы

1. Вибрации в технике: Справочник: В 6 т. Т. 6. Защита от вибраций и ударов / Под ред. К. В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. 456 с.
2. Токарев М. Ф., Талицкий Е. Н., Фролов В. А. Механические воздействия и защита радиоэлектронной аппаратуры: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
3. Хашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. М.: Мир, 1988. 448 с.
4. Teshaev M. K., Safarov I. I., Mirsaidov M. Oscillations of multilayer viscoelastic composite toroidal pipes // Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics. 2019. Vol. 13, no. 2. P. 104–115. DOI: 10.24874/jsscm.2019.13.02.08.
5. Глудкин О. П. Методы и устройства испытаний РЭС и ЭВС. М.: Высшая школа, 1991. 336 с.
6. Глудкин О. П., Енгальчев А. Н., Коробов А. И., Трегубов Ю. В. Испытания радиоэлектронной, электронно-вычислительной аппаратуры и испытательное оборудование. М.: Радио и связь, 1987. 272 с.
7. Лысенко А. В., Горячев Н. В., Граб И. Д., Кемалов Б. К., Юрков Н. К. Краткий обзор методов имитационного моделирования // Современные информационные технологии. 2011. № 14. С. 171–176.
8. Федоров В., Сергеев Н., Кондрашин А. Контроль и испытания в проектировании и производстве радиоэлектронных средств. М.: Техносфера, 2005. 502 с.
9. ГОСТ 30630.1.2-99. Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на воздействие вибрации. Введ. 01.01.2001. Минск: Межгосударственный Совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 1999. 35 с.
10. Каленкович Н. И. Радиоэлектронная аппаратура и основы ее конструкторского проектирования: Учебно-методическое пособие для студентов спец. «Моделирование и компьютерное проектирование» и «Проектирование и производство РЭС». Минск: БГУИР, 2008. 200 с.
11. Юрков Н. К. Технология радиоэлектронных средств. Пенза: Изд-во ПГУ, 2012. 640 с.
12. Кофанов Ю. Н., Шалумов А. С., Журавский В. Г., Гольдин В. В. Математическое моделирование радиоэлектронных средств при механических воздействиях. М.: Радио и связь, 2000. 226 с.
13. Capatti M. C., Carbonari S., Gara F., Roia D., Dezi F. Experimental study on instrumented micropiles // In: 2016 IEEE Workshop on Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS). 13–14 June 2016, Bari, Italy. New York: IEEE, 2016. P. 16125758. DOI: 10.1109/EESMS.2016.7504831.
14. Adamo F., Attivissimo F., Lanzolla A. M. L., Saponaro F., Cervellera V. Assessment of the

- uncertainty in human exposure to vibration: An experimental study // IEEE Sensors Journal. 2014. Vol. 14, no. 2. P. 474–481. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2284257.
15. *Palacios-Quiñonero F., Karimi H. R., Rubió-Massegú J., Rossell J. M.* Passive-damping design for vibration control of large structures // In: 2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA). 12–14 June 2013, Hangzhou, China. New York: IEEE, 2013. P. 33–38. DOI: 10.1109/ICCA.2013.6565018.
 16. *Zhang X., Sun D., Song Y., Yan B.* Dynamics characteristic study of the visco-elastic suspension system of construction vehicles // In: International Technology and Innovation Conference 2009 (ITIC 2009). 12–14 October 2009, Xi'an, China. Stevenage: IET, 2010. P. 1–4. DOI: 10.1049/cp.2009.1508.
 17. *Sahu S. K., Datta P. K.* Dynamic stability of laminated composite curved panels with cutouts // J. Eng. Mech. 2003. Vol. 129, no. 11. P. 1245–1253. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2003)129:11(1245).
 18. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
 19. *Колтунов М. А.* Ползучесть и релаксация. М.: Высшая школа, 1976. 278 с.
 20. *Cabańska-Placzkiewicz K.* Vibrations of a complex system with damping under dynamic loading // Strength of Materials. 2002. Vol. 34, no. 2. P. 165–180. DOI: 10.1023/A:1015366527597.
 21. *Mirsaidov M. M., Safarov I. I., Teshaev M. K.* Dynamics of structurally inhomogeneous lamellar and shell mechanical systems. Part 1 // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2019. Vol. 7, no. 10. P. 2283–2302. DOI: 10.4236/jamp.2019.710155.
 22. *Mirsaidov M., Safarov I. I., Teshaev M. K.* Dynamics of structural-inhomogeneous laminate and shell mechanical systems with point constraints and focused masses. Part 2. Statement of the problem of forced oscillations, methods of solution, computational algorithm and numerical results // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2019. Vol. 7, no. 11. P. 2671–2684. DOI: 10.4236/jamp.2019.711182.
 23. *Mirsaidov M., Safarov I., Teshaev M.* Dynamic instability of vibrations of thin-wall composite curvilinear viscoelastic tubes under the influence of pulse pressure // E3S Web Conf. 2020. Vol. 164. P. 14013. DOI: 10.1051/e3sconf/202016414013.
 24. *Teshaev M. K., Safarov I. I., Kuldashov N. U., Ishmamatov M. R., Ruziev T. R.* On the distribution of free waves on the surface of a viscoelastic cylindrical cavity // Journal of Vibration Engineering & Technologies. 2020. Vol. 8, no. 4. P. 579–585. DOI: 10.1007/s42417-019-00160-x.
 25. *Корнев Б. Г., Резников Л. М.* Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения. М.: Наука, 1988. 304 с.

References

1. Frolov KV, editor. Protection Against Vibrations and Shocks. Vol. 6 of Vibration in Technology. Moscow: Mashinostroenie; 1981. 456 p. (in Russian).
2. Tokarev MF, Talitsky EN, Frolov VA. Mechanical Influences and Protection of Radio Electronic Equipment. Moscow: Radio i Svyaz; 1984. 224 p. (in Russian).
3. Nashif AD, Jones DIG, Henderson JP. Vibration Damping. New York: John Wiley & Sons; 1985. 480 p.
4. Teshaev MK, Safarov II, Mirsaidov M. Oscillations of multilayer viscoelastic composite toroidal pipes. Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics. 2019;13(2):104–115. DOI: 10.24874/jsscm.2019.13.02.08.
5. Gludkin OP. Methods and Devices for Testing RES and EMU. Moscow: Vysshaya Shkola; 1991. 336 p. (in Russian).

6. Gludkin OP, Engalychev AN, Korobov AI, Tregubov YV. Testing of Radio Electronic, Electronic-Computing Instrumentation and Test Equipment. Moscow: Radio i Svyaz; 1987. 272 p. (in Russian).
7. Lysenko AV, Goryachev NV, Grab ID, Kemalov BK, Yurkov NK. A brief overview of simulation methods. Modern Information Technologies. 2011;(14):171–176 (in Russian).
8. Fedorov V, Sergeev N, Kondrashin A. Control and Testing in Design and Production of Radio Electronic Means. Moscow: Tekhnosfera; 2005. 502 p. (in Russian).
9. GOST 30630.1.2-99. Mechanical environment stability test methods for machines, instruments and other industrial products. Tests for influences of vibration. Entered 01.01.2001. Minsk: Inter-Governmental Council on Standardization, Metrology, and Certification; 1999. 35 p. (in Russian).
10. Kalenkovich NI. Electronic Equipment and Its Basics Design Engineering. Minsk: Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics; 2008. 200 p. (in Russian).
11. Yurkov NK. Technology of Radio Electronic Means. Penza: Penza State University Publishing; 2012. 640 p. (in Russian).
12. Kofanov YN, Shalumov AS, Zhuravskii VG, Goldin VV. Mathematical Modeling of Radio Electronic Means Under Mechanical Influences. Moscow: Radio i Svyaz; 2000. 226 p. (in Russian).
13. Capatti MC, Carbonari S, Gara F, Roia D, Dezi F. Experimental study on instrumented micropiles. In: 2016 IEEE Workshop on Environmental, Energy, and Structural Monitoring Systems (EESMS). 13–14 June 2016, Bari, Italy. New York: IEEE; 2016. P. 16125758. DOI: 10.1109/EESMS.2016.7504831.
14. Adamo F, Attivissimo F, Lanzolla AML, Saponaro F, Cervellera V. Assessment of the uncertainty in human exposure to vibration: An experimental study. IEEE Sensors Journal. 2014;14(2): 474–481. DOI: 10.1109/JSEN.2013.2284257.
15. Palacios-Quiñero F, Karimi HR, Rubió-Massegú J, Rossell JM. Passive-damping design for vibration control of large structures. In: 2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA). 12–14 June 2013, Hangzhou, China. New York: IEEE; 2013. P. 33–38. DOI: 10.1109/ICCA.2013.6565018.
16. Zhang X, Sun D, Song Y, Yan B. Dynamics characteristic study of the visco-elastic suspension system of construction vehicles. In: International Technology and Innovation Conference 2009 (ITIC 2009). 12–14 October 2009, Xi'an, China. Stevenage: IET; 2010. P. 1–4. DOI: 10.1049/cp.2009.1508.
17. Sahu SK, Datta PK. Dynamic stability of laminated composite curved panels with cutouts. J. Eng. Mech. 2003;129(11):1245–1253. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2003)129:11(1245).
18. Ilyushin AA, Pobedrya BE. Fundamentals of the Mathematical Theory of Thermoviscoelasticity. Moscow: Nauka; 1970. 280 p. (in Russian).
19. Koltunov ML. Creep and Relaxation. Moscow: Vysshaya Shkola; 1976. 278 p. (in Russian).
20. Cabańska-Placzkiewicz K. Vibrations of a complex system with damping under dynamic loading. Strength of Materials. 2002;34(2):165–180. DOI: 10.1023/A:1015366527597.
21. Mirsaidov MM, Safarov II, Tshaev MK. Dynamics of structurally inhomogeneous lamellar and shell mechanical systems. Part 1. Journal of Applied Mathematics and Physics. 2019;7(10): 2283–2302. DOI: 10.4236/jamp.2019.710155.
22. Mirsaidov M, Safarov II, Tshaev MK. Dynamics of structural-inhomogeneous laminate and shell mechanical systems with point constraints and focused masses. Part 2. Statement of the problem of forced oscillations, methods of solution, computational algorithm and numerical results. Journal of Applied Mathematics and Physics. 2019;7(11):2671–2684. DOI: 10.4236/jamp.2019.711182.
23. Mirsaidov M, Safarov I, Tshaev M. Dynamic instability of vibrations of thin-wall composite

curvilinear viscoelastic tubes under the influence of pulse pressure. E3S Web Conf. 2020;164:14013. DOI: 10.1051/e3sconf/202016414013.

24. Teshayev MK, Safarov II, Kuldashov NU, Ishmamatov MR, Ruziev TR. On the distribution of free waves on the surface of a viscoelastic cylindrical cavity. Journal of Vibration Engineering & Technologies. 2020;8(4):579–585. DOI: 10.1007/s42417-019-00160-x.
25. Korenev BG, Reznikov LM. Dynamic Vibration Absorbers: Theory and Technical Applications. New York: Wiley; 1993. 296 p.



Саваров Исмоил Иброхимович — родился в 1954 году в Вахкентском районе Бухарской области (Узбекистан). Окончил Ташкентский государственный университет (1977). Доктор физико-математических наук (1993), профессор (1995). Заведующий кафедрой высшей математики Ташкентского химико-технологического института. Научные интересы: теория вязко-упругости, теория распространения волн, теория колебаний, теория устойчивости.

Узбекистан, 100011 Ташкент, ул. Алишера Навои, 32
Ташкентский химико-технологический институт
E-mail: safarov54@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0983-8451



Тешаев Мухсин Худойбердиевич — родился в 1961 году в селе Гончи Каганского района Бухарской области (Узбекистан). Окончил Ташкентский государственный университет по специальности «Механика» (1983). Защитил диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук (1993) и доктора физико-математических наук (2019). Работает в Бухарском отделении института Математики имени В. И. Романовского в должности главного научного сотрудника. Область научных интересов: теоретическая механика, механика деформируемого твердого тела. Автор более 350 статей и 12 монографий.

Узбекистан, Бухара, ул. М. Икбала, 11
Бухарское отделение института Математики имени В. И. Романовского АН РУз
Узбекистан, Бухара, проспект Газли, 32
Бухарский филиал Ташкентского института инженеров ирригации
и механизации сельского хозяйства
E-mail: muhsin_5@mail.ru