

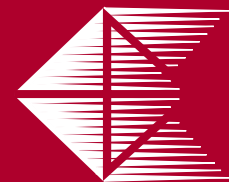
ISSN 0424-7388

Том 60, № 4

Октябрь – Ноябрь – Декабрь 2024



ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ



НАУКА

— 1727 —

Российская академия наук

ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Том 60 № 4 2024

Журнал основан в январе 1964 г.
Выходит 4 раза в год
ISSN 0424-7388

*Журнал издается под руководством
Отделения общественных наук РАН*

Главный редактор

В.Е. Дементьев

Редакционная коллегия:

А.А. Афанасьев, С.А. Афонцев, А.Р. Бахтизин (зам. главн. ред.), В.А. Волконский,
Н.А. Волчкова, Ю.Н. Гаврилец, И.У. Зилькарнай, В.Л. Квинт, Г.Б. Клейнер, М. Кубонива,
А.М. Либман, В.Н. Лившиц, В.Л. Макаров, В.В. Окрепилов, В.М. Полтерович,
А.В. Савватеев, Н.М. Светлов, Е.В. Устюжанина (зам. главн. ред.),
И.С. Шитова (зам. главн. ред.)

Заведующая редакцией Н.С. Виноградова

Журнал «Экономика и математические методы»
входит в Перечень ВАК, базы данных РИНЦ,
Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

Адрес редакции:

117418, г. Москва, Нахимовский просп., 47, ком. 305
Тел.: 8(499) 129-39-33, 8(916) 139-27-26
e-mail: emm@cemi.rssi.ru

Москва

СОДЕРЖАНИЕ

Том 60, № 4, 2024

Теоретические и методологические проблемы

- Комарова И.П., Устюжанина Е.В. О подходе к измерению сетевого капитала компании 5

Мировая экономика

- Вареник М.С. Влияние сферы исследований и разработок на экономики стран мира: статистический анализ 15

Народнохозяйственные проблемы

- Писарева О.М. Анализ санкционной устойчивости секторов экономики: приоритеты суверенного развития и технологической модернизации 27
- Курочкин С.В., Макушкин М.С. Динамика формы кривой бескупонной доходности российских государственных облигаций 40
- Засмолин А.Д. Большая квартальная байесовская векторная авторегрессия для современной российской экономики 50

Отраслевые проблемы

- Денисова А.И., Созаева Д.А., Гончар К.В., Александров Г.А. Прогнозирование вероятности незакрытия торгов по государственной закупке лекарственных препаратов 65

Экологические проблемы

- Кудрявцева О.В., Качалов Р.М., Чернявский С.В., Макеева Н.Н. Эколого-экономические эффекты зеленого финансирования 77

Математический анализ экономических моделей

- Бекларян Л.А., Борисова С.В., Акопов А.С., Хачатрян Н.К. Новые аспекты развития однопродуктовой динамической модели Канторовича замещения производственных фондов 87
- Жданеев О.В., Овсянников И.Р. Экономическая модель распространения инноваций 102
- Зубрилин К.М. Парная кусочно-линейная регрессионная модель с фиксированными узлами 113

* * *

- К юбилею Е.В. Устюжаниной 125
- Содержание за 2024 год 127

Russian Academy of Sciences

ECONOMICS AND MATHEMATICAL METHODS

Volume 60 No. 4 2024

Founded in January 1964
4 issues a year
ISSN 0424-7388

*The Journal is run under the supervision
of the Department of Social Sciences at RAS*

Editor-in-Chief
V.E. Dementiev

Editorial Board:

Afanasiev A.A., Afontsev S.A., Bakhtizin A.R. (Deputy Editor-in-Chief),
Gavrilets Yu.N., Kleiner G.B., Kuboniwa M., Kvint V.L., Libman A.M., Livshits V.N.,
Makarov V.L., Okrepilov V.V., Polterovich V.M., Savvateev A.V.,
Shitova I.S. (Deputy Editor-in-Chief), Svetlov N.M.,
Ustyuzhanina E.V. (Deputy Editor-in-Chief), Volchkova N.A., Volkonskiy V.A., Zulkarnay I.U.

Secretary of Editorial Staff N.S. Vinogradova

The journal "Economics and Mathematical Methods"
is included in the list of the Higher Attestation Commission (HAC)
and indexed in Russian Index of Scientific Citation,
Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

Editorial Address

Nakhimovskiy Prospect, 47, Office 305, Moscow, Russia, 117418
Tel.: +7(499) 129-39-33; +7(916) 139-27-26;
e-mail: emm@cemi.rssi.ru

Moscow

CONTENTS

Volume 60, no. 4, 2024

Theoretical and methodological problems

- Komarova I.P., Ustyuzhanina E.V.** About the approach to measure company's network capital 5

World economy

- Varenik M.S.** The impact of research and development on the economies of countries of the world: A statistical analysis 15

Problems of national economy

- Pisareva O.M.** The sanctions' resistance analysis of economic sectors: Priorities of sovereign development and technological modernization 27
- Kurochkin S.V., Makushkin M.S.** Zero coupon yield curve dynamics in the Russian sovereign bond market 40
- Zasmolin A.D.** Large quarterly Bayesian vector autoregression model for the modern Russian economy 50

Industrial problems

- Denisova A.I., Sozaeva D.A., Gonchar K.V., Aleksandrov G.A.** Predicting the probability of failure in medicines' public procurement 65

Ecological problems

- Kudryavtseva O.V., Kachalov R.M., Chernyavskiy S.V., Makeeva N.N.** Ecological and economic effects of green financing 77

Mathematical analysis of economic models

- Beklaryan L.A., Borisova S.V., Akopov A.S., Khachatryan N.K.** New aspects of the development of Kantorovich's one-product dynamic model of replacement of production funds 87
- Zhdaneev O.V., Ovsyannikov I.R.** The econophysical model of innovation diffusion 102
- Zubrilin K.M.** Paired piecewise linear regression model with fixed nodes 113

* * *

- E.V. Ustyuzhanina anniversary** 125
- Contents 2024** 127

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

О подходе к измерению сетевого капитала компании

© 2024 г. И.П. Комарова, Е.В. Устюжанина

И.П. Комарова,

ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Москва;
e-mail: Komarova.IP@rea.ru

Е.В. Устюжанина,

ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова», Москва;
e-mail: dba-guu@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.07.2024

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 23-28-01241) «Разработка теоретической модели реформатирования глобальных сетей создания стоимости под влиянием внешних шоков».

Аннотация. В современной научной литературе категория «капитал» начинает применяться по отношению к широкому кругу активов компании, способных приносить экономическую выгоду в течение длительного периода времени. Различные исследователи выделяют человеческий, интеллектуальный, социальный, сетевой и другие виды капиталов. Это делает актуальным разработку новых подходов к оценке различных видов капитала, учитывающих их комплементарную специфичность. В рамках данной статьи поставлена задача предложить новый подход к оценке сетевого капитала компании. Существующие методы оценки стоимости компании часто основываются на суммировании стоимостей отдельных видов капитала. Однако подобный аддитивный подход не учитывает комплементарного характера различных видов капитала. В работе предлагается использовать мультипликативный подход на основе модифицированной функции Кобба–Дугласа, учитывающей имущественный и сетевой капиталы, а также экономическую эффективность деятельности компании. Этот подход принимает во внимание взаимное дополнение различных видов капитала и их совокупное влияние на стоимость компании. В качестве эмпирической базы исследования выбраны семь ведущих мировых компаний IT-отрасли (Microsoft, Apple, Oracle Corp., Alphabet, Baidu, Meta, Twitter). Предложенный подход позволил сопоставить сетевой капитал различных компаний и выявить факторы, влияющие на его накопление.

Ключевые слова: капитал, реальный капитал, интеллектуальный капитал, сетевой капитал, оценка стоимости компании, имущественный капитал, рыночная капитализация.

Классификация JEL: D85, L14.

УДК: 330.14.014, 334.752.

Для цитирования: Комарова И.П., Устюжанина Е.В. (2024). О подходе к измерению сетевого капитала компании // Экономика и математические методы. Т. 60. № 4. С. 5–14. DOI: 10.31857/S0424738824040019

ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее обсуждаемых экономических категорий на протяжении многих столетий является категория *капитала*. Как известно, с позиции экономической теории капитал определяется как фактор производства, участвующий в создании стоимости продукции совместно с другими факторами (землей, трудом, предпринимательскими способностями). То есть речь идет о реальном капитале — физических активах (зданиях, оборудовании, запасах сырья, полуфабрикатов и комплектующих), которые используются в процессе производства.

Зарождение *теории капитала* связывают с именем основоположника классической политической экономии — Адама Смита, который в своем труде «Исследование о природе и причинах богатства народов» (1776 г.) в Книге II «О природе капитала, его накоплении и применении» дал свое видение роли капитала в экономике: «та часть [запаса], от которой он [человек] ожидает получить доход, называется его капиталом» (Смит, 2016, с. 291). В отличие от своего предшественника, физиократа Ф. Кенэ, выделявшего основной и оборотный капиталы в земледелии,

Смит дал общую характеристику данных видов капитала в производстве. «...Капитал может быть употреблен на улучшение земли, на покупку полезных машин и инструментов или других подобных предметов, которые приносят доход или прибыль, без перехода от одного владельца к другому или без дальнейшего обращения. Такие капиталы можно... назвать основными капиталами» (там же, с. 292). Смит обратил внимание на тот факт, что для разных производств требуется различное соотношение основного и оборотного капиталов. Сравнивая производство портного с производством металлургического завода, ученый указывает, что для последнего требуется гораздо больший основной капитал: «печь для плавки руды, горн, мельница для измельчения руды представляют собой орудия производства, устройство которых требует весьма значительных расходов» (там же, с. 292).

Согласно подходу классической политической экономии средства труда отождествлялись с физическим капиталом. Однако К. Маркс посчитал подобный подход упрощенным и определил капитал как «самовозрастающую стоимость» (Маркс, 1952, с. 201), т.е. средство труда может стать капиталом только тогда, когда его владельцы вступят в экономические отношения с владельцами рабочей силы: «Капитал возникает лишь там, где владелец средств производства и жизненных средств находит на рынке свободного рабочего в качестве продавца своей рабочей силы» (там же, с. 176). «Капитал не есть сумма материальных и произведенных средств производства. Капитал — это превратившиеся в капитал средства производства...» (Маркс, 1951, с. 828).

Постепенно понимание капитала становится значительно шире и выходит за пределы трактовки исключительно с позиции реального физического актива. Дальнейшее развитие данная категория получает в концепции «человеческого капитала» (Д. Минсер, Т. Шульц, Г. Беккер). Т. Шульц обосновывает научную корректность использования категории «капитал» в данной концепции, так как он производителен, способен аккумулироваться и воспроизводиться, т.е. обладает основными свойствами данной экономической категории.

Помимо человеческого, в научный оборот входит понятие *социальный капитал*, идеологами которого выступают П. Бурдьё, Дж. Коулман, Р. Патнэм. Под социальным капиталом понимается совокупность реальных или потенциальных ресурсов, связанных с обладанием устойчивой сетью (*durable networks*) более или менее институционализированных отношений взаимного знакомства и признания, — иными словами, с членством в группе (Bourdieu, 1986, p. 248). Данный капитал основан на доверии, устойчивых связях между членами сети.

Одним из наиболее известных современных исследователей, который занимался изучением данной категории, стал американский экономист Т. Пикетти. В труде «Капитал в XXI веке» дается широкая трактовка капитала: «Капитал включает в себя всю совокупность недвижимого капитала (здания, дома), используемого для жилья, и финансового и профессионального капитала (строения, оборудование, машины, патенты и т.д.), используемого предприятиями и управленческим аппаратом (Пикетти, 2015, с. 25). Т. Пикетти определил категорию капитала как активы (реальные и финансовые), используемые в целях приращения их стоимости.

Реальный капитал компании у Пикетти получает название *профессионального капитала*. В современном научном обиходе можно встретить и другие его названия — «производственный», «физический», «материальный». Эти термины используются для обозначения таких материальных активов фирмы, как здания, сооружения, машины, оборудование, инфраструктура, используемых в производственном процессе для создания товаров и услуг.

Согласно современной *ресурсной теории фирмы* реальный капитал представляет собой один из основных ресурсов, создающих конкурентные преимущества и отвечающих за устойчивое развитие фирмы. Он призван обеспечивать необходимые производственные мощности и инфраструктуру для производственного процесса. От его наличия во многом зависит способность фирмы достигать положительного эффекта масштаба.

В настоящее время к компаниям с наибольшими размерами реального капитала относятся ресурсодобывающие компании (Exxon Mobil Corporation, Saudi Aramco, China National Petroleum Corporation), многоотраслевые корпорации (General Electric Company), автомобильные концерны (Volkswagen AG, Toyota Motor Corporation).

Помимо реального, все большее значение для компаний различной отраслевой направленности приобретает *интеллектуальный капитал*, включающий нематериальные активы компании (ноу-хау, патенты, авторские права, бренд, репутацию и другие нематериальные ресурсы).

По определению Т.А. Стюарта, одного из современных идеологов интеллектуального капитала, претендующего на авторство данной категории, интеллектуальный капитал включает знания, опыт, информацию и интеллектуальную собственность, которые участвуют в создании ценности (Стюарт, 2007, с. 12).

Однако многие исследователи подчеркивают наличие научных пробелов в его основном труде «Интеллектуальный капитал. Новый источник богатства организаций». По мнению А.Н. Козырева, книга «отличается не только яркостью изложения, но и огромным количеством неточностей и недоговорок, за которыми легко обнаруживается незнание конкретных правил и процедур. В известном смысле эта книга представляет собой интеллектуальную провокацию, но ни в коем случае не фундаментальный научный труд» (Козырев, 2004).

Как отмечает (Козырев, 2022), оценка интеллектуального капитала сопряжена с рядом противоречий: 1) вероятностный характер отдачи от вложений в НИОКР, в то время как бухгалтерский подход не предполагает вероятностных оценок; 2) сложение цифровых продуктов не всегда идемпотентно¹; 3) рыночная, инвестиционная, залоговая стоимости нематериальных активов могут быть неаддитивными.

Согласно исследованию компании Ocean Tomo² за последнюю четверть века интеллектуальный капитал превратился в ведущий класс активов. В период с 1995 по 2015 г. доля рыночной стоимости нематериальных активов увеличилась с 68 до 84%. По мнению специалистов данной компании, нематериальные активы в настоящее время составляют около 90% рыночной стоимости S&P 500 (рис. 1).

Однако необходимо учесть, что компания Ocean Tomo рассчитывала стоимость *нематериальных активов* путем вычитания чистой стоимости материальных активов из рыночной капитализации компании. Вопрос о корректности такого подхода будет обсуждаться ниже.

К компаниям, характеризующимся наибольшим размером интеллектуального капитала, можно отнести ИТ-компании (Google (Alphabet Inc.), Microsoft Corporation), производителей электроники и технологических разработок (Apple, Samsung Electronics Co), платформенные компании (Amazon).

В современных условиях все большее распространение получают сетевые формы контрактации, функционирование которых ведет к формированию и накоплению капитала особого рода — сетевого капитала — активов определенной степени специфичности, способных генерировать выгоды только в рамках сетевых отношений (Комарова, 2022, с. 104).

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Любую компанию можно рассматривать как минимум с трех точек зрения: как имущественный комплекс (пучок прав); действующий бизнес (going concern) и экосистему (центр сети, состоящей из внешних стейкхолдеров (заинтересованных сторон) компании, включая поставщиков, подрядчиков, потребителей, аутсорсеров, кредиторов, работников и пр.).

Компанию — как имущественный комплекс — можно оценить двумя основными способами: 1) стоимость замещения (денежная сумма, которую необходимо потратить для приобретения

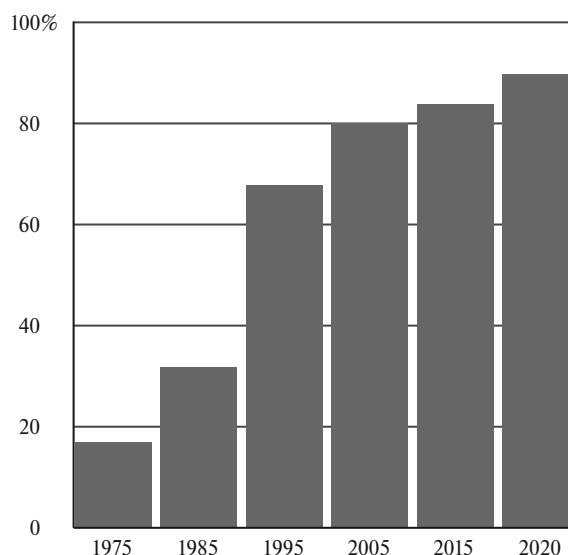


Рис. 1. Доля нематериальных активов в рыночной стоимости S&P 500

Источник: по данным Ocean Tomo.

¹ Идемпотентность — свойство объекта или операции при повторном применении операции к объекту давать тот же результат, что и при первом.

² <https://oceantomo.com/intangible-asset-market-value-study/>

аналогичных имущественных прав); 2) стоимость отчуждения (денежная сумма, которая может быть получена при свободной продаже имущественного комплекса).

Степень расхождения между этими двумя оценками зависит от *уровня специфичности* принадлежащих компании активов. Специфичность при этом понимается в трактовке О. Уильямсона как низкая альтернативная стоимость: специфический актив не может быть использован альтернативным образом без существенной потери своей ценности. Как известно, специфичность может быть обусловлена тремя основными причинами: комплементарностью (ценность актива зависит от сочетания с другими активами); привязкой к местности (невозможность передислокации) и заточенностью под решение конкретных задач.

В некоторых случаях стоимость имущественного комплекса компании приравнивают к его остаточной балансовой стоимости — стоимости приобретения имущества за вычетом начисленной амортизации. Однако такой подход не соответствует экономической логике. Прошлые цены на активы могут существенно отличаться от их сегодняшней рыночной стоимости как в силу инфляции, так и в силу таких факторов, как моральное устаревание средств производства, появление товаров-заменителей, изменение технологий производства и пр. А начисленная амортизация весьма условно отражает уменьшение стоимости актива в связи с его физической эксплуатацией.

Оценка стоимости действующего предприятия также может быть осуществлена двумя основными способами: 1) аналоговым (рыночная стоимость компании, в частном случае (если акции компании котируются на рынке) ее рыночная капитализация); 2) доходным (капитализация (приведение к текущему периоду времени) будущих доходов компании, включая гипотетическую продажу в конце расчетного периода — терминальную стоимость). Здесь расхождения между двумя значениями оценки также возможны и обусловлены слишком сильными и разными допущениями, лежащими в основе обоих подходов. С одной стороны, это — допущение совершенствования финансового рынка, который адекватно определяет стоимость обращающихся на нем финансовых инструментов. С другой — допущение возможности технического прогнозирования будущих доходов компании.

Как и в случае оценки имущественного комплекса, стоимость компании иногда приравнивают к балансовой стоимости ее собственного капитала: стоимость активов компании за вычетом стоимости ее обязательств (чистая стоимость активов). Однако необходимо понимать, что балансовая и рыночная стоимость одного и того же актива могут существенно различаться.

Наконец, оценка компании как экосистемы часто проводится на основании исчисления стоимости «добраго имени» (goodwill) компании, отражающего возрастание стоимости компании, связанное с ее неосязаемыми активами, в том числе сетевым капиталом. Обычно goodwill рассчитывается как разность между двумя величинами: рыночной стоимостью компании как бизнеса и чистой рыночной стоимостью ее имущественного комплекса (собственный капитал компании — активы за вычетом обязательств). При этом предполагается, что эта разность обусловлена именно неосязаемыми активами компании, в том числе сложившимися управленческими и организационными практиками, неявными знаниями, а также накопленными компанией в процессе своей жизнедеятельности устойчивыми связями с другими агентами и рыночной репутацией.

Однако такой подход сильно упрощает ситуацию, так как исходит из двух спорных предпосылок.

Предпосылка 1. Рыночная капитализация компании отражает ее объективную рыночную стоимость. На самом деле рыночная капитализация подвержена всем тем искажениям, которым подвержены цены на финансовые активы. Речь идет об ожиданиях, связанных с ростом цен на объекты инвестирования. Если на товарных рынках действует закон спроса, согласно которому, при прочих равных условиях, чем выше цена товара, тем ниже размер спроса на него, то на финансовом рынке имеет место прямо противоположная закономерность. Рост цен на те или иные объекты инвестирования выступает для большей части неквалифицированных инвесторов индикатором их будущей ценности. Иными словами, происходит самораскручивание спроса и цен на финансовые активы, порождающее финансовые пузыри. О том, что капитализация наиболее дорогих компаний сильно завышена, свидетельствуют данные табл. 1 и 2.

Как видно из данных в табл. 1, капитализация крупнейших компаний мира в 20–40 раз превосходит их чистую прибыль и подвержена очень сильным колебаниям. Данные в табл. 2 свидетельствуют о том, что в авиастроении разность между рыночной стоимостью компании и стои-

Таблица 1. Прибыль (2023/2022 г.) и капитализация (конец 2023/2022 г.) крупнейших компаний, млрд долл.

Название компании	Прибыль / убыток	Капитализация
Apple	121,41 / 116,11	2990 / 2910
Microsoft	101,21 / 82,58	2790 / 1780
Alphabet (Google)	86,02 / 71,68	1760 / 1150
Amazon	40,73 / (3,57)	1570 / 856,94
Meta Platforms (Facebook)	47,87 / 29,14	909,63 / 319,89

Примечание. В скобках указаны убытки.

Источник: Largest Companies by Market Cap (<https://companiesmarketcap.com>).

Таблица 2. Соотношение рыночной капитализации со стоимостью чистых активов крупнейших авиастроительных компаний

Название компании	2023 г.		2022 г.		2021 г.	
	Рыночная капитализация	Чистые активы	Рыночная капитализация	Чистые активы	Рыночная капитализация	Чистые активы
Boeing	157,69	(17,23)	131,53	(15,85)	120,0	(14,85)
Airbus	121,61	19,6	93,3	13,9	99,97	10,74
Bombardier	3,57	(2,41)	3,63	(2,76)	3,22	(3,09)
Embraer	3,43	2,77	2,01	2,82	3,27	2,78

Источник: Largest Companies by Market Cap (<https://companiesmarketcap.com>).

мостью ее чистых активов чрезвычайно велика и, по сути, сопоставима с величиной рыночной капитализации, а в отдельных случаях (Boeing и Bombardier) даже превосходит ее.

Казалось бы, данного искажения можно избежать, если использовать вместо рыночной капитализации компании стоимость бизнеса, посчитанную на основе применения доходного подхода. Однако в этом случае оценка будет иметь чрезвычайно субъективный характер как в плане прогнозирования динамики будущих доходов, так и с точки зрения выбора ставки дисконтирования.

Предпосылка 2. Стоимость компании можно представить как сумму стоимости ее активов (реальных и неосязаемых). Под реальными активами при этом понимаются все активы, нашедшие отражение на счетах компании. Соответственно, к ним относятся не только материальные и финансовые активы, но и нематериальные активы, в том числе патенты, лицензии, товарные знаки и другие объекты интеллектуальной собственности, числящиеся на балансе компании. Иными словами, предпосылка 2 состоит в допущении, что стоимость компании обладает свойством аддитивности — формируется как сумма значений величин, соответствующих ее частям:

$$S = \sum_{i=1}^N K_i, \quad (1)$$

где S — стоимость компании; N — число видов используемого капитала; K_i — величина капитала вида i .

На самом деле в подавляющем большинстве случаев реальные и отношенческие активы компании (имущество и связи) обладают свойством комплементарности. Это означает, что их ценность максимально проявляется именно при совместном использовании. Разделение этих активов может привести к значительному снижению стоимости каждого вида активов. Например, ценность компетенций сотрудников консультационной компании может быть оценена по достоинству, только если данная компания имеет устойчивую репутацию на рынке или сложившуюся клиентуру. В противном случае имеющиеся компетенции либо вообще не будут востребованы, либо могут быть проданы только по очень низкой цене. Но верно и обратное утверждение. Если из компании уйдут квалифицированные специалисты, она по инерции может еще некоторое время удерживать старых клиентов. Но это продлится недолго.

Несмотря на то что в современной экономике можно найти примеры компаний, основная ценность которых определяется именно сетевым капиталом (например, компании-посредники

в различных сферах экономики), большинство компаний не могут существовать без наличия реальных активов, для которых сетевой капитал выступает комплементом.

Если речь идет не о посреднической компании, а о компании, занятой в реальном производстве, например авиастроении, компания не может успешно функционировать только на основе своих производственных мощностей. Ей необходимы надежные связи с поставщиками комплектующих, устойчивые отношения с клиентами (авиакомпаниями), партнерства с исследовательскими институтами, контакты с регулирующими органами. Эти связи составляют сетевой капитал компании. В случае продажи реальных активов авиастроительной компании (заводов, оборудования) необходима передача соответствующих сетевых активов. Новый владелец без доступа к налаженным каналам поставок и сбыта может столкнуться с серьезными трудностями в организации производства и реализации продукции.

ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ПОДХОД

В основу данной статьи положена гипотеза, что величины различных видов капитала не обладают свойством аддитивности, т.е. отсутствие одного или нескольких видов капитала может свести на нет или существенно уменьшить положительный эффект от наличия других видов капитала. В результате видится возможным использовать *мультипликативный подход* к оценке имеющихся у компании видов капитала.

Из комплементарности реального и различных видов неосязаемого капитала компании следует, что рыночная стоимость компании не может быть исчислена как сумма стоимости различных видов принадлежащего ей капитала. Отсутствие одного из видов капитала (физического, интеллектуального, сетевого) может обесценить все остальные. Здесь мы имеем дело не с аддитивностью, а с мультипликативностью, которая может быть записана с помощью функции Кобба–Дугласа:

$$S = \Theta \prod_{i=1}^N K_i^{\alpha_i}, \quad (2)$$

где S — стоимость компании; Θ — коэффициент, характеризующий экономическую эффективность деятельности компании; N — число видов используемого капитала; K_i — размер капитала вида i ; α_i — коэффициент эластичности стоимости компании по виду активов i . Коэффициенты эластичности показывают, на сколько увеличится стоимость компании, если величина вида капитала i увеличится на 1.

Введение в формулу коэффициента экономической эффективности (аналога технологического коэффициента производственной функции) необходимо для отражения того факта, что менеджмент компаний может управлять имеющимися активами с разной степенью результативности.

Если мы упростим формулу (2) до двух видов капитала: имущественный капитал и сетевой капитал (оценка отношенческих активов компании), получим функцию:

$$S = \Theta K_u^{\alpha} K_c^{\beta}, \quad (3)$$

где K_u — чистая балансовая стоимость имущества компании; K_c — оценка сетевого капитала компании; α и β — коэффициенты эластичности.

Имущественный капитал мы приравниваем к стоимости чистых активов компании:

$$K_u = TA - O, \quad (4)$$

где TA — стоимость всех активов компании; O — стоимость обязательств компании.

Коэффициент экономической эффективности можно оценить с помощью:

$$\Theta = ROTA \times G / W, \quad (5)$$

где $ROTA$ — отдача на капитал компании; G — темпы роста компании; W — нормирующий коэффициент.

Учет обоих параметров необходим для сглаживания ситуации рыночной экспансии, когда компания ради расширения своей доли рынка вынуждена снижать показатели рентабельности.

Для нивелирования влияния временных флуктуаций при расчете коэффициента экономической эффективности целесообразно брать средние значения $ROTA$ и G за пять относительно спокойных лет:

$$ROTA = 0,2 \sum_{t=1}^5 (EBIT_t / TA_t), \quad (6)$$

$$G = 0,2 \sum_{t=1}^5 (R_t / R_{t-1}), \quad (7)$$

где *EBIT* (earning before interests and taxes) — прибыль компании до уплаты налогов и процентов; R_t — объем выручки (revenue) компании в году t .

W — показатель, отражающий среднее значение рентабельности активов за пять лет, для N самых крупных компаний данной отрасли. Нормирующий коэффициент необходим для приближения значения коэффициента Θ к единице:

$$W = \frac{1}{N} \sum_i^N \sum_{t=1}^5 ROTA_t^i, \quad (8)$$

где t — порядковый номер года; i — порядковый номер компании.

Если мы хотим оценить стоимость сетевого капитала компании, мы можем преобразовать уравнение (3) следующим образом:

$$K_c = (S / (\Theta \times K_u^\alpha))^{1/\beta}, \quad (9)$$

Для упрощения расчетов предположим, что эластичность по имущественному капиталу α равна 0,5, и попробуем найти значения K_c^β для крупнейших компаний ИТ-индустрии. Для нивелирования влияния пандемии и восстановительных лет будем использовать данные за 2015–2019 гг. для *ROTA* и 2014–2019 гг. для G .

В табл. 3 и 4 отражены промежуточные и окончательные результаты расчетов для семи компаний отрасли.

Для того чтобы оценить абсолютные значения размеров сетевого капитала исследуемых компаний, необходимо предложить гипотезу о значении коэффициента эластичности β . При этом экономически обосновать выбор конкретного значения не представляется возможным. Однако, как уже

Таблица 3. Расчеты коэффициента экономической эффективности семи компаний ИТ-отрасли

Компания	ROTA	W	ROTA/W	G	Θ
Microsoft (1975)	0,13	0,11	1,16	1,08	1,25
Apple (1976)	0,20	0,11	1,83	1,06	1,95
Oracle (1977)	0,12	0,11	1,08	1,05	1,13
Alphabet (1998)	0,14	0,11	1,29	1,20	1,54
Baidu (2000)	0,11	0,11	1,00	1,15	1,15
Meta (2004)	0,20	0,11	1,82	1,42	2,59
Twitter (2006)	0,01	0,11	0,13	1,21	0,16

Примечание. В скобках указан год основания компании.

Источник: рассчитано авторами на основе данных Largest Companies by Market Cap (<https://companiesmarketcap.com>).

Таблица 4. Оценка сетевого капитала для 7 компаний ИТ-отрасли, долл. США (данные на 2019 г.)

Компания	S	K_u	$K_u^{0,5}$	Θ	K_c^β
Microsoft	1,2E+12	1,1011E+11	331 828,27	1,25	2 896 743,92
Apple	1,29E+12	89 530 000 000	299 215,64	1,95	2 216 564,62
Oracle	1,7E+11	16 190 000 000	127 239,93	1,13	1 178 091,21
Alphabet	9,2114E+11	2,0144E+11	448 820,68	1,54	1 330 200,84
Baidu	43 710 000 000	24 740 000 000	157 289,54	1,15	241 221,37
Meta	5,8537E+11	1,0105E+11	317 883,63	2,59	711 450,04
Twitter	24 990 000 000	8 704 400 000	93 297,37	0,16	1 701 274,14

Источник: рассчитано авторами на основе данных Largest Companies by Market Cap (<https://companiesmarketcap.com>).

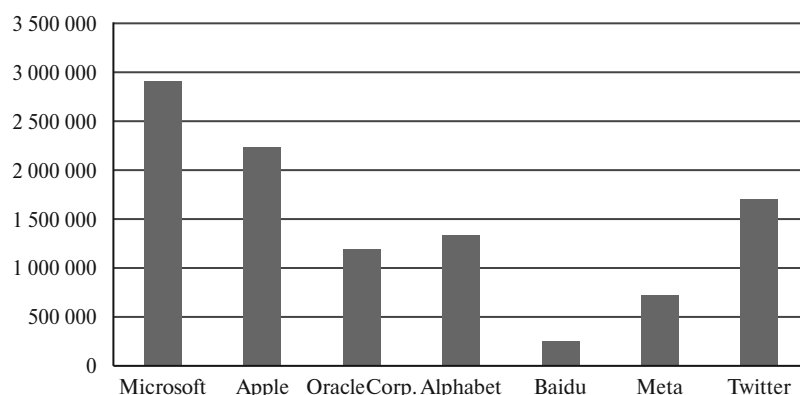


Рис. 2. Сопоставительная оценка сетевого капитала компаний при $\beta = 1$, млн долл.

Источник: рассчитано авторами.

отмечалось, поскольку сетевой капитал обладает высокой степенью специфичности (его ценность проявляется в сочетании с другими видами капитала компании), исчисление его абсолютной стоимости во многом не имеет экономического смысла (отсутствует стоимость отчуждения — нельзя продать отдельно). Поэтому важнее сопоставить размеры сетевого капитала различных компаний отрасли. А это можно сделать на основе анализа полученных значений при одном и том же значении величины β (рис. 2).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Лидерами по размеру сетевого капитала среди рассмотренных компаний выступают Microsoft и Apple с сопоставимыми размерами сетевого капитала. При этом по рыночной капитализации впереди компания Apple, а по размеру сетевого капитала — Microsoft. Эти компании имеют развитые экосистемы продуктов и сервисов. Microsoft сильна в корпоративном секторе, имеет широкую партнерскую сеть и развивает облачные сервисы (Azure). Apple имеет очень лояльную пользовательскую базу и развитую экосистему устройств и сервисов.

Twitter демонстрирует меньший сетевой капитал, чем у Microsoft и Apple, что может быть связано с меньшей пользовательской базой по сравнению с другими платформами, более узкой специализацией (микроблогинг), а также изменениями в руководстве и стратегии компании, которые также могли повлиять на сетевое взаимодействие с другими участниками.

За ними следует компания Alphabet (Google), у которой наблюдается определенная разрозненность проектов: реализуется множество экспериментальных проектов (Google X, Waymo, Verily), которые существуют отдельно от основного бизнеса. Некоторые продукты, такие как Google+, так и не смогли успешно интегрироваться в экосистему компании.

Oracle показывает средний размер сетевого капитала по сравнению с лидерами. Это можно связать с тем, что компания медленнее адаптировалась к облачным технологиям по сравнению с конкурентами.

Meta демонстрирует весьма скромный размер сетевого капитала, что можно объяснить более узкой специализацией по сравнению с диверсифицированными технологическими гигантами, а также недавними проблемами в репутации и обеспечении конфиденциальности данных, которые могли повлиять на оценку ее сетевого капитала.

Самый маленький размер сетевого капитала у Baidu — китайской компании, предоставляющей веб-сервисы, основным из которых является поисковая система с тем же названием. Она занимает пятое место на глобальном рынке поисковиков с долей 0,94% (на Google приходится 92,08%; на Яндекс — 1,45%). Baidu в основном ориентирована на китайский рынок, в то время как другие рассматриваемые компании глобальны. Ограничения китайского правительства деятельности иностранных технологических компаний защищают Baidu на внутреннем рынке, но одновременно снижают ее возможности создавать глобальные сетевые эффекты с партнерами.

На основании проведенной оценки сетевого капитала компаний можно выявить ряд общих закономерностей.

1. Компании с более диверсифицированным портфелем продуктов и услуг, а также с более интегрированными экосистемами (Microsoft, Apple) показывают больший сетевой капитал.

2. Компании с глобальным присутствием (Microsoft, Apple, Alphabet) имеют преимущество в накоплении сетевого капитала по сравнению с более локализованными игроками (Baidu).

3. Временной фактор может по-разному влиять на накопление сетевого капитала. С одной стороны, более зрелые компании (Microsoft, Apple, Oracle) имели больше времени для накопления связей и репутации, с другой — более молодые компании (Alphabet, Meta) смогли быстро нарастить сетевой капитал благодаря инновационным бизнес-моделям и технологиям.

4. Компании, использующие платформенный подход, имеют больше возможностей накапливать сетевой капитал (Alphabet с Android и экосистемой приложений, Apple с App Store, Microsoft с Azure и экосистемой для разработчиков).

5. Различия в институциональной среде могут влиять на способность компаний накапливать сетевой капитал: международные экспансии китайских компаний (как Baidu) ограничены; крупные технологические компании в США и Европе сталкиваются с растущим антимонопольным давлением.

6. Способность компаний формировать стратегические альянсы и проводить успешные слияния и поглощения влияет на их сетевой капитал (Microsoft укрепила свои позиции благодаря приобретению LinkedIn и GitHub; Google расширила свое влияние через покупку YouTube и Android).

7. Компании, создающие открытые сервисы и стандарты, могут увеличивать свой сетевой капитал за счет привлечения большего числа разработчиков и партнеров (Google с Android и открытым исходным кодом).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был предложен новый подход к оценке сетевого капитала компании как экосистемы. Было обосновано, что использование для расчета любых видов неосязаемых активов допущения о том, что стоимость общего капитала компании представляет собой сумму стоимостей отдельных видов принадлежащих ей капиталов, не является корректным в силу специфичности соответствующих активов, обусловленной их комплементарным характером.

Выдвинуто предположение о том, что воздействие различных видов капитала на стоимость компании имеет не аддитивный, а мультипликативный характер. Предложена модификация функции Кобба—Дугласа для расчета зависимости стоимости компании от различных видов принадлежащих ей капиталов и экономической эффективности деятельности компании.

На упрощенной модели наличия двух видов капитала: имущественного, равного чистой балансовой стоимости активов компании, и сетевого, характеризующего конкурентные преимущества компании, связанные с имеющимися у нее связями, были проведены оценки сетевого капитала семи компаний IT-отрасли. При этом речь шла не об исчислении абсолютной стоимости сетевого капитала конкретной компании (в силу комплементарности данного актива ее в чистом виде не существует), а о сравнении сетевого капитала различных компаний.

Полученные результаты можно интерпретировать с экономической точки зрения, что свидетельствует о допустимости предлагаемого подхода к исследованию различных видов капитала компании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Козырев А.Н.** (2004). *Интеллектуальный капитал: состояние проблемы*. Режим доступа: http://www.labrate.ru/kozyrev/kozyrev_doklad_i-capital_2004.htm [**Kozyrev A.N.** (2004). *Intellectual capital: The state of the problem*. Available at: http://www.labrate.ru/kozyrev/kozyrev_doklad_i-capital_2004.htm (in Russian).]
- Козырев А.Н.** (2022). *Экономические измерения: инструменты и неустраняемые противоречия*. Доклад в ЦЭМИ РАН. 19.12.2022 г. [**Kozyrev A.N.** (2022). *Economic dimensions: Tools and irremediable contradictions*. Report to the Central Research Institute of the Russian Academy of Sciences. 19.12.2022 (in Russian).]

- Комарова И.П.** (2022). Понятие и типы сетевого капитала (на примере авиастроения) // *Экономика и математические методы*. Т. 58. № 1. С. 104–112. DOI: 10.31857/S042473880018963-8 [**Komarova I.P.** (2022). The concept and types of network capital (example of aircraft industry). *Economics and Mathematical Methods*, 58, 1, 104–112. DOI: 10.31857/S042473880018963-8 (in Russian).]
- Маркс К.** (1951). *Капитал*. Т. 3. Пер. И.И. Степанова-Скворцова. Ленинград: Государственное издательство политической литературы. 932 с. [**Marx K.** (1951). *Capital*. Vol. 3. Transl. by I.I. Stepanov-Skvortsov. Leningrad: State Publishing House of Political Literature. 932 p. (in Russian).]
- Маркс К.** (1952). *Капитал*. Т. 1. Пер. И.И. Степанова-Скворцова. Ленинград: Государственное издательство политической литературы. 794 с. [**Marx K.** (1952). *Capital*. Vol. 1. Transl. by I.I. Stepanov-Skvortsov. Leningrad: State Publishing House of Political Literature. 794 p. (in Russian).]
- Пикетти Т.** (2015). *Капитал в XXI веке*. Пер. с фр. А.Л. Дунаева, науч. ред. А.Ю. Володин. М.: Ад Маргинем Пресс. 592 с. [**Piketty T.** (2015). *Capital in the XXI century*. Transl. by A.L. Dunaev. A. Yu. Volodin (sci. ed.). Moscow: Ad Marginem Press. 592 p. (in Russian).]
- Смит А.** (2016). *Исследование о природе и причинах богатства народов*. Пер. с англ. П. Клюкина. М.: Эксмо. 1056 с. [**Smith A.** (2016). *An inquiry into the nature and causes of the wealth of nations*. Transl. by P. Klyukin. Moscow: Eksmo. 1056 p. (in Russian).]
- Стюарт Т.А.** (2007). *Интеллектуальный капитал. Новый источник богатства организаций*. Пер. с англ. В. Ноздриной. М.: Поколение. 368 с. [**Stewart T.A.** (2007). *Intellectual capital: The new wealth of organizations*. Transl. by V. Nozdrina. Moscow: Generation. 368 p. (in Russian).]
- Bourdieu P.** (1986). The forms of capital. J. Richardson. *Handbook of Theory and Research for the Sociology of Education*. Westport: Greenwood, 241–258.

About the approach to measure company's network capital

© 2024 I.P. Komarova, E.V. Ustyuzhanina

I.P. Komarova,

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia; e-mail: Komarova.IP@rea.ru

E.V. Ustyuzhanina,

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia; e-mail: dba-guu@yandex.ru

Received 19.07.2024

The research was funded by the Russian Science Foundation (project No. 23-28-01241 «Development of a theoretical model for transforming global value chains under the influence of external shocks»).

Abstract. In modern scientific literature the category of «capital» is beginning to be applied to a wide range of company assets that can bring economic benefits over a long period of time. Various researchers distinguish human, intellectual, social, network and other types of capital. This makes it urgent to develop new approaches to assessing various types of capital, taking into account their complementary specificity. Within the framework of this article the task is to propose a new approach to measure company's network capital. Existing methods for estimating company's value are often based on summing up the costs of individual types of capital. However, such an additive approach does not consider the complementary nature of different types of capital. The work proposes to use a multiplicative approach based on the modified Cobb–Douglas function, which takes into account property and network capital as well as the economic efficiency of the company. This approach takes into account the complementarity of different types of capital and their combined impact on the value of a company. Seven leading global companies in the IT industry (Microsoft, Apple, Oracle Corp., Alphabet, Baidu, Meta, Twitter) were chosen as the empirical basis for the study. The proposed approach made possible to compare the network capital of different companies and identify the factors influencing its accumulation.

Keywords: capital, real capital, intellectual capital, network capital, company valuation, property capital, market capitalization.

JEL Classification: D85, L14.

UDC: 330.14.014, 334.752.

For reference: **Komarova I.P., Ustyuzhanina E.V.** (2024). About the approach to measure company's network capital. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 5–14. DOI: 10.31857/S0424738824040019 (in Russian).

Влияние сферы исследований и разработок на экономики стран мира: статистический анализ

© 2024 г. М.С. Вареник

М.С. Вареник,

*Высшая школа государственного администрирования, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва;
e-mail: msvarenik@anspa.ru*

Поступила в редакцию 07.06.2024

Аннотация. Актуальность эффективного управления научной сферой нарастает год от года, требуя непрерывного уточнения закономерностей получения экономической отдачи от сектора исследований и разработок. В статье рассмотрено современное состояние взаимного влияния развития и финансирования науки в различных странах мира, с одной стороны, и относительных (подушевых) объемов их экономик — с другой. Использовалась широкая линейка показателей, в том числе патентная активность, расходы на исследования и разработки, численность исследователей и число публикаций в изданиях, входящих в базу данных “Scopus”, по предметным областям (относительно численности населения стран). Показано, что наиболее тесная связь между уровнем ВВП по ППС на душу населения и показателями научно-инновационной активности имеет место для общего числа публикаций и для публикаций по предметной области, связанной с экономическими дисциплинами. Выведена формула линейной множественной регрессии взаимозависимости показателей научно-изобретательской деятельности стран мира и уровня их экономики. В формулу вошли только подушевые показатели числа публикаций по экономике и расходов на науку. Сравнение смоделированных данных с реальными показало, что страны, активно занятые добычей нефти и газа (в том числе Россия), демонстрируют уровень экономики выше ожидаемого. Большинство стран — лидеров мировой экономики (США, КНР, Япония, Германия, Франция, Великобритания) имеют уровень экономики, хорошо описываемый полученной моделью. Обеспечение высоких расходов на исследования и разработки имеет первостепенное значение для современного экономического роста. Кроме того, важен общий высокий уровень публикационной активности, с особым вниманием на развитие исследований в такой предметной области, как экономическая наука.

Ключевые слова: показатели развития науки, связь науки с экономическим развитием, исследования и разработки, расходы на НИОКР, публикационная активность, ВВП на душу населения.

Классификация JEL: O30, O33.

УДК: 330.105.

Для цитирования: **Вареник М.С.** (2024). Влияние сферы исследований и разработок на экономики стран мира: статистический анализ // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 4. С. 15–26. DOI: 10.31857/S0424738824040021

ВВЕДЕНИЕ

Наука и инновации являются ключевым ресурсом развития человечества в последние два столетия, а в перспективе — основой для полномасштабного развертывания цифровой экономики будущего (Макаров, Бахтизин, Логинов, 2022) и преодоления глобальных вызовов и их проекций на уровне отдельных стран и даже регионов (Макаров и др. 2014, 2016). Целью настоящей работы является уточнение глобальных закономерностей влияния различных параметров научной сферы и изобретательства на рост экономики с использованием некоторых новых показателей развития науки.

Среди классических фундаментальных работ, предлагавших учитывать развитие науки при изучении экономического роста, следует отметить статью П. Ромера «Эндогенные технологические изменения» (Romer, 1990) об эндогенной природе технологического прогресса, а также результаты Ф. Агиона и П. Хоуитта, разработавших модель эндогенного роста, учитывавшую роль НИОКР в экономическом росте. Их подход, основанный на идее «созидательного разрушения», показал значительное влияние на экономический рост со стороны инноваций (даже какая-либо одна

инновация потенциально способна в их модели трансформировать всю экономику в целом), наличия квалифицированной рабочей силы и продуктивности исследований (Aghion, Howitt, 1992). Целостное и детализированное описание теории эндогенного роста представлено в классической работе (Barro, Sala-i-Martin, 1995).

Практически одновременно можно отметить существенную активизацию исследовательского интереса к вопросу перетока знаний, генерируемых наукой (spillover effect), из ведущих в научном отношении субъектов к субъектам отстающим. Такой переток является одним из ключевых факторов экономического роста в эндогенной теории роста и может наблюдаться для разных типов субъектов на разных уровнях — к примеру, на локальном уровне было показано, что результаты инвестиций в НИОКР, осуществляемых частными корпорациями и университетами, перетекают к другим компаниям, которые могут пользоваться ими для повышения эффективности производства, оптимизации бизнес-процессов и т.д. (Jaffe, 1989; Acs, Audretsch, Feldman, 1994).

На межнациональном уровне Дж. Гроссман и Э. Хелпман показали, что подобный переток научных и технологических знаний между странами может являться одним из важных каналов, через которые осуществляется влияние уровня международной экономической открытости этих стран на их экономический рост (Grossman, Helpman, 1991). При этом было установлено, что кластеризация экономической деятельности активизируется там и тогда, где и когда генерируются новые знания за счет сочетания НИОКР с фундаментальной наукой, что становится возможным лишь при наличии квалифицированных кадров (Audretsch, Feldman, 1996).

Значительный массив научных знаний накоплен к настоящему времени по вопросу влияния *развития науки на суммарную факторную производительность* (СФП). По состоянию на начало 1990-х годов Д. Коу и Э. Хелпман, оценив влияние запасов НИОКР самой страны и ее торговых партнеров на суммарную факторную производительность в данной стране, пришли к выводу, что благодаря перетоку знаний в глобальном масштабе примерно четверть всех выгод от инвестиций в НИОКР в семи крупнейших экономиках мира получали не сами эти экономики, а их торговые партнеры (Coe, Helpman, 1995). В этом свете стоит отметить также работу Х.-Ю. Энгельбрехта, который перепроверил результаты Коу и Хелпмана, дополнив их модель общей переменной человеческого капитала, «которая учитывает инновации за пределами сектора НИОКР и другие аспекты человеческого капитала, не охваченного формальными НИОКР» (Engelbrecht, 1997, p. 1479). В результате оценки важности НИОКР несколько снизились по сравнению с оценками, полученными Коу и Хелпманом, но остались однозначно статистически значимыми. При этом переток научных и технологических знаний оказался значимым и для развивающихся, и для развитых стран (Keller, 2004). В конце 2000-х годов Коу и Хелпман перепроверили свои результаты, расширив набор используемых данных, и показали, что запасы капитала в области НИОКР оказывают *измеримое влияние* на СФП, даже после учета влияния человеческого капитала. Д. Францен подтверждает, что как НИОКР, так и человеческий капитал играют значительную роль в СФП. При этом СФП испытывает влияние как внутренних (особенно в развитых странах), так и зарубежных НИОКР (Frantzen, 2000).

Более того, было показано, что переток знаний напрямую зависит от расстояния и оказывает-ся значительно более интенсивным между соседними странами (Bahar, Hausmann, Hidalgo, 2014). При этом расстояние (и соседство) может измеряться не только по географической близости, но и по иным параметрам сходства (близости) / различия (удаленности). Например, Э. Марроку с соавторами выделяют близость по институциональному, технологическому, социальному и организационному признакам и показывают, насколько генерация новых знаний в некотором регионе усиливается потоками знаний, поступающими из соседних регионов, зависит в первую очередь от технологической близости между этими регионами (этот вид близости оказывается даже более значимым, чем географическая) (Magroci, Paci, Usai, 2013). Переток также зависит от интенсивности миграционных потоков между странами — распространение знаний, по мнению ряда ученых, требует прямого человеческого взаимодействия; соответственно, *международное распространение знаний должно во многом следовать модели международной миграции* (Bahar, Rapoport, 2018).

Было установлено, что влияние науки на экономическое развитие в целом и СФП в частности весьма неоднородно, поскольку страны, «в которых простота ведения бизнеса и качество систем высшего образования относительно высоки, как правило, больше выигрывают от собственных усилий в области НИОКР, от международных вторичных эффектов НИОКР и от формирования человеческого капитала» (Coe, Helpman, Hoffmaister, 2009, p. 723). Иными словами, нет оснований утверждать, что переток научных знаний однозначно оказывается полезнее, например, для

развивающихся стран по сравнению с развитыми. Тем не менее именно развитие науки и интенсификация перетока научных знаний вкупе с ростом открытости могли существенно способствовать появлению экономической конвергенции начала XXI в., получившему в западной научной литературе название «the rise of the rest» («подъем остальных»).

Суть этого явления состоит в том, что вначале среднеразвитые, а затем и наименее развитые страны стали обгонять развитые страны по темпам экономического роста, что привело к сокращению экономического разрыва между ними, начиная примерно с 2000-х годов (Grinin, Korotayev, 2015; Korotayev, Zinkina, 2014). Разумеется, это обобщение скрывает за собой множество примеров отдельных стран с их специфическими особенностями. Однако было показано, что рост экономической открытости страны ведет к повышению конкуренции, что стимулирует генерацию инноваций на предприятиях этой страны (Shu, Steinwender, 2019; Aghion et al., 2001; Coelli, Moxnes, Ulltveit-Moe, 2022), для чего задействуются, в том числе, и полученные в результате перетока научные и технологические знания. Так, ряд ученых показывает, что подобные явления имели место, например в Китае, и внесли существенный вклад в темпы китайского экономического роста в XXI в. (Bloom, Draca, Reenen, 2016; Cai, Cui, Li, 2023).

К настоящему времени получено значительное число количественных оценок вклада развития науки в экономическое развитие. Например, в 2015 г. инвестиции в НИОКР в секторе информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) в Европейском союзе составили около 30 млрд евро, что принесло европейской экономике около 581 млрд евро и обеспечило рабочими местами примерно 5,8 млн человек (Nair, Pradhan, Arvin, 2020). Уже довольно давно было показано, что в рамках Европы в отсталых регионах очень мало внимания уделяется НИОКР, а увеличение расходов на НИОКР имеет решающее значение для роста бедных европейских регионов (в том случае, если рост расходов на НИОКР поддерживается высоким качеством институтов) (Fagerberg, Verspagen, Caniels, 1997). Однако подобная трансформация скорее всего будет чрезвычайно медленной, поскольку большинству регионов необходимо развить для этого «способность местного населения усваивать любые исследования, проводимые на местном уровне или в соседних регионах, и превращать ее в инновационную и экономическую деятельность» (Rodríguez-Pose, Crescenzi, 2008, p. 63).

Имеется ряд исследований, сфокусированных на влиянии науки на экономическое развитие российских регионов и России в целом. В одном из таких исследований, в рамках которого рассматривалось 80 регионов России за период 2005–2013 гг., была показана значимость НИОКР и расходов на технологические инновации, а также установлено, что поглощающая способность отстающих в сфере инноваций регионов недостаточно высока для эффективной адаптации новых технологий из технологически инновационных регионов (Kaneva, Untura, 2019). Другое исследование того же авторского коллектива выявило для всех регионов, финансирующих НИОКР, рост не только ВРП на душу населения, но и изобретательской активности (Унтура, Канева, Заболотский, 2019). Еще одно исследование российских регионов выявило значительные затраты на НИОКР, соседство с более богатыми регионами и конкуренцию с «соседями» за человеческий капитал в качестве условий, необходимых для роста ВРП на душу населения (Голиченко, 2017). В то же время проведенный учеными Института проблем развития науки РАН сравнительный анализ изобретательской активности населения России показал, что она выше, чем можно было бы ожидать, исходя из кадрового научного потенциала России, а также уровня ВВП на душу населения и расходов на исследования и разработки (Заварухин, Чинаева, Чурилова, 2023).

Чаще всего в исследованиях, изучающих влияние науки на экономическое развитие, используется объем инвестиций в научную сферу (вложения в НИОКР). В работах (Заварухин и др., 2021a, 2021b; Черных и др., 2020; и др.) отмечается, что основными и наиболее информативными показателями развития науки являются внутренние затраты на исследования и разработки, ассигнования из средств государственного бюджета, а также удельный вес затрат на исследования и разработки в ВВП. Используется также показатель доли занятых в НИОКР во всем населении страны. Однако еще в 1995 г. Ч. Джоунс предостерегал от построения моделей, учитывающих эти показатели, на эффекте масштаба — удвоение численности занятых в НИОКР не приведет к удвоению производительности или темпов экономического роста на душу населения (Jones, 1995). Отдача от НИОКР также измеряется с использованием эконометрических моделей (подробное обсуждение вопросов измерения и эконометрических вопросов, возникающих при оценке моделей, представлено в работе Б. Холла и коллег (Hall, Mairesse, Mohnen, 2010)). Как было показано в систематическом обзоре исследований влияния инноваций на экономические показатели европейских регионов, такие исследования в основном использовали один из трех подходов: а) анализ связи

между инвестициями в НИОКР, патентами и экономическим ростом; б) исследование существования и эффективности региональных инновационных систем; в) изучение географического пространства знаний между регионами. Однако эти взаимодополняющие подходы редко комбинировались (Rodríguez-Pose, Crescenzi, 2008).

В настоящей работе предлагается для статистического анализа влияния развития науки на развитие экономики использовать, наряду с традиционными показателями развития науки — такими как расходы на НИОКР в пересчете на душу населения и численность исследователей в пересчете на душу населения, — относительно новый показатель числа научных публикаций в пересчете на душу населения — как в целом, так и по отдельным дисциплинам.

ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

На первом этапе исследования была сформирована выборка из 97 стран, по которым имелись данные по выбранному автором перечню показателей (по данным Всемирного банка, для других стран из данного перечня показателей не доставало):

- ВВП (ППС) на душу населения (долл.), 2022 г.;
- число научных публикаций на душу населения, 2022 г. (сведения по публикациям — данные наукометрического ресурса Scimago);
- число публикаций, индексируемых Scopus, в различных предметных областях на душу населения в 2022 г. (медицина, математика, компьютерные науки, экономика, эконометрика и финансы, гуманитарные науки, физика и астрономия, технические науки, сельскохозяйственные и биологические науки);
- заявки на патенты (резиденты) на душу населения в 2020 г. (ближайший год, для которого известно число заявок по максимальному числу стран в выборке);
- число исследователей, занимающихся НИОКР на душу населения в 2020 г. (или ближайший год, для которого данный показатель известен);
- расходы на исследования и разработки (долл.) на душу населения в 2020 г. (ближайший год, для которого известны показатели по большинству стран выборки).

Далее была построена и исследована множественная линейная регрессия взаимозависимости уровня экономики от данных показателей.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На первом этапе исследования для проверки модели на предмет мультиколлинеарности была построена корреляционная матрица исследуемых показателей (табл. 1).

Представленные в табл. 1 данные свидетельствуют о весьма высоком уровне корреляции между уровнем публикационной активности стран мира и их подушевым ВВП по ППС. При этом патентная активность коррелирует с данным показателем довольно слабо (наибольшие ее показатели имеются у стран, не являющихся лидерами по формальному относительному уровню экономики, измеряемому в ВВП по ППС на душу населения). Публикационная активность в различных научных дисциплинах демонстрирует разную степень взаимосвязанности с уровнем развития экономики — больше всего с ним связана общая публикационная активность, а также уровень публикационной активности в области экономических наук. Наименее связаны с уровнем развития экономики показатели публикационной активности в физике и сельскохозяйственных науках. При этом уровни публикационной активности в различных научных дисциплинах хорошо коррелируют между собой, однако следует отметить, что именно для физики характерны наименьшие значения корреляции с другими дисциплинами.

Очевидно, публикационная активность является частью инновационного роста экономики, которая сама по себе является объектом научных исследований. Научные публикации сопровождают и являются следствием фундаментальных и прикладных исследований, процесса внедрения и его последствий. Кроме того, чем выше подушевой ВВП, тем больше возможности для большего числа людей заниматься наукой. Таким образом, подушевая публикационная активность стран

Таблица 1. Корреляционная матрица исследуемых параметров

Показатель	ВВП (ППС)*	Число научных публикаций	Число публикаций Scopus								Заявки на патенты, резиденты	Исследователи, занимающиеся НИОКР	Расходы на исследования и разработки*
			Медицина	Математика	Компьютерные науки	Экономика, эконометрика и финансы	Гуманитарные науки	Физика и астрономия	Технические науки	Сельскохозяйственные и биологические науки			
Год	2022	2022	2022	2022	2022	2022	2022	2022	2022	2022	2020	2020	2020
ВВП (ППС)*, долл.	1												
Число научных публикаций Scopus*	0,79	1											
В том числе в предметных областях:													
медицина	0,77	0,96	1										
математика	0,75	0,91	0,80	1									
компьютерные науки	0,70	0,88	0,75	0,97	1								
экономика, эконометрика и финансы	0,78	0,92	0,84	0,91	0,89	1							
гуманитарные науки	0,72	0,96	0,89	0,87	0,86	0,91	1						
физика и астрономия	0,65	0,81	0,84	0,66	0,57	0,64	0,70	1					
технические науки	0,73	0,91	0,79	0,95	0,98	0,87	0,87	0,64	1				
сельскохозяйственные и биологические науки	0,64	0,88	0,87	0,70	0,65	0,80	0,88	0,75	0,68	1			
Заявки на патенты, резиденты**	0,17	0,11	0,12	0,08	0,08	0,03	0,02	0,24	0,14	0,06	1		
Исследователи, занимающиеся НИОКР**	0,68	0,78	0,77	0,67	0,63	0,69	0,72	0,80	0,69	0,74	0,44	1	
Расходы на исследования и разработки*, долл.	0,68	0,72	0,80	0,58	0,49	0,57	0,61	0,82	0,53	0,64	0,40	0,73	1

* На душу населения.

Источники: The World Bank: Data. GDP per capita, PPP (current international \$) (<https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.PP.CD>), Scimago Journal & Country Rank: All subject areas (<https://www.scimagojr.com/countryrank.php>), The World Bank: Data. Patent applications, residents (<https://data.worldbank.org/indicator/IP.PAT.RES.D>), The World Bank: Data. Researchers in R&D (per million people) (<https://data.worldbank.org/indicator/SP.POP.SCIE.RD.P6>); The World Bank: Data. Research and development expenditure (% GDP) (<https://data.worldbank.org/indicator/GB.XPD.RSDV.GD.ZS>), The World Bank: Data. Population, total (<https://data.worldbank.org/indicator/SP.POP.TOTL>).

оказывается наиболее значимым общим показателем научного развития, влияющим на экономический рост.

Для построения линейной регрессионной модели были использованы следующие входные данные (табл. 2–3). Результирующим показателем у является ВВП (ППС) (в долл. на душу населения) за 2022 г. по странам мира, а роль факторных переменных играют: 1) число индексируемых Scopus публикаций исследователей из данной страны по предметной области «экономика, эконометрика и финансы» (на душу населения) за 2022 г.; 2) расходы на исследования и разработки (в долл. на душу населения) за 2020 г. Показатель общего числа научных публикаций, индексируемых Scopus, на душу населения в 2022 г. не был включен в множественную регрессию из-за наличия сильной корреляции с показателем «Расходы на исследования и разработки в долларах, на душу населения, 2020 г.» (значение парной корреляции $|r| > 0,7$).

Таблица 2. Входные данные (на душу населения) для анализа

Страна	ВВП (ППС), тыс. долл.	Число публикаций Scopus (экономика, эконометрика и финансы)	Расходы на исследования и разработки, долл.
Австралия	62,63	0,12	946,14
Австрия	67,94	0,08	1562,52
Азербайджан	17,76	0,01	9,49
Аргентина	26,51	0,01	38,84
Армения	18,94	0,00	9,43
Беларусь	22,59	0,01	35,92
Бельгия	65,03	0,07	1582,75
Болгария	33,58	0,02	86,66
Босния и Герцеговина	20,38	0,02	12,56
Бурунди	0,84	0,00	0,46
Великобритания	54,60	0,10	688,63
Венгрия	41,91	0,06	259,24
Вьетнам	13,46	0,01	19,07
Гамбия	2,51	0,00	0,49
Гватемала	10,82	0,00	1,22
Германия	63,15	0,05	1470,66
Гонконг	69,05	0,12	455,40
Греция	36,84	0,07	264,20
Грузия	20,11	0,01	12,80
Дания	74,01	0,13	1804,03
Египет	15,09	0,00	34,36
Израиль	49,51	0,04	2437,70
Индия	8,38	0,00	12,55
Индонезия	14,65	0,01	10,94
Ирак	10,86	0,00	1,87
Иран	18,08	0,01	24,27
Ирландия	126,91	0,11	1052,66
Исландия	69,08	0,13	1453,74
Испания	45,83	0,05	378,89
Италия	51,87	0,06	489,60
Казахстан	30,81	0,01	11,50
Канада	58,40	0,06	736,00
Катар	114,65	0,06	277,95
Кипр	49,93	0,16	166,18
Китай	21,48	0,01	249,91
Колумбия	20,29	0,01	15,28
Коста-Рика	24,92	0,00	45,24
Куба	9,50	0,02	49,24
Кувейт	58,06	0,03	45,34
Киргизия	6,13	0,00	1,06
Латвия	39,96	0,04	128,45
Литва	48,40	0,08	235,26
Люксембург	142,21	0,24	1324,64
Маврикий	26,91	0,01	37,91
Мадагаскар	1,77	0,00	0,06
Макао	55,34	0,19	169,02
Македония	20,16	0,03	22,41
Малайзия	33,43	0,05	105,70
Мали	2,52	0,00	1,30

Окончание таблицы 2

Страна	ВВП (ППС), тыс. долл.	Число публикаций Scopus (экономика, эконометрика и финансы)	Расходы на исследования и разработки, долл.
Мальта	55,93	0,06	198,51
Мексика	21,51	0,01	26,05
Молдова	15,24	0,01	9,96
Монголия	14,23	0,01	5,38
Мьянма	4,87	0,00	2,18
Нидерланды	69,58	0,10	1196,73
Новая Зеландия	51,97	0,15	587,88
Норвегия	114,90	0,12	1555,42
Объединенные Арабские Эмираты	87,73	0,07	545,37
Оман	41,72	0,04	61,99
Пакистан	6,44	0,01	2,66
Панама	39,28	0,00	19,57
Парагвай	15,98	0,00	7,37
Перу	15,05	0,01	10,41
Польша	43,27	0,03	220,18
Португалия	41,45	0,09	359,75
Россия	36,49	0,02	113,79
Руанда	2,79	0,00	5,87
Румыния	41,89	0,03	61,37
Сальвадор	11,10	0,00	6,92
Саудовская Аравия	59,07	0,02	106,54
Сербия	23,91	0,03	70,06
Сингапур	127,57	0,10	1158,47
Словакия	37,46	0,08	178,13
Словения	50,03	0,05	548,55
США	76,40	0,04	2191,86
Таджикистан	4,89	0,00	0,76
Таиланд	20,67	0,01	80,00
Тринидад и Тобаго	27,78	0,01	8,47
Тунис	12,49	0,04	26,18
Турция	37,27	0,02	93,22
Узбекистан	9,53	0,00	2,45
Украина	12,67	0,02	14,41
Уругвай	28,84	0,02	75,60
Филиппины	10,13	0,00	10,39
Финляндия	59,03	0,10	1443,35
Франция	55,49	0,04	919,72
Хорватия	40,38	0,06	177,73
Черногория	26,98	0,03	27,89
Чехия	49,95	0,07	457,80
Чили	30,21	0,02	44,89
Швейцария	83,60	0,13	2695,49
Швеция	64,58	0,10	1863,71
Шри-Ланка	14,41	0,00	4,94
Эстония	46,70	0,08	422,94
Южная Африка (ЮАР)	15,91	0,02	35,33
Южная Корея (Республика Корея)	50,07	0,03	1527,22
Япония	45,57	0,01	1304,84

Источник: аналогично табл. 1. Число наблюдений — 97.

Таблица 3. Корреляционная матрица переменных модели

Переменная	ВВП (ППС), долл.	Число публикаций Scopus (экономика, эконометрика и финансы), ед.	Расходы на исследования и разработки, долл.
ВВП (ППС), долл. на душу населения	1		
Число публикаций Scopus (экономика, эконометрика и финансы) на душу населения	0,78	1	
Расходы на исследования и разработки в долларах на душу населения, 2020 г.	0,68	0,57	1

Рассмотрим основные результаты, представленные в табл. 4: t — критерий Стьюдента, использующийся для оценки статистической зависимости коэффициентов уравнения множественной регрессии. Так как наблюдаемые (фактические) значения в t -статистике выше (7,24; 8,13; 4,92), чем t -табличное (1,98), то коэффициент регрессии является значимым с данной доверительной вероятностью. Это свидетельствует о том, что расхождения между вычисленными средними значениями, существенны и имеют неслучайный характер, во временном ряду существует тенденция средней и имеет место тренд.

Таблица 4. Результаты регрессионного анализа (А — регрессионная статистика, Б — результаты дисперсионного анализа, В — переменные и коэффициенты формулы регрессии и их статистические параметры)

(А)						
Множественный R					0,83	
R^2					0,68	
Нормированный R^2					0,68	
Стандартная ошибка					16 769,7	
Наблюдения					97	
(Б)						
Показатель	df	SS	MS	F	Значимость F	F-критерий Фишера
Регрессия	2	57163956237	28581978118	101,63	3,15E-24	3,09
Остаток	94	26434960185	281222980,7			
Итого	96	83598916422				
(В)						
Переменная, на душу населения	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение: ВВП (ППС)	16728,03	2311,88	7,24	1,238E-10	12137,75	21318,32
Переменная X1: число публикаций Scopus (экономика, эконометрика и финансы)	354,5	43,63	8,13	1,738E-12	267,88	441,12
Переменная X2: расходы на исследования и разработки	1,64E-05	3,33755E-06	4,92	3,74603E-06	9,77843E-06	2,3032E-05

Примечание. t -критерий = 1,98.

Фактическое значение F-статистики Фишера равно 101,63, что выше табличного значения 3,09 (при вероятности $\alpha = 0,05$ и степенях свободы $\nu_1 = 2$, $\nu_2 = 94$), указывает на статистическую значимость полученной модели.

Таким образом, в результате расчетов было получено уравнение множественной регрессии:

$$y = 16728 + 354,5x_1 + (1,64E-05)x_2. \quad (1)$$

Таким образом, расходы на науку и относительная публикационная активность оказываются наиболее значимыми среди других показателей научно-инновационной сферы для обеспечения экономического роста. Увеличение x_1 на 1 ед. изм. приводит к увеличению y в среднем на 354.5 ед. изм.; увеличение x_2 на 1 ед. изм. приводит к увеличению y в среднем на 1,64E-05 ед. изм. Статистическая значимость уравнения проверена с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера. Также установлено, что параметры модели статистически значимы. Полученное уравнение регрессии описывает 68,4% вариации величины ВВП (ППС) на душу населения.

Из графика на рисунке видно, что ряд точек, соответствующих реальным показателям стран, располагается выше, а ряд смоделированных значений — ниже. При этом для стран с относительно меньшим ВВП (ППС) на душу населения различие между наблюдаемыми и модельными значениями оказывается больше — можно отнести значительную часть этого явления на счет гипотезы о том, что на более низких уровнях экономического развития более значимыми оказываются иные факторы, чем развитие науки и инноваций. Однако эта гипотеза требует дополнительной верификации, выходящей за рамки настоящего исследования. Полученная формула регрессии демонстрирует общее и оптимальное сочетание влияния показателей сферы исследований и разработок на уровень экономического развития. В этой связи интересны значительные отклонения реальных значений данного уровня от смоделированных значений. Ниже смоделированных значений находится ряд нефтегазодобывающих стран: их ВВП по ППС на душу населения значительно выше, чем можно было бы ожидать, исходя из уровня их научно-инновационной активности, что

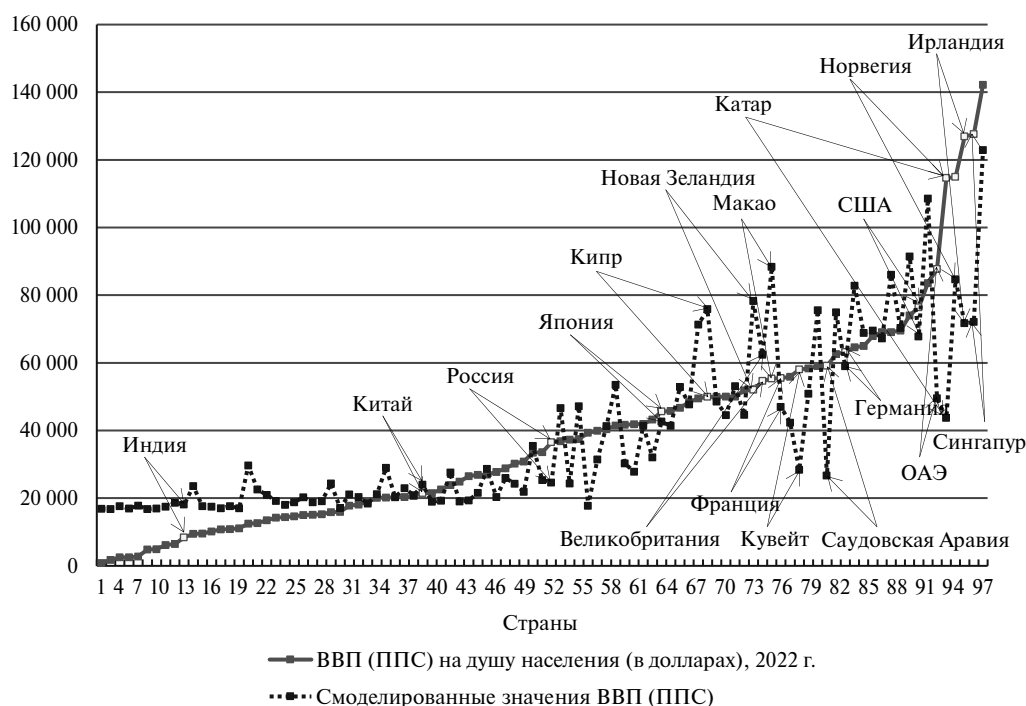


Рисунок. ВВП (ППС) стран мира на душу населения (в долл.) в 2022 г. и смоделированных (предсказанных) значений ВВП (ППС) на душу населения в 2022 г.

Примечание. По оси абсцисс: место страны в рейтинге рассматриваемых 97 стран по наблюдаемому в 2022 г. значению ВВП (ППС) на душу населения (в порядке по возрастанию); по оси ординат — ВВП (ППС) на душу населения в 2022 г.

Источник: данные Всемирного банка, расчетные результаты авторской модели.

естественно, поскольку их добывающая промышленность довольно слабо зависит от собственных научно-инновационных разработок. Важно, что смоделированные значения для крупных развитых экономик — США, Китая, Франции, Германии, Японии и Великобритании (отмечены на рисунке), как правило, демонстрируют небольшое отклонение от реальных значений. Очевидно также, что формула плохо работает для стран с низким подушевым ВВП. С одной стороны, это связано с тем, что линейная регрессия не совсем адекватна нелинейным процессам влияния науки на экономический рост, а с другой — развитие этих стран связано в основном с заимствованием внешних инноваций, а не с производством своих.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из полученных в работе результатов наиболее важно, что продуктивность исследований ученых стран мира оказалась наиболее значимым в универсальном плане показателем, влияющим (взаимно) на экономический рост, более, например, важным фактором, чем численность проводящих их исследователей и патентная активность. Интересно, что проведенное исследование выявило: из всех научных дисциплин именно экономическая наука оказывается в наибольшей степени связанной с показателями развития национальных экономик. Современная экономическая наука — междисциплинарна, ее развитие отражает и развитие математики, и развитие науки и образования в целом. Исследования сопровождают инновационный процесс на всех его стадиях — от фундаментальных работ и постановки инновационных задач до внедрения разработок и его последствий. При этом очевидно, что речь здесь идет именно о взаимном влиянии — высокие показатели научной активности определяются и высоким уровнем развития экономики, позволяющим финансировать исследования. Полученная формула регрессии отражает значительную зависимость экономик мира (начиная от уровня подушевого ВВП Китая и выше) от интенсивности исследований и расходов на науку. Конечно, линейная регрессия не является идеальным инструментом, описывающим созависимость уровня развития научной сферы и национальных экономик, эта зависимость, очевидно, сложнее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Голиченко О. (2017). Государственная политика и провалы инновационной системы // *Вопросы экономики*. № 2. С. 97–108. [Golichenko O. (2017). State policy and failures of the innovation system. *Voprosy Ekonomiki*, 2, 97–108 (in Russian).]
- Заварухин В.П., Соломенцева О.А., Солопова М.А., Чинаева Т.И. и др. (2021a). *Показатели развития российской и мировой науки: сравнительный анализ: аналитико-статистический сборник*. Вып. 3. 200 с. М.: Институт проблем развития науки (ИПРАН) РАН. DOI: 10.37437/9785912941689-21-sb4 [Zavarukhin V.P., Solomentseva O.A., Solopova M.A., Chinaeva T.I. et al. (2021a). *Indicators of the development of Russian and world science: comparative analysis: analytical and statistical collection*, 3. Moscow: Institute for the Study of Science (ISS RAS). DOI: 10.37437/9785912941689-21-sb4 (in Russian).]
- Заварухин В.П., Соломенцева О.А., Чинаева Т.И., Солопова М.А. (2021b). Сравнительный анализ основных показателей, характеризующих развитие научной сферы стран мира и России // *Инновации*. № 12 (278). С. 3–11. [Zavarukhin V.P., Solomentseva O.A., Chinaeva T.I., Solopova M.A. (2021b). Comparative analysis of the main indicators characterizing the development of the scientific sphere of the countries of the world and Russia. *Innovations*, 12, 278, 3–11 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Айвазян А.А., Афанасьев А.А., Бахтизин А.Р., Нанавян А.М. (2016). Моделирование развития экономики региона и эффективность пространства инноваций // *Форсайт*. Т. 10. № 3. С. 79–90. [Makarov V.L., Ayvazyan A.A., Afanasyev A.A., Bakhtizin A.R., Nanavyan A.M. (2016). Modeling the development of the regional economy and the efficiency of the innovation space. *Foresight*, 10, 3, 79–90 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Бахтизин А.Р., Нанавян А.М. (2014). Оценка эффективности регионов РФ с учетом интеллектуального капитала, характеристик готовности к инновациям, уровня благосостояния и качества жизни // *Экономика региона*. № 4. С. 9–30. [Makarov V.L., Ayvazyan S.A., Afanasyev M. Yu., Bakhtizin A.R., Nanavyan A.M. (2014). Assessing the effectiveness of regions of the Russian Federation taking into account intellectual capital, characteristics of readiness for innovation, the level of well-being and quality of life of the population. *Economics of Region*, 4, 9–30 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Логинов Е.Л. (2022). *Применение экономико-математических методов и моделей оптимального планирования в цифровой экономике будущего*. М.: ЦЭМИ РАН. [Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Loginov E.L. (2022). *Application of economic and mathematical methods and models of optimal planning in the digital economy of the future*. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]

- Унтура Г.А., Канева М.А., Заболотский А.А. (2019). Влияние науки, инноваций и концентрации производства на экономический рост регионов России // *Национальные интересы: приоритеты и безопасность*. Т. 15. № 12. С. 2327–2343. [Untura G.A., Kaneva M.A., Zabolotsky A.A. (2019). The influence of science, innovation and production concentration on the economic growth of Russian regions. *National Interests: Priorities and Security*, 15, 12, 2327–2343 (in Russian).]
- Черных С.И., Фролова Н.Д., Байбулатова Д.В. и др. (2020). *Зарубежный опыт финансирования исследований и разработок и возможности его применения в России*. М.: Институт проблем развития науки (ИПРАН) РАН. DOI: 10.37437/9785912941511-20-m5 [Chernykh S.I., Frolova N.D., Baybulatova D.V. et al. (2020). *Foreign experience in financing research and development and the possibility of its application in Russia*. Moscow: Institute for the Study of Science (ISS RAS) RAS. DOI: 10.37437/9785912941511-20-m5 (in Russian).]
- Acs Z.J., Audretsch D.B., Feldman M.P. (1994). R&D spillovers and recipient firm size. *The Review of Economics and Statistics*, 76, 2, 336–340.
- Aghion P., Harris C., Howitt P., Vickers J. (2001). Competition, imitation and growth with step-by-step innovation. *The Review of Economic Studies*, 68, 3, 467–492.
- Aghion P., Howitt P. (1992). A model of growth through creative destruction. *Econometrica*, 60, 2, 323–351.
- Audretsch D.B., Feldman M.P. (1996). R&D spillovers and the geography of innovation and production. *The American Economic Review*, 86, 3, 630–640.
- Bahar D., Hausmann R., Hidalgo C.A. (2014). Neighbors and the evolution of the comparative advantage of nations: Evidence of international knowledge diffusion? *Journal of International Economics*, 92, 1, 111–123.
- Bahar D., Rapoport H. (2018). Migration, knowledge diffusion and the comparative advantage of nations. *The Economic Journal*, 128, 612, F273–F305.
- Barro R.J., Sala-i-Martin X. (1995). *Economic Growth*. N.Y.: McGraw-Hill.
- Bloom N., Draca M., Reenen J. van (2016). Trade induced technical change? The impact of Chinese imports on innovation, IT and productivity. *The Review of Economic Studies*, 83, 1, 87–117.
- Cai M., Cui R., Li D. (2023). Trade with innovation benefits: A re-appraisal using micro data from China. *Journal of Asian Economics*, 89, 101664.
- Coe D.T., Helpman E. (1995). International R&D spillovers. *European Economic Review*, 39, 5, 859–887.
- Coe D.T., Helpman E., Hoffmaister A.W. (2009). International R&D spillovers and institutions. *European Economic Review*, 53, 7, 723–741.
- Engelbrecht H.J. (1997). International R&D spillovers, human capital and productivity in OECD economies: An empirical investigation. *European Economic Review*, 41, 8, 1479–1488.
- Fagerberg J., Verspagen B., Caniels M. (1997). Technology, growth and unemployment across European regions. *Regional Studies*, 31, 5, 457–466.
- Frantzen D. (2000). R&D, human capital and international technology spillovers: A cross-country analysis. *Scandinavian Journal of Economics*, 102, 1, 57–75.
- Grinin L., Korotayev A. (2015). *Great divergence and great convergence. A global perspective*. Moscow: Springer International Publishing.
- Grossman G.M., Helpman E. (1991). Trade, knowledge spillovers, and growth. *European Economic Review*, 35, 2–3, 517–526.
- Hall B.H., Mairesse J., Mohnen P. (2010). Measuring the Returns to R&D. *Handbook of the Economics of Innovation*. North-Holland, 2, 1033–1082.
- Jaffe A.B. (1989). Real effects of academic research. *The American Economic Review*, 79, 5, 957–970.
- Jones C.I. (1995). R&D-based models of economic growth. *Journal of Political Economy*, 103, 4, 759–784.
- Kaneva M., Untura G. (2019). The impact of R&D and knowledge spillovers on the economic growth of Russian regions. *Growth and Change*, 50, 1, 301–334.
- Keller W. (2004). International technology diffusion. *Journal of Economic Literature*, 42, 3, 752–782.
- Korotayev A., Zinkina J. (2014). On the structure of the present-day convergence. *Campus-Wide Information Systems*, 31, 2/3, 139–152.
- Marrocu E., Paci R., Usai S. (2013). Proximity, networking and knowledge production in Europe: What lessons for innovation policy. *Technological Forecasting and Social Change*, 80, 8, 1484–1498.
- Nair M., Pradhan R.P., Arvin M.B. (2020). Endogenous dynamics between R&D, ICT and economic growth: Empirical evidence from the OECD countries. *Technology in Society*, 62, 101315.

- Rodríguez-Pose A., Crescenzi R. (2008). Research and development, spillovers, innovation systems, and the genesis of regional growth in Europe. *Regional Studies*, 42, 1, 51–67.
- Romer P.M. (1990). Endogenous technological change. Part 2. *Journal of Political Economy*, 98, 5, S71–S102.
- Shu P., Steinwender C. (2019). The impact of trade liberalization on firm productivity and innovation. *Innovation Policy and the Economy*, 19, 1, 39–68.

The impact of research and development on the economies of countries of the world: A statistical analysis

© 2024 M.S. Varenik

M.S. Varenik,

Advanced School of Public Administration, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia;
e-mail: msvarenik@anspa.ru

Received 07.06.2024

Abstract. Effective management of national science and research is on the constant rise, so the task of revealing how economic “return” from the research and development sector can be maximized is becoming more and more relevant. The article examines the mutual influence of the development of science and the funding of research and development in 97 countries around the world, on the one hand, and their national per capita incomes, on the other hand. A wide range of indicators is used, including patent activity, research and development expenditures, the number of researchers and the number of Scopus-indexed publications by subject area (relative to the population of countries). Among all the subject areas studied, the number of publications in economics is most closely related to the level of GDP per capita (PPP). We then use linear multiple regression to study the relation between the number of Scopus-indexed publications in economics and expenditures on research and development. A comparison of simulated data with real data shows that oil and gas producing countries (including Russia) demonstrate an economic level higher than expected. The leading world economies (USA, China, Japan, Germany, France, Great Britain) are well described by our resulting model. Ensuring high expenditure on research and development is of paramount importance for modern economic growth. In addition, an overall high level of publication activity is important, with particular attention to the development of research in economics.

Keywords: indicators of science development, relation between science and economic development, research and development, R&D expenses, publication activity, GDP per capita.

JEL Classification: O30, O33.

UDC: 330.105.

For reference: **Varenik M.S.** (2024). The impact of research and development on the economies of countries of the world: A statistical analysis. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 15–26. DOI: 10.31857/S0424738824040021 (in Russian).

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Анализ санкционной устойчивости секторов экономики: приоритеты суверенного развития и технологической модернизации

© 2024 г. О.М. Писарева

О.М. Писарева,

ФГБОУ ВО «Государственный университет управления», Москва; e-mail: om_pisareva@guu.ru

Поступила в редакцию 18.02.2024

Аннотация. Цель проведенного исследования — формирование аналитического инструментария и методического обеспечения оценки устойчивости и уязвимости секторов национальной экономики к воздействию внешних санкций. Изучение проблемной области основывалось на применении общенаучных методов обобщения, анализа и классификации. Для достижения поставленной цели использовались приемы логического, экономического, контентного, статистического, инвестиционного и экспертного анализов, а также методы эконометрического и математического моделирования. Предложена система показателей оценки операционной (технологической и коммерческой) и инвестиционной зависимостей сектора экономики от импорта. Обоснованы методические приемы оценки санкционной зависимости сектора при формировании производственных и инвестиционных программ развития. Приведены примеры расчетов показателей зависимости по уровням и аспектам описания сектора в операционной и инвестиционной сферах. Даны рекомендации для использования предложенных показателей в ходе стратегирования и программирования развития в условиях обеспечения технологической независимости и структурной адаптации российской экономики.

Ключевые слова: социально-экономическое развитие, санкции, устойчивость, стратегическое планирование, импортозамещение, импортосмещение, экспортосмещение, цифровая платформа.

Классификация JEL: F51, O14, O21, O24, O32, D78, C65.

УДК: 330.34, 354, 338.24, 339.54, 339.56, 330.42.

Для цитирования: **Писарева О.М.** (2024). Анализ санкционной устойчивости секторов экономики: приоритеты суверенного развития и технологической модернизации // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 4. С. 27–39. DOI: 10.31857/S0424738824040035

ВВЕДЕНИЕ

Формирование новой модели национальной экономики и суверенного развития Российской Федерации является ключевым фактором и базовым условием как успешного противодействия агрессивной политике введения и расширения антироссийских нелегитимных ограничительных мер, так и встраивания в экономические механизмы формирующегося полицентричного мирового порядка. Это предполагает совершенствование механизма обеспечения устойчивости экономики, общества и государства, включая необходимость качественной перестройки структуры и функций системы управления санкционными рисками в сферах публичного и корпоративного управления, особенно в критически важных стратегических отраслях промышленности. Работа в этом направлении существенно активизировалась на фоне рестрикций «коллективного Запада» в связи с событиями 2014 г. на Украине, когда промышленная и финансовая сферы российской экономики подверглись адресным санкционным ударам в отношении компаний и граждан, вызвав существенные затруднения в достижении целей и решении задач стратегического развития страны. Актуальность исследования обусловлена ограничением доступа хозяйствующих субъектов российской юрисдикции к части мирового рынка капитала и инвестиций, инновационного оборудования и технологий, а также ряда потребительских товаров, не имеющих сегодня отечественных аналогов по совокупности характеристик. Цель исследования — повышение точности оценки уязвимости национальной экономики и качества обоснования решений при формировании программ развития в рамках стратегического планирования в системе публичного управления на основе методов идентификации зон санкционного риска, а также повышение точности оценки степени санкционной зависимости деятельности хозяйственных секторов и промышленных кластеров.

Обоснованность проектов импортозамещения и реструктуризации внешнеторговых операций¹, наряду с государственной поддержкой мер технологической модернизации и структурной адаптации экономики, должна обеспечить устойчивость и результативность развития РФ при нарастании санкционного давления и действий переходных процессов в мире.

МЕТОДЫ И ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ

Общеправовые и экономические аспекты применения механизма санкций в системе международных отношений представлены в работах (Becker, 1957; Кешнер, 2015; и др.), где оценены степень легитимности односторонних и многосторонних рестрикций, описаны цели, виды, результаты ограничений во внешнеэкономической деятельности, а также компенсационные меры со стороны дискриминируемой страны. В ряде публикаций рассматриваются вопросы влияния санкций в разрезе секторов экономики с фокусом на специфических аспектах, характерных для различных видов экономической деятельности: удорожание и ограничение кредитных ресурсов в процессе оценки рисков рефинансирования задолженности в банковской сфере; эффективность организации параллельного импорта, компенсирующего потребности рынка; рост издержек промышленного производства и снижение объема и цен реализации экспортной продукции на традиционных и новых рынках сбыта; риски развития стратегически важных компаний оборонно-промышленного комплекса (далее — ОПК); санкционное воздействие на внешнеторговые операции ОПК; сжатие рынка капитала и технологий для реализации инвестиционных проектов; изменение модели управления финансово-экономической системой в условиях санкционных вызовов (см. (Прилепский, 2019; Сенотрусова, Сибирякова, 2023; и др.)). Широко используются статистические приемы анализа временных рядов объемов продаж и уровня цен на внешних рынках товаров и услуг. Так, например, статистические приемы анализа используются при оценке влияния механизма потолка цен на работу российского нефтегазового комплекса, переводимого в режим использования плавающих скидок, а также методы моделирования балансировки спроса и предложения на рынке однородного товара, например, при упрощенной формализации изменения конъюнктуры с торговыми ограничениями в модели открытой экономики IS-LM-BP или оценке различных шоков в модели общего равновесия GEE (Изотов, 2014; Славецкая, Миэринь, 2022; и др.). Среди научных трудов, затрагивающих оценку санкционного влияния на функционирование отдельного сектора экономики, отметим статью (Березинская, Ведев, 2015) о зависимости операционных издержек и доходов в промышленности от санкционных деформаций внешнего рынка; публикацию (Гурвич, Прилепский, 2016) о воздействии рестрикций на эффективность финансовых операций, а также (Parlett, 2015) о росте инвестиционных издержек в условиях санкций (включая судебные издержки по искам в результате признания нарушений контрактных обязательств).

Учитывая последствия нелегитимных санкций и риски роста внешнего давления, руководство РФ четко обозначило приоритет безусловного выполнения взятых социальных обязательств и последовательной реализации принятых стратегических планов социально-экономического развития (далее — СЭР). Такой приоритет требует формирования и проведения активной политики, нацеленной на сохранение стабильности государства и укрепление экономики как гарантии достижения национальных целей и реализации стратегических инициатив, определяющих намеченную перспективу повышения национального богатства и реальных доходов граждан. Однако вопросы обоснования концептуализации и разработки аналитического инструмента оценки санкционной устойчивости секторов национальной экономики пока не нашли должного внимания и комплексного рассмотрения, что и определяет необходимость и актуальность предпринятого исследования.

В процессе исследования использовались публикации отечественных и зарубежных ученых, нормативные правовые акты и документы стратегического планирования РФ, информационно-справочные и научно-методические материалы профильных исследовательских центров. Расчеты строились

¹ Наряду с программами импортозамещения, реализующими расширение возможностей отечественной промышленности в удовлетворении потребностей внутреннего рынка, укажем также два важнейших направления деятельности как регуляторных органов федерального уровня, так и хозяйствующих субъектов различных организационно-правовых форм, связанных с переориентацией на новые рынки и маршруты поставок при продаже и закупке критически необходимых товаров производственного и потребительского назначения. Аналогично процессам импортозамещения, следуя логике морфологии русского языка, эти меры можно обозначить как программы *экспортосмещения* и *импортосмещения*. В первом случае разрабатываются меры и решения по поддержке российских экспортеров при формировании новых каналов реализации отечественных товаров, во втором случае речь идет о помощи российским импортерам в формировании новых каналов закупки оригинальных и аналогичных зарубежных товаров (включая организацию параллельного импорта как временного и вспомогательного решения для насыщения внутреннего рынка).

на данных Федеральной службы государственной статистики РФ и статистических служб партнеров России в сфере внешнеэкономической деятельности. Формирование подхода к изучению влияния односторонних внешнеэкономических санкций и создание инструмента количественной оценки их воздействия на стабильность функционирования ключевых секторов экономики и устойчивость СЭР дискриминируемой страны опирались на обобщение эмпирического материала, аналитических результатов, теоретических положений и методических рекомендаций, представленных в упомянутых выше трудах отечественных и зарубежных ученых и экспертов. При изучении проблемной области, постановке научных задач и обосновании рекомендаций использовались экспертные оценки специалистов в области управления проектами и инвестициями. В ходе работы применялись приемы логического, экономического и экспертного анализа; при идентификации проблем, решении задач, проведении расчетов — методы статистики и эконометрики.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Процесс трансформации мирового порядка, обусловленный объективными причинами перераспределения экономических потенциалов и гармонизации социальных отношений, сопровождается столкновением интересов государств, конкурирующих за ограниченные ресурсы и пространство развития, в том числе с использованием механизма нелегитимных санкций и вооруженных конфликтов. Опыт показывает, если у внешнеэкономических партнеров присутствует значительный взаимный интерес, то внешние санкции значительное время удастся эффективно обходить. Водимые в прошлом санкционные ограничения в отношении стран с различными экономическим и политическим устройствами (СССР, Куба, КНР, ЮАР, Иран, Венесуэла и др.) при всех сходствах и отличиях причин, видов, масштабов, продолжительности и проч. имеют позитивный опыт преодоления возникающих проблем, смягчения негативных эффектов, снижения ожидаемых потерь (Кнобель, Прока, Багдасарян, 2019). Прошедший с начала СВО период показал, что российская экономика демонстрирует более высокие, чем ожидалось, по мнению отечественных и зарубежных специалистов, прочностные характеристики и адаптационные качества под массированным санкционным ударом (Блохин, 2022). Однако опасность его долгосрочных последствий состоит в том, что предприятиям длительного цикла производства требуются современные технологии и оборудование.

В этой связи для укрепления экономического и технологического суверенитета необходимо смотреть далеко за горизонт ближайших нескольких лет, а в силу сложности и комплексности этих задач полноценное финансирование масштабных проектов обеспечения государственного суверенитета по полному спектру народнохозяйственных проблем затруднительно. При дефиците бюджетных и частных инвестиций нужен *выбор критических сфер* при сочетании мер догоняющего и опережающего развития отечественной промышленной базы. Необходим *детализированный секторальный анализ* влияния санкций при оценке возможностей и приоритетов обеспечения устойчивого функционирования (операционная сфера деятельности) и суверенного развития (инвестиционная сфера деятельности), учитывающих организационно-техническую специфику различных видов экономической деятельности хозяйственных агентов. Основные угрозы и риски сосредоточены в сфере удовлетворения текущих потребностей страны зарубежными товарами, а также в области поддержки развития технической и технологической баз секторов экономики, использующих импортные оборудование и технологии (приобретение и модернизация, обслуживание и ремонт). Динамика изменения удельного веса товаров потребительского, промежуточного и инвестиционного назначения в общем объеме импорта РФ в период 2013–2022 гг. приводится в табл. 1.

Таблица 1. Изменение структуры поставок в импорте товаров различного назначения, в долях единицы

Назначение товара	Год										CAGR ² , %
	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022*	
Инвестиционные	0,199	0,196	0,191	0,206	0,210	0,190	0,187	0,200	0,204	0,211	0,657
Промежуточные	0,356	0,359	0,389	0,380	0,363	0,386	0,385	0,379	0,374	0,317	–1,275
Потребительские	0,260	0,250	0,247	0,248	0,230	0,234	0,242	0,238	0,229	0,211	–2,319

Источники: Росстат, расчеты автора.

* Сведения Росстата с 2022 г. отсутствуют в открытом доступе, предварительные данные на основе обработки международной статистики.

² Совокупный среднегодовой темп роста соответствующего показателя (CAGR, Compound Annual Growth Rate).

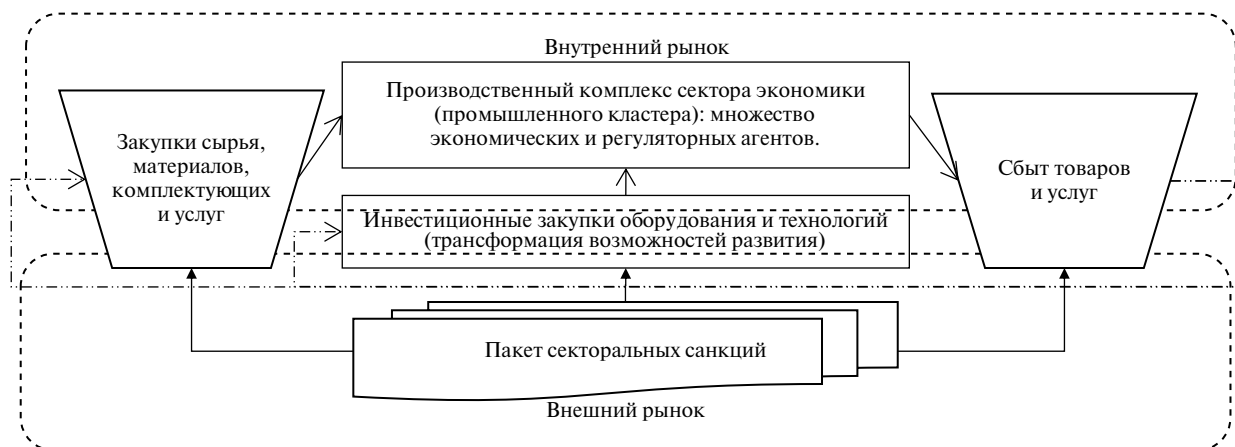


Рисунок. Схема комплексной оценки влияния санкций на сектор национальной экономики

При анализе данных табл. 1 обращает внимание следующий факт: на десятилетнем промежутке отмечается снижение зависимости от импорта потребительского рынка ($CAGR = -2,32\%$) и производственной сферы в части обеспечения операционной деятельности российских компаний ($CAGR = -1,28\%$), однако при этом незначительно, но структурно растет зависимость инвестиционной деятельности российских компаний ($CAGR = 0,66\%$). Поэтому, несмотря на обнадеживающие темпы восстановления российской экономики от последствий новой волны санкций, важно продолжать укрепление реального суверенитета страны.

На перспективном горизонте — проблема секторальной устойчивости к санкционному воздействию, особенно чувствительной при разработке и реализации инвестиционных проектов (создание, расширение и модернизация производственных мощностей). Для измерения и анализа проявлений свойства устойчивости сектора экономики к внешним рестрикциям необходимо рассмотреть направления и характер их воздействия в соответствии с общей моделью внутреннего строения и внешних связей сектора. При этом количественные методы секторального анализа должны быть релевантны объекту и ситуации проведения оценки санкционной устойчивости. На рисунке представлена возможная схема проведения оценки влияния санкций на характеристики деятельности отдельного сектора³ экономики.

Внешние ограничения имеют *длящийся* и *рассредоточенный* характер. При этом для корректно построенной формализованной модели открытой национальной экономики, отражающей ключевой аспект рассматриваемой проблемы, — внешнеторговые связи хозяйственных секторов, традиционное применение сильных⁴ критериев оценки устойчивости систем (устойчивости решений статических и динамических задач управления) не дает здесь адекватных результатов. В этой связи далее предложенный подход раскрывается при построении количественных критериев эмпирической оценки санкционного воздействия на функционирование промышленного кластера по основным направлениям его хозяйственной деятельности. При описании будем придерживаться общей логики и методики эмпирических расчетов ранее выполненных исследований⁵. Обобщая

³ Качественно схема применима для описания промышленного кластера, интегрированной корпорации и отдельной компании, отражая аналогичный механизм воздействия санкционных ограничений во внешнеэкономической деятельности на сферы и характеристики их функционирования.

⁴ Сильные критерии оценки устойчивости систем таковы: условия Каруша—Куна—Таккера для параметрической оценки границ изменения того или иного параметра описания статической задачи математического программирования при сохранении оптимальности решения; условия алгебраических (Рауса и Гурвица) или частотных (Михайлова и Найквиста) критериев для решений системы линейных дифференциальных уравнений в широком классе прикладных постановок динамических задач управления движением; условия устойчивости Ляпунова для решений системы нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамическую задачу с установившимся (в том числе инерционным) и неустановившимся (в том числе периодическим) режимами движения.

⁵ Общая характеристика теоретических основ и прикладного инструментария оценки секторальных санкций дана автором в работе «Разработка методических рекомендаций по оценке влияния секторальных санкций на социально-экономическое развитие Российской Федерации. Отчет о научно-исследовательской работе», шифр темы 1.12.15, Научно-исследовательский институт системного анализа Счетной палаты Российской Федерации, Москва: НИИ СП РФ, 2015. Отдельные аспекты и предложения по формированию аналитического и методического обеспечения идентификации проблемных зон функционирования секторов

используемые приемы анализа и опираясь на изложенные принципы формирования предлагаемого подхода, можно модифицировать показатели оценки санкционной уязвимости секторов за счет детализации измерения устойчивости к санкциям по внешнеэкономическим операциям экономических агентов до уровня отдельных экземпляров выборки из попавших под санкции товаров/услуг. Возможность такого дезагрегирования исходной информации определяется наличием полнофункциональной цифровой платформы поддержки деятельности органов исполнительной власти⁶ РФ, интегрированной с федеральными и отраслевыми, региональными и муниципальными информационными системами.

Для представления предлагаемых индикаторов и описания порядка оценки на уровне национальной экономики введем следующие обозначения.

K — общее число отраслей (секторов) экономики (дополнительно можно выделить подмножества экономических агентов сектора экономики, подверженных санкционным ограничениям: L_k^s). I — общее множество продукции (услуг) экономики (I_k — подмножество продукции (услуг) отрасли (сектора) экономики k). I^s — подмножество товаров (продукции/услуг) экономики, попавших под санкционные ограничения экспортно-импортных операций (соответственно, можно выделить подмножества санкционных товаров для стран-дискриминаторов: I_j^s). N — общее число стран — партнеров по внешнеэкономической деятельности, участвующих в интересах экономических агентов различных секторов экономики в операциях по экспорту и импорту сырьевых ресурсов, конструкционных материалов, комплектующих изделий и готовой продукции. NI — общее число стран — импортеров сырьевых ресурсов, конструкционных материалов, комплектующих изделий и готовой продукции для нужд экономики. NI_k — общее число стран — импортеров сырьевых ресурсов, конструкционных материалов, комплектующих изделий и готовой продукции для нужд отрасли (сектора) экономики k . NI_k^s — подмножество стран — импортеров, установивших односторонние санкционные ограничения в отношении внешнеэкономической деятельности в сфере продаж продукции (услуг) для сектора экономики k (в случае прогнозных показателей деятельности сектора: с экспертной оценкой вероятности их введения/продления в будущем). NE — общее число стран — экспортеров сырьевых ресурсов, конструкционных материалов, комплектующих изделий и готовой продукции сектора экономики k . NE_k — общее число стран — экспортеров сырьевых ресурсов, конструкционных материалов, комплектующих изделий и готовой продукции экономики. NE_k^s — подмножество стран-экспортеров, установивших односторонние санкционные ограничения в отношении внешнеэкономической деятельности в сфере закупок продукции (услуг) в сектора экономики k (в случае прогнозной оценки плановых показателей деятельности сектора: с экспертной оценкой вероятности их введения/продления в будущем). i_{ijk} — объем поставок по импорту в денежном выражении товарной продукции (услуг) i для сектора k из страны j (IRI_j^s — подмножество попавших под санкционные ограничения товарных позиций по стране-импортеру j ресурсной продукции (услуг) для отрасли (сектора) экономики k). ig_{ijk} — объем поставок по импорту товарной продукции (услуг) i инвестиционного назначения из дискриминирующей страны j для нужд экономических агентов сектора (кластера) k (ICI_j^s — подмножество попавших под санкционные ограничения товарных позиций по стране — импортеру инвестиционной продукции (услуг) j для отрасли (сектора) k). e_{ikj} — объем поставок по экспорту в денежном выражении товарной продукции (услуг) i отрасли (сектора) k в страну j (IGE_j^s — подмножество попавших под санкционные ограничения товарных позиций по стране-экспортеру готовой продукции (услуг) отрасли (сектора) j экономики k). z_k — совокупные текущие издержки производства товарной продукции (услуг) экономических агентов сектора k (z_{ik} — значение совокупных текущих издержек производства товарной продукции (услуг) i экономических агентов сектора k , $z_k = \sum_{i \in I_k} z_{ik}$). v_k — значение общей выручки от реализации товарной продукции (услуг) экономических агентов сектора k (v_{ik} — значение общей выручки от реализации товарной продукции (услуг) i экономических агентов сектора k , $it_k = \sum_{i \in I_k} it_{ik}$). it_k — совокупные инвестиции в основной капитал экономических агентов

экономики при разработке инструментария оценки влияния секторальных санкций на программу инвестиций промышленного кластера представлены в работе (Писарева, 2022).

⁶ Оперативный контроль электронных транзакций, реализующих юридически значимые операции экономических, социальных и регуляторных агентов в пространстве российского правового поля, качественно меняет механизм статистического измерения состояния и динамики социально-экономической системы страны. Накопление больших данных позволяет внедрять широкий спектр количественных (аналитических и алгоритмических) методов комплексной оценки ситуации и разработки согласованных решений на различных уровнях публичного управления и в различных сферах стратегического планирования СЭР РФ.

сектора k (it_{ik} — значение совокупных инвестиций в основной капитал по производству товарной продукции (услуг)⁷ i экономических агентов сектора k , $it_k = \sum_{i \in I_k} it_{ik}$).

Характеризуя санкционную зависимость экономики, на основе введенных обозначений в составе набора соответствующих индикаторов оценки выделим следующие.

1. Индикаторы производственной зависимости от импорта:

— *народнохозяйственный*:

$$\text{общий: } PD = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NI_k} \sum_{i \in I_j} i_{ijk} / \sum_{k \in K} z_k \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } PD^s = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NI_k^s} \sum_{i \in I_j^s} i_{ijk} / \sum_{k \in K} z_k \right) \times 100\%;$$

— *секторальный*:

$$\text{общий: } PD_k = \left(\sum_{j \in NI_k} \sum_{i \in I_j} i_{ijk} / \sum_{i \in I_k} z_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } PD_k^s = \left(\sum_{j \in NI_k^s} \sum_{i \in I_j^s} i_{ijk} / \sum_{i \in I_k} z_{ik} \right) \times 100\%;$$

— *продуктовый*:

$$\text{общий: } PD_{ik} = \left(\sum_{j \in NI_k} i_{ijk} / z_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } PD_{ik}^s = \left(\sum_{j \in NI_k^s} i_{ijk} / z_{ik} \right) \times 100\% \quad \forall i \in IRI_j^s.$$

2. Индикатор коммерческой зависимости от экспорта:

— *народнохозяйственный*:

$$\text{общий: } ED = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NE_k} \sum_{i \in I_j} e_{ikj} / \sum_{k \in K} v_k \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ED^s = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NE_k^s} \sum_{i \in I_j^s} e_{ikj} / \sum_{k \in K} v_k \right) \times 100\%;$$

— *секторальный*:

$$\text{общий: } ED_k = \left(\sum_{j \in NE_k} \sum_{i \in I_j^s} e_{ikj} / \sum_{i \in I_k} v_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ED_k^s = \left(\sum_{j \in NE_k^s} \sum_{i \in IGE_j^s} e_{ikj} / \sum_{i \in I_k} v_{ik} \right) \times 100\%;$$

— *продуктовый*:

$$\text{общий: } ED_{ik} = \left(\sum_{j \in NE_k} e_{ikj} / v_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ED_{ik}^s = \left(\sum_{j \in NE_k^s} e_{ikj} / v_{ik} \right) \times 100\% \quad \forall i \in IGE_j^s.$$

3. Индикатор инвестиционной зависимости от импорта:

— *народнохозяйственный*:

$$\text{общий: } ID = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NE_k} \sum_{i \in I_j} ig_{ijk} / \sum_{k \in K} it_k \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ID^s = \left(\sum_{k \in K} \sum_{j \in NE_k^s} \sum_{i \in I_j^s} ig_{ijk} / \sum_{k \in K} it_k \right) \times 100\%;$$

— *секторальный*:

$$\text{общий: } ID_k = \left(\sum_{j \in NE_k} \sum_{i \in I_j} ig_{ijk} / \sum_{i \in I_k} it_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ID_k^s = \left(\sum_{j \in NE_k^s} \sum_{i \in I_j^s} ig_{ijk} / \sum_{i \in I_k} it_{ik} \right) \times 100\%;$$

— *продуктовый*:

$$\text{общий: } ID_{ik} = \left(\sum_{j \in NE_k} ig_{ijk} / it_{ik} \right) \times 100\%; \text{ уязвимый: } ID_{ik}^s = \left(\sum_{j \in NE_k^s} ig_{ijk} / it_{ik} \right) \times 100\%.$$

⁷ Следует учесть, что создаваемые при реализации инвестиционных проектов производственные мощности того или иного сектора экономики могут быть использованы для выпуска различных видов продукции, оказания различных видов услуг: указанная дифференциация полностью зависит от функционала цифровой платформы сбора, обработки и анализа статистической информации о юридически значимых транзакциях экономических агентов в сфере операционной, финансовой и инвестиционной деятельности.

Таблица 2. Система индикаторов оценки устойчивости секторов экономики к санкциям

Уровень оценки	Сфера оценки зависимости: общая (уязвимая к санкциям)		
	Производство продукции	Реализация продукции	Создание мощностей
1. Народнохозяйственный	$PD (PD^s)$	$ED (ED^s)$	$ID (ID^s)$
2. Секторальный	$PD_k (PD_k^s)$	$ED_k (ED_k^s)$	$ID_k (ID_k^s)$
3. Продуктовый	$PD_{ik} (PD_{ik}^s)$	$ED_{ik} (ED_{ik}^s)$	$ID_{ik} (ID_{ik}^s)$

В табл. 2 приведен общий состав указанных индикаторов по направлениям и сферам оценки санкционной устойчивости.

На основе представленных индикаторов можно провести расчет обобщенных показателей *относительной* санкционной уязвимости. Например, для секторального уровня в аналитических целях применимы обобщенные индикаторы относительной санкционной уязвимости. По импорту сектора — $\rho_k^I = PD_k^s / PD_k$; экспорту сектора — $\rho_k^E = ED_k^s / ED_k$; по инвестиционной деятельности сектора — $\rho_k^D = ID_k^s / ID_k$. Система показателей может использоваться для формирования и выбора вариантов проектных предложений при разработке программ/проектов импортозамещения, импортозамещения и экспортосмещения: диапазон их значений с помощью нечеткой логики можно разделить на интервалы для качественной интерпретации с учетом степени критичности санкционных угроз отдельным стадиям инвестиционного цикла и сегментам технологической цепочки создания сложной продукции в стратегических секторах отечественной промышленности. С помощью пента-шкалы для соответствующих лингвистических переменных, заданных на нечетком множестве санкционных угроз, можно плавно (непрерывно) преобразовать количественные оценки обобщенных индикаторов относительной санкционной уязвимости⁸ в пороговые значения дифференциации управленческих решений по минимизации и компенсации влияния санкций.

Для технического сопоставления вариантов программ/проектов по минимизации санкционных угроз и реализации политики импортозамещения в промышленном кластере можно использовать и следующие дополнительные синтетические индикаторы:

— приведенной операционной зависимости сектора (определяется путем взвешенного суммирования показателей/коэффициентов производственной и инвестиционной зависимостей от импортных закупок: $\rho_k^O = \rho_k^I + r\rho_k^D$)⁹;

— приведенной общей санкционной уязвимости сектора (определяется путем соотношения значений коммерческой санкционной зависимости и приведенной операционной зависимости идентификации уровня функциональной уязвимости финансовых результатов внешнеэкономической деятельности сектора за год:

$$\rho_k^T = (\rho_k^E - (\rho_k^I + r\rho_k^D)) / (\rho_k^I + r\rho_k^D) = \rho_k^E / (\rho_k^I + r\rho_k^D) - 1).$$

Проиллюстрируем возможность использования предложенных индикаторов для анализа санкционной уязвимости секторов экономики в ходе мониторинга устойчивости развития РФ в 2013–2021 гг. Далее будут приведены (табл. 3–5) результаты оценки значений индикаторов (в варианте показателя общей зависимости от внешнеэкономических операций — потенциальной уязвимости к санкциям: PD и PD_k , ED и ED_k , ID и ID_k), выполненной в разрезе основных производственных и сервисных секторов экономики на основе официально опубликованной и эмпирически восстановленной статистической информации об изменении базовых показателей оценки сфер экономической деятельности.

Табл. 3 содержит временные ряды изменения расчетных значений общих индикаторов оценки производственно-технологической зависимости обеспечения устойчивого функционирования

⁸ Например, наличие признаков угроз может быть классифицировано так: «нейтрально низкий уровень», «низкий уровень», «средний уровень», «высокий уровень», «критически высокий уровень».

⁹ По аналогии с критерием сравнительной эффективности / экономичности вариантов инвестиционных проектов или капитальных вложений.

Таблица 3. Динамика секторальной производственной зависимости от санкционных угроз в сфере импорта продукции и услуг (в текущих ценах) в 2013–2021 гг., %

Сектор экономики	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	CAGR
Всего по экономике	10,13	10,24	9,97	9,85	9,84	9,88	9,88	9,92	9,95	–0,21
Промышленное производство:	21,64	21,48	19,59	19,72	19,42	18,37	18,23	18,28	18,32	–2,06
– добыча полезных ископаемых	2,576	3,18	3,72	2,43	2,05	1,92	1,97	1,94	1,99	–3,13
– обрабатывающие производства:	26,15	25,60	23,39	23,95	24,04	23,39	23,01	22,95	23,04	–1,57
• производства потребительского спроса	25,05	24,34	21,38	21,37	20,97	21,25	20,67	20,95	21,04	–2,16
• сырьевой сектор	15,26	15,09	14,41	12,27	11,98	11,81	11,91	11,99	11,96	–3,00
• машиностроение	42,67	42,21	39,43	47,47	47,94	47,46	45,83	47,27	46,71	1,14
Производство и распределение электро-энергии, газа и воды	0,18	0,29	0,38	0,12	0,12	0,09	0,09	0,10	0,11	–6,00
Строительство	3,47	3,24	3,10	2,68	2,57	2,84	3,15	3,18	3,11	–1,35
Оптовая и розничная торговля, ремонт	0,02	0,02	0,04	0,04	0,05	0,01	0,06	0,06	0,07	18,29
Транспорт и связь:	4,03	3,86	4,62	4,17	4,13	4,30	3,88	3,79	3,19	–2,86
– связь	4,87	5,56	7,24	1,12	1,21	1,61	0,89	1,01	1,12	–16,80
– транспорт	3,85	3,51	4,15	4,23	4,18	4,34	3,93	3,91	3,92	0,23

Источники: Росстат, статистические службы стран – партнеров ВЭД, расчеты автора.

ключевых секторов экономики от импорта¹⁰. Анализ данных табл. 3 показывает, что с 2013 г. производственно-технологическая зависимость от импорта национальной экономики в целом уменьшилась незначительно ($CAGR = -0,21\%$). Ожидаемо высоким оказался уровень потенциальной санкционной уязвимости в машиностроении (стабильно превышает 40%). При этом для торговли, машиностроительного и транспортного комплекса она даже возросла (значение $CAGR$ составило +18,29%, +1,14% и +0,23% соответственно).

Следовательно, учитывая общую характеристику тенденций изменения показателей производственно-технологической зависимости от импорта, есть косвенные признаки замедленной реализации импортозамещения в пользу мер переориентации поставок (т.е. программ / проектов импортозамещения). Однако обострение и расширение односторонних рестрикций с 2022 г. должно стать безусловным стимулом реализации программ локализации производства в критических отраслях (прежде всего в приборостроительной, инструментальной, электронной, станко- и машиностроительной отраслях промышленности). В табл. 4 приведены данные по изменению

Таблица 4. Динамика показателей секторальной коммерческой зависимости от санкционных угроз в сфере экспорта продукции и услуг (в текущих ценах) в 2013–2021 гг., %

Сектор экономики	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	CAGR
Всего по экономике	12,80	13,41	13,87	12,32	12,35	14,63	13,51	13,47	13,62	3,17
Промышленное производство:	20,28	21,94	25,26	23,48	24,04	27,06	26,31	26,98	27,00	3,01
– добыча полезных ископаемых	41,82	41,60	45,93	43,75	44,08	48,25	48,60	49,24	47,63	1,95
– обрабатывающие производства:	15,99	17,51	20,31	18,52	18,71	20,59	19,77	23,98	24,07	4,65
• производства потребительского спроса	5,16	5,78	7,27	7,37	7,37	8,22	8,49	8,35	8,84	6,26
• сырьевой сектор	26,25	28,26	30,55	28,33	28,30	30,77	29,72	29,22	29,24	0,49
• машиностроение	9,23	10,36	14,43	11,26	11,24	11,14	10,25	10,40	10,42	0,08
Производство и распределение электро-энергии, газа и воды	0,53	0,47	0,75	0,65	0,55	0,73	0,80	0,81	0,79	7,88
Строительство	2,13	1,99	2,32	2,38	2,55	2,99	2,59	2,80	2,86	5,33
Оптовая и розничная торговля, ремонт	9,81	9,13	10,59	9,48	8,46	10,91	9,73	9,77	9,29	0,25
Транспорт и связь:	10,63	11,74	12,63	13,89	12,69	13,73	12,65	12,91	12,80	1,24
– связь	2,96	3,81	4,88	9,03	11,69	11,90	13,89	13,96	12,71	18,79
– транспорт	12,22	13,38	14,03	13,98	12,70	13,76	12,63	12,76	12,66	–0,78

Источники: Росстат, статистические службы стран – партнеров ВЭД, расчеты автора.

¹⁰ Здесь подразумевается измерение доли стоимости импортных поставок в совокупных расходах на закупки сырья, материалов, комплектующих и готовых изделий.

расчетных значений общих индикаторов оценки торгово-коммерческой зависимости устойчивой работы ключевых секторов российской экономики от экспорта¹¹.

Данные в табл. 4 показывают, что после 2013 г. с началом введения санкций в 2014 г. торгово-коммерческая зависимость экономики от экспорта в целом незначительно увеличилась ($CAGR = +3,17\%$). Ожидаемо высоким оказался уровень потенциальной санкционной уязвимости в добывающей промышленности (стабильно превышает 40%), соответственно высоким идентифицирован уровень потенциальной санкционной уязвимости в машиностроении (стабильно превышает 10%). При этом наиболее высокими темпами росла коммерческая зависимость от экспорта секторов связи ($CAGR = +18,79\%$), магистральной инфраструктуры ($CAGR = +7,88\%$), производства потребительских товаров ($CAGR = +6,26\%$), а незначительное снижение наблюдается только в транспортном секторе ($CAGR = -0,78\%$).

Для секторов добывающей и обрабатывающей промышленности ситуация выглядит двояко. С одной стороны, их коммерческая зависимость от экспорта наиболее высока (уровень индикатора в конце рассматриваемого периода составил более 47% и 24% соответственно), с другой — темп изменения для сектора добычи полезных ископаемых и машиностроения ($CAGR$ составили 1,95% и 0,08% соответственно) свидетельствует о сохранении сложившихся приоритетов в структуре традиционного российского экспорта, что приводит к реализации проектов переориентации экспорта (программ / проектов экспортосмещения) для сырьевых товаров и недостаточной поддержке проектов развития качественного уровня отечественного машиностроения (безотносительно от направлений экспортных операций с различным уровнем потенциальных санкционных угроз). Таким образом, можно констатировать, что в обеспечении снижения санкционных рисков, связанных с коммерческой зависимостью от экспорта, приоритетными пока остаются меры переориентации экспортных поставок. Учитывая складывающиеся тенденции блоковой сегрегации мировой экономики, стоит в большей степени сосредоточиться на развитии внутреннего рынка, а также сопряженного формирования спроса и предложения для отечественных товаров производственного и потребительского назначений.

Табл. 5 содержит изменения расчетных значений общих индикаторов оценки воспроизводственно-инвестиционной зависимости устойчивого функционирования ключевых секторов экономики от импорта продукции инвестиционного потребления в процессе воспроизводства технологических возможностей каждого рассматриваемого сектора¹². Качествен-

Таблица 5. Динамика показателей секторальной инвестиционной зависимости от санкционных угроз в сфере импорта инвестиционных товаров и услуг (в текущих ценах) в 2013–2021 гг., %

Сектор экономики	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	CAGR
Всего по экономике	14,08	15,53	15,31	16,99	17,40	15,95	15,27	16,50	19,21	3,96
Промышленное производство:	10,67	10,48	9,72	9,58	13,14	11,13	7,93	9,27	10,09	-0,69
– добыча полезных ископаемых	15,39	15,41	13,70	12,23	20,03	17,52	12,30	13,84	15,55	0,12
– обрабатывающие производства:	14,16	15,88	15,07	15,76	17,22	14,05	10,58	13,50	14,60	0,38
• производства продукции потребительского спроса	11,20	16,70	19,84	20,81	23,82	17,71	14,19	19,25	18,57	6,52
• сырьевой сектор	21,53	14,93	14,04	14,09	15,62	13,46	9,70	11,83	14,06	-5,19
• машиностроение	23,13	17,94	15,33	17,72	18,18	13,40	11,12	15,63	13,50	-6,50
Производство и распределение электроэнергии, газа и воды	16,11	15,90	16,62	20,29	23,09	22,62	12,20	16,03	20,72	3,19
Строительство	9,43	8,91	8,19	12,93	6,95	13,26	8,80	6,33	11,72	2,75
Оптовая и розничная торговля, ремонт	13,29	17,61	16,57	15,00	16,59	13,34	10,06	12,97	14,61	1,19
Транспорт и связь:	12,11	15,12	14,75	16,68	14,19	15,91	11,36	14,89	13,93	1,77
– связь	22,64	19,28	12,56	13,58	19,68	14,05	9,60	13,64	15,41	-4,69
– транспорт	11,01	14,47	15,18	17,26	13,20	16,28	11,76	15,23	13,55	2,62

Источники: Росстат, статистические службы стран – партнеров ВЭД, расчеты автора.

¹¹ Измерение доли стоимости экспортных продаж в совокупной выручке от реализации товаров и услуг.

¹² Здесь подразумевается измерение доли стоимости закупок импортных товаров инвестиционного назначения в инвестициях в основной капитал в текущих ценах.

Таблица 6. Динамика обобщенных оценок зависимости российской экономики по полному спектру санкционных ограничений в 2014–2022 гг., %

Показатель	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022*	CAGR
Коммерческая зависимость	12,802	13,412	13,871	12,323	12,346	14,633	13,512	13,473	9,923	–0,213
Производственная зависимость	10,125	10,235	9,974	9,849	9,836	9,878	9,882	9,921	17,222	0,780
Приведенная операционная зависимость	10,599	10,448	10,660	10,375	10,520	10,648	9,803	10,989	10,975	0,465
Инвестиционная зависимость	14,082	15,529	15,312	16,990	17,397	15,953	15,271	16,497	15,030	3,958
Приведенная общая санкционная уязвимость	18,987	26,245	31,589	13,563	17,618	37,682	25,483	27,134	56,922	11,695
Рентабельность активов организаций	2,5	3,7	5,9	3,8	4,7	5,8	4,1	8,9	7,0	15,846

Источники: Росстат, статистические службы стран-партнеров, расчеты автора.

* Детализированные сведения Росстата с 2022 г. отсутствуют в открытом доступе: представлены предварительные данные на основе обработки международной статистики.

ная оценка информационной картины табл. 5 ведет к следующим выводам: за последнее время инвестиционная зависимость национальной экономики неуклонно росла ($CAGR = +3,96\%$), но для ряда значимых секторов наблюдалось ее снижение, в частности для промышленного производства в целом ($CAGR = -0,69\%$) и сферы коммуникаций ($CAGR = -4,69\%$), что служит основой осторожного оптимизма для суждений о преодолении нежелательных тенденций роста санкционной уязвимости инвестиционной деятельности в энергетике, строительстве и производстве потребительских товаров. Полученные оценки свидетельствуют, с одной стороны, о концентрации рисков санкционной устойчивости экономики на среднесрочной и долгосрочной перспективе именно в сфере расширения и модернизации индустриальной базы отечественного производства, с другой — четко обозначена перспективная область и стратегическая задача — формирование институциональных условий и концентрация государственных ресурсов на создании технической платформы инновационного развития РФ на основе обеспечения технологического суверенитета, минимизирующего потенциальные риски сдерживания экономического роста.

Завершая описание выполненных расчетов, приведем в табл. 6 результаты оценки значений обобщенных показателей санкционной зависимости российской экономики.

Они показывают (здесь приведены предварительные данные за 2022 г. для агрегированных значений по экономике в целом), что с момента обострения конкурентного противостояния в 2014 г. в целом наблюдались противоположные тенденции в области технического измерения свойств санкционной устойчивости российской экономики и ее ключевых секторов: незначительно повышалась коммерческая зависимость от экспорта при немногим более быстром снижении производственной зависимости от импорта. На этом фоне существенно возросла инвестиционная зависимость экономики от зарубежных поставок товаров инвестиционного назначения, что сказалось на увеличении значения показателя приведенной операционной зависимости. В итоге технический коэффициент приведенной общей санкционной уязвимости, вобрав противоположные тенденции в формировании вклада санкций в текущие доходы (ED_k) и расходы (PD_k) секторов при существенном росте санкционных издержек для инвестиционной сферы (ID_k), показал возможное усиление потенциальных рисков неблагоприятных потерь от санкционного давления в среднесрочной перспективе (при условии отсутствия активной политики противодействия).

Отметим, что детальная и фокусная оценка потенциального санкционного воздействия внешних ограничений технически возможна и наиболее эффективна в рамках формирующейся цифровой платформы поддержки функционирования органов единой системы публичной власти¹³, включая сервисы Федеральной информационной системы стратегического планирования и Координационного центра Правительства РФ, способствующих синхронизации и согласованию текущей

¹³ В соответствии с Законом РФ о поправке к Конституции Российской Федерации от 14.03.2020 № 1-ФКЗ «О совершенствовании регулирования отдельных вопросов организации и функционирования публичной власти» (см.: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/45280>).

деятельности органов представительной и исполнительной власти¹⁴, направленной на планирование и регулирование СЭР. Своевременная и достоверная управленческая информация, увязанная с полным потоком электронных транзакций в различных сферах деятельности, отражающих юридически значимые операции экономических и социальных агентов, создает возможность идентификации характеристик и формирования профиля хозяйствующих субъектов по признакам их построения, потенциала и поведения с учетом специфики сектора экономики, вида деятельности. Подобные профили в части описания санкционной устойчивости секторов и отдельных компаний могут быть использованы для формирования обоснованных и согласованных программ инновационного развития и проектов обеспечения технологического суверенитета¹⁵. Здесь нельзя не отметить своеобразный долг отечественной научной школы в области общественных и экономических исследований в переходный период глобальной трансформации мироустройства (Полтерович, 2008; Мальцев, Сухих, 2019; и др.). Как уже было в российской истории, внешние угрозы и внутренние сложности стимулировали и активизировали процессы технологических и институциональных преобразований, формируя научно-исследовательскую и инженерно-техническую базу модернизации национальной экономики с учетом глобальных тенденций цифровизации общества и трансформации миропорядка (Graham, 2019; Медведев, Васильев, 2022; и др.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Последовательность и успешность в достижении национальных целей и решении стратегических задач перспективного развития во многом определяется укреплением технологического суверенитета страны, что требует проведения оперативного анализа санкционной устойчивости секторов отечественной экономики и комплексного обоснования адресных мер, направленных на укрепление их потенциала, прежде всего в сфере обрабатывающей промышленности, ориентированной на поддержание эффективности инвестиционного цикла в модернизации и расширении общей производственной базы.

Предложенный подход к разработке инструментария оценки санкционной устойчивости секторов экономики (промышленных кластеров) может использоваться при обосновании приоритетов обеспечения технологической независимости сектора (компаний, формирующих основу производственного потенциала сектора/кластера), формировании проектов экспортосмещения (коррекции структуры и направлений поставок отечественной продукции за рубеж) и импортосмещения (коррекции структуры и направлений закупок импортной продукции за рубежом), а также разработке программ импортозамещения. Это позволит повысить качество иницилируемых управленческих решений при разработке программ развития и инвестиционных проектов в рамках стратегического планирования в системе публичной власти на основе методов идентификации и оценки общего уровня потенциального санкционного влияния на деятельность хозяйственных агентов в производственных и сервисных секторах экономики. Возможным направлением дальнейших исследований здесь является расширение представленного подхода методами дифференцированного анализа санкционных последствий для бюджетной сферы государства, что предопределяет качество обоснования мер адресной поддержки государством инвестиционных проектов обеспечения технологического суверенитета (в том числе в сфере диверсификации предприятий ОПК), а также учета характеристик длительности инвестиционного цикла и структуры инвестиционного лага. Помимо оперативного выявления узких мест при распределении ресурсных потоков и производственных мощностей в ходе выполнения критически важных государственных заказов, важно перейти к регламентной работе электронных сервисов при поддержке процессов планирования и регулирования деятельности критической инфраструктуры и стратегических секторов, что будет способствовать росту эффективности использования национальных активов и национальных богатств страны в целом. Выявление зон уязвимости к санкциям, шире — сфер технологической и сырьевой зависимостей отечественной промышленности, лежит в основе формирования государственной политики рациональной мобилизации ключевых факторов долгосрочного экономического роста и социального благополучия страны.

¹⁴ См.: <https://gasu.gov.ru/stratdocuments>; <http://government.ru/rugovclassifier/719/events/>

¹⁵ Это может выполняться на различных уровнях стратегического управления в системе органов публичной власти, а также в сфере корпоративного управления (прежде всего в рамках государственных корпораций и компаний с государственным участием в уставном капитале, особенно в стратегических отраслях промышленности, подверженных повышенному риску санкций).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Березинская О.Б., Ведев А.Л.** (2015). Производственная зависимость российской промышленности от импорта и механизм стратегического импортозамещения // *Вопросы экономики*. № 1. С. 103–115. DOI: 10.32609/0042-8736-2015-1-103-115 [Berezinskaya O.B., Vedev A.L. (2015). Production dependence of the Russian industry on imports and the mechanism of strategic import substitution. *Voprosy Ekonomiki*, 1, 103–115. DOI: 10.32609/0042-8736-2015-1-103-115 (in Russian).]
- Блохин К.В.** (2022). Россия и Запад. Военно-политический конфликт 2022 года. Меняя правила игры // *Свободная мысль*. № 2. С. 25–34. EDN: <https://elibrary.ru/aeolht> [Blokhin K.V. (2022). Russia and the West. Military-political conflict in 2022. Changing the rules of the game. *Svobodnaya Misl' (Free Thought)*, 2, 25–34. EDN: <https://elibrary.ru/aeolht> (in Russian).]
- Гурвич Е.Т., Прилепский И.В.** (2016). Влияние финансовых санкций на российскую экономику // *Вопросы экономики*. № 1. С. 5–35. DOI: 10.32609/0042-8736-2016-1-5-35 [Gurvich E.T., Prilepskiy I.V. (2016). Analysis of financial results for the Russian economy. *Voprosy Ekonomiki*, 1, 5–35. DOI: 10.32609/0042-8736-2016-1-5-35 (in Russian).]
- Изотов Д.А.** (2014). Эмпирические модели общего экономического равновесия // *Пространственная экономика*. № 3. С. 138–167. DOI: 10.14530/se.2014.3.138-167 [Izotov D.A. (2014). Empirical models of general economic equilibrium. *Spatial Economics*, 3, 138–167. DOI: 10.14530/se.2014.3.138-167 (in Russian).]
- Кешнер М.В.** (2015). *Экономические санкции в современном международном праве*. Москва: Проспект. [Keshner M.V. (2015). *Economic sanctions in modern international law*. Moscow: Prospekt (in Russian).]
- Кнобель А.Ю., Прока К.А., Багдасарян К.М.** (2019). Международные экономические санкции: теория и практика их применения // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 3 (43). С. 152–162. DOI: 10.31737/2221-2264-2019-43-3-7 [Knobel A. Yu., Proka K.A., Bagdasaryan K.M. (2019). The Theory and Practice of International Economic Sanctions. *Journal of the New Economic Association*, 3 (43), 152–162. DOI: 10.31737/2221-2264-2019-43-3-7 (in Russian).]
- Мальцев А.А., Сухих В.В.** (2019). Истоки отставания российской экономической науки: случай одного региона // *Вопросы теоретической экономики*. № 2. С. 82–91. DOI: 10.24411/2587-7666-2019-10206 [Maltsev A.A., Sukhoi V.V. (2019). The origins of the Russian economics Backwardness: The case of one region. *Issues of Economic Theory*, 2, 82–91. DOI: 10.24411/2587-7666-2019-10206 (in Russian).]
- Медведев Н.П., Васильев Ю.В.** (2022). Переход к многополярному мироустройству: вопросы концептуализации феномена. В сб.: «Актуальные проблемы правоприменения и управления на современном этапе развития общества. IV Национальная заочная научно-практическая конференция». Ставрополь. С. 66–89. EDN: <https://elibrary.ru/feaniz> [Medvedev N.P., Vasiliev Yu.V. (2022). Transition to a multipolar world order: Issues of conceptualization of the phenomenon. In: “Actual problems of law enforcement and management at the present stage of society development. IV National Correspondence Scientific and Practical Conference”. Stavropol, 66–89. END: <https://elibrary.ru/feaniz> (in Russian).]
- Писарева О.М.** (2022). Методологические аспекты оценки уязвимости секторов национальной экономики. В кн.: «Стратегическое управление устойчивым развитием экономики в новой реальности». А.В. Бабкин (ред.). СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС. С. 59–121. DOI: 10.18720/IEP/2022.2/2 [Pisareva O.M. (2022). Methodological aspects of assessing the vulnerability of the national economy sectors. In: *Strategic management of sustainable development of the economy in the new reality*. A.V. Babkin (ed.). St. Petersburg: POLYTECH-PRESS, 59–121. DOI: 10.18720/IEP/2022.2/2 (in Russian).]
- Полтерович В.М.** (2008). Современное состояние теории экономических реформ // *Экономическая наука современной России*. № 1 (40). С. 1–34. EDN: <https://www.elibrary.ru/jrhdet> [Polterovich V.M. (2008). The current state of the theory of economic reforms. *Economics of Contemporary Russia*, 1 (40), 1–34. EDN: <https://www.elibrary.ru/jrhdet> (in Russian).]
- Прилепский И.В.** (2019). Финансовые санкции: влияние на потоки капитала и экономический рост Российской Федерации // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 3 (43). С. 163–172. DOI: 10.31737/2221-2264-2019-43-3-8 [Prilepskiy I.V. (2019). Financial sanctions: Impact on capital flows and GDP growth in Russia. *Journal of the New Economic Association*, 3 (43), 163–172. DOI: 10.31737/2221-2264-2019-43-3-8 (in Russian).]
- Сенотрусова С.В., Сибирякова Я.В.** (2023). Параллельный импорт и другие экономические меры как ответ на санкции в отношении российского импорта // *Государственное управление. Электронный вестник*. № 96. С. 64–73. DOI: 10.24412/2070-1381-2023-96-64-73 [Senotrusova S.V., Sibiryakova Ya.V. (2023). Parallel imports and other economic measures as a response to sanctions against Russian imports. *Public Administration. E-journal (Russia)*, 96, 64–73. DOI: 10.24412/2070-1381-2023-96-64-73 (in Russian).]
- Славецкая Н.С., Миэринь Л.А.** (2022). Ценовой потолок как метод санкционного давления на российский нефтяной экспорт. Часть I // *Известия Санкт-Петербургского государственного экономического университета*. № 5 (137). С. 21–27. EDN: <https://elibrary.ru/yavpvc> [Slavetskaya N.S., Mierin L.A. (2022). Price ceiling as a method of sanctions pressure on Russian oil exports. Part I. *Izvestiâ Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo*

ekonomičeskogo universiteta (Proceedings of the St. Petersburg State University of Economics), 5 (137), 21–27. EDN: <https://elibrary.ru/yavpvc> (in Russian).]

Becker G.S. (1957). *The economics of discrimination*. Chicago: Chicago University Press.

Graham M. (ed.) (2019). *Digital economies at global margins*. International Development Research Centre. Cambridge, London: The MIT Press. Available at: https://www.researchgate.net/profile/Stefan_Ouma/publication/324865591_African_Economies_Simply_Connect_Problematizing_the_Discourse_on_Connectivity_in_Logistics_and_Communication/links/5c483a7da6fdccd6b5c1ccf9/African-Economies-Simply-Connect-Problematising-the-Discourse-on-Connectivity-in-Logistics-and-Communication.pdf

Parlett K. (2015). The application of the rules on countermeasures in investment claims. In: *Sovereignty, Statehood and State Responsibility. Essays in Honour of James Crawford (LSEPS2015)*. Ch. Chinkin, F. Baetens (eds.). Cambridge: Cambridge University Press, 389–405.

The sanctions' resistance analysis of economic sectors: Priorities of sovereign development and technological modernization

© 2024 O.M. Pisareva

O.M. Pisareva,

State University of Management, Moscow, Russia; e-mail: om_pisareva@guu.ru

Received 18.02.2024

Abstract. The purpose of the study is to develop analytical tools and methodological support for assessing the stability and vulnerability of sectors of the national economy to the effects of external sanctions. The study of the problem was based on the general scientific methods of generalization, analysis and classification. Methods of logical, economic, content, statistical, investment and expert analysis were used, as well as methods of econometric and mathematical modeling to achieve the research goal. A system of indicators for assessing the operational (technological and commercial) and investment dependence of the economic sector on imports is proposed. Methodological methods for assessing the sanctions dependence of the industry in the formation of production and investment development programs are substantiated. Examples of calculations of dependence indicators by levels and aspects of the industry description in the operating and investment areas are given. Recommendations are given on the use of the proposed indicators in the process of strategic and programming development in the conditions of ensuring technological independence and structural adaptation of the Russian economy.

Keywords: socio-economic development, sanctions, resistibility, strategic planning, import substitution, import displacement, export displacement, digital platform.

JEL Classification: F51, O14, O21, O24, O32, D78, C65.

UDC: 330.34, 354, 338.24, 339.54, 339.56, 330.42.

For reference: **Pisareva O.M.** (2024). The sanctions' resistance analysis of economic sectors: Priorities of sovereign development and technological modernization. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 27–39. DOI: 10.31857/S0424738824040035 (in Russian).

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Динамика формы кривой бескупонной доходности
российских государственных облигаций**

© 2024 г. С.В. Курочкин, М.С. Макушкин

С.В. Курочкин,

НИУ «Высшая школа экономики», Москва; e-mail: skurochkin@hse.ru

М.С. Макушкин

НИУ «Высшая школа экономики», Москва; e-mail: mmakushkin@hse.ru

Поступила в редакцию 31.03.2024

Авторы благодарны рецензенту первого варианта статьи за ценные замечания, позволившие улучшить изложение.

Аннотация. Кривая доходностей графически отображает зависимость процентной ставки от срочности. Форма кривой доходности постоянно привлекает внимание аналитиков, поскольку она косвенно отражает заложенные рынком ожидания относительно будущей траектории процентной ставки. При этом анализ формы кривой доходности обычно осуществляется эвристически — либо через спреды между ставками на различные сроки, либо визуально. В работе формализуется понятие формы кривой доходности в терминах топологических инвариантов дифференцируемых функций. С помощью модели Нельсона–Зигеля (в качестве базовой для кривой бескупонной доходности) показано, что возможно только шесть типов кривой доходностей — монотонно возрастающая, монотонно убывающая, возрастающая с горбом, возрастающая с ямой, инвертированная с горбом и инвертированная с ямой. На реальных данных о кривой бескупонной доходности Московской биржи анализируется динамика перехода рублевой кривой доходности из одного типа в другой. Показано, что переход из нормального возрастающего состояния кривой в инвертированное всегда происходит через горб, а обратный переход — через яму. Это указывает на важную роль среднесрочных ставок в трансформации кривой. Такое поведение связано с привязкой короткого конца кривой доходностей к ключевой ставке. Предложенная классификация формы кривой доходностей может быть полезна исследователям, ищущим инструментарий для формального анализа кривой доходности, а выводы о закономерностях в динамике кривой могут помочь инвесторам в государственные облигации при разработке стратегий.

Ключевые слова: кривая бескупонной доходности; срочная структура процентных ставок; модель Нельсона–Зигеля; функции Морса.

Классификация JEL: G12, E43.

УДК: 336.01.

Для цитирования: Курочкин С.В., Макушкин М.С. (2024). Динамика формы кривой бескупонной доходности российских государственных облигаций // Экономика и математические методы. Т. 60. № 4. С. 40–49. DOI: 10.31857/S0424738824040044

1. ВВЕДЕНИЕ

«Топологическая структура произвольных гладких функций на гладком многообразии относится к небольшому числу наиболее фундаментальных объектов изучения как в чистой, так и в прикладной математике» (Arnold, 2007). Глубокие исследования в данном направлении имеют место уже длительное время (по-видимому, начиная с 16-й проблемы Гильберта). Среди современных приложений следует отметить такие направления в машинном обучении, как топологический анализ данных и моделирование многообразий (manifold learning) (Chazal, Michel, 2021; Meilă, Zhang, 2024). Однако применительно к рассматриваемому в работе типу объектов — кривым бескупонной доходности — авторам такие работы неизвестны.

Предметом настоящей работы является топологическая классификация форм кривой доходности в рамках наиболее широко используемой модели Нельсона–Зигеля, а также эмпирическое

исследование динамики этой формы на предмет частотности переходов из класса в класс и имеющихся здесь глобальных закономерностей.

Кривая бескупонной доходности (КБД) — ключевой показатель долгового рынка в данной валюте. Кривая представляет собой график зависимости доходности бескупонной государственной облигации от ее срока погашения. Расчет кривой производится регулятором, как правило, в реальном времени, не реже чем ежедневно по итогам торгов. Соответствующая информация публикуется на интернет-ресурсах и становится официальным документом, применяемым в различных целях. Также эти данные рутинным образом используются в текущей деятельности банков для расчета приведенной стоимости денежных потоков.

Качественный вид кривой (возрастание, убывание, наличие горбов и т.д.) привлекает постоянное внимание аналитиков. В работах как академического, так и делового характера можно найти различные объяснения (с финансовой и макроэкономической точек зрения), предвестником чего является та или иная форма кривой. При этом понятие формы кривой, как правило, остается на интуитивном уровне и сводится к следующим прокси: спреда между доходностями долгосрочных и краткосрочных облигаций (типичные пары: сроки погашения 10 лет и 2 года, 5 лет и 1 год, 2 года и ГКО) либо визуально по графику. Все такие подходы изначально неточны, поскольку они содержат элементы произвола и не могут считаться удовлетворительными в научном отношении. Желательно, в том числе для практических целей, придать выражению «форма кривой доходности» точный смысл.

Нетривиальная особенность кривой доходности при любом способе ее построения состоит в том, что информация для наблюдений по данным торгов на рынке государственных облигаций недоступна: бескупонных облигаций на средние и длинные сроки на рынках, даже на развитых, за редчайшими исключениями, нет. Расчет производится косвенно — по ценам купонных облигаций. Применяются различные методики, и часто за основу берется параметрическая модель Нельсона—Зигеля и ее модификации (см., например, (Hua, 2015)). Так, Московская биржа использует модель с добавленными девятью гауссовыми «шапками»¹. Ряд регуляторов не раскрывает своей методики расчета².

Для полного анализа формы кривой полезно знать конкретную применяемую модель. В данной работе представлен анализ для случая классической модели Нельсона—Зигеля с четырьмя параметрами. Такое решение является естественным первым шагом. Более того, для такого относительно низколиквидного долгового рынка, как российский, целесообразность использования более сложных моделей в принципе представляется сомнительной (Макушкин, Лапшин, 2021).

Структура работы. В разд. 2 представлен обзор литературы по данной теме. В разд. 3 с помощью аппарата дифференциальной топологии дана топологическая классификация кривых доходностей. В разд. 4 проведено эмпирическое исследование динамики формы кривой доходности российского рынка государственных облигаций, выявившее ряд статистических закономерностей. В разд. 5 приводятся выводы.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Кривая доходностей графически отображает зависимость безрисковой процентной ставки от срочности. В данном случае под безрисковой ставкой понимается доходность государственных облигаций в национальной валюте. Кривая доходностей отражает тот факт, что у денег на разную срочность есть разная стоимость.

Можно сформулировать следующие стилизованные³ факты относительно кривой доходностей (Diebold, Li, 2006). Во-первых, кривая доходностей в среднем имеет возрастающую выпуклую форму. Во-вторых, кривая доходностей изменяется во времени и может принимать другие формы (например, убывающую или с горбом на средних срочностях). В-третьих, короткий конец кривой в среднем более волатилен, чем дальний. Эконометрические исследования показывают, что

¹ Московская биржа «Кривая бескупонной доходности», 2024 г. (<https://www.moex.com/s2532?ysclid=lr3pqdzww1572949068>).

² Bank of England “Yield curve methodology”, 2024 (<https://www.bankofengland.co.uk/statistics/yield-curves>); US Department of the Treasury “Treasury Yield Curve Methodology”, 2022 (<https://home.treasury.gov/policy-issues/financing-the-government/interest-rate-statistics/treasury-yield-curve-methodology>).

³ В социальных науках, особенно в экономике, стилизованный факт — это упрощенное изложение эмпирического вывода.

большую часть дисперсии процентных ставок можно объяснить тремя факторами — уровнем кривой доходностей, ее наклоном и изгибом (Barber, Corper, 2012).

Литературу, посвященную анализу кривых доходностей, можно разделить на три блока, которые мы условно будем называть теоретическим, техническим и прикладным.

Теоретическая литература обсуждает причины возникновения временной структуры процентных ставок и факторов ее динамики. Основы современной теории процентных ставок восходят к работам Фишера (Fisher, 1896), который сформулировал так называемую теорию ожидаемых процентных ставок. Согласно этой теории форвардные ставки являются индикатором будущих краткосрочных ставок. Это верно в предположении, что стратегия инвестирования в долгосрочные бумаги и стратегия инвестирования в краткосрочные бумаги с постоянным продлением позиции должны давать инвестору одинаковую доходность для избегания арбитража. Тогда возрастающая структура процентных ставок должна означать ожидание роста краткосрочных ставок для уравнивания доходностей обеих стратегий. Убывающая кривая, наоборот, должна указывать на ожидание снижения ставок.

Легко убедиться, что в чистом виде теория ожидаемых процентных ставок не соответствует реальному поведению кривой доходностей. Так, кривая доходностей имеет в среднем восходящую форму, однако ставки в среднем не возрастают. Аналогичные результаты видны из эконометрических исследований, которые показывают, что: а) форвардные ставки являются слабым предиктором реальных будущих спот-ставок; б) существует статистически значимая разница между доходностями стратегий инвестирования в короткие и длинные бумаги (Campbell, 1995).

Некоторые недостатки теории ожидаемых процентных ставок могут быть преодолены за счет добавления «премии за риск», также иногда называемой «премией за срочность» (Lutz, 1940; Hicks, 1946). В (Shiller, McCulloch, 1990) проводятся параллели между премией за риск и теорией предпочтений ликвидности Кейнса (Keynes, 1936). Согласно этой теории инвестор не безразличен при инвестировании в бумаги различной срочности. Предположения Фишера соблюдаются только в риск-нейтральном мире. В реальном же мире инвесторы обладают рискофобными предпочтениями, поэтому короткие бумаги обладают для них меньшим риском, в смысле переоценки на горизонте инвестирования. Соответственно, инвесторы готовы принимать их более низкую доходность. В предположении о возрастающей риск-премии кривая доходностей может иметь возрастающую выпуклую форму даже при ожиданиях, что короткая ставка не изменится.

Альтернативный взгляд на природу срочной структуры процентных ставок представляет теория сегментации рынка (Culbertson, 1957; Modigliani, Sutch, 1966). Она гласит, что разные участки кривой доходностей представляют собой разные сегменты рынка, слабо связанные между собой. На каждом сегменте рынка действуют разные игроки с разными риск-предпочтениями. В результате кривая доходностей формируется под балансом спроса и предложения на отдельных срочностях.

Современная финансовая литература признает, что все перечисленные факторы в той или иной степени влияют на форму кривой доходностей и ее динамику (Cook, Hahn, 1990; Ilmanen, Iwanowski, 1997; Fisher, 2001). Классические теории дополняются поправкой на выпуклость (convexity), которая объясняет выпуклость кривой доходностей (Ilmanen, 1995; Rebonato, Putyatin, 2018). Данный фактор (т.е. поправка) является следствием неравенства Йенсена. Поскольку цену облигации отражает выпуклая функция ее доходности, то средняя цена облигации должна быть выше цены облигации со средней доходностью. У долгосрочных бумаг показатель выпуклости функции доходности облигации больше из-за более выпуклой зависимости от ставок. В результате цена облигаций растет больше при увеличении риск-премии, что давит их доходности вниз. Из-за этого на дальних срочностях эффект показателя выпуклости компенсирует эффект возрастающей риск-премии, что и придает кривой доходности выпуклую форму.

Техническая литература фокусируется на задаче извлечения информации о ненаблюдаемой кривой доходности из наблюдаемых цен рыночных инструментов. Для этого существует много различных моделей (сплайны (McCulloch, 1971), бутстрэпы (Fama, Bliss, 1987), риск-нейтральные модели (Vasicek, 1977), различные параметрические модели (Svensson, 1994)). Их подробный обзор можно найти в работе (Лапшин, Терещенко, 2018).

Большую популярность получила параметрическая модель Нельсона–Зигеля (Nelson, Siegel, 1987). Она описывает кривую доходностей с помощью трех латентных факторов, которые хорошо ложатся в стилизованные факты о наблюдаемой кривой доходностей (Diebold, Li, 2006). Модель может быть оценена как по бескупонным доходностям, так и по ценам купонных облигаций.

Помимо вопросов применимости моделей, техническая литература занимается практически всеми вопросами построения кривой, например калибровки модели (Annaert et al., 2013; Wahlström, Paraschiv, Schürle, 2021), особенностями оценки кривой на низколиквидных рынках (Гамбаров, Шевчук, 2004; Макушкин, Лапшин, 2021) и в условиях неполных данных (Макушкин, Лапшин, 2023).

Решение практических задач. В отличие от технической литературы, где оцененная кривая доходностей является результатом исследования, в прикладной литературе кривая доходностей является лишь входными данными. Так, форма кривой доходностей часто используется как предиктор рецессии (Estrella, Mishkin, 1998; Chauvet, Potter, 2001). Это объясняется тем, что кривая доходностей отражает ожидания траектории короткой ставки, которая тесно связана с монетарной политикой. Инвертированная кривая доходностей означает ожидание повышения ставок в краткосрочной перспективе (сдерживающая монетарная политика). Повышение ставки приведет к замедлению экономики и потребует от финансового регулятора снижения ставки в будущем (смягчение монетарной политики) для преодоления рецессии. Исследования показывают, что заложенная в кривой доходностей информация делает ее эффективным предиктором таких макроэкономических переменных, как экономический рост, инфляция и курс валюты (Ang, Piazzesi, Wei, 2006; Mehl, 2009; Ishii, 2023).

3. ТОПОЛОГИЯ КРИВОЙ ДОХОДНОСТИ

Следуя (Arnold, 2006; Nicolaescu, 2008), под формой кривой мы будем понимать ее топологическую структуру, т.е. класс эквивалентности относительно сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов области определения и области значений. Конструктивное содержание и возможность алгебраического анализа возникают в случае, если исследуемая функция является функцией Морса, т.е. когда все ее критические точки невырождены (Постников, 1971). Свойство быть функцией Морса есть свойство общего положения: такие функции образуют открытое всюду плотное множество в пространстве дифференцируемых функций. В случае кривых доходности это утверждение можно усилить: почти все, в смысле меры Лебега в пространстве параметров, реализации модели Нельсона—Зигеля являются функциями Морса. Этот факт можно было бы получить из общих конструкций, как сделано в (Banyaga, Hurtubise, 2004; Le, 2018) для многочленов от нескольких переменных и в (Курочкин, 2021) для нейронных сетей. Однако в данном случае можно дать несложное прямое доказательство (см. Приложение, утверждение 1).

Для случая вещественнозначных функций Морса на одномерной сфере S^1 классы эквивалентности описываются так называемыми змеями Арнольда — представленными в виде графов списками последовательных локальных максимумов и минимумов с относительным упорядочением соответствующих значений функции. В случае кривых доходности положение дел несколько иное: областью определения является $\mathbb{R}^+ = \{t : 0 \leq t < \infty\}$ — некомпактное многообразие с краем, где t — срочность ставки. Здесь аналогом «змеи» и полным описанием топологической формы кривой будет следующий список: начальное значение; далее, идя по t слева направо, последовательные минимумы и максимумы; предельное значение при $t \rightarrow +\infty$.

Непрерывная бескупонная процентная ставка $G(t)$ в модели Нельсона—Зигеля описывается уравнением

$$G(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)(\tau/t)[1 - \exp(-\tau/t)] - \beta_2 \exp(-\tau/t), \quad (1)$$

где $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau$ — оцениваемые параметры модели.

Справедливо следующее утверждение.

Утверждение. В своем общем положении кривая Нельсона—Зигеля $G(t)$ может принадлежать одному из 6 топологических типов⁴. В списке для каждого типа указаны его топологические инварианты и соответствующие области на плоскости параметров (β_1, β_2) :

- 1) N (normal) — монотонно возрастающая, $\beta_1 < 0, |\beta_2| < -\beta_1$;
- 2) I (inverted) — монотонно убывающая, $\beta_1 > 0, |\beta_2| < \beta_1$;
- 3) NH (normal humped) — возрастающая с горбом, $G(0) < G(+\infty)$, максимум при некотором $t : 0 < t < +\infty, \beta_1 < 0, \beta_2 > -\beta_1$;

⁴ В обозначениях использована распространенная терминология, см., например, (Diez, Korn, 2020).

4) *ND (normal dipped)* — возрастающая с ямой, $G(0) < G(+\infty)$, минимум при некотором $t: 0 < t < +\infty$, $\beta_1 < 0$, $\beta_2 < \beta_1$;

5) *IH (inverted humped)* — убывающая с горбом, $G(0) > G(+\infty)$, максимум при некотором $t: 0 < t < +\infty$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > \beta_1$;

6) *ID (inverted dipped)* — убывающая с ямой, $G(0) > G(+\infty)$, минимум при некотором $t: 0 < t < +\infty$, $\beta_1 > 0$, $\beta_2 < -\beta_1$.

Ситуации, когда для параметров имеют место строгие равенства, приводящие к экспоненциальным кривым, образуют множество меры ноль в пространстве параметров кривой доходности.

Нетривиальная часть доказательства приведена в Приложении, утверждение 2.

Полученная классификация действует для отдельных кривых доходности. Если же рассматриваются траектории в функциональном пространстве, например зависимость объекта от времени, то в некоторые моменты времени траектория общего положения, вообще говоря, проходит через случаи необщего положения, образующие гиперповерхности коразмерности 1. «Гиперповерхности особых случаев образуют границы областей случаев общего положения» (Арнольд, 1978). Поверхностями же коразмерности 2 и более можно пренебрегать — траектории их не задевают.

На рисунке представлена в целом картина областей-классов на плоскости (β_1, β_2) и разделяющих их линий.

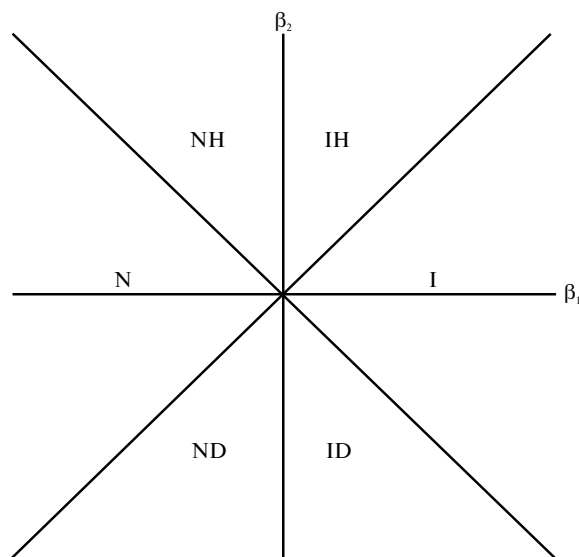


Рисунок. Карта топологических типов кривых бескупонной доходности в модели Нельсона—Зигеля

4. ЭМПИРИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФОРМЫ КРИВОЙ ДОХОДНОСТИ

В данном разделе будет проведен анализ реальной траектории, порожденной естественным ходом времени в пространстве кривых. При этом, с точностью погрешности модели, подтверждается, что переходы из класса в класс, в согласии с теорией, происходят через разделяющие линии, а не прыжком и не через начало координат (особенность коразмерности 2). Анализ выявил топологические свойства траектории, характеризующие ее эволюцию. Представляет интерес статистика переходов, которая свидетельствует о наличии определенных закономерностей.

Исследуемые данные были собраны на сайте Московской биржи⁵, они имеют ежедневный формат и охватывают период с 06.01.2014 (начало расчета кривой) по 06.10.2023; всего — 2446 наблюдений. По итогам каждого торгового дня имеются значения параметров модели и бескупонной доходности на 11 различных сроков от 0,25 до 20 лет.

Модель КБД Московской биржи представляет собой вариацию модели Нельсона—Зигеля (1), в которую было добавлено девять гауссовских колоколов g_i для лучшей подстройки кривой под рынок. Непрерывная ставка в модели описывается уравнением

$$G(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)(\tau/t)[1 - \exp(-\tau/t)] - \beta_2 \exp((- \tau/t)) + \sum_{i=1}^9 g_i \exp\left(- (t - a_i)^2 / b_i^2\right), \quad (2)$$

где a_i и b_i — дополнительные фиксированные параметры.

В табл. 1 представлены описательные статистики параметров β_0 , β_1 , β_2 (в базисных пунктах) и τ (в годах). Средний долгосрочный уровень процентных ставок (параметр β_0) в рассматриваемый период составлял порядка 9%. Кривая была в среднем возрастающая и выпуклая вверх, о чем

⁵ Московская биржа. Кривая бескупонной доходности (<https://www.moex.com/s2532?ysclid=lr3pqdzzw1572949068>).

Таблица 1. Описательные статистики основных параметров модели КБД Московской биржи (MOEX GCURVE)

Параметр	β_0	β_1	β_2	τ
Среднее	886	−146	−44	3,89
Минимум	555	−639	−837	0,30
Максимум	1308	768	1192	17,53
Стандартное отклонение	159	240	356	4,07

Таблица 2. Вклад гауссовских колоколов в процентные ставки на различных срочностях

Статистика	0,5	1	2	3	5	10	20
Минимум, %	−0,88	−0,65	−0,36	−0,35	−0,38	−0,36	−0,24
Среднее, %	−0,01	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00
Максимум, %	0,34	0,35	0,60	0,79	0,69	0,78	0,34

Таблица 3. Статистика эволюции топологических типов КБД Мосбиржи

Из \ В	N	NH	IH	I	ID	ND	Всего
N	976	11			2	32	
NH	14	369	5				
IH	1	7	224	7			239
I			9	102	6		
ID			1	8	171	5	185
ND	31				6	458	495
Всего	1022	387	239		185	495	2445

свидетельствуют отрицательные значения β_1, β_2 . Горб кривой, положение которого регулируется в модели параметром τ , в среднем находился в районе четырех лет.

Дополнительно мы рассмотрели вклад от гауссовских колоколов в оцененные процентные ставки на различных срочностях (табл. 2). В отдельные дни они могут корректировать базовую ставку из модели Нельсона—Зигеля на 0,8–0,9%. Однако в целом их отбрасывание не меняет топологии кривой в подавляющем числе дней и характер ее динамики. Это верно для всех ключевых срочностей. В связи с этим мы можем без потери информативности сконцентрироваться на анализе параметров β_1, β_2 .

Статистика пребывания кривой доходности в каждом топологическом классе и переходов из класса в класс представлена в табл. 3. По столбцам указан класс, из которого идет переход, по строкам — класс, в который переходит кривая. Расположение — по часовой стрелке, начиная от класса N. Начальный класс — N, конец траектории — класс NH.

Анализ матрицы переходов показал следующее. Из нормальной в перевернутую форму кривая доходности всегда эволюционирует только по схеме $N \rightarrow NH \rightarrow IH \rightarrow I$, т.е. через горб. Наоборот, из перевернутой в нормальную форму переход осуществляется только по схеме $I \rightarrow ID \rightarrow ND \rightarrow N$, т.е. через впадину. По-видимому, этот реальный факт отмечен впервые. В целом же за все время траектория делает на плоскости (β_1, β_2) два полных (с лишним) оборота по часовой стрелке.

Отдельно обсудим неправильные с точки зрения теории переходы не в соседние секторы. За время наблюдения ($\approx 2,5$ тыс.) таких было четыре, из них три шли подряд, а именно: 03.06.2015 — $IH \rightarrow ID$; 06.07.2015 — $ID \rightarrow N$; 07.07.2015 — $N \rightarrow IH$; 24.06.2022 — $ID \rightarrow N$. Анализ кривых за 02–08.06.2015 выявляет побочный эффект модели: торговля была сосредоточена на коротких и средних сроках погашения, кривая — в целом нерелевантна. При этом некоторые из дополнительных параметров g_i принимали аномально большие по абсолютной величине значения, что в данном случае играет роль помех, а не уточнения.

Что касается даты 24.06.2022 (пятница) и последующих, облигации торговались с большими спредами и переходы $ID \rightarrow N \rightarrow ND \rightarrow ID$ также представляют побочный эффект модели. По существу, как и в первом случае, никаких переходов не было, кривая оставалась в своем классе.

Наш вывод о том, что кривая доходностей меняет режим через горб и впадину, согласуется с результатами схожих исследований. Так, в (Ilmanen, Iwanowski, 1997) горб кривой интерпретируется как ожидания рынка изменения формы кривой. В (Mönch, 2012) показано, что изгиб кривой может предсказывать будущие изменения ее наклона.

Мы объясняем такое поведение через привязку короткого конца кривой доходностей к ключевой ставке. Ключевая ставка отражает минимальную доходность на аукционах репо Банка России со срочностью одна неделя. Для избегания арбитража доходность ОФЗ с похожим оставшимся сроком до погашения должна быть близка к ключевой ставке (оба инструмента обладают минимальным риском, соответственно, должны давать одинаковую доходность). Таким образом, короткий конец кривой доходностей не может в полной мере измениться до фактического изменения ключевой ставки.

Ставки на средние срочности, напротив, не привязаны напрямую к ключевой ставке. Участники рынка при ожидании будущего повышения ставок продают облигации, чтобы фиксировать прибыль и избежать негативной переоценки. Увеличение предложения на среднем участке кривой толкает среднесрочные доходности вверх.

Долгосрочные доходности же реагируют на увеличение предложения слабее — отчасти из-за более низкой ликвидности дальнего конца кривой, отчасти — из-за ожиданий возвращения ставок к равновесному уровню в долгосрочной перспективе.

Так у кривой появляется горб. Затем, после повышения ключевой ставки изменяется и короткий конец кривой. Кривая становится инвертированной. По аналогичной логике, но в другом направлении работает переход кривой из инвертированного положения в возрастающее — через обратный горб.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе было формализовано понятие формы кривой доходностей в терминах топологических классов дифференцируемых функций. Показано, что в рамках модели Нельсона—Зигеля возможны шесть типов кривой доходностей: монотонно возрастающая, монотонно убывающая, возрастающая с горбом, возрастающая с ямой, инвертированная с горбом и инвертированная с ямой.

На реальных данных КБД Московской биржи мы оценили матрицу переходов кривой доходностей на российском рынке государственных облигаций. Мы пришли к выводу, что переход от возрастающей кривой доходностей к инвертированной происходит через горб на средних срочностях, а обратный переход — к нормальной возрастающей кривой — происходит через яму. Таким образом, среднесрочные ставки содержат ожидания изменения формы кривой доходностей в будущем. Это поведение мы связываем с меньшей адаптивностью короткого конца кривой доходности, который косвенно привязан к ключевой ставке и не может в полной мере реагировать на изменение ожиданий инвесторов.

Выводы работы могут быть полезны как для теоретиков, так и для практиков. Для теоретиков работа предоставляет новый инструментарий для формального анализа кривой доходностей. Для практиков — формулирует основные закономерности в движении кривой доходностей на рублевом рынке. Эта информация может быть полезна для разработки стратегий инвестирования в облигации.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Утверждение 1. Кривая доходности Нельсона—Зигеля

$$G(t) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)(\tau/t)[1 - e^{-\tau/t}] - \beta_2 e^{-\tau/t}$$

является функцией Морса почти для всех значений параметров $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$ в смысле меры Лебега в $\mathbb{R}^4$.

Доказательство. Параметры β_0, τ не влияют на форму кривой, следовательно, множество $\{V = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau), \text{ где } G(t) \text{ не функция Морса}\}$ имеет вид $V = \mathbb{R} \times W \times \mathbb{R}^+, W \subset \mathbb{R}^2$, и для доказательства достаточно исследовать плоскую меру W .

Полагая $\beta_0 = 0, \tau = 1, a = \beta_1 + \beta_2, b = -\beta_2, g(t) = t^{-1}(1 - e^{-t}), h(t) = e^{-t}$, получаем, что в вырожденной критической точке t^* должны выполняться соотношения $ag'(t^*) + bh'(t^*) = 0, ag''(t^*) + bh''(t^*) = 0$, что

возможно при $a=b=0$ — это множество меры ноль, ему соответствуют плоские кривые доходности, — или при выполнении условия

$$\begin{vmatrix} g'(t^*) & h'(t^*) \\ g''(t^*) & h''(t^*) \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Покажем, что (3) не может иметь места.

Для $t > 0$:

$$g'(t) = t^{-2}(-1 + e^{-t} + te^{-t}), \quad h'(t) = -e^{-t}, \quad g''(t) = t^{-3}(2 - 2e^{-t} - 2te^{-t} - t^2 e^{-t}), \quad h''(t) = e^{-t},$$

определитель в (3) равен

$$t^{-3} e^{-t} \begin{vmatrix} 1 + e^{-t} + te^{-t} & -1 \\ 2 - 2e^{-t} - 2te^{-t} - t^2 e^{-t} & t \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Определитель в (4) равен $D(t) = -2 - t + 2e^{-t} + 3te^{-t} + 2t^2 e^{-t}$. Имеем: $D(0) = 0$, $D'(t) = -1 + e^{-t} \times (1-t)(1+2t)$, $D'(0) = 0$, $D''(t) = e^{-t}(-3t - 2t^2) < 0$, откуда следует, что при $t > 0$ будет $D(t) < 0$, и то же — для определителя в (3).

При $t=0$ из разложений $g(t)$, $h(t)$ в ряд Тейлора в нуле имеем $g'(0) = -0,5$, $h'(t) = -1$, $g''(0) = 1/3$, $h''(0) = 1$, и определитель в (3) при $t^* = 0$ равен $-1/6 < 0$. ■

Утверждение 2. В своем общем положении, т.е. за вычетом комбинаций параметров $(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$, образующих множество меры «ноль», кривая Нельсона–Зигеля при $t \geq 0$ может иметь не более одной критической точки (т.е. точек t , где $G'(t) = 0$).

Доказательство. Как и в доказательстве утверждения 1, полагаем $\beta_0 = 0$, $\tau = 1$, $a = \beta_1 + \beta_2$, $b = -\beta - 2$, $g(t) = t^{-1}(1 - e^{-t})$, $h(t) = e^{-t}$, и вместо $G(t)$ исследуем кривую $y(t) = ag(t) + bh(t)$. Из вида $g(t)$, $h(t)$ следует, что $y'(0) = 0$ только при $a + 2b = 0$. При $t > 0$

$$y'(t) = t^{-2}a(-1 + e^{-t} + te^{-t}) - be^{-t}. \quad (5)$$

Функция $u(t) = -1 + e^{-t} + te^{-t}$ не имеет нулей при $t > 0$, поскольку $u(0) = 0$ и $u'(t) = -te^{-t} < 0$. Поэтому достаточно рассмотреть случай $b \neq 0$, и задача сводится к исследованию числа положительных нулей у функции

$$v(t) = c(-1 + e^{-t} + te^{-t}) + t^2 e^{-t}. \quad (6)$$

Здесь $c = -a/b$ — произвольный параметр. Если таких нулей больше одного, должна существовать точка $t^* > 0$, где обращается в ноль производная v . Для нее имеем $v'(t) = (2 - c - t)te^{-t}$, $v'(t^*) = 0$ при $t^* = 2 - c$, — единственный возможный положительный корень, откуда необходимое условие $c < 2$. Поскольку при $t > 0$ будет $-1 + e^{-t} + te^{-t} < 0$, для наличия положительного нуля у функции $v(t)$ (см. (6)) также необходимо условие $c > 0$.

Из разложения $v(t)$ в точке $t=0$ (см. (6)) получаем $v(t) \approx (-0,5c + 1)t^2 > 0$ при малых t . Кроме того, $v(+\infty) = -c < 0$. Далее, $y'(0) = (-0,5c + 1) > 0$, т.е. в таком случае точка $t=0$ не является критической для $y(t)$. При наличии двух или более строго положительных нулей у функции $v(t)$ (учитывая знак $v(t)$ при $t \rightarrow +0$ и $t \rightarrow +\infty$, в таком случае нулей должно было бы быть не менее трех, поскольку, по предположению, $y(t)$ является функцией Морса) ее производная при $t > 0$ должна была бы обращаться в ноль как минимум дважды, что невозможно (см. выше). ■

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Арнольд В.И. (1978). *Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: Наука. [Arnold V.I. (1978). *Additional chapters of the theory of ordinary differential equations*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Гамбаров Г.М., Шевчук И.В., Балабушкин А.Н. (2004). Оценка срочной структуры процентных ставок. Роль рынка государственных ценных бумаг в оценке срочной структуры процентных ставок // *Рынок ценных бумаг*. № 13. С. 1–33. [Gambarov G.M., Shevchuk I.V., Balabushkin A.N. (2004). Evaluation of interest rates term structure. The role of the sovereign bond market in valuation of interest rates term structure. *Securities Market*, 13, 1–33 (in Russian).]
- Курочкин С.В. (2021). Нейронная сеть с гладкими функциями активации и без узких горловин почти наверное является функцией Морса // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. Т. 61 (7). С. 1172–1178. [Kurochkin S.V. (2021). Neural network with smooth activation functions and without bottlenecks

- is almost surely a Morse function. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 61 (7), 1162–1168 (in Russian).]
- Лапшин В.А., Терещенко М.Ю.** (2018). Выбор модели срочной структуры процентных ставок на основе ее свойств // *Корпоративные финансы*. Т. 12 (2). С. 53–69. [Lapshin V.A., Tereshenko M. Yu. (2018). Choosing a model of the term structure of interest rates based on its properties. *Corporate Finance*, 12 (2), 53–69 (in Russian).]
- Макушкин М.С., Лапшин В.А.** (2021). Кривые доходностей на низколиквидных рынках облигаций: особенности оценки // *Экономический журнал Высшей школы экономики*. Т. 25 (2). С. 177–195. [Makushkin M.S., Lapshin V.A. (2021). Yield curve estimation in illiquid bond markets. *HSE Economic Journal*, 25 (2), 177–195 (in Russian).]
- Макушкин М.С., Лапшин В.А.** (2023). Обработка пропусков в рыночных данных на примере задачи оценки кривой доходностей облигаций // *Финансы: теория и практика*. Т. 27 (6). С. 44–53. DOI: 10.26794/2587-5671-2023-27-6-44-53 [Makushkin M.S., Lapshin V.A. (2023). Treatment of missing market data: Case of bond yield curve estimation. *Finance: Theory and Practice*, 27 (6), 44–53. DOI: 10.26794/2587-5671-2023-27-6-44-53 (in Russian).]
- Постников М.М.** (1971). *Введение в теорию Морса*. М.: Наука. [Postnikov M.M. (1971). *Introduction to Morse theory*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Ang A., Piazzesi M., Wei M.** (2006). What does the yield curve tell us about GDP growth? *Journal of Econometrics*, 131 (1–2), 359–403.
- Annaert J., Claes A.G., Ceuster M.J. de, Zhang H.** (2013). Estimating the spot rate curve using the Nelson–Siegel model: A ridge regression approach. *International Review of Economics & Finance*, 27, 482–496.
- Arnold V.I.** (2007). Topological classification of Morse functions and generalizations of Hilbert’s 16-th problem. *Mathematical Physics, Analysis and Geometry*, 10, 227–236.
- Arnold V.I.** (2006). Smooth functions statistics. *Functional Analysis and Other Mathematics*, 1, 111–118.
- Banyaga A., Hurtubise D.** (2004). Lectures on Morse homology. Series: *Texts in the Mathematical Sciences*. Vol. 29. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ.
- Barber J.R., Copper M.L.** (2012). Principal component analysis of yield curve movements. *Journal of Economics and Finance*, 36 (3), 750–765. DOI: 10.1007/s12197-010-9142-y
- Campbell J.Y.** (1995). Some lessons from the yield curve. *Journal of Economic Perspectives*, 9 (3), 129–152.
- Chauvet M., Potter S.** (2005). Forecasting recessions using the yield curve. *Journal of Forecasting*, 24 (2), 77–103.
- Chazal F., Michel B.** (2021). An introduction to topological data analysis: Fundamental and practical aspects for data scientists. *Frontiers in artificial intelligence*, 4, 108. DOI: 10.3389/frai.2021.667963
- Cook T., Hahn T.** (1990). Interest rate expectations and the slope of the money market yield curve. *FRB Richmond Economic Review*, 76 (5), 3–26.
- Culbertson J.M.** (1957). The term structure of interest rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 71 (4), 485–517.
- Diebold F.X., Li C.** (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130, 337–364. DOI: 10.1016/j.jeconom.2005.03.005
- Diez F., Korn R.** (2020). Yield curve shapes of Vasicek interest rate models, measure transformations and an application for the simulation of pension products. *European Actuarial Journal*, 10, 91–120. DOI: 10.1007/s13385-019-00214-0
- Estrella A., Mishkin F.S.** (1998). Predicting US recessions: Financial variables as leading indicators. *Review of Economics and Statistics*, 80 (1), 45–61.
- Fama E.F., Bliss R.R.** (1987). The information in long-maturity forward rates. *The American Economic Review*, 77 (4), 680–692.
- Fisher I.** (1896). *Appreciation and interest*. Publications of the American Economic Association, 23–29, 88–92.
- Fisher M.** (2001). Forces that shape the yield curve. Parts 1 and 2. Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper, no. 2001–3.
- Hicks J.R.** (1946). *Value and capital*. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press.
- Hua J.** (2015). Term structure modeling and forecasting using the Nelson–Siegel model. *Handbook of Financial Econometrics and Statistics*. Springer USA, 1093–1103.
- Ilmanen A.** (1995). *Convexity bias and the yield curve*. N.Y.: Salomon Bros.
- Ilmanen A., Iwanowski R.** (1997). Dynamics of the shape of the yield curve. *The Journal of Fixed Income*, 7 (2), 47.
- Ishii H.** (2023). Yield curve shapes and foreign exchange rates: The term structure of interest rates model approach. *Applied Economics*, 55 (38), 4402–4414.
- Keynes J.M.** (1936). *The general theory of employment, interest and money*. London: Macmillan & Co. Ltd.

- Le C. (2018). A note on optimization with Morse polynomials. *Commun. Korean Math. Soc.*, 33, 2, 671–676.
- Lutz F.A. (1940). The structure of interest rates. *Quarterly Journal of Economics*, 55, 36–63.
- McCulloch J.H. (1971). Measuring the term structure of interest rates. *The Journal of Business*, 44 (1), 19–31.
- Mehl A. (2009). The yield curve as a predictor and emerging economies. *Open Economies Review*, 20, 683–716.
- Meilä M., Zhang H. (2024). Manifold learning: What, how, and why. *Annual Review of Statistics and Its Application*, 11. DOI: 10.48550/arXiv.2311.0375
- Modigliani F.R., Sutch R. (1966). Innovations in interest rate policy. *American Economic Review*, 56, 178–197.
- Nelson C.R., Siegel A.F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, 473–489.
- Nicolaescu L.I. (2008). Counting Morse functions on the 2-sphere. *Compositio Mathematica*, 144, 5, 1081–1106.
- Rebonato R., Putyatin V. (2018). The value of convexity: A theoretical and empirical investigation. *Quantitative Finance*, 18 (1), 11–30. DOI: 10.1080/14697688.2017.1341639
- Shiller R.J., McCulloch H.J. (1990). The term structure of interest rates. In: *Handbook of Monetary Economics*. Chapter 13. B.M. Friedman, F.H. Hahn (eds.), 627–722. Elsevier (North Holland Publisher).
- Svensson L.E. O. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992–1994. *National Bureau of Economic Research. Working Paper no. 4871*.
- Vasicek O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5 (2), 177–188.
- Wahlstrøm R.R., Paraschiv F., Schürle M. (2022). A comparative analysis of parsimonious yield curve models with focus on the Nelson–Siegel, Svensson and Bliss versions. *Computational Economics*, 1–38.

Zero coupon yield curve dynamics in the Russian sovereign bond market

© 2024 S.V. Kurochkin, M.S. Makushkin

S.V. Kurochkin,

HSE University, Moscow, Russia; e-mail: skurochkin@hse.ru

M.S. Makushkin,

HSE University, Moscow, Russia; e-mail: mmakushkin@hse.ru

Received 31.03.2024

The authors are grateful to the reviewer of the first version of the article for valuable comments that made possible to improve the text.

Abstract. Yield curve is a graphical representation of a relationship between interest rates and maturity. Shape of yield curve often attracts attention of analysts, because it represents market implied expectation of future interest rate path. However, the analysis of the yield curve shape often lacks theoretical foundation. It is based either on review of term spreads or on a simple visual investigation. In this article we formally define the shape of the yield curve in terms of function invariants. We use Nelson–Siegel model as a backbone for our classification and show that there exists only six possible shapes of yield curve. They are: a normal upward slopping yield curve, inverted yield curve, humped upward slopping, dipped upward slopping, humped inverted and dipped inverted. We analyze dynamics of zero coupon yield curve in Russian market based on real historical data. We show that transition from an upward slopping curve to an inverted one was always preceded by a hump at mid-term maturities, while the transition back was always done through the dip. This highlights the importance of mid-term rates in reshaping the curve. We explain this behavior by short end of the curve being linked to the key rate and thus being more sticky. The contribution of the paper is twofold. First, it provides a formal framework to analyze the shape of the yield curve. Second, it describes the patterns in dynamic of the ruble yield curve that can be useful for bond investors in the Russian market.

Keywords: zero coupon yield curve, term structure of interest rates, Nelson–Siegel model, Morse function.

JEL Classification: G12, E43.

UDC: 336.01.

For reference: **Kurochkin S.V., Makushkin M.S.** (2024). Zero coupon yield curve dynamics in the Russian sovereign bond market. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 40–49. DOI: 10.31857/S0424738824040044 (in Russian).

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Большая квартальная байесовская векторная авторегрессия для современной российской экономики

© 2024 г. А.Д. Засмолин

А.Д. Засмолин,

*Новосибирский государственный университет экономики и управления, Новосибирск;
e-mail: zasmolin.98@mail.ru*

Поступила в редакцию 19.07.2023

Аннотация. При прогнозировании экономической динамики часто возникают сложности с выбором необходимых переменных. С одной стороны, модели векторных авторегрессий (VAR) могут решить эту проблему, позволяя учитывать достаточно большое число переменных. С другой стороны, избыточная параметризация подобных моделей не всегда оправдана, потому что зачастую можно подобрать небольшую комбинацию переменных, прогностическая сила которой будет не хуже неограниченных VAR с большим числом переменных и лагов. Байесовские методы помогают решить данную проблему с помощью введения априорных ограничений на коэффициенты VAR. Основной целью данной работы является построение большой квартальной байесовской векторной авторегрессии (QBVAR) для современной российской экономики. Гипотезы исследования: 1) BVAR(p) модели раскрывают свой максимальный потенциал при малом числе переменных, но с большим числом лагов; 2) априорное распределение Мин-несота не всегда является оптимальным вариантом для современной российской экономики в модели BVAR(p). Проведенный нами анализ показал, что для ряда важнейших макроэкономических переменных (ВВП, инфляция, ключевая ставка, безработица, заработные платы) приоры типа Normal-Flat/Wishart оказались наиболее оптимальными. В случае 29 входящих переменных и двух лагов прогностическая сила модели QBVAR(2) слабее аналогичной ей частотной VAR(2) или VECM(2). Однако когда удалось найти оптимальные комбинации переменных, QBVAR(p) оказалась в несколько раз точнее аналогичной ей частотной VAR(p) по всем важным макроиндикаторам. Параметры жесткости рассмотренных априорных распределений уменьшаются с ростом входящих лагов в модель, т.е. чем выше порядок модели с минимальным оптимальным набором переменных, тем более жесткое распределение необходимо для более точных прогнозов. Для российских реалий необходимо использовать очень жесткие приоры — до 8 переменных и до 12 лагов в квартальном представлении.

Ключевые слова: байесовская эконометрика, VAR, прогнозирование, макроэконометрика, макроэкономическое моделирование, векторные авторегрессии, теорема Байеса, априорные распределения, российская экономика.

Классификация JEL: C11, C32, C53, E17.

УДК: 330.43.

Для цитирования: **Засмолин А.Д.** (2024). Большая квартальная байесовская векторная авторегрессия для современной российской экономики // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 4. С. 50–64. DOI: 10.31857/S0424738824040059

1. ВВЕДЕНИЕ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Байесовские методы нашли применение во многих дисциплинах, в том числе и прикладной экономике. Речь идет об анализе связей между переменными в виде многомерных макроэкономических временных рядов. Самым популярным инструментом для подобного анализа являются неограниченные векторные авторегрессии с экзогенными переменными UVARX(p) (unrestricted vector autoregression with exogenous variables), которые впервые были предложены в (Sims, 1980) и широко использовались зарубежными авторами для анализа денежно-кредитной политики и оценки влияния локальных/глобальных шоков (см., например, (Litterman, 1986; Kadiyala, Karlsson, 1993; Bernanke, Mihov, 1997, 1998; Bernanke, Boivin, Eliaz, 2005; Stock, Watson, 2005; Banbura, Giannone, Reichlin, 2010)).

Модели UVARX(p) применимы для характеристики динамики любого набора временных рядов при минимальном числе ограничений. Поскольку UVARX(p) представляют собой модели

авторегрессий с распределенным лагом, то ограничения на их идентификации, мотивированные фундаментальной экономической теорией, необходимы для проведения качественного экономического анализа.

Подобные модели являются очень точными эмпирически благодаря возможности добавить в них большое число переменных. Однако степень информации, которая хранится в лагированных переменных, очень быстро убывает с ростом порядка лага. Поэтому VAR-модели в основном используются с порядком не больше 3–12 лагов (в зависимости от частоты изучаемых данных), — все, что выше двенадцатого лага, не приносит значимого прироста в прогностической силе модели (Lütkepohl, 2005).

Тем не менее UVARX в стандартном виде не всегда подходит для прогнозирования вне выборки. Чтобы попытаться аппроксимировать разложение Вольда, необходимо иметь UVARX с бесконечным числом лагов. Такая широкая параметризация означает, что UVARX не являются функциональной альтернативой ни стандартным макроэконометрическим структурным моделям, в которых незначимые коэффициенты удаляются из спецификации, ни фундаментальным эконометрическим моделям (например, RBC (real business cycle) или DSGE (dynamic stochastic model of general equilibrium)), поскольку при ограниченном числе степеней свободы оценки коэффициентов у UVARX достаточно неточны и прогнозы на их основе имеют значительные ошибки.

Для решения данной проблемы можно строить регрессии в совокупности исторической и априорной информации как статистического, так и экономического характера. UVARX используют априорную информацию: 1) при изначальном выборе эндогенных/экзогенных переменных для VAR; 2) при выборе длины лага модели; 3) при введении ограничений по идентификации. Из-за этого может произойти переобучение модели, когда набор данных короткий, информация о выборке слабая или число параметров велико.

Этот вопрос до сих пор остается актуальным для развивающихся экономик, в том числе и России, потому что длина и частотность экономической статистики не позволяют строить действительно большие структурные модели. В случае с байесовским подходом мы не только учитываем априорную информацию простой VAR, но еще и вводим дополнительные ограничения на ее коэффициенты, предполагая, что переменные ведут себя случайным образом. С помощью подобной техники мы частично решаем проблему параметризации VAR, сжимая пространство оцениваемых параметров, не теряя при этом экономической информации.

2. МЕТОДИЧЕСКИЙ АППАРАТ АНАЛИЗА

Основной многомерной эконометрической моделью для анализа связей между макроэкономическими переменными является неограниченная обобщенная векторная авторегрессия UVARX(p) открытого типа:

$$\begin{cases} x_{1,t} = a_{0,1} + \sum_{i=1}^p a_{1,i} x_{1,t-i} + \sum_{i=0}^{p^*} b_{1,i} y_{t-i} + \varepsilon_{1,t}, \\ \dots \\ x_{m,t} = a_{0,m} + \sum_{i=1}^p a_{m,i} x_{m,t-i} + \sum_{i=0}^{p^*} b_{m,i} y_{t-i} + \varepsilon_{m,t}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\{x_{1,t}; \dots; x_{m,t}\}$ — текущие эндогенные переменные; $\{x_{1,t-i}; \dots; x_{m,t-i}\}$ — лагированные эндогенные переменные; $\{y_{1,t-i}; \dots; y_{m,t-i}\}$ — текущие и лагированные экзогенные переменные; $\{\varepsilon_{1,t}; \dots; \varepsilon_{m,t}\}$ — некоторые случайные возмущения с нормальным распределением; $t = 1, \dots, T$; p — порядок лага эндогенных переменных.

Если нам не нужны экзогенные переменные, тогда модель UVARX(p) называется закрытой, в противном случае — открытой. Каждое уравнение UVARX(p) представляет собой модели авторегрессии с распределенным лагом (ARDL). Обычно экзогенные переменные выбирают без своих лаговых значений, т.е. при $p^* = 0$.

Модель (1) можно переписать в более упрощенном виде:

$$X_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i X_{t-i} + B Y_t + E_t, \quad (2)$$

где X_t — вектор эндогенных переменных; X_{t-i} — вектор лагированных эндогенных переменных; Y_t — вектор экзогенных переменных; A, B — матрицы коэффициентов, требующих оценки; E_t — вектор случайных возмущений с нормальным распределением.

Вернемся к векторизованной форме (2) и упростим ее еще больше:

$$X = CZ + E, \quad (3)$$

где $Z = (X_{t-1}, \dots, X_{t-i}, Y_{t-i})^T$, $C = (A_0, \dots, A_{t-i}, B)$.

Зададим множество $K = (Mp + d)$ размерности модели (3), где M — число эндогенных переменных; d — число экзогенных переменных. Тогда (3) равносильно:

$$\tilde{x} = (Z^T \otimes I_K) \beta + \tilde{e}, \quad (4)$$

где vec — операция векторизации; $\otimes$ — произведение Кронекера, в результате которого получается блочная матрица; $\tilde{x} = \text{vec}(X)$; $\beta = \text{vec}(C)$, $\tilde{e} = \text{vec}(E)$, $(Z^T \otimes I_K) = (\tilde{e} \tilde{e}^T)$, $\tilde{e} \sim N(0)$, I_K — единичная матрица размерности $K \times K$.

Так как в правой части уравнения (1) стоят только лагированные эндогенные переменные, а ошибки не коррелируют друг с другом и нормально распределены, то выполняются все основные предпосылки теоремы Гаусса–Маркова. Следовательно, оценки обыкновенного метода наименьших квадратов (OLS) для матрицы β являются эффективными в классе линейных оценок.

Применяя к (4) OLS, получаем

$$\beta_{OLS} = ((ZZ^T)^{-1} Z \otimes I_K) \tilde{x}. \quad (5)$$

При использовании VAR, согласно теореме Гаусса–Маркова, предполагается, что ошибки E имеют многомерное нормальное распределение:

$$X | \beta, \Sigma \sim N((Z \otimes I_K) \beta, I_T \otimes \Sigma), \quad (6)$$

где $Z \otimes I_K = \text{vec}(C^T X^T)$.

Байесовская оценка параметров модели (4) будет зависеть от выбора формы априорного распределения для матрицы β и параметра Σ . Используя теорему Байеса (Blake, Mumtaz, 2012), можно вывести набор инструментов для оценки параметров $UVARX(p)$, которая пропорциональна произведению априорной плотности и функции правдоподобия:

$$p(\beta | x) = (p(x | \beta) p(\beta)) / p(x) \propto p(x | \beta) p(\beta), \quad (7)$$

где $p(\beta | x)$ — апостериорная оценка коэффициентов параметров β для модели байесовской векторной авторегрессии (BVAR(p)); $p(x | \beta)$ — функция правдоподобия для $UVARX(p)$; $p(\beta)$ — априорное распределение параметров β для BVAR(p); $p(x)$ — частная (безусловная) функция плотности вероятности распределения данных (а она не зависит от параметров модели β , следовательно, не влияет на оценку $p(\beta | x)$ и ее можно опустить); $\propto$ — оператор, означающий пропорциональность левой и правой частей выражения с точностью до сомножителя, не зависящего от β .

Чтобы вычислить $p(\beta | x)$, необходимо сначала определить prior $p(\beta)$. Для получения байесовских оценок β для $UVARX(p)$ существуют следующие априорные распределения $p(\beta)$: *Minnesota–Litterman* — нормальное распределение для β с фиксированной дисперсией Σ ; *Normal-flat* — нормальное распределение для β , не зависящее от распределения дисперсии Σ ; *Normal-Wishart* — нормальное распределение для β и распределение Уишарта для дисперсии Σ ; *Independent Normal–Wishart* — нормальное распределение для β и распределение Уишарта для дисперсии Σ , где распределение каждого вектора коэффициентов при каждой из эндогенных переменных не зависит друг от друга (необходимо сэмпирование по Гиббсу); *Sims–Zha normal-flat* — аналог Normal-flat для структурной VAR; *Sims–Zha normal-Wishart* — аналог Normal-Wishart для структурной VAR. *The Giannone, Lenza and Primiceri* — гиперпараметры для Minnesota–Litterman — могут быть найдены с помощью оптимизационной процедуры.

Алгоритмы использования и построения этих априорных распределений описаны в ряде работ зарубежных авторов (Giannone, Lenza, Primiceri, 2012; Litterman, 1986; Sims, Zha, 1998). После определения и вычисления $p(\beta)$, которые в целом строятся по одной и той же схеме на основе ЛМ-распределения, необходимо вычислить $p(x | \beta)$ для $UVARX(p)$.

Функция правдоподобия $p(x | \beta)$ для (4) вычисляется (Canova, 1995) следующим образом:

$$\mathcal{L} = |\Sigma \otimes I_T|^{-1/2} \exp \left\{ -0,5 \left(X - (I_M \otimes Z) \beta \right)^T (\Sigma^{-1} \otimes I_T) \left(X - (I_M \otimes Z) \beta \right) \right\}. \quad (8)$$

Чтобы как-то упростить эту функцию, нужно запомнить несколько полезных соотношений:

$$\begin{aligned} & (X - (I_M \otimes Z)\beta)^T (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (X - (I_M \otimes Z)\beta) = (\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) (X - (I_M \otimes Z)\beta)^T (\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) \times \\ & \times (X - (I_M \otimes Z)\beta) = [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta]^T [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta], \end{aligned} \quad (9)$$

$$(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta = (\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS} + (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)(\beta_{OLS} - \beta), \quad (10)$$

где $\beta_{OLS} = (\Sigma^{-1} \otimes Z^T Z)^{-1} ((\Sigma^{-1/2} \otimes I_T)^{-1} \otimes Z)^T X$.

Из этого следует:

$$\begin{aligned} & (X - (I_M \otimes Z)\beta)^T (\Sigma^{-1} \otimes I_T) (X - (I_M \otimes Z)\beta) = ((\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS})^T \times \\ & \times ((\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}) + ((\beta_{OLS} - \beta))^T (\Sigma^{-1} \otimes Z^T Z) (\beta_{OLS} - \beta) = RSS + ESS. \end{aligned} \quad (11)$$

Часть RSS (при условии независимости β) выглядит как сумма квадратов ошибок регрессии по $UVARX(p)$ (4); ESS — как остаточная сумма квадратов ошибок OLS для β_{OLS} .

Объединяя все вышеописанное, $p(x|\beta)$ для (4) имеем:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\beta, \Sigma) &= |\Sigma \otimes I_T|^{-1/2} \exp \left\{ 0,5(\beta - \beta_{OLS})^T (\Sigma^{-1} \otimes Z^T Z) (\beta - \beta_{OLS}) - \right. \\ & - 0,5 [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}]^T [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}] \left. \right\} = \\ &= |\Sigma^2|^{-k/2} \exp \left\{ -0,5(\beta - \beta_{OLS})^T (\Sigma^{-1} \otimes Z^T Z) (\beta - \beta_{OLS}) \right\} \times \\ & \times |\Sigma|^{-(T-k)/2} \exp \left\{ -0,5 Tr [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}]^T [(\Sigma^{-1/2} \otimes I_T) X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}] \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

где Tr — след матрицы. А это, в свою очередь, сводится к итоговой форме функции правдоподобия:

$$\mathcal{L}(\beta, \mathcal{L})_{UVARX(p)} \propto \mathbb{N}(\beta | \beta_{OLS}, \Sigma) (\Sigma^{-1} | \beta_{OLS}, T - M - k - 1). \quad (13)$$

Фактически мы пришли к тому, что функция правдоподобия для $UVARX(p)$ эквивалентна смеси нормального распределения с параметрами β_{OLS} и Σ , а также распределения Уишарта (многомерный случай гамма-распределения для матрицы ковариаций) с параметрами

$$\left[(X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS})^T (X - (\Sigma^{-1/2} \otimes Z)\beta_{OLS}) \right]^{-1}$$

и $T - M - k - 1$ степенями свободы.

Таким образом, при соответствующих сопряженных априорных ограничениях мы можем аналитически вывести апостериорное распределение для коэффициентов $BVAR(p)$.

3. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ

Для оценки и калибровки модели использовался обширный пул статистических источников, в том числе ЦБ РФ, Росстат, Bureau of Economic statistics, Investing, Eurostat и Tradingeconomics. В модели используется 29 экономических переменных и макроиндикаторов в период с I квартала 2000 г. по I квартал 2023 г. (табл. 1).

Таблица 1. Входные данные

Название переменной	Единица измерения	Обозначение
ВВП	Абсолютная величина	<i>gdp</i>
Инфляция	% год к году	<i>inflation</i>
Ключевая ставка	%	<i>keyrate</i>
Средняя номинальная заработная плата	Абсолютная величина	<i>wage</i>
Уровень безработицы	%	<i>unemployment</i>
Индекс промышленного производства	% год к году	<i>productionindex</i>
Активы иностранных банков в экономике РФ	Абсолютная величина	<i>foreignbankingactives</i>
Чистая инвестиционная позиция РФ	Абсолютная величина	<i>clearinvestmentsposition</i>
Торговый баланс РФ	Абсолютная величина	<i>tradebalance</i>

Окончание таблицы 1

Название переменной	Единица измерения	Обозначение
Платежный баланс РФ	Абсолютная величина	<i>paymentsbalance</i>
Внешний госдолг РФ	Абсолютная величина	<i>governmentdebt</i>
Сальдо федерального бюджета РФ	Абсолютная величина	<i>budgetbalance</i>
Золотовалютные резервы ЦБ РФ	Абсолютная величина	<i>goldreserves</i>
Потребительские расходы РФ	Абсолютная величина	<i>consumerspending</i>
Широкая денежная масса М3	Абсолютная величина	<i>m3</i>
Наличная денежная масса М0	Абсолютная величина	<i>m0</i>
Сумма выданных кредитов физическим и юридическим лицам	Абсолютная величина	<i>creditsize</i>
Розничный оборот торговли в РФ	Абсолютная величина	<i>retailsalesvalue</i>
Оптовый оборот торговли в РФ	Абсолютная величина	<i>wholesalesvalue</i>
Валютная пара USD/RUB	Абсолютная величина	<i>usdrub</i>
Цена на нефть Brent	Абсолютная величина	<i>brent</i>
Цена на природный газ	Абсолютная величина	<i>gasprice</i>
Индекс геополитических рисков от ФРС США	Пункт	<i>gpri</i>
Индекс S&P500	Пункт	<i>spx</i>
Индекс волатильности VIX	Пункт	<i>vix</i>
ВВП Евросоюза	Абсолютная величина	<i>eugdp</i>
Индекс РТС	Абсолютная величина	<i>irts</i>
ВВП США	Абсолютная величина	<i>usagdp</i>
ВВП Китая	Абсолютная величина	<i>chinagdp</i>

Большая часть данных в табл. 1 является средним значением за соответствующий квартал. Помимо этого, Россия является развивающимся государством, следовательно, статистическая макроэкономическая информация ограничена длиной рядов. Поэтому некоторая информация не может быть учтена. Была проведена работа для сведения всех данных к одному формату времени. Эту модель будем называть «большая квартальная байесовская векторная авторегрессия для российской экономики» (QBVAR(p)).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Калибровка и оценка модели

Рассмотрим сначала только три первых лага, так как лаги более высокого порядка редко хранят какую-то важную информацию. Лаги более высокого порядка в нашем случае недопустимы из-за ограничения на длину рядов ($K = M \cdot p + d = 29 \times 3 + 0 = 87 < T = 93$). Часто по критериям AIC или BIC наибольший лаг оказывается оптимальным, что вынуждает исследователя тратить время на проверку результатов при выборе гиперпараметров априорного распределения.

В табл. 2 представлены результаты оценивания QBVAR(p) с различными априорными распределениями.

Согласно проведенному нами анализу, базовая QBVAR(p) в целом показывает неплохую прогностическую силу. Так, на основе метрики MAPE для показателя ВВП наилучшей моделью является NW-QBVAR(2); для ключевой ставки — SZNF-QBVAR(2), для уровня безработицы — NW-QBVAR(2) и для заработных плат — NF-QBVAR(2). Если мы повторим эту же процедуру для данных, которые были предварительно обработаны фильтром Ходрика–Прескотта с параметром $\lambda = 1600$, то кратко уменьшим ошибки прогнозирования.

Будем считать результаты из табл. 2 базовыми и будем улучшать прогноз с помощью выбора оптимальных гиперпараметров априорных распределений. Необходимо последовательно искать оптимум с дельтой по гиперпараметру.

В табл. 3 представлена эволюция MAPE для QBVAR(2).

Таблица 2. Результаты оценивания QBVAR(p) с 29 переменными на основе средней процентной ошибки прогнозирования в период I квартал 2000 — I квартал 2023 г.

Переменная	Приор (значения гиперпараметров)	Порядок лага модели		
		1	2	3
ВВП	$LM (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 0,99; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \infty)$	1,2854	0,8019	0,8555
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	1,2919	0,5445	—
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	1,2921	0,5442	—
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	1,2725	0,7805	0,8914
	$SZNW (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty; c_3 = 29)$	1,2691	0,7803	0,8928
Инфляция	$LM (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 0,99; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \infty)$	9,5041	7,5149	10,3412
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	10,5152	6,2135	—
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	10,5152	6,2152	—
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	9,5795	7,5173	10,4019
	$SZNW (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty; c_3 = 29)$	9,5831	7,5122	10,4363
Ключевая ставка	$LM (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 0,99; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \infty)$	6,6753	5,5928	6,0611
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	7,1054	5,1751	—
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	7,1048	5,1743	—
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	6,6332	5,5025	6,0857
	$SZNW (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty; c_3 = 29)$	6,6332	5,5040	6,0853
Уровень безработицы	$LM (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 0,99; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \infty)$	4,1729	3,5794	4,9287
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	4,0723	2,6916	—
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	4,0808	2,6915	—
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	4,1880	3,5768	4,9416
	$SZNW (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty; c_3 = 29)$	4,1855	3,5802	4,9423
Заработные платы	$LM (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; \lambda_2 = 0,99; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \infty)$	10,6990	10,1620	12,8402
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	10,5367	8,4285	—
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	10,5379	8,4328	—
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	10,6938	10,0588	13,2342
	$SZNW (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty; c_3 = 29)$	10,6921	10,0566	13,2373

Примечание. В столбце «Приор» указаны стартовые гиперпараметры распределений. MAPE — средняя абсолютная ошибка в процентах; μ_1 — AR(1)-коэффициент; λ_0 — регуляризация остаточной ковариации (residual covariance tightness); λ_1 — параметр общей регуляризации (overall tightness); λ_2 — относительная важность коррелированных предикторов (relative cross-variable weight); λ_3 — скорость затухания автокорреляционной функции (lag decay); λ_4 — степень эндогенности переменных; λ_5 — степень экзогенности переменных; c_1 — скалярная величина для (S-scale); c_2 — скалярная величина для (V-scale); c_3 — число степеней свободы.

Таблица 3. Эволюция метрики MAPE для QBVAR(2)

Переменная	Вариация значений гиперпараметров априорного распределения	Значение MAPE оптимального априорного распределения, %
ВВП	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,9; c_2 = 0,9; c_3 = 29)$	0,5459
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,9; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	0,5455
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 1; c_3 = 29)$	0,5346
	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0; c_2 = 1; c_3 = 29)$	0,5324
	$NW (\mu_1 = 0,1; c_1 = 0; c_2 = 1; c_3 = 29)$	0,5321
Инфляция	$NF (\mu_1 = 1,3; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	6,2155
	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	6,2135
	$NF (\mu_1 = 0,1; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	6,2120
	$NF (\mu_1 = 0,1; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,5; c_3 = 29)$	6,2021
	$NF (\mu_1 = 0,1; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 1; c_3 = 29)$	6,1861

Окончание таблицы 3

Переменная	Вариация значений гиперпараметров априорного распределения	Значение MAPE оптимального априорного распределения, %
Ключевая ставка	$SZNF (\mu_1 = 1,3; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	5,6936
	$SZNF (\mu_1 = 0,1; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	5,6297
	$SZNF (\mu_1 = 0,7; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 0,3; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	5,5025
	$SZNF (\mu_1 = 0,1; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 1; \lambda_3 = 1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	5,2066
	$SZNF (\mu_1 = 0,1; \lambda_0 = 1; \lambda_1 = 1; \lambda_3 = 0,1; \lambda_4 = \lambda_5 = \infty)$	5,1044
Уровень безработицы	$NW (\mu_1 = 0,7; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	2,6915
	$NW (\mu_1 = 1; c_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	2,6911
	$NW (\mu_1 = 1; c_1 = 0,1; c_2 = 1; c_3 = 29)$	2,6887
	$NW (\mu_1 = 1; c_1 = 1; c_2 = 1; c_3 = 29)$	2,6879
	$NW (\mu_1 = 0,8; c_1 = 1; c_2 = 1; c_3 = 29)$	2,6820
Заработные платы	$NF (\mu_1 = 0,7; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	8,4285
	$NF (\mu_1 = 0,8; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 29)$	8,4223
	$NF (\mu_1 = 0,8; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,5; c_3 = 29)$	8,3699
	$NF (\mu_1 = 0,8; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 1; c_3 = 29)$	8,2878
	$NF (\mu_1 = 0,9; \lambda_1 = 1; c_2 = 1; c_3 = 29)$	8,2865

С помощью данной процедуры оптимизации удалось немного улучшить прогностическую силу модели. Оказалось, что параметр регуляризации λ_1 для распределения NF тем лучше для оценки параметров QBVAR, чем он ближе к нулю. Это значит, что в случае оптимальных гиперпараметров априорных распределений для заработной платы и инфляции априорная информация из распределения сильно влияет на точность апостериорной оценки распределения параметров модели QBVAR, которое почти не зависит от функции правдоподобия $p(x|\beta)$. Априорные распределения тем жестче, чем ближе к нулю параметр регуляризации λ_1 . Так, если $\lambda_1 = 0$, то апостериорное распределение параметров совпадает с априорным, и данные не влияют на оценку. Если $\lambda_1 = \infty$, то байесовская оценка совпадает с оценкой OLS.

Для параметра μ_1 имеем схожую ситуацию. Так как большинство априорных распределений предполагают, что переменные в $VAR(p)$ близки к динамике случайного блуждания $y_t = \mu_0 + \mu_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, то фактически μ_1 — коэффициент автокорреляции AR(1). В процессе анализа оказалось, что параметр μ_1 значительно повышает прогностическую силу модели. Причем нельзя утверждать, что для каждого априорного распределения данный параметр в наших данных является идентичным. К сожалению, нам не удалось использовать распределения INW и GLP из-за сингулярности матрицы оценок ковариации на начальном этапе ввиду большой размерности модели.

Для проверки QBVAR(2) на адекватность было проведено сравнение с рядом альтернатив, что представлено в табл. 4.

Таблица 4. Проверка QBVAR(p) на прогностическую силу на основе сравнения с оптимальными альтернативами

Переменная	MAPE альтернативных моделей, %							
	QBVAR	Naive	RWWN	UVAR	VECM	AVAR	AR	HW
ВВП	0,5321	3,7477	3,4697	0,1387	0,5566	0,8864	0,9744	0,9067
Инфляция	6,1861	14,6324	14,5330	2,2185	6,0291	15,2414	12,1970	12,3490
Ставка ЦБ	5,1044	7,9094	8,1448	1,2686	4,2777	15,2393	8,0864	7,0891
Безработица	2,6820	6,6624	6,4251	0,1960	2,2535	5,5160	4,2716	4,3193
Заработные платы	8,2865	17,1038	16,9928	1,6023	7,6219	18,0893	14,9893	16,6528

Примечание. Naive — наивный прогноз, сегодняшнее значение равно предыдущему; RWWN — случайное блуждание с шумом, наивный прогноз, дополненный винеровским процессом; UVAR — неограниченная векторная авторегрессия; VECM — векторная модель коррекции ошибок; AVAR — асимметричная (ограниченная) векторная авторегрессия; AR — одномерная авторегрессионная модель; HW — модель Хольта–Винтерса.

Сравнительный анализ показал, что QVAR(2) можно применять в сценарном прогнозировании макроэкономических индикаторов. К схожему результату пришли и исследователи из ЦБ РФ (Дерюгина, Пономаренко, 2015), которые анализировали априорное распределение Миннесота (учитывая стационарность и коинтегрированность переменных) на квартальных данных для 14 показателей. Однако они не применяли процедуры выбора оптимальной комбинации переменных. В таком неоптимальном представлении они, как и мы, получили достаточно значимые ошибки прогнозирования средствами конкурирующих моделей. Причем эти авторы также сделали вывод, что простая UVARX(p) с большим числом переменных намного точнее, чем аналогичная ей BVAR(p) Литтермана.

В нашем случае (UVARX(3)), которая фактически является оптимальным вариантом по критерию AIC для каждой переменной, также показывает более высокую прогностическую способность. Сильную конкуренцию составила и модель исправления (коррекции) ошибок (VECM) с 28 коинтеграционными уравнениями, 1 лагом (больше выставить нельзя ввиду ограниченности длины временных рядов) и отдельными спецификациями на коинтеграционное уравнение. Для ВВП модель VECM(1) с константой в коинтеграции уступает QVAR, в случае с остальными независимыми переменными, наоборот, — немного ее превосходит. Для инфляции использовалась спецификация VECM(1) с линейными трендами как в коинтеграции, так и в VAR-части, для ключевой ставки и заработных плат — VECM(1) с линейным трендом в коинтеграции, а для безработицы VECM(1) — только с константами в обеих частях коинтеграции и VAR. Оставшаяся асимметричная VAR (AVAR(3)) оценивалась исходя из результатов парного статистического теста Грэнджера на причинность. Если p -value теста оказывалось больше 5%, то соответствующий коэффициент матрицы коэффициентов β для UVARX(p) приравнивался к нулю, образуя линейное ограничение. Тем не менее подобное структурное уточнение для UVARX(3) не дало ничего полезного и даже снизило ее прогностическую силу.

Для одномерных моделей временных рядов наивный прогноз и случайное блуждание с белым шумом ожидаемо имеют самые высокие MAPE. Немного лучше показали себя модели класса Хольта–Винтерса, которые для ВВП использовались в виде трио параметров {мультипликативные ошибки, аддитивный тренд, без сезонности}, для инфляции {мультипликативные ошибки, мультипликативный ослабленный тренд (damped-тренд), без сезонности}, для ключевой ставки {аддитивные ошибки, аддитивный damped-тренд, без сезонности}, для безработицы {аддитивные ошибки, мультипликативный тренд, без сезонности}. В свою очередь, одномерные авторегрессии (для ВВП — AR(6), для инфляции — AR(8) — для ключевой ставки — AR(7), для безработицы — AR(6), для заработных плат — AR(11)), лаги, по которым выбирались с помощью критерия AIC, оказались очень близкими по прогностической силе к своим векторным аналогам.

Еще одним интересным результатом обладает работа (Демешев, Малаховская, 2016). Ее авторы использовали распределение Миннесота и пришли к выводу, что BVAR(p) с большим числом переменных позволяет получить более точный прогноз, чем частотная UVARX(p). Было показано, что для важных макропоказателей (индекса промышленного производства, индекса потребительских цен и процентной ставки) независимо от числа переменных среднеквадратическая ошибка BVAR(p) ниже, чем аналогичная им UVARX(p). При этом BVAR(p) для инфляции и процентной ставки оказывается более точной, чем RWWN. В целом и здесь отсутствуют процедуры подбора эндогенных переменных для минимизации ошибок прогнозирования.

Исходя из этого, нам стоит попытаться снизить размерность QVAR, идентифицировав ее с помощью UVARX(p) (ее оценка происходит гораздо быстрее BVAR).

Алгоритм дальнейших действий следующий: перебираем в цикле возможный набор эндогенных переменных до тех пор, пока не будет достигнута максимальная точность для выбранных макропеременных, превышающая большую UVARX(3) из 29 переменных, после чего для этих переменных выбирается наилучшее априорное распределение и повторяется процедура улучшения гиперпараметров финальной QVAR.

В табл. 5 представлены оптимальные размерности для UVARX и их MAPE для соответствующих лагов.

Решение вопроса избыточной параметризации UVARX(p) действительно является проблемой (см. (Sims, 1980)). Для частичного ее разрешения можно воспользоваться либо уменьшением числа эндогенных переменных при увеличении их лагов, либо увеличением переменных при

Таблица 5. Результат снижения размерности UVARX для оценки QBVAR

Зависимая переменная	Оптимальный лаг для UVARX	Набор независимых переменных, минимизирующий MAPE для соответствующей зависимой переменной в UVARX	MAPE, %
ВВП	12	Размер выданных кредитов физическим и юридическим лицам, денежная масса M0, заработные платы, уровень потребительских расходов, индекс РТС	0,0739
Инфляция	9	Валютный курс USD/RUB, сальдо государственного бюджета, ВВП Евросоюза, оборот розничной торговли, потребительские расходы, геополитические риски, чистая инвестиционная позиция	1,9618
Ключевая ставка ЦБ	10	Государственный долг, потребительские расходы, денежная масса M3, оборот розничной торговли, заработные платы, инфляция	0,6240
Безработица	12	Размер выданных кредитов физическим и юридическим лицам, оборот оптовой торговли, ВВП Китая, индекс промышленного производства, заработные платы	0,2046
Заработные платы	9	Активы иностранных банков в экономике РФ, выданных физическим и юридическим лицам, денежная масса M0, индекс VIX, геополитические риски, чистая инвестиционная позиция, золотовалютные резервы	1,6081

уменьшении лагов. Оба варианта удовлетворяют условию размерности входящих данных модели. В нашем случае мы прибегли к первому варианту.

Так как в нашем арсенале имеется 29 переменных с квартальной динамикой, то для вычисления минимальной MAPE простым перебором потребовалось бы большое количество ресурсов. Так, чтобы найти оптимальную $UVARX(p)$, нам потребовалось бы $o(n^2)$ времени, что экспоненциально долго для больших n . Для нивелирования этого эффекта мы решили прибегнуть к сэмплингованию с подвыборкой некоторого размера для случайных комбинаций переменных до тех пор, пока не будет найдена минимальная оценка MAPE для важного нам макроиндикатора. Сложность подобного алгоритма равна $o(n)$, что намного быстрее, чем $o(n^2)$, но, к сожалению, описанный выше способ не всегда позволяет найти глобальный экстремум, подобрав 100%-оптимальную комбинацию независимых переменных

Для ВВП удалось снизить размерность модели с 29 переменных с 3 лагами до 6 переменных с 12 лагами, что привело к значительному росту точности по MAPE с 0,1387% до 0,0739%. В остальных случаях также удалось снизить размерность и повысить точность, однако слабее, чем в случае с ВВП. С точки зрения теории входящие переменные в большей степени выглядят логичными и в целом соответствуют основным концепциям экономической теории.

Теперь стоит преобразовать UVARX из табл. 5 в оптимальные QBVAR (табл. 6).

С помощью введения априорных ограничений на оценку коэффициентов UVARX удалось значительно повысить прогностическую силу QBVAR. Однако для параметра «безработица» хотя и удалось увеличить точность, но обыкновенная UVARX показала лучший результат, чем байесовский аналог. Для ВВП удалось найти практически безошибочную комбинацию переменных с априорным распределением NF. Указанная ошибка MAPE скорее является статистически незначимой, а динамика ВВП фактически полностью описывается с помощью размера выданных кредитов физическим и юридическим лицам, денежной массы M0, заработных плат, уровня потребительских расходов и динамики индекса РТС.

Таблица 6. Результат снижения числа входящих эндогенных переменных для QBVAR

Переменная	Параметры модели QBVAR	MAPE QBVAR		MAPE лучшей VAR, %
		новый, %	старый, %	
ВВП	$NF(\mu_1 = 0,1; \lambda_1 = 0,1; c_2 = 0,1; c_3 = 7), \text{lags} = 12, M = 6$	0,0077	0,5321	0,1387
Инфляция	$NW(\mu_1 = 5; c_1 = 1; c_2 = 0,1; c_3 = 9), \text{lags} = 9, M = 8$	1,3296	6,1861	2,2185
Ключевая ставка	$NF(\mu_1 = 1,3; \lambda_1 = 0,3; c_2 = 0,1; c_3 = 8), \text{lags} = 10, M = 6$	1,0099	5,1044	1,2686
Безработица	$NW(\mu_1 = 0,1; c_1 = 1; c_2 = 0,1; c_3 = 9), \text{lags} = 12, M = 6$	0,3423	2,6820	0,1960
Заработная плата	$NF(\mu_1 = 1; \lambda_1 = 0,15; c_2 = 0,1; c_3 = 7), \text{lags} = 9, M = 8$	1,3894	8,2865	1,6023

4.2. Проверка модели на адекватность

Последним этапом исследования можно назвать проверку модели на адекватность с помощью контрфактических симуляций и анализ функций импульсных откликов (IRF, impulse response function).

Так как до этого мы оценивали параметры модели с I квартала 2000 по I квартал 2023 г., то для реализации контрфактических симуляций следует переоценить модель с I квартала 2000 по IV квартал 2019 г. с уже найденными ранее оптимальными гиперпараметрами априорных распределений, т.е. до недавних шоков, вызванных пандемией коронавируса Covid-19 в 2020 г. и ведением СВО с 2022 г.

Применяя параметры, указанные в табл. 6, получаем результаты, представленные в графической форме на рис. 1.

Контрфактические симуляции показали, что QBVAR можно использовать для краткосрочного и среднесрочного сценарного прогнозирования вне выборки. Как и ожидалось, наилучшей точностью обладает QBVAR для ВВП, MAPE которой на вневыборочном интервале с I квартала 2020 по I квартал 2023 г. составил менее 2%. Однако в случае с остальными переменными MAPE достаточно высокий и варьирует от 7 до 13%. Мы это связываем с характером динамики временных рядов — ВВП имеет достаточно плавную кривую и низкое стандартное отклонение — в отличие от остальных переменных.

Переходим к функциям импульсных откликов. Чтобы вывести функциональный вид IRF, необходимо представить (1) в виде бесконечной скользящей средней с помощью разложения Вольда:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i}, \quad (14)$$

где ψ_i — шок i на переменную x_t ; ε_{t-i} — случайное возмущение в момент времени $t-i$ с нормальным распределением. Матрицы ψ_i представляют собой функции реакции на импульсы для UVARX(p):

$$\psi_i = \partial x_t / \partial \varepsilon_{t-i}. \quad (15)$$

Долгосрочное влияние ошибок на переменную можно выразить так:

$$M = \lim_{s \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^s \psi_i = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i. \quad (16)$$

На рис. 2–6 показаны IRF для UVARX(p) из табл. 5.

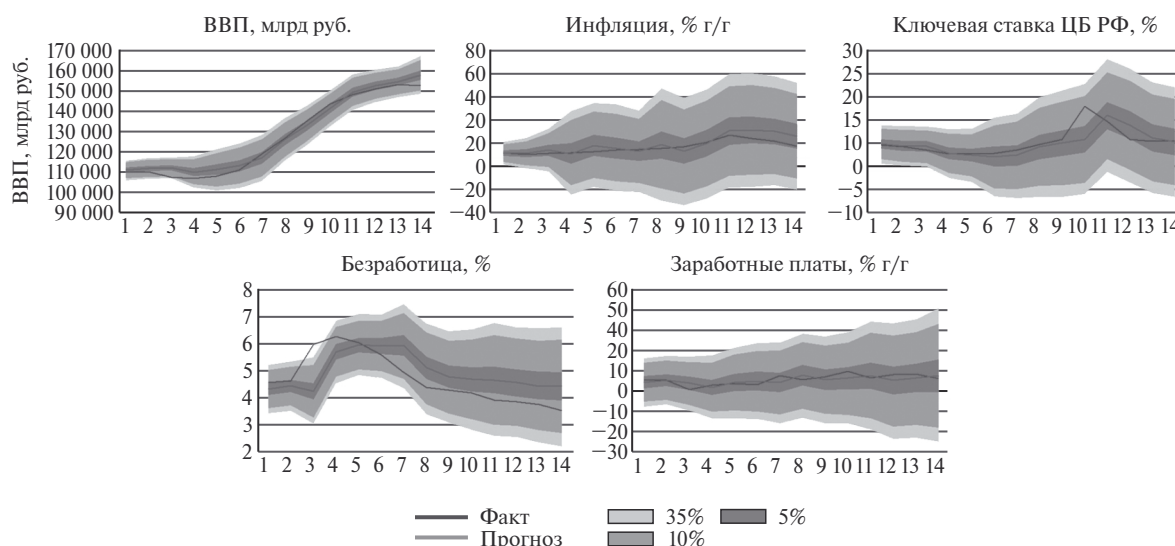


Рис. 1. Контрфактическая симуляция QBVAR

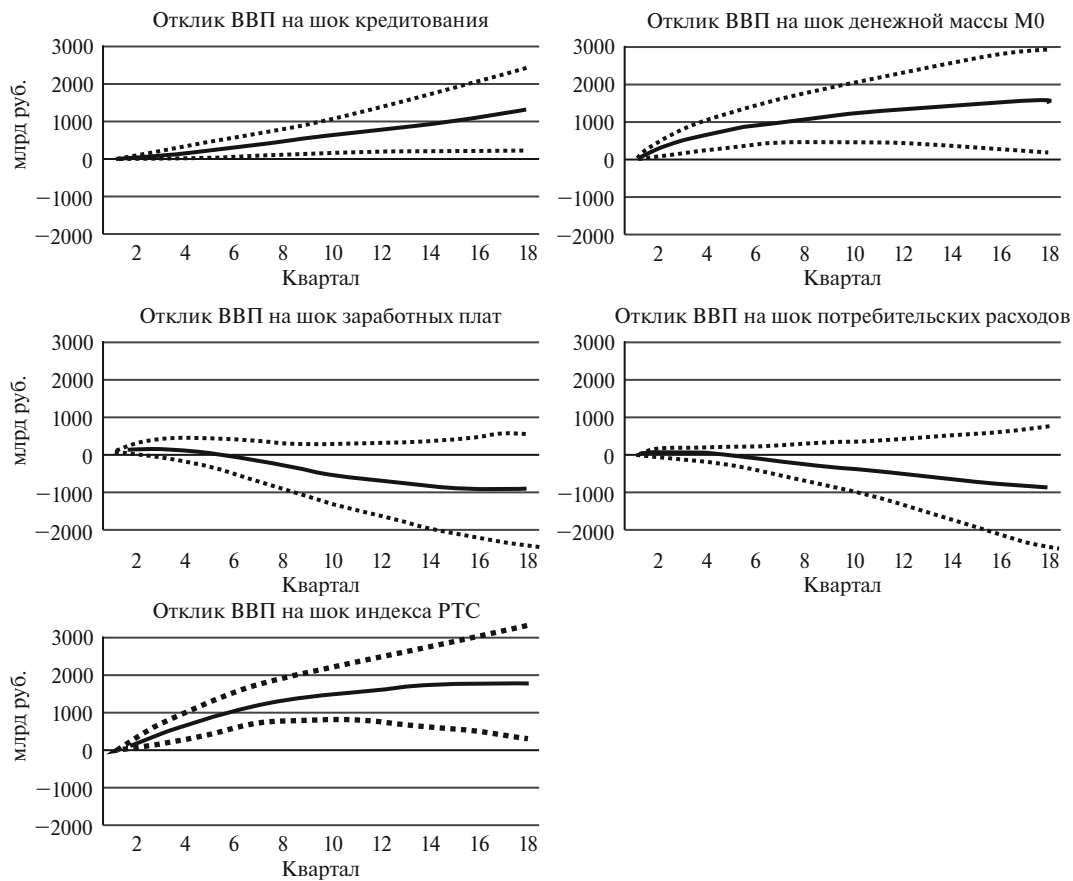


Рис. 2. IRF для ВВП

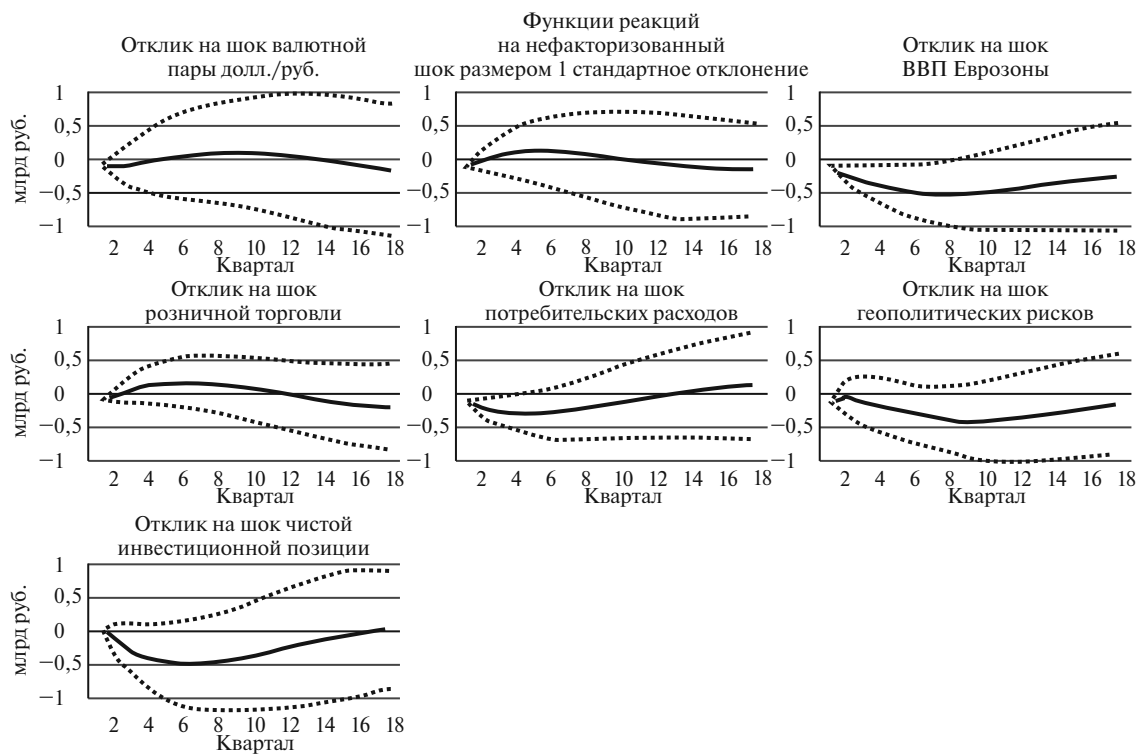


Рис. 3. IRF для инфляции

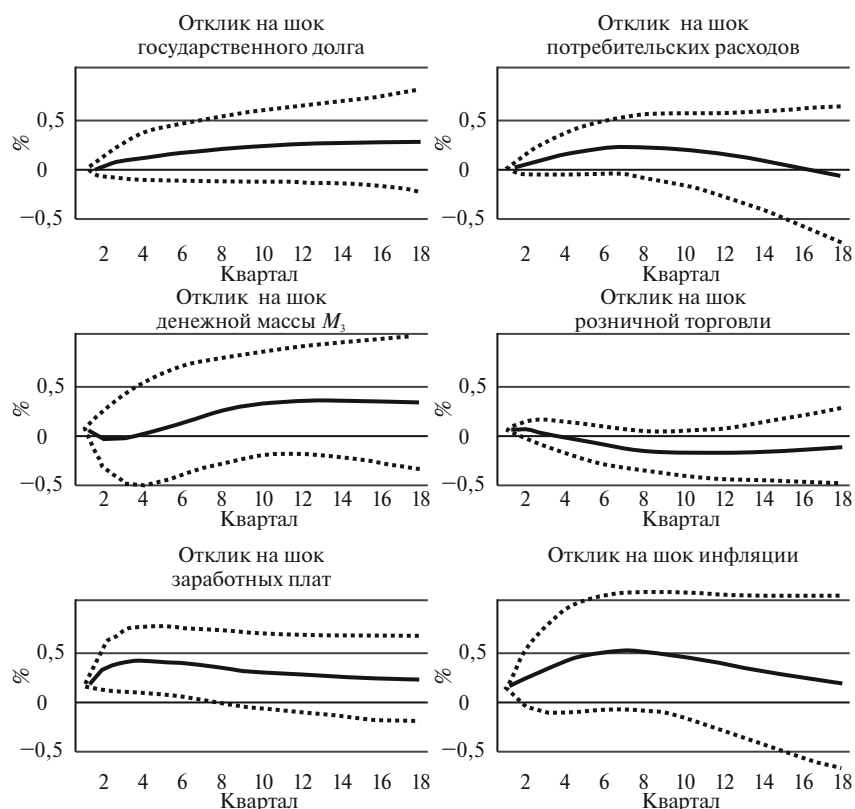


Рис. 4. IRF для ключевой ставки

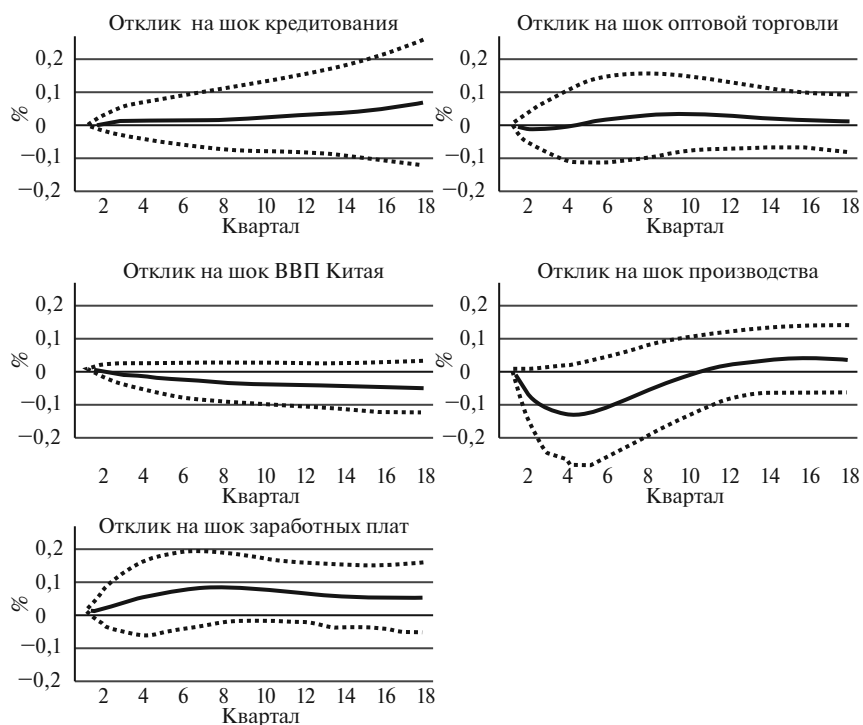


Рис. 5. IRF для безработицы

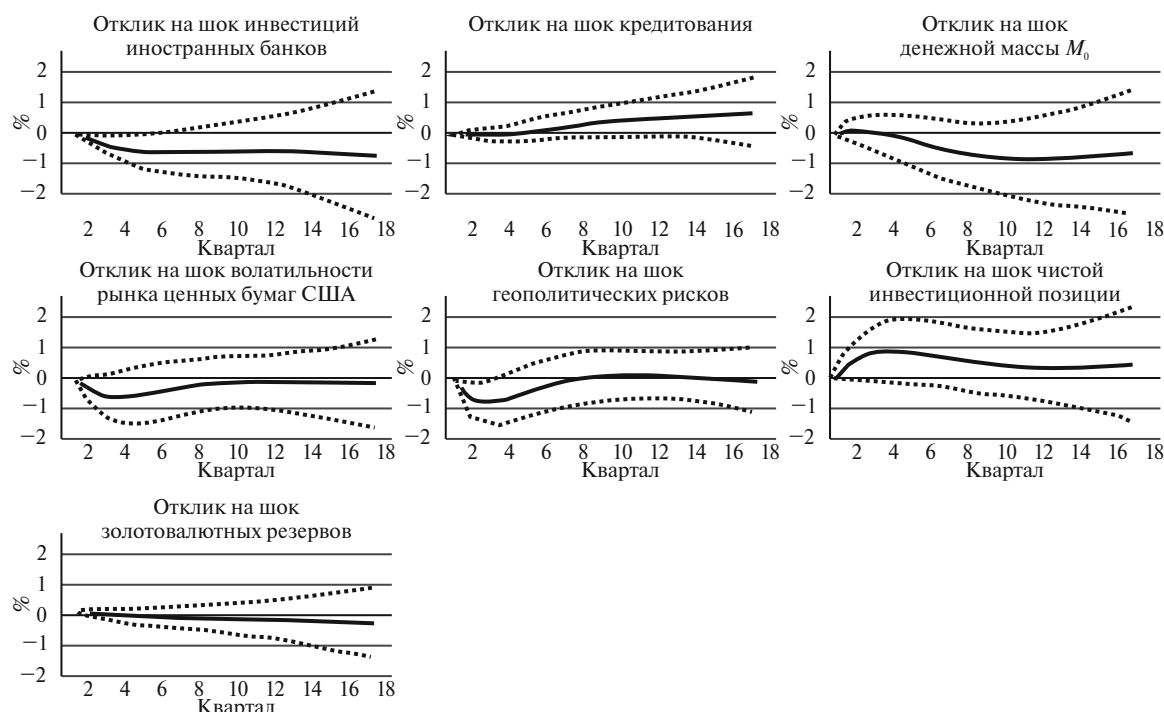


Рис. 6. IRF для заработных плат

Согласно IRF, в каждой комбинации из табл. 5 присутствуют переменные, которые при единичном шоке выводят важные макроэкономические показатели из равновесного состояния. Речь, в том числе, идет обо всех переменных, имеющих отношение к ВВП: потребительские расходы и оборот розничной торговли в соотношении с инфляцией; государственный долг и МЗ в соотношении с ключевой ставкой; размер выданных кредитов; ВВП Китая и заработные платы в соотношении с безработицей; активы зарубежных банков в экономике РФ; размер выданных кредитов; чистая инвестиционная позиция и золотовалютные резервы в соотношении с заработными платами. Остальные переменные находятся в равновесии со своими макроэкономическими показателями.

Байесовские методы оценки параметров VAR являются мощным инструментом анализа влияния денежно-кредитной политики ЦБ. С помощью специальных гиперпараметров можно контролировать жесткость априорных распределений, т.е. величину смещения оценки параметров $UVARX(p)$ в сторону априорного распределения, или функции правдоподобия, которая фактически совпадает с OLS-оценками для $UVARX(p)$ при условии обнуления влияния априорного распределения.

Важный вывод состоит в том, что $QBVAR(p)$ для большого числа переменных и малого числа их лагов — менее точная модель, чем аналогичная $UVARX(p)$, и не лучше, чем, например, $AR(p)$, $VECM(p)$ или $AVAR(p)$. Однако в случае со снижением входящих переменных с целью увеличения их лагов модель $QBVAR$ начинает значительно превосходить в точности прогнозирования, — как $UVARX$, так и ряд других конкурирующих моделей. При этом параметры жесткости рассмотренных априорных распределений уменьшаются с ростом входящих лагов в модель, т.е. чем выше порядок модели с минимальным оптимальным набором переменных, тем более жесткое распределение необходимо для получения более точных прогнозов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для российской экономики была собрана информация о 29 макроэкономических индикаторах, включая важные, по мнению автора данной статьи. Набор данных содержит 29 рядов длиной в 93 квартала, начиная с I квартала 2000 и заканчивая I кварталом 2023 г. Данные предварительно никак не трансформировались и не фильтровались, чтобы иметь наиболее полную информацию. Сначала была построена обычная $QBVAR(2)$ модель для 29 переменных с соответствующими априорными распределениями и стандартными гиперпараметрами, но ее прогностическая сила

оказалась в разы меньше, чем $UVARX(3)$, но выше, чем одномерные $AR(p)$, $AVAR(p)$, Holt–Winters, RWWN и Naïve.

Чтобы получить максимальную точность прогноза модели, необходимо было снизить число входящих в нее переменных, выбрав наиболее важные из рассматриваемых макроэкономических показателей. Для этого был применен метод сэмплирования комбинаций заданного числа с целью ускорения процесса перебора всевозможных комбинаций, минимизирующих метрику MAPE для важных макроиндикаторов. После поиска необходимых комбинаций была проведена процедура оптимизации гиперпараметров априорных распределений для полученных оптимальных комбинаций. Оказалось, что QBVAR с меньшим числом переменных, но увеличенным числом лагов и оптимизированными априорными распределениями уже в несколько раз лучше, чем соответствующие оптимальные аналоги UVARX.

На основе комбинаций переменных, входящих в QBVAR, были построены функции импульсных откликов для UVARX, а также проведены контрфактические симуляции QBVAR для важных макроэкономических переменных. Контрфактические симуляции показали, что QBVAR можно использовать для краткосрочного и среднесрочного прогнозирования вне выборки. В случае с IRF в каждой комбинации из табл. 5 для $UVARX(p)$ присутствуют переменные, которые при единичном шоке выводят важные макроэкономические показатели из равновесного состояния.

Итог: разработанная нами большая квартальная байесовская векторная авторегрессия QBVAR с найденными оптимальными гиперпараметрами априорных распределений вполне может быть использована для краткосрочного и среднесрочного прогнозирования и анализа влияния денежно-кредитной политики ЦБ РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Демешев Б.Б., Малаховская О.А. (2016). Макроэкономическое прогнозирование с помощью BVAR Литтермана // *Экономический журнал ВШЭ*. Т. 20. Вып. 4. С. 691–710. [Demeshhev B.B., Malakhovskaja O.A. (2016). Macroeconomic forecasting with a Litterman's BVAR model. *HSE Economic Journal*, 20, 4, 691–710 (in Russian).]
- Дерюгина Е., Пономаренко А. (2015). Большая байесовская векторная авторегрессионная модель для российской экономики // *Серия докладов об экономических исследованиях Банка России*. Т. 6. Вып. 1. С. 5–20. [Deryugina E., Ponomarenko A. (2015). A large Bayesian vector autoregressive model for Russia. *Bank of Russia Working Paper Series*, 6, 1, 5–20 (in Russian).]
- Banbura M., Giannone D., Reichlin L. (2010). Large Bayesian VARs. *Journal of Applied Econometrics*, 25, 1, 71–92.
- Bernanke B.S., Boivin J., Elias P. (2005). Measuring the effects of monetary policy: A factor-augmented vector autoregressive (FAVAR) approach. *The Quarterly Journal of Economics*, 120, 1, 387–422.
- Bernanke B.S., Mihov I. (1998). Measuring monetary policy. *The Quarterly Journal of Economics*, 113, 3, 869–902.
- Blake A., Mumtaz H. (2012). *Applied Bayesian econometrics for central bankers*. Vol. 4. London: Bank of England.
- Canova F. (1995). VAR models: Specification, estimation, inference and forecasting. In: H. Pesaran, M. Wickens (eds.). Vol. 2. *Handbook of Applied Econometrics: Macroeconomics*. Oxford: Oxford Univ. Press., 73–138.
- Giannone D., Lenza M., Primiceri G.E. (2012). Prior selection for vector autoregressions. *ECB Working Paper Series*, 14, 1494, 5–21.
- Kadiyala K.R., Karlsson S. (1993). Forecasting with generalized Bayesian vector autoregressions. *Journal of Forecasting*, 12, 3–4, 365–378.
- Litterman R.B. (1986). Forecasting with Bayesian vector autoregressions — 5 years of experience. *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, 1, 25–38.
- Lütkepohl H. (2005). *New introduction to multiple time series analysis*. Vol. 1. London: Springer.
- Sims C.A. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica*, 48, 1, 1–48.
- Sims C., Zha T. (1998). Bayesian methods for dynamic multivariate models. *International Economic Review*, 39, 4, 949–968.
- Stock J.H., Watson M.W. (2005). Implications of dynamic factor models for VAR analysis. *NBER Working Paper*, 86, 11467, 1–43.

Large quarterly Bayesian vector autoregression model for the modern Russian economy

© 2024 A.D. Zasmolin

A.D. Zasmolin,

Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russia; e-mail: zasmolin.98@mail.ru

Received 19.07.2023

Abstract. It is often difficult to choose the necessary variables when we are forecasting the economic dynamics. On the one hand, vector autoregression (VAR) models can solve this problem by taking into account a sufficiently large number of variables. However, on the other hand, excessive parametrization of such models is not always justified, because it is often possible to choose such a small combination of variables the predictive power of which will be no worse than unlimited VARs with a large number of variables and lags. Bayesian methods help to solve this problem by introducing a priori restrictions on the VAR coefficients. The main goal of this work is to build a Large quarterly Bayesian vector autoregression (QBVAR) for the modern Russian economy. The hypotheses of the study: 1) BVAR(p) models reveal their maximum potential with a small number of variables, but with a large number of lags, 2) The Minnesota prior distribution is not always the best option for the modern Russian economy in the BVAR(p) model. As a result of the analysis, it turned out that for a number of the most important macroeconomic variables (GDP, inflation, key rate, unemployment, wages), Normal-Flat / Wishart-type priors turned out to be the optimal. In case of 29 input variables and two lags, the predictive power of the QBVAR(2) model is worse than the equivalent frequency VAR(2) or VECM(2). However, when it was possible to find the optimal combinations of variables, QBVAR(p) turned to be several times more accurate than its analogous frequency VAR(p) for all important macro indicators. In addition, the stiffness parameters of the considered a priori distributions decreases with increasing lags entering the model, i.e. the higher the order of the model with the minimum optimal set of variables, the tighter the distribution is necessary to obtain more accurate predictions. For the Russian realities, it is necessary to use very tight priors, 6–8 variables and 9–12 lags in a quarterly representation.

Keywords: Bayesian econometrics, VAR, forecasting, macroeconometrics, macroeconomic modeling, vector autoregressions, Bayes theorem, a priori distributions, Russian economy.

JEL Classification: C11, C32, C53, E17.

UDC: 330.43.

For reference: **Zasmolin A.D.** (2024). Large quarterly Bayesian vector autoregression model for the modern Russian economy. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 50–64. DOI: 10.31857/S0424738824040059 (in Russian).

ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Прогнозирование вероятности незакрытия торгов
по государственной закупке лекарственных препаратов**

© 2024 г. А.И. Денисова, Д.А. Созаева, К.В. Гончар, Г.А. Александров

А.И. Денисова,

Государственный университет управления, Москва; e-mail: a.i.denisova@inbox.ru

Д.А. Созаева,

Государственный университет управления, Москва;

e-mail: dasozaeva@gmail.com

К.В. Гончар,

Государственный университет управления, Москва; e-mail: goncharkv@gmail.com

Г.А. Александров,

УЦ «ПРОГОСЗАКАЗ.РФ», Омск; e-mail: grishaalex@gmail.com

Поступила в редакцию 15.02.2024

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 23-28-01644).

Аннотация. Качество и своевременность лекарственного снабжения системы здравоохранения посредством проведения государственных закупок является актуальной задачей государственной политики во всех странах мира, включая Россию. Незакрытие (срыв торгов, расторжение уже заключенных контрактов) закупочных процедур в такой социально значимой сфере несет риски для населения, провоцирует возникновение скрытых транзакционных затрат для бюджетной системы, связанных с устранением последствий неудач в закупках. Авторский коллектив в предыдущих работах выявил факторы, которые приводят к незакрытию торгов по закупке лекарственных препаратов и первично оценил последствия их влияния на процедуры закупок. Цель же данной статьи — отталкиваясь от полученных результатов, представить математическую модель вероятности незакрытия торгов. Для достижения поставленной цели путем обработки более 1 млн извещений о государственных закупках лекарственных препаратов за 2022–2023 гг., собранных из открытых источников, выполнены задачи, методологически не решенные до настоящего времени. Так, составлен набор признаков, сопутствующих незакрытию процедур по закупке лекарственных препаратов; проанализирован состав выделенных признаков, оценено их влияние на факт незакрытия процедуры; построена модель вероятности незакрытия процедуры; проанализированы результаты. В отличие от ранее опубликованных исследований прогнозная модель реализована на ансамблях деревьев решений способом градиентного бустинга. Это позволило существенно повысить качество прогноза по каждому фактору, влияющему на вероятность незакрытия торгов. Полученные в статье результаты обладают не только научной новизной, но и могут быть использованы органами регулирования и контроля в сфере государственных закупок для выработки методических рекомендаций заказчикам, направленных на установление оптимальных условий заключения и исполнения контрактов, что приведет к снижению рисков закупок и ущерба для государственного бюджета.

Ключевые слова: государственные закупки лекарственных препаратов, несостоявшиеся процедуры, вероятность незакрытия торгов по государственным закупкам, модель на градиентном бустинге, риски государственных закупок.

Классификация JEL: C55, C57, F12.

УДК: 338.27.

Для цитирования: Денисова А.И., Созаева Д.А., Гончар К.В., Александров Г.А. (2024). Прогнозирование вероятности незакрытия торгов по государственной закупке лекарственных препаратов // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 4. С. 65–76. DOI: 10.31857/S0424738824040066

ВВЕДЕНИЕ

Стремительное развитие информационных технологий и решений в последние несколько лет существенно изменило качество экономических отношений между агентами рынка. В системе государственных закупок также повысились скорость проведения конкурентных процедур и контрактации, практически полностью были оцифрованы процессы исполнения контрактов. Вместе с тем нагрузка на специалистов закупочных служб по-прежнему высока: это — и необходимость тщательно проверять контрагентов, и обязанность корректно подготавливать документацию по закупке, и, конечно же, определять цены контракта. В таких социально значимых и важных отраслях, как здравоохранение, образование, ЖКХ и т.д., ошибки заказчиков или стечение обстоятельств, приводящие к затягиванию или срыву сроков проведения закупок, заключения, исполнения контрактов, являются критическими. Отдельно стоит выделить систему здравоохранения. Здесь, наряду с тем что закупщику необходимо разбираться в закупаемых лекарственных препаратах, от него требуется еще и обоснование цены с обязательным применением сразу нескольких методов расчета, среди которых выбирается наименьший результат.

В отличие от других сфер, где расчет цены контракта проводится одним методом, требуется в 2–3 раза больше времени, вероятность ошибки, соответственно, также возрастает (Денисова и др., 2023, 2024). Неудачная закупка приводит к необходимости повторить весь цикл подготовительных работ, что ведет к скрытым транзакционным затратам для бюджетной системы. Увеличивается риск установления заказчиками непривлекательных цен и других условий исполнения контрактов, что снижает привлекательность закупок в глазах поставщика (подрядчика, исполнителя). В этой связи актуальным становится применение современных вычислительных технологий и решений для предсказания последствий действий, предпринимаемых закупщиком, в частности, оценка влияния установленных параметров торгов при их закрытии (привлекательность для участников). Учитывая значительные объемы государственных закупок в общем объеме ВВП, а также востребованность лекарственных средств, необходимо развить методологии и инструментарий для прогнозирования и моделирования вероятности незакрытия¹ торгов с оценкой ключевых факторов риска провала закупочной процедуры. В этой связи цель нашего исследования — построить модель вероятности незакрытия торгов для государственной закупки лекарственных препаратов в рамках контрактной системы (Закон № 44-ФЗ) под влиянием гетерогенных факторов. Объект исследования — конкурентные процедуры при государственной закупке лекарственных препаратов. Предмет исследования — вероятность незакрытия процедур при государственной закупке лекарственных препаратов и факторы, на нее влияющие.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ И ИССЛЕДОВАНИЙ

Необходимость моделирования и прогнозирования вероятности незакрытия торгов для государственной закупки лекарственных препаратов обосновывается важностью эффективного управления закупками в области здравоохранения. Сфера государственных закупок лекарственных средств имеет критическое значение для общественного здоровья, а вопросы качественного снабжения лекарствами учреждений здравоохранения, отбора добросовестных контрагентов регулярно исследуются зарубежными и российскими учеными (Федоренко, Михайлова, 2015; Hamzah, Perera, Rannan-Eliya, 2020).

Данное исследование также является продолжением серии работ авторов, посвященных оценке эффективности государственных закупок лекарственных препаратов, информационно-аналитическим инструментам сопровождения торгов (Денисова и др., 2023, 2024) и развивает обозначенные в них расчетные и методические вопросы, связанные с использованием продвинутого математического и алгоритмического инструментария.

Проблема оценки и моделирования вероятности наступления какого-либо события стали предметом многих исследований, особенно в контексте управления рисками. В качестве примеров можно привести следующие: предсказание совершения противоправного действия или мошенничества в различных сферах (Денисова, 2017); наступление дефолта инвестиционного проекта и иные события, которые могут стать источниками проектных рисков (Моргунов, 2016); срыва контрактации;

¹ Для краткости будем считать те «незакрытыми процедурами», которые были признаны несостоявшимися в рамках ст. 52 Федерального закона от 05.04.2013 г. № 44-ФЗ «О контрактной системе в сфере закупок товаров, работ, услуг для обеспечения государственных и муниципальных нужд» и в рамках которых не было контрактации.

аварии (например, в сфере энергетики (Sulaeman et al., 2017)); изменение уровня цен, цепочки поставок; предрасположенности пациента к определенному заболеванию (Wang et al., 2021) и т.д. Для решения этих задач в основном применяются различные методы и модели бинарной классификации, суть которых — определение принадлежности наблюдения к одному из двух классов: «1» (событие произойдет) или «0» (событие не произойдет). Кроме того, бинарная классификация — одна из задач машинного обучения «с учителем». Для решения такой задачи могут быть применены такие методы, как модели бинарного выбора (логит-регрессия, пробит-регрессия и др.), деревья случайных решений (random decision tree), машины опорных векторов (support vector machine, SVM) и др., а также методы глубокого обучения (нейронные сети) (Brink, Richards, Fetherolf, 2016).

Безусловно, в связи с необходимостью учета большого объема информации и сложных взаимосвязей между множеством разнородных факторов применение методов анализа больших данных и специальных техник и алгоритмов машинного обучения представляется не только целесообразным, но и обоснованным. Сегодня одним из наиболее результативных методов признается построение ансамблей деревьев случайных решений способом градиентного бустинга (gradient boosting on decision trees, GBDT). Алгоритм заключается в построении множества деревьев, причем каждое следующее строится на остатках (ошибках, отклонениях) предыдущего, причем в качестве минимизации функции ошибок используется метод градиентного спуска. Градиентный бустинг строится на ансамбле моделей со слабой предсказательной силой, чаще всего — именно на деревьях случайных решений (Natekin, Knoll, 2013). Многие исследователи (Dyer et al., 2022; Jun, 2021; Гришин, Строев, 2020; Sudakov, Burnaev, Koroteev, 2019) и практики² признают, что в различных задачах, где используются неоднородные данные, алгоритмы градиентного бустинга и нейронных сетей на сегодняшний день считаются одними из основных подходов. Они позволяют эффективно решать задачу классификации, причем значимых преимуществ алгоритмы по сравнению друг с другом либо не имеют, либо лучшим с точки зрения анализа и простоты разработки признается градиентный бустинг (в то же время нейронные сети показывают лучшие результаты в задачах распознавания изображений).

В контексте государственных закупок применение информационно-аналитического инструментария, и в частности алгоритмов бинарной классификации, обычно обусловлено влиянием рисков — например коррупции или мошенничества (Blafák, 2016; Fazekas, Tóth, King, 2016; Velasco et al., 2021; Sales, 2013), и устойчивыми стратегиями агентов рынка закупок (Лычков, Созаева, Гончар, 2023). Вместе с тем до конца неисследованными остаются проблемы, работа над которыми с помощью методов анализа больших данных позволит повысить эффективность и качество закупочной деятельности, что особенно значимо в такой сфере, как закупка лекарственных препаратов. В отличие от ранее опубликованных исследований, в том числе и авторов статьи (Денисова и др., 2024), подход, предлагаемый в данной работе, позволит повысить качество прогнозирования, проанализировать влияние различных факторов, снизить скрытые затраты на повторное проведение закупок, снизить риски расторжения контрактов, так как *закупки изначально будут объявляться на выгодных условиях*. Это и определило научную новизну исследования и его практическую значимость.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В качестве исходной информационной базы были использованы сведения о проведенных закупках лекарственных препаратов по Закону № 44-ФЗ с извещениями³, опубликованными с января 2022 по октябрь 2023 г. В получившейся таблице — 1 084 921 строка с детализацией товарных позиций: если в процедуре закупается n позиций, то информация о процедуре занимает n строк.

Всего рассматривается 245 006 процедур для закупки лекарственных препаратов, причем в состав товарных позиций этих закупок никакие прочие товары и услуги не входят. Был сформирован набор категориальных, количественных и бинарных факторов, приводящих к незакрытию торгов и отсутствию заявок по ним, которые можно получить исходя из документации (или извещения). На этих факторах была построена модель вероятности незакрытия процедуры по государственной закупке лекарственных препаратов.

² Учебник по машинному обучению. 2.5. Градиентный бустинг (<https://education.yandex.ru/handbook/ml/article/gradientnyj-busting/>).

³ Так называется объявление о закупке в № 44-ФЗ (https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_144624/57e264699075c4dccb33283209e1d93f4bc1a3d1/).

В качестве метода моделирования был использован градиентный бустинг над деревьями решений, реализованный с помощью библиотеки `catboost`⁴ на языке Python, которая отличается высокой точностью и возможностью эффективно работать не только с количественными, но и категориальными факторами (Dorogush, Ershov, Gulin, 2018; Bentéjac, Csörgo, Martínez-Muñoz, 2019).

На построенной модели исследуется важность *каждого признака* (feature importance) (Adler, Painsky, 2023), которая показывает, на сколько в среднем изменится результат при изменении значения каждого признака в отдельности. Значение *каждого признака* (feature importance) нормализуется так, чтобы их сумма для всех признаков равнялась 100 (значения *каждого признака* — всегда неотрицательные)⁵.

Для более глубокого анализа и интерпретации влияния наиболее значимых признаков на результат модели были использованы значения Шепли (здесь — SHapley Additive exPlanations, SHAP-значения), полученные с помощью библиотек `catboost` и `shap`⁶. Эти значения прежде всего использовались в теории игр, но были затем адаптированы к моделям машинного обучения: в качестве вклада игроков рассматривается влияние каждого фактора на результат (Lundberg, Erion, Lee, 2018).

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- 1) составить набор признаков, сопутствующих незакрытию процедуры по закупке лекарственных препаратов; получить выборку данных по исследуемому периоду;
- 2) проанализировать состав выделенных признаков и оценить их влияние на целевую переменную (факт незакрытия процедуры по причине отсутствия поданных заявок и, соответственно, — гарантированном отсутствии контрактации);
- 3) построить модель вероятности незакрытия процедуры;
- 4) проанализировать результаты и оценить важность факторов.

Данное исследование логически продолжает и развивает предыдущие работы авторов в области эмпирического анализа факторов со стороны заказчика и поставщика, влияющих на вероятность незакрытия процедур закупки лекарственных препаратов. Ранее было установлено, что «факторы заказчика» (когда заказчик установил невыгодные условия закупки) являются главенствующими в списке случаев незакрытия торгов.

Последствия влияния «факторов заказчика» бывают разными, но самый распространенный случай — когда условия, установленные заказчиком, столь невыгодны, что участники вообще не подают заявок.

Рассмотрим ситуацию полного отсутствия интереса к закупке подробнее.

Для этого определим целевую переменную: значение «1» присваивается, если процедура признана несостоявшейся согласно ст. 52 Закона № 44-ФЗ (что зафиксировано в опубликованном протоколе) и на процедуру не было подано ни одной заявки от поставщиков; в противном случае присваивается «0».

Рассмотрим состав факторов, влияющих на вероятность незакрытия закупки, которые мы можем оценить.

В целом на вероятность незакрытия могут влиять:

- 1) общие факторы (которые могут характеризовать процедуры закупки любых товаров и услуг, например, форма проведения торгов, регион заказчика и т.д.);
- 2) факторы времени (сезон (или месяц) публикации процедуры, время сбора заявок, день недели публикации процедуры и т.д.);
- 3) факторы, связанные с закупаемыми товарами (состав, объем, цена и т.д.).

⁴ CatBoost (<https://catboost.ai/en/docs/>).

⁵ CatBoost. Feature importance (<https://catboost.ai/en/docs/concepts/fstr>).

⁶ SHAP documentation (<https://shap.readthedocs.io/en/latest/index.html>).

При составлении перечня факторов первой группы, авторы прежде всего учитывали ту информацию, которую заказчик обязан предоставлять при публикации извещения. К этим факторам были отнесены:

- электронная торговая площадка (далее — ЭТП) (категориальная переменная);
- форма проведения процедуры (аукцион, запрос котировок и т.п.) (категориальная);
- заказчик (категориальная);
- регион заказчика (категориальная);
- начальная (максимальная) цена контракта НМЦК (количественная);
- является ли закупка совместной (бинарная — может принимать только значения «1» или «0»);
- относительный и абсолютный размер обеспечения заявки (количественная);
- относительный и абсолютный размер аванса (количественная);
- осуществляется ли закупка только у субъектов малого предпринимательства (бинарная);
- является ли закупка централизованной и предназначенной субъектам малого предпринимательства (бинарная);
- число поставщиков в регионе заказчика, хотя бы один раз за прошедший год осуществивших поставку лекарственных препаратов (количественная).

Далее были выделенные новые признаки второй группы, описывающие временные характеристики процедуры:

- продолжительность сбора заявок в днях (количественная);
- месяц публикации извещения о процедуре (категориальная);
- день недели начала приема заявок (категориальная);
- день недели окончания приема заявок (категориальная).

Более подробно остановимся на формировании факторов третьей группы. Существуют признаки, которые описывают отдельный лекарственный препарат:

- фигурирует ли лекарственный препарат в списке жизненно необходимых и важнейших лекарственных препаратов (далее — ЖНВЛП) (бинарная);
- присутствуют ли в составе препарата наркотические вещества (бинарная);
- является ли препарат дефектурным⁷ (согласно итогам 2022 г.)⁸ (бинарная);
- существует ли в рамках международного непатентованного наименования закупаемого лекарственного препарата не более двух торговых наименований (бинарная);
- число торговых наименований лекарственного препарата (количественная);
- число торговых наименований лекарственного препарата, у которых страной производства является Российская Федерация (количественная);
- доля торговых наименований лекарственного препарата, у которых страной производства является Российская Федерация (количественная);
- фармакотерапевтическая группа (далее — ФТГ) препарата (категориальная);
- наименование класса ОКПД (8 цифр), к которому принадлежит лекарственный препарат (категориальная);
- наименование лекарственного препарата по справочнику ЕСКЛП⁹ (категориальная);
- число поставщиков в регионе заказчика, хотя бы один раз за прошедший год осуществивших поставку лекарственных препаратов определенных наименований.

⁷ Отсутствует в аптеках, является узкоспециализированным, отсутствует у поставщиков в связи с перерегистрацией, браком серий или проблемами с ввозом препарата в страну (*Прим. ред.*).

⁸ «Правительство выявило потенциально дефектурные лекарства» // *Фармацевтический вестник*. 25.07.2022 (<https://pharmvestnik.ru/content/news/Pravitelstvo-vyyavilo-potencialno-defekturnye-lekarstva.html>).

⁹ Единый структурированный справочник-каталог лекарственных препаратов (<https://esklp.egisz.rosminzdrav.ru/>).

Заметим здесь, что объектом наблюдения в рамках построения модели является *процедура*, а не лекарственный препарат. Соответственно, необходимо применить технику агрегирования данных об отдельных препаратах так, чтобы составить описание процедуры, в рамках которой они закупаются. Был применен следующий подход:

- для агрегирования бинарных факторов применялось логическое сложение (например, если хотя бы один препарат из закупки входит в перечень ЖНВЛП (для хотя бы одного препарата значение «1», то для всей процедуры в целом тоже будет стоять значение «1»));
- для агрегирования количественных факторов использовалось минимальное значение;
- для агрегирования категориальных факторов использовался метод «one-hot encoding», т.е. кодирование каждого значения исходного фактора новой бинарной переменной, которая показывает принадлежность к этому уникальному значению. Например, для признака ФТГ это будет интерпретироваться как «наличие в закупке хотя бы одного препарата, относящегося к соответствующей фармакотерапевтической группе».

Для закупаемых лекарственных препаратов в большинстве случаев также известны требуемый объем и цена единицы объема. При этом единицы измерения отличаются в зависимости от формы и действующего вещества лекарства, т.е. напрямую агрегировать этот показатель нельзя.

Проведем нормирование объемов закупаемых препаратов в рамках потребительских единиц лекарственных препаратов. Основных наименований форм выпуска можно выделить семь — они встречаются в 96% наблюдений. Это: «г (граммы) действующего вещества», «г лекарственной формы», «доз(а)», «капсула», «мг действующего вещества», «мл» и «таблетка».

Приведем к интервалу от 0 до 1 объемы разных препаратов в рамках каждой единицы измерения.

Для основных выделенных единиц нормирование осуществлялось по интервалам следующим образом:

- все значения закупаемых объемов в рамках каждой единицы измерения были разделены на определенное число интервалов одинаковой длины;
- каждому интервалу присваивалось значение от 0 до 1 так, чтобы 0 соответствовал нулевому объему (это означает, что у заказчика не было возможности описать требуемый объем лекарственного препарата), 1 — интервалу, в котором содержатся наибольшие значения. Всем остальным интервалам были присвоены значения нарастающим итогом с шагом, равным отношению 1 к числу интервалов.

Для получения нормированного объема $q_{norm}(i)$ лекарственного препарата i при прочих единицах измерения использовали формулу:

$$q_{norm}(i) = (q(i) - q_{min}) / (q_{max} - q_{min}), \quad (1)$$

где q_{min} — минимальное значение среди закупаемых объемов лекарственных препаратов при прочих единицах измерения; q_{max} — максимальное значение среди закупаемых объемов лекарственных препаратов при прочих единицах измерения.

В результате для каждой процедуры мы получили значение нового признака — суммы нормированного объема закупаемых лекарственных препаратов.

Интересным также является сравнение объявленных цен на лекарственные препараты и их средневзвешенных цен по регионам. Создадим в связи с этим следующие новые факторы:

- число лекарственных препаратов в закупке, у которых цена меньше средневзвешенной по региону за исследуемый период (количественная);
- доля лекарственных препаратов в закупке, у которых цена меньше средневзвешенной по региону за исследуемый период (количественная);
- минимальное отклонение цен препаратов в закупке от соответствующих средневзвешенных цен по региону за исследуемый период (количественная);
- максимальное отклонение цен препаратов в закупке от соответствующих средневзвешенных цен по региону за исследуемый период (количественная).

Максимальное и минимальное отклонения могут принимать как положительные, так и отрицательные значения.

Объявленные цены на препараты не являются в полной мере «чистыми» (т.е. это — цены на упакованный определенным образом товар), поскольку зависят и от требуемых объемов, и от способа фасовки. Для того чтобы проанализировать препараты по цене, построим их ранжир по стоимости.

Выполним следующую процедуру.

1. Для каждого препарата в рамках всех регионов были оценены среднерыночные цены на основе всех опубликованных закупок за исследуемый период.

2. По получившейся выборке цен определили аномальные значения — те, которые не входят в 95% выборки. Получившиеся аномальные значения представляют собой множество элементов с одинаковым рангом по цене.

3. Исключаем аномальные наблюдения из выборки. Оцениваем коэффициент вариации и снова определяем аномальные значения. Новая группа выбросов представляет собой множество элементов со следующим рангом.

4. Продолжаем до тех пор, пока значение коэффициента вариации практически не перестанет уменьшаться при исключении выбросов из выборки.

В итоге у нас получилось 17 групп препаратов. Множеству препаратов с наименьшими ценами присвоен ранг 0; множеству с наибольшими — ранг 16.

В результате для каждой процедуры получим значения новых признаков:

- минимальный ранг по стоимости среди препаратов в закупке (категориальная);
- максимальный ранг по стоимости среди препаратов в закупке (категориальная).

Следующий шаг заключается в итоговой агрегации данных и формировании обучающей и тестовой выборок. Использовать в модели одновременно и код ОКПД, и ФТГ, и наименование препарата, согласно ЕСКЛП, может быть нецелесообразно, так как это значительно увеличит размерность данных, но незначимо скажется на качестве модели, поскольку все эти факторы разной степени описывают применимость и свойства препаратов.

После применения процедуры кодирования (one-hot encoding) на основе 95 уникальных значений ОКПД и с учетом остальных факторов получился набор из 125 признаков, описывающих все доступные базовые, временные, стоимостные и товарные характеристики процедуры.

Обучающая выборка составляет 80% всех процедур, 20% — тестовая. Наиболее подходящие значения параметров модели, такие как число деревьев, их глубина, скорость обучения, были подобраны с помощью алгоритма поиска по сетке (grid search).

Точность (ассигасу), т.е. доля верно классифицированных исходов на тестовой выборке, построенной модели градиентного бустинга с помощью catboost составляет 84,0% (на обучающей — 90,0%). Чувствительность модели (доля верно классифицированных незакрытых процедур) составляет 83,98%, специфичность (доля верно классифицированных успешно закрытых процедур) — 83,60%, что оценивается как достаточно высокие результаты.

Согласно расчетам, представленным на рис. 1, наибольшую важность (feature importance) и влияние на результат имеют следующие факторы:

- НМЦК (lot_price_correct), максимальное (max_share_price) и минимальное (min_share_price) отклонение цен препаратов в закупке от соответствующих средневзвешенных цен по региону за исследуемый период;
- заказчик (cust); минимальная доля отечественных торговых наименований среди препаратов в закупке (share_rus_name);
- регион заказчика (cust_reg);
- минимальное число отечественных торговых наименований среди препаратов в закупке (count_rus_name);
- минимальное число поставщиков, которые ранее поставляли препараты в закупке в данный регион (count_sup_by_ftg);
- минимальное число торговых наименований среди препаратов в закупке (count_trade_name);

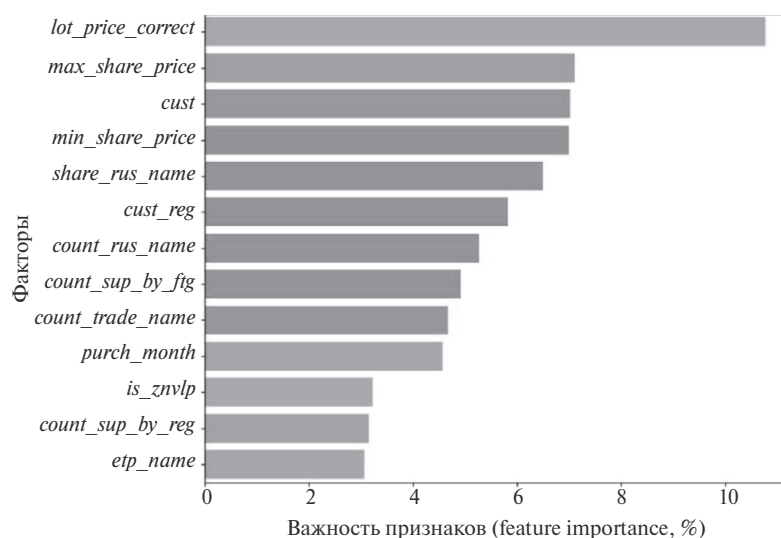


Рис. 1. Наиболее значимые факторы, влияющие на незакрытие торгов

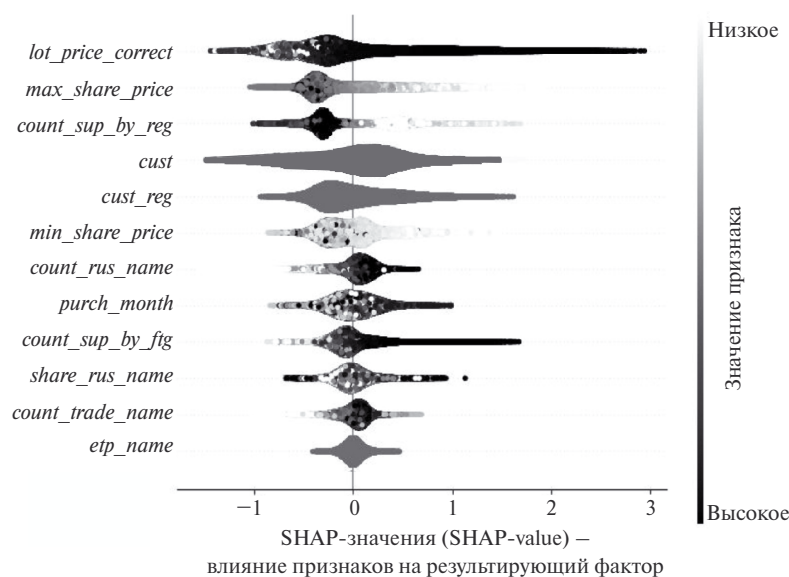


Рис. 2. SHAP-значения наиболее значимых факторов незакрытия торгов¹¹

- месяц публикации процедуры (purch_month);
- наличие в закупке хотя бы одного препарата из списка ЖНВЛП (is_znvlp);
- минимальное число поставщиков лекарственных препаратов в данном регионе (count_sup_by_reg);
- ЭТП (etp_name).

Сумма взвешенных значений feature importance по этим факторам превышает 70%, все прочие признаки имеют меньшую значимость (рис. 1).

На рис. 2 представлена диаграмма SHAP-значений наиболее важных факторов модели¹⁰. Каждая процедура в обучающей выборке представляется в виде точки, которая окрашивается

¹⁰ Полноцветные рисунки доступны по запросу у авторов.

¹¹ cust, cust_reg, etp_name — категориальные переменные.

в соответствии со значением (feature value) исследуемого признака. Расположение и цвета множества точек позволяют судить о распределении влияния каждого фактора на результат.

Разработанный выше машинный алгоритм лег в основу прототипа, прогностического (т.е. наш ресурс — как прогнозная матрица, которая выдает пользователю смоделированные последствия его управленческих решений) ИТ-решения, разработанного авторами для поддержки управленческих решений специалистов закупочных служб медицинских учреждений.

Описанная модель была реализована в приложениях¹² BI Qlik Sense. Пользователь (заказчик) должен ввести информацию о закупке, которую он собирается провести, заполнить список закупаемых позиций. После этого будет рассчитана вероятность незакрытия процедуры.

Поскольку применение технологий машинного обучения специалистами в сфере закупок требует специальных навыков и компетенций, что не предусмотрено их профессиональным стандартом, то самостоятельно пройти по методологии, предложенной авторами, они просто не смогут. В этой связи удобная визуализация в приложении позволит заказчикам наглядно видеть узкие места своей закупочной процедуры и оперативно их скорректировать.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Из данных рис. 2 следует, что высокие значения НМЦК снижают вероятность незакрытия. Однозначной рекомендацией заказчику является корректное определение цен на лекарственные препараты путем сравнения их со средней по рынку, при этом, чем выше цена препарата, тем ниже вероятность незакрытия.

Наличие среди закупаемых препаратов более дорогих или более дешевых (по признакам максимального и минимального ранга препаратов по ценам) на результат влияет гораздо меньше. Тем не менее процедуры закупки дорогих лекарственных препаратов (даже в сочетании с дешевыми) закрываются немного охотнее.

По итогам расчетов можно сделать вывод о том, что не так важны характеристики закупаемых позиций (в особенности закупаемые объемы), как их суммарная стоимость — НМЦК (см. рис. 1).

Факторы времени в целом менее значимы: наиболее серьезно на вероятность незакрытия влияет *месяц публикации*; на втором месте — длительность приема заявок.

Такие факторы, как обеспечение заявки, аванс, совместное проведение закупки, проведение закупки для субъектов малого предпринимательства, не влияют значимо на результат.

Из рис. 2 также можно заметить, что:

- увеличение числа отечественных торговых наименований у лекарственных препаратов, а также, в меньшей степени, общего числа торговых наименований ведет к уменьшению вероятности незакрытия;

- при этом большая часть наблюдений имеет такие значения числа торговых наименований, которые приводят скорее к повышению вероятности незакрытия;

- медицинские учреждения, как правило, закупают препараты именно из списка ЖНВЛП, как следует из содержания ст. 80 Федерального закона от 21.11.2011 № 323-ФЗ (в ред. от 28.12.2022) «Об основах охраны здоровья граждан в Российской Федерации», чем и обусловлены такие результаты;

- вероятность незакрытия процедур, опубликованных во второй половине года, незначительно ниже, чем в первой¹³;

- на вероятность незакрытия процедуры сильнее влияет наличие достаточного числа специализированных поставщиков в регионе (т.е. тех, которые ранее поставляли конкретный препарат), чем тех, которые просто поставляли лекарства;

¹² Работа, направленная на создание приложения, осуществлялась на базе федерального оператора торгов АО «ЕЭТП» («Росэлторг»).

¹³ Активность проведения торгов характеризуется определенными сезонными колебаниями, пики активности которых, как правило, приходится на весну и на конец года. Поскольку чаще всего не подразумевается, что спрос заказчика может быть отложен, указание конкретных месяцев в качестве рекомендаций не имеет смысла.

— увеличение числа специализированных поставщиков в регионе ведет к уменьшению вероятности незакрытия процедуры.

Рассмотрим теперь факторы «заказчик», «регион заказчика» и «наименование электронной торговой площадки (ЭТП)». Значимого смещения числа этих объектов в сторону более удачного завершения процедур по графику на рис. 2 не наблюдается. Регион местонахождения заказчика, сама фигура заказчика, как и ЭТП, не являются, по нашему мнению, факторами, которые могут существенно влиять на вероятность незакрытия процедур. Это — объективные факторы: есть регионы, где объем закупок лекарств больше, и, соответственно, на их территории находится больше заказчиков или они более крупные. В таком случае и статистика незакрытия процедур здесь будет выше. Сменить регион регистрации заказчика, даже если имеются элементы регионального протекционизма, местные национальные, климатические особенности, не представляется возможным. Аналогичная ситуация и с ЭТП: число незакрытых процедур напрямую зависит от общего объема проводимых на площадке торгов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная статья является завершающей работой цикла статей авторов о масштабном исследовании параметров рынка государственных закупок лекарственных средств.

Благодаря проведенным изысканиям авторы смогли всесторонне исследовать факторы, влияющие на успешность, экономичность, качество контрактации в системе государственных и муниципальных закупок. К наиболее значимым результатам, полученным в рамках данной статьи, можно отнести высокоточное исследование факторов, влияющих на незакрытие торгов по закупке лекарств с применением ранее неиспользованного для этого аналитического инструментария.

Полученные выводы могут быть направлены в профильные министерства и ведомства для совершенствования работы, связанной с лекарственным обеспечением учреждений здравоохранения; в органы регулирования и контроля закупочной деятельности для повышения качества методической работы, выработки рекомендаций заказчикам, направленным на снижение рисков и преодоление проблем, связанных с организацией и проведением закупок.

Дальнейшее развитие исследования авторы видят во внедрении его результатов в практическую деятельность вышеперечисленных организаций и развитие созданного авторами прототипа программного обеспечения. Одним из возможных путей применения полученных результатов может быть разработка полноценного платформенного решения для поддержки процессов государственных закупок лекарственных средств в крупных учреждениях здравоохранения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Гришин А.А., Строев С.П. (2020). Инструментарий и особенности решения задачи классификации в системах кредитного скоринга // *Continuum. Математика. Информатика. Образование*. № 1 (17). С. 51–59. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-17-1-51-59 [Grishin A.A., Stroeve S.P. (2020). Tools and features of solving the classification problem in credit scoring systems. *Continuum. Maths. Informatics. Education*, 1 (17), 51–59. DOI: 10.24888/2500-1957-2020-17-1-51-59 (in Russian).]
- Денисова А.И. (2017). Моделирование рисков лицензируемых товарных рынков российской Федерации // *Научные труды Вольного экономического общества России*. Т. 206. № 4. С. 133–145. [Denisova A.I. (2017). Risk modeling in the licensed commodity markets of the Russian Federation. *Scientific Works of the Free Economic Society of Russia*, 206, 4, 133–145 (in Russian).]
- Денисова А.И., Созаева Д.А., Гончар К.В., Александров Г.А. (2023). Совершенствование методологии оценки экономической эффективности государственных закупок лекарственных средств // *Финансовый журнал*. Т. 15. № 4. С. 63–81. DOI: 10.31107/2075-1990-2023-4-63-81 [Denisova A.I., Sozaeva D.A., Gonchar K.V., Aleksandrov G.A. (2023). Improving the methodology for assessing the economic efficiency of public procurement of medicines. *Financial Journal*, 15 (4), 63–81. DOI: 10.31107/2075-1990-2023-4-63-81 (in Russian).]
- Денисова А.И., Созаева Д.А., Гончар К.В., Александров Г.А. (2024). Анализ факторов незакрытия торгов по госзакупкам лекарственных препаратов // *Проблемы прогнозирования*. № 1 (202). С. 178–191. DOI: 10.47711/0868-6351-203-178-191 [Denisova A.I., Sozaeva D.A., Gonchar K.V., Aleksandrov G.A. (2024). Analysis of factors of failure of public procurement of medicines. *Studies on Russian Economic Development*, 1 (202), 178–191. DOI: 10.47711/0868-6351-203-178-191 (in Russian).]

- Лычков И.И., Гончар К.В., Созаева Д.А.** (2023). Консерватизм, мобильность, изоляция: подход к исследованию поведения агентов рынка государственных закупок // *Экономика и математические методы*. Т. 59. № 4. С. 45–57. DOI: 10.31857/S042473880026993-1 [**Lychkov I.I., Gonchar K.V., Sozaeva D.A.** (2023). Conservatism, mobility, isolation: Approach to study of agents' behavior in the public procurement market. *Economics and Mathematical Methods*, 59, 4, 45–57. DOI: 10.31857/S042473880026993-1 (in Russian).]
- Моргунов А.В.** (2016). Моделирование вероятности дефолта инвестиционных проектов // *Корпоративные финансы*. Т. 10. № 1 (37). С. 23–45. [**Morgunov A.V.** (2016). Modeling the probability of default of the investment projects. *Journal of Corporate Finance Research*, 10, 1 (37), 23–45 (in Russian).]
- Федоренко И.Н., Михайлова В.В.** (2015). Контроль и оптимизация как основа повышения эффективности расходования бюджетных средств в системе государственных закупок // *Инновационная наука*. № 12-1. С. 311–314. [**Fedorenko I.N., Mikhailova V.V.** (2015). Control and optimization as a basis for improving the efficiency of budget spending in the public procurement system. *Innovative Science*, 12–1, 311–314 (in Russian).]
- Adler A.I., Painsky A.** (2022). Feature importance in gradient boosting trees with cross-validation feature selection. *Entropy*, 24, 687. DOI: 10.3390/e24050687
- Bentéjac C., Csörgo A., Martínez-Muñoz G.** (2019). A comparative analysis of gradient boosting algorithms. *Artificial Intelligence Review*, 54, 1937–1967.
- Blafák J.** (2016). Reduction of the risk in public procurement by using design-build as a means for suitable constructing. *Stavební Obzor — Civil Engineering Journal*, 25 (2). DOI: 10.14311/CEJ.2016.02.0007
- Brink H., Richards J., Fetherolf M.** (2016). *Real-world machine learning*. 1st ed. N.Y.: Manning. 264 p. [**Бринк Х., Ричардс Дж., Феверолф М.** (2017). *Машинное обучение*. СПб.: Питер. 336 с. (на русс. языке)].
- Dorogush A.V., Ershov V., Gulin A.** (2018). *CatBoost: Gradient boosting with categorical features support*. *ArXiv, abs/1810.11363*
- Dyer A.S., Zaengle D., Nelson J.R., Duran R., Wenzlick M., Wingo P.C.** et al. (2022). Applied machine learning model comparison: Predicting offshore platform integrity with gradient boosting algorithms and neural networks. *Marine Structures*, 83. DOI: 10.1016/j.marstruc.2021.103152
- Fazekas M., Tóth I.J., King L.P.** (2016). An objective corruption risk index using public procurement data. *The European Journal on Criminal Policy and Research*, 22, 369–397. DOI: 10.1007/s10610-016-9308-z
- Hamzah N., Perera P.N., Rannan-Eliya R.P.** (2020). How well does Malaysia achieve value for money in public sector purchasing of medicines? Evidence from medicines procurement prices from 2010 to 2014. *BMC Health Services Research*, 20, 509. DOI: 10.1186/s12913-020-05362-8
- Jun M.** (2021). A comparison of a gradient boosting decision tree, random forests, and artificial neural networks to model urban land use changes: The case of the Seoul metropolitan area. *International Journal of Geographical Information Science*, 35, 2149–2167.
- Lundberg S.M., Erion G.G., Lee S.** (2018). *Consistent individualized feature attribution for tree ensembles*. *ArXiv: abs/1802.03888*
- Natekin A., Knoll A.** (2013). Gradient boosting machines, a tutorial. *Front. Neurorobotics*, 7 (21). DOI: 10.3389/fnbot.2013.00021
- Sales L.** (2013). Risk prevention of public procurement in the Brazilian government using credit scoring. 2013 OBEGERF — Observatório de Economia e Gestão de Fraude. *Paper in the International Conference Interdisciplinary Insights on Fraud and Corruption. Working Papers*, 19. 27 p.
- Sudakov O., Burnaev E., Koroteev D.** (2019). Driving digital rock towards machine learning: Predicting permeability with gradient boosting and deep neural networks. *Computers & Geosciences*, 127, 91–98. DOI: 10.1016/j.cageo.2019.02.002
- Sulaeman S., Benidris M., Mitra J. Singh C.** (2017). A wind farm reliability model considering both wind variability and turbine forced outages. *2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting*. Chicago (IL), USA, 1–1. DOI: 10.1109/PESGM.2017.8274250
- Velasco R.B., Carpanese I., Interian R., Paulo Neto O.C.G., Ribeiro C.C.** (2021). A decision support system for fraud detection in public procurement. *International Transactions in Operational Research*, 28, 27–47. DOI: 10.1111/itor.12811
- Wang B., Liu Y., Sun X.** et al. (2021) Prediction model and assessment of probability of incident hypertension: The rural Chinese cohort study. *Journal of Human Hypertension*, 35, 74–84. DOI: 10.1038/s41371-020-0314-8

Predicting the probability of failure in medicines' public procurement

© 2024 A.I. Denisova, D.A. Sozaeva, K.V. Gonchar, G.A. Aleksandrov

A.I. Denisova,

The State University of Management, Moscow, Russia; e-mail: a.i.denisova@inbox.ru

D.A. Sozaeva,

The State University of Management, Moscow, Russia; e-mail: dasozaeva@gmail.com

K.V. Gonchar,

The State University of Management, Moscow, Russia; e-mail: goncharkv@gmail.com

G.A. Aleksandrov,

"PROGOSZAKAZ.RF", Omsk, Russia; e-mail: grishaalex@gmail.com

Received 15.02.2024

The study was supported by the Russian Science Foundation (project 23-28-01644).

Abstract. The quality and timeliness of medicines' supply to the healthcare system through public procurement is an urgent task of public policy in all countries of the world, including Russia. Failure to close (failure of tenders, termination of already concluded contracts) procurement procedures in such a socially significant area carries risks for the population, provokes the emergence of hidden transaction costs for the budget system to eliminate the consequences of procurement failures. In their previous works, the authors identified the factors that lead to the failure to close tenders for the purchase of remedies, and initially assessed the consequences of their influence on procurement procedures. The purpose of this article is to present a mathematical model of the probability of non-closure tenders based on the obtained results. To achieve this goal, through processing more than 1 million notifications of public procurement of remedies for 2022–2023, collected from the open sources, the tasks with no methodological solutions were completed. Thus, a set of features accompanying the failure to close procedures for the purchase of remedies was compiled. The composition of identified features was analyzed; their influence on non-closure of the procedure was assessed. A model of the probability of non-closure of the procedure was constructed, and the results were interpreted. Unlike previously published studies, the forecast model was implemented on the ensembles of decision trees using gradient boosting. This made possible to significantly improve the quality of the forecast for each factor affecting the probability of non-closure of the bidding. The results obtained in the article are not only scientifically novel, but can also be used by regulatory and control bodies in public procurement to develop methodological recommendations for customers on establishing optimal conditions for concluding and fulfilling contracts, which will reduce procurement risks and damage to the state budget.

Keywords: public procurement of remedies, failed procedures, probability of non-closure of tenders for public procurement, gradient boosting model, public procurement risks.

JEL Classification: C55, C57, F12.

UDC: 338.27.

For reference: **Denisova A.I., Sozaeva D.A., Gonchar K.V., Aleksandrov G.A.** (2024). Predicting the probability of failure in medicines' public procurement. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 65–76. DOI: 10.31857/S0424738824040066 (in Russian).

ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Эколого-экономические эффекты зеленого финансирования

© 2024 г. О.В. Кудрявцева, Р.М. Качалов, С.В. Чернявский, Н.Н. Макеева

О.В. Кудрявцева,

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва; e-mail: olgakud@mail.ru

Р.М. Качалов,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: kachalovlya@yandex.ru

С.В. Чернявский,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: vols85-85@mail.ru

Н.Н. Макеева,

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва; e-mail: nata.mackeeva.2010@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.08.2023

Аннотация. В настоящее время три составляющие устойчивого развития приобретают растущее значение для обеспечения существования и развития государств. Данная статья посвящена зеленому финансированию, связывающему экономические и экологические аспекты развития. Зеленое финансирование — направление политики снижения негативных экологических экстерналий и привлечения инвестиций в новые технологии, получившее в последние годы повсеместное распространение. Зеленые облигации являются одним из важнейших ее инструментов. Для оценки влияния выпуска зеленых облигаций на экологическую составляющую, представленную эквивалентом выбросов оксида углерода, в статье впервые была применена процедура паросочетаний к оценке данных компаний, полученных с помощью базы Refinitiv. Авторы показали спецификацию модели, свидетельствующую в пользу принятия гипотезы о наличии влияния выпуска зеленых облигаций на снижение объема выбросов эквивалента оксида углерода в долгосрочном периоде, однако результаты ее логарифмической спецификации оказались неустойчивыми. Из проведенных в статье расчетов следует, что, несмотря на то что эффект от выпуска зеленых облигаций не оказывает моментального воздействия на экологические показатели компании, в долгосрочном периоде он может их улучшить. А это способствует повышению экологического рейтинга компаний и, в свою очередь, может в дальнейшем привлекать инвестиции для развития технологий и инфраструктуры, обеспечивающих технологический суверенитет, использование перспективных источников энергии, применение наилучших доступных технологий, экологизацию транспорта.

Ключевые слова: устойчивое развитие; экологические проекты; зеленое финансирование; зеленые облигации; выбросы парниковых газов; низкоуглеродное развитие; паросочетания (мэтчинг); экологический рейтинг компаний.

Классификация JEL: G12, O16, Q56.

УДК: 336.64, 336.67.

Для цитирования: Кудрявцева О.В., Качалов Р.М., Чернявский С.В., Макеева Н.Н. (2024). Эколого-экономические эффекты зеленого финансирования // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 4. С. 77–86. DOI: 10.31857/S0424738824040073

ВВЕДЕНИЕ

Зеленое финансирование является одним из направлений реализации политики снижения негативных экологических эффектов. Ключевым его инструментом по объему распространения выступают зеленые облигации, которые выпускаются для финансирования или рефинансирования зеленых программ и проектов.

Зеленые облигации — «это облигации, поступления от размещения которых направляются на финансирование или рефинансирование (полное или частичное) новых и/или существующих зеленых проектов и которые соответствуют одному или нескольким стандартам в области зеленого финансирования» (Троянова, 2021). Во всех других аспектах зеленые облигации не отличаются от обычных облигаций, являются долговыми бумагами с фиксированным доходом. При эмиссии зеленых облигаций с помощью публикации нефинансовой отчетности о своей экологической,

социальной и управленческой деятельности компании повышают свою инвестиционную привлекательность, улучшают рыночную репутацию и финансовые показатели (Chava, 2014; Du, Bhattacharya, Sen, 2010; Klassen, McLaughlin, 1996). При этом уровень издержек, понесенный при выпуске зеленых облигаций, контроле над выполнением проекта и предоставлении необходимой отчетности выше, чем возможные выгоды, которые возникнут при нарушении условий выпуска (Akerlof, 1978; Williamson, 1985).

Главным представителем зеленых облигаций является «Инициатива по климатическим облигациям» (ИКО) (Climate Bonds Initiative) — некоммерческая международная организация, чья работа направлена на мобилизацию крупнейшего рынка капитала, рынка облигаций, для решения проблем изменения климата. «Инициатива по климатическим облигациям» ответственна за обеспечение системы стандартов и сертификации климатических облигаций.

Однако не только выпуск зеленых облигаций, но и покупка данного вида актива также информирует рынок об изменениях в предпочтениях инвесторов. Основными кредиторами такого вида долга выступают пенсионные и страховые фонды (Богачева, Смородинов, 2016, с. 70–81), диверсифицируя, таким образом, свои риски, вкладываясь в низкорисковые активы и демонстрируя приверженность идеям сохранения климата и устойчивого развития.

Организация Объединенных Наций (ООН) дала следующее определение термину «устойчивое развитие»: «это развитие, обеспечивающее удовлетворение потребностей нынешнего поколения и не подрывающее при этом возможности удовлетворения потребностей будущих поколений» (Бобылев, Соловьева, 2017, с. 26–33)¹. Несколько позже, на основе целей развития тысячелетия ООН, было сформулировано 17 целей устойчивого развития (ЦУР) для человечества и всех стран на 2016–2030 гг. Выпуск зеленых облигаций содействует достижению как минимум трех целей, поставленных ООН, а именно: № 12 «Ответственное потребление и производство», № 13 «Борьба с изменением климата», № 7 «Обеспечение всеобщего доступа к недорогим, надежным, устойчивым и современным источникам энергии для всех»².

Теоретические концепции устойчивого развития находят отражение в бизнес-показателях. Так появились ESG-рейтинги (Environmental, Social, Governance). Это три основных фактора, учитываемых при инвестировании в зеленые облигации, — экологический, социальный и управленческий. ESG-рейтинги строятся на основе как публичной, так и внутренней информации компании, доступной аналитическим агентствам (Слепцова, Качалов, 2021, с. 49–66). Основными составителями ESG-рейтингов являются такие компании, как Bloomberg и Refinitiv³, главные поставщики финансовой и деловой информации. Для российского рынка такую функцию выполняет рейтинговое агентство RAEX («РАЭК-Аналитика»). Экологическая компонента опирается на три фактора: объем загрязнений, инновации и использование природных ресурсов. Эти факторы формируются из точечных показателей, получаемых из всех доступных источников. Так, объем загрязнений складывается из объема выбросов, производимого количества твердых отходов, влияния на снижение биоразнообразия, качества системы экологического управления. Инновации формируются из показателя продуктовой инновационности в экологической сфере и потоков доходов и расходов, связанных с исследованием и реализацией экологически чистых проектов. Использование ресурсов рассчитывается на основе энергоэффективности, эффективности водопользования, применения экологичных упаковок продуктов и пр. Таким образом, экологический рейтинг представляет собой комплексную оценку разнообразных базовых экологических показателей (Тулупов, 2021, с. 3–27)⁴.

Затраты на выпуск зеленых облигаций состоят из двух составляющих, внешних и внутренних (Попова, Митракова, 2022, с. 28–34):

¹ «Преобразование нашего мира: Повестка ООН в области устойчивого развития на период до 2030 года», 2015 г. (<https://documents.un.org/doc/undoc/gen/n15/291/92/pdf/n1529192.pdf>).

² «Цели в области устойчивого развития ООН», 2015 г. (<https://www.un.org/sustainabledevelopment/ru/sustainable-development-goals/>).

³ Старое название «Financial and Risk Thomson Reuters».

⁴ «Методология Refinitiv расчета ESG рейтинга», 2019 г. (<https://cdn-blob.investsmart.com.au/documents/Refinitiv%20scoring%20methodology.pdf>).

- внешние затраты включают плату за маркировку и плату за услуги (процедура верификации, аудит отчетов) верификатору ИКО, основанную на договоре, заключенном эмитентом и верификатором ИКО;
- внутренние затраты представляют собой расходы эмитента, понесенные в результате выполнения внутренних процедур подготовки к эмиссии, и расходы на осуществление дополнительного контроля и подготовки отчетности в соответствии с требованиями ИКО.

Указанные совокупные затраты также необходимо учитывать при оценке приведенной стоимости экологического проекта и анализе его эффективности.

Основными эмитентами, создающими ликвидный рынок зеленых облигаций, выступают финансовые организации, обладающие высоким кредитным рейтингом.

Зеленые облигации корпоративного сектора появились на рынке в 2012 г., а российские компании начали деятельность в этом направлении уже в 2016 г. К концу 2020 г. зеленые займы осуществили шесть российских компаний из разных секторов экономики (транспорт, строительство, финансовые услуги): РЖД, ТСК, «Ресурсосбережение ХМАО», «СФО Русол 1», КБ «Центр-инвест», «Коммерческая недвижимость» ФПК «Гарант-Инвест»⁵.

Требования к зеленым облигациям установлены Постановлением Правительства № 1587 от 21 сентября 2021 г. «Об утверждении критериев проектов устойчивого (в том числе зеленого) развития в РФ и требований к системе верификации проектов устойчивого развития в РФ»⁶.

МЕТОДЫ И ДАННЫЕ ДЛЯ АНАЛИЗА

Попробуем оценить эффект, оказываемый выпуском зеленых облигаций, на общий объем выбросов парниковых газов в эквиваленте *объема углекислого газа и экологический рейтинг компании*. Для ответа на данный вопрос выдвигаются следующие гипотезы.

Гипотеза 1. Выпуск зеленых облигаций не оказывает моментального воздействия на экологические показатели компании.

Гипотеза 1. Выпуск зеленых облигаций способствует переходу к устойчивому развитию, что позволяет улучшить экологические показатели на интервале свыше одного года.

Действительно, если выпуск зеленых облигаций способен моментально (в диапазоне месяца от даты выпуска) воздействовать на рыночную стоимость компании (Zerbib, 2019, p. 39–60), то улучшение экологических показателей требует длительного времени. В связи с этим нельзя ожидать, что компании удастся снизить объем газообразных загрязнений на интервале до года.

Для проверки указанных гипотез используется метод «разность разностей» (Вулдридж, 2009), применяемый при оценивании эффекта воздействия («воздействием» в этом случае является выпуск зеленых облигаций). Воздействие изучается путем сравнения зависимых переменных в группе контроля с переменными в группе воздействия. Попадание в группу воздействия зависит от характеристик компании, поэтому для получения несмещенной оценки требуется использование точного паросочетания (Card, Kreuger, 1994, p. 772–793).

Паросочетание (matching) — это алгоритм построения соответствия между элементами группы воздействия и группы контроля на основе «поиска ближайшего соседа». Наблюдению из группы воздействия на основе функции расстояния между элементами выборки будет сопоставлено ближайшее наблюдение из группы контроля.

Для использования метода паросочетаний необходимо, чтобы динамика зависимой переменной в группе воздействия, в случае если бы этого воздействия не было бы, была бы такой же, как и в контрольной группе. Для осуществления паросочетаний используются контрольные переменные объектов. Для контроля того, что динамика зависимой переменной в группе воздействия, в случае если бы этого воздействия не было бы, была бы такой же, как и в контрольной группе, используются приросты контрольных переменных. Паросочетание производится в период $(t - 1)$, где t — год эмиссии зеленых облигаций, соответственно,

⁵ По данным cbonds.ru

⁶ <https://base.garant.ru/402839344/>

Таблица 1. Переменные, использованные для паросочетаний

Переменная	Расшифровка
<i>logAsset</i>	Натуральный логарифм балансовой стоимости активов
<i>ROA</i>	Доходность активов, %
<i>D/E</i>	Коэффициент долговой нагрузки
<i>logMarket</i>	Натуральный логарифм рыночной капитализации компании
<i>Industry</i>	Код отрасли
<i>Country</i>	Код страны, где находится головной офис компании

Источник: составлено авторами.

рассматривается прирост между периодами $(t - 1)$ и $(t - 2)$. В качестве контрольных используются переменные, приведенные в табл. 1.

Процедура паросочетаний осуществляется на основе данных до выпуска облигаций, что позволяет найти наиболее похожих представителей между группами воздействия и группами контроля *ex ante* («до события»). При выборе контрольных переменных мы руководствовались подходами, уже использованными в научной литературе (Frésard, Valt, 2016, p. 1–35). Балансовая стоимость активов позволяет учесть размер компании. Доходность активов демонстрирует, насколько компания прибыльна. Размер долговой нагрузки отражает склонность компании к заимствованиям, а рыночная капитализация — запрос инвесторов на участие в управлении этой компании.

Таким образом, на основе паросочетаний можно получить выборку, позволяющую перейти к оценке непосредственного эффекта воздействия от эмиссии зеленых облигаций.

Для оценки эффекта воздействия на выборке, составленной по результатам паросочетаний, используется следующая регрессия:

$$y_{it} = \alpha_i + \alpha_t + \beta \text{green}_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (1)$$

где в качестве зависимой переменной y_{it} выступают абсолютный уровень общего эквивалента выбросов CO₂, логарифмическая величина этого показателя, а также экологическая компонента E ESG-рейтинга компании; α_i — фиксированные эффекты компании; α_t — фиксированные эффекты времени; green_{it} — бинарная переменная, равная 1, начиная с периода, в который был осуществлен выпуск зеленых облигаций, и 0 — в остальных случаях. Дополнительно рассматриваются модификации, позволяющие оценить долгосрочное влияние, где вместо моментального воздействия green_{it} используются green_short_{it} и green_long_{it} (green_short равна 1 спустя год и более после выпуска, 0 — иначе; green_long равна 1 спустя 2 года и более после выпуска, 0 — иначе); ε_{it} — случайные ошибки. Размер эффекта содержится в коэффициенте β при интересующей переменной, данный коэффициент показывает, как меняется зависимая переменная в результате эмиссии зеленых облигаций на различных горизонтах времени (Flammer, 2020, p. 95–128).

Для анализа будем использовать данные по публичным компаниям, полученные с помощью базы данных Refinitiv. Изначально набор представлял собой данные более чем по 58 тыс. публичных компаний за период с 2011 по 2020 г. из 155 стран и 3341 зеленой облигации, выпущенных корпоративным сектором с 1 января 2012 по 31 декабря 2020 г. Общее число эмитентов зеленых облигаций в корпоративном секторе составило 1225 компаний. Для составления единой панели данных было необходимо распределить эмиссию зеленых облигаций по материнским компаниям, поскольку часть выпусков осуществлена дочерними предприятиями, не являющимися публичными, в связи с чем они были исключены из дальнейшего рассмотрения при построении финальной панели. Другим фактором, повлиявшим на сокращение выборки, стало наличие большого количества пропусков в Refinitiv как по экономическим, так и по экологическим переменным компаний за рассматриваемый период. В результате в выборке остались 2122 публичные компании, среди которых 191 компания осуществляла выпуск зеленых облигаций.

На основе паросочетаний по вектору контрольных переменных (*logAsset*, $\Delta \text{logAsset}$, *ROA*, ΔROA , *D/E*, $\Delta \text{D/E}$, *logMarket*, $\Delta \text{logMarket}$, *Industry*, *Country*) была получена выборка из 353 компаний, среди которых 191 компания, выпустившая зеленые облигации, и поставленные им в соответствие 162 компании, не осуществлявшие эмиссии. Процедура паросочетаний была неоднозначной, из-за чего двум и более компаниям из группы воздействия могла сопоставляться одна и та же компания из группы контроля. Возможно, такое произошло не только из-за примененного алгоритма поиска

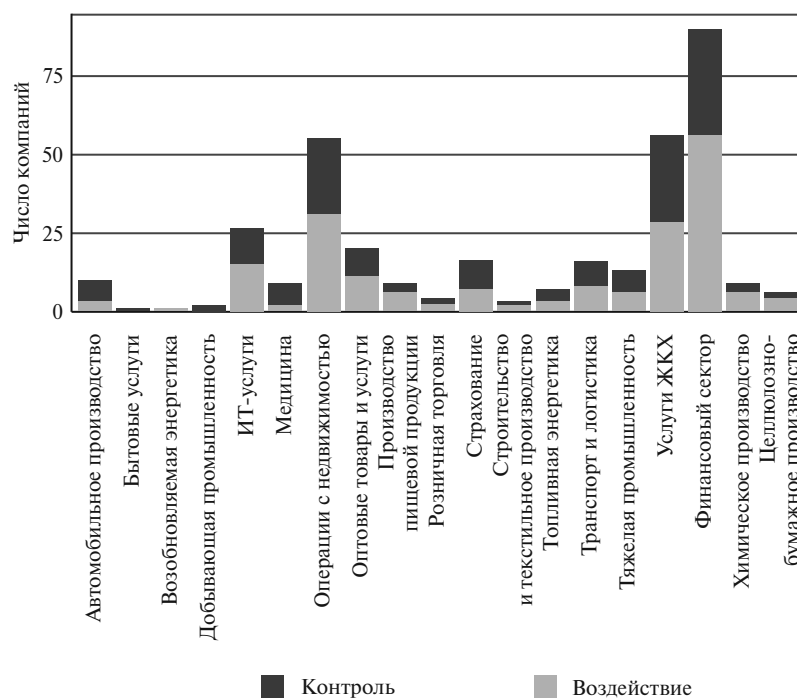


Рис. 1. Распределение компаний по отраслям экономики в итоговой выборке, единиц

Источник: составлено авторами на основе данных базы Refinitiv.

ближайшего соседа, но и из-за заполнения пропущенных значений в выборке с помощью средних внутригрупповых значений показателей.

На рис. 1 представлено распределение компаний из итоговой выборки по отраслям. Легко заметить, что наибольшую долю компаний составляет финансовая отрасль. Второй по распространенности является отрасль, связанная с операциями с недвижимостью. Отрасль, связанная с операциями с недвижимостью, и строительная отрасль различаются между собой. Особенностью первой отрасли является эксплуатация зданий и помещений после строительства, что подразумевает воздействие зданий на окружающую среду в процессе всего их жизненного цикла, а не только в момент строительства. Третье место по доле в общей выборке занимает сектор жилищно-коммунальных услуг. Зеленые проекты в данной отрасли, финансируемые за счет зеленых облигаций, направлены на предоставление доступа к газу, электричеству и водоснабжению. Обеспечение доступности способствует устойчивому развитию и напрямую влияет на окружающую среду.

Рассмотрим динамику эмиссии зеленых облигаций компаниями из получившейся выборки. Из табл. 2 видно, что с каждым годом число зеленых облигаций и объем выпуска непрерывно росли. Так, за 2019 г. по сравнению с 2018 г. число и объемы выпусков выросли в 1,7 раза,

Таблица 2. Динамика числа и номинала выпуска зеленых облигаций в выборке

Год выпуска	Число	Совокупный объем выпусков, млн долл.
2014	7	3 282,09
2015	8	3 551,79
2016	24	12 202,58
2017	51	19 361,78
2018	84	33 080,37
2019	146	59 709,36
2020	178	78 326,72

Источник: составлено авторами на основе данных базы Refinitiv.

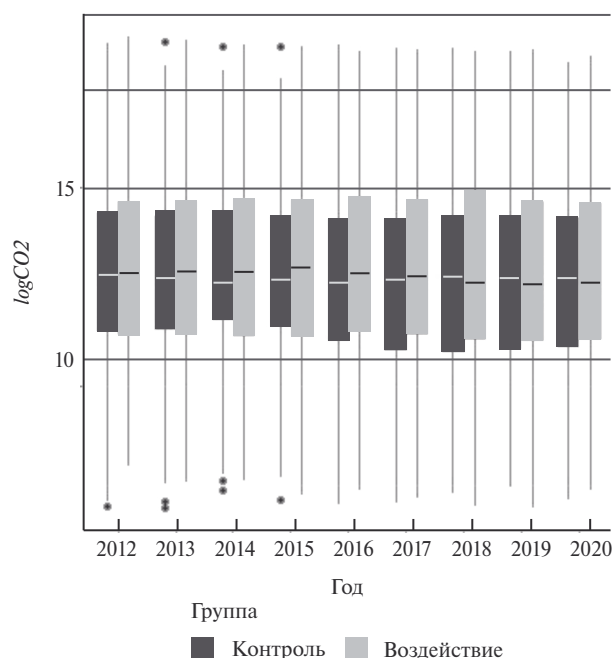


Рис. 2. Динамика переменной $\log CO_2$ с 2012 по 2020 г. для групп контроля и воздействия

Источник: составлено авторами на основе данных базы Refinitiv.

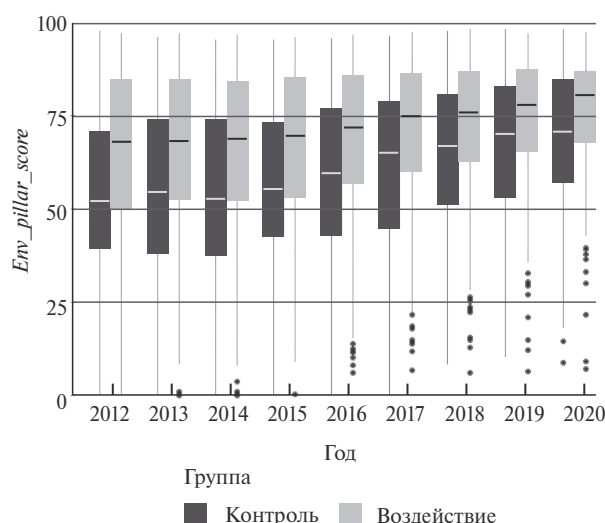


Рис. 3. Динамика Env_pillar_score с 2012 по 2020 г. для групп контроля и воздействия

Источник: составлено авторами на основе данных базы Refinitiv.

а в 2020 г. — в 1,2 по сравнению с 2019 г. Данная выборка в полной мере отражает тенденции рынка, описанные ранее.

В 2014 г. в целях осуществления заимствования наблюдалось только четыре типа целей устойчивого развития: проекты в области возобновляемой энергетики, строительство зеленых зданий, повышение энергоэффективности, развитие экологичного транспорта. К 2020 г. этот список расширился за счет детализации и составил 17 целей, включая четыре уже обозначенные. Наиболее распространенными, помимо уже названных, стали проекты слияния и поглощения, направленные на совместную реализацию экологических проектов, проекты производства экологически устойчивой продукции, проекты сохранения биоразнообразия морской среды, а также финансирование капитальных затрат и др. Заметим, что так как наибольшая доля выпусков (65%) приходится на 2019 и 2020 гг., то данные выпуски не учитываются при оценивании долгосрочного эффекта.

Перейдем к рассмотрению зависимых переменных. В качестве основной характеристики, позволяющей определить эффективность выпуска зеленых облигаций относительно экологических изменений, мы определяем *общий эквивалент выбросов* CO_2 т/год. Данный показатель базы Refinitiv включает различные виды загрязнений окружающей среды, — как прямые, так и косвенные, — а именно: углекислый газ (CO_2), метан (CH_4), оксид азота (N_2O), фторуглероды (HFCs), перфторированные органические соединения (PFCS), фторид серы (SF_6), фторид азота (NF_3). Для получения относительной оценки также используется натуральный логарифм выбросов CO_2 . Альтернативным показателем, позволяющим определить величину экологического эффекта, принимаем Env_pillar_score — компонент, на основе которого определяется ESG-рейтинг компании, о котором упоминалось в начале статьи. В самом компоненте учитываются воздействие компании на живые и неживые природные системы (воздух, почву, воду и полные экосистемы), он отражает качество управления экологическими рисками.

Для наглядности рассмотрим динамику логарифма выбросов CO_2 . Так, на рис. 2 видно, что с 2012 по 2016 г. у компаний из группы воздействия логарифмический объем выбросов в среднем выше, чем в группе контроля, однако с 2018 по 2020 г. медиана в группе воздействия ниже, чем ранее, что свидетельствует в пользу влияния выпуска зеленых облигаций на объем выбросов.

Обратимся теперь к рис. 3. Можно наблюдать, что экологический рейтинг компаний, находящихся в группе воздействия, в среднем намного выше рейтинга компаний из группы контроля.

Со временем рейтинг в обеих группах возрастает, что говорит о наличии параллельных трендов и позволяет провести оценку с помощью метода «разность разностей».

Отметим возможную причину изначально более высокого рейтинга компаний из группы воздействия. Скорее всего выпуск зеленых облигаций является одним из многочисленных этапов устойчивого развития компании. С большой вероятностью подобное заимствование на финансовом рынке осуществляют фирмы, уже обладающие хорошей репутацией и сравнимо лучшими экологическими показателями, на основе которых строится данный экологический рейтинг.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ВЫВОДЫ

Остановимся на результатах анализа, а также постараемся сформулировать альтернативные способы оценки эффекта. При использовании панельных данных необходимо учитывать робастные стандартные ошибки HAC1 для контроля на гетероскедастичность.

В табл. 3 представлены результаты эконометрического моделирования с помощью метода «разность разностей». Во всех спецификациях учитываются индивидуальные эффекты компании, что включает в себя как отраслевые, так и страновые эффекты, а также временные эффекты.

Результаты проведенной эконометрической оценки показывают, что может быть принята гипотеза об отсутствии моментального воздействия на экологические показатели компании на исследуемом периоде. Это обосновано тем, что в столбцах 1, 3 и 5 спецификациях регрессии получено незначимое влияние эффекта воздействия.

Однако результат спецификации модели (столбец 2) свидетельствует в пользу принятия гипотезы о наличии отрицательного воздействия на объем выбросов в долгосрочном периоде. Таким образом, в результате эмиссии зеленых облигаций объем эквивалентных загрязнений CO₂ снижается на 897 тыс. т в год на 5%-ном уровне значимости.

Результаты логарифмической спецификации (столбец 4) оказываются незначимыми. Это означает, что результат оказывается не устойчив к нелинейным преобразованиям. Причиной неустойчивости результата может стать сильный разброс данных используемого показателя, однако исключать наблюдения из выборки при проведении большого числа итераций в процессе подготовки данных к анализу данных представляется неверным. Возможным решением данной проблемы является получение более полных данных в результате стандартизации предоставления отчетности в будущих периодах.

Таблица 3. Результаты оценивания уравнения (1) с помощью метода «разность разностей»

Основные показатели	Зависимая переменная					
	CO ₂ , т/г		Log CO ₂		Env_pillar_score	
	1	2	3	4	5	6
<i>green</i>	−92526,3 (906458,9)		−0,024 (0,074)		−1,521 (1,173)	
<i>green_short</i>		−649534,7 (819658,2)		−0,050 (0,090)		−0,152 (1,104)
<i>green_long</i>		−897387,0** (322220,9)		0,010 (0,063)		−0,770 (1,003)
Временные эффекты	Да	Да	Да	Да	Да	Да
Индивидуальные эффекты компании	Да	Да	Да	Да	Да	Да
Число наблюдений	3177	3177	3177	3177	3177	3177
R ²	0,906	0,907	0,906	0,906	0,803	0,802
Скорректированный R ²	0,894	0,895	0,894	0,894	0,777	0,777
F-статистика	75,55***	75,46***	74,89***	74,67***	31,71***	31,56***

Примечание. Символами «*», «**», «***» отмечены оценки, значимые на уровне 10, 5 и 1% соответственно. В скобках приведены робастные стандартные ошибки (HAC1).

Источник: составлено авторами.

Таким образом, гипотеза о наличии позитивного долгосрочного эффекта эмиссии зеленых облигаций на экологические показатели компании в целом пока не находит подтверждения. Потенциальная причина этого может состоять в том, что большинство эмиссий облигаций было произведено только в 2019 и 2020 гг. и для многих компаний долгосрочный эффект еще не успел проявиться. Иначе говоря, долгосрочному воздействию подверглась небольшая выборка компаний, для которых эффект оказался незначимым: всего 83 компании из 191 выпустили облигации более двух лет назад.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В современных условиях для реализации экологических проектов необходимо заемное финансирование, что способствовало бы появлению нового сектора финансового рынка, частью которого является рынок зеленых облигаций. Выпуск зеленых облигаций можно рассматривать как сигнал рынку о достоверности намерений компании придерживаться стратегии экологически устойчивого развития. Такой сигнал позволяет компании привлекать новых инвесторов в качестве кредиторов и акционеров.

Наш анализ показал, что к настоящему моменту выпуск зеленых облигаций не оказывает моментального воздействия, также не формирует устойчивого долгосрочного влияния на экологические показатели публичных компаний как реального, так и финансового сектора. Однако полученные нами выводы могут определяться недостаточным объемом данных относительно горизонта времени. Через несколько лет больший объем данных и повышение их качества, вероятно, позволят выявить положительное влияние зеленых облигаций на уменьшение выбросов. Расчеты показали, что в долгосрочном периоде выпуск зеленых облигаций может улучшить экологические показатели компаний, что может способствовать повышению их экологического рейтинга, а также привлечению инвестиций для развития технологий и необходимой инфраструктуры.

Выпуск зеленых облигаций представляется весьма важным и перспективным направлением финансирования экологических проектов, отражающим общемировую тенденцию перехода к зеленой экономике, что подтверждается быстрыми темпами роста их рынка. Для проведения последующего анализа необходимо наличие стандартизированной экологической отчетности для использования достоверной информации. Разработки таких документов уже ведутся на государственном уровне⁷. Переход к зеленой экономике невозможен без стимулирования со стороны государства. Во многих странах уже разработаны подобные программы, в то время как в России данные стандарты все еще находятся в разработке, а сами программы оказываются единичными.

В последнее время во всем мире особое значение приобретает технологический суверенитет и энергетическая безопасность, которые во многом могут быть обеспечены при помощи зеленых облигаций. Государству необходимо поощрять инвестиции в технологии и инфраструктуру, обеспечивающих функционирование низкоуглеродных возобновляемых источников энергии, экологичного транспорта, использование наилучших доступных технологий в промышленности. Чтобы привлечь необходимый капитал, необходимо осуществлять государственную политику, способствующую повышению отдачи от инвестиций как в краткосрочной, так и долгосрочной перспективах, и зеленые облигации — один из важных инструментов для достижения этой цели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Бобылёв С.Н., Соловьёва С.В. (2017). Цели устойчивого развития для будущего России // *Проблемы прогнозирования*. № 3 (162). С. 26–33. [Bobylev S.N., Solovyova S.V. (2017). The goals of sustainable development for the future of Russia. *Studies on Russian Economic Development*, 3 (162), 26–33 (in Russian).]
- Богачева О.В., Смородинов О.В. (2016). «Зеленые» облигации как важнейший инструмент финансирования «зеленых» проектов // *Финансовый журнал*. № 2 (30). С. 70–81. [Bogacheva O.V., Smorodinov O.V. (2016). “Green” bonds as the most important tool for financing “green” projects. *Financial Journal*, 2 (30), 70–81 (in Russian).]
- Вулдридж Дж.М. (2009). Оценивание методом «разность разностей» // *Квантиль*. № 6. Март. С. 26–47. [Wooldridge J.M. (2009). Difference-in-differences estimation. *Quantile*, 6, March, 26–47 (in Russian)].

⁷ «Меры поддержки и регулирования зеленого рынка в разных странах» ВЭБ РФ, 2021 г. (<https://veb.ru/files/?file=f6e255276a60d3d11273b6949baebe71.pdf>).

- Попова Т.А., Митракова О.В.** (2022). Издержки эмиссии зеленых облигаций на российском рынке // *Журнал прикладных исследований*. Т. 1. № 8. С. 28–34. [**Popova T.A., Mitrakova O.V.** (2022). The costs of the emissions of green bonds in the Russian market. *Journal of Applied Research*, 1, 8, 28–34 (in Russian).]
- Слепцова Ю.А., Качалов Р.М.** (2021). Особенности управления риском на предприятиях в составе цифровых бизнес-экосистем // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Экономические науки*. Т. 14. № 4. С. 49–66. [**Sleptsova Yu.A., Kachalov R.M.** (2021). Features of risk management at enterprises as part of digital business ecosystems. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics*, 14, 4, 49–66 (in Russian).]
- Троянова А.** (2021). Что такое «зеленые» облигации // *РБК. Тренды*. Режим доступа: <https://trends.rbc.ru/trends/green/60ddcae59a79476590c44ef6> [**Trojanova A.** (2021). (What are green bonds). *RBC. Trends*. Available at: <https://trends.rbc.ru/trends/green/60ddcae59a79476590c44ef6> (in Russian).]
- Тулупов А.С.** (2021). Оценка риска загрязнения окружающей среды: обзор и систематизация методологических подходов и методического обеспечения // *Вестник Московского университета. Экономика*. № 4. С. 3–27. [**Tulupov A.S.** (2021). Assessment of the risk of environmental pollution: Review and systematization of methodological approaches and methodological support. *Moscow University Economics Bulletin. Series 6. Economy*, 4, 3–27 (in Russian).]
- Akerlof G.A.** (1978). *The market for “lemons”: Quality uncertainty and the market mechanism*. *Uncertainty in economics*. N.Y., L.: Academic Press, 235–251.
- Card D., Kreuger A.** (1994). Minimum wages and employment: A case study of the fast-food industry in New Jersey and Pennsylvania. *The American Economic Review*, 84, 4, 772–793.
- Chava S.** (2014). Environmental externalities and cost of capital. *Management Science*, 60, 9, 2223–2247.
- Du S., Bhattacharya C.B., Sen S.** (2010). Maximizing business returns to corporate social responsibility (CSR): The role of CSR communication. *International Journal of Management Reviews*, 12, 1, 8–19.
- Flammer C.** (2020). Green bonds: Effectiveness and implications for public policy. *Environmental and Energy Policy and the Economy*, 1, 1, 95–128.
- Frésard L., Valta P.** (2016). How does corporate investment respond to increased entry threat? *The Review of Corporate Finance Studies*, 5, 1, 1–35.
- Klassen R.D., McLaughlin C.P.** (1996). The impact of environmental management on firm performance. *Management Science*, 42, 8, 1199–1214.
- Williamson O.E.** (1985). *The economic institutions of capitalism. Firms, markets, relational contracting*. N.Y.: The Free Press, 44–52.
- Zerbib O.D.** (2019). The effect of pro-environmental preferences on bond prices: Evidence from green bonds. *Journal of Banking & Finance*, 98, 39–60.

Ecological and economic effects of green financing

© 2024 O.V. Kudryavtseva, R.M. Kachalov, S.V. Chernyavskiy, N.N. Makeeva

O.V. Kudryavtseva,

Moscow State University M.V. Lomonosov (MSU), Moscow, Russia; e-mail: olgakud@mail.ru

R.M. Kachalov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: kachalovlya@yandex.ru

S.V. Chernyavskiy,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: vols85-85@mail.ru

N.N. Makeeva,

Moscow State University M.V. Lomonosov (MSU), Moscow, Russia; e-mail: nata.mackeeva.2010@yandex.ru

Received 23.08.2023

Abstract. Currently, all three components of sustainable development at all levels are becoming increasingly important to ensure the existence and development of states. This article is devoted to green finance, linking economic and environmental aspects of development. Green financing is a policy direction to reduce negative environmental externalities and attract investment in new technologies, which has become widespread in recent years; green bonds are one of its most important instruments. To assess the impact of issuing green bonds on the environmental component, represented by the equivalent of carbon monoxide emissions, the article was the first to apply a matching procedure to evaluate company data obtained using the Refinitiv database. The authors showed a model specification that supports the hypothesis that the issuance of green bonds has an impact on reducing carbon monoxide equivalent emissions in the long term, but the results of the logarithmic specification of this model turned out to be unstable. From the calculations presented in the article it follows, that despite the fact that the effect of issuing green bonds does not have an immediate impact on the company's environmental performance, but in the long run it can improve their performance. It helps to raise environmental rating of companies and, in turn, can help attract investments for the development of technologies and infrastructure that ensure technological independence, the use of promising energy sources, the best available technologies, and the transport greening.

Keywords: sustainable development; environmental projects; green funding; green bonds; greenhouse gas (GHG) emissions; low-carbon development; matching; ecological rating of companies.

JEL Classification: G12, O16, Q56.

UDC: 336.64, 336.67.

For reference: **Kudryavtseva O.V., Kachalov R.M., Chernyavskiy S.V., Makeeva N.N.** (2024). Ecological and economic effects of green financing. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 77–86. DOI: 10.31857/S0424738824040073 (in Russian).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Новые аспекты развития однопродуктовой динамической модели Канторовича замещения производственных фондов

© 2024 г. Л.А. Бекларян, С.В. Борисова, А.С. Акопов, Н.К. Хачатрян

Л.А. Бекларян,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: beklar@cemi.rssi.ru

С.В. Борисова,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: boriss@cemi.rssi.ru

А.С. Акопов,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: akopovas@umail.ru

Н.К. Хачатрян,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: nerses-khachatryan@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.10.2023

Аннотация. В условиях развития научно-технического прогресса и роста фондоворуженности важной прикладной задачей является моделирование и оптимизация сроков функционирования производственных фондов. Развитие технологий и автоматизация производства ведут к сокращению занятых в производстве трудовых ресурсов. В статье для однопродуктовой динамической модели замещения производственных фондов, учитывающей инерционные свойства вводимых фондов, исследован случай сокращения объема трудовых ресурсов при условии роста выпуска и капиталовложений. Получено решение, которое позволяет определить оптимальную стратегию вывода устаревших фондов и ввода новых, более совершенных, в случае убывания трудовых ресурсов. В качестве критерия оптимизации используется принцип дифференциальной оптимизации. Дана теорема эквивалентности траектории, удовлетворяющей принципу дифференциальной оптимизации, полученному решению. Представлена система функционально-дифференциальных уравнений, которой должны удовлетворять переменные модели как в условиях неубывания, так и сокращения трудовых ресурсов. Для исследования такой системы использованы численные методы. Рассмотрены варианты развития системы при различных предположениях относительно изменения общего объема трудовых ресурсов. Представлены результаты численной реализации модели.

Ключевые слова: однопродуктовая динамическая модель, производственные фонды, научно-технический прогресс, обновление фондов, срок службы основных фондов, дифференциальная оптимизация.

Классификация JEL: C02; C69; L52; O21.

УДК: 338.32; 338.984; 517.977.1.

Для цитирования: Бекларян Л.А., Борисова С.В., Акопов А.С., Хачатрян Н.К. (2024). Новые аспекты развития однопродуктовой динамической модели Канторовича замещения производственных фондов // Экономика и математические методы. Т. 60. № 4. С. 87–101. DOI: 10.31857/S0424738824040086

ВВЕДЕНИЕ

С научно-техническим прогрессом связано появление новой важной характеристики производства — сопоставимость времени жизни основных фондов и трудовых ресурсов. Долгое время срок службы фондов определялся лишь с точки зрения их физического износа, и этот срок значительно превышал время службы единицы трудовых ресурсов, однако в связи с развитием научно-технического прогресса срок службы фондов в большей степени стал зависеть от их морального износа. Появление новых, более совершенных технологий многократно сокращает срок службы фондов. Поэтому если в первом случае происходит замена старого оборудования на новое с теми же качественными характеристиками, то во втором — полная реконструкция фондов — наименее эффективные выводятся из производства (и в дальнейшем не используются), а высвобождающиеся трудовые ресурсы направляются на новые создаваемые фонды. В этом случае важной задачей является моделирование и оптимизация сроков службы основных производственных

фондов. Вместе с тем при моделировании политики обновления фондов необходимо учитывать и сроки освоения новых фондов.

Существуют различные подходы к оцениванию сроков службы основных фондов. В частности, в теории надежности рассматриваются задачи установления назначенного срока службы технических устройств (см., например, (Смоляк, 2022а, 2022б; Jiang, Makis, Jardine, 2001; Horenbeek, Pintelon, Muchiri, 2010; Werbińska-Wojciechowska, 2019)).

Еще один подход к оценке сроков службы основных фондов реализуют модели с производственными фондами, дифференцированными по моментам создания (Vintage Capital Models, VCMs). Такие модели описываются нелинейными интегральными уравнениями с неизвестными в пределах интегрирования. Эти модели лежали в основе теории роста в 1960-е и получили новое развитие в 1990-е годы (Boucekkine, de La Croix, Licandro, 2011; Hartman, Tan 2014; Yatsenko, Hritonenko, 2005).

Такой же подход применен авторами данной работы для определения оптимальных сроков ввода новых, более совершенных фондов и вывода устаревших с использованием (в качестве критерия оптимальности) принципа дифференциальной оптимизации, предложенного Л. В. Канторовичем (Канторович, Горьков, 1959; Канторович, Жиянов, 1973).

В данной статье для модели, разработанной ранее при условии неубывания трудовых ресурсов (Бекларян, Борисова, 2002), получены решения и в случае их убывания, представлены результаты численной реализации решения и намечены этапы дальнейшей работы.

МОДЕЛЬ КАНТОРОВИЧА

В работе (Канторович, Жиянов, Хованский, 1978) описана однопродуктовая динамическая модель экономики, для исследования которой был применен принцип дифференциальной оптимизации, согласно которому «политика вывода морально устаревших фондов является оптимальной, если она обеспечивает в каждый момент времени максимальный темп роста национального дохода».

Рассматривается система, в которой производится один продукт с двумя главными производственными факторами — производственные фонды, дифференцированные по моментам их создания, и трудовые ресурсы, измеряемые числом трудовых единиц. Предполагается, что система обладает высокими темпами обновления технологий.

Эффективность производства в каждый момент времени t определяется производственной функцией $U(x, y, \tau)$, выражающей объем чистого продукта, создаваемого трудом y (в единицу времени) при использовании производственных фондов объема x (созданных в момент τ ($\tau \leq t$)). Предполагается, что функция U монотонно возрастает по τ , что отражает увеличение эффективности более новых фондов под действием технического прогресса. Кроме того, функция U является линейно-однородной и выпуклой по первым двум аргументам.

Функция $\chi(t)$ задает интенсивность ввода капиталовложений, идущих на увеличение фондов и замену выбывающих из производства фондов, т.е. объем фондов, введенных в производство во временном интервале $[t, t + dt]$, равен $\chi(t)dt$. Функция $\chi(t)$ предполагается либо экзогенно заданной, либо составляет постоянную часть производимого в каждый момент времени t чистого продукта.

Количество трудовых ресурсов, занятых на создаваемых фондах, определяется интенсивностью их ввода $\phi(t)$, т.е. предполагается, что трудовые ресурсы, введенные во временном интервале $[t, t + dt]$, равны $\phi(t)dt$ единицам. Функция $\phi(t)$ является эндогенной. Общее количество трудовых ресурсов $T(t)$ в момент времени t задано.

В модели предполагается, что технический прогресс и рост фондовооруженности приводят к необходимости замены устаревших фондов. В результате наименее эффективные фонды непрерывно выводятся из производства и в дальнейшем не используются. Наиболее старые фонды (имеющие самый ранний период создания среди фондов, занятых в процессе производства на момент времени t) будут выводиться в первую очередь. Политика вывода из производства устаревших фондов характеризуется функцией $m(t)$, определяющей момент создания фондов, выводимых из производства в момент времени t ($m(t) < t$). Функцию $m(t)$ необходимо найти.

Количество чистого продукта $P(t)$, производимого на фондах, участвующих в производстве в момент времени t , определяется формулой

$$P(t) = \int_{m(t)}^t U(\chi(\tau), \phi(\tau), \tau) d\tau.$$

При этом переменные модели подчинены балансовым уравнениям:

- уравнение баланса трудовых ресурсов — $\int_{m(t)}^t \varphi(\tau) d\tau = T(t);$
- уравнение баланса по фондам (в случае когда капиталовложения есть часть национального дохода) — $\chi(t) = \vartheta \int_{m(t)}^t U(\chi(\tau), \varphi(\tau), \tau) d\tau, \quad 0 < \vartheta < 1;$
- переменные модели должны удовлетворять уравнению дифференциальной оптимизации, отражающему принятый в модели критерий оптимизации —

$$\partial U(\chi(t), \varphi(t), t) / \partial \varphi = U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), t) / \varphi(m(t)).$$

В (Канторович, Жиянов, Хованский, 1978) получено явное решение для случая экзогенно заданной функции капиталовложений, производственной функции в виде функции Кобба–Дугласа и при неизменных во времени трудовых ресурсах, отмечена также устойчивость функции $m(t)$ относительно начальных данных. Исследовано асимптотическое поведение решений модели при различном виде экзогенно задаваемых функций, характеризующих научно-технический прогресс и интенсивность ввода капиталовложений:

- 1) в случае степенного роста функция $m(t)$ при $t \rightarrow +\infty$ асимптотически приближается к линейной функции $m(t) \approx at + b, a < 1;$
- 2) в случае экспоненциального роста при $t \rightarrow +\infty$ функция $m(t)$ асимптотически приближается к функции с постоянным запаздыванием $m(t) \approx t - A, A > 0;$ при этом функция $\varphi(t)$ выходит на периодический режим с периодом, равным A .

Для случая экспоненциального роста трудовых ресурсов также найдено явное решение, причем функция $m(t)$ является линейной функцией с постоянным запаздыванием.

РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ КАНТОРОВИЧА

В модели Канторовича предполагается, что фонды вводятся в производство мгновенно, т.е. период ввода фондов на проектную мощность не учитывается. Заметим, что в работе (Канторович, Жиянов, 1973) была рассмотрена возможность учета периода создания новых фондов, т.е. время их строительства и освоения, однако считалось, что этот период является постоянным.

Будем предполагать, что фонды, создаваемые в каждый момент времени, начинают отдачу не сразу, так как требуется определенное время на их внедрение в производство и освоение. Политика ввода в производство новых фондов характеризуется функцией $\alpha(t)$, определяющей момент начала внедрения фондов, которые начнут давать отдачу с момента времени t . Функцию $\alpha(t)$ необходимо найти. Из содержательного смысла функций $m(t)$ и $\alpha(t)$ следует, что они должны удовлетворять условиям $m(t) \leq \alpha(t) \leq t, \alpha'(t) \geq 0$. Кроме того, при выводе старых фондов введем технологические ограничения, которые выражаются в скорости замещения устаревших фондов во времени, т.е. существует константа M ($M \gg 1$) такая, что $0 \leq m'(t) \leq M$.

Таким образом, в каждый момент времени существует два типа основных фондов: действующие фонды и осваиваемые фонды. В связи с этим появляется необходимость разделения объема трудовых ресурсов на активные (занятые на действующих фондах в момент времени t) и пассивные (задействованные на осваиваемых фондах в момент времени t) трудовые ресурсы. $T_a(t)$ — активные трудовые ресурсы, т.е. задействованные в производстве в момент времени t , а $T_p(t)$ — пассивные трудовые ресурсы, т.е. задействованы на вводимых фондах в момент времени t . Предполагается, что оба вида трудовых ресурсов не убывают.

Будем предполагать, что функция $\chi(t)$ задается экзогенно и является абсолютно непрерывной, монотонно возрастающей с производной непрерывной справа.

Тогда модель будет иметь следующий вид.

Национальный доход в каждый момент времени t вычисляется по формуле

$$P(t) = \int_{m(t)}^{\alpha(t)} U(\chi(\tau), \varphi(\tau), \tau) d\tau, \quad (1)$$

баланс активных трудовых ресурсов —

$$\int_{m(t)}^{\alpha(t)} \varphi(\tau) d\tau = T_a(t), \quad (2)$$

баланс пассивных трудовых ресурсов —

$$\int_{\alpha(t)}^{\tau} \varphi(\tau) d\tau = T_p(t). \quad (3)$$

Ограничения на скорость процедуры замещения устаревших фондов и ввода новых

$$0 \leq m'(t) \leq M, \quad \alpha'(t) \geq 0. \quad (4)$$

Введем вектор-функцию $\gamma(\bullet) = \{m(\bullet), \alpha(\bullet), \varphi(\bullet)\}$, где $m(t)$, $\alpha(t)$ — абсолютно непрерывные на $[t_0, +\infty)$ функции с непрерывной справа производной; $\varphi(t)$, $t \in [t_0, +\infty)$ — функция ограниченной вариации, непрерывная справа. Вектор-функцию $\gamma(\bullet)$ будем называть *траекторией*.

Политика выбора оптимальной траектории основывается на принципе дифференциальной оптимизации, а именно стратегия выбора переменных модели должна быть такова, чтобы в каждый момент времени обеспечить максимальный темп роста национального дохода.

Траектория $\gamma(t)$ в точке $t \in [t_0, +\infty)$ удовлетворяет принципу дифференциальной оптимизации, если $\forall t \in [t_0, +\infty)$ функционал $P'_\gamma(t)$ относительно $\alpha'(t)$, $m'(t)$, $\varphi(t)$ принимает максимальное значение

$$U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t))\alpha'(t) - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))m'(t) \rightarrow \max_{\alpha'(t), m'(t), \varphi(t)} \quad (5)$$

вдоль траектории $\gamma(t) = \{m(t), \alpha(t), \varphi(t)\}$, удовлетворяющей ограничениям:

$$\varphi(\alpha(t))\alpha'(t) - \varphi(m(t))m'(t) = T'_a(t), \quad (6)$$

$$\varphi(t) - \varphi(\alpha(t))\alpha'(t) = T'_p(t), \quad (7)$$

$$0 \leq m'(t) \leq M, \quad \alpha'(t) \geq 0, \quad (8)$$

при заданном начальном состоянии: t_0 , $m_0 = m(t_0)$, $\alpha_0 = \alpha(t_0)$, $m_0 \leq \alpha_0 \leq t_0$, $m_0 < t_0$; $\varphi_0(t)$, $t \in [m_0, t_0]$.

Для производственной функции Кобба—Дугласа в работе (Бекларян, Борисова, 2002) получено решение экстремальной задачи (5)—(8) в виде системы функционально-дифференциальных уравнений, доказаны существование и единственность решения такой системы, описаны все режимы поведения экономической системы и условия перехода с одного режима на другой.

В (Бекларян, Борисова, Хачатрян, 2012) представлены результаты численной реализации решений, полученных в (Бекларян, Борисова, 2002). Рассматривались различные варианты развития системы при экзогенно заданных уровнях научно-технического прогресса и интенсивности капиталовложений в зависимости от сценарно-задаваемого распределения трудовых ресурсов на активные и пассивные и исследовалась устойчивость системы относительно начальных значений. Численные эксперименты (проводились на условных данных в предположении экспоненциального роста экзогенно задаваемых функций) показали, что политика вывода устаревших фондов и ввода новых определяется распределением трудовых ресурсов, при этом:

1) при больших t для сроков службы и освоения фондов имеют место трендовые траектории линейного вида с постоянным запаздыванием, вдоль которых происходит чередование интервалов освоения новых, более совершенных фондов и активного вывода старых фондов (переход с одного режима на другой в этом случае определяется соотношением капиталовооруженностей трудовых ресурсов на осваиваемых фондах и на задействованных в производстве трудовых ресурсах);

2) при увеличении доли активных трудовых ресурсов продолжительность периодов освоения и активного вывода устаревших фондов уменьшается;

3) увеличение доли активных трудовых ресурсов ведет к уменьшению как сроков службы фондов, так и срока освоения новых фондов, при этом срок эксплуатации фондов увеличивается.

В работе (Бекларян, Борисова, Хачатрян, 2012) модель исследовалась и с применением интегрального принципа оптимизации — стратегия выбора переменных модели должна быть такова, чтобы обеспечить максимальный национальный доход за плановый период времени. Кроме того, рассматривалась возможность распределения трудовых ресурсов на активные и пассивные внутри системы в зависимости от параметра, характеризующего вклад в доход осваиваемых фондов.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ В СЛУЧАЕ СОКРАЩЕНИЯ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

В модели (1)—(4) предполагалось, что функция, определяющая объем трудовых ресурсов в каждый момент времени t , является неубывающей. Однако в современных реалиях это условие

не всегда выполняется. В частности, в связи с интенсивным развитием научно-технического прогресса в сфере автоматизации производства в обрабатывающей промышленности в последние годы наблюдается монотонное сокращение занятости на фоне растущего выпуска и роста капиталовложений (см., например, (Колесникова, Маслова, Окопелых, 2022; Кондратьев, 2023; Смирных, Емелина, 2021)).

В работе (Бекларян, Борисова, 2002) решение экстремальной задачи (5)–(8) получено для случая, когда трудовые ресурсы (активные и пассивные) не убывают. При этом условии доказано, что функция $\varphi(t)$, определяющая интенсивность ввода трудовых ресурсов, является неотрицательной.

Рассмотрим случай, когда трудовые ресурсы убывают во времени. Покажем, что теорема эквивалентности (Бекларян, Борисова, 2002, теорема 1) для случая неотрицательности функции $\varphi(t)$ справедлива и в случае, когда $\varphi(t)$ является отрицательной. При этом будем предполагать, что темп роста национального дохода положительный, т.е. $P'_\gamma(t) > 0$.

Исследуем при каждом фиксированном $t \in [t_0, +\infty)$ экстремальную задачу:

$$U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t))u - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))v \rightarrow \max_{u, v, w}, \quad (9)$$

$$\varphi(\alpha(t))u - \varphi(m(t))v = T'_a(t), \quad (10)$$

$$w = \varphi(\alpha(t))u + T'_p(t), \quad (11)$$

$$0 \leq v \leq M, \quad u \geq 0, \quad w < 0. \quad (12)$$

Покажем, что решение (v^*, u^*, w^*) экстремальной задачи (9)–(12) существует и равно $u^* = \alpha'(t)$, $v^* = m'(t)$, $w^* = \varphi(t)$.

Рассмотрим два случая — $\alpha(t) = t$ и $\alpha(t) < t$.

I. Пусть в точке $t \in [t_0, +\infty)$ выполняются условия $\alpha(t) = t$ (новые фонды не требуют времени для освоения) и $\varphi(m(t)) < 0$. Экстремальная задача (9)–(12) будет иметь вид:

$$U(\chi(\alpha(t)), w, t)u - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))v \rightarrow \max_{u, v, w}, \quad (13)$$

$$wu - \varphi(m(t))v = T'_a(t), \quad (14)$$

$$w = wu + T'_p(t), \quad (15)$$

$$0 \leq v \leq M, \quad u \geq 0, \quad w < 0. \quad (16)$$

В этом случае уравнение дифференциальной оптимизации (Бекларян, Борисова, 2002) имеет вид:

$$\frac{\partial U(\chi(t), w, t)}{\partial w} \left(1 - T'_p(t) / w \right) \varphi(m(t)) + U(\chi(t), w, t) T'_p(t) w^{-2} \varphi(m(t)) - \\ - U(m(t), \varphi(m(t)), m(t)) = 0, \quad (17)$$

или

$$\frac{\partial U(\chi(t), w, t)}{\partial w} \left(1 - \frac{T'_p(t)}{w} \right) + \frac{U(\chi(t), w, t) T'_p(t)}{w} = \frac{U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))}{\varphi(m(t))}. \quad (18)$$

В левой части уравнения (14) стоит сумма предельной эффективности активной части трудовых ресурсов и средней эффективности пассивной части трудовых ресурсов в момент времени t . В правой — средняя эффективность трудовых ресурсов в момент времени $m(t)$ на фондах, которые в момент времени t должны быть выведены из производства. Тут возможны два случая.

А. Пусть $T'_p(t) = 0$ в точке $t \in [t_0, +\infty)$ (пассивные трудовые ресурсы не вводятся). В этом случае уравнение (17) запишется так:

$$\frac{\partial U(\chi(t), w, t)}{\partial w} = \frac{U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))}{\varphi(m(t))}, \quad (19)$$

т.е. предельная производительность в момент времени t должна быть равна средней производительности фондов, созданных в момент времени $m(t)$.

Пусть $U(\chi(t), w, t) = f(t)\chi^\beta(t)\varphi^\delta(t)$, $\beta + \delta = 1$. Так как $\varphi(t) < 0$, но при этом $U(\chi(t), \varphi(t), t) > 0$, положим $\varphi^\delta(t) = |\varphi(t)|^\delta$. Поскольку для решения уравнения (19) должно выполняться условие $w^* = \varphi(t)$, то

$$-\delta f(t)\chi^\beta(t)|\varphi(t)|^{-\beta} = f(m(t))\chi^\beta(m(t))|\varphi(m(t))|^\delta / \varphi(m(t)). \quad (20)$$

Так как $\varphi(t) < 0$, $\varphi(m(t)) < 0$, решением уравнения (20) будет —

$$\varphi(t) = \delta^{1/\beta} \left[f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t)) / f^{1/\beta}(t) \chi(t) \right] \varphi(m(t)).$$

Таким образом, вид решения для $\varphi(t)$ совпадает с полученным в работе (Бекларян, Борисова, 2002), но в этом случае $\varphi(t) < 0$. Подставляя в (14) данное выражение и учитывая условие $0 \leq v \leq M$ из (16), переменные модели удовлетворяют системе соотношений:

$$m'(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \delta^{1/\beta} \frac{f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t))}{f^{1/\beta}(t) \chi(t)} - \frac{T'_a(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\ \delta^{1/\beta} \frac{f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t))}{f^{1/\beta}(t) \chi(t)} - \frac{T'_a(t)}{\varphi(m(t))}, & \text{если } 0 < \delta^{1/\beta} \frac{f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t))}{f^{1/\beta}(t) \chi(t)} - \frac{T'_a(t)}{\varphi(m(t))} < M, \\ M, & \text{если } \delta^{1/\beta} \frac{f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t))}{f^{1/\beta}(t) \chi(t)} - \frac{T'_a(t)}{\varphi(m(t))} \geq M, \end{cases}$$

$$\alpha'(t) = 1, \quad \varphi(t) = \delta^{1/\beta} \left[f^{1/\beta}(m(t)) \chi(m(t)) / f^{1/\beta}(t) \chi(t) \right] \varphi(m(t)).$$

Б. Пусть $T'_p(t) < 0$ в точке $t \in [t_0, +\infty)$, т.е. объем пассивных трудовых ресурсов сокращается, что связано с сокращением общего количества трудовых ресурсов. Для функции $U(\chi(t), \varphi(t), t) = f(t) \chi^\beta(t) |\varphi(t)|^\delta$ уравнение (13) с учетом, что $w^* = \varphi(t)$, можно записать в виде

$$-f(t) \chi^\beta(t) |\varphi(t)|^{-\beta} \left(\delta - \beta \frac{T'_p(t)}{|\varphi(t)|} \right) = \frac{f(m(t)) \chi^\beta(m(t)) |\varphi(m(t))|^\delta}{\varphi(m(t))}. \quad (21)$$

А так как $T'_p(t) < 0$ и $\varphi(m(t)) < 0$, уравнение (17) можно переписать

$$f(t) \chi^\beta(t) |\varphi(t)|^{-\beta} \left(\delta + \beta \frac{|T'_p(t)|}{|\varphi(t)|} \right) = f(m(t)) \chi^\beta(m(t)) |\varphi(m(t))|^{-\beta}. \quad (22)$$

В (Бекларян, Борисова, 2002) доказано, что уравнение (18) однозначно разрешимо относительно $|\varphi(t, m(t))|$ и решение является положительным. Обозначим такое решение $\varphi_{\max}(t)$, тогда $w^* = -\varphi_{\max}(t)$. Таким образом, и в этом случае экстремальная задача (9)–(12) имеет решение, причем $\varphi(t) < 0$.

Подставляя выражение для $\varphi_{\max}(t)$ в выражения (14) и (15) вместо w , и, учитывая условие $0 \leq v \leq M$ из (16), получаем, что переменные модели удовлетворяют системе соотношений:

$$m'(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\ \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))}, & \text{если } 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M, \\ M, & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M; \end{cases}$$

$$\alpha'(t) = \begin{cases} 1 - \frac{T'_p(t)}{T'_a(t) + T'_p(t)}, & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\ 1 + \frac{T'_p(t)}{\varphi_{\max}(t)}, & \text{если } 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M, \\ 1 - \frac{T'_p(t)}{\varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t)}, & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M; \end{cases}$$

$$\varphi(t) = \begin{cases} T'_a(t) + T'_p(t), & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\ -\varphi_{\max}(t), & \text{если } 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M, \\ \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t), & \text{если } \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M. \end{cases}$$

II. Пусть в точке $t \in [t_0, +\infty)$ выполняются условия $\alpha(t) < t$, $\varphi(m(t)) < 0$ и $\varphi(\alpha(t)) < 0$. Выражая из (10) u через v и подставляя полученное выражение для u в (9), получаем максимизируемый функционал в виде линейной функции от v :

$$P'_\gamma(t) = \left(U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \frac{\varphi(m(t))}{\varphi(\alpha(t))} - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t)) \right) v + \\ + U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) T'_a(t) / \varphi(\alpha(t)) \rightarrow \max_v. \quad (23)$$

Поскольку для v должно выполняться условие $0 \leq v \leq M$, то $P'_\gamma(t)$ принимает максимальное значение на левом или правом конце отрезка $[0, M]$ — в зависимости от знака выражения $U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \varphi(m(t)) / \varphi(\alpha(t)) - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))$.

Рассмотрим возможные варианты.

А. Пусть

$$U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \varphi(m(t)) / \varphi(\alpha(t)) - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t)) < 0, \quad (24)$$

или

$$\frac{U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \varphi(m(t))}{|\varphi(\alpha(t))|} < \frac{U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))}{|\varphi(m(t))|}.$$

Левая часть неравенства — производительность труда на фондах, освоение которых началось в момент времени $\alpha(t)$, и они начнут давать отдачу с момента времени t , а правая часть — производительность труда выводимых из производства фондов в момент времени t . В этом случае решение о выводе устаревших фондов является нецелесообразным.

При условии (24) функционал (23) достигает максимума при $v = 0$. Тогда оптимальная траектория $\gamma(t) = \{m(t), \alpha(t), \varphi(t)\}$ для функции $U(\chi(t), \varphi(t), t) = f(t) \chi^\beta(t) |\varphi(t)|^\delta$ удовлетворяет системе соотношений:

$$\frac{f(\alpha(t)) \chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t)) \chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta}, m'(t) = 0, \alpha'(t) = \frac{T'_a(t)}{\varphi(\alpha(t))}, \varphi(t) = T'_a(t) + T'_p(t).$$

Б. В случае

$$U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \varphi(m(t)) \varphi(\alpha(t))^{-1} - U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t)) \geq 0 \quad (25)$$

неравенство можно переписать в виде

$$\frac{U(\chi(\alpha(t)), \varphi(\alpha(t)), \alpha(t)) \varphi(m(t))}{|\varphi(\alpha(t))|} \geq \frac{U(\chi(m(t)), \varphi(m(t)), m(t))}{|\varphi(m(t))|}.$$

То есть производительность труда на фондах, освоение которых началось в момент времени $\alpha(t)$, и их отдача с момента времени t , — не меньше, чем производительность труда выводимых из производства фондов в момент времени t . В этом случае устаревшие фонды необходимо выводить из производства максимально быстро.

При условии (25) функционал (23) достигает максимума при $v = M$ (если в (25) имеет место равенство, то функционал достигает максимума при любом $v \in [0, M]$ и принимается решение выводить фонды максимально быстро). Тогда оптимальная траектория $\gamma(t) = \{m(t), \alpha(t), \varphi(t)\}$ для функции $U(\chi(t), \varphi(t), t) = f(t) \chi^\beta(t) |\varphi(t)|^\delta$ удовлетворяет системе соотношений:

$$\frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

$$m'(t) = M, \alpha'(t) = \frac{\varphi(m(t))M}{\varphi(\alpha(t))} + \frac{T'_a(t)}{\varphi(\alpha(t))}, \varphi(t) = \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t).$$

Таким образом, когда объем трудовых ресурсов сокращается, задача (9)–(12) имеет решение, причем функция $\varphi(t) < 0$.

Итак, переменные $m(t), \alpha(t), \varphi(t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, +\infty)$, должны удовлетворять системе уравнений

$$\{m'(t), \alpha'(t), \varphi(t)\}: \quad (26)$$

– $m'(t)$:

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0,$$

$$m'(t) = \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))}, \text{ если } \alpha(t) = t, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M,$$

$$m'(t) = M, \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M,$$

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

$$m'(t) = M, \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta};$$

– $\alpha'(t)$:

$$\alpha'(t) = 1 - \frac{T'_p(t)}{T'_a(t) + T'_p(t)}, \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0,$$

$$\alpha'(t) = 1 + \frac{T'_p(t)}{\varphi_{\max}(t)}, \text{ если } \alpha(t) = t, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M,$$

$$\alpha'(t) = 1 - \frac{T'_p(t)}{\varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t)}, \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M,$$

$$\alpha'(t) = \frac{T'_a(t)}{\varphi(\alpha(t))}, \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

$$\alpha'(t) = \frac{\varphi(m(t))M}{\varphi(\alpha(t))} + \frac{T'_a(t)}{\varphi(\alpha(t))}, \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta};$$

– $\varphi(t)$:

$$\varphi(t) = T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0,$$

$$\varphi(t) = -\varphi_{\max}(t), \text{ если } \alpha(t) = t, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M,$$

$$\varphi(t) = \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M,$$

$$\varphi(t) = T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

$$\varphi(t) = \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) < t, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

где $\varphi_{\max}(t)$ — решение уравнения

$$f(t)\chi^\beta(t)|\varphi(t)|^{-\beta} \left(\delta + \beta \frac{|T'_p(t)|}{|\varphi(t)|} \right) = f(m(t))\chi^\beta(m(t))|\varphi(m(t))|^{-\beta}. \quad (27)$$

Из пунктов I и II следует, что оптимальная траектория $\gamma(\bullet)$ есть решение системы уравнений (26) и траектория, являющаяся решением данной системы, удовлетворяет принципу дифференциальной оптимизации. Таким образом, в случае сокращения общего объема трудовых ресурсов и неубывания выпуска и капиталовложений в основные фонды справедлива следующая теорема эквивалентности.

Теорема эквивалентности. Пусть заданы начальные данные $m_0, \alpha_0, t_0, m_0 < \alpha_0 \leq t_0$, краевая непрерывная функция $\varphi_0(t) < 0, t \in [m_0, t_0]$ и траектория $\gamma(\bullet) = \{m(\bullet), \alpha(\bullet), \varphi(\bullet)\}$, где $m(t), \alpha(t)$ — абсолютно непрерывные на $[t_0, +\infty)$ функции с непрерывной справа производной, удовлетворяющие условиям $m(t) \leq \alpha(t) \leq t, m(t) < t$ и начальным значениям $m(t_0) = m_0, \alpha(t_0) = \alpha_0, \varphi(t)$ — кусочно-непрерывная справа функция такая, что $\varphi(t) \equiv \varphi_0(t), t \in [m_0, t_0]$. Тогда для любого $t \in [t_0, +\infty)$ траектория $\gamma(t)$ удовлетворяет принципу дифференциальной оптимизации тогда и только тогда, когда в точке t справедлива система уравнений (26).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ

Учитывая полученное выше решение и результаты работы (Бекларян, Борисова, 2002), мы можем выписать систему уравнений, позволяющую определять переменные $m(t), \alpha(t), \varphi(t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, +\infty)$ как в условиях роста, так и сокращения трудовых ресурсов:

$$\{m'(t), \alpha'(t), \varphi(t)\}: \quad (28)$$

— $m'(t)$:

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) < 0, T'_p(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0;$$

$$m'(t) = \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))}; \text{ если}$$

$$\alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) < 0, T'_p(t) < 0, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M;$$

$$m'(t) = M, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) < 0, T'_p(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M;$$

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) \geq 0, T'_p(t) \geq 0, \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0,$$

$$m'(t) = \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))}, \text{ если}$$

$$\alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) \geq 0, T'_p(t) \geq 0, 0 < \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M;$$

$$m'(t) = M, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) \geq 0, T'_p(t) \geq 0, \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M;$$

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) = 0,$$

$$m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta},$$

$$m'(t) = M, \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta};$$

$$\begin{aligned}
& m'(t) = 0, \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) = 0; \\
& - \alpha'(t): \\
& \alpha'(t) = 1 - T_p'(t) / (T_a'(t) + T_p'(t)), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\
& \alpha'(t) = 1 + T_p'(t) / \varphi_{\max}(t), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} < M; \\
& \alpha'(t) = 1 - T_p'(t) / (\varphi(m(t))M + T_a'(t) + T_p'(t)); \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \geq M; \\
& \alpha'(t) = 1 - T_a'(t) / (T_a'(t) + T_p'(t)), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) \geq 0, T_p'(t) \geq 0, \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0, \\
& \alpha'(t) = 1 - T_p'(t) / \varphi_{\max}(t), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) \geq 0, T_p'(t) \geq 0, 0 < \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} < M, \\
& \alpha'(t) = 1 - \frac{T_p'(t)}{\varphi(m(t))M + T_a'(t) + T_p'(t)}, \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) \geq 0, T_p'(t) \geq 0, \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \geq M, \\
& \alpha'(t) = T_a'(t) / (T_a'(t) + T_p'(t)), \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) = 0, T_a'(t) + T_p'(t) \neq 0; \\
& \alpha'(t) = 1, \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) = 0, T_a'(t) + T_p'(t) = 0, \\
& \alpha'(t) = T_a'(t) / \varphi(\alpha(t)), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^{\beta}(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^{\beta}} < \frac{f(m(t))\chi^{\beta}(m(t))}{|\varphi(m(t))|^{\beta}}; \\
& \alpha'(t) = \frac{\varphi(m(t))M}{\varphi(\alpha(t))} + \frac{T_a'(t)}{\varphi(\alpha(t))}, \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^{\beta}(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^{\beta}} \geq \frac{f(m(t))\chi^{\beta}(m(t))}{|\varphi(m(t))|^{\beta}}; \\
& \alpha'(t) = T_a'(t) / \varphi(\alpha(t)), \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) = 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0; \\
& \alpha'(t) = 1, \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) = 0, \varphi(\alpha(t)) = 0; \\
& - \varphi(t): \\
& \varphi(t) = T_a'(t) + T_p'(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0; \\
& \varphi(t) = -\varphi_{\max}(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, 0 < \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} < M; \\
& \varphi(t) = \varphi(m(t))M + T_a'(t) + T_p'(t), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) < 0, T_p'(t) < 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \geq M; \\
& \varphi(t) = T_a'(t) + T_p'(t), \text{ если} \\
& \quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T_a'(t) \geq 0, T_p'(t) \geq 0, \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T_a'(t) + T_p'(t)}{\varphi(m(t))} \leq 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi(t) &= \varphi_{\max}(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) \geq 0, T'_p(t) \geq 0, 0 < \frac{\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} < M; \\
 \varphi(t) &= \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если} \\
 &\quad \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) \neq 0, T'_a(t) \geq 0, T'_p(t) \geq 0, \frac{-\varphi_{\max}(t)}{\varphi(m(t))} - \frac{T'_a(t) + T'_p(t)}{\varphi(m(t))} \geq M; \\
 \varphi(t) &= T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) = t, \varphi(m(t)) = 0; \\
 \varphi(t) &= T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} < \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta}; \\
 \varphi(t) &= \varphi(m(t))M + T'_a(t) + T'_p(t); \text{ если} \\
 &\quad \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) \neq 0, \varphi(\alpha(t)) \neq 0, \frac{f(\alpha(t))\chi^\beta(\alpha(t))}{|\varphi(\alpha(t))|^\beta} \geq \frac{f(m(t))\chi^\beta(m(t))}{|\varphi(m(t))|^\beta}, \\
 \varphi(t) &= T'_a(t) + T'_p(t), \text{ если } \alpha(t) < t, \varphi(m(t)) = 0,
 \end{aligned}$$

где $\varphi_{\max}(t)$ — решение уравнения

$$f(t)\chi^\beta(t)\varphi_{\max}^{-\beta}(t)(\delta + \beta|T'_p(t)|/\varphi_{\max}(t)) = f(m(t))\chi^\beta(m(t))|\varphi(m(t))|^{-\beta}. \quad (29)$$

Система (28) позволяет определить оптимальную стратегию вывода устаревших фондов и ввода новых, когда критерием оптимальности является принцип дифференциальной оптимизации, а именно — максимизация темпа роста национального дохода в каждый момент времени. Как отмечалось в (Бекларян, Борисова, Хачатрян, 2012), такая система является сложной для аналитического исследования, поэтому для ее решения использовались численные методы.

Предполагается, что объем трудовых ресурсов $T(t)$ в каждый момент времени t разделяется на активные и пассивные следующим образом: $T_p(t) = \kappa T(t)$, $T_a(t) = (1 - \kappa)T(t)$, где $0 \leq \kappa \leq 1$. Будем рассматривать два случая: 1) трудовые ресурсы убывают до некоторого постоянного уровня; 2) после некоторого периода падения трудовых ресурсов наблюдается их рост. Функция капиталовложений имеет степенной рост, а функция, характеризующая технический прогресс, $f(t) = e^{At+B}$. Начальная функция $\varphi_0(t)$ задается на промежутке $[0, 10)$ и $\varphi_0(t) = T'(t)$.

1. Если объем трудовых ресурсов падает до некоторого постоянного уровня, будем предполагать, что функция $T(t) = c_1 + c_2 e^{c_3 t}$, где $c_3 < 0$ и $T'_p(t) \neq 0$. Графики функций $m(t)$, $\alpha(t)$, $\varphi(t)$ — численное решение системы (28) — представлены на рис. 1–2.

Из графика на рис. 1 видно, что происходит чередование интервалов освоения новых, более совершенных фондов ($m'(t) = 0$) и активного выведения устаревших фондов ($m'(t) = M$). Причем

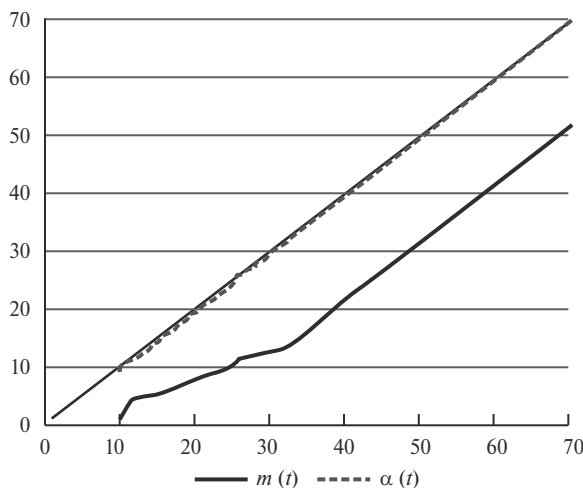


Рис. 1. Графики функций $m(t)$, $\alpha(t)$ в случае убывания трудовых ресурсов до постоянного уровня

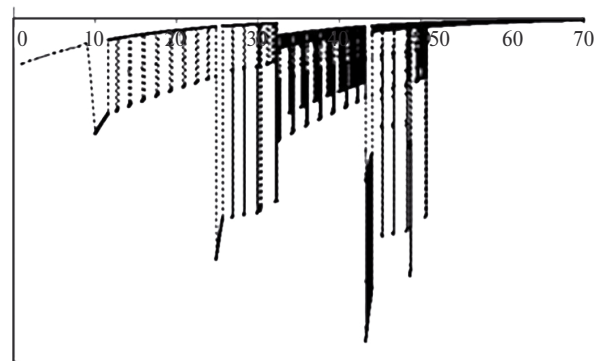


Рис. 2. График функции $\varphi(t)$ в случае убывания трудовых ресурсов до постоянного уровня

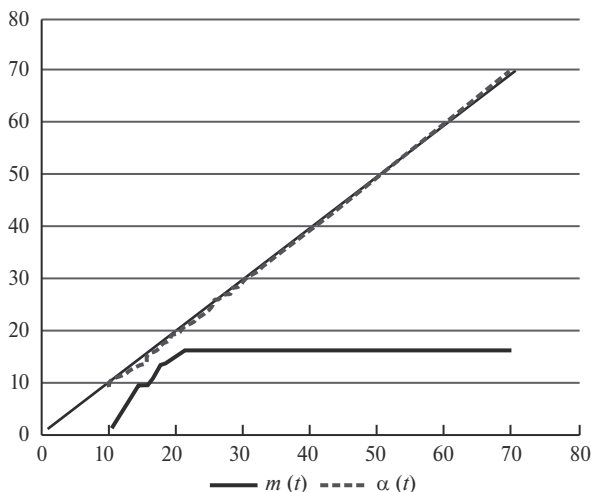


Рис. 3. Графики функций $m(t)$, $\alpha(t)$ в случае, когда убывание трудовых ресурсов сменяется их ростом

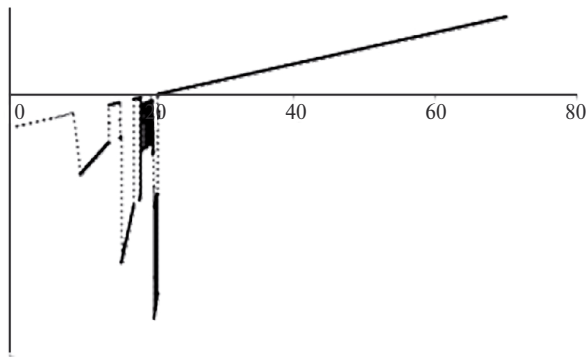


Рис. 4. График функции $\varphi(t)$ в случае, когда убывание трудовых ресурсов сменяется их ростом

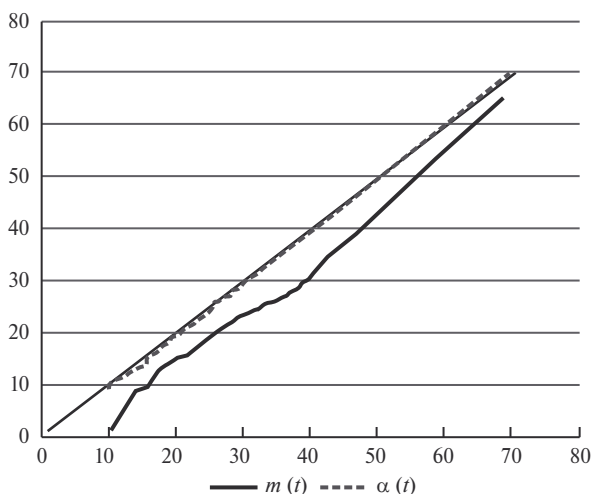


Рис. 5. Графики функций $m(t)$, $\alpha(t)$, когда убывание трудовых ресурсов сменяется их ростом (после коррекции)

начиная с некоторого момента времени, длина таких интервалов очень мала и функция $\alpha(t)$ практически совпадает с t , т.е. срок освоения новых фондов очень мал, а фонды эксплуатируются практически до конца срока своей службы. Этим как раз и определяется вид функции $\varphi(t)$, а именно — чередованием периодов, когда интенсивность падения объема трудовых ресурсов определяется сокращением их общего объема $\varphi(t) = T'_a(t) + T'_p(t)$ в случае $m'(t) = 0$ и сокращением, связанным еще и с выводом трудовых ресурсов с устаревших фондов $\varphi(t) = \varphi(m(t)M + T'_a(t) + T'_p(t))$, когда $m'(t) = M$.

2. Если после некоторого периода сокращения объема трудовых ресурсов наблюдается их рост, будем предполагать, что функция $T(t) = a_1 + a_2t + a_3t^2$. На рис. 3–4 представлен результат численного решения системы (28).

Как и в предыдущем случае, наблюдается чередование интервалов освоения новых фондов и активного вывода устаревших, но происходит это до некоторого момента времени — этот период соответствует промежутку убывания функции $T(t)$. После прохождения точки, в которой функция $\varphi(t)$ равна нулю, на всем промежутке возрастания $T(t)$ новые фонды вводятся мгновенно ($\alpha(t) = 0$), а устаревшие фонды не выводятся. Было сделано предположение, что темпа роста трудовых ресурсов недостаточно для эффективного функционирования экономики. Численные эксперименты показали, что незначительные изменения коэффициента a_3 в сторону увеличения на промежутке возрастания функции существенно влияют на процесс обновления фондов. На рис. 4–6 представлены графики функций $m(t)$, $\alpha(t)$, $\varphi(t)$ после увеличения значения a_3 на промежутке возрастания функции $T(t)$.

Из графика на рис. 5 видно, что теперь на промежутке роста функции $T(t)$ наблюдается сначала сокращение периодов освоения и ввода

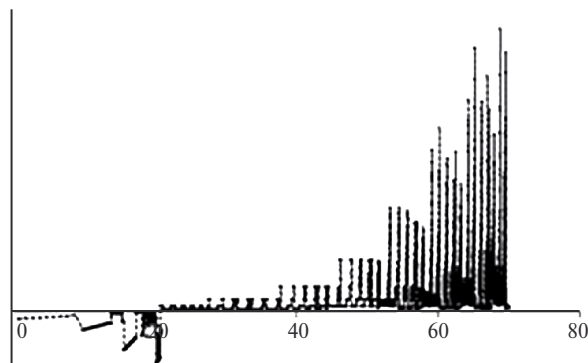


Рис. 6. График функции $\varphi(t)$, когда убывание трудовых ресурсов сменяется их ростом (после коррекции)

новых фондов, затем эти периоды становятся более продолжительными, при этом срок службы фондов увеличивается и далее происходит сокращение времени освоения новых при заметном уменьшении срока службы фондов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для разработанной ранее модели обновления производственных фондов исследована возможность ее применения в случае сокращения объема трудовых ресурсов в условиях роста выпуска и капиталовложений. Получена система функционально-дифференциальных уравнений, позволяющая определить переменные модели. Для нахождения оптимальных сроков вывода устаревших и ввода новых фондов использовались численные методы. Результаты численной реализации показали, что и при сокращении трудовых ресурсов происходит чередование интервалов освоения новых фондов и активного выведения устаревших фондов. Причем при изменении поведения функции объема трудовых ресурсов с убывания на возрастание требуется коррекция темпов ее роста.

Следующим этапом работы предполагается использовать модифицированную модель Канторовича для оценки сроков службы фондов в различных отраслях промышленности. Однако подобный усредненный подход не будет учитывать межотраслевого перераспределения трудовых ресурсов, в частности, обусловленного такими важными характеристиками рабочих мест различных отраслей экономики, как относительный уровень заработной платы, различия в условиях труда, географическая удаленность и др. Как было показано в работах (Макаров и др., 2019, 2020, 2022), на поведение агентов-индивидуумов, осуществляющих поиск и выбор рабочих мест, существенно влияет «гравитационный эффект» и индивидуальные характеристики работников (например, возраст, образование, семейное положение, профессиональный опыт и др.). Поэтому в рыночной экономической системе централизованное управление трудовыми ресурсами практически нереализуемо, т.е. невозможно нарастить численность задействованных трудовых ресурсов или обеспечить их выбытие до заданного уровня в соответствии с оптимальной траекторией развития производственной деятельности. Работники самостоятельно осуществляют поиск и смену рабочих мест при условии их соответствия заданным критериям (Акопов, Бекларян, 2022). При вводе производственных мощностей и формировании новых рабочих мест необходимо учитывать состояние рынка труда, возможность найма работников, квалификацию нанимаемых и др.

Подобная задача децентрализованного управления динамикой ввода и вывода производственных мощностей с учетом индивидуальной системы принятия решений работниками может быть разрешена в рамках агент-ориентированного подхода. Для этого (на следующем этапе) исследуемая в данной статье динамическая модель замещения производственных мощностей, использующая принцип дифференциальной оптимизации, будет дополнена включением популяции агентов-индивидуумов, занятых в различных отраслях экономики. Эволюционное развитие подобной популяции (т.е. расширение, воспроизводство, обучение и т.д.) являются важнейшей задачей социально-экономической системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Акопов А.С., Бекларян Г.Л. (2022). Оптимизация структуры занятости с использованием мультисекторной модели ограниченного соседства // *Вестник ЦЭМИ*. Т. 5. Вып. 1. Режим доступа: <https://cemi.jes.su/s265838870019919-3-1/> DOI: 10.33276/S265838870019919-3 [Akopov A., Beklaryan G. (2022). Optimization of the employment structure using the multi-sector bounded-neighbourhood model. *Vestnik CEMI*, 5 (1). Available at: <https://cemi.jes.su/s265838870019919-3-1/> DOI: 10.33276/S265838870019919-3 (in Russian).]
- Бекларян Л.А., Борисова С.В. (2002). Об одной динамической модели замещения производственных мощностей // *Экономика и математические методы*. Т. 38. № 3. С. 73–93. [Beklaryan L.A., Borisova S.V. (2002). On one dynamic model of replacing production capacities. *Economics and Mathematical Methods*, 38, 3, 73–93 (in Russian).]
- Бекларян Л.А., Борисова С.В., Хачатрян Н.К. (2012). Однопродуктовая динамическая модель замещения производственных фондов. Магистральные свойства // *Журнал вычислительной математики и матем. физики*. Т. 52. № 5. С. 801–817. [Beklaryan L.A., Borisova S.V., Khachatryan N.K. (2012). One-product dynamic model of replacement of production assets. Trunk properties. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 52, 5, 801–817 (in Russian).]

- Канторович Л.В., Горьков Л.В.** (1959). О некоторых функциональных уравнениях, возникающих при анализе однопродуктовой экономической модели // *Доклады АН СССР*. Т. 129. № 4. С. 732–736. [Kantorovich L.V., Gorkov L.V. (1959). On some functional equations arising in the analysis of a one-product economic model. *Doklady Akademii Nauk USSR*, 129, 4, 732–736 (in Russian).]
- Канторович Л.В., Жиянов В.И.** (1973). Однопродуктовая динамическая модель экономики, учитывающая изменение структуры фондов при наличии технического прогресса // *Доклады АН СССР*. Т. 211. № 6. С. 1280–1283. [Kantorovich L.V., Zhiyanov V.I. (1973). A one-product dynamic model of the economy considering the change in the structure of funds in presence of technical progress. *Doklady Akademii Nauk USSR*, 211, 6, 1280–1283 (in Russian).]
- Канторович Л.В., Жиянов В.И., Хованский А.Г.** (1978). Принцип дифференциальной оптимизации в применении к однопродуктовой динамической модели экономики // *Сибирский математический журнал*. Т. XIX. № 5. С. 1053–1064. [Kantorovich L.V., Zhiyanov V.I., Khovansky A.G. (1978). The principle of differential optimization in application to a one-product dynamic model of economy. *Siberian Mathematical Journal*, XIX, 5, 1053–1064 (in Russian).]
- Колесникова О.А., Маслова Е.В., Околедых И.В.** (2022). Проблемы трудовых ресурсов: дефицит, сдвиги в структуре, парадоксы старения // *Социально-трудовые исследования*. Т. 47 (2). С. 42–55. DOI: 10.34022/2658-3712-2022-47-2-42-55 [Kolesnikova O.A., Maslova E.V., Okolelykh I.V. (2022). Labor resource challenges: Deficits, structural shifts, paradoxes of aging. *Social & Labour Research*, 47 (2), 42–55. DOI: 10.34022/2658-3712-2022-47-2-42-55 (in Russian).]
- Кондратьев В.** (2013). Обрабатывающая промышленность: секреты и тенденции // *Прямые инвестиции*. № 8 (136). С. 41–45. [Kondratiev V. (2013). Manufacturing industry: secrets and trends. *Direct Investment*, 8 (136), 41–45 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Акопов А.С., Бекларян Г.Л., Ровенская Е.А.** (2020). Агентное моделирование популяционной динамики двух взаимодействующих сообществ: мигрантов и коренных // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 2. С. 5–19. DOI: 10.31857/S042473880009217-7 [Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Akopov A.S., Beklaryan G.L., Rovenskaya E.A. (2020). Agent-based modelling of population dynamics of two interacting social communities: Migrants and natives. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 2, 5–19. DOI: 10.31857/S042473880009217-7 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Акопов А.С., Бекларян Г.Л., Ровенская Е.А., Стрелковский Н.В.** (2022). Агентное моделирование социально-экономических последствий миграции при государственном регулировании занятости жителей // *Экономика и математические методы*. Т. 58. № 1. С. 113–130. DOI: 10.31857/S042473880018960-5 [Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Akopov A.S., Beklaryan G.L., Rovenskaya E.A., Strelkovskii N.V. (2022). Agent-based modeling of social and economic impacts of migration under the government regulated employment. *Economics and Mathematical Methods*, 58, 1, 113–130. DOI: 10.31857/S042473880018960-5 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Бекларян Г.Л., Акопов А.С., Ровенская Е.А., Стрелковский Н.В.** (2019). Укрупненная агент-ориентированная имитационная модель миграционных потоков стран Европейского Союза // *Экономика и математические методы*. Т. 55. № 1. С. 3–15. DOI: 10.31857/S042473880004044-7 [Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Akopov A.S., Beklaryan G.L., Rovenskaya E.A., Strelkovskii N.V. (2019). Aggregated Agent-Based Simulation model of migration flows of the European Union countries. *Economics and Mathematical Methods*, 55, 1 P. 3–15. DOI: 10.31857/S042473880004044-7 (in Russian).]
- Смирных Л.И., Емелина Н.** (2021). *Движение рабочей силы и рабочих мест на российском рынке труда: факты, тенденции, перспективы*. Информационный бюллетень. М.: Изд. дом Высшей школы экономики. [Smirnykh L.I., Emelina N. (2021). *The movement of labor and jobs in the Russian labor market: Facts, trends, prospects*. Newsletter. Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2022а). О назначении сроков службы технических систем в условиях инфляции // *Бизнес-информатика*. Т. 16. № 2. С. 74–88. DOI: 10.17323/2587-814X.2022.2.74.88 [Smolyak S.A. (2022a). On assigning service life for technical systems under inflation. *Business Informatics*, 16, 2, 74–88. DOI: 10.17323/2587-814X.2022.2.74.88 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2022б). Экономический критерий оптимизации срока службы машин и оборудования с учетом их надежности // *Экономическая наука современной России*. № 1 (96). С. 45–55. DOI: 10.33293/1609-1442-2022-1 (96)-45-55 [Smolyak S.A. (2022b). Economic criteria for optimizing the assigned service life of machinery and equipment. *Economics of Contemporary Russia*, 1 (96), 45–55. DOI: 10.33293/1609-1442-2022-1 (96)-45-55 (in Russian).]
- Boucekkine R., de La Croix D., Licandro O.** (2011). Vintage capital theory: Three breakthroughs. *Barcelona GSE Working Paper Series Working Paper no. 565*.
- Hartman J.C., Tan C.H.** (2014). Equipment replacement analysis: A literature review and directions for future research. *The Engineering Economist*, 59, 2, 136–153.

- Horenbeek A. van, Pintelon L., Muchiri P. (2010). Maintenance optimization models and criteria. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 1 (3), 189–200.
- Jiang X., Makis V., Jardine A.K.S. (2001). Optimal repair/ replacement policy for a general repair model. *Advances in Applied Probability*, 33 (01), 206–222.
- Werbińska-Wojciechowska S. (2019). Technical system maintenance. Delay-time-based modelling. N.Y.: Springer.
- Yatsenko Y., Hritonenko N. (2005). Optimization of the lifetime of capital equipment using integral models. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 1, 4, 415–432.

New aspects of the development of Kantorovich's one-product dynamic model of replacement of production funds

© 2024 L.A. Beklaryan, S.V. Borisova, A.S. Akopov, N.K. Khachatryan

L.A. Beklaryan,

CEMI RAS, Moscow, Russia; e-mail: beklar@cemi.rssi.ru

S.V. Borisova,

CEMI RAS, Moscow, Russia; e-mail: boriss@cemi.rssi.ru

A.S. Akopov,

CEMI RAS, Moscow, Russia; e-mail: akopovas@umail.ru

N.K. Khachatryan,

CEMI RAS, Moscow, Russia; e-mail: nerses-khachatryan@yandex.ru

Received 27.10.2023

Abstract. In the context of the development of scientific and technological progress and the growth of the capital stock, an important task is modeling and optimization of the terms of operation of production funds. The development of technologies and automation of production lead to a reduction in the workforce employed in production. In the article, for the previously developed single-product dynamic model of the replacement of production assets, taking into account the inertial properties of the funds being introduced, the case of a reduction in labor resources under the condition of an increase in output and capital investment is investigated. A solution was obtained that allows to determine the optimal strategy for the withdrawal of obsolete funds and the introduction of the new ones in case of decrease in labor resources. As the optimization criterion the principle of differential optimization is used. The theorem of equivalence of a trajectory satisfying the principle of differential optimization, the obtained solution is given. A system of functional differential equations is presented, which should be satisfied by variable models both in terms of growth and reduction of labor resources. Numerical methods are used to solve such a system. The variants of the system development are considered under various assumptions regarding changes in the total amount of labor resources. The results of numerical implementation of the model are presented.

Keywords: one-product dynamic model, production assets, scientific and technological progress, replacement of equipment, service life of equipment, differential optimization.

JEL Classification: C02, C69, L52, O21.

UDC: 338.32; 338.984; 517.977.1.

For reference: **Beklaryan L.A., Borisova S.V., Akopov A.S., Khachatryan N.K.** (2024). New aspects of the development of Kantorovich's one-product dynamic model of replacement of production funds. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 87–101. DOI: 10.31857/S0424738824040086 (in Russian).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Эконофизическая модель распространения инноваций

© 2024 г. О.В. Жданеев, И.Р. Овсянников

О.В. Жданеев,

РАНХиГС при Президенте Российской Федерации, Москва; e-mail: Zhdaneev@rosenergo.gov.ru

И.Р. Овсянников,

АО «Центр эксплуатационных услуг», ФГАОУ ВО МФТИ, Москва; e-mail: ovsyannikov.ir@phystech.edu

Поступила в редакцию 27.02.2024

Аннотация. Анализ и оценка эффективности инноваций требует развития инструментов моделирования процесса их распространения в отрасли. В данной работе представлена модель распространения инноваций, основанная на физических подходах и описывающая стадии ускоряющегося и замедляющегося роста. Для описания экспоненциального роста используется диффузионная модель, а для логарифмического — электротехническая модель. В работе представлено соответствие физических параметров их экономическим аналогам: размер компании, характеристика скорости обмена информацией между фирмами, готовность компании к внедрению инновации, межфирменное влияние и прорывной уровень инновации. Полученная теоретическая модель протестирована на исторических данных внедрения инноваций в топливно-энергетическом комплексе с последующей корректировкой коэффициентов, зависящих от региона внедрения инновации. Разработанная модель применима для описания процесса распространения инноваций в любой отрасли страны, а также при инвестиционном и бизнес-планировании в компаниях и принятии решений об инвестировании в инновационные проекты. При применении данного инструмента в отраслях с низким уровнем инновационной активности прогнозируется повышение уровня высокотехнологического производства и доли организаций, осуществляющих технологичные инновации. На примере топливно-энергетической отрасли России прогнозируется повышение технологичности предприятий и снижение уровня импортозависимости.

Ключевые слова: технологическое развитие; инновации; управление инновациями.

Классификация JEL: O33.

УДК: 51-77.

Для цитирования: Жданеев О.В., Овсянников И.Р. (2024). Эконофизическая модель распространения инноваций // Экономика и математические методы. Т. 60. № 4. С. 102–112. DOI: 10.31857/S0424738824040092

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время вопрос инновационного развития является объектом внимания как отдельных фирм, так и государств. Главной задачей внедрения инновации является анализ и оценка эффективности ее реализации, а также технико-экономическое обоснование для принятия решения об инвестировании.

Именно технико-экономическое обоснование (ТЭО) является основной точкой принятия решения об инвестировании в инновационные проекты. Так как инновационная деятельность является созданием новых или модификацией имеющихся товаров/услуг, главной проблемой планирования является качество и объем информации о предполагаемых изменениях, этапах и реализации инновационного проекта. Потому актуальна задача повышения качества анализа и планирования жизненного пути инновации.

В международной практике известны различные методы оценки технологий, различающиеся основной целью. Так, например, государственные регуляторы осуществляют анализ инноваций с целью выявления трендов и обеспечения эффективного развития страны, крупные фирмы же определяют наиболее перспективные проекты для инвестирования. Существующие методы не масштабируются по числу параметров, а также не учитывают ряд ключевых влияющих факторов, в том числе: межфирменного влияния, скорости обмена информацией в отрасли и т.д.

Потому задача разработки инструмента анализа жизненного пути инновации является актуальной как для отдельных компаний, так и для государственных регуляторов. Целью работы является создание теоретической методологии анализа скорости распространения инноваций между фирмами с корректировкой на исторических данных.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Процесс передачи новаторских идей, предметов и технологий в социальных науках, известный как *диффузия инноваций*, осуществляется через коммуникационные каналы внутри социальной системы. Существует несколько методов описания и анализа инноваций и технологий (Rogers, 2009, p. 4554).

Один из этих методов — комбинированный подход, включающий институциональный анализ, элементы Форсайт и технологический анализ (Future-Oriented Technology Analysis, FTA). Его цель состоит в определении возможных направлений развития отрасли с учетом глобальных тенденций для определения условий реализации проекта. Однако этот подход ограничивает внимание только на революционных технологиях, игнорируя другие виды инноваций (Fuenfschilling, Truffer, 2014, p. 772).

Использование метода развертывания функций качества (quality function deployment, QFD) для принятия решений выявляет возможные варианты развития технологического продукта с учетом общения с клиентами (Adiano, Roth, 1994, p. 25). Главным недостатком этого метода является его зависимость от экспертных оценок, что может привести к несостоятельным данным. Аналогичные недостатки характерны и для метода многокритериальной оценки (Multi Criteria Decision Aid) и метода TOPSIS (Mardani et al., 2015, p. 13947).

Существует множество исследований, посвященных изучению процесса диффузии инноваций и анализу моделей логистических кривых (Pelegrin, Fernandez, Perez, 2014, p. 1; Tsvetkova, Tukkel, Ablyazov, 2017; Цветкова, Туккель 2017; Цветкова, 2018; Benhabib, Perla, Tonetti, 2016, p. 1057; Moskalev, Tsygankov, 2021; Abrahamson, Rosenkopf, 1997, p. 289; Young, 2009, p. 1899; Lypez-Pintado, 2008, p. 73; Delre, Jager, Janssen, 2007, p. 185; Meade, Islam, 2006, p. 514; Mahajan, Peterson, 1985).

Басс в своей работе рассматривает плотности вероятности появления нового потребителя во времени (Bass, 1969, p. 215): $f(t) = dF(t) / dt = [p + Fq \times F(t)][F - F(t)]$.

Коэффициенты p и q в действительности отражают пропорции между инноваторами и имитаторами в обществе. Коэффициент p указывает на начальную долю инноваторов, которая постепенно снижается, в то время как доля имитаторов (число которых зависит от числа потенциальных потребителей) увеличивается. Если $p > 0$ и $q = 0$, график представляет собой экспоненциальную функцию; при $p = 0$ и $q > 0$ он соответствует классической логистической кривой, имеющей форму буквы «S» и характеризующейся точкой перегиба, отображающей переход от ускоренного роста к равномерному (рис. 1). Данная особенность позволяет определить различные критические и оптимальные точки статистическими методами. Таким образом, исследование процесса распространения инноваций включает описание трех ключевых стадий: экспоненциальный рост, точку насыщения и логарифмический рост. Каждая стадия описывается с использованием аналогий с физическими законами.

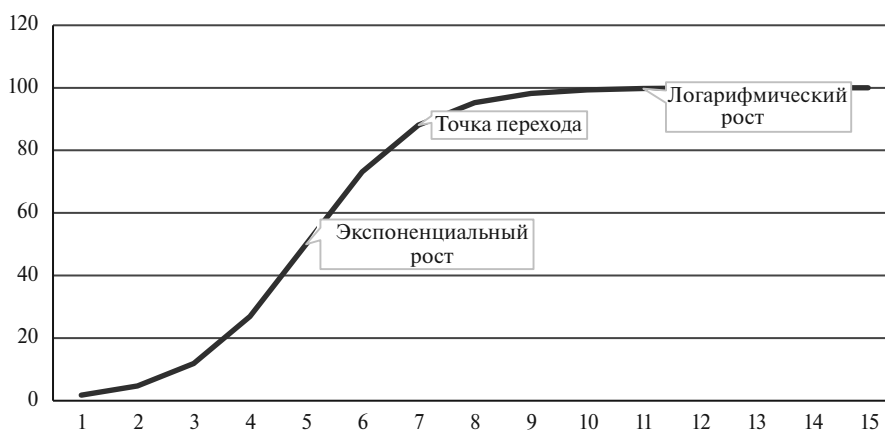


Рис. 1. Графики логистических функций. S-образная кривая

3. ДИФфуЗИОННАЯ МОДЕЛЬ — ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЙ РОСТ

3.1. Описание модели

Модель распространения инноваций описывается как процесс обмена информацией между фирмами. Эффектами, которые влияют на скорость и качество распространения информации, являются размер (масштаб) влияния, оказываемого фирмами друг на друга, и характеристика скорости обмена информацией. Так, например, при высокой скорости обмена информацией между фирмами и высокой степени влияния фирм друг на друга скорость распространения инноваций (как информации) между ними выше, чем в противном случае. Скорость распространения инновации в самой компании пропорциональна ее размеру — чем больше сотрудников в компании, тем дольше внедряются новые разработки. Кроме того, каждая фирма, взаимодействуя с новым продуктом, может самостоятельно вносить в него инновации, улучшая исходную, и тогда скорость распространения инновации повышается. Характеристиками инновации выступают ее прорывные показатели, а также уровень готовности фирмы ее внедрять.

3.2. Проведение аналогии с физикой

Физическим аналогом, описывающим данную экономическую модель, является *процесс диффузии* (рис. 2). В рамках предложенной модели фирмами выступают шары разных объемов. Размер шара характеризует размер фирмы и, соответственно, скорость распространения диффузанта (инновации) внутри шара (фирмы). В шар поступает какое-то количество исходного импульса диффузанта с некоторым коэффициентом диффузии. Аналогом этих параметров являются характеристики инновации из экономической модели, здесь количество вещества есть исходный прорывной уровень технологии, коэффициент диффузии — готовность фирмы внедрять инновацию. Чем выше исходный уровень диффузанта, тем выше скорость распространения диффузанта внутри шара.

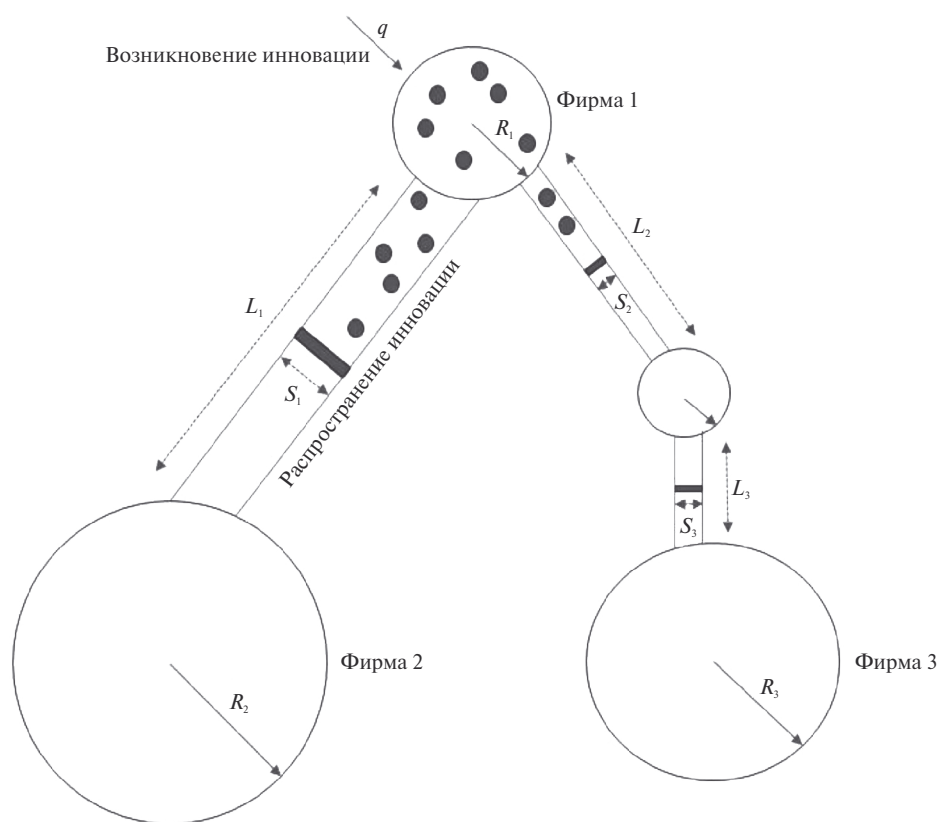


Рис. 2. Модель диффузии. Экспоненциальный рост

Средством, описывающим эффекты, влияющие на процесс обмена между фирмами, служат трубки с мембранами разной длины и разных радиусов. Длина трубки характеризует скорость обмена информацией между фирмами, а радиус — обратную величину межфирменного взаимодействия. Так, например, при сильном влиянии фирм друг на друга радиус трубки будет намного меньше, а значит, и давление, оказываемое на мембрану, — выше. Мембрана характеризует момент начала внедрения инновации со стороны фирмы. Как только мембрана в трубке испытывает критическое давление, она открывается и начинается процесс диффузии между двумя шарами, соединенными этой трубкой.

В соответствии с экономической моделью фирма, внедрившая инновацию, постоянно влияет на соседей, несмотря на то что сама еще не внедрила инновацию полностью, что в физической модели характеризуется диффузией между исходным шаром и трубкой, соединяющей соседей. Критическое значение давления на мембране, расположенной в трубке, свидетельствует о том, что фирма-последователь приняла достаточное количество информации от фирмы-оригинала. Мембрана или пропускает весь диффузанта, или не пропускает его совсем. Для каждого шара существует свой множитель диффузии, который характеризует факт улучшения инновации новой фирмой. Так, например, если фирма внедрила технологию (концентрация достигла критического значения), то концентрация в этой фирме растет в δ_i раз, а следовательно, растет и скорость распространения диффузанта (инновации) между шарами (фирмами).

В рамках данной модели удобно исследовать скорость распространения инноваций как в масштабе одной фирмы, так и в масштабе многих фирм. Для этого необходимо продифференцировать концентрацию и получить скорость распространения диффузанта в модели.

Радиус шара (R) — размер компании. Отражает размер компании, которая разрабатывает и внедряет инновацию. Размер компании определяется численностью сотрудников. Финансовые или производственные показатели, характеризующие компанию, могут сильно отличаться в зависимости от отрасли и сферы деятельности компании. Данный показатель рассчитывается как численность сотрудников в компании, деленная на 10^7 ; таким образом, $R \in [0; 1]$.

Радиус трубки (S) — величина межфирменного влияния. Радиус трубки отражает размер межфирменного влияния. Величина межфирменного влияния характеризует то, как компании влияют друг на друга. В рамках данной модели этот параметр можно разделить на две составляющие:

1) сведения о совете директоров. Часто встречающаяся практика, что генеральный директор одной компании может быть членом совета директоров другой компании, следовательно, межфирменное влияние, оказываемое этими двумя фирмами друг на друга, велико, поскольку лицо, принимающее решение, участвует в обеих структурах;

2) статус компании. Частные и государственные компании по-разному взаимодействуют друг с другом и по-разному выстраивают рабочие процессы. Таким образом, сила межфирменного влияния (S) на шаге i определяется как сумма соответствующих значений из двух множеств и лежит в диапазоне $[0,1; 0,4]$.

$$\text{Пересечение в совете директоров} = \begin{cases} 0,1, & \text{если пересечение есть;} \\ 0, & \text{если пересечения нет;} \end{cases}$$

$$\text{Тип компании} = \begin{cases} 0,3, & \text{если компании одного типа, государственные;} \\ 0,2, & \text{если компании одного типа, частные;} \\ 0,1, & \text{если компании разных типов.} \end{cases}$$

Длина трубки (L) — характеристика скорости обмена информацией между фирмами. Длина трубки отражает скорость обмена информацией между фирмами. Чем короче трубка, тем быстрее информация о новой инновации может распространиться между компаниями — по аналогии со скоростью течения диффузанта в трубке. Этот параметр вычисляется как обратная величина суммы цитирований научных публикаций и патентов компании, процитированных в патентах другой компании за исследуемый промежуток времени, со знаком «минус», чтобы обеспечить положительный рост функции с увеличением числа цитирований.

Коэффициент диффузии (D) — готовность к внедрению. Коэффициент диффузии отражает готовность компаний внедрять инновации. Он определяется на основе международного стандарта ISO 30401. Данный параметр вычисляется как сумма соответствующих значений и находится в диапазоне $[1; 11]$, если в компании:

- реализована передача и преобразование знаний, то +1;
- реализованы механизмы управления знаниями, то +1;
- существует культура управления знаниями, то +1;
- организованы действия, связанные с обработкой рисков и выявлением возможностей, то +1;
- осуществляется постановка целей в области управления знаниями и планирование их достижения, то +1;
- обеспечены необходимые ресурсы, то +1;
- обеспечена необходимая компетентность кадров, то +1;
- обеспечена необходимая осведомленность кадров и их коммуникация, то +2;
- осуществляется управление документированной информацией, то +1;
- осуществляется оценка результатов деятельности управления знаниями (мониторинг, измерение, анализ, оценка, аудит), то +1;

Количество диффузанта в шаре i , q — прорывной уровень инновации. Определяется как суммарный NPV от внедрения инновации в компании на 10 лет, деленный на 10^{10} . Таким образом, $q \in [0, 1]$. Ставка дисконтирования определяется как сумма базовой ставки по эмитенту, премии за страновой риск, премии за отраслевой риск, премии риска нелеквидности акций эмитента (если применимо).

Множитель концентрации (δ_i) — коэффициент улучшения инновации фирмой.

3.3. Математическое описание процесса

Диффузия в системе, состоящей из двух компонентов, a и b , описывается законом Фика: плотности потока компонентов $j_{a,b}$ пропорциональны градиентам их концентраций

$$\nabla n_{a,b} : j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, \quad j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x}.$$

Рассмотрим случай без мембраны для двух шаров разных объемов (фирм с разными уровнями готовности внедрить инновации):

$$d(\Delta n) = -D \Delta n (S / V_0 L) dt, \quad \frac{d(\Delta n)}{\Delta n} = -D [S / V_0 L] dt,$$

где $V_0 = V_1 V_2 / (V_1 + V_2)$. Тогда после интегрирования имеем $\ln \Delta n = -D (S / V_0 L) t + \ln A$. Откуда $\Delta n = \Delta n_0 \exp \{-D S t / V_0 L\}$.

Введем в рассмотрение мембрану. Тогда сила давления, оказываемого на мембрану, будет пропорциональна концентрации:

$$n'_1 = n_1 \left(1 + \exp \left\{ t \left[-\frac{4\pi R_1^2 L S}{D(16\pi R_1^2 + 3LS)} \right]^{-1} \right\} \right).$$

Как только эта концентрация достигнет критического уровня, мембрана начнет пропускать диффузанта, и концентрация во втором шаре станет равна:

$$n_2 = \delta_2 (n_{2const} - n_1) \left(1 + \exp \left(t_1 \left[\frac{-V_o L S}{D(V_o + L S)} \right]^{-1} \right) \right) \left(1 + \exp \left(t \left[\frac{-L}{2D} \times \frac{V_o L S}{(V_o + L S)} \right]^{-1} \right) \right);$$

$$\delta_2 (n_2, n_{2кр}) = \begin{cases} 1, n_2 < n_{2кр}; \\ \delta_2, n_2 \geq n_{2кр}, \end{cases}$$

где t_1 — время, за которое достигается величина критического давления на мембрану; $\delta_i (n_i, n_{икр})$ — поточно заданная функция усиления концентрации (инновации) фирмой i . При достижении критического значения концентрации в шаре i она увеличивается в δ_i раз.

3.4. Анализ

Данная модель позволяет в явном виде получить формулу скорости распространения инновации (диффузанта) в системе. Для этого необходимо продифференцировать формулу концентрации. Модель хорошо учитывает межфирменное влияние благодаря параметрам скорости распространения информации между фирмами и степени их влияния друг на друга. Отличительная особенность модели — характеристика самой инновации: прорывной уровень инновации и компетенции людей в рамках этой инновации. Также важная особенность — моделирование процесса улучшения инновации каждой фирмой. Кроме того, модель описывает процесс передачи информации через критическое значение давления на мембране. Это описание хорошо соотносится с реальной жизнью — фирмы всегда получают информацию от конкурентов, но не всегда сразу набирается ее необходимое количество для реализации своих разработок.

3.5. Ограничения

В модели присутствует предположение о постоянстве коэффициента диффузии D в течение всего процесса диффузии, что ограничивает применение модели в условиях меняющейся готовности компаний ее внедрять.

В соответствии с законом Эйнштейна—Смолуховского применение в данной модели квазистационарного приближения требует, чтобы время процесса диффузии было много больше характерного времени диффузии отдельной частицы вдоль трубки, т.е. объем трубки должен быть много меньше объема двух шаров, которых она соединяет.

4. ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ — ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ РОСТ

4.1. Описание модели

Предпосылки этой модели совпадают с диффузионной. Исследуется процесс распространения инновации между фирмами. Существуют ограничения в виде характеристик и параметров каждой отдельной фирмы и ограничения в передаче информации.

4.2. Проведение аналогии с физикой

В рамках данной модели рассматривается цепь, состоящая из конденсаторов и резисторов, называемая RC-контуром. Принципиальная отличительная особенность данной модели — появление дополнительной энергии в системе, что соответствует увеличению заряда и улучшению инновации.

Схема представляет собой биномиальное дерево, в нулевой вершине которого находится фирма, в которой впервые появилась инновация (источник электродвижущей силы, ЭДС). Внедрение инновации можно сравнить с зарядкой конденсатора. Для поддержания напряжения, равного начальному, подключены компараторы, сравнивающие напряжения на инвертируемом и на неинвертируемом входах. Скоростью распространения инновации является скорость заряда соответствующего конденсатора. Момент включения компаратора соответствует зарядке конденсатора до $0,8U_{\text{ВОЗМ}}$. Таким образом, в предшествующей цепи напряжение продолжает возрастать до $U_{\text{ВОЗМ}}$, в то время как в последующих цепях (в следующих фирмах) расти с коэффициентом роста τ — постоянной цепи.

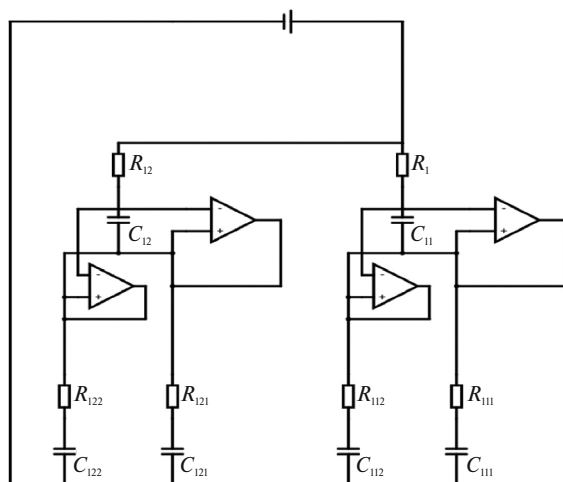


Рис. 3. Электротехническая модель. Логарифмический рост

Для поддержания напряжения, равного начальному, подключены компараторы, сравнивающие напряжения на инвертируемом и на неинвертируемом входах. Скоростью распространения инновации является скорость заряда соответствующего конденсатора. Момент включения компаратора соответствует зарядке конденсатора до $0,8U_{\text{ВОЗМ}}$. Таким образом, в предшествующей цепи напряжение продолжает возрастать до $U_{\text{ВОЗМ}}$, в то время как в последующих цепях (в следующих фирмах) расти с коэффициентом роста τ — постоянной цепи.

На рис. 3 представлена принципиальная схема для случая шести фирм-последователей. При этом число последователей на каждом уровне равно 2; размеры есть емкости конденсаторов (пример расчета): 100, 200, 300, 400, 500, 600 мкФ, показатели готовности внедрять

инновацию и степени влияния есть сопротивления резисторов в цепи: 100, 90, 93, 85, 87, 84 Ом соответственно.

Емкость конденсатора, C — размер компании. Вычисляется по аналогии с размером фирмы диффузионной модели.

Сопротивление, R — интегральный показатель готовности внедрять инновацию каждой фирмы и степени влияния данной фирмы на соседние. Вычисляется как результат произведения величин межфирменного влияния, скорости распространения информации между фирмами и готовности внедрять из диффузионной модели.

Заряд, q — прорывной уровень инновации. Вычисляется по аналогии с диффузионной моделью.

4.3. Математическое описание процесса

Опишем итерационный процесс заряда конденсаторов в цепи. Нулевой итерацией все компараторы не подключают нового источника энергии. Для нее запишем

$$q_1^0 = (U - U_c^{sum}) / R_1 = (U - \sum_i (q_i^0 / C_i)) / R_1,$$

где $U_c^{sum} = \sum (q_i^0 / C_i)$ — суммарное напряжение на всех конденсаторах каждой ветки дерева; q_1^0 — заряд от первоначального источника (от компании, в которой впервые появилась инновация); U — напряжение на первоначальном источнике; R_1 — сопротивление всей цепи; C_i — емкость конденсатора i .

Запишем правило Кирхгофа:

$$\sum_j \dot{q}_{ij}^0 = \dot{q}_i^0, \dot{q}_{ij}^0 R_{ij} = \text{const}, q_{ij}^0 = q_i^0 R_i / R_{ij},$$

где q_{ij}^0 — все заряды после q_i^0 , R_{ij} — эффективное сопротивление следующего за соответствующим конденсатором участка цепи.

При достижении заданных пороговых значений напряжений конденсаторов в цепи включается 1 уровень компараторов (на примере рис. 3 — при C_{11} и C_{12}), соответственно, увеличиваются напряжения на соответствующих конденсаторах до заданного. Рассмотрим на примере C_{11} :

$$q_{11}^1 = (U_{11} - U_{11c}^{sum}) / R_{11} = (U_{11} - \sum_i \frac{q_{11i}^0}{C_{11i}}) / R_{11},$$

$$\sum_j \dot{q}_{ij}^1 = \dot{q}_i^1, \dot{q}_{ij}^1 R_{ij} = \text{const}, q_{ij}^1 = q_i^1 R_i / R_{ij}, i = 11, 12, \dots$$

Тогда искомая скорость заряда конденсатора (и скорость внедрения инновации в рассматриваемую фирму) есть: $v_{11} = \dot{q}_{11}^1 / C_{11}$. Сумма всех графиков функций скоростей внедрения инновации в каждую фирму есть интегральная характеристика скорости распространения инновации в отрасли.

Каждый конденсатор заряжается параллельно; просуммировав функции заряда каждого, получим функцию эквивалентного оседания. Данная физическая характеристика есть интегральная функция распространения инновации в отрасли.

Для приведенных размерностей в качестве примера для расчета итоговая функция изображена на рис. 4

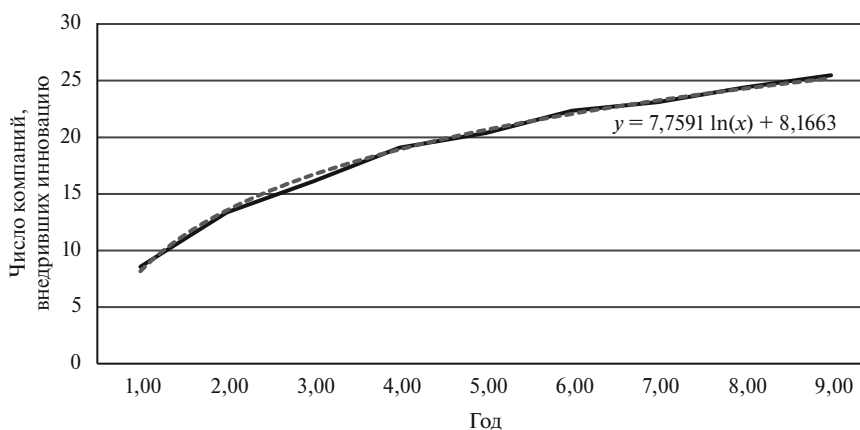


Рис. 4. Итоговая функция распространения инновации в отрасли

4.4. Анализ

Уравнение скорости распространения заряда учитывает включение и влияние компаратора через изменение сопротивления в цепи при достижении порогового напряжения на компараторе. Таким образом, RC-модель позволяет исследовать процесс распространения инноваций как процесс передачи энергии в RC-контуре, также учитывается факт улучшения инновации каждой фирмой благодаря включению компаратора в сеть.

5. АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ НА ИСТОРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

На основе полученного функционального описания процессов были скорректированы коэффициенты, используя реальные исторические данные о внедрении инноваций в ТЭК. Для построения модели использовались данные о динамике внедрения инноваций компанией Haldor Topsoe. На рис. 5–6 приведены примеры расчетов для двух технологий.

По результатам корректировки моделей на исторических данных был получен следующий диапазон коэффициентов.

Множитель для коэффициента межфирменного влияния (S) для сектора нефтехимии: регион Азия — $[0,2; 0,5]$; регион Европа и Америка — $[0,1; 0,2]$.

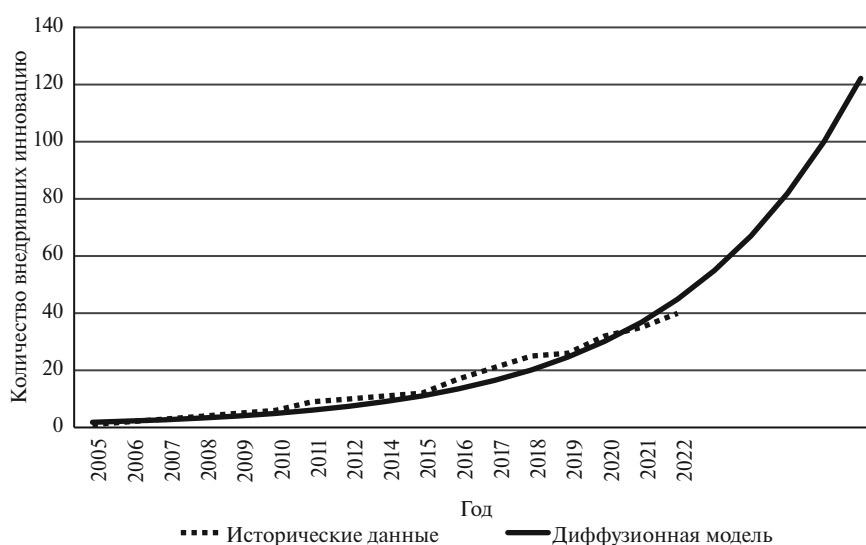


Рис. 5. Криогенная установка GOX

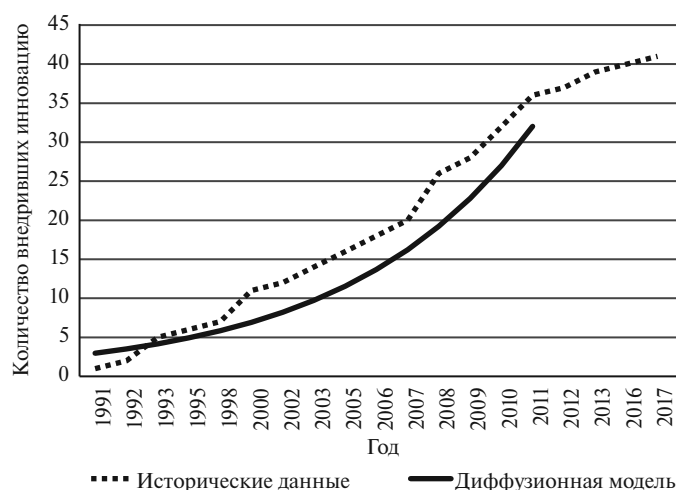


Рис. 6. Катализаторы SATOX

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе были исследованы и получены экономические модели, описывающие распространения инноваций между компаниями с учетом силы межфирменного влияния, барьеров внедрению и т.д. Протестированная на реальных исторических данных модель была актуализирована коэффициентами, зависящими от региона внедрения инновации.

С целью обеспечения инновационного развития России и всех производственных секторов экономики рекомендуется использовать описанные в работе инструменты и подход к исследованию и анализу скорости распространения инноваций (Zhdaneev, Frolov, 2024, p. 1418).

Разработанная модель применима для описания процесса распространения инноваций любой отрасли страны — при инвестиционном и бизнес-планировании в компаниях, при принятии решений об инвестировании в инновационные проекты. Модель применима также на государственном уровне при планировании федеральных программ поддержки инноваций, экономического прогнозирования развития регионов и страны.

При использовании данного инструмента в России в отраслях с низким уровнем инновационной активности ключевых производственных секторов экономики прогнозируется повышение уровня высокотехнологического производства на несколько процентных пунктов, повышение экспорта высокотехнологичных товаров, повышение уровня инновационной активности на 20%, рост доли организаций, осуществляющих технологичные инновации, на 30% (Galitskaya, Zhdaneev, 2022; Ovsyannikov, Zhdaneev, 2024). На примере топливно-энергетической отрасли России прогнозируются возможность поддержания добычи нефти с газовым конденсатом на уровне 525 млн т (за счет ввода в эксплуатацию новых месторождений с использованием передовых отечественных технологий), повышение технологического уровня предприятий (индекс Нельсона) (за счет внедрения новых разработок и управления портфелем патентов), а также снижение уровня зависимости от импорта (Голышева и др., 2020).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Голышева Е.А., Жданев О.В., Корнев В.В., Лядов А.С., Рубцов А.С. (2020). Нефтехимическая отрасль России: анализ текущего состояния и перспектив развития // *Журнал прикладной химии*. Т. 93. № 10. С. 1499–1507. DOI: 10.31857/S0044461820100126 [Golysheva E.A., Zhdaneev O.V., Korenev V.V., Lyadov A.S., Rubtsov A.S. (2020). The petrochemical industry of Russia: Analysis of the current state and development prospects. *Journal of Applied Chemistry*, 93, 10, 1499–1507. DOI: 10.31857/S0044461820100126 (in Russian).]
- Цветкова Н.А., Туккель И.Л. (2017). Модели распространения инноваций: от описания к управлению инновационными процессами // *Инновации*. № 11 (229). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/modeli-rasprostraneniya-innovatsiy-ot-opisaniya-k-upravleniyu-innovatsionnymi-protsessami> [Tsvetkova N.A., Tukkell I.L. (2017). Models of innovation diffusion: From description to management of innovation processes. *Innovations*, 11 (229). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/modeli-rasprostraneniya-innovatsiy-ot-opisaniya-k-upravleniyu-innovatsionnymi-protsessami> (in Russian).]
- Цветкова Н.А. (2018). О взаимном влиянии инноваций // *Инновации*. № 3 (233). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-vzaimnom-vliyaniy-innovatsiy> [Tsvetkova N.A. (2018). On the mutual influence of innovations. *Innovations*, 3 (233). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-vzaimnom-vliyaniy-innovatsiy> (in Russian).]
- Abrahamson E., Rosenkopf L. (1997). Social network effects on the extent of innovation diffusion: A computer simulation. *Organizational Science*, 8, 3, 289–309.
- Adiano C., Roth A.V. (1994). Beyond the house of quality: Dynamic QFD. *Benchmarking for Quality Management & Technology*, 1, 1, 25–37.
- Bass F.M. (1969). A new product growth for model consumer durables. *Management Science*, 15, 5, 215–227.
- Benhabib J., Perla J., Tonetti C. (2016). The growth dynamics of innovation, diffusion, and the technology frontier. [Report]. N.Y.: New York University. 1057 p.
- Delre S.A., Jager W., Janssen M.A. (2007). Diffusion dynamics in small-world networks with heterogeneous consumers. *Computational and Mathematical Organization Theory*, 13, 2, 185–202.
- Fuenfschilling L., Truffer B. (2014). The structuration of socio-technical regimes: Conceptual foundations from institutional theory. *Research Policy*, 43, 772–791. DOI: 10.1016/j.respol.2013.10.010

- Galitskaya E., Zhdanev O.** (2022). Development of electrolysis technologies for hydrogen production: A case study of green steel manufacturing in the Russian Federation. *Environmental Technology and Innovation*, 27, 102517 (in English). DOI: 10.1016/j.eti.2022.102517
- Lopez-Pintado D.** (2008). Diffusion in complex social networks. *Games and Economic Behavior*, 62, 2, 573–590.
- Mahajan V., Peterson R.** (1985). Models for innovation diffusion. *Quantitative Applications in the Social Sciences*. Sage University Paper. Newbury Park: SAGE Publications, Inc.
- Mardani A., Jusoh A., Zavadskas E.K., Cavallaro E.K., Khalifah Z.** (2015). Sustainable and renewable energy: An overview of the application of multiple criteria decision making techniques and approaches. *Sustainability*, 7, 10, 13947–13984.
- Meade N., Islam T.** (2006). Modelling and forecasting the diffusion of innovation — a 25-year review. *International Journal of Forecast*, 22, 514–545.
- Moskalev A., Tsygankov N.** (2021). Diffusion model of various modifications of an innovative product. *E3S Web of Conferences*. EDP Sciences, 320, 03004 (in English).
- Ovsyannikov I.R., Zhdanev O.V.** (2024). Forecast of innovative activity in key areas of energy transition technologies based on analysis of patent activity. *International Journal of Hydrogen Energy*, 87, 1261–1276. DOI: 10.1016/j.ijhydene.2024.08.375 (in English).
- Pelegrin B., Fernandez P., Perez M.D.G.** (2014). Profit maximization and reduction of the cannibalization effect in chain expansion. *Annals of Operations Research*, 1–19.
- Rogers E.M.** (2009). Innovation diffusion: Social network models. In: *Encyclopedia of complexity science and technology*, 4554–4562.
- Tsvetkova N.A., Tukkel I.L., Ablyazov V.I.** (2017). Simulation modeling the spread of innovations. *2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM)*. St. Petersburg, Russia, 675–677 (in English). DOI: 10.1109/SCM.2017.7970686 Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7970686>
- Young H.P.** (2009). Innovation diffusion in heterogeneous populations: Contagion, social influence, and social learning. *American Economic Review*, 99, 5, 1899–1924.
- Zhdanev O.V., Frolov K.N.** (2024). Technological and institutional priorities of the oil and gas complex of the Russian Federation in the term of the world energy transition. *International Journal of Hydrogen Energy*, 58, 1418–1428 (in English). DOI: 10.1016/j.ijhydene.2024.01.285

The econophysical model of innovation diffusion

© 2024 O.V. Zhdaneev, I.R. Ovsyannikov

O.V. Zhdaneev,

Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (RANEPA), Moscow, Russia; e-mail: Zhdaneev@rosenergo.gov.ru

I.R. Ovsyannikov,

Center of Operational Services; Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University)", Moscow, Russia; e-mail: ovsyannikov.ir@phystech.edu

Received 27.02.2024

Abstract. Analysis and evaluation of innovation efficiency require the development of tools to model their dissemination process within the industry. This paper presents a model of innovation diffusion based on physical approaches, describing stages of accelerating and decelerating growth. An exponential growth is described using a diffusion model, while a logarithmic one employs an electrical engineering model. The paper presents the correspondence of physical parameters with their economic counterpart: size of a company; characteristic of speed of information exchange between firms; company's willingness to innovate; inter-firm influence and the breakthrough level of innovation. The theoretical model obtained was tested on historical data of innovation implementation in the fuel and energy complex, followed by adjustments of coefficients depending on the branch of innovation implementation. The developed model is applicable for describing the process of innovation dissemination in any industry in the country, as well as for investment and business planning in companies and decision-making on investments in innovation projects. When applied in industries with low levels of innovation activity, an increase in the level of high-tech production and the share of organizations implementing technological innovations is predicted. Using the example of Russia's fuel and energy sector, rising in the technological level of enterprises and a decrease in import dependence are forecasted.

Keywords: technological development; innovations; innovation management.

JEL Classification: O33.

UDC: 51-77.

For reference: **Zhdaneev O.V., Ovsyannikov I.R.** (2024). The econophysical model of innovation diffusion. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 102–112. DOI: 10.31857/S0424738824040092 (in Russian).

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Парная кусочно-линейная регрессионная модель с фиксированными узлами

© 2024 г. К.М. Зубрилин

К.М. Зубрилин,

Филиал ФГБОУ ВО «Керченский государственный морской технологический университет», Феодосия;
e-mail: kzubrilin@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.05.2023

Аннотация. В работе представлен метод построения парной регрессионной модели в классе кусочно-линейных функций с фиксированными узлами. Вводится понятие линейного разбиения корреляционного поля, его частичных участков и его узлов. С помощью данного разбиения корреляционного поля определяется класс кусочно-линейных функций с фиксированными узлами. Линейное разбиение выявляется в ходе визуального анализа корреляционного поля. С помощью метода наименьших квадратов составляется система линейных уравнений для нахождения точечных оценок параметров аппроксимирующей функции. Исключением двух неизвестных угловых коэффициентов эта система приводится к трехдиагональной системе уравнений, неизвестными которой являются узловое значения аппроксимирующей функции. Трехдиагональная система решается методом прогонки. Сконструирован алгоритм для демонстрации работы метода. Его исходными данными являются массивы значений объясняющей и зависимой переменных, а также массив номеров правых концов интервалов, определяющих узлы. Из массива значений объясняющей переменной и массива номеров правых концов интервалов строится массив фиксированных узлов. Далее строится массив точечных оценок параметров аппроксимирующей функции. Данный алгоритм реализован на языке Python в виде пользовательских функций.

Ключевые слова: корреляционное поле, линейное разбиение корреляционного поля, кусочно-линейная функция с фиксированными узлами, кусочно-линейная аппроксимация, парная регрессионная модель, метод наименьших квадратов, трехдиагональная система, метод прогонки.

Классификация JEL: C20.

УДК: 330.43.

Для цитирования: Зубрилин К.М. (2024). Парная кусочно-линейная регрессионная модель с фиксированными узлами // Экономика и математические методы. Т. 60. № 4. С. 113–124. DOI: 10.31857/S0424738824040103

ВВЕДЕНИЕ

Регрессионное моделирование представляет собой математический аппарат исследования экономических процессов, целями которого являются анализ изучаемого процесса, прогноз экономических показателей, моделирование поведения процесса и выработка управленческих решений. Например, регрессионное моделирование используется для прогнозирования финансовых временных рядов, моделирования показателей перевозочного процесса на транспорте, исследования пропускной способности аэропортов и т. п.

Исходными данными парной регрессионной модели являются наборы значений объясняющей и зависимой переменных, которые геометрически изображаются точками координатной плоскости, образуя корреляционное поле.

Моделирование начинается с определения вида аппроксимирующей функции. В результате предварительного анализа корреляционного поля выявляется класс функций, среди представителей которого находится аппроксимирующая функция. Представитель класса — математическое выражение, содержащее объясняющую переменную и некоторые параметры. Когда параметры независимо друг от друга пробегут по множествам допустимых значений, представитель пробежит весь класс.

Следующий этап — применение метода наименьших квадратов для нахождения оценок параметров аппроксимирующей функции. Эти оценки образуют решение оптимизационной задачи о минимуме суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений объясняемой переменной от теоретических значений, рассчитанных на основании аппроксимирующей функции.

На заключительном этапе моделирования проверяется адекватность построенной модели, т.е. соответствует ли построенная модель априорным данным.

Постмодельный этап использует основные предпосылки регрессионного анализа для проверки значимости параметров аппроксимирующей функции — достаточно ли объясняющей переменной для описания зависимой переменной.

Парная линейная регрессионная модель является самой распространенной ввиду простоты получения ее оценок как точечных, так и интервальных. Тем не менее реальные физические и социально-экономические процессы, как правило, имеют более сложную, нелинейную природу. Существуют априорные приемы выявления класса нелинейных функций (степенных, показательных, логарифмических и т.д.), к которому принадлежит аппроксимирующая функция. Парные нелинейные регрессионные модели, перечисленные выше, относятся к числу линеаризующихся моделей. Они надлежащей заменой переменных приводятся к линейной вспомогательной модели. Нахождение оценок параметров нелинейной модели, а также проверка значимости этих параметров осуществляется на основании вспомогательной линейной модели.

В большинстве случаев изучаемые нелинейные модели не линеаризуются. Здесь можно применить полиномиальную модель и попытаться улучшить ее адекватность повышая степень аппроксимирующего многочлена. Но это ведет к усложнению точечных оценок. Вопрос же о получении интервальных оценок параметров и проверки их значимости остается открытым.

Более эффективный путь — использование кусочно-непрерывной аппроксимации с известными кусками. Если в качестве кусков брать линейные функции, то получатся кусочно-линейные модели. Они различаются методами построения аппроксимирующих кусочно-линейных функций.

В работе (Боровской, Костелей, 2017, с. 73) применяется алгоритм кусочно-линейной аппроксимации при прогнозировании финансовых временных рядов. Здесь строится набор трендовых линий, разделяющих область интервала и не соединенных между собой. Затем для получения непрерывной трендовой модели используется механизм сглаживания. В результате получается трендовая модель, состоящая из последовательно соединенных трендов.

В работах (Носков, 2013, с. 135; Иванова, Лебедева, Носков, 2016, с. 107; Носков, Лоншаков, 2008, с. 63; Носков, Хоняков, 2019, с. 47) рассмотрена кусочно-линейная регрессионная модель, называемая также производственной функцией Леонтьева, или функцией с нулевой эластичностью замены ресурсов. Идентификация параметров этой модели осуществлена при помощи метода наименьших модулей, реализация которого сводится к задаче линейно-булевого программирования.

В работе (Носков, 2023, с. 218) осуществляется формализация вложенной кусочно-линейной регрессии двух типов, являющихся комбинациями традиционной кусочно-линейной регрессии и функции риска. Нахождение оценок параметров вложенной кусочно-линейной регрессии сводится к решению задачи линейно-булевого программирования.

В настоящей работе разрабатывается метод построения аппроксимирующей функции в классе кусочно-линейных функций с фиксированными узлами.

1. КЛАСС КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ С ФИКСИРОВАННЫМИ УЗЛАМИ

Пусть имеются наборы $(x_i)_{i=0, \dots, n-1}$ и $(y_i)_{i=0, \dots, n-1}$ значений объясняющей X и зависимой Y переменных. Точки (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, n-1$ координатной плоскости $x \times y$ образуют корреляционное поле $\mathbf{K}$.

Будем предполагать, что последовательность $(x_i)_{i=0, \dots, n-1}$ строго возрастает, т.е. $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1}$. При необходимости последовательности $(x_i)_{i=0, \dots, n-1}$ и $(y_i)_{i=0, \dots, n-1}$ можно перенумеровать так, чтобы условие возрастания выполнялось.

Для точек u' и u'' таких, что $\{u', u''\} \cap \{x_i : i = 0, \dots, n-1\} = \emptyset$ и $u' < u''$, множество $K_{u'; u''}$ точек (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, n-1$ корреляционного поля $\mathbf{K}$, удовлетворяющих условию $u' < x_i < u''$, будем называть *полосовым участком*, а точки u' и u'' его узлами, левым и правым соответственно. Случай бесконечных узлов не исключается.

Узлы полосового участка $K_{u'; u''}$ определяются неоднозначно. Если $u' < x_0$, то в качестве левого узла можно взять любое число интервала $(-\infty; x_0)$ или $-\infty$. Если $x_0 < u' < x_{n-1}$, то найдется такое натуральное число k , что $0 < k < n-1$ и $x_{k-1} < u' < x_k$. В этом случае каждое число интервала $(x_{k-1}; x_k)$ может быть

взято в качестве левого узла. Если $x_{n-1} < u''$, то правым узлом может быть любое число интервала $(x_{n-1}; +\infty)$ или $+\infty$. Если $x_0 < u'' < x_{n-1}$, то найдется такое натуральное число l , что $0 < l \leq n-1$ и $x_{l-1} < u'' < x_l$. Тогда каждое число интервала $(x_{l-1}; x_l)$ может быть взято в качестве правого узла. Вопрос выбора хороших узлов, т.е. узлов, удовлетворяющих нужным условиям (например, оптимальности), остается открытым. В общем случае, когда на узлы не накладываются условия, левым узлом будем брать $-\infty$ или середину интервала $(x_{k-1}; x_k)$, а правым узлом $+\infty$ или середину интервала $(x_{l-1}; x_l)$.

С геометрической точки зрения для конечных узлов u' и u'' прямые $x = u'$ и $x = u''$ вырезают из корреляционного поля полосовой участок. Эти прямые будем называть *узловыми*.

Полосовым разбиением корреляционного поля будем называть конечную последовательность непустых попарно непересекающихся полосовых участков, объединение которых совпадает с корреляционным полем. При этом для каждого полосового участка этой последовательности, кроме последнего, его правый узел совпадает с левым узлом следующего участка данной последовательности. Элементы полосового разбиения будем называть *частичными участками разбиения*. Таким образом, последовательность $\mathbf{R} = (K_{u'_j; u''_j}^{(j)})_{j=1, \dots, m}$ полосовых участков является полосовым разбиением, если:

- 1) $K_{u'_j; u''_j}^{(j)} \neq \emptyset \quad \forall j = 1, \dots, m$;
- 2) $K_{u'_j; u''_j}^{(j)} \cap K_{u'_l; u''_l}^{(l)} = \emptyset \quad \forall j = 1, \dots, m; \quad \forall l = 1, \dots, m; \quad j \neq l$;
- 3) $u''_j = u'_{j+1} \quad \forall j = 1, \dots, m-1$.

Если число частичных участков полосового разбиения равно m , то их попарно различные узлы, расположенные в порядке возрастания, обозначим как

$$a, u^{(0)}, u^{(1)}, \dots, u^{(m-2)}, b. \quad (1)$$

Причем в общем случае, $a = -\infty$ и $b = +\infty$. Тогда $K_{a; u^{(0)}}$ — первый частичный участок разбиения; $K_{u^{(0)}; u^{(1)}}$ — второй, ..., $K_{u^{(m-2)}; b}$ — участок m . Найдется такая возрастающая последовательность $(s_j)_{j=1, \dots, m-1}$ первых $n-1$ натуральных чисел, что $x_{s_{j+1}-1} < u^{(j)} < x_{s_{j+1}}$ для каждого $j = 0, \dots, m-1$. Для удобства введем обозначения: $s_0 = 0$, $s_m = n$. Тогда:

$$\begin{aligned} K_{a; u^{(0)}} &= \{(x_i, y_i) : i = s_0, \dots, s_1 - 1\}; \\ K_{u^{(j-1)}; u^{(j)}} &= \{(x_i, y_i) : i = s_j, \dots, s_{j+1} - 1\}, \quad j = 1, \dots, m-2; \\ K_{u^{(m-2)}; b} &= \{(x_i, y_i) : i = s_{m-1}, \dots, s_m - 1\}. \end{aligned}$$

Геометрически прямые $x = u^{(0)}$, $x = u^{(1)}$, ..., $x = u^{(m-2)}$ разрезают корреляционное поле на полосовые участки, составляющие его полосовое разбиение.

Полосовой участок $K_{u'; u''}$ будем называть *линейным*, если, рассматривая его как отдельное корреляционное поле, можно эффективно применять линейную аппроксимацию. Полосовое разбиение корреляционного поля будем называть *линейным*, если каждый его частичный участок является линейным.

На данный момент нет четкого алгоритма построения линейного разбиения корреляционного поля. Можно предложить следующие правила: во-первых, линейность участка определяется визуально, а во-вторых, число таких линейных участков должно быть наименьшим. Поэтому первичной обработкой исходных данных является визуальный анализ корреляционного поля, результатом которого будет последовательность $(l_j)_{j=0, \dots, m-2}$ номеров правых концов интервалов $(x_{l_{j-1}}; x_{l_j})$, $j = 0, \dots, m-2$ для определения узлов $u^{(j)} \in (x_{l_{j-1}}; x_{l_j})$, $j = 0, \dots, m-2$ линейного разбиения $\mathbf{R}$.

Для каждого частичного участка линейного разбиения $\mathbf{R}$ на отрезке с концами в узлах построим линейную функцию таким образом, чтобы для любых двух соседних частичных участков данного разбиения в их общем узле значения линейных функций совпадали. В результате на интервале $(a; b)$ будет построена кусочно-линейная функция φ с фиксированными узлами (1):

$$\varphi(x) = \begin{cases} k^{(0)}x + l^{(0)}, & x < u^{(0)}, \\ \dots & \\ k^{(j)}x + l^{(j)}, & u^{(j-1)} < x < u^{(j)}, \quad j = 1, \dots, m-2, \\ \dots & \\ k^{(m-1)}x + l^{(m-1)}, & u^{(m-2)} < x, \end{cases} \quad (2)$$

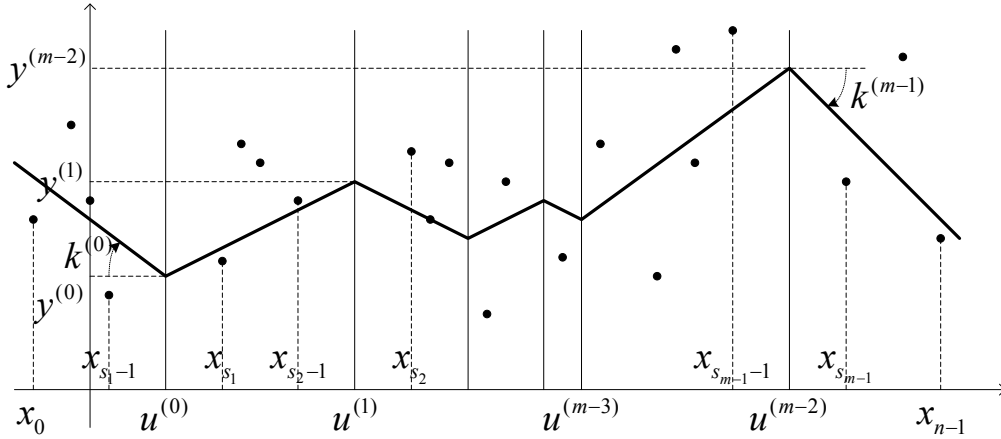


Рис. 1. Кусочно-линейная функция, определенная на линейном разбиении корреляционного поля

где

$$k^{(j)}u^{(j)} + l^{(j)} = k^{(j+1)}u^{(j)} + l^{(j+1)}, j = 0, \dots, m-2. \quad (3)$$

Значения кусочно-линейной функции φ в узлах $y^{(j)} = \varphi(u^{(j)}) = k^{(j)}u^{(j)} + l^{(j)}$ называют узловыми значениями.

Используя элементарные преобразования, с учетом условий (3), легко получить выражения для коэффициентов $l^{(0)}$, $k^{(j)}$, $l^{(j)}$, $j = 1, \dots, m-2$, $l^{(m-1)}$ через узлы и узловые значения. В таком случае кусочно-линейная функция φ примет вид

$$\varphi(x) = \begin{cases} y^{(0)} + k^{(0)}(x - u^{(0)}), & x \leq u^{(0)}, \\ \dots \\ \frac{y^{(i)}}{u^{(i)} - u^{(i-1)}}(x - u^{(i-1)}) - \frac{y^{(i-1)}}{u^{(i)} - u^{(i-1)}}(x - u^{(i)}), & u^{(i-1)} \leq x \leq u^{(i)}, i = 1, \dots, m-2 \\ \dots \\ y^{(m-2)} + k^{(m-1)}(x - u^{(m-2)}), & u^{(m-2)} \leq x. \end{cases} \quad (4)$$

Геометрически (рис. 1) левый кусок изображается лучом с началом в точке $(u^{(0)}; y^{(0)})$, правый кусок — лучом с началом в точке $(u^{(m-2)}; y^{(m-2)})$, промежуточный кусок i — отрезком с концами в точках $(u^{(i-1)}; y^{(i-1)})$ и $(u^{(i)}; y^{(i)})$ для каждого $i = 1, \dots, m-2$. Эти отрезки являются звеньями ломаной линии.

Из (4) видно, что кусочно-линейная функция φ зависит от $m+1$ параметров. Из них $m-1$ узловых значений $y^{(0)}, \dots, y^{(m-2)}$, перемещающих вершины ломаной вдоль узловых прямых $x = u^{(0)}, \dots, x = u^{(m-2)}$; $k^{(0)}$ — угловой коэффициент левого луча, поворачивающий его вокруг начала в точке $(u^{(0)}, y^{(0)})$; $k^{(m-1)}$ — угловой коэффициент правого луча, позволяющий поворачивать его вокруг начала $(u^{(m-2)}, y^{(m-2)})$.

Таким образом, мы построили класс кусочно-линейных функций с фиксированными узлами. Именно в этом классе, методом наименьших квадратов, мы будем искать аппроксимирующую функцию.

2. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В КЛАССЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ С ФИКСИРОВАННЫМИ УЗЛАМИ

Сумма квадратов отклонений точек корреляционного поля K от кусочно-линейной непрерывной функции (4) имеет вид:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=0}^{n-1} (y_i - \varphi(x_i))^2 = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{i=s_j}^{s_{j+1}-1} (y_i - \varphi(x_i))^2 = \sum_{j=0}^{m-1} (y_i - \varphi(x_i))^2 + \sum_{j=1}^{m-2} \sum_{i=s_j}^{s_{j+1}-1} (y_i - \varphi(x_i))^2 + \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} (y_i - \varphi(x_i))^2 = \\ &= \sum_{i=s_0}^{s_1-1} (y_i - y^{(0)} - k^{(0)}(x_i - u^{(0)}))^2 + \sum_{j=1}^{m-2} \sum_{i=s_j}^{s_{j+1}-1} \left(y_i - \frac{y^{(j)}}{u^{(j)} - u^{(j-1)}}(x_i - u^{(j-1)}) + \frac{y^{(j-1)}}{u^{(j)} - u^{(j-1)}}(x_i - u^{(j)}) \right)^2 + \\ &\quad + \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} (y_i - y^{(m-2)} - k^{(m-1)}(x_i - u^{(m-2)}))^2. \end{aligned}$$

Обозначим $x_i^{(j)} = x_i - u^{(j)}$, $j = 0, \dots, m-2$, тогда

$$S = \sum_{i=s_0}^{s_1-1} (y_i - y^{(0)} - k^{(0)} x_i^{(0)})^2 + \sum_{j=1}^{m-2} \sum_{i=s_j}^{s_{j+1}-1} \left(y_i - \frac{y^{(j)}}{u^{(j)} - u^{(j-1)}} x_i^{(j-1)} + \frac{y^{(j-1)}}{u^{(j)} - u^{(j-1)}} x_i^{(j)} \right)^2 + \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} (y_i - y^{(m-2)} - k^{(m-1)} x_i^{(m-2)})^2. \quad (5)$$

Согласно методу наименьших квадратов оценки параметров функции регрессии, представленной кусочно-линейной непрерывной функцией с фиксированными узлами, находятся как решение оптимизационной модели $S = S(k^{(0)}, k^{(m-1)}, y^{(0)}, y^{(1)}, \dots, y^{(m-2)}) \rightarrow \min$.

Необходимые условия локального экстремума функции от нескольких переменных имеют вид:

$$\frac{\partial S}{\partial k^{(0)}} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial y^{(0)}} = 0, \quad \dots, \quad \frac{\partial S}{\partial k^{(m-1)}} = 0. \quad (6)$$

Введем в рассмотрение величины групповых сумм:

$$\begin{aligned} S_p(x^{(p)2}) &= \sum_{i=s_p}^{s_{p+1}-1} x_i^{(p)2}, \quad S_p(x^{(p)}y) = \sum_{i=s_p}^{s_{p+1}-1} x_i^{(p)} y_i, \quad S_{p+1}(x^{(p)}y) = \sum_{i=s_{p+1}}^{s_{p+2}-1} x_i^{(p)} y_i, \quad S_{p+1}(x^{(p)2}) = \sum_{i=s_{p+1}}^{s_{p+2}-1} x_i^{(p)2}, \\ S_p(x^{(p-1)}x^{(p)}) &= \sum_{i=s_p}^{s_{p+1}-1} x_i^{(p-1)} x_i^{(p)}, \quad p = 0, \dots, m-2; \\ S_0(x^{(0)}) &= \sum_{i=s_0}^{s_1-1} x_i^{(0)}, \quad S_0(y) = \sum_{i=s_0}^{s_1-1} y_i, \quad S_{m-1}(x^{(m-2)}) = \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} x_i^{(m-2)}, \quad S_{m-1}(y) = \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} y_i. \end{aligned}$$

Тогда частные производные от S , с учетом (5), примут следующий вид.

Частная производная по $k^{(0)}$:

$$\frac{\partial S}{\partial k^{(0)}} = -2 \sum_{i=s_0}^{s_1-1} (y_i - y^{(0)} - k^{(0)} x_i^{(0)}) x_i^{(0)}.$$

Отсюда

$$0,5 \frac{\partial S}{\partial k^{(0)}} = -S_0(x^{(0)}y) + y^{(0)} S_0(x^{(0)}) + k^{(0)} S_0(x^{(0)2}). \quad (7)$$

Частная производная по $y^{(0)}$:

$$\frac{\partial S}{\partial y^{(0)}} = -2 \sum_{i=s_0}^{s_1-1} (y_i - y^{(0)} - k^{(0)} x_i^{(0)}) + 2 \sum_{i=s_1}^{s_2-1} \left(y_i - \frac{y^{(1)}}{u^{(1)} - u^{(0)}} x_i^{(0)} + \frac{y^{(0)}}{u^{(1)} - u^{(0)}} x_i^{(1)} \right) \frac{1}{u^{(1)} - u^{(0)}} x_i^{(1)}.$$

Тогда

$$0,5 \frac{\partial S}{\partial y^{(0)}} = k^{(0)} S_0(x^{(0)}) + y^{(0)} \left(n^{(0)} + \frac{S_1(x^{(1)2})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} \right) - y^{(1)} \frac{S_1(x^{(0)}x^{(1)})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} - S_0(y) + \frac{S_1(x^{(1)}y)}{u^{(1)} - u^{(0)}}. \quad (8)$$

Для произвольного $p = 1, \dots, m-3$ находим частную производную по $y^{(p)}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial y^{(p)}} &= -2 \sum_{i=s_p}^{s_{p+1}-1} \left(y_i - \frac{y^{(p)}}{u^{(p)} - u^{(p-1)}} x_i^{(p-1)} + \frac{y^{(p-1)}}{u^{(p)} - u^{(p-1)}} x_i^{(p)} \right) \frac{1}{u^{(p)} - u^{(p-1)}} x_i^{(p-1)} + \\ &+ 2 \sum_{i=s_{p+1}}^{s_{p+2}-1} \left(y_i - \frac{y^{(p+1)}}{u^{(p+1)} - u^{(p)}} x_i^{(p)} + \frac{y^{(p)}}{u^{(p+1)} - u^{(p)}} x_i^{(p+1)} \right) \frac{1}{u^{(p+1)} - u^{(p)}} x_i^{(p+1)}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} 0,5 \frac{\partial S}{\partial y^{(p)}} &= -y^{(p-1)} \frac{S_p(x^{(p-1)}x^{(p)})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2} + y^{(p)} \left(\frac{S_p(x^{(p-1)2})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2} + \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)2})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2} \right) - \\ &- y^{(p+1)} \frac{S_{p+1}(x^{(p)}x^{(p+1)})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2} + \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)}y)}{u^{(p+1)} - u^{(p)}} - \frac{S_p(x^{(p-1)}y)}{u^{(p)} - u^{(p-1)}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Частная производная по $y^{(m-1)}$:

$$\frac{\partial S}{\partial y^{(m-2)}} = -2 \sum_{i=s_{m-2}}^{s_{m-1}-1} \left(y_i - \frac{y^{(m-2)} x_i^{(m-3)}}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} + \frac{y^{(m-3)} x_i^{(m-2)}}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} \right) \frac{x_i^{(m-3)}}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} - 2 \sum_{i=s_{m-1}}^{s_m-1} (y_i - y^{(m-2)} - k^{(m-1)} x_i^{(m-2)}).$$

Тогда

$$0,5 \frac{\partial S}{\partial y^{(m-2)}} = -y^{(m-3)} \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}x^{(m-2)})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + y^{(m-2)} \left(\frac{S_{m-2}(x^{(m-3)2})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + n^{(m-1)} \right) +$$

$$+ k^{(m-1)} S_{m-1}(x^{(m-2)}) - \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}y)}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} - S_{m-1}(y). \quad (10)$$

Частная производная по $k^{(m-1)}$:

$$\frac{\partial S}{\partial k^{(m-1)}} = -2 \sum_{i=s_{m-1}}^{s_{m-1}-1} (x_i^{(m-2)} y_i - y^{(m-2)} x_i^{(m-2)} - k^{(m-1)} x_i^{(m-2)2}).$$

Тогда

$$0,5 \frac{\partial S}{\partial k^{(m-1)}} = y^{(m-2)} S_{m-1}(x^{(m-2)}) + k^{(m-1)} S_{m-1}(x^{(m-2)2}) - S_{m-1}(x^{(m-2)}y). \quad (11)$$

Подставляя правые части равенств (7)–(11) в систему (6), получим систему уравнений:

$$k^{(0)} S_0(x^{(0)2}) + y^{(0)} S_0(x^{(0)}) = S_0(x^{(0)}y),$$

$$k^{(0)} S_0(x^{(0)}) + y^{(0)} \left(n^{(0)} + \frac{S_1(x^{(1)2})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} \right) - y^{(1)} \frac{S_1(x^{(0)}x^{(1)})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} = S_0(y) - \frac{S_1(x^{(1)}y)}{u^{(1)} - u^{(0)}}, \quad p=1, \dots, m-3;$$

$$-y^{(p-1)} \frac{S_p(x^{(p-1)}x^{(p)})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2} + y^{(p)} \left(\frac{S_p(x^{(p-1)2})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2} + \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)2})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2} \right) - y^{(p+1)} \frac{S_{p+1}(x^{(p)}x^{(p+1)})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2} =$$

$$= \frac{S_p(x^{(p-1)}y)}{u^{(p)} - u^{(p-1)}} - \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)}y)}{u^{(p+1)} - u^{(p)}}, \quad (12)$$

$$-y^{(m-3)} \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}x^{(m-2)})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + y^{(m-2)} \left(\frac{S_{m-2}(x^{(m-3)2})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + n^{(m-1)} \right) + k^{(m-1)} S_{m-1}(x^{(m-2)}) =$$

$$= \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}y)}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} + S_{m-1}(y),$$

$$y^{(m-2)} S_{m-1}(x^{(m-2)}) + k^{(m-1)} S_{m-1}(x^{(m-2)2}) = S_{m-1}(x^{(m-2)}y).$$

Из первого уравнения системы (12) находим

$$k^{(0)} = \frac{S_0(x^{(0)}y)}{S_0(x^{(0)2})} - y^{(0)} \frac{S_0(x^{(0)})}{S_0(x^{(0)2})}. \quad (13)$$

Правую часть равенства (13) подставим во второе уравнение системы (12):

$$y^{(0)} \left(n^{(0)} + \frac{S_1(x^{(1)2})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} - \frac{S_0(x^{(0)})^2}{S_0(x^{(0)2})} \right) - y^{(1)} \frac{S_1(x^{(0)}x^{(1)})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} = S_0(y) - \frac{S_1(x^{(1)}y)}{u^{(1)} - u^{(0)}} - \frac{S_0(x^{(0)}y)S_0(x^{(0)})}{S_0(x^{(0)2})}.$$

Фактически мы из второго уравнения системы (12) исключили $k^{(0)}$. Подобным образом из последнего равенства системы (12) будем иметь

$$k^{(m-1)} = \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)}y)}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})} - y^{(m-2)} \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)})}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})}. \quad (14)$$

С помощью равенства (14) из предпоследнего уравнения системы (12) исключаем $k^{(m-1)}$ и приходим к уравнению:

$$-y^{(m-3)} \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}x^{(m-2)})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + y^{(m-2)} \left(\frac{S_{m-2}(x^{(m-3)2})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + n^{(m-1)} - \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)})^2}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})} \right) =$$

$$= \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}y)}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} + S_{m-1}(y) - \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)}y)S_{m-1}(x^{(m-2)})}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})}.$$

К двум уравнениям, полученным из второго и предпоследнего уравнения системы (12) исключением $k^{(0)}$ и $k^{(m-1)}$, добавляем неиспользованные уравнения системы (12). Приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} a_{0,0}y^{(0)} + a_{0,1}y^{(1)} = b_0, \\ a_{p,p-1}y^{(p-1)} + a_{p,p}y^{(p)} + a_{p,p+1}y^{(p+1)} = b_p, \quad p = 1, \dots, m-3, \\ a_{m-2,m-3}y^{(m-3)} + a_{m-2,m-2}y^{(m-2)} = b_{m-2}, \end{cases} \quad (15)$$

коэффициенты которой определяются равенствами:

$$a_{0,0} = n^{(0)} + \frac{S_1(x^{(1)2})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2} - \frac{S_0(x^{(0)2})}{S_0(x^{(0)2})}, \quad a_{0,1} = -\frac{S_1(x^{(0)}x^{(1)})}{(u^{(1)} - u^{(0)})^2}, \quad b_0 = S_0(y) - \frac{S_1(x^{(1)}y)}{u^{(1)} - u^{(0)}} - \frac{S_0(x^{(0)}y)S_0(x^{(0)})}{S_0(x^{(0)2})}; \quad (16)$$

$$a_{p,p-1} = -\frac{S_p(x^{(p-1)}x^{(p)})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2}, \quad a_{p,p} = \frac{S_p(x^{(p-1)2})}{(u^{(p)} - u^{(p-1)})^2} + \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)2})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2}, \quad a_{p,p+1} = -\frac{S_{p+1}(x^{(p)}x^{(p+1)})}{(u^{(p+1)} - u^{(p)})^2}, \quad (17)$$

$$b_p = \frac{S_p(x^{(p-1)}y)}{u^{(p)} - u^{(p-1)}} - \frac{S_{p+1}(x^{(p+1)}y)}{u^{(p+1)} - u^{(p)}}, \quad p = 1, \dots, m-3;$$

$$a_{m-2,m-3} = -\frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}x^{(m-2)})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2}, \quad a_{m-2,m-2} = \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)2})}{(u^{(m-2)} - u^{(m-3)})^2} + n^{(m-1)} - \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)})^2}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})}, \quad (18)$$

$$b_{m-2} = \frac{S_{m-2}(x^{(m-3)}y)}{u^{(m-2)} - u^{(m-3)}} + S_{m-1}(y) - \frac{S_{m-1}(x^{(m-2)}y)S_{m-1}(x^{(m-2)})}{S_{m-1}(x^{(m-2)2})}, \quad p = m-2.$$

Именно точечные оценки параметров $y^{(0)}, \dots, y^{(m-2)}$ находятся как решения системы уравнений (15).

Система уравнений (15) называется *трехдиагональной*. Известен *метод прогонки* решения такой системы (см., например, (Ильин, Кузнецов, 1985, с. 50)). Для полноты изложения приведем его в разд. 3.

3. МЕТОД ПРОГОНКИ РЕШЕНИЯ ТРЕХДИАГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Главные миноры матрицы системы (15) обладают свойствами:

$$M_0 = a_{0,0}, \quad M_1 = \begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{vmatrix} = a_{0,0}a_{1,1} - a_{1,0}a_{0,1} = a_{1,1}M_0 - a_{1,0}a_{0,1}. \quad (19)$$

Раскладывая по последней строке, будем иметь

$$M_p = \begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{p-2,p-2} & a_{p-2,p-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{p-1,p-2} & a_{p-1,p-1} & a_{p-1,p} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{p,p-1} & a_{p,p} \end{vmatrix} = a_{p,p}M_{p-1} - a_{p,p-1}a_{p-1,p}M_{p-2}.$$

Вспомогательные определители получаются из главных миноров заменой последнего столбца столбцом свободных членов:

$$M_{0;b} = b_0, \quad M_{1;b} = \begin{vmatrix} a_{0,0} & b_0 \\ a_{1,0} & b_1 \end{vmatrix} = a_{0,0}b_1 - a_{1,0}b_0 = b_1M_0 - a_{1,0}M_{0;b}. \quad (20)$$

Раскладываем по последней строке

$$M_{p;b} = \begin{vmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & 0 & \dots & 0 & 0 & b_0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & 0 & 0 & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{p-2,p-2} & a_{p-2,p-1} & b_{p-2} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{p-1,p-2} & a_{p-1,p-1} & b_{p-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_{p,p-1} & b_p \end{vmatrix} = b_pM_{p-1} - a_{p,p-1}M_{p-1;b}.$$

Из первого уравнения системы (15) получим

$$y^{(0)} = \frac{b_0}{a_{0,0}} - \frac{a_{0,1}}{a_{0,0}} y^{(1)}. \quad (21)$$

Методом математической индукции доказывается, что выполняются равенства

$$y^{(p)} = \frac{M_{p;b}}{M^p} - \frac{M_{p-1} a_{p,p+1}}{M^p} y^{(p+1)}, \quad p = 1, \dots, m-3; \quad (22)$$

$$y^{(m-3)} = \frac{M_{m-3;b}}{M_{m-3}^p} - \frac{M_{m-4} a_{m-3,m-2}}{M_{m-3}^p} y^{(m-2)}, \quad p = m-3. \quad (23)$$

Уравнение (23) и последнее уравнение системы (15) приводят к системе двух линейных уравнений с переменными $y^{(m-3)}$ и $y^{(m-2)}$.

Методом Крамера решения систем линейных уравнений приходим к равенству

$$y^{(m-2)} = M_{m-2;b} / M_{m-2}. \quad (24)$$

Подставляя правую часть (24) в (23), находим $y^{(m-3)}$. Применяя к равенству (22) индукцию спуска, получим все значения $y^{(p)}$ от $p = m-4$ до $p = 1$ включительно. Подставляя $y^{(1)}$ в (21), находим $y^{(0)}$, что завершает решение системы (15).

Для решения системы (12) необходимо выполнить еще два шага. Значение $y^{(m-2)}$ подставить в равенство (14) и определить $k^{(m-1)}$, а $y^{(0)}$ подставить в равенство (13) и найти $k^{(0)}$. Решив систему (12), мы найдем точечные оценки параметров аппроксимирующей функции (4).

Равенства (21)–(24) совместно с (13) и (14) составляют каркас алгоритма определения точечных оценок параметров аппроксимирующей функции. Остановимся на этом подробнее.

4. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АППРОКСИМИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ В КЛАССЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИЙ С ФИКСИРОВАННЫМИ УЗЛАМИ

Входными данными являются массивы значений $(x_i)_{i=0,\dots,n-1}$, $(y_i)_{i=0,\dots,n-1}$ и $(u^{(j)})_{j=0,\dots,m-2}$. По ним вычисляются групповые суммы, которые сохраняются в специальных переменных и массивах. Затем находим коэффициенты и свободные члены системы (15) и сохраняем их значения в отдельном массиве. После этого рассчитываем значения главных миноров и вспомогательных определителей и сохраняем их в двух массивах. Применяя равенства (21)–(24) к элементам двух последних массивов, мы найдем $y^{(p)}$ для $p = 0, \dots, m-2$. В заключение равенствами (13) и (14) получаем $k^{(0)}$, $k^{(m-1)}$. Алгоритм возвращает массив значений параметров $y^{(p)}$, $p = 0, \dots, m-2$, $k^{(0)}$, $k^{(m-1)}$.

Данный алгоритм реализован на языке Python в виде функции `Gluing_m_Linear_Pieces()`.

Вычисление значения аппроксимирующей функции в точке реализуется с помощью функции `mLinearGluing()`, а на векторе — с помощью функции `mLinearGluingV()`.

Напомним, что последовательность узлов $(u^{(j)})_{j=0,\dots,m-2}$ построена в разд. 1 по номерам l_j , $j = 0, \dots, m-2$ правых концов интервалов $(x_{l_{j-1}}; x_{l_j})$. Функция `IndexKnot()` принимает массивы $(l_j)_{j=0,\dots,m-2}$ и $(x_i)_{i=0,\dots,n-1}$ и возвращает массив узлов $(u^{(j)})_{j=0,\dots,m-2}$ как середины $u^{(j)} = 0,5(x_{l_{j-1}} + x_{l_j})$, $j = 0, \dots, m-2$ соответствующих интервалов.

Также организована функция `mLinearGluingDeter()` для вычисления коэффициента детерминации R^2 .

5. ПРИМЕР

Работу алгоритма из разд. 4 проиллюстрируем на следующем примере. В табл. 1 приведены значения $(x_i)_{i=0,\dots,45}$, $(y_i)_{i=0,\dots,45}$ соответствующих значений объясняющей X и зависимой Y переменных. Согласно алгоритму, составляем корреляционное поле (рис. 2).

Проводим визуальный анализ на обнаружение линейного разбиения данного корреляционного поля. Выбираем интервалы: $(6;6,5)$, $(9,5;10)$, $(15;15,5)$, $(17;17,5)$, $(20,5;21)$. Находим их середины

$$u^{(0)} = 0,5(6 + 6,5) = 6,25; \quad u^{(1)} = 0,5(9,5 + 10) = 9,75; \quad u^{(2)} = 0,5(15 + 15,5) = 15,25;$$

$$u^{(3)} = 0,5(17 + 17,5) = 17,25; \quad u^{(4)} = 0,5(20,5 + 21) = 20,75.$$

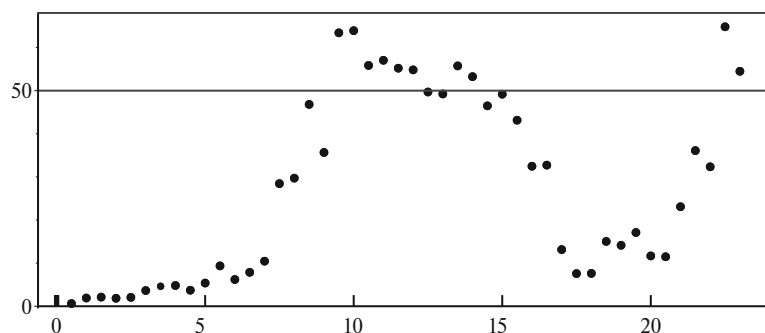


Рис. 2. Корреляционное поле

Примечание. Рис. 2–4 выполнены в Python с помощью пакета расширений matplotlib.

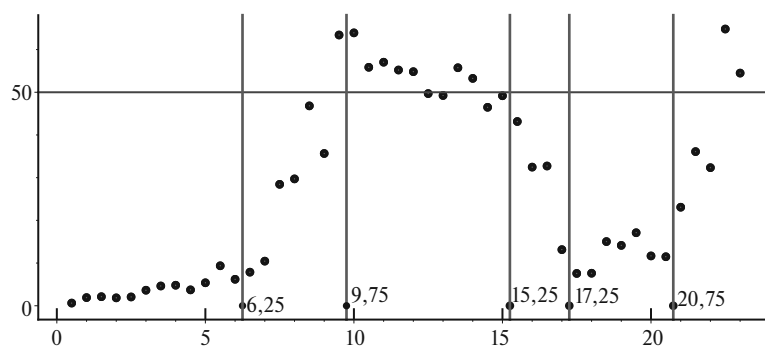


Рис. 3. Визуальный анализ корреляционного поля с построением линейного разбиения

Таблица 1. Значения соответствующих значений объясняющей X и зависимой Y переменных

i	x	y	i	x	y	i	x	y
1	0,5	0,63	17	8,5	46,81	33	16,5	32,73
2	1	1,91	18	9	35,66	34	17	13,14
3	1,5	2,12	19	9,5	63,41	35	17,5	7,57
4	2	1,85	20	10	63,91	36	18	7,62
5	2,5	2,06	21	10,5	55,85	37	18,5	15,03
6	3	3,64	22	11	57,04	38	19	14,14
7	3,5	4,63	23	11,5	55,21	39	19,5	17,1
8	4	4,81	24	12	54,82	40	20	11,67
9	4,5	3,72	25	12,5	49,69	41	20,5	11,48
10	5	5,38	26	13	49,24	42	21	23,08
11	5,5	9,36	27	13,5	55,74	43	21,5	36,1
12	6	6,2	28	14	53,25	44	22	32,34
13	6,5	7,87	29	14,5	46,48	45	22,5	64,81
14	7	10,45	30	15	49,18	46	23	54,49
15	7,5	28,44	31	15,5	43,15			
16	8	29,71	32	16	32,47			

Вертикальные прямые $x = 6,25$, $x = 9,75$, $x = 15,25$, $x = 17,25$, $x = 20,75$ разбивают корреляционное поле на шесть полосовых участков. В пределах каждого участка можно эффективно проводить линейную аппроксимацию. Следовательно, все полосовые участки являются линейными, образуя линейное разбиение данного корреляционного поля, а точки 6,25; 9,75; 15,25; 17,25 и 20,75 — его конечными узлами (рис. 3).

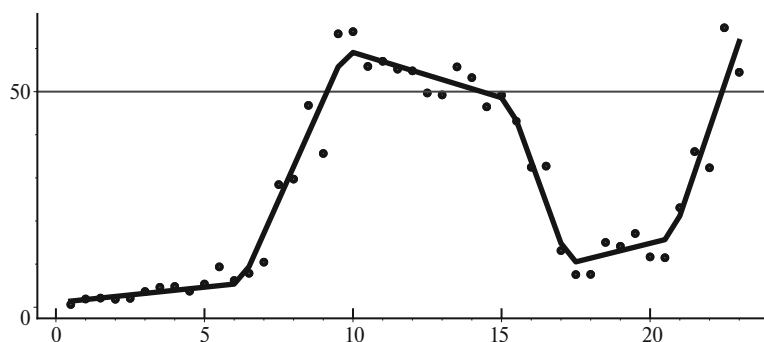


Рис. 4. Корреляционное поле и кусочно-линейная аппроксимирующая функция

Таблица 2. Значения кусочно-линейной аппроксимирующей функции

i	$\varphi(x_i)$	i	$\varphi(x_i)$	i	$\varphi(x_i)$	i	$\varphi(x_i)$	i	$\varphi(x_i)$
1	1,42	11	5,008	21	58,042	31	43,314	41	15,676
2	1,779	12	5,366	22	56,991	32	33,822	42	21,163
3	2,137	13	9,408	23	55,94	33	24,331	43	31,279
4	2,496	14	17,133	24	54,89	34	14,839	44	41,394
5	2,855	15	24,857	25	53,839	35	10,523	45	51,509
6	3,214	16	32,582	26	52,788	36	11,381	46	61,625
7	3,572	17	40,307	27	51,737	37	12,24		
8	3,931	18	48,031	28	50,687	38	13,099		
9	4,29	19	55,756	29	49,636	39	13,958		
10	4,649	20	59,093	30	48,585	40	14,817		

К массивам $(x_i)_{i=0,\dots,45}$, $(y_i)_{i=0,\dots,45}$, $(u^{(j)})_{j=0,\dots,4}$ применяем функцию `Gluing_m_LinearPieces()`. Находим массив параметров (коэффициентов) аппроксимирующей функции $y^{(0)} = 5,545729$; $y^{(1)} = 59,61817$; $y^{(2)} = 48,05973$; $y^{(3)} = 10,0931$; $y^{(4)} = 16,10552$; $k^{(0)} = 0,717556$; $k^{(4)} = 20,23084$.

Далее вычисляем значения кусочно-линейной функции в точках x массива $(x_i)_{i=0,\dots,45}$ с помощью функции `mLinearGluing()` и получаем массив значений (табл. 2). С помощью найденных значений строим график аппроксимирующей функции (рис. 4). С помощью функции `mLinearGluingDeter()` вычисляем коэффициент детерминации $R^2 = 0,9571$.

6. ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Разработан метод построения парной регрессионной модели в классе кусочно-линейных функций с фиксированными узлами. В результате визуального анализа корреляционного поля определяются фиксированные узлы кусочно-линейной функции и строятся групповые суммы. По формулам (16)–(18) вычисляются коэффициенты системы (15), которая решается методом прогонки. Из равенств (13) и (14) находим угловые коэффициенты.

Представлен алгоритм вычисления точечных оценок параметров аппроксимирующей функции в классе кусочно-линейных функций с фиксированными узлами. Этот алгоритм реализован на языке Python в виде пользовательской функции.

Улучшить полученные результаты можно решив следующие задачи.

1. Нахождение оптимальных фиксированных узлов (1). Оптимальность понимается в смысле обеспечения минимума суммы квадратов отклонений (5). При этом областью изменения узла $u^{(j)}$ является интервал $(x_{s_{j+1}-1}; x_{s_{j+1}})$, $j = 0, \dots, m-2$. Если рассматривать сумму квадратов отклонений S как функцию $2m$ переменных $S(k^{(0)}, k^{(m-1)}, y^{(0)}, \dots, y^{(m-2)}, u^{(0)}, \dots, u^{(m-2)})$, то частные производные $\partial S / \partial u^{(\alpha)}$, $\alpha = 0, \dots, m-2$ выражаются через переменные $k^{(0)}, k^{(m-1)}, y^{(0)}, y^{(1)}, \dots, y^{(m-2)}, u^{(0)}, u^{(1)}, \dots, u^{(m-2)}$.

нелинейно. В таком случае уравнения $\partial S / \partial u^{(\alpha)} = 0$, $\alpha = 0, \dots, m-2$ относительно указанных переменных являются нелинейными. Так что при решении системы для отыскания неизвестных оценок можно столкнуться с серьезными трудностями.

2. Используя основные предпосылки регрессионного анализа определить интервальные оценки для параметров $k^{(0)}$, $k^{(m-1)}$, $y^{(0)}$, ..., $y^{(m-2)}$, а также для математического ожидания объясняемой переменной y , и прогнозного значения этой переменной.

3. Нахождение оптимального числа фиксированных узлов кусочно-линейной аппроксимирующей функции. Под оптимальностью понимается наименьшее значение m , при котором достигается наибольшее значение коэффициента детерминации R^2 . Можно попробовать следующий алгоритм. Определяем коэффициент детерминации R_0^2 линейной регрессионной модели. Далее каждый новый узел $u^{(j)}$ добавляем так, чтобы коэффициент детерминации R^2 увеличивался.

4. Разработка универсального алгоритма по определению оптимального числа оптимальных фиксированных узлов кусочно-линейной функции регрессии и нахождение точечных и интервальных оценок ее параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Боровской И.Г., Костелей Я.В.** (2017). Прогнозная модель финансовых рядов на основе кусочно-линейной аппроксимации // *Доклады ТУСУРа*. Т. 20. № 2. С. 73–75. [**Borovskoy I.G., Kosteley Y.V.** (2017). Use of piecewise-linear approximation to identify trends in the financial market. *Proceedings of TUSUR University*, 20, 2, 73–75 (in Russian).]
- Иванова Н.К., Лебедева С.А., Носков С.И.** (2016). Идентификация параметров некоторых негладких регрессий // *Информационные технологии и проблемы математического моделирования в управлении сложными системами*. № 17. С. 107–110. [**Ivanova N.K., Lebedeva S.A., Noskov S.I.** (2016). Identification of parameters of some nonsmooth regressions. *Information Technologies and Problems of Mathematical Modeling in the Management of Complex Systems in the Management of Complex Systems*, 7, 107–110 (in Russian).]
- Ильин В.П., Кузнецов Ю.И.** (1985). *Трёхдиагональные матрицы и их приложения*. Москва: Наука. [**Ilyin V.P., Kuznetsov Yu.I.** (1985). *Tridiagonal matrices and their applications*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Носков С.И.** (2013). Оценивание параметров аппроксимирующей функции с постоянными пропорциями // *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*. № 2. С. 135–136. [**Noskov S.I.** (2013). Estimation of parameters of the approximating function with constant proportions. *Modern Technologies. System Analysis. Modeling*, 2, 135–136 (in Russian).]
- Носков С.И.** (2023). Подход к формализации вложенной кусочно-линейной регрессии // *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*. № 1–2 (76). С. 218–220. [**Noskov S.I.** (2023). Approach to formalizing nested piece-linear regression. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*, 1–2 (76), 218–220 (in Russian).]
- Носков С.И., Лоншаков Р.В.** (2008). Идентификация параметров кусочно-линейной регрессии // *Информационные технологии и проблемы математического моделирования в управлении сложными системами*. № 6. С. 63–64. [**Noskov S.I., Lonshakov R.V.** (2008). Identification of parameters of piecewise linear regression. *Information Technologies and Problems of Mathematical Modeling in the Management of Complex Systems*, 6, 63–64 (in Russian).]
- Носков С.И., Хоняков А.А.** (2019). Программный комплекс построения некоторых типов кусочно-линейных регрессий // *Информационные технологии и математическое моделирование в управлении сложными системами*. № 3. С. 47–55. [**Noskov S.I., Khonyakov A.A.** (2019). A software package for constructing some types of piecewise linear regressions. *Information Technologies and Mathematical Modeling in the Management of Complex Systems*, 3, 47–55 (in Russian).]

Paired piecewise linear regression model with fixed nodes

© 2024 K.M. Zubrilin

K.M. Zubrilin,

Branch of Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Kerch State Maritime Technological University» in Feodosiya, Feodosiya, Russia; e-mail: kzubrilin@yandex.ru

Received 25.05.2023

Abstract. In this paper we develop a method for constructing a paired regression model in the class of piecewise linear continuous functions with fixed nodes. The concept of linear division of the correlation field, its partial sections and its nodes is introduced into consideration. Using the linear division of the correlation field, a class of piecewise linear functions with fixed nodes is determined. The linear division is revealed during the visual analysis of the correlation field. Using the least squares method, a system of linear equations is compiled to find point estimates of the parameters of the approximating function. With the exception of two unknown angular coefficients (unknown) this system is reduced to a tridiagonal system of equations, the unknowns of which are the nodal values of the approximating function. The tridiagonal system is solved by the run-through method. An algorithm was constructed to demonstrate the operation of the developed method. Its initial data is arrays of the corresponding values of the explanatory and dependent variables, as well as an array of numbers of the right ends of the intervals defining the nodes. An array of fixed nodes is constructed from an array of values of the explanatory variable and an array of numbers of the right ends of the intervals. Next, an array of point estimates of the parameters of the approximating function is constructed. This algorithm is implemented in Python in the form of user-defined functions.

Keywords: correlation field, linear division of the correlation field, piecewise linear function with fixed nodes, piecewise linear approximation, paired regression model, least squares method, tridiagonal system, run-through method.

JEL Classification: C20.

UDC: 330.43.

For reference: **Zubrilin K.M.** (2024). Paired piecewise linear regression model with fixed nodes. *Economics and Mathematical Methods*, 60, 4, 113–124. DOI: 10.31857/S0424738824040103 (in Russian).

К юбилею Е.В. Устюжаниной



Мы поздравляем с юбилеем нашего постоянного автора и заместителя главного редактора журнала «Экономика и математические методы», главного научного сотрудника, руководителя отделения макроэкономики и моделирования региональных систем, руководителя лаборатории институциональной динамики ЦЭМИ РАН, доктора экономических наук — Устюжанину Елену Владимировну!

Елена Владимировна родилась в Москве в 1954 г. В 1977 г. Елена Владимировна с отличием окончила отделение экономической кибернетики экономического факультета МГУ и год проработала в ВНИИПОУ. В 1978 г. она поступила в очную аспирантуру ВНИИСИ ГКНТ и АН СССР (научный руководитель В.Г. Гребенников) и в 1982 г. получила ученую степень кандидата экономических наук (специальность 08.00.13). С 1981 по 1992 г. она работала научным сотрудником сначала в ВНИИСИ ГКНТ и АН СССР, а затем в Институте экономики и прогнозирования НТП АН СССР (впоследствии — ИНП АН СССР).

С 1992 по 2000 г. Елена Владимировна занималась консультационной деятельностью. Сначала была директором отделения СП «Внешконсульт» (Ernst&Young), а затем — генеральным директором АО «АСК-Центр». Среди компаний, которым Е.В. Устюжанина оказывала консультационные услуги в качестве руководителя консультационных проектов: РКК «Энергия», АО «АЛРОСА», Киноконцерн «Мосфильм», АО «Авиационный комплекс имени С.В. Ильюшина», АО «Иркутское авиационное производственное объединение», АО «Московский вертолетный завод им. М.Л. Миля», АО «Уралэлектротяжмаш», АО «Турбомоторный завод», АО «Кыштымский медеэлектролитный завод», АО «Усть-Илимский целлюлозно-бумажный комбинат» и др.

В 2000 г. Елена Владимировна переходит на работу в ЦЭМИ РАН на должность ведущего научного сотрудника и через шесть лет защищает докторскую диссертацию на тему «Институциональные структуры собственности и управления в современной российской экономике» (специальность 08.00.05, специализация «Теория управления экономическими системами»). С 2008 г. Е.В. Устюжанина — главный научный сотрудник ЦЭМИ РАН. В настоящее время она руководит отделением макроэкономики и моделирования региональных систем и лабораторией институциональной динамики ЦЭМИ РАН.

Елена Владимировна ведет активную преподавательскую работу. В течение шести лет (с 2013 по 2019 г.) она была заведующей кафедры экономической теории ФГБОУ ВО «Российский

экономический университет имени Г.В. Плеханова» (институциональная экономика) (в настоящее время она — профессор этой кафедры). Елена Владимировна преподает в Московской школе экономики МГУ имени М.В. Ломоносова (сетевая экономика). Многие годы Елена Владимировна читала лекции в Государственном университете управления (МВА, аспирантура, магистратура, бакалавриат) и Высшей школе государственного администрирования МГУ (МВА). Под ее руководством подготовлены и защищены три кандидатские и одна докторская диссертации. Е.В. Устюжанина — соавтор более 10 учебников и учебных пособий, среди которых «Экономика», «Корпоративные финансы», «Корпоративное управление», «Институциональная экономика», «Микроэкономика» и др.

Елена Владимировна — заместитель главного редактора журнала «Экономика и математические методы» РАН, член редколлегии журнала «Вестник Российского экономического университета». Член диссертационных советов ЦЭМИ РАН и Финансового университета, эксперт РФФИ и РНФ. Е.В. Устюжанина является заместителем Председателя Оргкомитета Международной школы-семинара «Системное моделирование социально-экономических процессов» и соруководителем конференции «Сетевая экономика» Российского экономического конгресса.

Круг научных интересов Е.В. Устюжаниной очень широк. К основным научным направлениям ее исследовательской деятельности относятся институциональная экономика, институт собственности, цифровые платформы, сетевая экономика, корпоративное управление, корпоративные финансы, ценообразование на неконкурентных рынках, экономико-математическое моделирование социально-экономических систем.

Елена Владимировна создала комплекс экономико-математических моделей ценообразования на неконкурентных рынках, в том числе в условиях двухсторонней монополии и на рынках сетевых благ. Разработала концепции сетевой трансформации экономики и сетевого капитала компаний, входящих в цепочки создания стоимости. Создала методологию исследования сетевых структур, применение которой позволило измерить тесноту связей и уровень зависимости участников высокотехнологичных сетей создания стоимости, а также проверить ряд гипотез о распределении внутри таких сетей добавленной стоимости. Она построила систему моделей исторической эволюции института собственности, позволившая выявить основные тенденции изменения отношений власти и собственности. Исследовала тенденции изменения базовых институтов рыночной экономики под влиянием цифровизации и построила классификация видов сетевого капитала компаний, предложила подход к измерению сетевого капитала.

Е.В. Устюжанина — автор и соавтор 220 научных работ, 42 работы опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science и SCOPUS. Имеет 10 свидетельств РИД.

В журнале «Экономика и математические методы» были опубликованы такие ее работы, как «Современные проблемы собственности в социалистической экономике» (1990), «Приватизация: уроки истории» (2006), «Кризис корпоративной формы собственности и особенности его протекания в России» (2011), «Использование методов оценки имущества для экономического обоснования цены продукции» (2013), «Модель ценообразования на рынке сетевых благ в условиях дуополистической конкуренции» (2018), «Сравнительный анализ стратегий динамического ценообразования на рынках сетевых благ в случаях монополии и предконкурентного стратегического альянса» (2019), «Проблемы распределения власти и экономической ренты в сетях создания стоимости» (2020), «Транзакционные цифровые платформы: задача обеспечения эффективности» (2021), «Сетевая экономика как социально-экономическая модель» (2022), «Тенденции изменения содержания труда на разных этапах исторического развития» (2022), «Взаимовлияние различных видов доверия в российском обществе» (2023) и др.

Елене Владимировна,

*редколлегия журнала и ваши коллеги поздравляют вас с юбилеем и желают
здоровья, благополучия и новых творческих свершений!*

СОДЕРЖАНИЕ ЗА 2024 ГОД (ТОМ 60)

	№	Стр.
Теоретические и методологические проблемы		
Дементьев В.Е. Парадокс капиталоемкости	2	27
Комарова И.П., Устюжанина Е.В. О подходе к измерению сетевого капитала компании	4	5
Лосик И.В., Сидоренко С.В., Сидоренко М.Ю., Бахтизин А.Р. Информационные войны современности и моделирование распространения новостей	2	14
Рубинштейн А.Я., Чуковская Е.Э. Наука, знание и интеллектуальная собственность: десять лет спустя. Часть 1	1	5
Рубинштейн А.Я., Чуковская Е.Э. Наука, знание и интеллектуальная собственность: десять лет спустя. Часть 2	2	5
Седунова Р.Т., Голиченко О.Г. Взаимосвязь результативности инновационной деятельности промышленных предприятий и показателей технологической новизны продукции	3	5
Мировая экономика		
Вареник М.С. Сфера исследований и разработок во влиянии на экономики стран мира: статистический анализ	4	15
Кудрявцева О.В., Чернявский С.В., Уткина А.В. Экономический рост в развитых и развивающихся странах при переходе к возобновляемым источникам энергии	2	40
Непп А.Н., Джураева З.Ф. Стал ли COVID-19 причиной девальвации рубля и валют развивающихся стран?	1	17
Плущевская Ю.Л. Модель «векового» цикла накопления финансового капитала	3	
Фальцман В.К. Экологическая трансформация капитализма	3	20
Федорова Е.А., Мешкова Е.И., Невредин А.Р. Генезис международного банковского регулирования: обзор литературы с применением текстового анализа	1	31
Народнохозяйственные проблемы		
Засмолин А.Д. Большая квартальная байесовская векторная авторегрессия для современной российской экономики	4	50
Куницына Н.Н., Дюдикова Е.И., Лазба Ф.А. Занятость в неформальном секторе: причины негативных тенденций	1	46
Курочкин С.В., Макушкин М.С. Динамика формы кривой бескупонной доходности российских государственных облигаций	4	40
Писарева О.М. Анализ санкционной устойчивости секторов экономики: приоритеты суверенного развития и технологической модернизации	4	27
Со С., Костырин Е.В. Моделирование пенсионных доходов и расходов на основе уравнения Ферхюльста и полиномиальной регрессии с демографическими прогнозами	2	50
Торопцев Е.Л., Кандохова М.М., Гудиева Н.Г. Динамический межотраслевой баланс как инструмент анализа структурной политики	3	43
Удод В.А., Касачева О.В. Прогнозирование доходов и расходов Социального фонда России по обязательному социальному страхованию на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством	2	67
Региональные проблемы		
Гайнанов Д.А., Гатауллин Р.Ф., Аслаева С.Ш. Перспективы развития обрабатывающих производств в Республике Башкортостан в новых экономических условиях	2	80
Гончарова К.С., Коломыцева А.О., Шеломенцев А.Г., Павлов М.В. Системно-динамическая имитационная модель социально-экономического развития Республики Южная Осетия	1	72
Окрепилов В.В., Гагулина Н.Л. Моделирование качества жизни Санкт-Петербурга и регионов Северо-Запада	3	54
Потравный И.М., Новоселов А.Л., Новоселова И.Ю. Сравнительная эффективность проектов развития арктических регионов	1	59

Отраслевые проблемы

Арсланов М.В., Ратникова Т.А. Ценовой индекс на компьютерные игры: что скрыто от невооруженного взгляда?	3	82
Быстров А.В., Радайкин А.Г., Загуменнов Ф.А., Бутенко Ю.В. Экосистемная модель развития отрасли беспилотных авиационных систем	3	70
Денисова А.И., Созаева Д.А., Гончар К.В., Александров Г.А. Прогнозирование вероятности незакрытия торгов по госзакупке лекарственных препаратов	4	65
Касьянова К.А. Сравнение динамики спотовых цен на электричество в европейской и сибирской ценовых зонах в модели стохастической волатильности	1	85
Комарова И.П. Коллективная эффективность сетевых структур на примере автомобилестроения	1	97
Урюпин И.В., Власенко А.О. Оценка прямых эксплуатационных расходов для перспективных воздушных судов с альтернативными типами силовых установок	2	92

Экологические проблемы

Кудрявцева О.В., Качалов Р.М., Чернявский С.В., Макеева Н.Н. Эколого-экономические эффекты зеленого финансирования	4	77
---	---	----

Математический анализ экономических моделей

Акбердина В.В., Шориков А.Ф., Коровин Г.Б., Сиротин Д.В. Агент-ориентированная модель трехуровневого иерархического минимаксного управления региональным промышленным комплексом	3	94
Бекларян Л.А., Бекларян Г.Л., Акопов А.С., Хачатрян Н.К. Динамические и агентные модели интеллектуальных транспортных систем	2	105
Бекларян Л.А., Борисова С.В., Акопов А.С., Хачатрян Н.К. Новые аспекты развития однопродуктовой динамической модели Канторовича замещения производственных фондов	4	87
Богатов Е.М., Демидова Е.Г. Об одном статистическом методе анализа сбалансированности экономических процессов	1	121
Жданев О.В., Овсянников И.Р. Экономическая модель распространения инноваций	4	102
Зубрилин К.М. Парная кусочно-линейная регрессионная модель с фиксированными узлами	4	113
Ильинский Д.Г., Измалков С.Б., Савватеев А.В. Survival of the strongest in a sequential true	1	133
Косимов З.О. Методы оценивания интегрированной дисперсии: проблемы устойчивости к скачкам в высокочастотных временных рядах	3	107
Муляев К.Н., Переход С.А. Оценка деформации кривых волатильности российского фондового рынка на примере маржируемых опционов на фьючерсные контракты на индекс РТС	3	118
Орлова Е.В. Гибридный подход к моделированию факторов производительности труда: синтез рандомизированных контролируемых экспериментов и причинных байесовских сетей	1	108
Панов П.А. О местоположении геометрических медиан треугольников	2	139
Теплова Т.В., Соколова Т.В., Ханиев А. Портфельные построения на рынке акций на основе методов оболочечного анализа и стохастической границы	2	123

* * *

В.В. Окрепилову — 80	1	141
В.Л. Квинту — 75	1	143
К юбилею Е.В. Устюжаниной	4	125