

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Об одном статистическом методе анализа сбалансированности
экономических процессов

© 2024 г. Е. М. Богатов, Е. Г. Демидова

Е. М. Богатов,

ГФ НИТУ «МИСИС», Губкин; СТИ НИТУ МИСИС, Старый Оскол; e-mail: embogatov@inbox.ru

Е. Г. Демидова

СТИ НИТУ «МИСИС», Старый Оскол; e-mail: dmitrikeg@mail.ru

Поступила в редакцию 06.03.2023

Авторы выражают благодарность рецензенту за проделанную работу и конструктивные замечания, направленные на улучшение статьи.

Аннотация. В работе предложен статистический подход к определению стабильности и устойчивости экономических процессов на основе анализа динамики средних \bar{X} и стандартных отклонений S одного или нескольких показателей, характеризующих эти процессы. В соответствии с указанным подходом предложен метод построения допустимых границ изменения \bar{X} и S , аналогичный методу, применяемому при контроле качества технологических процессов посредством контрольных карт Шухарта или Хотеллинга. Выход за пределы указанных границ показателя \bar{X} (S) будет свидетельствовать о нестабильности (неустойчивости) соответствующего процесса. Процесс, обладающий свойством стабильности и устойчивости, одновременно определяется авторами как сбалансированный. Представленный в работе метод анализа экономических процессов отличается от традиционного тем, что позволяет не только сравнить ретроспективные показатели анализируемого предприятия со среднеотраслевым или рекомендуемым значением, но и определить тенденцию поведения анализируемого процесса в рамках допустимых границ. Границы устанавливаются на основе статистического анализа показателей этого процесса по однородной выборке, включающей аналогичные компании. Предложенная методика позволяет оценивать динамику разброса значений показателей, что также является немаловажным фактором исследования экономических процессов. Метод был апробирован в рамках анализа финансово-экономического процесса, характеризующегося коэффициентами финансовой устойчивости и рентабельности продаж ряда российских металлургических компаний, наблюдаемыми в течение десяти лет (2012–2021 гг.).

Ключевые слова: допустимые границы, стабильность, устойчивость, сбалансированность, экономические процессы, оценка, статистический анализ, многомерный анализ.

Классификация JEL: C33, E27.

УДК: 519.23:330.4

Для цитирования: **Богатов Е. М., Демидова Е. Г.** (2024). Об одном статистическом методе анализа сбалансированности экономических процессов // *Экономика и математические методы*. Т. 60. № 1. С. 121–132. DOI: 10.31857/S0424738824010103

1. ВВЕДЕНИЕ

Серьезные внешние вызовы последних лет кардинально изменили социально-экономическую среду в России. В условиях динамичной внешней среды особую актуальность приобретают вопросы обеспечения стабильности и устойчивости экономических процессов как на микро-, так и на макроуровне (Арсланов, 2022). Вопрос относительно сущности этих понятий в экономике остается дискуссионным (Зотова, Маркина, 2020, с. 151). Экономическая наука имеет дело со сложным характером поведения постоянно изменяющейся управляемой системы, которую нужно идентифицировать на стабильность и устойчивость. Таким образом, возникает необходимость в интегрированном подходе к рассмотрению сущности понятий «стабильность» и «устойчивость» с позиции выработки структурированного определения, которое отражало бы понимание данных категорий на основе их оценки и мониторинга с целью формирования адекватных механизмов управления этой системой.

Уже несколько десятилетий назад к определению стабильности и устойчивости в экономике (на разных уровнях) применялся естественно-научный подход, основанный на идеях, пришедших по большей части из теории динамических систем (Рогова, 2011, с. 223). Однако конкретных инструментов для его

реализации до сих пор, по-видимому, представлено не было. Традиционные методы количественного анализа экономических процессов основаны на ретроспективных данных бухгалтерской, управленческой и статистической отчетности. Качественный анализ строится на экспертных оценках, методе построения сценариев, деловых играх, т.е. на так называемых неформализуемых оценках, что побуждает искать более адекватные способы анализа наблюдаемых процессов.

Цель настоящей работы — ликвидировать этот пробел, дать внятные определения стабильности и устойчивости экономического процесса, а также практический инструментарий их проверки.

2. МЕТОДЫ

Для анализа стабильности *технологических процессов* можно использовать интервальные оценки параметров, характеризующих эти процессы (ожидаемого размера детали, разброса относительно этого размера и т.п.) (Логанина, Федосеев, 2007, § 3.2). Специфика массового производства позволяет выдвинуть гипотезу о том, что обсуждаемые параметры подчинены нормальному закону распределения. Это дает возможность применять известные формулы для расчета доверительных границ (см., например, (Соловьев, Богатов, 2021, гл. 5)). Например, для математического ожидания доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2}(n-1); \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha/2}(n-1) \right), \quad (1)$$

где \bar{x} — выборочное среднее; α — уровень значимости; $t_p(k)$ — квантиль распределения Стьюдента уровня p с k степенями свободы; s — стандартное отклонение.

Для дисперсии доверительный интервал можно представить как

$$\left(X_p^2(n-1); X_{1-\alpha/2}^2(n-1) \right), \quad (2)$$

где $X_p^2(n-1)$ — квантиль распределения Пирсона уровня p с $(n-1)$ степенями свободы.

В соответствии с правилом трех сигм, если выбранный показатель x стабилен, его наблюдаемые значения должны попадать в интервал $(\bar{x} - 3s; \bar{x} + 3s)$. На этом принципе основано построение контрольных карт Шухарта (Логанина, Федосеев, 2007, § 4), в которых оценки вида (1)–(2) позволяют определить допустимые коридоры возможных изменений параметров технологического процесса.

Предлагаем распространить указанную методику для анализа *экономических процессов*.

Сузим рассмотрение процессов на какой-либо сегмент, характеризующийся набором из n предприятий. Будем осуществлять анализ стабильности процесса путем измерения какого-либо экономического показателя x через равные промежутки времени t_1, \dots, t_k . Результатом будут временные ряды панельных данных, соответствующие двумерным таблицам вида

$t \backslash x$	x_1	...	x_n
t_1	x_{11}	...	x_{1n}
...
t_k	x_{k1}	...	x_{kn}

Построение допустимого коридора начинается с вычисления средних по столбцам (по предприятиям), что дает новый ряд наблюдений:

$$\begin{matrix} \bar{x} & \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_k \\ t & t_1 & t_2 & \dots & t_k \end{matrix},$$

где \bar{x}_i — среднее арифметическое по столбцу i исходной таблицы данных.

Для вычисления верхней и нижней допустимой границы изменения \bar{x} целесообразно использовать формулы вида (Логанина, Федосеев, 2007, гл. 4):

$$m_0 \pm 3\hat{\sigma} / \sqrt{n}, \quad (3)$$

где m_0 — среднесегментное значение показателя x , $m_0 = (1/k) \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$; n — объем выборки.

Несмещенная оценка дисперсии показателя x считается по формуле

$$\hat{\sigma} = \bar{s} / c, \quad (4)$$

где \bar{s} — среднее стандартное отклонение по k выборкам, $\bar{s} = (1/k) \sum_{i=1}^k s_i$; s_i — стандартное отклонение выборки i ;

$$c = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \times \frac{\Gamma(0,5n)}{\Gamma(0,5(n-1))}, \tag{5}$$

$\Gamma(x)$ — гамма-функция.

Экономический процесс, определяемый показателем x , будем называть *стабильным*, если средние по сегменту значения x не будут выходить за пределы указанных допустимых границ.

Приведенная методика может быть также распространена и на анализ разброса значений экономических показателей. Здесь за основу имеет смысл взять формулу границ доверительного интервала для среднего квадратичного отклонения (СКО) нормальной совокупности при условии малости выборок ($n < 25$) (Клячкин, 2014, гл. 4):

$$\bar{s} \left(1 \pm \frac{u_{1-\alpha/2}}{c_0} \sqrt{\frac{2(n-1) - 2nc_0^2}{2n}} \right), \tag{6}$$

где $c_0 = c\sqrt{(n-1)/n}$; u_β — квантиль нормального распределения уровня β , определяемый по правилу трех сигм: $u_{1-\alpha/2} = 3$.

Допустимые границы изменения СКО имеют вид

$$(B_3\bar{s}, B_4\bar{s}), \tag{7}$$

где B_3, B_4 — коэффициенты, которые табулированы в зависимости от n (Клячкин, 2014, с. 297).

Экономический процесс, определяемый показателем x , будем называть *устойчивым*, если СКО выборок не выйдут за пределы допустимых границ, построенных на основе формулы (7).

Экономический процесс, определяемый показателем x , будем называть *сбалансированным*, если он стабилен и устойчив одновременно. В этом случае колебания его средних значений и отклонений не должны выходить за пределы допустимых границ.

В соответствии с центральной предельной теоремой допущение о нормальности распределения среднего значения экономического показателя $\bar{X} = (X_1 + \dots + X_m) / m$ в пределах конкретного сегмента будет правдоподобным, если выполнены гипотезы о равенстве средних значений и дисперсий X_i , число предприятий в этом сегменте m достаточно велико и X_i являются независимыми величинами (Кремер, 2001, § 6.5).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве эмпирической базы будем использовать данные бухгалтерской отчетности девяти крупных компаний металлургической отрасли за 10 лет¹, на основе которых рассчитаем коэффициент финансовой устойчивости (Демидова Е., Демидов В., 2023, с. 24) (табл. 1, рис. 1).

Таблица 1. Коэффициенты финансовой устойчивости (КФУ) по предприятиям, входящим в выборку

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Среднее по сегменту	Среднее отклонение
2012	0,81	0,84	0,72	0,41	0,70	0,65	0,67	0,44	0,89	0,68	0,165192
2013	0,82	0,86	0,81	0,75	0,77	0,52	0,62	0,77	0,73	0,74	0,106792
2014	0,77	0,84	0,8	0,76	0,69	0,73	0,59	0,82	0,65	0,74	0,082399
2015	0,72	0,84	0,61	0,78	0,7	0,77	0,52	0,85	0,73	0,73	0,10779
2016	0,81	0,78	0,75	0,76	0,68	0,76	0,65	0,73	0,87	0,76	0,066631
2017	0,78	0,77	0,7	0,62	0,71	0,77	0,71	0,75	0,91	0,75	0,079488
2018	0,77	0,75	0,84	0,67	0,69	0,69	0,8	0,76	0,63	0,73	0,067499
2019	0,76	0,78	0,78	0,55	0,74	0,59	0,59	0,70	0,78	0,7	0,094222
2020	0,71	0,74	0,72	0,77	0,62	0,7	0,79	0,75	0,60	0,71	0,064495
2021	0,73	0,62	0,59	0,6	0,58	0,54	—	0,58	0,81	0,63	0,090603
Среднее значение										$\bar{X} = 0,72$	$\bar{S} = 0,09$

¹ Самые крупные металлургические предприятия в России: топ-10 (<https://top10a.ru/samye-krupnye-metallurgicheskie-kombinaty-v-rossii.html>).

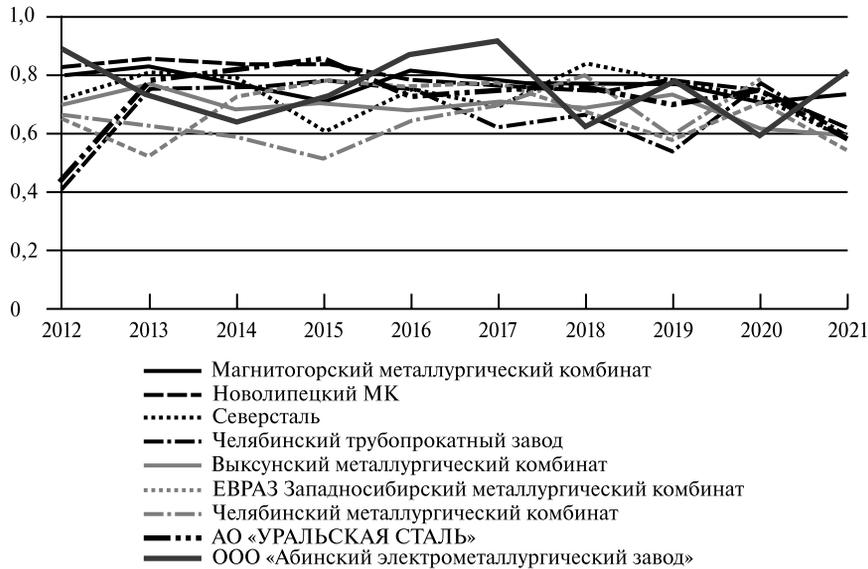


Рис. 1. Динамика коэффициентов финансовой устойчивости

Чтобы обосновать однородность указанной выборки, проверим две гипотезы с уровнем значимости $\alpha = 0,01$.

Гипотеза 1. Равенство средних значений коэффициента финансовой устойчивости (КФУ) по критерию Фишера в рамках однофакторного дисперсионного анализа (Кремер, 2001).

Гипотеза 2. Равенство дисперсий КФУ по критерию Хартли (Кобзарь, 2006, с. 421).

По критерию Фишера проверяемая H_0 и конкурирующая H_1 гипотезы имеют вид: H_0 — все средние величины КФУ по всем предприятиям равны; H_1 — найдется хотя бы одно предприятие, у которого среднее значение КФУ статистически значимо отличается от остальных.

Наблюдаемое значение статистики Фишера F_n вычисляется как отношение межгрупповой выборочной дисперсии к внутригрупповой (эта операция может быть проделана с помощью MS Excel). В нашем случае $F_n \approx 2,558$. Сравнивая это значение с квантилем распределения Фишера $F_{кр} = F_{0,99}(8; 80) \approx 2,74$, получаем неравенство $F_n < F_{кр}$, поэтому у нас нет оснований отвергнуть гипотезу 1 (все средние значения КФУ отличаются незначительно).

По критерию Хартли проверяемая H_0 и конкурирующая H_1 гипотезы имеют вид: H_0 — все дисперсии КФУ по всем предприятиям равны; H_1 — найдется хотя бы одно предприятие, у которого дисперсия КФУ статистически значимо отличается от остальных.

Наблюдаемое значение статистики Хартли вычисляется как отношение максимальной дисперсии по группе выборок к минимальной. В нашем случае $D_{min} = 0,001507$; $D_{max} = 0,01489$, поэтому $H_B = D_{max}/D_{min} = 9,88$. По таблице значений критических точек распределения Хартли (см., например, (Степнов, 2005)) имеем $H_{кр} = 14,7$. Таким образом, аналогично предыдущему случаю имеем неравенство $H_B < H_{кр}$ и гипотеза 2 не отвергается (все дисперсии КФУ отличаются незначительно).

Поскольку и дисперсии, и средние значения КФУ в группе предприятий из выбранного сегмента оказались равными, есть основания считать, что они принадлежат к одной генеральной совокупности. Естественно предположить, что предприятия из выбранного сегмента проводят независимую финансовую политику, следовательно, случайные величины X_1, \dots, X_9 , где X_i — величина КФУ предприятия i , также являются независимыми. Таким образом, мы находимся в условиях центральной предельной теоремы ($M(X_1) = \dots = M(X_m)$; $D(X_1) = \dots = D(X_m)$; X_i — независимы) и величина $(X_1 + \dots + X_9)/9$ может считаться распределенной по нормальному закону.

Переходим к построению допустимых границ среднего значения КФУ по формулам, вытекающим из (3)–(4):

$$B_r = \bar{\bar{x}} + \bar{s} A_3; \quad (8)$$

$$H_r = \bar{\bar{x}} - \bar{s} A_3, \quad (9)$$

Таблица 2. Расчетные данные для построения допустимого коридора среднего по сегменту КФУ

Показатель	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Данные для расчета допустимых границ	
КФУ	0,69	0,74	0,74	0,73	0,76	0,75	0,73	0,7	0,71	0,63	0,72	\bar{x}
V_r	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,81	0,09	\bar{s}
H_r	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	1,032	A_3
Среднее КФУ	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72		

где $A_3 = 3 / (c\sqrt{n})$ — коэффициент, числовое значение которого можно взять из таблиц по статистическому контролю качества (Клячкин, 2014, с. 297); величина c определяется по формуле (5).

В табл. 2 представлены верхние (V_r) и нижние границы (H_r) допустимого колебания коэффициента финансовой устойчивости, рассчитанные по формулам (8)–(9). На рис. 2 представлена динамика среднесегментного значения КФУ в 2012–2021 гг.

Как мы видим, в течение анализируемого периода средний по сегменту коэффициент финансовой устойчивости находится в рамках допустимого коридора, поэтому соответствующий экономический процесс стабилен. Однако с 2019 г. отмечается его снижение, и в 2021 г. средний КФУ приближается к нижней допустимой границе. С экономической точки зрения полученные данные свидетельствуют о снижении с 2020 г. финансовой независимости металлургических компаний, входящих в выборку, и росте краткосрочных заемных источников финансирования в структуре их капитала, так как КФУ показывает соотношение собственных и долгосрочных заемных источников финансирования активов к общему размеру капитала компании. Такая ситуация приводит к росту финансовых рисков, что уменьшает инвестиционную привлекательность и негативно сказывается на рыночной стоимости компаний. Кроме того, наряду с другими факторами, такими как давление импорта и перераспределение рынков, выявленная тенденция может препятствовать выходу компаний черной металлургии на новый качественный уровень развития (Чернобровин, 2020, с. 15).

Дальнейшее снижение КФУ с большой долей вероятности может привести к выходу показателя за доверительные границы. Можно предположить, что на сегмент негативно влияют внешние, общие для всех компаний, факторы, которые могут привести к нарушению стабильности экономического процесса. Эти факторы, а также основные стимулы, влияющие на финансовое состояние компаний металлургической отрасли и определяющие тенденции их развития, представлены в работах (Штанский, Краснова, 2011; Штанский, 2008; Юзов, Седых, Афонин, 2009) и др.

Колебания анализируемого показателя в рамках доверительных границ вблизи среднего по сегменту значения, наоборот, свидетельствуют о стабильном состоянии экономического процесса.

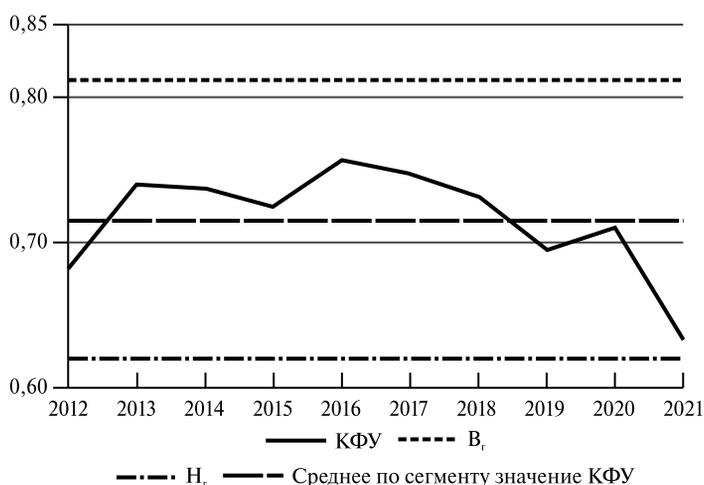


Рис. 2. Динамика изменения среднего по сегменту КФУ с учетом допустимых границ

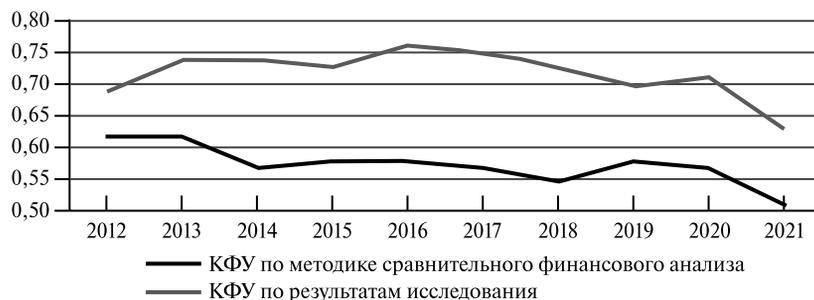


Рис. 3. Сравнительный анализ динамики среднего значения КФУ, рассчитанного по результатам исследования и методикам сравнительного анализа по данным Росстата и ФНС

Таблица 3. Расчетные данные для построения допустимого коридора изменения среднего в сегменте СКО

Показатель	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Данные для расчета допустимых границ	
	Отклонение КФУ	0,17	0,11	0,08	0,11	0,07	0,08	0,07	0,09	0,06	0,09	0,093
Среднесементное отклонение	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09		
B_T	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	1,761	B_4
H_T	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,239	B_3

Сопоставление полученных результатов с результатами анализа отраслевых показателей, расчет которых был основан на другой методологической базе, представлены на рис. 3.

График динамики коэффициента финансовой устойчивости, рассчитанной по выборке, состоящей из девяти крупнейших предприятий металлургической отрасли с ОКВЭД 24, находится выше, чем среднеотраслевой, рассчитываемый по данным Росстата и ФНС России по 165 крупным предприятиям металлургической отрасли с выручкой более 2 млрд руб.², так как в более широкую выборку также попадают компании с меньшей капитализацией, чем анализируемые. Однако представленные графики демонстрируют схожую тенденцию на конец анализируемого периода, что позволяет использовать полученные результаты для дальнейшего анализа экономического процесса.

Проведем теперь анализ динамики колебаний отклонений от среднего по сегменту показателя по данным табл. 3 (визуализация средних по сегменту отклонений КФУ с использованием формулы (8) показана на рис. 4).

График процесса выходит за пределы допустимых границ только в 2012 г., далее размах колебаний уменьшается и процесс входит в рамки допустимых границ. Наименьшее значение колебания среднего по сегменту значения СКО отмечается в 2016 г., далее отклонение плавно увеличивается

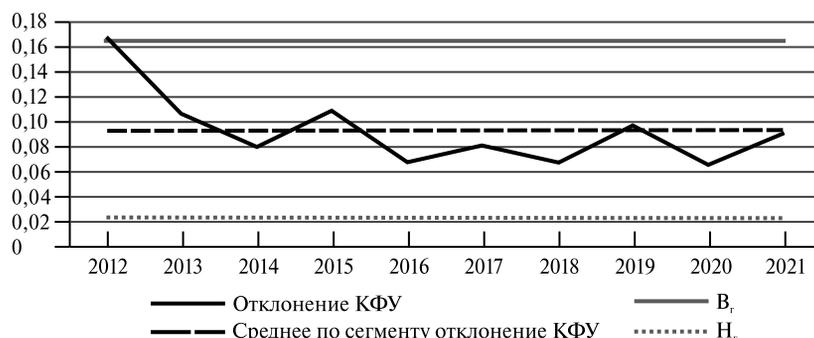


Рис. 4. Динамика колебаний отклонения от среднего по сегменту КФУ с учетом допустимых границ

² Финансовый анализ — сравнение с отраслевыми показателями и конкурентами (<https://www.testfirm.ru/>).

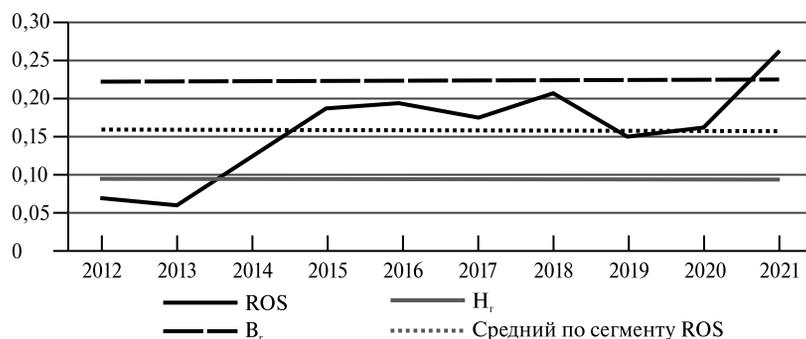


Рис. 5. Динамика изменения среднего по сегменту ROS с учетом допустимых границ

до 2019 г.; в 2020 г. отмечается снижение отклонений, но на конец 2021 г. оно растет и достигает среднего по сегменту значения.

Сравнение графиков, представленных на рис. 2 и 4, дает возможность сделать вывод о том, что наибольшее среднее значение коэффициента финансовой устойчивости компаний анализируемого сегмента отмечается в 2016 г., при этом среднесегментное отклонение данного показателя имеет одно из самых низких значений, что может свидетельствовать о благоприятном влиянии на финансовую устойчивость факторов внешней среды. В 2021 г. среднесегментное значение КФУ имеет наименьшее значение, а колебания отклонений от среднего резко возрастают в сравнении с 2020 г., что свидетельствует о тенденции к разбалансированности соответствующего экономического процесса.

Отметим, что далеко не все экономические процессы, характеризующиеся отдельными показателями, являются сбалансированными. В качестве примера можно привести процесс, определяемый изменчивостью коэффициента рентабельности продаж (ROS)³. Его анализ по приведенной выше схеме указывает на нестабильность указанного процесса (рис. 5).

В 2012 и 2013 г. значение коэффициента рентабельности находится ниже допустимой границы. Это связано как с колебаниями цен на внутреннем и внешнем рынках, так и с ростом потребности в обслуживании внешних долгов компаний (Чернобровин, 2020, с. 8). На протяжении периода 2014–2020 гг. средняя рентабельность продаж колеблется в рамках допустимых границ, а в 2021 г. она выходит за верхнюю границу допустимых значений.

Интерпретацию хода экономического процесса с точки зрения его сбалансированности удобно проводить на основе деления коридора допустимых границ на зоны равной ширины, соответствующие правилу трех сигм. Ориентиром здесь может служить ГОСТ Р 50779.42-99 (Кумэ, 1990), где рассмотрены примеры ситуаций, указывающих на наличие особых причин нарушения стабильности процесса.

Поскольку экономические процессы, как правило, характеризуются несколькими показателями, имеет смысл проводить их статистический анализ с учетом возможного взаимного влияния этих показателей, отражаемого посредством ковариационной матрицы. По аналогии с технологическими процессами в качестве контролируемой величины будем здесь использовать обобщенную статистику Хотеллинга (Клячкин, 2011; Ryan, 2011):

$$T^2 = n(\bar{x} - \bar{\mu})^T S^{-1} (\bar{x} - \bar{\mu}), \tag{10}$$

где \bar{x} — вектор среднесегментных средних; $\bar{\mu}$ — вектор целевых средних; S — выборочная оценка матрицы Σ . При этом нижняя граница допустимого коридора изменения статистики T^2 принимается равной нулю, а верхняя рассчитывается по следующей формуле (Клячкин, 2011, гл. 2)

$$B_r = k^{-1}q(m-1)(n-1)F_{1-\alpha}(q, k), \tag{11}$$

где n — объем выборки; q — число параметров; m — размер выборки; $k = mn - m - q + 1$; $F_{1-\alpha}(q, k)$ — квантиль распределения Фишера уровня $(1 - \alpha)$ со степенями свободы q, k (см., например, (Соловьёв, Богатов, 2021, гл. 2)).

³ Отношение прибыли от продаж к выручке.

Для анализа многомерного рассеяния существует несколько подходов (Клячкин, 2011, § 3.2). Один из наиболее простых из них состоит в построении допустимых границ изменения обобщенной дисперсии (определителя ковариационной матрицы) по правилу трех сигм (Aparizi, Carrion, Jabaloyes, 1999):

$$B_r = (\det S)(b_1 + 3\sqrt{b_2}), \quad H_r = \max\{0, (\det S)(b_1 - 3\sqrt{b_2})\},$$

где величины b_i зависят только от объема выборки и определяются через дроби, содержащие выражения вида $(n+j)$, где $j = 1, \dots, q$ (Клячкин, 2011, с. 94). В двумерном случае они имеют вид $b_1 = (n-2)/(n-1)$, $b_2 = (4n+2)(n-2)/(n-1)^3$, а оценка ковариационной матрицы может быть представлена так:

$$S = \begin{pmatrix} \bar{s}_1^2 & r\bar{s}_1\bar{s}_2 \\ r\bar{s}_1\bar{s}_2 & \bar{s}_2^2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где \bar{s}_i — среднее стандартное отклонение показателя X_i ; r — выборочный коэффициент корреляции между X_1 и X_2 .

Запишем двумерный вектор целевых средних следующим образом: $\bar{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^T$, где μ_i — целевое среднесегментное значение показателя i , а вместо \bar{x} в формулу (10) необходимо последовательно подставлять векторы вида $\bar{X}_j = (\bar{x}_{1j}, \bar{x}_{2j})^T$, где \bar{x}_{ij} — среднесегментное значение показателя i , вычисленное по выборке j ($j = 1, \dots, m$).

Нахождение выборочных характеристик показателей, а также вычисление допустимых границ целесообразно выполнять с помощью электронных таблиц (MS Excel или OpenOffice Calc). Выбор показателей для проведения двумерного анализа экономических процессов основывается на том, что возможные значения данных коэффициентов по смыслу должны варьировать в одинаковых пределах (от нуля до единицы), чтобы коридоры их допустимых границ находились в одной числовой шкале. Это позволяет корректно сопоставлять полученные результаты.

В качестве примера проведем анализ стабильности⁴ экономического процесса, характеризующегося, помимо коэффициента финансовой устойчивости X_1 , также рентабельностью продаж ROS X_2 , рассчитанной по пяти предприятиям⁵ и десяти годам (табл. 4, выборка 2). Здесь, как и для КФУ, тоже оказались выполненными гипотезы о равенстве средних и дисперсий. На рис. 6 представлена динамика коэффициентов рентабельности продаж предприятий, попавших в выборку 2. Динамика среднесегментного значения ROS и КФУ по выборке 2 представлена на рис. 5 и 7.

Таблица 4. Коэффициенты рентабельности продаж по предприятиям, входящим в выборку 2

Год	Выборка					Среднее по сегменту	Среднее отклонение
	1	2	3	4	5		
2012	0,09	0,03	0,07	0,11	0,04	0,07	0,034
2013	0,05	-0,003	0,07	0,13	0,06	0,06	0,048
2014	0,15	0,13	0,17	0,11	0,09	0,13	0,03
2015	0,23	0,17	0,24	0,19	0,1	0,19	0,056
2016	0,23	0,17	0,22	0,19	0,16	0,19	0,03
2017	0,22	0,17	0,19	0,19	0,1	0,17	0,045
2018	0,25	0,23	0,23	0,17	0,14	0,2	0,047
2019	0,19	0,14	0,14	0,21	0,08	0,15	0,051
2020	0,18	0,14	0,18	0,23	0,08	0,16	0,056
2021	0,31	0,27	0,3	0,25	0,18	0,26	0,052
Среднее значение						0,158	0,045

⁴ Определение стабильности процесса со многими показателями остается прежним, см. разд. 3.

⁵ Такое число предприятий в выборке 2 обусловлено требованием к ее однородности по отношению к рентабельности продаж.

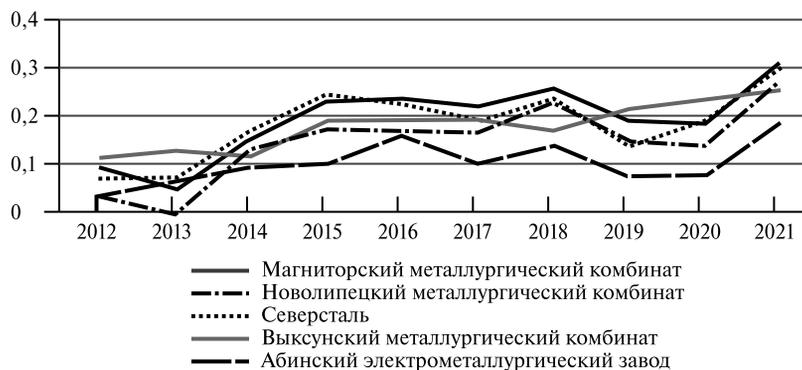


Рис. 6. Динамика коэффициентов рентабельности продаж по выборке 2

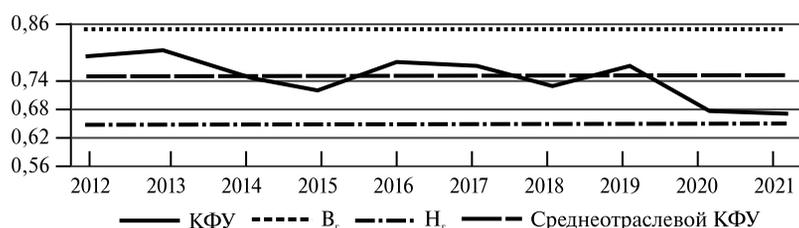


Рис. 7. Динамика среднего по сегменту значения КФУ по выборке 2

Обработанные данные по коэффициенту финансовой устойчивости (см. табл. 3) и рентабельности продаж (см. табл. 4) сведем в табл. 5.

Последняя строка табл. 5 рассчитывалась по формуле

$$T_j^2 = 5 \begin{pmatrix} \bar{x}_{1j} - 0,75 \\ \bar{x}_{2j} - 0,16 \end{pmatrix} S^{-1} \begin{pmatrix} \bar{x}_{1j} - 0,75 & \bar{x}_{2j} - 0,16 \end{pmatrix},$$

где

$$S = \begin{pmatrix} 0,005 & -0,0023 \\ -0,0023 & 0,002 \end{pmatrix}, S^{-1} = \begin{pmatrix} 424,6 & 488,3 \\ 488,3 & 1061,6 \end{pmatrix}, r = -0,72.$$

Для определения допустимой границы V_r по формуле (11) при уровне значимости $\alpha = 0,005$ и значениях $n = 10, m = 5, q = 2$, был извлечен квантиль $F_{0,995}(2; 44)$, равный 5,99. Тогда V_r приблизительно равна 9,8 (динамику статистики Хотеллинга с учетом допустимой границы см. на рис. 8). Расчеты показали, что исследуемый процесс нестабилен. В 2012, 2013, 2016 и 2021 г. график обобщенного двухпараметрического показателя, характеризующегося коэффициентами финансовой устойчивости и рентабельности продаж, выходит за пределы допустимого изменения. При этом если исследовать отдельно динамику среднесеgmentных значений X_1 и X_2 , мы увидим выход за пределы допустимых значений только одного показателя X_2 (в 2012, 2013 и 2021 г.). Получается, что малая (допустимая) нестабильность одного из показателей может привести к общей нестабильности всего процесса, как, например, в 2016 г.

Таблица 5. Данные для расчета статистики Хотеллинга

Показатель	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	Выборочные оценки среднего и СКО ⁶	
											$\bar{s}_1 = 0,07$	$\mu_1 = 0,75$
x_1	0,79	0,8	0,75	0,72	0,78	0,77	0,73	0,77	0,68	0,67	$\bar{s}_2 = 0,045$	$\mu_2 = 0,16$
x_2	0,07	0,06	0,13	0,19	0,19	0,17	0,2	0,15	0,16	0,26		
T^2	27,31	32,36	4,16	2,66	12,03	2,79	6,11	0,41	9,74	29		

⁶ Имело место округление до сотых/тысячных.



Рис. 8. Динамика обобщенного двухпараметрического среднесеgmentного показателя экономического процесса

Приведенный пример свидетельствует о необходимости исследовать экономические процессы по совокупности показателей, что позволяет учесть их (показателей) взаимное влияние.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С практической точки зрения использование метода допустимых границ при анализе экономических процессов позволяет не только диагностировать их стабильность, но и выявить периоды с наименьшим и наибольшим размахом отклонений от среднеотраслевого значения. Последующий экономический анализ факторов, влияющих на экономические процессы и выражающихся анализируемым показателем в периоды наибольшей/наименьшей сбалансированности, позволит повысить качество управленческих решений в экономике на макроуровне с целью формирования более стабильной внешней и внутренней бизнес-среды.

Отметим, что анализ экономических процессов путем построения допустимых границ можно распространить на процессы с растущими/убывающими показателями X (в качестве примера можно привести процессы, описываемые показателями ликвидности, оборачиваемости, мобильности или коэффициентами задолженности, налоговой и процентной нагрузок).

Указанная методика применима при анализе процессов в рамках предприятий любой отрасли или кластера (например, горно-металлургического или нефтегазового). Алгоритм действий предполагает выделение тренда временного ряда наблюдений за средним по выбранному сегменту показателем \bar{X} (тренд будет играть роль *целевой тенденции*). Если указанный тренд представляет собой линейную функцию ($y = kx + b$), то верхняя и нижняя допустимые границы \bar{X} будут задаваться уравнениями $y = (kx + b) \pm 0,5D$, где $D = B_r - H_r$ — ширина коридора допустимых изменений \bar{X} , определяемая на основе формул (8)–(9) (рис. 9). Аналогичным образом возможно строить коридоры для тенденций,

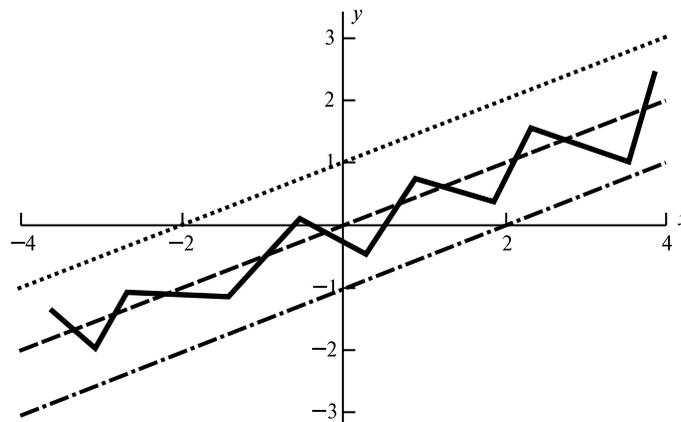


Рис. 9. Пример графика стабильного экономического процесса, характеризующегося возрастающим гипотетическим показателем

задаваемых формулой $y = f(x)$ со степенной, экспоненциальной или логарифмической зависимостью. Стабильность процесса в этом случае будет равносильна попаданию графика колебаний средних в полосу между графиками функций $y = f(x) \pm 0,5D$.

Такая точка зрения позволяет также существенно продвинуться в вопросе определения *устойчивого развития* экономики, который является предметом оживленных дискуссий ученых-экономистов (см., например, (Арошидзе, 2021)). Если анализировать экономический процесс, определяющий развитие по приведенной выше схеме, то логично называть такой процесс *устойчиво развивающимся* в том случае, когда его течение имеет возрастающую целевую тенденцию, а график процесса попадает в коридор допустимых изменений, как на рис. 9. Это снимает возможные противоречия между развитием как движением в «правильном» направлении и устойчивостью, в смысле удержания колебания параметров процесса в заданных рамках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Арошидзе А.А.** (2021). Особенности подходов к пониманию экономической устойчивости в контексте устойчивого развития предприятий // *Экономика, предпринимательство и право*. Т. 11. № 4. С. 785–798. [Aroshidze A.A. (2021). Features of approaches to understanding economic sustainability in the context of sustainable development of enterprises. *Journal of Economics, Entrepreneurship and Law*, 11, 4, 785–798 (in Russian).]
- Арсланов Ш.Д.** (2022). Современные вызовы и альтернативные возможности инвестиционного развития регионов // *Региональные проблемы преобразования экономики*. № 9 (143). С. 49–56. [Arslanov Sh.D. (2022). Modern challenges and alternative opportunities for investment development of regions. *Regional Problems of Transformation of the Economy*, 9 (143), 49–56 (in Russian).]
- Демидова Е.Г., Демидов В.И.** (2023). Интегральная оценка экономического потенциала компании // *Финансовая экономика*. № 2. С. 23–28. [Demidova E.G., Demidov V.I. (2023). Integral assessment of the company's economic potential. *The Financial Economy*, 2, 23–28 (in Russian).]
- Зотова Е.В., Маркина Я.Ю.** (2020). Устойчивость экономики и проблемы ее обеспечения в современной России. В сб.: «Научные исследования в социально-экономическом развитии общества. Материалы Национальной научно-практической конференции». Р.Р. Хайров (отв. ред.). С. 150–157. [Zotova E.V., Markina Ya.Yu. (2020). Sustainability of the economy and problems of its provision in modern Russia. In: *Scientific research in the socio-economic development of society. Materials of the National Scientific and Practical Conference*. R.R. Hajrov (resp. ed.), 150–157 (in Russian).]
- Клячкин В.Н.** (2011). Модели и методы статистического контроля многопараметрического технологического процесса. М.: ФИЗМАТЛИТ. 196 с. [Klyachkin V.N. (2011). *Models and methods of statistical control of a multiparametric technological process*. Moscow: FIZMATLIT. 196 p. (in Russian).]
- Клячкин В.Н.** (2014). Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. М.: Финансы и статистика. 304 с. [Klyachkin V.N. (2014). *Statistical methods in quality management: Computer technologies*. Moscow: Finansy` i Statistika. 304 p. (in Russian).]
- Кобзарь А.И.** (2006). Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ. 816 с. [Kobzar A.I. (2006). *Applied mathematical statistics. For engineers and researchers*. Moscow: FIZMATLIT. 816 p. (in Russian).]
- Кремер Н.Ш.** (2001). Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ-ДАНА. 543 с. [Kremer N.S. (2001). *Probability theory and mathematical statistics*. Moscow: UNITI-DANA. 543 p. (in Russian).]
- Кумэ Х.** (ред.) (1990). Статистические методы повышения качества. М.: Финансы и статистика. 304 с. [Kume H. (ed.) (1990). *Statistical methods of quality improvement*. Moscow: Finansy` i Statistika. 304 p. (in Russian).]
- Логанина В.И., Федосеев А.А.** (2007). Статистические методы контроля и управления качеством продукции. Ростов-на-Дону: Феникс. 222 с. [Loganina V.I., Fedoseev A.A. (2007). *Statistical methods of product quality control and management*. Rostov-on-Don: Fenix. 222 p. (in Russian).]
- Рогова В.А.** (2011). Понятие устойчивости в экономической науке: эволюция, содержание, типы. В кн.: «Государственное и муниципальное управление. Ученые записки Северо-Кавказской академии государственной службы (СКАГС)». № 3. С. 222–228. [Rogova V.A. (2011). Sustainability as a category of economic science: Evolution, content, types. In: *South Russian Institute of the Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (SRI RANEPА)*, 3, 222–228 (in Russian).]
- Соловьёв В.П., Богатов Е.М.** (2021). Организация эксперимента. Старый Оскол: Тонкие наукоемкие технологии. 256 с. [Soloviev V.P., Bogatov E.M. (2021). *Organization of the experiment*. Stariy Oskol: Tonkie naukoemkie tehnologii. 256 p. (in Russian).]
- Степнов М.Н.** (2005). Статистические методы обработки результатов механических испытаний. Справочник. 2-е изд. М.: Машиностроение. 399 с. [Stepnov M.N. (2005). *Statistical methods of processing the results of mechanical tests. Handbook*. 2nd ed. revised and supplemented. Moscow: Mashinostroenie. 399 p. (in Russian).]
- Чернобровин В.П.** (2020). Черная металлургия России в динамике (1970–2018 гг.) // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия»*. Т. 20. № 1. С. 7–17. DOI: 10.14529/met200101 [Chernobrovin V.P. (2020). Ferrous metallurgy

- of Russia in dynamics (1970–2018). *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Metallurgy*, 20, 1, 7–17. DOI: 10.14529/met200101 (in Russian).]
- Штанский В.А.** (2008). Конкурентоспособность металлургического комплекса России в долгосрочной перспективе // *Вестник РАН*. Т. 8. № 2. С. 122–127. [Shtansky V.A. (2008). Competitiveness of the metallurgical complex of Russia in the long term. *Bulletin of Russian Academy of Natural Sciences*, 8, 2, 122–127 (in Russian).]
- Штанский В.А., Краснова Н.А.** (2011). Стимулы и факторы различных форм интеграции российских металлургических компаний в условиях глобализации мировой экономики // *Экономика промышленности*. № 3. С. 3–10. [Shtansky V.A., Krasnova N.A. (2011). Incentives and factors of various forms of integration of Russian metallurgical companies in the context of globalization of the world economy. *Russian Journal of Industrial Economics*, 3, 3–10 (in Russian).]
- Юзов О.В., Седых А.М., Афонин С.З.** (2009). Тенденции изменения экономических показателей развития черной металлургии России // *Экономика промышленности*. № 1. С. 2–7. [Yuzov O.V., Sedykh A.M., Afonin S.Z. (2009). Trends in economic indicators of the development of ferrous metallurgy in Russia. *Russian Journal of Industrial Economics*, 1, 2–7 (in Russian).]
- Aparizi F., Carrion A., Jabaloyes J.** (1999). Statistical properties of the [S] multivariate control chart. *Communications in Statistics — Theory and Methods*, 28, 11, 2671–2686.
- Ryan T.P.** (2011). *Statistical methods for quality improvement*. N.Y.: John Wiley & Sons. 676 p.

On one statistical method for analyzing economic processes balancedness

© 2024 E.M. Bogatov, E.G. Demidova

E.M. Bogatov,

Starooskolsky Technological Institute named after A.A. Ugarov, Branch of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “National Research Technological University ‘MISIS’”, Gubkin; Starooskolsky Technological Institute named after A.A. Ugarov (Branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “National Research Technological University ‘MISIS’”, Stary Oskol, Russia; e-mail: embogatov@inbox.ru

E.G. Demidova,

Starooskolsky Technological Institute named after A.A. Ugarov (Branch) of the Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “National Research Technological University ‘MISIS’”, Stary Oskol, Russia; e-mail: dmitrikey@mail.ru

Received 06.03.2023

The authors express their gratitude to the reviewer for the work done and constructive comments aimed at improving the article.

Abstract. The paper proposes a statistical approach to determining the stability and sustainability of economic processes based on the analysis of the dynamics of averages \bar{X} and standard deviations \bar{S} of one or more industry average indicators characterizing these processes. According to this approach, a method for constructing acceptable limits for the change in \bar{X} and \bar{S} similar to the method used in quality control of technological processes by means of Shewhart or Hotelling control charts is proposed. Going beyond the acceptable limits of the indicators \bar{X} (\bar{S}) will signify the instability (unsteadiness) of the corresponding process; a process that has the property of stability and sustainability at the same time is defined as balanced. The method of analysis of economic processes presented in the paper differs from the traditional one — it allows not only to compare the retrospective indicators of the analyzed enterprise with the industry average or recommended value, but also to determine the trend in the behavior of the analyzed process within acceptable limits. The boundaries are set on the basis of a statistical analysis of the indicators of this process for a homogeneous sample, which includes similar companies. In addition, the authors' methodology allows us to assess the dynamics of the spread of indicator values, which is also an important factor in the study of economic processes. The method was tested as part of the analysis of the financial and economic process, characterized by the coefficients of financial stability and profitability of sales of a number of Russian metallurgical companies observed over a period of ten years (2012–2021).

Keywords: acceptable limits, stability, sustainability, balance, economic processes, assessment, statistical analysis, multivariate analysis.

JEL Classification: C33, E27.

UDC: 519.23:330.4

For reference: **Bogatov E.M., Demidova E.G.** (2024). On one statistical method for analyzing economic processes balancedness. *Economics and Mathematical Methods*, 59, 4, 121–132. DOI: 10.31857/S0424738824010103 (in Russian).