

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Анализ влияния нерационального поведения экономических агентов на устойчивость моделей общего равновесия с открытой экономикой

© 2023 Л.А. Серков, С.С. Красных

Л.А. Серков,

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь; e-mail: serkov.la@uiee.ru

С.С. Красных,

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь;
e-mail: sergeykrasnykh@yahoo.com*

Поступила в редакцию 05.04.2022

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 21-78-10134)¹.

Аннотация. Целью публикации является исследование влияния ограниченной рациональности агентов на устойчивость модели при одновременном сканировании спектра модельных параметров, что позволяет выявлять и анализировать области устойчивости модели в многомерном пространстве. В статье анализируется модель с открытой экономикой, в которой экономические агенты взаимодействуют с внешним миром. Оцениваются и сравниваются поведенческие модели, полученные при двух способах введения нерациональных ожиданий. Научная новизна состоит в выявлении параметров, влияющих на определенное поведение модели, и анализе изменения областей устойчивости модели с гетерогенными ожиданиями, связанными с открытостью экономики, в частности с воздействием реального и номинального эффективного обменного курса на экономику. Предполагается, что агенты могут быть либо недальновидными с краткосрочным прогнозом, либо дальновидными прогнозистами. Разница не имеет значения, когда агенты имеют рациональные ожидания, но имеет значение, когда часть из них формирует убеждения о будущем в соответствии с некоторыми эвристиками. Байесовские оценки на данных российской экономики показывают, что поведенческая модель, основанная на краткосрочных прогнозах, точнее соответствует эмпирическим данным, по сравнению с моделью, основанной на долгосрочных прогнозах, и даже по сравнению с моделью с рациональными ожиданиями агентов. Анализ устойчивости и стабильности проведен с помощью численной процедуры — отображение фильтрации Монте-Карло (MCF). MCF-анализ показывает, что наличие ограниченной рациональности агентов снижает стабильность и устойчивость моделей. Модель, основанная на предикторах долгосрочного прогнозирования, менее стабильна по сравнению с моделями краткосрочного прогнозирования и с рациональными ожиданиями агентов. Важным результатом является существенная доля областей с нестабильным поведением исследуемых моделей с гетерогенными ожиданиями агентов, в которых решения характеризуются взрывным характером. Все полученные результаты подтверждаются апостериорными байесовскими оценками этих параметров.

Ключевые слова: гетерогенные ожидания, краткосрочные и долгосрочные предикторы, метод Байеса, отображение фильтрации Монте-Карло, детерминированность, неопределенность, нестабильность, статистика Смирнова—Колмогорова.

Классификация JEL: D58.

Для цитирования: Серков Л.А., Красных С.С. (2023). Анализ влияния нерационального поведения экономических агентов на устойчивость моделей общего равновесия с открытой экономикой // Экономика и математические методы. Т. 59. № 1. С. 131–144. DOI: 10.31857/S042473880023067-2

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы идеи общего равновесия и модели на основе этого подхода (DSGE-модели) занимают важное место в макроэкономическом анализе (Kydland, Prescott, 1982; Малаховская, 2016; Уикенс, 2015). Основной подход состоит в оптимизации деятельности экономических агентов с рациональными ожиданиями (Muth, 1961; Sargent, Wallace, 1976). Однако эмпирические доказательства

¹ «Формализация процессов регионального развития на основе использования агент-ориентированного подхода в динамических стохастических моделях общего равновесия» (<http://rscf.ru/project/21-78-10134>).

обнаруживают существенную гетерогенность в формировании ожиданий (убеждений) экономических агентов, — в частности в формировании прогнозов инфляции (Andrade, Bihan, 2013; Branch, 2004), и отвергают рациональность поведения агентов (Hommes, 2021; Cornea-Madeira, Hommes, Massaro, 2019). Многочисленные данные и доказательства свидетельствуют о важности включения гетерогенных ожиданий в модели общего равновесия (Adam, 2007; Hommes, 2011).

Два популярных подхода к инкорпорации гетерогенных ожиданий в модель общего равновесия были предложены в (Branch, McGough, 2009; Massaro, 2013). В них предполагается, что по крайней мере часть населения формирует ожидания с помощью некоторых эвристик, которые различаются предполагаемым временным горизонтом прогнозов. Ориентируясь на краткосрочных прогнозистов, авторы (Branch, McGough, 2009) пришли к выводу, что совокупная динамика зависит от субъективных разнородных прогнозов на один период вперед. Вместо этого в работе (Massaro, 2013) предполагается, что агенты выбирают оптимальные планы прогнозов макроэкономических переменных на бесконечном горизонте, в результате прогнозируемая совокупная динамика зависит от долгосрочных прогнозов.

При введении в модель определенного правила политики (монетарного или фискального) необходимо следить, чтобы исследуемая система не стала неустойчивой или не порождала множественных равновесий. Например, в работах (Branch, McGough, 2009; Massaro, 2013; Preston, 2006) с помощью стандартного анализа устойчивости систем уравнений в пространстве состояний (путем анализа собственных значений матрицы) было показано сужение области стабильности и устойчивости моделей с гетерогенными ожиданиями. При этом в данных исследованиях рассматривался ограниченный набор параметров и было выявлено, что движущей силой такого поведения являлись параметры, связанные с монетарной политикой экономических властей. Поэтому актуально расширить и дополнить вышеприведенные результаты исследованием влияния всего спектра модельных параметров одновременно на чувствительность к устойчивости и стабильности экономической системы при ограниченно рациональных ожиданиях агентов. При этом формирование ожиданий экономических агентов считается важным инструментом экономической политики, поэтому экономические власти должны иметь информацию о динамических последствиях такой ограниченной рациональности, т.е. знать, как горизонт предсказания ограниченно рациональных агентов влияет на выбор альтернативных правил, стабилизирующих динамику соответствующих макроэкономических переменных (Gasteiger, 2014; Di Bartolomeo, Di Pietro, Giannini, 2016). Для этого необходимо исследовать влияние ограниченной рациональности экономических агентов на стратегию их поведения.

Представляется полезным распространить вышеприведенные выводы на модели с открытой экономикой, в которых возникают новые каналы, через которые, например, монетарные факторы могут влиять на экономику. Движения обменного курса, в частности, играют важную роль в передаточном процессе, связывающем колебания денежной массы с изменениями объема производства и инфляции. Поэтому встают вопросы, следует ли использовать и как применять денежно-кредитную политику для стабилизации обменных курсов.

Цель публикации — исследование влияния ограниченной рациональности агентов на стабильность и устойчивость² исследуемой модели с открытой экономикой при одновременном сканировании всего спектра модельных параметров, что позволяет выявлять и анализировать области устойчивости модели в многомерном пространстве.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ОЖИДАНИЯМИ АГЕНТОВ

Приводимая в статье модель является модифицированной версией DSGE-модели с открытой экономикой и с рациональными ожиданиями агентов, описанной в работе (Gali, Monacelli, 2005). Ранее подобная модель исследовалась в работе (Серков, Елизаров, 2016). Модель состоит из рассматриваемой малой экономики (домашней экономики) и экономики остального мира. Поскольку каждая экономика имеет нулевую меру, ее решения в области внутренней политики никак не влияют на остальной мир. Мировая экономика представлена в виде континуума малых открытых экономик, распределенных в единичном интервале. Предполагается, что все экономики (отдельных стран) имеют одинаковую рыночную структуру, технологии и предпочтения экономических агентов. Для этих экономик выполняется закон единой цены. Структурные уравнения моделей,

² Пояснение понятий стабильности и устойчивости приведено в разд. 4.

относящихся к классу систем рациональных ожиданий, выводятся из задач максимизации полезности потребителей и максимизации прибыли фирм.

Типичная малая открытая экономика населена единичным континуумом репрезентативных z -домохозяйств, $z \in [0,1]$ ³, стремящихся максимизировать ожидаемую дисконтированную сумму значений функции полезности и функции затроченного на труд времени:

$$\max E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t) - V(N_t)] \right\},$$

где функция полезности $U(C_t) \equiv \psi_t C_t^{1-\sigma} / (1-\sigma)$ и функция затрат времени на труд $V(N_t) \equiv N_t^{1+\phi} / (1+\phi)$; E_0 — оператор рациональных ожиданий экономических агентов (в данном случае домашних хозяйств); β — коэффициент дисконтирования ($0 < \beta < 1$); σ — параметр, обратный эластичности межвременного замещения; ϕ — параметр, обратный эластичности предложения труда; N_t — объем отработанных часов; ψ_t — шок предпочтений домашних хозяйств⁴. Композитный индекс потребления — $C_t = [(1-\alpha)^{1/\eta} C_{H,t}^{(\eta-1)/\eta} + \alpha^{1/\eta} C_{F,t}^{(\eta-1)/\eta}]^{\eta/(\eta-1)}$, где $C_{H,t}, C_{F,t}$ — индексы потребления отечественных и импортных товаров и услуг. Параметр α определяет долю импортных товаров в индексе потребительских цен, или степень открытости экономики; η — эластичность замещения отечественных и импортных товаров и услуг ($\eta > 0$). Индексы потребления отечественных и импортных товаров и услуг описываются CES-функцией агрегации:

$$C_{H,t} = \left(\int_0^1 C_{H,t}(j)^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} dj \right)^{\varepsilon/(\varepsilon-1)}, \quad C_{F,t} = \left(\int_0^1 C_{i,t}^{(\gamma-1)/\gamma} di \right)^{\gamma/(\gamma-1)},$$

где ε — эластичность замещения между разновидностью j товаров и услуг, производимых в отечественной экономике ($j \in [0,1]$, $\varepsilon > 1$). Параметр γ характеризует взаимную заменяемость товаров, произведенных в разных странах (индекс i — определяет экономику i этих стран ($i \in [0,1]$). $C_{i,t}$ — индекс

потребления благ, импортируемых из страны i и потребляемых домохозяйствами в отечественной экономике, $C_{i,t} = \left(\int_0^1 C_{i,t}(j)^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} dj \right)^{\varepsilon/(\varepsilon-1)}$.

Индивидуальное домохозяйство максимизирует свое благосостояние в момент времени t при следующем однопериодном бюджетном ограничении:

$$P_{H,t}(j)C_{H,t}(j) + P_{i,t}(j)C_{i,t}(j) + E_t\{Q_{t,t+1}D_{t+1}\} \leq D_t + W_tN_t + Tr_t.$$

Соответственно, максимизация дисконтированной суммы значений функции полезности и функции затроченного индивидуальным домохозяйством времени на труд (для моментов времени $t = 0, 1, \dots$) производится при следующей последовательности бюджетных ограничений:

$$\int_0^1 P_{H,t}(j)C_{H,t}(j)dj + \iint P_{i,t}(j)C_{i,t}(j)diddj + E_t\{Q_{t,t+1}D_{t+1}\} \leq D_t + W_tN_t + Tr_t, \quad t = 0, 1, \dots,$$

где $P_{H,t}(j)$ — индекс цен отечественных благ j ; $P_{i,t}(j)$ — индекс цен благ, импортируемых из страны i ; $D_{t,t+1}$ — номинальные затраты на приобретение агрегированного портфеля ценных бумаг; $Q_{t,t+1}$ — стохастический фактор дисконтирования; $R_t^{-1} = E_t\{Q_{t,t+1}\}$; R_t^{-1} — цена безрисковых однопериодных обязательств; W_t — номинальная заработная плата; Tr_t — суммарные трансферты (налоги).

Фирмы производят дифференцируемые продукты в соответствии с линейной производственной функцией $Y_t = A_t N_t$; где A_t — совокупная факторная производительность ($a_t \equiv \log A_t$). Предполагается жесткость цен и гибкость заработных плат. Фирмы устанавливают цены в соответствии с подходом (Calvo, 1983; Christiano, Eichenbaum, Evans, 2005). Часть фирм $(1-\theta)$ пересматривает цены в каждом периоде, другая часть θ , не изменяющая цен, индексирует их в каждом периоде. Для упрощения накопление капитала (домохозяйствами и фирмами) в модели не рассматривается.

Приведем основные уравнения модели в логлинеаризованном виде (относительно соответствующих стационарных состояний).

Уравнения структуры экономики рассматриваемой страны:

$$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \omega_a / \sigma(r_t - E_t\{\pi_{H,t+1}\} - r_{n,t}) + \varepsilon_{\tilde{y},t}, \quad (1)$$

$$r_{n,t} = -((\sigma(1+\phi)(1-\rho_a)) / (\sigma + \phi\omega_a))a - \phi\Theta_a(\rho_{y^*} - 1)y_t^*, \quad (2)$$

³ В дальнейшем индекс z -домохозяйств будет опускаться ввиду их репрезентативности.

⁴ В отличие от модели в работе (Galí, Monacelli, 2005) в исследуемой модели присутствуют серийно коррелированные шоки предпочтений домашних хозяйств, приводящие к шокам в разрыве выпуска (уравнение (1)).

$$\pi_{H,t} = \beta E_t \{\pi_{H,t+1}\} + \kappa_a \tilde{y}_t + \varepsilon_{\pi,t}, \quad (3)$$

$$\kappa_a = \lambda(\phi + \sigma / \omega_a), \quad \omega_a = 1 + \alpha(2 - \alpha)(\sigma\eta - 1),$$

$$\lambda = (1 - \beta\theta)(1 - \theta) / \theta, \quad \Theta_a = \sigma(1 - \omega_a) / (\sigma + \phi\omega_a),$$

$$y_t = \tilde{y}_t + \bar{y}_t, \quad (4)$$

$$\bar{y}_t = \Omega_a a_t + \Theta_a y_t^*, \quad (5)$$

$$\Omega_a = \omega_a(1 + \phi)(\sigma + \phi\omega_a),$$

$$y_t = y_t^* + (\omega_a / \sigma)s_t, \quad (6)$$

$$\pi_t = \pi_{H,t} + \alpha(s_t - s_{t-1}), \quad (7)$$

$$q_t = (1 - \alpha)s_t, \quad (8)$$

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_{a,t}, \quad (9)$$

$$nx_t = (\alpha\Lambda / \omega_a)(y_t - y_t^*), \quad (10)$$

$$\Lambda = (2 - \alpha)(\sigma\eta - 1) + (1 - \sigma),$$

$$r_t = \rho r_{t-1} + (1 - \rho)(\phi_\pi \pi_t + \phi_{\tilde{y}} \tilde{y}_t + \phi_q \Delta q_t) + \varepsilon_{r,t}. \quad (11)$$

Уравнения структуры экономики остального мира:

$$a_t^* = \rho_a^* a_{t-1}^* + \varepsilon_{a,t}^*, \quad (12)$$

$$y_t^* = \rho_{y^*} y_{t-1}^* + \varepsilon_{y,t}^*, \quad (13)$$

$$\pi_t^* = \rho_{\pi^*} \pi_{t-1}^* + \varepsilon_{\pi,t}^*. \quad (14)$$

Все переменные в этих уравнениях выражены в логарифмах отклонения от соответствующих стационарных состояний.

Уравнение (1) — динамическая кривая IS (уравнение Эйлера) — отражает зависимость разрыва выпуска $\tilde{y}_t$ (отклонение объема выпуска от равновесного уровня выпуска при гибких ценах) от ожидаемого будущего разрыва выпуска $E_t \{\tilde{y}_{t+1}\}$ и отклонения реальной процентной ставки от естественной процентной ставки $r_{n,t}$ (процентной ставки при гибких ценах), которая определяется уравнением (2). Отметим, что шок разрыва выпуска $\varepsilon_{\tilde{y},t}$, вследствие ограничения на ресурсы ($y_t = c_t + \alpha\omega s_t / \sigma$), включает шок предпочтений домашних хозяйств, пропорциональный возмущению $\dot{E}_t \psi_{t+1} - \psi_t$, и шок условий торговли, пропорциональный разности $E_t s_{t+1} - s_t$.

Уравнение (3) — уравнение кривой Филипса — показывает, что текущая инфляция π_t зависит от будущей инфляции и разрыва выпуска. Уравнение (4) выражает взаимосвязь между объемом выпуска y_t , разрывом выпуска $\tilde{y}_t$ и равновесным уровнем выпуска при гибких ценах $\bar{y}_t$. Уравнение (5) характеризует уровень выпуска при гибких ценах через совокупную факторную производительность a_t и объем выпуска мировой экономики y_t^* .

Уравнение (6) — уравнение взаимосвязи между объемами выпуска в отечественной и мировой экономике. Переменная s_t отвечает за условия торговли (terms of trade), т.е. s_t — индекс, выражающий соотношение экспортных и импортных цен. Уравнение (7) — уравнение взаимосвязи между инфляцией π_t , определяемой по индексу потребительских цен, и внутренней инфляцией⁶ $\pi_{H,t}$ (без учета цен импортных товаров и услуг). Уравнение (8) — уравнение взаимосвязи эффективного реального обменного курса q_t с условиями торговли s_t .

Уравнение (9) является авторегрессионным уравнением (AR(1)) для совокупной факторной производительности. Уравнение (10) — уравнение торгового баланса. Уравнение (11) — правило Тейлора для номинальной процентной ставки r_t (gross nominal interest rate), где ρ — коэффициент сглаживания процентной ставки.

Параметры $\phi_\pi, \phi_{\tilde{y}}, \phi_q$ отражают степень реакции центрального банка на динамику целевых переменных монетарной политики (инфляции, разрыва выпуска и изменения эффективного реального обменного курса⁷ q_t).

⁵ В дальнейшем верхний индекс «*» относится к мировой экономике.

⁶ Инфляция, измеряемая индексом цен на отечественную продукцию. Этот термин используется в зарубежных публикациях и в отчетах Банка России.

⁷ В разд. 3 будет рассмотрено, к каким изменениям в устойчивости модели приводит замена эффективного реального обменного курса на эффективный номинальный обменный курс.

Уравнение (12) — авторегрессионное уравнение (AR(1)) для совокупной факторной производительности в зарубежной экономике. В отличие от модели (Galí, Monacelli, 2005), в которой переменные зарубежного объема выпуска y_t^* и инфляции π_t^* являются эндогенными, в рассматриваемой модели для упрощения⁸ эти переменные введены как экзогенные и изменяются в соответствии с уравнениями (13)–(14).

Модель содержит семь экзогенных шоков и является динамической стохастической моделью общего равновесия с рациональными ожиданиями агентов. Методы решения ее требуют выполнения ограничений, определяемых так называемыми условиями Бланшара–Кана, на структурные параметры (Blanchard, Kahn, 1980; Sims, 2002).

2. ГЕТЕРОГЕННЫЕ ОЖИДАНИЯ АГЕНТОВ С КРАТКО- И ДОЛГОСРОЧНЫМИ ПРОГНОЗАМИ

Для ограниченно рациональных недалековидных агентов (с краткосрочным прогнозом) уравнения для динамической IS-кривой и кривой Филипса (уравнения (1) и (3) для рациональных агентов) имеют вид:

$$\tilde{y}_t = \int_0^1 E_{i,t}^B [\tilde{y}_{i,t+1} - \omega_a / \sigma(r_t - \pi_{i,H,t+1} - r_{n,t})] di + \varepsilon_{\tilde{y},t}, \quad (15)$$

$$\pi_{H,t} = \int_0^1 E_{i,t}^B [\beta \pi_{i,H,t+1} + \kappa_a \tilde{y}_{i,t}] di + \varepsilon_{\pi,t}, \quad (16)$$

а для ограниченно рациональных агентов с бесконечным горизонтом прогнозирования эти уравнения⁹ —

$$\tilde{y}_t = \int_0^1 [E_{i,t}^L \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} ((1-\beta)\tilde{y}_s - \beta / \sigma(r_s - \pi_{H,s+1} - r_{n,s}))] di + \varepsilon_{\tilde{y},t}, \quad (17)$$

$$\pi_{H,t} = \int_0^1 [E_{i,t}^L \sum_{s=t}^{\infty} (\theta\beta)^{s-t} ((1-\theta)\beta\pi_{H,s+1} + \kappa_a \tilde{y}_s)] di + \varepsilon_{\pi,t}. \quad (18)$$

Операторы $E_{i,t}^B, E_{i,t}^L$ — операторы ожиданий для агентов с кратко- и долгосрочным прогнозом соответственно. Легко проверить, что при рациональных ожиданиях агентов уравнения (15) и (17) сводятся к уравнению (1), а уравнения (16) и (18) к уравнению (3). В этом случае горизонт прогнозирования не играет роли.

Предположим, что популяция агентов подразделяется на две группы: одна из них с долей χ имеет рациональные ожидания, оставшаяся $(1-\chi)$ формирует ограниченно рациональные ожидания.

Агрегирование по популяции рациональных агентов с долей χ приводит к уравнению

$$\int_0^{\chi} E_{i,t} y_{i,t+1} di = \chi E_t y_{t+1}. \quad (19)$$

Оставшаяся часть агентов $(1-\chi)$ обладает когнитивными ограничениями и использует эвристики для прогнозирования макропеременных.

Формирование ожиданий у недалековидных агентов с краткосрочным прогнозированием (SSF — short-sighted forecast), согласно (Branch, McGough, 2009), происходит на основе простого линейного правила, соответствующего стандартной форме адаптивных ожиданий:

$$E_{t-1}^B(y_t) = \Xi y_{t-1}, \quad (20)$$

где Ξ — параметр адаптации (параметр доверия агентов к этому правилу):

$$\Xi = \begin{cases} < 1 & \text{— для адаптивных ожиданий;} \\ > 1 & \text{— для экстраполяционных ожиданий;} \\ = 1 & \text{— для наивных ожиданий.} \end{cases}$$

⁸ В разд. 3 показано, к каким изменениям в устойчивости модели приводит данное упрощение модели.

⁹ Подробный вывод представлен в работе (Massaro, 2013).

Применяя закон итерации ожиданий, получаем

$$E_{i,t}^B y_{t+1} = \Xi^2 y_{t-1}, \quad (21)$$

а при агрегировании—

$$\int_{\chi} E_{i,t}^B y_{t+1} di = (1-\chi) \Xi^2 y_{t-1}. \quad (22)$$

Учитывая (19) и (22), уравнения (15) и (16) принимают вид:

$$\tilde{y}_t = \chi E_t \tilde{y}_{t+1} + (1-\chi) \Xi^2 \tilde{y}_{t-1} - \left[\omega_a (r_t - \chi E_t \pi_{H,t+1} - (1-\chi) \Xi^2 \pi_{H,t-1} - r_{n,t}) \right] / \sigma + \varepsilon_{\tilde{y},t}, \quad (23)$$

$$\pi_{H,t} = \beta (\chi E_t \pi_{H,t+1} + (1-\chi) \Xi^2 \pi_{H,t-1}) + \kappa_a \tilde{y}_t + \varepsilon_{\pi,t}. \quad (24)$$

Агенты с длинным горизонтом прогнозирования (LHF — long-horizon forecasters), согласно (Massaro, 2013), формируют свои убеждения на основе предыдущих представлений (Diks, Weide, 2005). Предиктор (параметр прогнозирования) каждого агента $\theta_{i,t} \in \Theta \quad \forall i \in [0,1]$ оценивается в соответствии с квадратом ошибки предыдущего прогноза. Убеждения LHF-агентов распределены по нормальному закону, эволюция которого характеризуется средним значением, равным y_{t-1} , и конечной дисперсией, уменьшающей разницу в представлениях и действиях агентов.

Агрегируя данные в популяции LHF-агентов, получаем

$$\int_{\chi} E_{i,t}^L y_{t+1} f(i) di = (1-\chi) \int_{\Theta} \theta_{i,y,t} f(i) di = (1-\chi) \alpha_b y_{t-1}, \quad (25)$$

где $E_t^L y_s = \alpha_b^{s-t} \theta_{y,t}$, $s \in [t, \infty]$, и, соответственно, $E_t^L y_{t+1} = \alpha_b \theta_{y,t}$; $E_t^L \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} y_s = \theta_{y,t} / (1 - \alpha_b \beta)$; α_b — параметр, характеризующий меру межвременной ограниченной рациональности¹⁰.

Учитывая (25), уравнения (17)–(18) принимают вид¹¹:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_t = \chi E_t \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[(1-\beta) \tilde{y}_s - \beta / \sigma (r_s - \pi_{H,s+1} - r_{n,s}) \right] + (1-\chi) \left[\tilde{y}_{t-1} - \left\{ \beta [(1-\beta)(r_t - r_{n,t}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \alpha_b \beta (r_{t-1} - r_{n,t-1}) - \alpha_b \pi_{H,t-1}] / \sigma (1-\beta) \right\} + \varepsilon_{\tilde{y},t}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\pi_{H,t} = \chi E_t \sum_{s=t}^{\infty} (\theta \beta)^{s-t} \left[(1-\theta) \beta \pi_{H,s+1} + \kappa_a \tilde{y}_s \right] + (1-\chi) \left[\frac{\alpha_b \kappa_a}{1 - \alpha_b \theta \beta} \tilde{y}_{t-1} + \frac{\alpha_b (1-\theta) \beta}{1 - \alpha_b \theta \beta} \pi_{H,t-1} \right] + \varepsilon_{\pi,t}. \quad (27)$$

Таким образом, исходные уравнения (1) и (3) модели с рациональными ожиданиями экономических агентов следует заменить на уравнения (23) и (24) для SSF-агентов и (26), (27) — для LHF-агентов. Остальные уравнения модели (1)–(14) остаются прежними.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ. ДАННЫЕ И ОЦЕНКА МОДЕЛЕЙ

Так как целью исследования является анализ влияния гетерогенных ожиданий на стабильность и устойчивость моделей, то в работе анализируются параметры трех видов моделей: с рациональными ожиданиями агентов и с ожиданиями в виде краткосрочного и *долгосрочного прогнозирования*¹². Параметры определялись методом Байеса на данных российской экономики. Этот метод сочетает процесс калибровки и эконометрического оценивания методом максимального правдоподобия (An, Schorfheide, 2007; Del Negro, Schorfheide, 2008; Geweke, 1999).

Для анализа моделей использовались логарифмы квартальных данных для российской экономики с I квартала 2000 г. по IV квартал 2018 г. по пяти эндогенным макроэкономическим переменным¹³: реальный ВВП (в постоянных ценах 2008 г.), индекс потребительских цен, внутренняя инфляция, эффективный реальный обменный курс рубля и номинальная процентная ставка¹⁴.

¹⁰ В статье (Massaro, 2013) параметр $\alpha_b = 1$.

¹¹ С более подробным выводом уравнений (26) и (27) можно ознакомиться в (Massaro, 2013).

¹² Все расчеты проводились с использованием пакета прикладных программ «Matlab».

¹³ Источником данных являются официальные сайты Росстата и ЦБ.

¹⁴ Так как число шоков модели превышает число наблюдаемых переменных, дополнительно проводилась идентификация параметров модели.

Последняя оценивалась по средневзвешенной ставке по кредитам, выданным юридическим лицам. При расчете внутренней инфляции параметр α (степень открытости экономики) принимался равным среднему значению за рассматриваемый период доли импорта в индексе потребительских цен, $\alpha = 0,26$. Для временного ряда реального ВВП удалялась трендовая составляющая с помощью фильтра первой разности переменных по методике (Gorodnichenko, Ng, 2010) и схемы выбора фильтров (Burnside, 1998). При этом фильтр первой разности переменных сравнивался с односторонним фильтром Ходрика–Прескотта. При сравнении использовались моменты второго порядка. Логарифм сглаженного с помощью фильтра реального ВВП трактуется как показатель разрыва выпуска. Остальные временные ряды получались вычитанием из текущих среднего значения. Циклические компоненты всех рядов трактовались как отклонения от долгосрочного равновесия (стационарного состояния). Значение коэффициента дисконтирования $\beta = 0,99$ фиксировалось. Это — стандартный выбор значения для данного коэффициента.

Априорные и апостериорные распределения для структурных параметров модели с рациональными ожиданиями (RE), модели с краткосрочным (SSF) и долгосрочным прогнозированием (LHF) показаны в табл. 1. Априорные распределения центрированы на значениях калиброванных параметров работы (Gali, Monacelli, 2005), кроме χ и Ξ . Значения последних выбраны, как в (Branch, McGough, 2009; Massaro, 2013). Символами $\sigma_{\varepsilon_a}, \sigma_{\varepsilon_r}, \sigma_{\varepsilon_\pi}, \sigma_{\varepsilon_{\bar{y}}}, \sigma_{\varepsilon_a^*}, \sigma_{\varepsilon_r^*}, \sigma_{\varepsilon_\pi^*}, \sigma_{\varepsilon_{\bar{y}}^*}$ обозначены стандартные отклонения соответствующих шоков. Из данных табл. 1. следует, что значения апостериорных

Таблица 1. Априорные и апостериорные оценки параметров исследуемых моделей

Параметр	Априорное распределение		Апостериорное распределение		
			RE	SSF	LHF
	Тип (функция)	Среднее	Среднее	Среднее	Среднее
φ	Гамма	2,000 (0,500)	2,025 (0,487)	2,016 (0,616)	2,421 (0,413)
φ_π	Гамма	1,500 (0,500)	1,786 (0,356)	2,225 (0,567)	2,216 (0,569)
$\varphi_{\bar{y}}$	Гамма	0,360 (0,125)	0,411 (0,090)	0,490 (0,143)	0,511 (0,183)
φ_q	Гамма	0,800 (0,250)	1,102 (0,412)	1,115 (0,454)	0,789 (0,367)
α_b	Бета	0,500 (0,200)	—	—	0,709 (0,211)
Ξ	Гамма	0,600 (0,200)	—	0,398 (0,183)	—
θ	Бета	0,700 (0,200)	0,711 (0,178)	0,762 (0,186)	0,856 (0,167)
η	Гамма	1,000 (0,500)	0,911 (0,454)	0,841 (0,467)	0,869 (0,609)
σ	Гамма	1,500 (0,500)	0,976 (0,309)	1,643 (0,289)	1,331 (0,421)
ρ	Бета	0,500 (0,125)	0,672 (0,167)	0,693 (0,151)	0,811 (0,131)
ρ_a	Бета	0,800 (0,100)	0,703 (0,178)	0,705 (0,187)	0,756 (0,167)
ρ_ψ	Бета	0,800 (0,100)	0,803 (0,146)	0,805 (0,177)	0,896 (0,187)
ρ_{a^*}	Бета	0,800 (0,100)	0,816 (0,181)	0,894 (0,178)	0,910 (0,193)
ρ_{y^*}	Бета	0,800 (0,100)	0,817 (0,161)	0,777 (0,174)	0,856 (0,148)
ρ_{π^*}	Бета	0,800 (0,100)	0,790 (0,182)	0,745 (0,159)	0,865 (0,168)
σ_{ε_a}	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,039 (0,005)	0,046 (0,003)	0,065 (0,006)
$\sigma_{\varepsilon_{\bar{y}}}$	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,022 (0,006)	0,048 (0,004)	0,068 (0,006)

Окончание таблицы 1.

Параметр	Априорное распределение		Апостериорное распределение		
			RE	SSF	LHF
	Тип (функция)	Среднее	Среднее	Среднее	Среднее
σ_{ε_π}	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,023 (0,003)	0,041 (0,007)	0,062 (0,009)
σ_{ε_r}	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,027 (0,004)	0,052 (0,006)	0,069 (0,009)
$\sigma_{\varepsilon_a}^*$	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,018 (0,005)	0,016 (0,006)	0,022 (0,007)
$\sigma_{\varepsilon_y}^*$	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,019 (0,003))	0,019 (0,002)	0,029 (0,009)
$\sigma_{\varepsilon_\pi}^*$	Обратная гамма	0,040 (2,000)	0,077 (0,009)	0,076 (0,007)	0,081 (0,007)
Логарифм предельного правдоподобия			343,32	365,54	332,43

Примечание. В скобках указаны значения стандартных отклонений.

Таблица 2. Значения стандартного отклонения для эмпирических данных и переменных исследуемых моделей

Временной ряд	Данные	RE	SSF	LHF
Разрыв выпуска	0,0165	0,0187	0,0149	0,0352
Индекс потребительских цен	0,0032	0,0039	0,0041	0,0079
Внутренняя инфляция	0,0023	0,0035	0,0032	0,0048
Эффективный реальный обменный курс рубля	0,0054	0,0031	0,0061	0,0090

оценок параметров модели SSF более близки к таковым для модели с рациональными ожиданиями по сравнению с моделью LHF. Логарифм функции маргинального правдоподобия для модели SSF больше, чем для модели с рациональными ожиданиями, и намного превышает значение для модели LHF, т.е. модель SSF более соответствует эмпирическим данным по сравнению с другими моделями.

Для более полной картины в табл. 2. приведены значения стандартного отклонения для эмпирических данных и временных рядов соответствующих переменных трех моделей. Как видно из этой таблицы, стандартные отклонения переменных для модели SSF ближе к эмпирическим данным по сравнению с моделями RE и LHF.

4. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И СТАБИЛЬНОСТИ МОДЕЛИ

В байесовском подходе определение области детерминированности модели является принципиальным шагом. Поэтому необходимо расширить и исследовать пространство всего спектра параметров, чтобы обнаружить те, которые приводят уравнения к неопределенным или нестабильным областям. В дальнейшем изложении под детерминированностью будет подразумеваться существование единственного решения исследуемой системы уравнений. Недетерминированность означает наличие неопределенности (множество решений) и нестабильности (решения взрывного характера).

Влияние параметров анализируемой модели на ее детерминированность численно проверялось с помощью отображения фильтрации Монте-Карло (MCF), позволяющей исследовать большое пространство параметров. Отображение MCF является процедурой обнаружения параметров, которые способны привести модель в неопределенные и нестабильные области (Ratto, 2008; Saltelli et al., 2004). Эта процедура выполняет многопараметрическое моделирование методом Монте-Карло выборки параметров модели ($X_1, \dots, X_k$) из априорных диапазонов и анализирует чувствительность уравнений модели к изменению параметров.

Преимущество MCF-отображения по сравнению со стандартным анализом устойчивости систем уравнений в пространстве состояний (путем анализа собственных значений матрицы) заключается в том, что посредством этого метода можно анализировать весь спектр параметров модели одновременно. Это позволяет применять данную процедуру при анализе средне- и многомерных моделей.

Выполняя моделирование методом Монте-Карло выборки значений параметров модели из априорных диапазонов, получаем для каждого параметра X_i , $i=1, \dots, k$ два подмножества значений — $(X_i | B)$ размером n и $(X_i | \bar{B})$ размером $\bar{n}$; $n + \bar{n} = N$, где N — общий размер выборки, сформированной методом Монте-Карло. Эти два подмножества значений параметров распределены в соответствии с функциями плотности вероятности $f_n(X_i | B)$ и $f_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$. Соответствующими кумулятивными функциями распределения являются $F_n(X_i | B)$ и $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$.

Если функции $F_n(X_i | B)$ и $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$ различаются для данного параметра X_i , то данный параметр может стать причиной «плохого поведения» модели, если его значение попадает в область подмножества $\bar{B}$. Форма функции $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$ определяет, какие значения параметра порождают такое поведение модели. Если функция $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$ находится левее функции $F_n(X_i | B)$, это означает, что скорее всего маленькие значения параметра X_i вызовут попадание уравнений в область неопределенности. Если функция $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$ находится правее функции $F_n(X_i | B)$, то большие значения параметра X_i будут отвечать за попадание уравнений в область неопределенности.

Для получения численных результатов тестируется статистика, которая определяет наибольшее расстояние между функциями $F_n(X_i | B)$ и $F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$. Формально (так называемая) d-статистика Смирнова–Колмогорова определяется как

$$d_{n,\bar{n}}(X_i) = \sup \| F_n(X_i | B) - F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B}) \|.$$

Статистика Смирнова–Колмогорова используется для тестирования гипотезы, при каком уровне значимости p вычисленное значение $d_{n,\bar{n}}$ определяет отклонение нулевой гипотезы $F_n(X_i | B) = F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$ в пользу альтернативной $F_n(X_i | B) \neq F_{\bar{n}}(X_i | \bar{B})$.

В табл. 3 представлены значения d-статистики Смирнова–Колмогорова для исследуемых моделей¹⁵. Как следует из полученных данных, ответственными за устойчивость и стабильность моделей являются параметры, связанные с монетарной политикой и ожиданиями агентов. При этом значения $d_{n,\bar{n}}$ моделей с рациональными ожиданиями (RE) для областей с детерминированным и неопределенным поведением совпадают. Области с нестабильным поведением для этих моделей отсутствуют. Кроме того, для модели с рациональными ожиданиями агентов значимым оказался только параметр ϕ_π , характеризующий реакцию процентной ставки на изменение внутренней инфляции. При этом модели с рациональными ожиданиями, как уже отмечалось выше, более стабильные по сравнению с моделями с гетерогенными ожиданиями агентов. Соответственно, SSF-модели более устойчивы по сравнению с моделями LHF (табл. 3).

Таблица 3. Значения статистики Смирнова–Колмогорова для значимых параметров исследуемых моделей

Параметр	Детерминированность поведения			Нестабильность поведения		Неопределенность поведения		
	RE	SSF	LHF	SSF	LHF	RE	SSF	LHF
ϕ_π	0,411* (0,000)	0,212* (0,000)	0,242* (0,000)	0,062* (0,000)	0,132* (0,000)	0,411* (0,000)	0,729* (0,000)	0,514* (0,000)
χ	—	0,332* (0,000)	0,311* (0,000)	0,332* (0,000)	0,265* (0,000)	—	0,632* (0,000)	0,363* (0,000)
Ξ	—	0,514* (0,000)		0,621* (0,000)		—	0,143* (0,000)	
α_b	—	—	0,567* (0,000)		0,654* (0,000)			0,667* (0,000)
$\phi_{\bar{y}}$	0,015 (1,000)	0,025 (0,561)	0,051 (0,516)	0,014 (1,000)	0,039 (0,883)	0,015 (1,000)	0,165 (0,298)	0,186 (0,212)
ϕ_q	0,010 (1,000)	0,012 (1,000)	0,011 (1,000)	0,012 (1,000)	0,013 (1,000)	0,010 (1,000)	0,032 (1,000)	0,096 (0,811)
Доля областей с соответствующим поведением для исследуемых моделей, %	68	59	48	37	39	32	4	13

Примечание. Символом «*» обозначены значимые значения d-статистики. В скобках указаны значения уровня значимости p . Остальные структурные параметры (см. табл. 1) являются не значимыми для всех трех моделей.

¹⁵ Приведены значения статистики только для значимых параметров моделей и параметров, связанных с монетарной политикой.

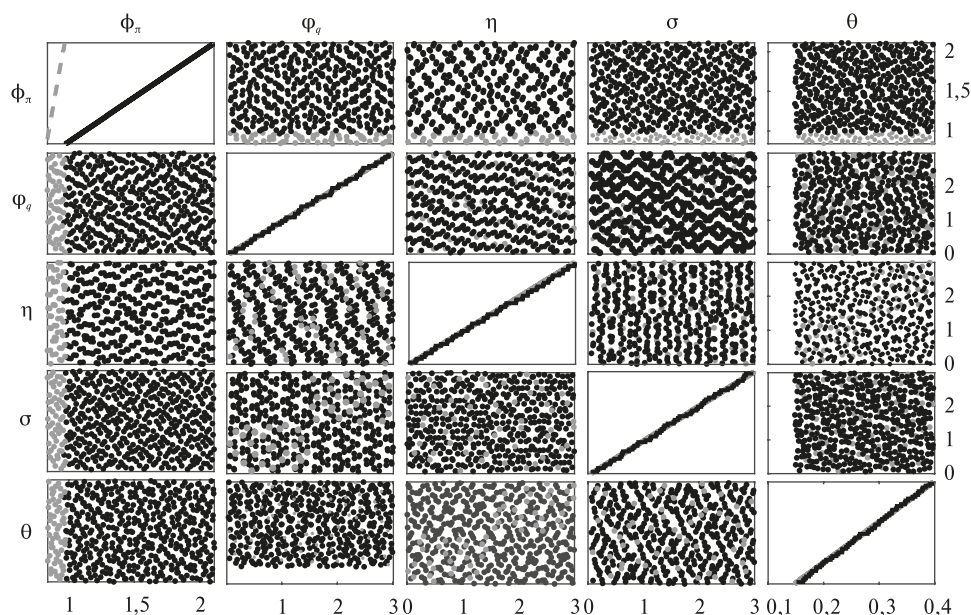


Рис. 1. Двумерные проекции параметров с областями детерминированности модели с рациональными ожиданиями агентов

Примечание. Области детерминированности окрашены черным цветом, неопределенности — серый цвет. По диагонали показаны графические результаты теста Смирнова–Колмогорова для анализа стабильности решений. Черная сплошная линия — $F_n(X_i | B)$, серая пунктирная — $F_n(X_i | \bar{B})$. Коэффициенты ϕ_π и ϕ_q характеризуют реакцию процентной ставки на изменение внутренней инфляции и реального эффективного обменного курса соответственно. Определение остальных параметров дано в описании модели.

Для SSF- и LHF-моделей значения $d_{n,\pi}$ для областей с детерминированным и неопределенным поведением не совпадают. В этих моделях присутствуют области нестабильного поведения, где решения имеют взрывной характер. Причем процентная доля этих областей — намного выше по сравнению с долей областей с неопределенным поведением (см. табл. 3). Для этих моделей значимыми и определяющими поведение модели будут параметры ϕ_π , χ и Ξ . Для модели SSF при уровне значимости меньше двух процентов недетерминированное поведение модели может определять также σ — параметр, обратный эластичности межвременного замещения потребления.

Анализ показал, что параметры ϕ_y , ϕ_q не значимы для поведения всех трех видов моделей¹⁶, т.е. реакция процентной ставки на разрыв выпуска и изменение реального эффективного обменного курса не будет определяющей для поведения моделей. Замена эффективного реального обменного курса на номинальный в уравнении (10) действительно привела к тому, что параметр, определяющий реакцию процентной ставки на изменение номинального курса, оказался значимым для всех исследуемых моделей. Но при этом резко снизилась доля областей с детерминированным поведением. Например, для моделей с SSF и LHF эта доля составляла меньше 12%. Поэтому авторы не приводят данной статистики.

Как отмечалось выше, переменные зарубежного объема выпуска y_i^* и инфляции π_i^* являются экзогенными (уравнения (12)–(13)). Замена этих переменных на эндогенные¹⁷ приводит к тому, что во всех моделях дополнительным к вышеперечисленным значимым для поведения моделей параметром становится реакция зарубежной процентной ставки на изменение инфляции в остальном мире (правило Тейлора для остального мира).

Частичная визуализация полученных результатов показана на рис. 1 (модель с рациональными ожиданиями агентов) и рис. 2 (модель SSF). Хорошо заметно, что только параметр реакции

¹⁶ Незначимость реакции процентной ставки на разрыв выпуска в контексте детерминированности для исследуемых моделей является отличием от работ (Branch, McGough, 2009; Massaro, 2013).

¹⁷ Ввиду ограниченного формата публикации эти уравнения не приводятся.

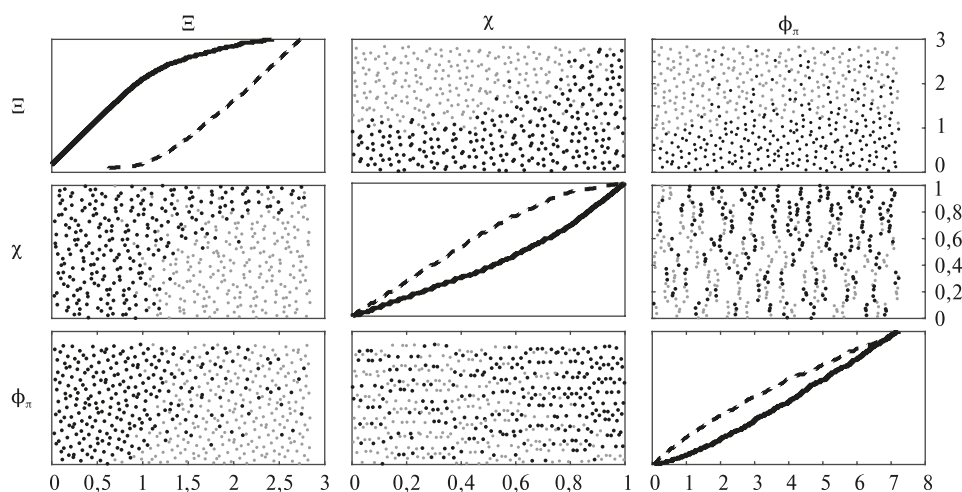


Рис. 2. Двумерные проекции значимых параметров с областями детерминированности модели SSF

Примечание. Области детерминированности окрашены черным цветом, недетерминированности — серый цвет. По диагонали — графические результаты теста Смирнова–Колмогорова для анализа стабильности решений. Черная сплошная линия — $F_n(X_i|B)$, серая пунктирная — $F_n(X_i|\bar{B})$; ϕ_π — коэффициент, характеризующий реакцию процентной ставки на изменение внутренней инфляции; χ — доли агентов с рациональными ожиданиями и Ξ — параметр адаптации.

процентной ставки на изменение внутренней инфляции определяет детерминированность поведения для модели с рациональными ожиданиями агентов. Для этого параметра функции $F_n(X_i|B)$ и $F_n(X_i|\bar{B})$ не совпадают и характер их поведения свидетельствует о том, что детерминированное поведение модели существует при значении данного параметра больше единицы. Двумерные проекции двух областей пространства параметров также приведены на рис. 1.

На рис. 2 показаны результаты для модели SSF. Из проекций видно, что все три приведенных параметра являются значимыми для детерминированного поведения модели. По характеру формы (степени изгиба) этих функций можно сделать выводы о количественных значениях параметров, определяющих детерминированность поведения. Например, значение параметра адаптации Ξ для приемлемого поведения модели должно быть меньше единицы. Аналогичные рассуждения приводят к выводам, что значение параметра χ для детерминированного поведения модели должно быть больше 0,6, а параметра ϕ_π — больше 2. Это означает, что реакция процентной ставки на изменение уровня внутренней инфляции в моделях с гетерогенными ожиданиями должна быть более значительной по сравнению с аналогичной реакцией для модели с рациональными ожиданиями агентов. Аналогичный вид имеют двумерные проекции значимых параметров для моделей LHF, поэтому они не приводятся. Все приведенные результаты подтверждаются апостериорными оценками для этих параметров в табл. 1.

Таким образом, процедура отображения MCF оказывается очень полезной при выборе политики выбора определенных правил, позволяющих манипулировать значимыми макропеременными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье анализировалось влияние ограниченной рациональности агентов на стабильность и устойчивость исследуемой модели с открытой экономикой при одновременном сканировании всего спектра модельных параметров. Исследование устойчивости и стабильности проведено с помощью численной процедуры отображения фильтрации Монте-Карло (MCF). Анализ показал, что реакция процентной ставки на изменение разрыва выпуска и изменение реального эффективного обменного курса не влияет на детерминированное поведение исследуемых моделей открытой экономики. Реакция процентной ставки на изменение номинального эффективного обменного курса оказалась значимой для детерминированного поведения модели, но при этом стабильность и устойчивость моделей резко уменьшается. Однако отличие от цитированных в статье работ состоит в том, что разрыв выпуска не стал значимой переменной для устойчивости модели.

Исследование показало, что реакция процентной ставки на изменение уровня внутренней инфляции в моделях с гетерогенными ожиданиями должна быть более значительной по сравнению с аналогичной реакцией для модели с рациональными ожиданиями агентов.

МСФ-анализ продемонстрировал, что инкорпорирование гетерогенных ожиданий снижает стабильность и устойчивость моделей. При этом модель, основанная на предикторах долгосрочного прогнозирования (LHF), менее стабильна по сравнению с другими моделями (RE и SSF). Важным результатом является существенная доля областей с нестабильным поведением моделей SSF и LHF, где решения характеризуются взрывным характером. Все приведенные результаты подтверждаются апостериорными оценками для этих параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Малаховская О.А.** (2016). Использование моделей DSGE для прогнозирования: есть ли перспектива // *Вопросы экономики*. № 12. С. 129–146. DOI: 10.32609/0042-8736-2016-12-129-146 [Malakhovskaya O.A. (2016). Using DSGE models for forecasting: Is there a prospect? *Voprosy Ekonomiki*, 12, 129–146. DOI: 10.32609/0042-8736-2016-12-129-146 (in Russian).]
- Серков Л.А., Елизаров Д.Б.** (2016). Влияние непредвиденных шоков на поведение макроэкономических показателей в рамках гипотезы об адаптивном обучении агентов // *Известия УрГЭУ*. № 2. С. 135–150. [Serkov L.A., Elizarov D.B. (2016). The influence of unforeseen shocks on the behavior of macroeconomic indicators in the framework of the hypothesis of adaptive learning of agents. *Izvestiya USUE*, 2, 135–150 (in Russian).]
- Уикенс М.** (2015). Макроэкономическая теория: подход динамического общего равновесия. М.: РАНХиГС. [Wickens M. (2015). *Macroeconomic theory: A dynamic general equilibrium approach*. Moscow: RANEPa (in Russian).]
- Adam K.** (2007). Optimal monetary policy with imperfect common knowledge. *Journal of Monetary Economics*, 54 (2), 267–301. DOI: 10.1016/j.jmoneco.2005.08.020
- An S., Schorfheide F.** (2007). Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric Reviews*, 26, 113–172. DOI: 10.1080/07474930701220071
- Andrade P., Bihan H. le** (2013). Inattentive professional forecasters. *Journal of Monetary Economics*, 60 (8), 967–982. DOI: 10.1016/j.jmoneco.2013.08.005
- Blanchard O., Kahn C.** (1980). The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica*, 48 (5), 1305–1311. DOI: 10.2307/1912186
- Branch W.** (2004). The theory of rationally heterogeneous expectations: Evidence from survey data on inflation expectations. *The Economic Journal*, 114 (497), 592–621. DOI: 10.1111/j.1468-0297.2004.00233.x
- Branch W., McGough B.** (2009). A new Keynesian model with heterogeneous expectations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (5), 1036–1051.
- Burnside C.** (1998). Detrending and business cycle facts: A comment. *Journal of Monetary Economics*, 41, 513–532.
- Calvo G.** (1983). Staggered prices in a utility maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12, 383–398.
- Christiano L., Eichenbaum M., Evans C.** (2005). Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy. *Journal of Political Economy*, 103, 51–78.
- Cornea-Madeira A., Hommes C., Massaro D.** (2019). Behavioral heterogeneity in U.S. inflation dynamics. *Journal of Business and Economic Statistics*, 37 (2), 288–300. DOI: 10.1080/07350015.2017.1321548
- Del Negro M., Schorfheide F.** (2008). Forming priors for DSGE models (and how it affects the assessment of nominal rigidities). *Journal of Monetary Economics*, 55 (7), 1191–1208.
- Di Bartolomeo G., Di Pietro M., Giannini B.** (2016). Optimal monetary policy in a new Keynesian model with heterogeneous expectations. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 73, 373–387. DOI: 10.1016/j.jedc.2016.10.003
- Diks C., Weide R. van der** (2005). Herding, a-synchronous updating and heterogeneity in memory in a CBS. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 29 (4), 741–763.
- Galí J., Monacelli T.** (2005). Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. *Review of Economic Studies*, 3, 707–734.
- Gasteiger E.** (2014). Heterogeneous expectations, optimal monetary policy, and the merit of policy inertia. *Journal of Monetary, Credit and Banking*, 46 (7), 1533–1554. DOI: 10.1111/jmcb.12149

- Geweke J.** (1999). Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference. *Econometric Reviews*, 18, 1–126.
- Gorodnichenko Y., Ng S.** (2010). Estimation of DSGE models when the data are persistent. *Journal of Monetary Economics*, 57, 325–340.
- Hommes C.** (2021). Behavioral and experimental macroeconomics and policy analysis: A complex systems approach. *Journal of Economic Literature*, 1 (59), 149–219. DOI: 10.1257/jel.20191434
- Hommes C.** (2011). The heterogeneous expectations hypothesis: Some evidence from the lab. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35 (1), 1–24.
- Kydland F., Prescott E.** (1982). Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica*, 50 (6), 1345–1370.
- Massaro D.** (2013). Heterogeneous expectations in monetary DSGE models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37 (3), 680–692.
- Muth J.F.** (1961). Rational expectations and the theory of price movements. *Econometrica*, 29, 315–335.
- Preston B.** (2006). Adaptive learning, forecast-based instrument rules and monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 53 (3), 507–535.
- Ratto M.** (2008). Analysing DSGE models with global sensitivity analysis. *Computational Economics*, 31 (2), 115–139.
- Saltelli A., Tarantola C., Campolongo F., Ratto M.** (2004). *Sensitivity analysis in practice: A guide to assessing scientific models*. Chichester: John Wiley and Sons.
- Sargent T., Wallace N.** (1976). Rational expectation and the theory of economic policy. *Journal of Monetary Economics*, 2, 169–183.
- Sims C.** (2002). Solving rational expectations models. *Computational Economics*, 20, 1–20.

Analysis of the influence of heterogeneous expectations of economic agents on the stability of general equilibrium models with an open economy

© 2023 L.A. Serkov, S.S. Krasnykh

L.A. Serkov,

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia; e-mail: serkov.la@uiee.ru

S.S. Krasnykh,

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia; e-mail: sergeykrasnykh@yahoo.com

Received 05.04.2022

This study was supported by the Russian Science Foundation (project 21-78-10134)¹⁸.

Abstract. The purpose of the publication is to study the influence of bounded rationality of agents on the ability of economic authorities to choose alternative policy rules that stabilize the dynamics of the relevant significant macroeconomic variables by simultaneously analyzing the entire range of model parameters. The scientific novelty lies in the fact that models with an open economy are analyzed, in which economic agents interact with the outside world. The article evaluates and compares behavioral neo-Keynesian models obtained with two alternative ways of introducing heterogeneous expectations. It is assumed that agents can be either short-sighted with a short-term forecast, or far-sighted forecasters. The difference does not matter when the agents have rational expectations, but it does matter when some of them form beliefs about the future according to some heuristics. Bayesian estimates based on the data of the Russian economy show that the behavioral model based on short-term forecasts is better correlated with empirical data than the model based on long-term forecasts and even compared to the model with rational expectations of agents. Stability and stability analysis was carried out using a numerical procedure — Monte-Carlo Filtration Mapping (MCF). This procedure generalizes and supplements the results obtained for a more limited set of parameters of low-dimensional models in which agents do not interact with the outside world. MCF-analysis shows that incorporating heterogeneous expectations reduces the stability and robustness of models. At the same time, a model based on predictors of long-term forecasting is less stable compared to models of short-term forecasting and with rational expectations of agents. An important result is a significant proportion of areas with unstable behavior of the studied models with heterogeneous expectations of agents, in which solutions are characterized by an explosive nature. With the help of Smirnov–Kolmogorov statistics, significant parameters were identified that determine the deterministic behavior of all analyzed models. An interesting result is: the response of the interest rate to changes in the output gap and changes in the real effective exchange rate do not affect the deterministic behavior of the models under study. All obtained results are confirmed by a posteriori Bayesian estimates for these parameters. The findings provide guidance to economists who study the processes of expectation formation with the help of microdata.

Keywords: heterogeneous expectations, short-term and long-term predictors, Bayes method, Monte-Carlo filtering display, determinism, uncertainty, instability, Smirnov–Kolmogorov statistics.

JEL Classification: D58.

For reference: **Serkov L.A., Krasnykh S.S.** (2023). Analysis of the influence of heterogeneous expectations of economic agents on the stability of general equilibrium models with an open economy. *Economics and Mathematical Methods*, 59, 1, 131–144. DOI: 10.31857/S042473880023067-2

¹⁸ “Formalization of regional development processes on the basis of agent-oriented approach in dynamic stochastic general equilibrium modeling” (<http://rscf.ru/project/21-78-10134/>).