

ISSN 0370-274X

Том 117, Выпуск 3–4

Февраль 2023



Письма
в
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
и
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ

www.sciencejournals.ru

2023 г. Том 117 вып. 3, стр. 181 – 250

2023 г. Том 117 вып. 4, стр. 251 – 322



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 117

Выпуск 3

10 февраля 2023

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ac.ru>

Интернет-версия английского издания
<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>

© Российская академия наук, 2023

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2023

Измерение $Br(H \rightarrow Z\gamma)$ при энергии 250 ГэВ на ИЛС

Е. С. Антонов¹⁾, А. Г. Друзцкой

Физический институт академии наук им. П. Н. Лебедева, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 декабря 2022 г.

После переработки 24 декабря 2022 г.

Принята к публикации 25 декабря 2022 г.

В данной работе исследуется процесс $e^+e^- \rightarrow HZ$ с последующим распадом бозона Хиггса $H \rightarrow Z\gamma$, где оба Z -бозона реконструируются на основе двух струй в конечном состоянии. Анализ был выполнен с использованием Монте-Карло (МК) моделированных наборов данных, полученных в результате детальной симуляции детектора ИЛД при интегральной светимости 2 аб^{-1} , поляризации пучка $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$ и энергии центра масс $\sqrt{s} = 250 \text{ ГэВ}$. Анализ был также выполнен, предполагая два набора данных при интегральной светимости 0.9 аб^{-1} с поляризациями пучков $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (\mp 0.8, \pm 0.3)$. Был изучен потенциальный вклад фоновых процессов с использованием всех доступных МК наборов данных, содержащих события, реконструированные в детекторе ИЛД. Наибольший фоновый вклад дает процесс $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, с дополнительным фотоном с высокой энергией, полученным при излучении в начальном состоянии (ISR). Для подавления этого фона мы отбираем события, где хотя бы один из двух распадов Z -бозона проходил с образованием b -струй. Для уменьшения погрешностей при реконструкции струй мы вычисляем разницу масс $M_\Delta = M(jj\gamma) - M(jj) + M(Z_{\text{ном}})$, где $M(Z_{\text{ном}}) = 91.2 \text{ ГэВ}$. Для оценки ожидаемой точности измерения $Br(H \rightarrow Z\gamma)$ были построены распределения M_Δ для исследуемых сигнала и суммы всех фоновых вкладов. В случае исследования МК событий, сгенерированных при одной поляризации пучков, была получена точность 22%. Для случая с двумя наборами данных с противоположными поляризациями, описанными выше, точность снижается до 24%. Предложенный метод может быть применен и на других рассматриваемых e^+e^- -коллайдерах.

DOI: 10.31857/S1234567823030011, EDN: owdbli

1. Введение. Открытие бозона Хиггса коллаборациями ATLAS и CMS [1, 2] в 2012 г. положило начало высокоточному измерению параметров бозона Хиггса. Хотя многие из этих параметров могут быть достаточно точно измерены на ЛНС, большинство из них можно будет определить на будущих e^+e^- -коллайдерах с более высокой точностью. В частности, канал распада $H \rightarrow Z\gamma$ хорошо подходит для изучения на лептонных коллайдерах. Обе коллаборации ATLAS [3] и CMS [4] оценили ожидаемую статистическую значимость сигнала бозона Хиггса Стандартной модели (СМ) в 1.2σ на основе полных наборов данных, накопленных при $\sqrt{s} = 13 \text{ ТэВ}$. ATLAS рассчитывает достичь точности 19% в измерении произведения сечения рождения и вероятности распада бозона Хиггса, используя набор данных 3000 фб^{-1} , который будет накоплен на ЛНС High Luminosity при 14 ТэВ в будущем [5].

Процесс $H \rightarrow Z\gamma$ описывается в рамках СМ петлевыми диаграммами (рис. 1) с тяжелыми заряженными частицами в петле. Потенциально тяжелые заряженные частицы, предсказанные в рамках любого

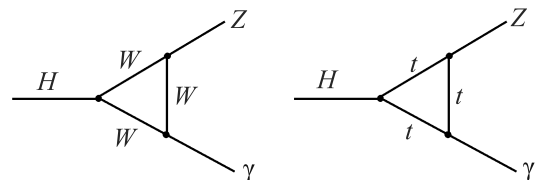


Рис. 1. Петлевые диаграммы распада бозона Хиггса $H \rightarrow Z\gamma$. Ожидается, что канал с петлей W будет обладать доминирующим вкладом порядка 85–90%

сценария с расширением СМ, также могут вносить свой вклад в данный процесс [6]. Хотя относительная вероятность распада процесса $H \rightarrow Z\gamma$ слабо зависит от массы W -бозона [7], этот эффект находится в пределах погрешностей, полученных в данном анализе.

Используя моделирование методом Монте-Карло (МК) в предлагаемом эксперименте на коллайдере СЕРС, проектируемом в Китае, была оценена точность измерения $Br(H \rightarrow Z\gamma)$ при наборе данных 5.6 аб^{-1} [8]. Был реконструирован процесс $e^+e^- \rightarrow ZH(Z\gamma)$, в котором один из Z -бозонов распался по каналу $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$, а другой – по каналу $Z \rightarrow jj$. Две возможные комбинации соответствующих конечных

¹⁾e-mail: antonov@lebedev.ru

состояний были изучены вместе и была получена точность измерения $\mathcal{B}r(H \rightarrow Z\gamma) \sim 13\%$.

В данном анализе мы реконструируем оба Z -бозона из адронных струй, что позволяет увеличить статистику. Мы обозначаем напрямую рожденный Z -бозон как Z_1 , чтобы отделить его от Z -бозона, рожденного в распаде бозона Хиггса. Существует ряд фоновых процессов с большими сечениями, которые имеют аналогичную конечную конфигурацию, включающую четыре струи и фотон с высокой энергией. Наибольший фоновый вклад дает процесс $e^+e^- \rightarrow W^+W^-\gamma$, в котором фотон образуется при излучении в начальном состоянии (ISR). Для подавления этого фона мы выбираем только те события, в которых хотя бы один Z -бозон распадается на $b\bar{b}$ -струи. Метод тагирования b -струй обеспечивает высокую эффективность для сигнальных событий и сильное подавление фона W^+W^- . В конечном итоге мы изучаем следующий процесс:

$$e^+e^- \rightarrow Z_1(q\bar{q})H, \quad H \rightarrow Z(q\bar{q})\gamma, \quad (1)$$

где любая из двух пар кварков может быть $b\bar{b}$ парой. Для простоты все ароматы кварковых струй анализируются вместе, однако будущие улучшения методики исследования должны включать поправки для конкретных ароматов [9].

2. МК наборы данных и метод анализа. Мы используем все доступные официальные образцы МК данных, подготовленные коллаборацией ILD. Все процессы генерируются с использованием пакета Whizard 2.8.5 [10] с выходным форматом LCIO [11]; адронизация выполняется с помощью Pythia6 [12]. Детальное моделирование детектора ILD (The International Large Detector) выполнено с использованием модели ILD_15_o1_v02 из набора программ ILCSOFT [13] v02-00-02 с использованием программного пакета DD4HEP [14]. События реконструируются с помощью Marlin [15].

Официальные наборы данных сгенерированы с учетом четырех возможных комбинаций со 100% поляризацией пучка $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (\pm 1.0, \pm 1.0)$ и энергией в центре масс 250 ГэВ. Процессы излучения пучка и ISR включены на уровне генерации. Перед реконструкцией на сгенерированные события накладываются адроны с низким поперечным импульсом p_t , которые образуются в результате высокоэнергетичных $\gamma\gamma$ -процессов, а также e^+e^- пар, излучаемых пучком. МК образцы данных содержат информацию обо всех частицах в событии. В частности, для представленных исследований важны банки данных MCParticles [16] и PandoraPFOs (объекты, полученные методом потока частиц с помощью програм-

мы PandoraPFA [17]). В табл. 1 представлена основная информация о данных, содержащихся в наиболее значимых для анализа МК наборах.

Описание выделения изолированных фотонов, реконструкции струй с помощью FastJet [18] и тагирования b -струй, выполняемые дополнительными Marlin-процессорами, представлены в следующих разделах.

Чтобы получить ожидаемое количество сигнальных или фоновых событий с поляризацией $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$ и интегральной светимостью 2 аб^{-1} , мы применяем весовой коэффициент к каждому событию из МК наборов данных. Приблизительные интегральные светимости \mathcal{L} приведены в табл. 1. Весовой коэффициент $W_{LR/RL}$ зависит от целевой поляризации и хиральности пучка, для которых были сгенерированы исходные МК события, а также от отношения целевой светимости к сгенерированной светимости. Для целевых значений $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$ и 2 аб^{-1} веса рассчитываются следующим образом:

$$W_{LR/RL} = \left[\frac{(1 \pm 0.8)}{2} \cdot \frac{(1 \pm 0.3)}{2} \right] \cdot \frac{2 \text{ аб}^{-1}}{\mathcal{L}}. \quad (2)$$

Количество МК событий, сгенерированных до взвешивания, значительно больше, чем количество ожидаемых событий, полученных после взвешивания.

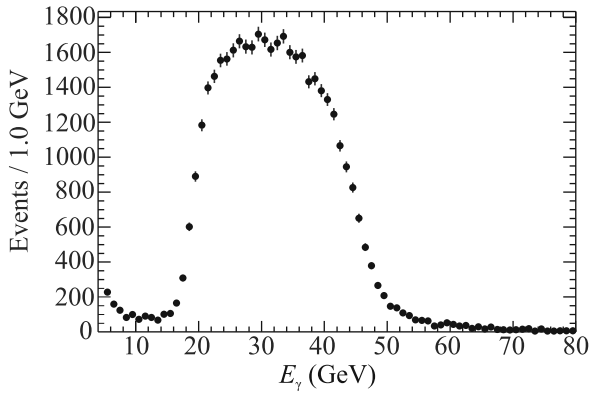
3. Предварительный отбор событий и первичный анализ. На генераторном уровне мы предварительно отобрали события из сигнальных МК наборов данных, в которых содержатся только определенные цепочки процессов. Все последующие отборы применяются на уровне реконструкции.

Первым шагом на этапе отбора является идентификация кандидата на изолированный фотон. Для этой цели применяется так называемый процессор IsolatedPhotonTagging. Этот процессор находит изолированные фотоны высокой энергии в событиях, используя метод двойного конуса и алгоритмы машинного обучения TMVA [19]. Для данного процессора мы использовали набор параметров и весов, включенных по умолчанию.

Для подавления фоновых вкладов, связанных с ISR-фотонами, используются две переменные: энергия фотона E_γ и угол между направлением фотона и пучков $\cos\theta_{\gamma\text{-beam}}$. ISR-фотоны в основном расположены в областях, близких к направлениям пучка и имеют малые энергии. Сигнальные фотоны имеют плоское угловое распределение $\cos\theta_{\gamma\text{-beam}}$ и концентрируются в диапазоне энергий, показанном на рис. 2. Фотон с энергией $E_\gamma > 5 \text{ ГэВ}$, имеющий максимальную энергию среди всех изолированных фо-

Таблица 1. Основная информация о МК наборах данных, включающих сигнал и фоны со значимым вкладом. Приведенные сечения скорректированы на относительные вероятности распадов, указанных в первом столбце

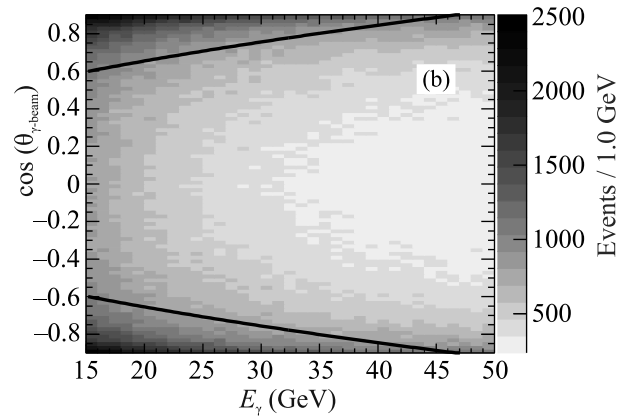
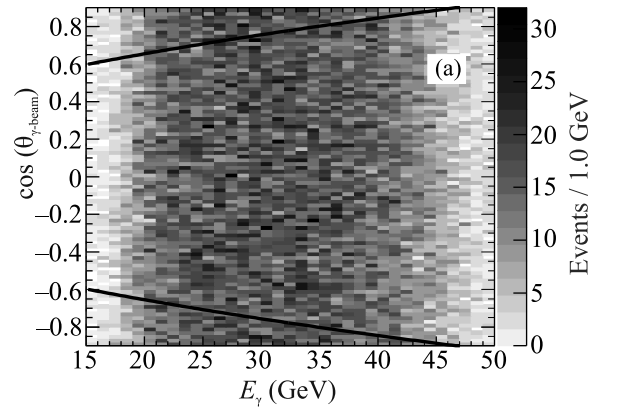
Процесс e^-e^+ поляризация	Интегральная светимость, аб^{-1}		Сечение, фб		Число событий	
	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL
Сигнальные наборы данных						
$q\bar{q}H(Z\gamma)$	191	298	0.52	0.34	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^5$
Фоновые наборы данных						
$q\bar{q}$	5.00	5.00	$128 \cdot 10^3$	$70.4 \cdot 10^3$	$6.40 \cdot 10^8$	$3.52 \cdot 10^8$
$W(q\bar{q})W(q\bar{q})$	5.00	5.12	$14.8 \cdot 10^3$	225	$7 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^5$
$Z(q\bar{q})Z(q\bar{q})$	5.05	5.11	$1.41 \cdot 10^3$	607	$7 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^6$
$Z/W(q\bar{q})Z/W(q\bar{q})$	5.00	5.32	$12.4 \cdot 10^3$	226	$6 \cdot 10^7$	10^6
$Z(q\bar{q})Z(\mu^+\mu^-/\tau^+\tau^-)$	5.01	5.14	838	467	$4 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$
$q\bar{q}H(b\bar{b})$	0.50	0.78	199	128	10^5	10^5
$q\bar{q}H(\tau^+\tau^-)$	23.2	36.3	21.5	13.8	$5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$
$q\bar{q}H(W^+W^-)$	6.81	10.6	73.4	47.0	$5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$
$q\bar{q}H(ZZ)$	55.6	86.9	8.99	5.75	$5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$
$\tau^+\tau^-H(\text{all})$	7.45	11.6	67.1	42.9	$5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$

Рис. 2. Энергетическое распределение изолированных фотонов, образующихся в процессе $e^+e^- \rightarrow HZ$, где $H \rightarrow Z\gamma$

тонов в данном событии, выбирается для последующего анализа.

Мы применили отборы по энергии и полярному углу между фотоном и пучком, $E(\gamma) = [18, 50]$ ГэВ и $|\cos\theta_{\gamma\text{-beam}}| < 0.95$, соответственно. Фотоны из фонового процесса $e^+e^- \rightarrow Z\gamma$ имеют импульс 108 ГэВ и не попадают в выбираемый интервал по энергии. Для большего подавления ISR-фотонов мы также применили отбор для двумерного распределения $E_\gamma - 70\cos^2\theta_{\gamma\text{-beam}} > -10$ ГэВ. Само распределение и отбор показаны на рис. 3 для сигнала (а) и всех фоновых вкладов (б).

Наиболее опасными источниками фонов являются процессы $e^+e^- \rightarrow W^+W^-\gamma_{\text{ISR}}$ и $e^+e^- \rightarrow ZZ\gamma_{\text{ISR}}$, включающие четыре струи и ISR-фотон в конечных состояниях. Фоновый процесс $e^+e^- \rightarrow W^+W^-\gamma_{\text{ISR}}$ при eLpR поляризации пучка имеет большое сече-

Рис. 3. Двумерные распределения $\cos\theta_{\gamma\text{-beam}}$ в зависимости от E_γ для сигнала (а) и суммы значимых фонов (б). Кривые показывают отбор, пояснение к которому дано в тексте

ние и должен быть сильно подавлен. Для этого мы требуем наличие хотя бы одной струи, тагированной как b -струи. Для реконструкции струй и тагирова-

ния b -струй в событии используется пакет программ FastJet с алгоритмом Valencia [20], специально разработанный для реконструкции струй на электрон-позитронных коллайдерах. Мы выбрали этот алгоритм из-за его высокой эффективности восстановления струй вблизи направления пучка. Для алгоритма необходимо настроить три параметра: обобщенный радиус конуса струи R и параметры β и γ , которые используются для управления порядком кластеризации струй и фоновой устойчивостью. Мы выбрали значения β в 1.0, γ в 0.5 и R в 1.5 и формируем четыре струи из всех частиц в событии, кроме идентифицированного фотона.

Вероятность MVA тагирования b -струи рассчитывается для применяемого алгоритма LCFI+ (Linear Collider Flavor Identification) [21]. Струи со значением правдоподобия выше 90% считаются корректно идентифицированными. Для последующего анализа отбираются только те события, в которых корректно идентифицирована хотя бы одна b -струя. Для получения эффективности идентификации рассчитывается отношение количества событий с идентифицированной b -струей к количеству событий, содержащих b -кварки на генераторном уровне. Эффективность идентификации составляет $\sim 87\%$ для всех поляризаций пучков. Относительные вероятности распада Z -бозона на адронные струи любого аромата и $b\bar{b}$ -струи равны $69.91 \pm 0.06\%$ и $15.12 \pm 0.05\%$ [22], соответственно. Таким образом, эффективность положительного тагирования хотя бы одной b -струи из всех сигнальных событий с 4-мя струями составляет $\sim 34\%$. Вероятность ложного тагирования b -струй для событий с 4 струями в случае отсутствия b -кварков на генераторном уровне составляет 0.85%.

Произведение сечения процесса и относительной вероятности распада, о которых говорилось выше, можно измерить экспериментально по формуле:

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow HZ_1) \times Br(H \rightarrow Z\gamma) = \\ = N_{\text{sig}} / (\mathcal{L}_{\text{int}} \cdot \epsilon \cdot Br(Z_1) \cdot Br(Z)), \end{aligned} \quad (3)$$

где N_{sig} – количество сигнальных событий, полученных в конкретном канале, а \mathcal{L}_{int} – интегральная светимость используемого набора данных. Эффективность отбора обозначается как ϵ , а соответствующие относительные вероятности распадов Z -бозона, взятые из PDG (Particle Data Group) [22], обозначаются как $Br(Z_1)$ и $Br(Z)$.

Чтобы получить лучшее разрешение, количество сигнальных событий с бозоном Хиггса получается с помощью распределения M_Δ , вычисляемого по следующей формуле:

$$M_\Delta = M(jj\gamma) - M(jj) + M(Z_{\text{nom}}), \quad (4)$$

где $M(Z_{\text{nom}}) = 91.2$ ГэВ. Распределение, построенное по этой формуле, демонстрирует более узкий пик в области массы бозона Хиггса, поскольку неопределенности реконструкции струй существенным образом сокращаются в разности масс.

4. Результаты. Конечное состояние сигнального канала включает один фотон и четыре струи. Чтобы сформировать бозоны Z_1 и Z из этих четырех струй, мы вычисляем χ^2 для шести возможных комбинаций двух струй, используя соответствующие массы и импульсы:

$$\begin{aligned} \chi^2 = \frac{(M(Z_1) - M(Z_{\text{nom}}))^2}{\sigma_{M_{Z_1}}^2} + \frac{(M(Z) - M(Z_{\text{nom}}))^2}{\sigma_{M_Z}^2} + \\ + \frac{(P(Z_1) - \bar{P}(Z_1))^2}{\sigma_{P_{Z_1}}^2} + \frac{(P(Z + \gamma) - \bar{P}(Z_1))^2}{\sigma_{P_{Z\gamma}}^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\bar{P}(Z_1) = 60.0$ ГэВ/с – усредненный импульс Z_1 в процессе $e^+e^- \rightarrow HZ_1$ при энергии центра масс 250 ГэВ. Параметры σ со значениями $\sigma_{M_{Z_1}} = 14.2$ ГэВ, $\sigma_{M_Z} = 14.3$ ГэВ, $\sigma_{P_{Z_1}} = 7.1$ ГэВ, $\sigma_{M_{Z\gamma}} = 7.7$ ГэВ – средние эффективные ширины соответствующих массовых или импульсных распределений на уровне реконструкции. Выбирается комбинация с минимальным χ^2 . Для последующего анализа сохраняются только события со значением $\chi^2 < 15$.

В список исследуемых фоновых процессов входят $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, $e^+e^- \rightarrow Z(q_1\bar{q}_1)Z(q_2\bar{q}_2)$ и $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-H$. Фоновые вклады также идут из $e^+e^- \rightarrow W^+(q_1\bar{q}_1)W^-(q_2\bar{q}_2)$ и $e^+e^- \rightarrow Z(q\bar{q})H(\tau^+\tau^-)$ процессов. Процесс $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ может быть ошибочно идентифицирован как четырехструйный процесс, и он дает большой фоновый вклад из-за огромного сечения. Некоторые фоновые процессы частично подавлены благодаря тагированию b -струи.

Мы применили набор дополнительных отборов для дальнейшего подавления фонон. Применяются отборы по массам Z_1 и Z -бозонов $M(Z_1/Z) > 60$ ГэВ. Поперечный импульс полной системы должен быть в области $P_t(jjj\gamma) < 10$ ГэВ, а полная энергия системы – в области $E(jjj\gamma) < 270$ ГэВ. Накладывается требование на значение угла спиральности $\cos\theta_h$ в интервале $[-0.95, +0.9]$. Угол спиральности рассчитывается как угол между направлением струи с большим импульсом в распаде бозона Хиггса и направлением движения реконструированного бозона Хиггса $H(jj\gamma)$. Этот отбор позволяет сохранить большую часть сигнальных событий, но с высокой эффективностью подавляет основные фоны. Дополнительное подавление фона обеспечивает отбор по углу между Z_1 и Z бозонами $\cos\theta_{Z_1Z} > -0.95$. Возможные фоны, содержащие лептоны в конечном со-

стоянии, отбрасываются требованием на общее количество реконструируемых объектов $N_{PFOs} > 60$. Число сигнальных и фоновых событий до и после отборов, соответствующих интегральной светимости 2 аб^{-1} и поляризации $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$, перечислено в табл. 2 и табл. 3, соответственно.

Таблица 2. Количество сигнальных событий до и после отборов. В скобках указан процент оставшихся событий по сравнению с предыдущим шагом

$e^+e^- \rightarrow Z_1(jj)Z(jj)\gamma$	eLpR	eRpL
МК события	70100	69786
Весовые коэффициенты	$6.1 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{-4}$
Взвешенные МК события	430.5	16.4
Тагирование фотонов	388.9 (90.3 %)	14.8 (90.4 %)
Тагирование b -струй	131.5 (33.8 %)	5.0 (34.0 %)
Взвешенные события после отборов	58.0 (44.1 %)	2.0 (39.0 %)

Распределения сигнала и фона M_Δ после всех отборов подгоняются соответствующими функциями для получения параметров формы отдельно для сигнала и фона (рис. 4а). Значения погрешностей указывают статистические погрешности, которые намного меньше, чем флуктуации ожидаемых данных. Распределение сигнала $F_S(m)$ моделируется суммой трех функций: функции Брейта–Вигнера BW, свернутой с функцией Гаусса G_1 , и двух дополнительных функций Гаусса G_2 и G_3 для учета событий, находящихся в обоих хвостах распределения, связанных с ошибочным отбором струй с помощью метода минимального χ^2 :

$$F_S(m) = f_1 \text{BW} \otimes G_1 + (1 - f_1) \times [f_2 G_2 + (1 - f_2) G_3]. \quad (6)$$

Соответствующие отношения обозначаются как f_1 и f_2 . Ширина функции Брейта–Вигнера фиксируется в значение $\Gamma = 2.495 \text{ ГэВ}$, поскольку натуральная ширина бозона Z транслируется в значение M_Δ . Среднее значение для первого Гаусса фиксируется в нуль.

Фон описывается функцией $F_B(m)$, представляющей собой экспоненциальную функцию, свернутую с Гауссом:

$$F_B(m) = \exp(-m/\tau) \otimes G_4. \quad (7)$$

Полученные параметры подгонки сигнала и фона приведены в табл. 4.

Затем с использованием полученных форм распределения и нормировок оцениваются статистические погрешности сигнала. Чтобы воспроизвести реальное распределение данных, взвешенные распределения сигнала и фона суммируются, содержимое

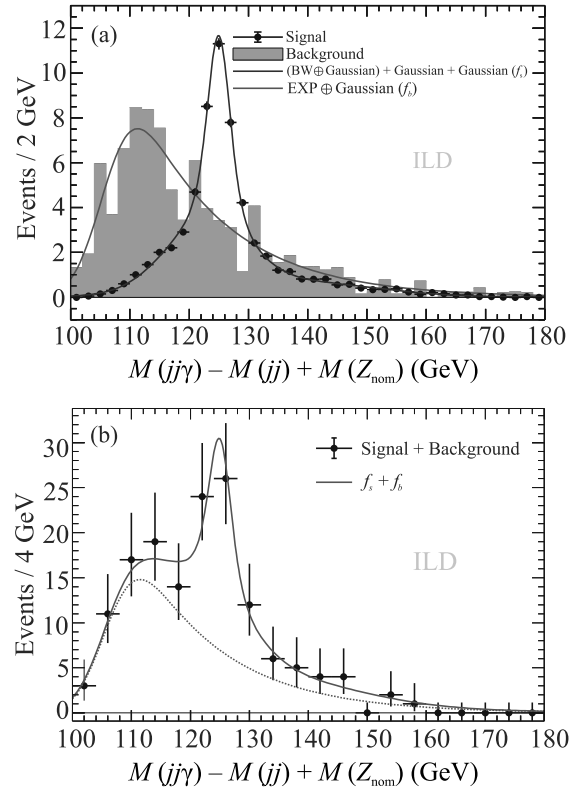


Рис. 4. (Цветной онлайн) Распределения разницы масс $M_\Delta = M(jj\gamma) - M(jj) + M(Z_{\text{nom}})$, показанные для процесса $e^+e^- \rightarrow Z_1(j_1j_2)H(Z\gamma)$ с последующим распадом $Z \rightarrow j_3j_4$. (а) – Распределения представлены отдельно для сигнала (точки с ошибками) и фона (заштрихованная гистограмма). Результаты подгонки накладываются друг на друга: синяя сплошная кривая для сигнала и красная пунктирная кривая для фона. (б) – Сумма вкладов сигнала и фона показана точками с ошибками вместе с результатами подгонки: красная пунктирная кривая для фона и красная сплошная кривая для суммы сигнала и фона. Функции и методы подгонки описаны в тексте

каждого бина округляется до целого числа и погрешности Пуассона принимаются для содержимого бина. Рисунок 4б показывает распределение M_Δ для суммы сигнальных и фоновых событий.

Распределение суммы вкладов сигнала и фона подгоняется суммарной функцией с фиксированными формами и свободными нормировками. Для получения количества сигнальных событий применяется расширенный метод максимального правдоподобия [23]. В комбинированном распределении наблюдается ярко выраженный пик сигнала. Подгонка дает 60 ± 13 сигнальных событий и 89 ± 14 фоновых событий. Сигнальное число событий соответствует статистической погрешности 22 %.

Таблица 3. Число МК событий до и после ограничений, показанное для значимых фонов. Число МК событий до взвешивания и ограничений дано в столбце “Номинальное число МК событий”

Процесс	Номинальное число МК событий		Весовые коэффициенты		Взвешенное число МК событий		γ -таггинг		b -таггинг		После всех ограничений	
	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL	eLpR	eRpL
e^-/e^+ поляризация												
$q\bar{q}$	$6.4 \cdot 10^8$	$3.5 \cdot 10^8$	0.23	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$3.1 \cdot 10^7$	$1.1 \cdot 10^6$	$1.3 \cdot 10^7$	$1.1 \cdot 10^6$	$6.0 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^5$	39.0	1.0
$W(q\bar{q})W(q\bar{q})$	$7.0 \cdot 10^7$	$7.0 \cdot 10^5$	0.23	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$1.6 \cdot 10^7$	$1.6 \cdot 10^5$	$1.5 \cdot 10^6$	809.3	$1.1 \cdot 10^4$	6.5	2.0	0.0
$Z(q\bar{q})Z(q\bar{q})$	$7.0 \cdot 10^6$	$3.0 \cdot 10^6$	0.23	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$1.6 \cdot 10^6$	$4.2 \cdot 10^4$	$1.4 \cdot 10^5$	$3.7 \cdot 10^3$	$5.0 \cdot 10^4$	$1.4 \cdot 10^3$	12.0	0.0
$Z/W(q\bar{q})Z/W(q\bar{q})$	$6.0 \cdot 10^7$	10^6	0.23	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$1.4 \cdot 10^7$	$1.3 \cdot 10^4$	$1.2 \cdot 10^6$	$1.4 \cdot 10^3$	$8.3 \cdot 10^3$	10.0	2.0	0.0
$Z(q\bar{q})Z(\mu\mu/\tau\tau)$	$4.0 \cdot 10^6$	$2.0 \cdot 10^6$	0.21	$1.1 \cdot 10^{-2}$	$8.4 \cdot 10^5$	$2.2 \cdot 10^4$	$7.2 \cdot 10^4$	$2.3 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^4$	373.7	14.0	0.0
$q\bar{q}H(b\bar{b})$	10^5	10^5	0.17	$6.6 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^4$	657.6	961.2	38.1	860.7	33.9	1.0	0.0
$q\bar{q}H(\tau^+\tau^-)$	$5.0 \cdot 10^5$	$5.0 \cdot 10^5$	0.04	$1.5 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^4$	760.9	$2.1 \cdot 10^3$	83.4	403.3	15.3	1.0	0.0
$q\bar{q}H(W^+W^-)$	$5.0 \cdot 10^5$	$5.0 \cdot 10^5$	0.14	$3.0 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^4$	$1.5 \cdot 10^3$	$3.5 \cdot 10^3$	77.1	623.1	13.6	1.0	0.0
$q\bar{q}H(ZZ)$	$5.0 \cdot 10^5$	$5.0 \cdot 10^5$	0.16	$6 \cdot 10^{-3}$	$7.9 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^3$	$4.9 \cdot 10^3$	187.2	$1.6 \cdot 10^3$	62.2	2.0	1.0
$\tau^+\tau^-H(\text{all})$	$5.0 \cdot 10^5$	$5.0 \cdot 10^5$	0.12	$4.4 \cdot 10^{-3}$	$5.8 \cdot 10^4$	$2.2 \cdot 10^3$	$5.5 \cdot 10^3$	206.0	$2.9 \cdot 10^3$	108.7	13.0	0.0

Таблица 4. Параметры, полученные из отдельных подгонок для сигнала и фона, показанных на рис. 4а

Сигнал	
BW среднее значение, μ	124.99 ± 0.06 ГэВ
G_1 ширина	1.38 ± 0.09 ГэВ
G_1 среднее значение	140.63 ± 1.76 ГэВ
G_2 ширина	12.05 ± 0.75 ГэВ
G_2 среднее значение	122.54 ± 0.31 ГэВ
G_3 ширина	7.11 ± 0.18 ГэВ
Нормировка f_1	0.55 ± 0.02
Нормировка f_2	0.73 ± 0.04
Фон	
Параметр τ в экспоненте	14.59 ± 0.97
G_4 среднее значение	106.08 ± 0.59 ГэВ
G_4 ширина	4.18 ± 0.66 ГэВ

Достоверность сигнала проверяется с помощью метода игрушечного МК с использованием пакета RooFit. 10000 массовых распределений M_Δ были сгенерированы с использованием форм и нормировок для суммы распределений сигнала и фона, полученных отдельно. Сгенерированные массовые распределения описаны функцией, включающей как сигнальные, так и фоновые вклады со свободными нормировками. Рисунок 5 показывает распределение количества событий для сигнала, полученных по методу игрушечного МК. Подгонка этого распределения функцией Гаусса дает среднее значение и ширину 60 ± 13 соответственно. Результаты игрушечного МК согласуются в пределах погрешностей с результатами подгонки суммарной функцией. Следовательно, статистическая неопределенность составляет 22% для предполагаемого набора данных с интегральной светимостью 2 аб^{-1} и

$\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$. Базовый сценарий ИЛС предусматривает два набора данных по 0.9 аб^{-1} с поляризацией $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$ и поляризацией $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (+0.8, -0.3)$ каждый, плюс дополнительно два набора по 0.1 аб^{-1} с поляризацией $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, -0.3)$ и поляризацией $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (+0.8, +0.3)$ каждый [24]. Мы провели анализ в соответствии с данным сценарием и получили статистическую точность 24%. Этот результат учитывает увеличение эффективной светимости по сравнению с неполяризованным набором данных 1.8 аб^{-1} , но не использует все преимущества поляризованных пучков. Для достижения оптимальных результатов отборы должны быть настроены отдельно для каждого из наборов данных, чтобы аккуратно учесть различие в отношениях сигнала к фону. Данная оптимизация может быть выполнена в будущем.

Систематические погрешности в этом анализе не изучаются. Наибольшие систематические погрешности ожидаются из-за неопределенности в эффективности отбора и погрешности в моделировании формы сигнала и фона. Общая систематическая погрешность грубо оценивается как $< 3\%$, что намного меньше ожидаемой статистической погрешности. К сожалению, точные оценки систематических погрешностей не могут быть выполнены без реальных данных.

5. Заключение. Мы изучили процесс $e^+e^- \rightarrow HZ$ с последующим распадом $H \rightarrow Z\gamma$, смоделированный с помощью метода МК. Генерация выполнена в предположении интегральной светимости 2 аб^{-1} , энергии центра масс 250 ГэВ и поляризации пучка $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (-0.8, +0.3)$. Соответствующие сигнальные и фоновые вклады оцениваются с помо-

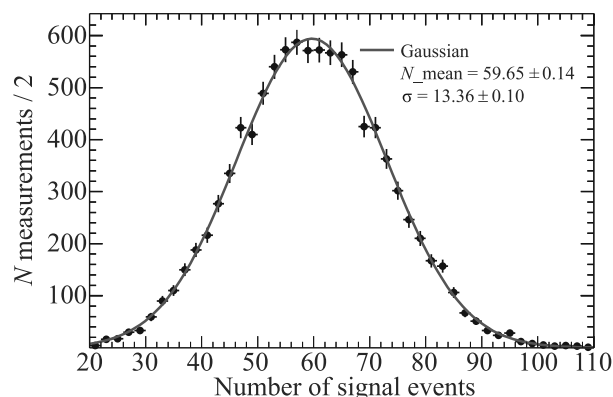


Рис. 5. (Цветной онлайн) Распределение числа сигнальных событий, полученных из подгонки по методу игрушечного МК (точки с ошибками), показанное вместе с подгонкой функцией Гаусса (кривая). Подробное описание указано в тексте

щью МК-моделирования детектора ILD, предлагаемого для установки на будущем коллайдере ILC. Статистическая погрешность 22 % получена для сигнального числа событий. Мы также повторили анализ, предполагая два набора данных с интегральной светимостью 0.9 аб^{-1} и двумя поляризациями пучка $\mathcal{P}_{e^-e^+} = (\mp 0.8, \pm 0.3)$ и получили статистическую погрешность 24 %. Точность этого метода примерно такая же, как у SEPC [8], где для определения относительной вероятности распада использовался распад одного из Z -бозонов в нейтринном канале. Поскольку сечение $\sigma(e^+e^- \rightarrow HZ)$ может быть определено с высокой точностью порядка 1 % при изучении других процессов [25], полученные неопределенности прямо соответствуют неопределенностям измерения $Br(H \rightarrow Z\gamma)$. Немного более высокая точность может быть получена при дальнейшем развитии передовых технологий реконструкции событий, таких как полная кинематическая подгонка, многомерный анализ с помощью машинного обучения и обработка b -струи с учетом вторичных вершин распадов. Результаты этого метода и метода, предложенного в работе [8], могут быть объединены для дальнейшего повышения точности.

Авторы благодарны И. Божович-Елисавич, Дженни Лист, Кьетомо Кавагоэ, Цзюньпиню Тяню, Дениэлю Джинсу, Альберто Руису и Тису Бенке за полезные обсуждения. Мы хотели бы поблагодарить рабочую генераторную группу LCC и рабочую группу программного обеспечения ILD за предоставление инструментов моделирования и реконструкции и создание образцов Монте-Карло, используемых в этом исследовании. В этой работе использовались вычислительные ресурсы, предо-

ставляемые Виртуальной организацией ILC при поддержке национальных поставщиков ресурсов EGI Federation и Open Science GRID.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение # 14.W03.31.0026.

1. G. Aad, T. Abajyan, B. Abbott et al. (ATLAS Collaboration), *Phys. Lett. B* **716**, 1 (2012).
2. S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A.M. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), *Phys. Lett. B* **716**, 30 (2012).
3. G. Aad, B. Abbott, D.C. Abbott et al. (ATLAS Collaboration), *Phys. Lett. B* **809**, 135754 (2020).
4. CMS Collaboration, arXiv:2204.12945.
5. ATLAS and CMS Collaborations, ATLAS-PHYS-PUB-2022-018 and CMS PAS-FTR-22-001.
6. P. Bambade, T. Barklow, T. Behnke et al. (the Linear Collider Collaboration), arXiv:1903.01629.
7. L.D. Luzio, R. Gröber, and P. Paradisi, arXiv:2204.05284.
8. F. An, Y. Bai, Ch. Chen et al. (Collaboration), *Chin. Phys. C* **43**, 043002 (2019).
9. Y. Radkhorami and J. List, arXiv:2105.08480.
10. W. Kilian, T. Ohl, and J. Reuter, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1742 (2011).
11. S. Alpin, J. Engels, F. Gaede, N. A. Graf, T. Johnson, and J. McCormick, *2012 IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference Record (NSS/MIC)* (2012), p. 2075; doi: 10.1109/NSSMIC.2012.6551478.
12. T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands, *J. High Energy Phys.* **05**, 026 (2006).
13. R. Poeschl, eConf **C0705302**, PLE104 (2007).
14. A. Sailer, M. Frank, F. Gaede, D. Hynds, S. Lu, N. Nikiforou, M. Petric, R. Simoniello, and G. Voutsinas (CLICdp, ILD Collaboration), *J. Phys. Conf. Ser.* **898**, 042017 (2017).
15. F. Gaede, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **559**, 177 (2006).
16. MCParticle Class Reference, http://lcio.desy.de/v01-07/doc/doxygen_api/html/classEVENT_1_1MCParticle.html.
17. J. Marshall and M. Thomson, in *Proceedings of CHEF2013 – Calorimetry for the High Energy Frontier*, Palaiseau, France (2013), p. 305.
18. M. Cacciari, G.P. Salam, and G. Soyez, *Eur. Phys. J. C* **72**, 1896 (2012).
19. A. Hoecker, P. Speckmayer, J. Stelzer et al. (Collaboration), CERN Report # 2007-007 (2007).
20. M. Boronat, J. Fuster, I. Garcia, Ph. Roloff, R. Simoniello, and M. Vos, *Eur. Phys. J. C* **78**, 144 (2018).

21. S. Catani, Y. L. Dokshitzer, M. Olsson, G. Turnock and B. Webber, Phys. Lett. B **269**, 432 (1991).
22. R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **2022**(8), 083C01 (2022).
23. W. Verkerke and D. Kirkby, RooFit Users Manual v2.91.
24. A. Aryshev, T. Behnke, M. Berggren et al. (the ILC International Development Team and the ILC collaboration), arXiv:2203.07622.
25. T. Barklow, K. Fujii, S. Jung, R. Karl, J. List, T. Ogawa, M. E. Peskin, and J. Tian, Phys. Rev. D **97**, 053003 (2018).

Upper limits on the isotropic diffuse flux of cosmic PeV photons from Carpet-2 observations

D. D. Dzhappuev⁺, Yu. Z. Afashokov⁺, I. M. Dzaparova^{+*}, T. A. Dzhatdoev^{+×}, E. A. Gorbacheva⁺,
I. S. Karpikov⁺, M. M. Khadzhiev⁺, N. F. Klimentko⁺, A. U. Kudzhaev⁺, A. N. Kurenya⁺, A. S. Lidvansky⁺,
O. I. Mikhailova⁺, V. B. Petkov^{+*}, E. I. Podlesnyi^{+×}, N. A. Pozdnukhov^{+×}, V. S. Romanenko⁺, G. I. Rubtsov⁺,
S. V. Troitsky^{+×1)}, I. B. Unatlov⁺, I. A. Vaiman⁺, A. F. Yanin⁺, K. V. Zhuravleva⁺ (Carpet-2 Group)

⁺Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, 117312 Moscow, Russia

^{*}Institute of Astronomy, Russian Academy of Sciences, 119017 Moscow, Russia

[×]M. V. Lomonosov Moscow State University, 119991 Moscow, Russia

Submitted 2 December 2022
Resubmitted 15 December 2022
Accepted 16 December 2022

DOI: 10.31857/S1234567823030023, EDN: oweftt

Isotropic diffuse gamma-ray flux in the PeV energy band is an important tool for multimessenger tests of models of the origin of high-energy astrophysical neutrinos [1] and for new-physics searches.

Gamma rays born jointly with neutrinos produce pairs on the cosmic microwave background [2] and are important to distinguish between Galactic and extragalactic scenarios [3–5]. Several Galactic models [6–11] and some new-physics scenarios [12, 13] (but see [14, 15]) can be tested. Anisotropic Galactic flux has been reported [16].

Carpet-2 is a surface air-shower array located at the Baksan Neutrino Observatory of INR RAS, see [17–24] and interpretation of the most recent result in [25, 26]. We use the effective number of relativistic particles N_e estimated by the surface detector and the number n_μ of muons recorded in the 175 m² area muon detector. For the purpose of this work, we use two data sets. The *Maximal-exposure* data set combines 1999–2011 events and 2018–2022 events with the cut $n_\mu > 1$ imposed in addition to the standard quality cuts [27]. The *Photon-friendly* data set includes the events recorded in 2018–2022 without the n_μ cut. Monte-Carlo (MC) simulations of photon-induced air showers and the Carpet-2 detector response are described in [27].

Air showers caused by primary gamma rays are poor in muons, and a low value of the ratio n_μ/N_e becomes a useful tracer of photon-induced events. Here, we develop and use a new statistical method to constrain the flux of primary photons, making use of the shapes of the distributions of electromagnetic and hadronic showers in n_μ/N_e , which are very different. The approach can

easily be generalized and applied to the data of other installations capable of detecting muons in air showers, e.g., Yakutsk [28], NEVOD [29] etc.

The results for the differential and integral fluxes are presented and compared to those published by other groups in Fig. 1.

Carpet-2 starts to operate with the extended muon detector of 410 m² in 2022 and will soon be upgraded to Carpet-3, covering a much larger surface area. With future large-scale installations, like LHAASO [37] and SWGO [38], the diffuse isotropic flux of PeV gamma rays might be eventually discovered.

This work was supported by Ministry of science and higher education of the Russian Federation under the contract 075-15-2020-778.

This is an excerpt of the article “Upper limits on the isotropic diffuse flux of cosmic PeV photons from Carpet-2 observations”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022603244

1. M. G. Aartsen, R. Abbasi, Y. Abdou et al. (IceCube Collaboration), *Science* **342**, 1242856 (2013).
2. A. Nikishov, *Sov. Phys. JETP* **14**, 393 (1962) [*ZhETF* **41**, 549 (1962)].
3. M. Ahlers and K. Murase, *Phys. Rev. D* **90**(2), 023010 (2014).
4. J. C. Joshi, W. Winter, and N. Gupta, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **439**(4), 3414 (2014); Erratum: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **446**, 892 (2014).
5. O. E. Kalashev and S. V. Troitsky, *Pis'ma v ZhETF* **100**(12), 865 (2014).
6. A. Neronov, M. Kachelrieß, and D. V. Semikoz, *Phys. Rev. D* **98**(2), 023004 (2018).
7. M. Bouyahiaoui, M. Kachelrieß, and D. V. Semikoz, *Phys. Rev. D* **101**(12), 123023 (2020).

¹⁾e-mail: st@ms2.inr.ac.ru

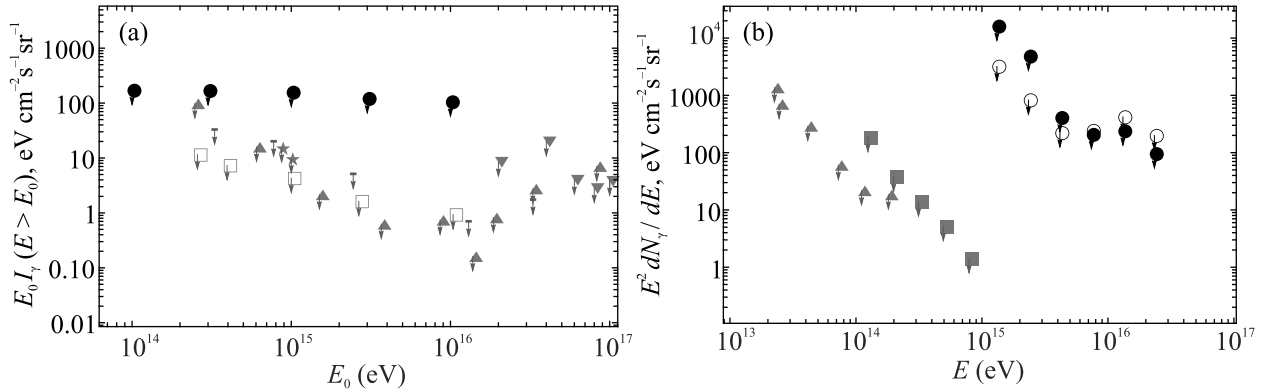


Fig. 1. 90% CL upper limits on the isotropic diffuse flux of high-energy photons. (a) – Integral flux. Black circles: Carpet-2, this work (strongest limits of the two data sets). Gray symbols – limits from other experiments (empty boxes – KASCADE [30], upward triangles – KASCADE and KASCADE-Grande [31], downward triangles – EAS-MSU [32], horizontal dashes – CASA-MIA [33], asterisks – EAS-TOP [34]). (b) – Differential flux. Black symbols: Carpet-2, this work (full circles – maximal-exposure data set, empty circles – photon-friendly data set). Gray symbols – limits from other experiments (triangles – HAWC [35], squares – analysis of Tibet-AS γ results by other authors [36])

8. A. M. Taylor, S. Gabici, and F. Aharonian, *Phys. Rev. D* **89**(10), 103003 (2014).
9. O. Kalashev and S. Troitsky, *Phys. Rev. D* **94**(6), 063013 (2016).
10. S. Gabici, S. Recchia, F. Aharonian, and V. Niro, *Astrophys. J.* **914**(2), 135 (2021).
11. O. Kalashev, N. Martynenko, and S. Troitsky, arXiv:2207.12458 (2022).
12. S. V. Troitsky, *JETP Lett.* **105**(1), 55 (2017).
13. H. Martínez-Huerta, R. G. Lang, and V. de Souza, *Symmetry* **12**(8), 1232 (2020).
14. H. Vankov and T. Stanev, *Phys. Lett. B* **538**, 251 (2002).
15. G. Rubtsov, P. Satunin, and S. Sibiryakov, *Phys. Rev. D* **86**, 085012 (2012).
16. M. Amenomori, Y. Bao, X. Biand et al. (Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **126**(14), 141101 (2021).
17. D. D. Dzhappuev, V. V. Alekseenko, V. I. Volchenko et al. (Collaboration), *Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys.* **71**(4), 525 (2007).
18. J. Szabelski, *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **196**, 371 (2009); arXiv:0902.0252.
19. D. D. Dzhappuev, V. B. Petkov, A. U. Kudzhaev et al. (Collaboration), in *Quark Phase Transition in Compact Objects and Multimessenger Astronomy: Neutrino Signals, Supernovae and Gamma-Ray Bursts*, ed. by V. V. Sokolov, V. V. Vlasyuk, and V. B. Petkov, Publishing house “Sneg”, Pyatigorsk (2016), p.30; arXiv:1511.09397 (2016).
20. S. Troitsky, D. Dzhappuev, and Y. Zhezher, in *36th International Cosmic Ray Conference (ICRC2019)*, Madison, USA (2019), p. 808; arXiv:1907.10893.
21. D. D. Dzhappuev, I. M. Dzaparova, E. A. Gorbacheva et al. (Collaboration), *EPJ Web of Conf.* **207**, 03004 (2019).
22. D. D. Dzhappuev, Y. Afashokov, I. Dzaparova et al. (Collaboration), *Astrophys. J. Lett.* **916**(2), L22 (2021).
23. D. Dzhappuev, Y. Afashokov, I. Dzaparova et al. (Collaboration), *The Astronomer’s Telegram* **15669** (2022).
24. D. D. Dzhappuev, Y. Z. Afashokov, I. M. Dzaparova et al. (Collaboration), *JETP Lett.* **112**(12), 753 (2020).
25. S. V. Troitsky, *Pisma v ZhETF* **116**, 745 (2022).
26. G. Galanti, M. Roncadelli, and F. Tavecchio, arXiv:2211.06935 (2022).
27. D. D. Dzhappuev, I. M. Dzaparova, E. A. Gorbacheva, et al. (Collaboration), *JETP Lett.* **109**(4), 226 (2019).
28. A. V. Glushkov, D. S. Gorbunov, I. T. Makarov, M. I. Pravdin, G. I. Rubtsov, I. E. Slepstov, and S. V. Troitsky, *JETP Lett.* **85**, 131 (2007).
29. M. Amelchakov, N. Barbashina, A. Bogdanov et al. (Collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. A* **1026**, 166184 (2022).
30. G. Schatz, F. Fessler, T. Antoni et al. in *28th International Cosmic Ray Conference*, Universal Academy Press, Tsukuba (2003), p. 9.
31. W. D. Apel, J. Arteaga-Velázquez, K. Bekk et al. (KASCADE Grande Collaboration), *Astrophys. J.* **848**(1), 1 (2017).
32. Y. A. Fomin, N. N. Kalmykov, I. S. Karpikov, G. V. Kulikov, M. Y. Kuznetsov, G. I. Rubtsov, V. P. Sulakov, and S. V. Troitsky, *Phys. Rev. D* **95**(12), 123011 (2017).
33. M. C. Chantell, C. Covault, J. Cronin et al. (CASA-MIA Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1805 (1997).
34. M. Aglietta, B. Alessandro, P. Antonioli et al. (EAS-TOP Collaboration), *Astropart. Phys.* **6**, 71 (1996).
35. A. Albert, R. Alfaro, C. Alvarez et al. (HAWC Collaboration), arXiv:2209.08106 (2022).
36. A. Neronov, D. Semikoz, and I. Vovk, *Astron. Astrophys.* **653**, L4 (2021).
37. A. Addazi, X. Bai, K. Belotsky et al. (LHAASO Collaboration), *Chin. Phys. C* **46**, 035001 (2022).
38. P. Abreu, A. Albert, R. Alfaro et al. (Collaboration), arXiv:1907.07737 (2019).

Генерация коротких импульсов с помощью фильтрации фазово-модулированного излучения непрерывного лазера

Р. Н. Шахмуратов¹⁾

Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского,
Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр РАН”, 420029 Казань, Россия

Поступила в редакцию 24 октября 2022 г.

После переработки 5 декабря 2022 г.

Принята к публикации 8 декабря 2022 г.

Предложен метод генерации коротких импульсов с высокой частотой повторения. Он основан на периодической модуляции фазы излучения непрерывного лазера и последующей фильтрации через узкополосный частотный фильтр. На выходе из фильтра возникает последовательность коротких импульсов с периодом, равным половине периода модуляции. В случае резонансного фильтра, использующего атомы, ионы или молекулы с узкой линией поглощения, появление импульсов можно объяснить конструктивной интерференцией падающего излучения с излучением когерентно рассеянным резонансными частицами. Альтернативное объяснение генерации в общем случае, когда используются частотные фильтры, работающие на других принципах, основано на интерференции оставшихся после фильтрации спектральных компонент. Метод может быть применен для мультиплексирования с разделением по времени для уплотнения каналов связи. Преимуществом предлагаемого метода является использование только фазовой модуляции (необязательно строго периодической) и частотного фильтра для генерации и кодирования информации, тогда как в остальных известных методах информация вносится в последовательность регулярных импульсов с помощью амплитудной модуляции.

DOI: 10.31857/S1234567823030035, EDN: owgnwn

Генерация коротких импульсов с высокой частотой повторения представляет интерес с точки зрения применений в высокоскоростной оптической связи [1]. Такие импульсы можно создавать напрямую с помощью лазеров с пассивной синхронизацией мод, но параметрами этих импульсов трудно управлять. Среди них можно отметить такие, как длительность и форму импульсов, а также их положение во времени. В последнее время появились источники коротких импульсов с высокой частотой повторения, в которых используются микрорезонаторы, см. обзоры [2, 3]. Они позволяют получать высокостабильные короткие импульсы с частотой повторения, которая в зависимости от размеров микрорезонатора может варьироваться от 10 ГГц до 1 ТГц [4, 5]. Такие импульсы с высокостабильным гребенчатым спектром могут быть использованы как в метрологии и прецизионной спектроскопии [6], так и в оптической связи, например, для мультиплексирования со спектральным разделением каналов [7], см. также [8]. В основе генерации таких импульсов лежит формирование диссипативного керровского солитона в микрорезонаторе. Благодаря вы-

сокой добротности и большой концентрации света (*strong light confinement*) в микрорезонаторах значительно понижается порог нелинейного преобразования света, например, посредством нелинейного четырехволнового взаимодействия в средах с кубической нелинейностью. Генерация стабильных диссипативных керровских солитонов под действием непрерывной одночастотной накачки в микрорезонаторах достигается при условии установления баланса между усилением и потерями и баланса между дисперсией и нелинейностью [2, 3]. Чтобы получить стабильный односолитонный режим генерации, необходимы тонкая подстройка резонатора и накачки и некоторые манипуляции по очистке излучения до односолитонного с последующей термостабилизацией резонатора и контролем мощности накачки [2]. Выполнение тонкого баланса между параметрами такого генератора гарантирует его стабильную работу. Амплитуда, форма импульсов и их длительность уникальны для каждого набора параметров генератора, а управление ими нетривиально [9]. Между тем, длительностью импульсов можно управлять, например, пропуская через одномодовое волокно определенной длины для компенсации дисперсии групповых скоростей различных компонент спектра импульса и изме-

¹⁾e-mail: shakhmuratov@mail.ru

нения соотношения их фаз [10]. В микрорезонаторах с квадратичной нелинейностью можно с помощью электрооптических модуляторов осуществить генерацию широкополосных частотных гребенок с превосходной стабильностью и управляемостью [11], либо создать солитон и гребенчатый спектр излучения благодаря каскадной генерации второй гармоники в процессе параметрической генерации [12].

Существуют альтернативные методы генерации импульсов в режиме линейного отклика, которые позволяют управлять их параметрами и реализовать, например, мультипликсирование с разделением по времени с использованием как фазовой, так и амплитудной модуляции поля [13]. В общем случае такие импульсы создаются с помощью модуляторов из узкополосного излучения высоко-стабилизированного непрерывного лазера. Есть амплитудные и фазовые модуляторы излучения. Последние обладают рядом преимуществ, см., например, [14, 15]. Ранее было предложено и экспериментально реализовано много схем генерации импульсов с использованием фазовой модуляции [14–28]. Данный перечень работ далеко не полный. Были рассмотрены: гармоническая [14–23], прямоугольная (т.е. бинарная, когда фаза скачет между двумя значениями) [15, 24–26] и пилообразная модуляция [27, 28] фазы. Периодическая модуляция приводит к тому, что узкая линия излучения превращается в частотную гребенку с расстоянием между соседними компонентами, равным частоте модуляции. В большинстве перечисленных ссылок, кроме [14, 19, 22, 23], фазово-модулированное излучение пропускается через фазовый фильтр, например, чирпированную волоконную брэгговскую решетку или достаточно длинное одномодовое волокно, которое изменяет фазу каждой спектральной компоненты гребенки согласно определенному закону в соответствии с ее положением по отношению к частоте излучения лазера.

Между тем, есть интересный метод генерации коротких импульсов и серии импульсов с использованием резонансных поглотителей [29–33]. Этот метод универсален и может быть применен как для гамма-излучения [29–31], так и в оптическом диапазоне частот [32, 33]. В качестве фильтров предлагаются оптически толстые резонансные поглотители, в которых используются мессбауэровские ядра [29–31] или облако холодных атомов [32, 33] с узкими однородно уширенными линиями поглощения. В основе метода лежат следующие соображения. Монохроматическое излучение в процессе распространения в среде испытывает когерентное рассеяние впе-

ред на резонансных частицах (атомах, ионах или молекулах). Когерентно рассеянное излучение противоположно по фазе падающему излучению. Даже для резонансных частиц, случайным образом расположенных в среде, всегда устанавливается закономерная, а не случайная, деструктивная интерференция падающего и когерентно рассеянного излучения. Это приводит к ослаблению поля в процессе распространения в толстой среде. В итоге на выходе из среды амплитуда непрерывного излучения ослабляется согласно закону Бугера–Ламберта–Бера как $\exp(-\alpha L/2)$, где α – коэффициент поглощения среды, учитывающий только резонансные потери, и L – длина среды. Формирование когерентно рассеянного излучения требует времени. Поэтому быстрое, например, ступенчатое включение поля приводит к переходным процессам, которые называют оптической нутацией. Для оптически толстых образцов скорость формирования когерентного поля можно грубо оценить как $\Gamma_c = D/T_2$, где T_2 – время фазовой релаксации резонансных частиц (здесь неоднородное уширение не рассматривается) и $D = \alpha L$ – эффективная толщина среды, см. [29–32, 34–36]. Если после формирования когерентно рассеянного излучения в среде быстро переключить фазу падающего излучения на противоположную, т.е. изменить ее на π , то эти поля будут интерферировать конструктивно и появится всплеск излучения с удвоенной амплитудой. Интенсивность импульса излучения в четыре раза превосходит интенсивность падающего излучения, время нарастания импульса (длительность его переднего фронта) зависит от скорости переключения фазы, а задний фронт спадает со скоростью формирования нового когерентно рассеянного излучения. Поэтому импульс имеет асимметричную форму. Частота следования импульсов при последовательном переключении фазы падающего излучения ограничена временем формирования когерентно рассеянного излучения. Например, при генерации серии импульсов после фильтрации через облако холодных атомов с эффективной толщиной $D = 95$ использовалось время повторения смены фазы $0.24T_2$ [33]. Это примерно на порядок длиннее времени $T_c = 1/\Gamma_c$, так как установление стационарного состояния когерентно рассеянного поля определяется медленно затухающей функцией Бесселя нулевого порядка, которая осциллирует. В этой схеме генерации импульсов нельзя сделать интервал между импульсами короче времени полного формирования когерентно рассеянного поля после очередного изменения фазы. Анализ данных, приведенных в работах [31–33], показывает, что интервал между последова-

тельными переключениями фазы не должен быть короче T_2/\sqrt{D} .

В данной работе предлагается преодолеть вышеупомянутый барьер и на 3–5 порядков (в зависимости от величины T_2) увеличить частоту следования импульсов, создавать импульсы симметричной формы и существенно укоротить их длительность. Кроме того, в новом методе генерации импульсов не обязательно использовать узкополосные резонансные фильтры. Можно применять стандартные частотные фильтры, используемые в оптике.

Если с периодом T быстро изменять фазу излучения на 2π , то большую часть времени атомы будут взаимодействовать с полем, имеющим одну и ту же фазу. Только в коротких промежутках времени $\tau \ll T$, в течение которых происходят изменения фазы, возникают переходные процессы. В середине этих промежутков, когда фаза принимает значение π , будут формироваться импульсы, см. рис. 1. В предлагаемой схеме атомы большую часть времени, $1 - 2\tau/T$ в относительных единицах, находятся в поле с одной и той же фазой, и только часть времени, $2\tau/T$, испытывают переходные процессы. Поэтому когерентно рассеянное поле излучения будет всегда иметь время для полного формирования независимо от соотношения между скоростью фазовой релаксации T_2 и периодом T изменения фазы. Импульсы будут возникать в моменты прохождения фазы значения π , их длительность будет зависеть от времени прохождения этого значения. При линейном законе изменения фазы импульсы будут иметь симметричную форму. Ниже эти закономерности будут подтверждены математическими выкладками.

Для простоты рассмотрим следующий периодический закон изменения фазы излучения $\varphi(t)$, который задается электрооптическим модулятором: $E_M(t) = E_0 \exp[-i\omega_r t + ikr + i\varphi(t)]$, где E_0 – амплитуда поля, ω_r и k – его частота и волновое число, r – пройденное расстояние,

$$\varphi(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \phi(t - nT), \quad (1)$$

$$\phi(t) = \Delta \left\{ \frac{t - T_{--}}{\tau} \theta(t - T_{--}) + \frac{t - T_{++}}{\tau} \theta(t - T_{++}) + \left(1 - \frac{t - T_{--}}{\tau} \right) \theta(t - T_{-+}) - \left(1 + \frac{t - T_{++}}{\tau} \right) \theta(t - T_{+-}) \right\}, \quad (2)$$

n – целые числа, Δ – максимальная величина смещения фазы во время действия периодических импуль-

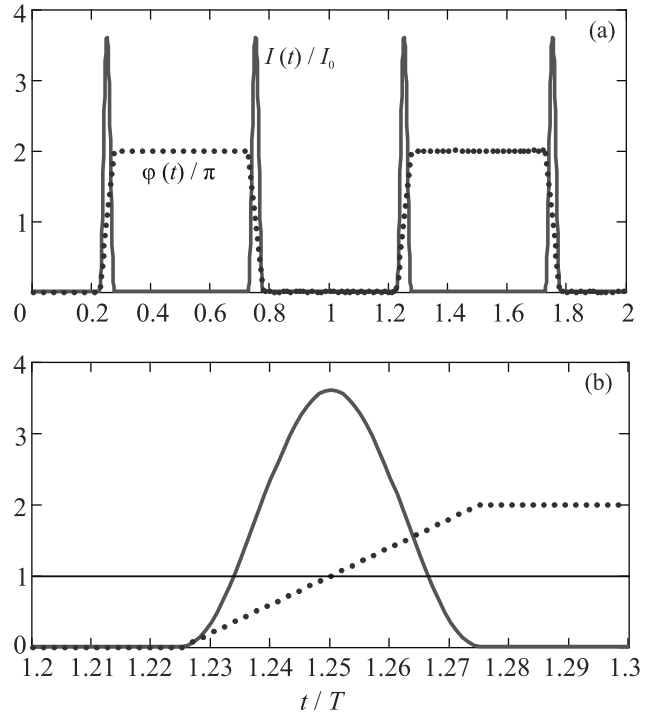


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Изменение фазы излучения $\varphi(t)$ во времени под действием последовательности прямоугольных импульсов напряжения, которые подаются на электрооптический модулятор (синяя пунктирная линия). Длительности участков роста и падения фазы равны $\tau = 0.05T$. Интенсивность $I(t)$ последовательности импульсов излучения, которые формируются после удаления центральной компоненты спектра фазовомодулированного поля с помощью резонансного поглотителя эффективной толщины $D = 15$, показана красной сплошной линией. (б) – Увеличенный участок графика (а) показан с целью детализации формирования импульса

сов напряжения прямоугольной формы, которые подаются на электрооптический модулятор, $T_{\pm\pm} = (T \pm T_p \pm \tau)/2$, T – период следования импульсов, T_p – длительность импульсов напряжения на полувысоте, τ – длительность участков линейного увеличения/уменьшения фазы на фронтах прямоугольных импульсов, см. рис. 1б.

Периодическое изменение фазы приводит к тому, что одиночная узкая линия излучения непрерывного лазера приобретает гребенчатую структуру с частотным периодом, равным $\Omega = 2\pi/T$. Амплитуды спектральных компонент частотной гребенки можно вычислить с помощью следующего выражения:

$$A_n = \frac{E_0}{T} \int_0^T e^{i\varphi(t) + i2\pi nt/T} dt, \quad (3)$$

где n – номер компоненты с частотой $\omega_r + n\Omega$ (n – целое). В рассматриваемом нами случае, когда $\Delta = 2\pi$,

амплитуда центральной компоненты $n = 0$ не зависит от длительности прямоугольных импульсов напряжения, T_p , и описывается простым выражением

$$\frac{A_0}{E_0} = 1 - 2\frac{\tau}{T}. \quad (4)$$

Амплитуды четных компонент $n = 2k$, где k – целое, но $k \neq 0$, имеют наиболее простой вид при условии $T_p = T/2$:

$$\frac{A_{2k}}{E_0} = (-1)^{k+1} \frac{2\tau}{T} \operatorname{sinc}\left(\pi k \frac{2\tau}{T}\right) \left[1 + \frac{(2k)^2}{\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 - (2k)^2} \right], \quad (5)$$

а амплитуды нечетных компонент $n = 2k + 1$, где k может принимать значение 0, соответственно:

$$\frac{A_{2k+1}}{E_0} = 2i(-1)^k \operatorname{sinc}\left(\pi k \frac{2\tau}{T}\right) \frac{2k + 1}{\left(\frac{T}{\tau}\right)^2 - (2k + 1)^2}, \quad (6)$$

где $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$ – кардинальный синус.

Из приведенных выражений видно, что амплитуда центральной компоненты излучения ω_r незначительно уменьшается по сравнению с амплитудой излучения до модуляции на величину $E_0 2\tau/T$, которая пропорциональна отношению длительности изменения фазы 2τ к периоду модуляции T . Амплитуды четных компонент $n = 2k$ пропорциональны этому отношению и уменьшаются с увеличением номера как $\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi n \tau}{T}\right)$. Их значения уменьшаются до нуля при $n = \pm 2T/\tau$ благодаря растущей части в квадратных скобках выражения (5), см. рис. 2. Поэтому ширину спектра излучения между крайними нулевыми значениями амплитуд при $n = \pm 2T/\tau$ можно оценить как $4\Omega T/\tau$. Таким образом, спектр поля существенно уширяется. Следует отметить, что знак четных компонент меняется последовательно с плюса на минус с ростом номера компоненты. Что касается амплитуд нечетных компонент спектра поля, то они примерно в T/τ раз меньше амплитуд четных компонент и имеют мнимую амплитуду. Следует отметить, что в выражениях (5) и (6) есть сингулярности при $n = \pm T/\tau$, но они искусственные, так как согласно определению (3) величины спектральных компонент ограничены.

Если излучение с таким спектром пропустить через оптически плотный фильтр с резонансной частотой ω_r и узкой линией поглощения с полушириной $\gamma = 1/T_2 \ll \Omega$, то амплитуда центральной компоненты уменьшится в $\exp(-D/2)$ раз. Это справедливо в приближении линейного отклика каждой резонансной частицы фильтра [16, 17], когда интенсивность непрерывного излучения недостаточна для просветления плотной среды. В этом случае амплитуду излучения $E_F(t) = E(t) \exp(-i\omega_r t + ikr)$, прошедшего

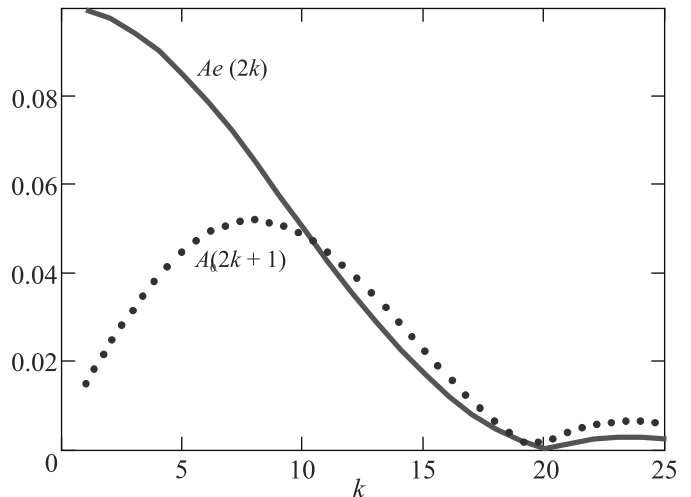


Рис. 2. (Цветной онлайн) Огибающая зависимости модуля четных компонент $Ae(k) = |A_{2k}/E_0|$ (красная сплошная линия) и нечетных компонент $Ao(k) = |A_{2k+1}/E_0|$ (пунктирная синяя линия) от k для $\tau = 0.05T$. Центральная компонента не показана в виду большого контраста. Спектр симметричен по отношению к знаку номера спектральной компоненты: $|A_n| = |A_{-n}|$. Поэтому его левая часть тоже не показана

через фильтр, можно представить следующим образом

$$E(t) = E_0 e^{i\varphi(t)} + A_0 \left(e^{-D/2} - 1 \right), \quad (7)$$

где $A_0 \exp(-D/2)$ – результат фильтрации, а $-A_0$ используется для удаления центральной компоненты гребенки, чтобы не учитывать ее дважды. В результате получаем простое выражение для интенсивности излучения $I_F(t) = |E_F(t)|^2$ после фильтрации:

$$I(t) = I_0 [1 - 2a \cos \varphi(t) + a^2], \quad (8)$$

где $I_0 = |E_0|^2$ и $a = (1 - e^{-D/2})A_0/E_0$. Из него видно что, когда фаза $\varphi(t)$ равна 0 или 2π , интенсивность излучения благодаря интерференции с воображаемым полем центральной компоненты в противофазе уменьшается до величины $(1-a)^2 I_0$. Поскольку предполагается, что величина A_0 близка к E_0 , а экспонента $\exp(-D)$ мала, то результирующая интенсивность сильно падает. Если эффективная толщина фильтра очень велика и этой экспонентой можно пренебречь, то интенсивность падает в $(T/2\tau)^2$ раз. Например, при значениях параметров $\tau = 0.05T$ и $D = 15$ интенсивность излучения падает в сто раз.

В интервалах времени, когда фаза растет от 0 до 2π или уменьшается от 2π до нуля, характер интерференции полей изменяется. Например, когда фаза $\varphi(t)$ принимает значение π , см. рис. 1b, интерференция становится конструктивной и возникает импульс, максимальная интенсивность которого равна

$(1+a)^2 I_0$. При больших значениях эффективной толщины D резонансного фильтра эта интенсивность равна $4(1 - \tau/T)^2 I_0$. Например, при указанных выше значениях параметров интенсивность импульса в 3.6 раза больше интенсивности излучения непрерывного лазера. Развитие импульса в процессе изменения фазы показано на рис. 1b. Из него видно, что интервал времени, в течение которого он развивается, равен τ .

Если теперь сравнить полученные результаты со случаем, рассмотренным в работах [29–33], когда фаза изменяется только на π , т.е. $\Delta = \pi$ в выражении (2), то можно заметить, что центральная компонента спектра $A_0/E_0 = 1 - 2(T_p/T) + 4i(\tau/T)$ очень мала. При $T_p = T/2$ она пропорциональна отношению τ/T . Поэтому при $\tau \ll T$ интерференция компонент поля, прошедшего через фильтр, не дает заметного результата. Только в случае, когда период импульсов напряжения сравним с длинным временем фазовой релаксации, T_2 , резонансных частиц, возникают большие импульсы на почти нулевом фоне. Это происходит благодаря тому, что при выполнении данного условия $T \sim T_2$ гребенчатый спектр имеет частотный период $\Omega \sim \gamma$ и много спектральных компонент взаимодействует с резонансными частицами фильтра в протяженной среде. Поэтому использование стандартного оптического фильтра, избирательно подавляющего определенную компоненту не даст результата в данном случае.

В случае $\Delta = 2\pi$, который рассматривается в статье, амплитуда центральной компоненты спектра A_0 , см. выражение (4), не зависит от длительности импульса прямоугольного напряжения T_p . Поэтому ее можно менять, не влияя на амплитуду и длительность импульсов. Изменение T_p приводит только к изменению временного интервала между импульсами. Это открывает возможность создавать пары близко расположенных импульсов, разделенных большими интервалами времени. Изменяя длительность последовательности прямоугольных импульсов напряжения, можно создавать последовательность импульсов излучения, расстояние между которыми содержит информацию. Например, если пара импульсов разделена временным интервалом $T/2$, то этой паре можно приписать бит информации 0. Если расстояние между импульсами равно T , то этой паре можно приписать бит информации 1. Можно разделить время на N каналов, т.е. серии временных слотов, идущих друг за другом. В каждом слоте может содержаться импульс, что соответствует биту 1, или нет – 0. В свою очередь, серии, т.е. “кадры”, тоже идут последовательно друг за другом. Это позволит

осуществить мультиплексирование с разделением по времени.

Когда расстояние между импульсами меняется непериодическим образом, амплитуду импульсов можно оценить, вычисляя среднее значение периода импульсов, которое равно временному интервалу импульсной последовательности, деленному на половину среднего числа импульсов в последовательности. Далее, это среднее значение периода можно использовать для оценки величины A_0 , которая непосредственно определяет интенсивность импульсов.

Можно также создавать одиночные импульсы с помощью однократного переключения фазы согласно выражению

$$\varphi_s(t) = \Delta \left[\frac{t_+}{\tau} \theta(t_+) + \left(1 - \frac{t_+}{\tau} \right) \theta(t_-) \right], \quad (9)$$

где $t_{\pm} = t - t_s \pm \tau/2$ и t_s – момент времени, когда фаза приобретает значение π . Остальные параметры имеют тот же смысл, что и в выражении (2). Временной участок одиночного изменения фазы показан на рис. 3 тонкой сплошной черной линией. Такое переключение фазы приводит к генерации импульса, интенсивность которого описывается выражением (8). Предположим, что до одиночного переключения фазы есть достаточно времени для полного формирования когерентно рассеянного излучения. Тогда можно считать, что в выражении (4) $T \rightarrow \infty$ и $\tau/T = 0$. Поэтому в (8) можно использовать значение A_0 , равное E_0 . Эволюция импульса во времени, полученная таким образом, показана красной сплошной линией на рис. 3.

Такой же результат можно получить с помощью решения уравнений Максвелла–Блоха для непрерывного излучения с изменяющейся во времени фазой в приближении линейного отклика отдельной резонансной частицы [29, 30, 32, 34–36]:

$$E_s(t) = E_0 \left[e^{i\varphi_s(t)} - b \int_0^{+\infty} e^{i\varphi_s(t-x) - \gamma x} \frac{J_1(2\sqrt{bx})}{\sqrt{bx}} dx \right], \quad (10)$$

где $\gamma = 1/T_2$ – скорость фазовой релаксации резонансных частиц в поглотителе, $b = \gamma D/2$, $J_1(2\sqrt{bx})$ – функция Бесселя первого порядка. Эволюция во времени интенсивности излучения $I_s = |E_s(t)|$ показана на рис. 3 пунктирной синей линией и полностью совпадает с полученной с помощью выражения (8).

Генерация прямоугольных импульсов напряжения с крутыми фронтами может быть затруднена, особенно если частота следования импульсов велика.

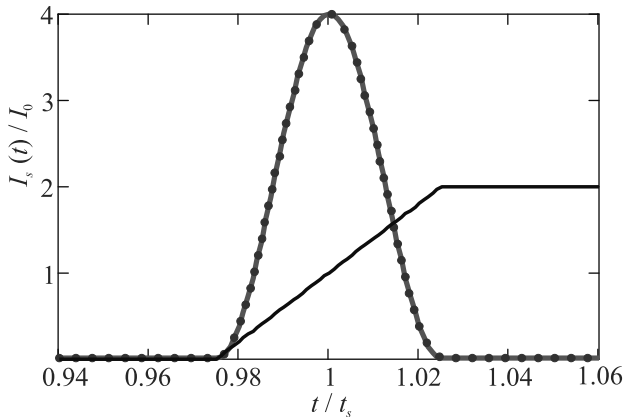


Рис. 3. (Цветной онлайн) Одиночный скачок фазы от 0 до 2π показан тонкой черной линией, $t_s = 100$ пс – момент времени, когда фаза принимает значение π . Также это время взято за масштаб временной шкалы. Поле излучения включено задолго до скачка фазы. На графике фаза $\varphi_s(t)$ нормирована на π . Зависимость интенсивности излучения, полученная с помощью выражения (10) для $T_2 = 30$ нс, $D = 15$ и $\tau = 5$ пс показана пунктирной синей линией. Сплошной красной линией показана зависимость, полученная с помощью выражения (8)

Например, при выборе частоты $\Omega/2\pi = 10$ ГГц для создания импульсов большой интенсивности на почти нулевом фоне требуются довольно короткие времена включения/выключения напряжения. На указанной частоте время $\tau = 0.05T$, использованное в данной работе для иллюстрации, равно 5 пс. Между тем, диод Ганна или IMPATT диод позволяют осуществлять переключения в электрической цепи со скоростью 1 ТГц [37, 38].

Периодическую последовательность изменения фазы в виде прямоугольных импульсов с крутыми фронтами можно создать с помощью гармонического синтеза:

$$\varphi_h(t) = \pi - 4 \sum_{k=0}^N \frac{(-1)^k \cos \left[(2k+1) \frac{2\pi t}{T} \right]}{2k+1}, \quad (11)$$

где N – число гармоник, из которых синтезируется периодическая последовательность сигнала требуемой формы. Разложение по гармоникам (11) с $N \rightarrow \infty$ получено для последовательности прямоугольных импульсов со ступенчатым изменением фазы (1), где $\tau = 0$. При конечном числе N фронты импульсов будут иметь некоторый наклон. На рисунке 4а красной сплошной линией показана аппроксимация пятью гармониками ($N = 4$) с частотами Ω , 3Ω , 5Ω , 7Ω и 9Ω . Синтез этих гармоник дает последовательность импульсов почти прямоугольной

формы, задний и передней фронты которых идеально совпадают с фронтами последовательности $\varphi(t)$ в выражении (1) с $\tau = 0.05T$ (показана синей пунктирной линией на рис. 1а и 4а).

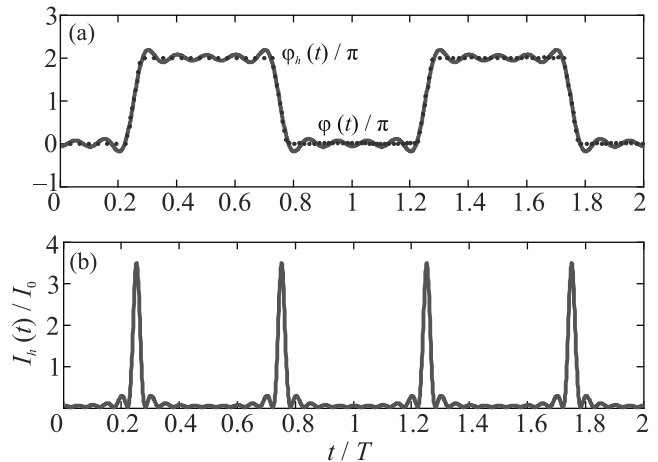


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Модуляция фазы излучения $\varphi_h(t)$, см. выражение (11), созданная из пяти гармоник, (красная сплошная линия), которая достаточно близка к прямоугольной модуляции фазы $\varphi(t)$, которая описывается выражением (1) с $\tau = 0.05T$, показана синей пунктирной линией. (б) – Импульсы излучения, $I_h(t)$, которые возникают после фильтрации центральной компоненты спектра излучения с фазовой модуляцией (11)

Интенсивность излучения с фазой $\varphi_h(t)$ после фильтра можно получить с помощью формулы (8), где параметр A_0 вычисляется с помощью выражения (3), где $n = 0$. Для $N = 4$ численное интегрирование дает $A_0/E_0 = 0.867$. Последовательность импульсов после резонансного фильтра с $D = 15$ показана на рис. 4б. Форма импульсов почти совпадает с той, которая показана на рис. 1а для излучения с фазовой модуляцией $\varphi(t)$ при условии $\tau = 0.05T$ и той же эффективной толщине фильтра. Отличие заключается в появлении небольших осцилляций на крыльях импульсов. Они вызваны осциллирующим характером установления значений 0 и 2π в эволюции фазы $\varphi_h(t)$. Рассмотренный синтез гармоник технически возможен для $\Omega = 10$ ГГц, так как в данном случае гармоника с максимальной частотой $9\Omega = 90$ ГГц может быть получена с помощью современных генераторов. Они позволяют создавать импульсы с длительностью 2.5 пс на полувысоте и частотой следования 20 ГГц.

Предложенный метод генерации стабильных коротких импульсов с управляемой скважностью принципиально отличается от предложенного ранее

в работе [32] и экспериментально продемонстрированного в [33]. В предыдущем методе частота повторения импульсов не могла быть больше эффективной спектральной ширины фильтра, так как фильтр должен изменять амплитуды и фазы всех значимых компонент спектра частотной гребенки, создаваемой фазовой модуляцией поля. В предлагаемом методе фильтр удаляет только центральную компоненту гребенки, и поэтому его спектральная ширина может быть существенно меньше частоты повторения. Метод позволяет генерировать импульсы длительностью несколько пикосекунд с периодом ~ 50 пс с применением доступных электрооптических модуляторов. В качестве частотных фильтров можно использовать облако холодных атомов, например, St^{88} на переходе $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ (689 нм) с однородной шириной линии $2\gamma/2\pi = 7.5$ кГц [33] или Rb^{85} , D_1 линия (795 нм) с $2\gamma/2\pi = 6$ МГц [39, 40]. Также можно использовать пары щелочных металлов, например, Rb^{85} , D_2 линия (589 нм) с доплеровской шириной 1.69 ГГц [16]. Можно также применить фильтры на основе многопиксельных жидкокристаллических модуляторов [41]. Кроме того, предлагаемый метод позволяет с помощью одного фазового модулятора создавать и кодировать информацию, тогда как в известных методах генерации периодической последовательности импульсов информация вносится в эту последовательность с помощью дополнительного амплитудного фильтра, синхронизированного с генератором.

Работа проводилась в рамках выполнения госзадания ФИЦ КазНЦ РАН.

1. W. H. Knox, IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron. **6**, 1273 (2000).
2. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, and M. L. Gorodetsky, Science **361**, 567 (2018).
3. A. L. Gaeta, M. Lipson, and T. J. Kippenberg, Nat. Photonics **13**, 158 (2019).
4. A. M. Weiner, Nat. Photonics **11**, 533 (2017).
5. T. J. Kippenberg, R. Holzwarth, and S. A. Diddams, Science **332**, 555 (2011).
6. N. Yu. Dmitriev, S. N. Koptyaev, A. S. Voloshin, N. M. Kondratiev, K. N. Min'kov, V. E. Lobanov, M. V. Ryabko, S. V. Polonsky, and I. A. Bilenko, Phys. Rev. Appl. **18**, 034068 (2022).
7. P. Marin-Palomo, J. N. Kemal, M. Karpov, A. Kordts, J. Pfeifle, M. H. P. Pfeiffer, P. Trocha, S. Wolf, V. Brasch, M. H. Anderson, R. Rosenberger, K. Vijayan, W. Freude, T. J. Kippenberg, and C. Koos, Nature **546**, 274 (2017).
8. V. Torres-Company, Nature **546**, 214 (2017).
9. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, J.-M. Soto-Crespo, and P. Grelu, International Journal of Bifurcation and Chaos **19**, 2621 (2009).
10. K. Saha, Y. Okawachi, B. Shim, J. S. Levy, R. Salem, A. R. Johnson, M. A. Foster, M. R. E. Lamont, M. Lipson, and A. L. Gaeta, Opt. Express. **21**, 1335 (2013).
11. M. Zhang, B. Buscaino, C. Wang, A. Shams-Ansari, C. Reimer, R. Zhu, J. M. Kahn, and M. Lončar, Nature **568**, 373 (2019).
12. E. Podivilov, S. Smirnov, and B. Sturman, JETP Lett. **115**, 601 (2022).
13. T. Otsuji, M. Yaita, T. Nagatsuma, and E. Sano, IEEE J. Sel. Topics in Quan. Electron. **2**, 643 (1996).
14. P. V. Mamyshev, Opt. Lett. **19**, 2074 (1994).
15. V. Torres-Company, J. Lancis, and P. Andrés, Opt. Express **14**, 3171 (2006).
16. J. E. Bjorkholm, E. H. Turner, and D. B. Pearson, App. Phys. Lett. **26**, 564 (1975).
17. D. Grischkowsky and M. M. Loy, Appl. Phys. Lett. **26**, 156 (1975).
18. T. Kobayashi, H. Yao, K. Amano, Y. Fukushima, A. Morimoto, and T. Sueta, IEEE J. Quantum Electron. **24**, 382 (1988).
19. E. A. Golovchenko, C. R. Menyuk, G. M. Carter, and P. V. Mamyshev, Electron. Lett. **31**, 2198 (1995).
20. D.-S. Kim, M. Arisawa, A. Morimoto, and T. Kobayashi, IEEE J. Sel. Top. Quantum. Electron. **2**, 493 (1996).
21. T. Komukai, T. Yamamoto, and S. Kawanishi, IEEE Photonics Technonol. Lett. **17**, 1746 (2005).
22. R. N. Shakhmuratov, F. G. Vagizov, V. A. Antonov, Y. V. Radeonychev, M. O. Scully, and O. Kocharovskaya, Phys. Rev. A **92**, 023836 (2015).
23. R. N. Shakhmuratov, Phys. Rev. A **95**, 033805 (2017).
24. C. R. Fernández-Pousa, R. Maram, and J. Azaña, Opt. Lett. **42**, 2427 (2017).
25. A. Sheveleva and C. Finot, Microw. Opt. Technol. Lett. **63**, 1616 (2021).
26. R. N. Shakhmuratov, Laser Phys. **32**, 105401 (2022).
27. R. N. Shakhmuratov, Phys. Rev. A. **100**, 043823 (2019).
28. R. N. Shakhmuratov, J. Lightwave Techn. **40**, 1895 (2022).
29. P. Helistö, I. Tittonen, M. Lippmaa, and T. Katila, Phys. Rev. Lett. **66**, 2037 (1991).
30. R. N. Shakhmuratov, F. Vagizov, and O. Kocharovskaya, Phys. Rev. A **84**, 043820 (2011).
31. R. N. Shakhmuratov, F. G. Vagizov, and O. A. Kocharovskaya, Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **78**, 199 (2014).
32. R. N. Shakhmuratov, Phys. Rev. A **85**, 023827 (2012).
33. C. C. Kwong, T. Yang, D. Delande, R. Pierrat, and D. Wilkowski, Phys. Rev. Lett. **115**, 223601 (2015).
34. M. D. Crisp, Phys. Rev. A **1**, 1604 (1970).
35. F. J. Lynch, R. E. Holland, and M. Hamermesh, Phys. Rev. **120**, 513 (1960).

36. F. J. Harris, Phys. Rev. **124**, 1178 (1961).
37. V. Gružinskis, J. H. Zhao, P. Shiktorov, and E. Starikov, Material Sciences Forum **297–298**, 341 (1999).
38. T. Mizawa, *IMPATT Diodes in Semiconductors and Semimetals Part B*, ed. by R. K. Willardson and A. C. Beer, Academic Press, N.Y., NY, USA (1971), v. 7, p. 371.
39. J. F. Chen, S. Wang, D. Wei, M. M. T. Loy, G. K. L. Wong, and S. Du, Phys. Rev. A **81**, 033844 (2010).
40. J. F. Chen, H. Jeong, L. Feng, M. M. T. Loy, G. K. L. Wong, and S. Du, Phys. Rev. Lett. **104**, 223602 (2010).
41. Z. Jiang, D. E. Leaird, and A. M. Weiner, J. Quantum Electron. **42**, 657 (2006).

Аномальная пикосекундная динамика оптического пропускания гибридной метаповерхности Au-Bi:YIG

М. А. Кирьянов⁺, Г. С. Останин⁺, Т. В. Долгова⁺, М. Иноуэ^{*1)}, А. А. Федянин^{+ 2)}

⁺ Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

^{*} Department of Electrical and Electronic Information Engineering, Toyohashi University of Technology
1-1 Tempaku-cho, Toyohashi, Aichi 441-8580, Japan

Поступила в редакцию 8 декабря 2022 г.

После переработки 10 декабря 2022 г.

Принята к публикации 11 декабря 2022 г.

Методом фемтосекундной спектроскопии с временным разрешением “зонд-накачка” изучена суб- и пикосекундная динамика оптического отклика металл-диэлектрической метаповерхности на основе золотых наносфер, помещенных в слой висмут-замещенного железо-иттриевого граната. Показано, что плазмонные моды такой метаповерхности демонстрируют динамику, характерную для объемного золота, в то время как для поляритонной моды наблюдается замедление релаксации на несколько пикосекунд. Отличие связано с детектированием пучком зонда различных процессов на длинах волн плазмонной и поляритонной мод.

DOI: 10.31857/S1234567823030047, EDN: owkghm

Одним из перспективных направлений нанофотоники является разработка методов управления светом с помощью метаповерхностей [1, 2], представляющих собой двумерный структурированный на субволновом масштабе массив наночастиц, которые называются метаатомами [3]. Метаатомы дают возможность возбуждать различные резонансные электромагнитные моды, что позволяет усиливать локализацию энергии электромагнитного поля внутри структуры, увеличивать время взаимодействия света со средой или управлять рассеянием падающего света. Такие структуры нашли широкое применение в биомедицине [4], сенсорике [5], интегральной [6] и топологической [7] фотонике, фотовольтаике [8], нейроморфных [9] и аналоговых [10] вычислениях, нелинейной оптике [11], задачах управления светом [12, 13]. Оптическим откликом метаповерхностей можно управлять с помощью различных внешних воздействий, например, электрического [14] и магнитного полей [15, 16, 17], температуры [18], коротких лазерных импульсов [19–22].

Часто в качестве метаатомов используются наночастицы благородных металлов, обладающие конфигурационными плазмонными резонансами [17, 23–25]. С другой стороны, воздействие лазерных импульсов на объемные металлы широко исследовано методом “зонд-накачка”. Сначала импульс

накачки вызывает неравновесную динамику электронного газа, затем за счет электрон-электронных, электрон-фононных и фонон-фононных столкновений энергия перераспределяется, и система приходит в равновесие [26–28]. Эти процессы имеют характерные времена порядка сотен фемтосекунд, единиц пикосекунд и единиц наносекунд, соответственно. Индуцированное ими изменение диэлектрической проницаемости металла можно наблюдать с помощью детектирования отражения или пропускания импульса зонда.

С одной стороны, метаповерхности чувствительны к изменению диэлектрической проницаемости вблизи резонанса, поэтому с их помощью можно эффективно детектировать сверхбыстрые процессы [29]. С другой, увеличение времени взаимодействия накачки со средой в метаповерхностях позволяет усилить воздействие падающего лазерного импульса на структуру [30]. Более того, за счет наноструктурирования появляются дополнительные сверхбыстрые процессы, например, нормальные фононные колебания наносфер с частотой порядка десятков пикосекунд [31]. Возбуждение различных электромагнитных мод пучком накачки также способно вызывать дополнительные сверхбыстрые процессы. Так, в металл-полупроводниковых метаповерхностях были обнаружены плазмон-индуцированные переходы электронов из золотых наночастиц в полупроводник с последующей релаксацией [32]. В таких структурах наблюдается различная динамика сверхбыстрого оп-

¹⁾ М. Inoue.

²⁾ e-mail: fedyanin@nanolab.phys.msu.ru

тического отклика для резонансной и нерезонансной длин волн накачки.

Таким образом, в метаповерхностях на суб- и пикосекундном временных масштабах могут одновременно протекать несколько процессов. В многокомпонентных мультрезонансных системах оптический отклик различных резонансов на одно и то же изменение среды может существенно отличаться [4]. Одним из семейств таких мультикомпонентных систем являются гибридные металл-диэлектрические метаповерхности [16, 17, 33–35]. Присутствие металлических и диэлектрических компонент в одной структуре позволяет возбуждать как плазмонные, так и поляритонные моды. Возмущение среды по-разному сказывается на оптическом отклике разных по своей природе мод. Поэтому наличие нескольких процессов с различными временами в одной гибридной метаповерхности приводит к разной динамике оптического отклика в окрестности резонансов разного типа.

В данной работе для гибридной металл-диэлектрической метаповерхности Au-Bi:YIG экспериментально показано, что зондирование на частотах поляритонной и плазмонных мод позволяет наблюдать различную сверхбыструю динамику оптического отклика.

В качестве исследуемого образца была использована гибридная металл-диэлектрическая метаповерхность (ГМДМ) [17] на основе двумерной периодической квадратной решетки из золотых наносфер, покрытых слоем висмут-замещенного железо-иттриевого граната (Bi:YIG). Сначала из золотой пленки на кварцевой подложке методом электронно-лучевой литографии были получены периодически расположенные нанодиски. Далее нанодиски отжигались при температуре 950 °С в течение 10 мин и расплавились для формирования сферических капель. Слой Bi:YIG напылялся поверх наносфер при помощи магнетронного распыления и отжигался при температуре 750 °С в течение 15 мин для кристаллизации. Радиус золотых наносфер $R_1 = 55$ нм, период решетки в обоих направлениях $d = 600$ нм, толщина слоя Bi:YIG $h = 95$ нм, над золотыми частицами слой Bi:YIG формирует полусферы, радиус которых $R_2 = 80$ нм. Образец поддерживает различные резонансные электромагнитные возбуждения в видимом спектральном диапазоне, в частности, квазиволноводную моду (КВМ) и поверхностные решеточные резонансы (ПРР). Эти моды имеют разную природу и, соответственно, разную область локализации электромагнитного поля. ПРР возникают из-за когерентного переизлучения локализованных плазмонов в решетке, и

поэтому локализованы внутри и вблизи золотых наносфер. КВМ связана с волноводным распространением одного из дифракционных порядков внутри решетки и локализована преимущественно в слое граната. Более детальную характеристику ГМДМ и наблюдаемых в ней резонансов, а также схему образца, можно найти в работах [16, 17].

Для исследования сверхбыстрых процессов в метаповерхности использовалась фемтосекундная спектроскопия с временным разрешением “зонд-накачка”. Источником излучения служил титан-сапфировый лазер с регенеративным усилением. Длительность импульсов составляла 70 фс, центральная длина волны – 800 нм, частота следования импульсов – 1 кГц. Линейно поляризованный пучок накачки падал под нормалью к образцу, его поляризация была направлена вдоль одного из направлений периодичности. Импульс накачки возбуждал дипольный ПРР, что приводило к его резонансному поглощению в ГМДМ [17]. Плотность энергии пучка накачки J менялась в пределах от 0 до 1.2 мДж/см².

Для проведения спектроскопии пучком зонда при помощи пластинки сапфира генерировался суперконтинуум в спектральном диапазоне от 450 до 1400 нм, длины волн больше 750 нм обрезались фотонно-кристаллическим фильтром. Широкий спектральный диапазон суперконтинуума позволял детектировать пучком зонда изменение сразу нескольких электромагнитных мод мультрезонансной метаповерхности различной природы для каждой величины задержки между накачкой и зондом. Угол падения p -поляризованного пучка зонда на образец был 17°.

Экспериментальное наблюдение динамики оптического отклика проводилось с помощью измерения дифференциального пропускания:

$$\frac{\Delta T}{T}(\lambda, \tau) = \frac{T(\lambda, \tau) - T(\lambda)}{T(\lambda)},$$

где $T(\lambda, \tau)$ – коэффициент пропускания образца под действием импульса накачки, $T(\lambda)$ – коэффициент пропускания в отсутствие импульса накачки, τ – время задержки между импульсами накачки и зонда.

Были измерены спектры дифференциального пропускания ГМДМ в широком спектральном диапазоне для различных времен задержки и плотностей энергии пучка накачки. На рисунке 1 представлена двумерная карта эволюции спектров $\Delta T/T$ и на рис. 2 – ее сечения по времени и длине волны для плотности энергии $J = 0.6$ мДж/см².

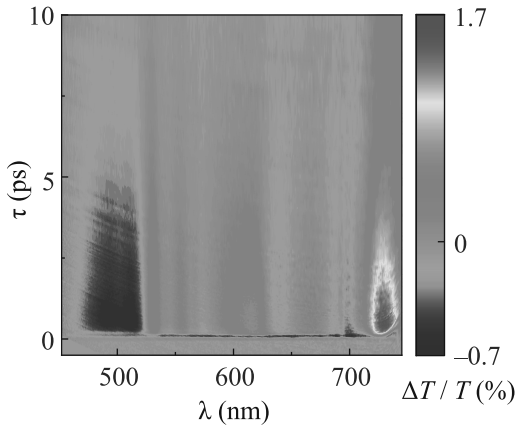


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость $\Delta T/T$ от длины волны λ и времени задержки τ

Фемтосекундный лазерный импульс накачки при воздействии на ГМДМ резонансно поглощается золотыми наносферами, что приводит к повышению температуры электронного газа и связанному с этим изменением диэлектрической проницаемости золота [36, 37]. Поэтому большая чувствительность к возбуждению электромагнитных мод ГМДМ, попадающих в спектральный диапазон зонда, приводит к резонансному усилению величины $\Delta T/T$. В спектрах $\Delta T/T$ наблюдаются несколько характерных особенностей. Выделяются два пика в окрестности 540 нм, два пика в окрестности длины волны 630 нм и пик на 730 нм. Как было показано ранее в работах [17, 16], указанные пики спектрально близки к длинам волн возбуждения КВМ, квадрупольного ПРР и дипольного ПРР, соответственно. Провал в коротковолновой части спектра возникает из-за увеличения поглощения золота, связанного с повышением вероятности d -перехода при больших температурах электронного газа [36, 37].

На рисунке 2b представлены сечения по времени нормированного на максимум дифференциального пропускания для различных длин волн. Динамика $\Delta T/T$ в окрестности дипольного ПРР на длине волны 730 нм является характерной для сверхбыстрого оптического отклика золота на данной длине волны [26, 28, 38]. Поглотив импульс накачки, свободные электроны золота переходят в неравновесное возбужденное состояние, которое не описывается распределением Ферми. За время термализации τ_{ee} путем электрон-электронных столкновений электронный газ переходит в фермиевское равновесное состояние с повышенной температурой. На временной зависимости $\Delta T/T$ процесс термализации соответствует росту, а ее окончание – максимуму. Помимо столкновений между собой, горячие

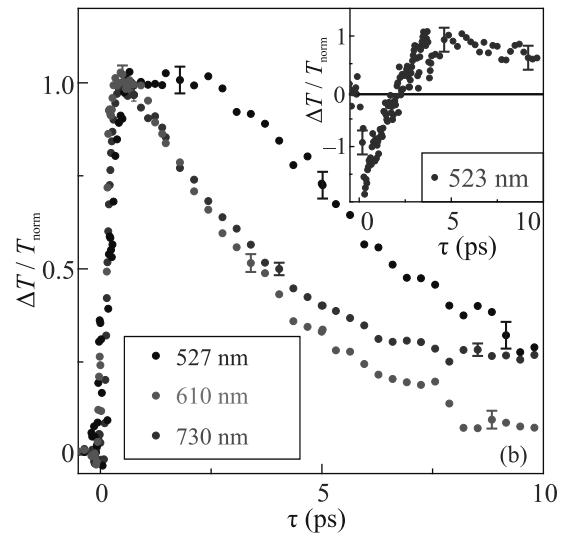
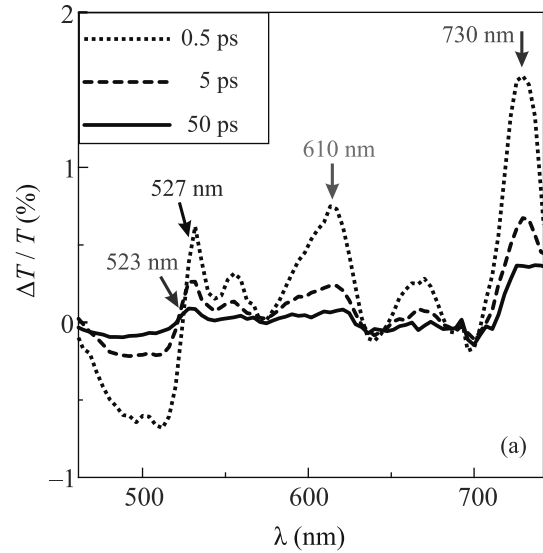


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Сечения $\Delta T/T(\lambda)$ при различных временах задержки. (b) – Нормированные на максимум сечения $\Delta T/T(\tau)$ на длинах волн, положения которых отмечены стрелками на рис. (a); на вставке – сечение на длине волны 523 нм вблизи нуля $\Delta T/T$

электроны могут сталкиваться с решеточными остовами и передавать им энергию. Такой процесс называется электрон-фононной релаксацией. Так как вероятность такого рассеяния существенно меньше, чем электрон-электронного, время электрон-фононной релаксации τ_{ep} значительно превышает τ_{ee} . На ранних временах термализация электронов описывается кинетическим уравнением Больцмана [39], а на более поздних временах – двухтемпературной моделью [40].

На рисунке 2b электрон-фононная релаксация соответствует экспоненциальному затуханию после до-

стижения максимума. Были получены времена термализации $\tau_{ee} = 160$ фс и электрон-фононной релаксации $\tau_{ep} = 2.4$ пс, что соответствует значениям, представленным в литературе [38]. Значения были получены при помощи аппроксимации экспериментальных данных, метод подробно описан в работе [29]. Фононная подсистема, достигнув равновесия с электронной, начинает отдавать тепло в гранат. Это происходит с характерным временем порядка сотен пикосекунд и выходит за рамки рассмотрения. Зависимости $\Delta T/T$ от времени в окрестности квадрупольного ПРР и на длинах волн коротковолнового провала также соответствуют характерной динамике оптического отклика золота (рис. 2b). Различия на больших временах связаны с разной спектральной зависимостью вкладов в диэлектрическую проницаемость от температур электронного газа и фононов. Следовательно, динамика оптического отклика на суб- и пикосекундном диапазоне в широкой спектральной области преимущественно определяется процессами в золоте.

Однако динамика дифференциального пропускания вблизи КВМ имеет существенные отличия (рис. 3a). $\Delta T/T$ достигает максимума за большее время τ_1 , и далее, в отличие от областей вне окрестности КВМ, сохраняет достигнутые максимальные значения в течение времени τ_2 порядка нескольких сотен фемтосекунд, после чего наблюдается релаксация с характерным временем $\tau_3 > \tau_{ep}$. Таким образом, наблюдается замедление сверхбыстрого оптического отклика на длинах волн возбуждения КВМ.

Более того, поведение дифференциального пропускания вблизи волноводной моды меняется в зависимости от спектрального положения рассматриваемого сечения по времени: при движении от максимума дифференциального пропускания на длине волны 530 нм в коротковолновую область увеличиваются времена τ_1 , τ_2 , τ_3 (рис. 3a). На длинах волн, где значения $\Delta T/T$ близки к 0, динамика дифференциального пропускания принимает качественно иной вид, наблюдается переход из области отрицательных значений $\Delta T/T$ в область положительных значений на субпикосекундных временах, но низкое соотношение сигнал-шум не позволяет получить достоверных времен (рис. 2b, вставка). В спектральной области, где $\Delta T/T < 0$, динамика также описывается характерными для золота процессами.

Для других плотностей энергии импульса накачки вид зависимости $\Delta T/T(\tau)$ качественно сохраняется, но изменяются характерные времена (рис. 3b). В спектральных окрестностях плазмонных резонансов и в области межзонного перехода наблюдает-

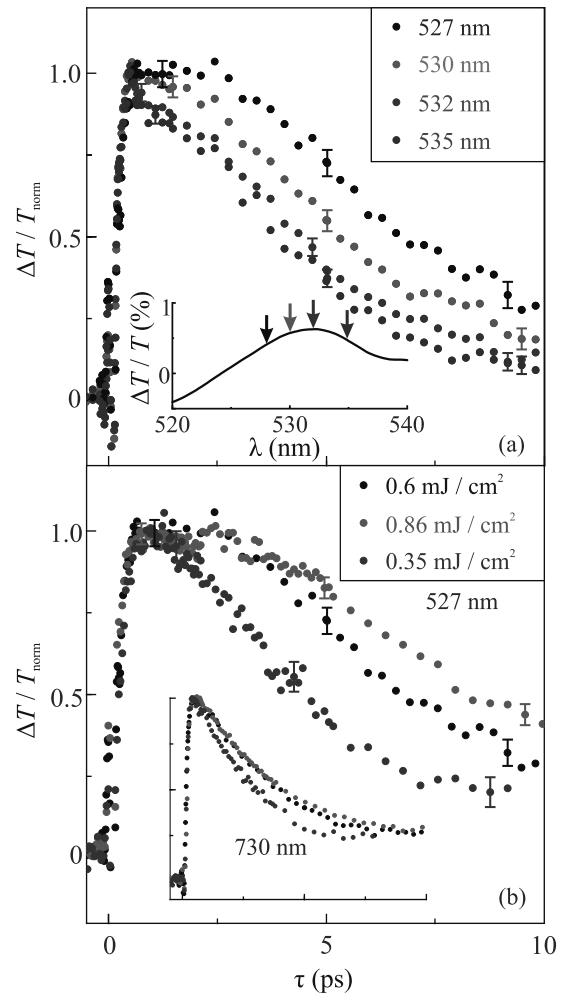


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Нормированные на максимум сечения $\Delta T/T(\tau)$ на различных длинах волн в окрестности КВМ; на вставке – спектр $\Delta T/T(\lambda)$ вблизи КВМ и положение рассматриваемых длин волн. (b) – Сечения $\Delta T/T(\tau)$ на длине волны 527 нм для различных плотностей энергии; на вставке – нормированное сечение $\Delta T/T(\tau)$ на длине волны 730 нм для тех же плотностей энергии

ся замедление релаксации $\Delta T/T$ с увеличением J (рис. 3b, вставка). Это изменение связано с зависимостью времени электрон-фононной релаксации от температуры кристаллической решетки [27, 41]. В спектральной окрестности существования волноводной моды замедление динамики дифференциального пропускания с увеличением J становилось более выраженным, наблюдалось увеличение τ_1 , τ_2 и τ_3 .

Также были измерены зависимости $\Delta T/T(J)$ при фиксированных временах задержек (рис. 4). В окрестности дипольного плазмонного резонанса наблюдалась ожидаемая линейная зависимость от плотности энергии для всех исследованных времен

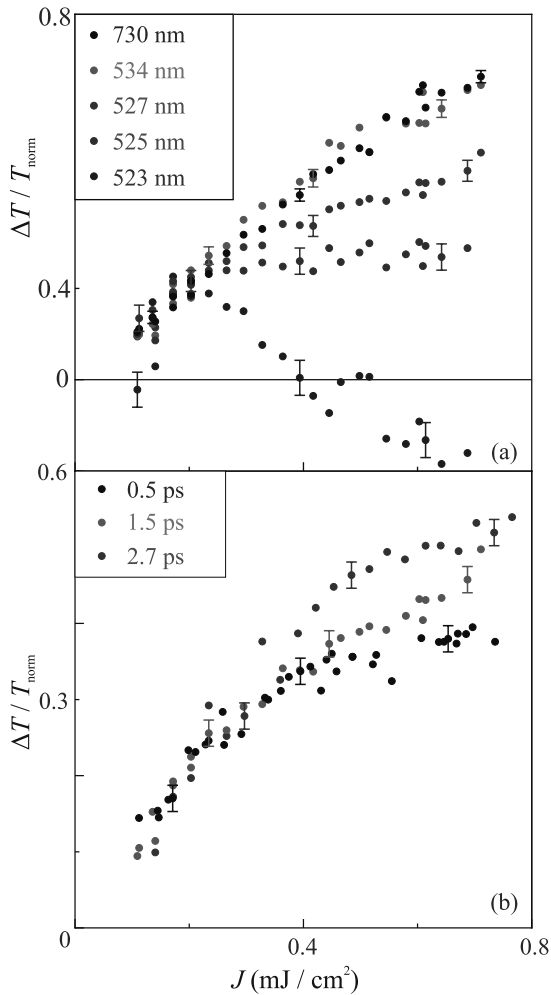


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Зависимость нормированного на линейный участок дифференциального пропускания от плотности мощности $\Delta T/T(J)$ вблизи дипольного ПРР (черные точки) и вблизи КВМ для различных длин волн. (б) – Зависимость нормированного на линейный участок дифференциального пропускания от плотности мощности $\Delta T/T(J)$ для различных времен задержки в окрестности КВМ на длине волны 527 нм

задержек [38, 26]. В остальных спектральных областях также наблюдалась линейная зависимость, за исключением области КВМ. В ее окрестности $\Delta T/T$ росло с увеличением J медленнее, чем линейно. Отличие от линейной зависимости проявлялось больше всего для коротких времен задержки (рис. 4б). Как и зависимость $\Delta T/T(\tau)$, $\Delta T/T(J)$ меняется в узком спектральном окне в окрестности существования КВМ (рис. 4а): при изменении длины волны от 530 нм в сторону уменьшения зависимость $\Delta T/T(J)$ сильнее отклоняется от линейной. В области, где дифференциальное пропускание близко к нулю, зависимость от мощности имеет экстремум и меняет

знак, а в области отрицательных значений $\Delta T/T$ зависимость становится линейной. Для сравнения различных зависимостей $\Delta T/T(J)$ нормировка на рис. 4 производилась на линейную часть так, чтобы $\Delta T/T_{\text{norm}}$ при малых плотностях энергий совпадало для всех зависимостей.

Таким образом, в данной работе экспериментально обнаружена аномальная пикосекундная динамика оптического пропускания гибридной метаповерхности Au-Bi:YIG в узком спектральном окне, соответствующем возбуждению пучком зонда квазирезонансной моды. Исследуемая мультрезонансная структура обладает модами, различными по своей природе и областям локализации. Плазмонные моды локализованы внутри и вблизи наносфер, поэтому доминирующий вклад в динамику $\Delta T/T$ дает изменение диэлектрической проницаемости золота. Так как провал в спектре дифференциального пропускания связан с межзонным переходом в золоте, динамика $\Delta T/T$ на этих длинах волн также определяется процессами в золоте. В свою очередь, квазирезонансная мода локализована в слое граната, поэтому изменение состояния граната сильнее отразится на ней, чем на остальных особенностях в спектре. Зондирование вблизи квазирезонансной моды позволяет обнаружить процесс, который не проявлялся вблизи других резонансов: дифференциальное пропускание демонстрирует зависимости $\Delta T/T(\tau)$ и $\Delta T/T(J)$, качественно отличные от кривых, полученных для остального спектрального диапазона. Помимо изменения состояния граната, другой возможный механизм наблюдаемых отличий заключается в изменении геометрии волновода за счет теплового расширения золотых наносфер.

Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 22-22-00856.

Для характеристики образцов использовалось оборудование, предоставленное по программе развития МГУ (соглашение # 102 от 14.02.2022).

1. A. I. Kuznetsov, A. E. Miroschnichenko, M. L. Brongersma, Y. S. Kivshar, B. S. Luk'yanchuk, *Science* **354**, aag2472 (2016).
2. M. R. Shcherbakov, S. Liu, V. V. Zubyuk, A. Vaskin, P. P. Vabishchevich, G. Keeler, T. Pertsch, T. V. Dolgova, I. Staude, I. Brener, and A. A. Fedyanin, *Nat. Commun.* **8**, 17 (2017).
3. N. Meinzer, W. L. Barnes, and I. R. Hooper, *Nature Photon.* **8**, 889 (2014).
4. D. Rodrigo, A. Tittl, N. Ait-Bouziad, A. John-Herpin, O. Limaj, C. Kelly, D. Yoo, N. J. Wittenberg, S.-H. Oh,

- H. A. Lashuel, and H. Altug, *Nat. Commun.* **9**, 2160 (2018).
5. D. Ray, T. V. Raziman, C. Santschi, D. Etezadi, H. Altug, and O. J. F. Martin, *Nano Lett.* **20**, 8752 (2020).
6. Z. Wang, Y. Xiao, K. Liao, T. Li, H. Song, H. Chen, S. M. Z. Uddin, D. Mao, F. Wang, Z. Zhou, B. Yuan, W. Jiang, N. K. Fontaine, A. Agrawal, A. E. Willner, and X. Hu, *Nanophotonics* **11**, 3531 (2022).
7. A. S. Ustinov, A. S. Shorokhov, and D. A. Smirnova, *JETP Lett.* **114**, 719 (2021).
8. S. Makarov, A. Furasova, E. Tiguntseva, A. Hemmetter, A. Berestennikov, A. Pushkarev, A. Zakhidov, and Y. Kivshar, *Adv. Opt. Mater.* **7**, 1800784 (2019).
9. C. Wu, H. Yu, S. Lee, R. Peng, I. Takeuchi, and M. Li, *Nat. Commun.* **12**, 1 (2021).
10. X. Zhang, Y. Zhou, H. Zheng, A. E. Linares, F. C. Ugwu, D. Li, H.-B. Sun, B. Bai, and J. G. Valentine, *Nano Lett.* **21**, 8715 (2021).
11. K. I. Okhlopkov, A. Zilli, A. Tognazzi, D. Rocco, L. Fagiani, E. Mafakheri, M. Bollani, M. Finazzi, M. Celebrano, M. R. Shcherbakov, C. D. Angelis, and A. A. Fedyanin, *Nano Lett.* **21**, 10438 (2021).
12. F. Qin, L. Ding, L. Zhang, F. Monticone, C. C. Chum, J. Deng, S. Mei, Y. Li, J. Teng, M. Hong, S. Zhang, A. Alu, and C.-W. Qiu, *Sci. Adv.* **2**, e1501168 (2016).
13. А. Д. Гартман, А. С. Устинов, А. С. Шорохов, А. А. Федянин, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 509 (2021).
14. S. Lepeshov and A. Krasnok, *Nat. Nanotechnol.* **16**, 615 (2021).
15. D. O. Ignatyeva, D. M. Krichevsky, V. I. Belotelov, F. Royer, S. Dash, and M. Levy, *J. Appl. Phys.* **132**, 100902 (2022).
16. A. V. Chetvertukhin, A. I. Musorin, T. V. Dolgova, H. Uchida, M. Inoue, and A. A. Fedyanin, *J. Magn. Magn. Mater.* **383**, 110 (2015).
17. A. I. Musorin, A. V. Chetvertukhin, T. V. Dolgova, H. Uchida, M. Inoue, B. S. Luk'yanchuk, and A. A. Fedyanin, *Appl. Phys. Lett.* **115**, 151102 (2019).
18. S. Abdollahramezani, O. Hemmatyar, M. Taghinejad, H. Taghinejad, Y. Kiarashinejad, M. Zandehshahvar, T. Fan, S. Deshmukh, A. A. Eftekhar, W. Cai, E. Pop, M. A. El-Sayed, and A. Adibi, *Nano Lett.* **21**, 1238 (2021).
19. V. Zubyuk, L. Carletti, M. Shcherbakov, and S. Kruk, *APL Mat.* **9**, 060701 (2021).
20. P. A. Shafirin, V. V. Zubyuk, A. A. Fedyanin, and M. R. Shcherbakov, *Nanophotonics* **11**, 4053 (2022).
21. A. Basiri, Md Z. E. Rafique, J. Bai, S. Choi, and Y. Yao, *Light Sci. Appl.* **11**, 102 (2022).
22. Y. Wu, L. Kang, H. Bao, and D. H. Werner, *ACS Phot.* **7**, 2362 (2020).
23. M. Mayer, M. J. Schnepf, T. A. F. König, and A. Fery, *Adv. Opt. Mater.* **7**, 1800564 (2019).
24. J. Wang, A. Coillet, O. Demichel, Z. Wang, D. Rego, A. Bouhelier, P. Grelu, and B. Cluzel, *Light Sci. Appl.* **9**, 50 (2020).
25. V. G. Kravets, A. V. Kabashin, W. L. Barnes, and A. N. Grigorenko, *Chem. Rev.* **118**, 5912 (2018).
26. C.-K. Sun, F. Vallée, L. H. Acioli, E. P. Ippen, and J. G. Fujimoto, *Phys. Rev. B* **50**, 15337 (1994).
27. R. Groeneveld, R. Sprik, and A. D. Lagendijk, *Phys. Rev. B* **51**, 11433 (1995).
28. N. Del Fatti, R. Bouffanais, F. Vallée, and C. Flytzanis, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 922 (1998).
29. I. A. Novikov, M. A. Kiryanov, P. K. Nurgalieva, A. Yu. Frolov, V. V. Popov, T. V. Dolgova, and A. A. Fedyanin, *Nano Lett.* **20**, 8615 (2020).
30. V. V. Zubyuk, P. P. Vabishchevich, M. R. Shcherbakov, A. S. Shorokhov, A. N. Fedotova, S. Liu, G. Keeler, T. V. Dolgova, I. Staude, I. Brener, and A. A. Fedyanin, *ACS Photonics* **6**, 2797 (2019).
31. G. V. Hartland, *Chem. Rev.* **111**, 3858 (2011).
32. H. Harutyunyan, A. B. F. Martinson, D. Rosenmann, L. K. Khorashad, L. V. Besteiro, A. O. Govorov, and G. P. Wiederrecht, *Nat. Nanotechnol.* **10**, 770 (2015).
33. J. Guan, J. E. Park, S. Deng, M. J. H. Tan, J. Hu, and T. W. Odom, *Chem. Rev.* **122**, 15177 (2022).
34. Á. Barreda, F. Vitale, A. E. Minovich, C. Ronning, and I. Staude, *Adv. Photonics Res.* **3**, 2100286 (2022).
35. M. G. Barsukova, A. I. Musorin, A. S. Shorokhov, and A. A. Fedyanin, *APL Photonics* **4**, 016102 (2019).
36. R. Rosei, F. Antonangeli, and U. M. Grassano, *Surf. Sci.* **37**, 689 (1973).
37. M. Guerrisi, R. Rosei, and P. Winsemius, *Phys. Rev. B* **12**, 557 (1975).
38. T. Stoll, P. Maioli, A. Crut, and F. Vallée, *Eur. Phys. J. B* **87**, 1 (2014).
39. N. Del Fatti, C. Voisin, M. Achermann, S. Tzortzakis, D. Christofilos, and F. Vallée, *Phys. Rev. B* **61**, 16956 (2000).
40. С. И. Анисимов, Б. Л. Капелиович, Т. Л. Перельман, *ЖЭТФ* **66**, 776 (1974).
41. S.-S. Wellershoff, J. Hohlfeld, J. Güdde, and E. Matthias, *Appl. Phys. A* **69**, S99 (1999).

Фантомная волоконно-оптическая 3D-эндоскопия

А. В. Белинский¹⁾, П. П. Гостев¹⁾, С. А. Магницкий¹⁾, А. С. Чиркин¹⁾

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 ноября 2022 г.

После переработки 17 декабря 2022 г.

Принята к публикации 17 декабря 2022 г.

Предложен новый тип фантомной волоконной эндоскопии, позволяющей получать фантомные изображения трехмерных оптически прозрачных объектов. Метод основан на корреляции по пространству и времени пучков света, формируемых в жгуте одномодовых волокон, освещаемом в поперечном направлении фемтосекундными лазерными импульсами. Разрешение по глубине объекта достигается с помощью оригинального алгоритма восстановления изображений, использующего как свойства фемтосекундного излучения, так и особенности распространения света в неоднородно рассеивающей среде. Работоспособность предлагаемого метода подтверждена численным моделированием на примере октаэдра со слоистой структурой.

DOI: 10.31857/S1234567823030059, EDN: owktdt

В последнее время значительно возрос интерес к системам получения и формирования оптических фантомных изображений, см., например, [1–19]. Это связано с целым рядом их преимуществ по сравнению с обычными изображениями, особенно при работе с биологическими объектами, когда важен щадящий режим облучения изучаемых живых организмов. В этом отношении интересны перспективы эндоскопии внутренних органов и полостей человека, например, при исследовании кровеносных сосудов. Обычная методика эндоскопии основана на том, что вводимый зонд оснащается видеокамерой, формирующей изображения внутренней поверхности органа, например, желудка, бронхов или внутренних стенок сосудов. Применение принципа фантомных изображений снимает необходимость введения в исследуемый объект видеокамеры, поэтому использование в эндоскопии методов волоконной фантомной оптики представляется весьма привлекательным, так как позволяет уменьшить толщину зонда до предельных размеров.

Метод фантомных изображений основан на однопиксельной регистрации изображения (*single-pixel imaging*, SPI) [1–18]. Однопиксельная визуализация требует только одного детектора для восстановления полного изображения [1, 2]. В SPI исследуемый объект последовательно облучается светом с известными специально приготовленными пространственными структурами [20]. Соответствующая каждой из

этих структур интегральная интенсивность рассеянного объектом света собирается единичным многомодовым волокном или жгутом из волокон и регистрируется детектором без пространственного разрешения. Декодирование изображения объекта может быть реализовано различными алгоритмами восстановления изображений [3–5, 21–23], таких как традиционный корреляционный метод, методы сжатых измерений [24] и редукции [25]. Преимуществом метода SPI является значительное снижение затрат на изготовление зондирующей камеры и увеличение спектрального диапазона исследований [3–5].

В последние годы метод SPI был применен в биомедицинской визуализации [6, 7], при исследовании в инфракрасной части спектра [8], при формировании голографических изображений [5, 9, 10], в микроскопии [11, 12], в гиперспектральных исследованиях [14, 15]. С его помощью удалось создать фантомную поляриметрию [26–29], осуществить шифрование информации [18, 19], получить трехмерные (3D) изображения [16, 17].

В настоящей работе предлагается оригинальная методика волоконно-оптической 3D-эндоскопии, применение в которой фемтосекундных световых импульсов позволяет заглянуть внутрь частично прозрачной рассеивающей среды.

Изображения с помощью предлагаемого метода строятся на основе фантомного принципа регистрации изображений по корреляционной методике. Согласно этому принципу, изучаемый объект облучают светом со случайным пространственным профилем интенсивности. Пространственно неоднородное излучение освещает объект через оптическое волокно или

¹⁾e-mail: belinsky@physics.msu.ru;
gostev.pavel@physics.msu.ru; sergeymagnitskiy@gmail.com;
aschirkin@physics.msu.ru

жгут таких волокон. Отдельно регистрируется рассеянное объектом излучение.

Возможная схема эндоскопа, реализующая предлагаемый метод 3D-эндоскопии, представлена на рис. 1. Слева расположен изучаемый объект, который освещается светом, прошедшим через волоконный жгут (пучок на рис. 1 изображен красным цветом). Внутри жгута из случайно расположенных одномодовых волокон диаметром 9 мкм со средним расстоянием между их центрами 72 мкм расположены несколько многомодовых волокон диаметром 62.5 мкм, которые служат для сбора рассеянного от объекта излучения. Диаметр жгута примерно 1 мм. При необходимости число волокон может быть кратно увеличено.

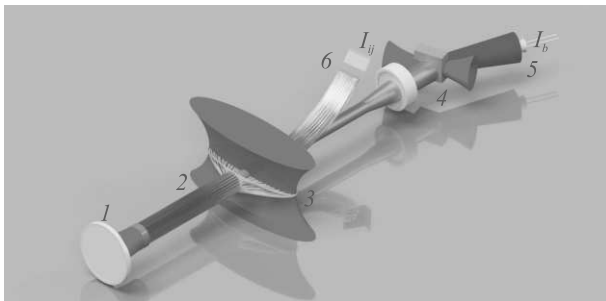


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема фантомного фемтосекундного 3D-эндоскопа. Слева располагается освещаемый объект (1), около него расположен один из торцов жгута с линзой и собирающие волокна (2); по центру – плоская часть жгута, облучаемая пространственно модулированным фемтосекундным импульсом (3), справа – нелинейный кристалл для генерации суммарной частоты (4), облучаемый тем же лазером через линию задержки, собирающий детектор для регистрации рассеянного излучения (5), CCD-камера с объективом для регистрации профиля интенсивности излучения на выходе волоконного жгута (6)

Освещающее объект излучение вводится в середину волоконного жгута поперечным по отношению к нему освещением. Жгут одновременно является осветительным и регистрирующим устройством. В середине жгута материал волокон модифицируется с целью сделать их рассеивающими. Эта часть жгута засвечивается потоком фемтосекундных лазерных импульсов, сформированных цилиндрической линзой в виде линейного пучка света с пространственно-модулированным профилем интенсивности. Для того, чтобы каждое волокно получило свою индивидуальную порцию света, освещаемая часть жгута раскладывается в плоскую линейную структуру, а затем вновь собирается в жгут. Таким

образом реализуется независимость засветки отдельных волокон друг от друга. Модуляция интенсивности производится с помощью пространственного модулятора света (SLM), который создает хаотический по пространству псевдотепловой свет [20] с радиусом корреляции, примерно равным, а лучше меньшим диаметром волокна.

Рассеянные в волокнах импульсы распространяются по каждому из одномодовых волокон в противоположных направлениях. Пространственно модулированный пучок на обоих концах жгута волокон с обеих сторон будет формировать свет со случайной пространственной модуляцией, причем пространственная структура света на обоих выходах будет коррелирована, что позволяет вычислить фантомные изображения, см., например, [21, 23, 30, 31].

Независимое рассеяние света в отдельных волокнах формирует на выходе жгута источники излучения со случайными амплитудами и фазами, создавая таким образом поле с гауссовской статистикой. Для обеспечения пространственной случайности поля и статистической независимости излучения в непересекающихся областях пространства необходимо, чтобы излучение из одного волокна не засвечивало область, освещаемую соседними волокнами в жгуте. Так как излучение на выходе одномодовых волокон быстро расходится, то это существенно ограничивает глубину зондирования сверху. Для решения этой проблемы можно воспользоваться интегрированной оптикой для формирования изображения торца жгута на исследуемом объекте, а именно, применить симметричную двояковыпуклую асферическую линзу. Асферические поверхности дают возможность полностью исключить сферическую аберрацию. А при работе с минус единичным линейным увеличением за счет полной симметрии системы автоматически исключаются и нечетные полевые аберрации: кома, астигматизм, дисторсия, см., например, работу [32] и цитируемую там литературу. Остается только кривизна поля, которая не только не портит, но и наоборот, улучшает ситуацию при исследовании округлых объектов изнутри, поскольку срезы по глубине проникновения будут не плоскими, а с небольшой кривизной. При последующей компьютерной обработке и восстановлении 3D структуры эта систематическая погрешность легко корректируется. Таким образом, такая однолинзовая проекционная система будет работать практически идеально с точностью до прецизионности изготовления.

Рассеянный объектом свет попадает в многомодовые волокна жгута и распространяется по ним до собирающего детектора. На измерительном конце жгут

раздваивается: отдельно упаковываются с сохранением порядка одномодовые волокна, отдельно – многомодовые. Схематическое изображение расположения волокон в объектном и измерительном торцах волоконного жгута приведено на рис. 2. Изображе-

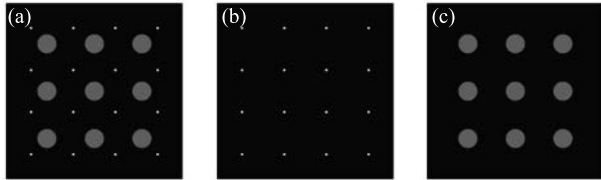


Рис. 2. (Цветной онлайн) Геометрия части выходного объектного (а) и измерительных (b), (c) торцов волоконного жгута. Тонкие волокна (выделены белым) передают случайно модулированное излучение, толстые (выделены зеленым) собирают рассеянное

ние измерительного торца жгута проецируется микрообъективом на матрицу CCD-камеры, а рассеянное от объекта излучение, прошедшее через многомодовые собирающие волокна, фокусируется другим микрообъективом на нелинейный кристалл, в котором осуществляется генерация суммарной частоты, в нашем случае, генерация второй гармоники. На рисунке 1 преобразованный световой пучок показан синим цветом. Преобразование в суммарную частоту необходимо, чтобы из общего импульса рассеянного света выделить ту его часть, которая пришла от заданной глубины зондирования объекта. Таким образом, изображение получится объемным. Для этого в качестве накачки используется часть излучения того же задающего фемтосекундного импульса, который освещает жгут волокон, но задержанного по времени. За счет этого преобразуется только тот рассеянный от объекта сигнал, который совпадет по времени с задержанным импульсом. Этим достигается разрешение эндоскопа по глубине, которое определяется длительностью фемтосекундного импульса. При длительности 30 фс разрешение по глубине составит ~ 10 мкм. Излучение на суммарной частоте регистрируется интегрально одиночным детектором.

При измерениях на нелинейный кристалл проецируется плоскость, сопряженная плоскости, совпадающей с поверхностью объекта. Это гарантирует, что пространственные структуры лучей на поверхности объекта и в измерительном каналах совпадают.

Физически фантомное изображение строится из набора N измерений, каждое из которых производится следующим образом. На SLM формируется маска амплитудно-фазовой модуляции, которая преобразовывает фемтосекундный импульс. Излуче-

ние рассеивается на объекте и параллельно детектируется CCD-матрицей. Рассеянное излучение собирается многомодовыми волокнами, преобразуется в суммарную частоту в требуемом временном окне и детектируется. В итоге, после каждого измерения экспериментатор получает профиль интенсивности случайно модулированного поля на выходе из жгута волокон и значение зарегистрированной интенсивности излучения суммарной частоты при заданной глубине фокусировки. После проведения N измерений фантомное изображение строится корреляционным методом. Совокупность фантомных изображений, полученных при разной глубине фокусировки с применением нижеописанного алгоритма, образует трехмерную карту рассеяния объекта.

Математически формирование 3D фантомного изображения удобно описать в дискретном виде, выделяя в объекте несколько виртуальных слоев конечной толщины, следующих друг за другом. Сначала опишем формирование фантомного изображения двумерного объекта, используя дискретный подход. При этом подходе на поверхность объекта накладывается виртуальная сетка, каждую ячейку которой (виртуальный пиксель) пронумеруем двойным индексом i, j . В двумерном случае задача сводится к расчету ковариационной функции интенсивностей:

$$G_{ij} = \langle I_{ij} I_B \rangle - \langle I_{ij} \rangle \langle I_B \rangle. \quad (1)$$

Здесь I_{ij} – интенсивность света в виртуальном пикселе с индексами i, j ; $I_B = \sum_{k,l} R_{kl} I_{kl}$ – суммарная интенсивность света после взаимодействия с объектом, R_{kl} – коэффициент рассеяния объекта в пикселе $\{k, l\}$. Тогда:

$$G_{ij} = R_{ij} \langle I_{ij}^2 \rangle + \sum_{k,l} \langle R_{kl} I_{kl} I_{ij} \rangle - R_{ij} \langle I_{ij} \rangle^2 - \langle I_{ij} \rangle \sum_{k,l} \langle R_{kl} I_{kl} \rangle. \quad (2)$$

При условии, что используемый источник δ -коррелированный, интенсивности, измеряемые в разных пикселях, статистически независимы, т.е. $\langle I_{ij} I_{kl} \rangle = \langle I_{ij} \rangle \langle I_{kl} \rangle$ при $i, j \neq k, l$. Тогда:

$$G_{ij} = R_{ij} \langle I_{ij}^2 \rangle - R_{ij} \langle I_{ij} \rangle^2 = R_{ij} D_{ij}. \quad (3)$$

Отсюда находим коэффициент рассеяния объекта в пикселе $\{i, j\}$:

$$R_{ij} = \frac{G_{ij}}{D_{ij}} \quad (4)$$

и, соответственно, определяем профиль рассеивающего объекта.

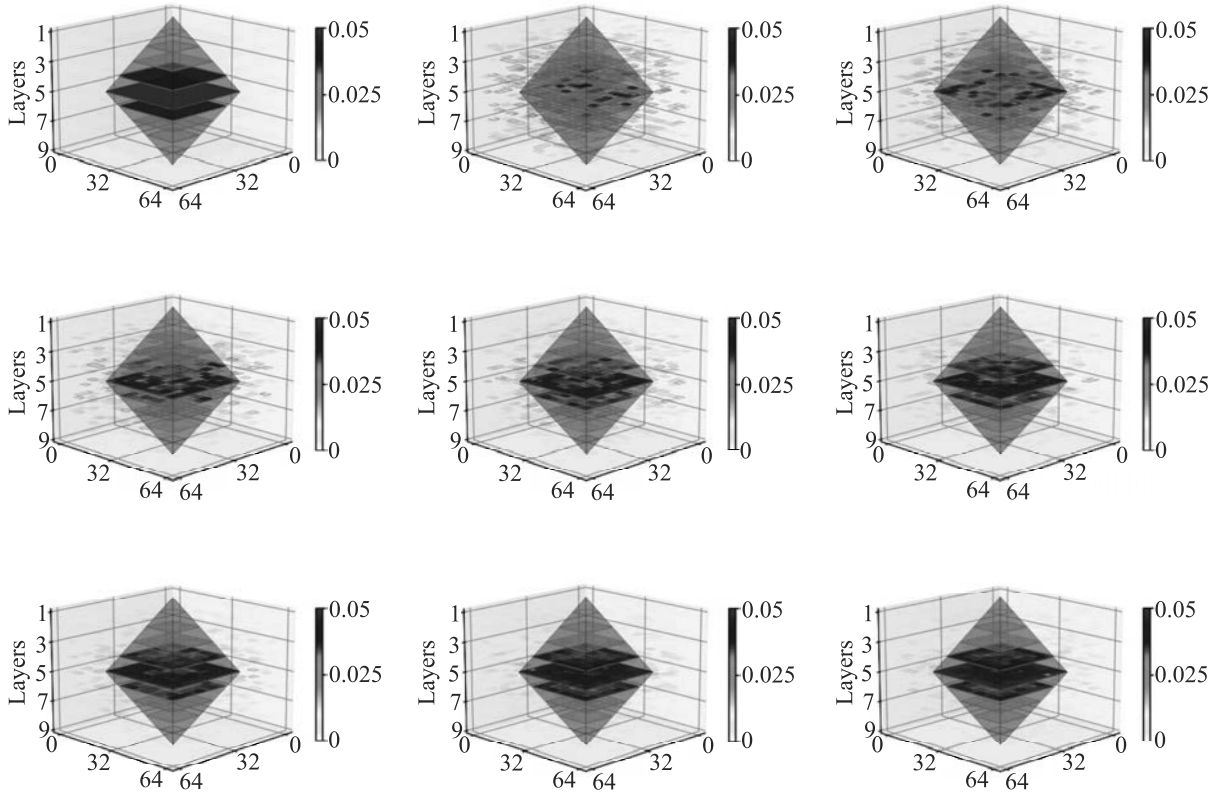


Рис. 3. (Цветной онлайн) Разделенный на слои конечной толщины тестовый объект и его фантомные изображения, восстановленные по формулам (7) на основе 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 49152 и 65536 измерений. По осям x , y отложены номера пикселей расчетной сетки

Теперь рассмотрим двухслойный объект с коэффициентами рассеяния слоев $R_{ij}^{(1)}$, $R_{ij}^{(2)}$. Для простоты будем считать, что коэффициенты рассеяния не зависят от направления распространения излучения, что слой достаточно тонкий и, соответственно, все излучение, прошедшее через него, попадает на следующий слой. Пусть на первый слой падает излучение I_{ij} . Тогда, очевидно, $R_{ij}^{(1)}$ вычисляется по формуле (4). Для вычисления $R_{ij}^{(2)}$ нужно учесть, что до второго слоя доходит излучение, прошедшее через первый слой, а до детектора доходит излучение, прошедшее через первый слой в обратном направлении. Коэффициент пропускания первого слоя $(1 - R_{ij}^{(1)})$. Таким образом, на детектор падает интенсивность $I_B = \sum_{k,l} (1 - R_{kl}^{(1)})^2 R_{kl}^{(2)} I_{kl}$ и согласно формуле (4):

$$(1 - R_{ij}^{(1)})^2 R_{ij}^{(2)} = \frac{G_{ij}}{D_{ij}}. \quad (5)$$

Восстановить $R_{ij}^{(2)}$ можно, если известно распределение $R_{ij}^{(1)}$:

$$R_{ij}^{(2)} = \frac{G_{ij}}{D_{ij} (1 - R_{ij}^{(1)})^2}. \quad (6)$$

Продолжая рассуждение по индукции, для n -го слоя получим:

$$R_{ij}^{(n)} = \frac{G_{ij}}{D_{ij} \prod_{m=1}^{n-1} (1 - R_{ij}^{(m)})^2}. \quad (7)$$

Из формулы (4) очевиден рекуррентный алгоритм восстановления трехмерной картины объекта, который состоит в его послойном сканировании вглубь и использовании информации, полученной на предыдущем слое, для расчета следующего. При расчете фантомного изображения из экспериментальных данных мы получаем коэффициенты вида

$$R'_{ij}{}^{(n)} = R_{ij}^{(n)} \prod_{m=1}^{n-1} (1 - R_{ij}^{(m)})^2, \quad (8)$$

из которых по формуле (7) вычисляем истинный коэффициент рассеяния.

Для тестирования описанного подхода был проведен численный эксперимент с использованием разработанной нами библиотеки `ghost_images` [33]. В качестве тестового объекта выступал октаэдр, разрезанный на 9 слоев (см. рис. 3). Каждый слой

представлял собой параллелепипед толщиной $1/9$ от высоты октаэдра с фиксированным интегральным по толщине коэффициентом рассеяния $R = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.04, 0.03, 0.02, 0.01$ и стороной 128, 256, 384, 512, 640, 512, 384, 256, 128 мкм при размере вычислительного поля 1024×1024 мкм или 64×64 точек. Профили интенсивности моделировалась с помощью генератора псевдослучайных чисел с равномерным распределением.

На рисунке 3 изображен исходный 3D профиль рассеяния объекта и 3D профили рассеяния, рассчитанные по формуле (7) для 1024, 2048, 4096, 8192, 16384, 32768, 49152 и 65536 измерений. Видно, что по мере увеличения выборки фантомное изображение объекта все лучше отражает его структуру, а искажения, обусловленные рассеянием на предыдущих слоях, полностью компенсируются по формуле (7).

Таким образом, показано, что с использованием описанного алгоритма при наличии случайного пространственного профиля фемтосекундного излучения, освещающего объект, возможно восстановление трехмерного профиля рассеяния трехмерных объектов.

Заключение. Важной особенностью фантомной волоконно-оптической 3D-эндоскопии с практической точки зрения является то, что все элементы ее конструкции могут быть выполнены в одном модуле, расположенном в стороне от пациента. При этом единственное, что вводится в тело диагностируемого – оптический зонд толщиной менее миллиметра, что делает методику малоинвазивной и нетравмирующей. Особенно актуально применение такого эндоскопа в педиатрии в связи с малыми размерами органов детей. Причем не только в диагностике, но и при мониторинге хирургических операций в реальном времени.

С учетом того, что процесс генерации суммарной частоты может происходить на уровне одиночных фотонов, то не видно никаких препятствий к реализации эндоскопа предлагаемой конструкции в режиме счета фотонов. Для этого фемтосекундное излучение должно быть ослаблено до малофотонного уровня, а приемники света должны быть заменены на матричные счетчики фотонов, например, может быть использована недавно появившаяся камера Hamamatsu ORCA-Quest qCMOS camera C15550-20UP. Такой режим работы обеспечит максимально щадящее воздействие на диагностируемые ткани.

Авторы благодарны за обсуждение затронутых проблем фантомной оптики Д. П. Агапову, Д. А. Балакину и Д. Н. Фроловцеву.

Работа выполнена за счет средств гранта Российского научного фонда (проект # 21-12-00155).

1. M. P. Edgar, G. M. Gibson, M. J. Padgett, *Nature Photon.* **13**, 13 (2019).
2. M. F. Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, *IEEE Sig. Pro. Mag.* **25**, 83 (2008).
3. Z. Zhang, X. Ma, and J. Zhong, *Nat. Commun.* **6**, 1 (2015).
4. Z. Zhang, X. Wang, G. Zheng, and J. Zhong, *Opt. Express* **25**, 19619 (2017).
5. L. Martinez-León, P. Clemente, Y. Mori, V. Climent, J. Lancis, and E. Tajahuerce, *Opt. Express* **25**, 4975 (2017).
6. B. Lochocki, A. Gambin, S. Manzanera, E. Irlles, E. Tajahuerce, J. Lancis, and P. Artal, *Optica* **3**, 1056 (2016).
7. R. Dutta, S. Manzanera, A. Gambin-Regadera, E. Irlles, E. Tajahuerce, J. Lancis, and P. Artal, *Biomed. Opt. Express* **10**, 4159 (2019).
8. N. Radwell, K. J. Mitchell, G. M. Gibson, M. P. Edgar, R. Bowman, and M. J. Padgett, *Optica* **1**, 285 (2014).
9. P. Clemente, V. Durán, E. Tajahuerce, P. Andrés, V. Climent, and J. Lancis, *Opt. Lett.* **38**, 2524 (2013).
10. P. Clemente, V. Duran, E. Tajahuerce, and J. Lancis, *Phys. Rev. A* **86**, 041803 (2012).
11. D. B. Phillips, M.-J. Sun, J. M. Taylor, M. P. Edgar, S. M. Barnett, G. M. Gibson, and M. J. Padgett, *Sci. Adv.* **3**, e1601782 (2017).
12. Z. Wei, J. Zhang, Z. Xu, Y. Liu, Y. Huang, and X. Fan, *IEEE Photonics J.* **11**, 1 (2019).
13. Y. Wang, F. Wang, R. Liu, P. Zhang, H. Gao, and F. Li, *Opt. Express* **27**, 5973 (2019).
14. F. Magalhães, F. M. Araújo, M. Correia, M. Abolbashari, and F. Farahi, *Opt. Eng.* **51**, 071406 (2012).
15. K. Shibuya, T. Minamikawa, Y. Mizutani, H. Yamamoto, K. Minoshima, T. Yasui, and T. Iwata, *Opt. Express* **25**, 21947 (2017).
16. B. Sun, M. P. Edgar, R. Bowman, L. E. Vittert, S. Welsh, A. Bowman, and M. J. Padgett, *Science* **340**, 844 (2013).
17. Z. Zhang, S. Liu, J. Peng, M. Yao, G. Zheng, and J. Zhong, *Optica* **5**, 315 (2018).
18. C. Zhang, W. He, B. Han, M. Liao, D. Lu, X. Peng, and C. Xu, *Opt. Express* **27**, 13469 (2019).
19. Z. Zhang, S. Jiao, M. Yao, X. Li, and J. Zhong, *Opt. Express* **26**, 14578 (2018).
20. Д. П. Агапов, И. А. Беловолов, П. П. Гостев, С. А. Магницкий, Д. Н. Фроловцев, А. С. Чиркин, *ЖЭТФ* **162**, 215 (2022) [D. Agapov, I. Belovolov, P. Gostev, S. Magnitskii, D. Frolovstev, and A. Chirkin, *JETP* **135**(2), 188 (2022)].
21. A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **70**, 013802 (2004).

22. Д. А. Балакин, Д. П. Агапов, П. П. Гостев, С. А. Магницкий, Д. Н. Фроловцев, А. С. Чиркин, *ЖЭТФ* **162**, 569 (2022) [D. A. Balakin, D. P. Agapov, P. P. Gostev, S. A. Magnitskiy, D. N. Frolovstev, and A. S. Chirkin, *JETP* **135**(6), 779 (2022)].
23. P.-A. Moreau, E. Toninelli, T. Gregory, and M. J. Padgett, *Laser and Photonics Reviews* **12**, 1700143 (2018).
24. Ю. П. Пытьев, *Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем*, Физматлит, М. (2012).
25. D. Balakin, A. Belinsky, and A. Chirkin, *Quant. Inform. Proc.* **18**, 1 (2019).
26. A. Chirkin, P. Gostev, D. Agapov, and S. Magnitskiy, *Las. Phys. Lett.* **15**, 115404 (2018).
27. S. Magnitskiy, D. Agapov, and A. Chirkin, *Opt. Lett.* **45**, 3641 (2020).
28. S. Magnitskiy, D. Agapov, I. Belovolov, P. Gostev, D. Frolovstev, and A. Chirkin, *Moscow Univer. Phys. Bull.* **76**, 424 (2021).
29. S. Magnitskiy, D. Agapov, and A. Chirkin, *Opt. Lett.* **47**, 754 (2022).
30. А. В. Белинский, Д. Н. Клышко, *ЖЭТФ* **105**, 487 (1994).
31. B. I. Erkmen and J. H. Shapiro, *Adv. Opt. Phot.* **2**, 405 (2010).
32. А. В. Белинский, *Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии* **3**, 198 (1983).
33. P. P. Gostev, ghost_images, https://github.com/vongostev/ghost_images.

О формировании плазменного облака при испарении макрочастицы в высокотемпературной замагниченной тороидальной плазме

О. А. Бахарева¹⁾, В. Ю. Сергеев, И. А. Шаров

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 195251 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 25 октября 2022 г.

После переработки 5 декабря 2022 г.

Принята к публикации 8 декабря 2022 г.

Излучение облаков холодной вторичной плазмы вблизи макрочастиц, испаряющихся в горячей плазме установок с магнитным удержанием (токамаков и стеллараторов), является источником ценной информации о физических характеристиках пеллетного облака. В данной работе проанализированы характерные размеры излучающих облаков из различных материалов: легкоплавкого полистирола и тугоплавкого углерода. При расчете длины ионизации ионов C^+ как в углеродных, так и в углеводородных облаках, вклада одних только горячих электронов оказывается недостаточно, чтобы обеспечить наблюдаемые в эксперименте длины спада излучения линии СИ. С учетом сильного экранирования потока электронов фоновой плазмы в углеводородном пеллетном облаке, ионизация ионов C^+ в нем определяется, в основном, электронами холодной плазмы облака. Вблизи тугоплавкой углеродной макрочастицы экранирование слабое вследствие меньшей скорости ее испарения. Вклады горячих электронов окружающей плазмы и холодных электронов пеллетного облака в ионизацию ионов C^+ оказываются сопоставимыми в случае углеродных макрочастиц.

DOI: 10.31857/S1234567823030060, EDN: owzoxu

1. Введение. Инжекция макрочастиц (пеллетов) из различных материалов, таких как H_2 , D_2 , Li , C , C_8H_8 , в высокотемпературную плазму установок с магнитным удержанием широко используется для управления параметрами разряда и его диагностики [1, 2]. Информация о пространственном распределении атомов и ионов в различных зарядовых состояниях в облаке необходима для сравнения факторов нейтрального и плазменного экранирования тепловых потоков, достигающих поверхности макрочастиц [3] и для уточнения эффективности нейтрализации быстрых ионов плазмы в пеллетном облаке в результате их рекомбинации и перезарядки [4].

Ранее для облаков вблизи испаряющихся углеводородных и углеводородных макрочастиц анализировались продольные (относительно направления локального магнитного поля) и поперечные к магнитному полю распределения интенсивности излучения ионов C^+ в линии СИ (723 нм). В работе [5] наблюдалось приблизительное соответствие между характерной продольной длиной спада излучения в линии СИ l_{dec} в углеродных облаках на установке Wendelstein7-AS (W7-AS) и расчетной длиной ионизации ионов C^+ горячими электронами фоновой плазмы, оцененной с помощью выражения

$$l_{ion}^{hot} = \frac{u}{n_e \langle \sigma_{C^{+ \rightarrow 2+} \nu} \rangle_{T_e}}, \quad (1)$$

где скорость продольного разлета испарившегося вещества u полагалась равной скорости звука $c_s = \sqrt{\frac{5}{3} \frac{T_{clid}}{m_C}}$ при значении температуры электронов в облаке $T_{clid} = 1.0$ эВ, m_C – масса атома углерода, n_e – концентрация фоновой плазмы, $\langle \sigma_{C^{+ \rightarrow 2+} \nu} \rangle_{T_e}$ – скоростной коэффициент ионизации электронным ударом иона C^+ , вычисленный для Максвелловской функции распределения с температурой горячих электронов T_e [6]. В то же время, при моделировании параметров углеродных пеллетных облаков на W7-AS с помощью численного кода LLP [7] были получены несколько большие значения температуры электронов облака 2.5–5 эВ. Скоростной коэффициент ионизации электронным ударом иона C^+ при низких температурах 1–4 эВ $\langle \sigma_{C^{+ \rightarrow 2+} \nu} \rangle_{T_{clid}}$ уменьшается более чем на порядок при уменьшении T_{clid} на 1 эВ [6]. В связи с этим в работе [5] при $T_{clid} = 1.0$ эВ оценивалось $\langle \sigma_{C^{+ \rightarrow 2+} \nu} \rangle_{T_{clid}=1\text{eV}} \ll \ll \langle \sigma_{C^{+ \rightarrow 2+} \nu} \rangle_{T_e}$ и считалось, что только горячие электроны фоновой плазмы вносят основной вклад в процесс ионизации ионов C^+ . При значениях температуры вторичной холодной плазмы 2.5–5 эВ вклад электронов облака в ионизацию должен заметно увеличиться, что требует уточнения выводов работы [5].

¹⁾e-mail: o.bakhareva@spbstu.ru

В экспериментах на установке Large Helical Device (LHD) были измерены концентрация электронов $n_{\text{eld}} \cong 4 \cdot 10^{16} - 2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ [8] и температура электронов $T_{\text{eld}} \cong 2 - 6 \text{ эВ}$ [9], а также исследовались характерные размеры излучающих областей углеводородных облаков [10], в том числе в линии СII (723 нм). Основные результаты по измерению и интерпретации размеров облаков были получены в предположении определяющего вклада холодных электронов самого облака в ионизацию. Оценки вклада горячих электронов в явном виде не выполнялись.

Задачей данной работы был анализ параметров вторичной холодной плазмы вблизи углеродных и углеводородных макрочастиц, испаряющихся в плазме установок W7-AS и LHD, с целью сопоставить вклады холодных электронов облака и горячих электронов фоновой плазмы в ионизацию ионов C^+ в пеллетных облаках.

2. Ионизация ионов C^+ в облаке горячими электронами. При расчете характерных длин ионизации иона C^+ было учтено, по сравнению с уравнением (1), эффективное уменьшение концентрации горячих электронов фоновой плазмы в $\delta_{n,\text{plc}}$ раз после их прохождения через плазменное облако:

$$l_{\text{ion}}^{\text{hot}} = \frac{u}{\delta_{n,\text{plc}} n_e \langle \sigma_{\text{C}^+ \rightarrow 2+} \nu \rangle}. \quad (2)$$

Для оценки фактора экранирования концентрации электронов плазменным пеллетным облаком $\delta_{n,\text{plc}}$ использовался фактор экранирования для теплового потока δ_q , который определялся из экспериментальных данных с помощью баланса энергии на поверхности макрочастицы

$$\delta_q = \frac{\varepsilon \dot{N}}{q_e 2\pi r_p^2}. \quad (3)$$

Здесь r_p – текущий радиус макрочастицы, ε – эффективная энергия сублимации ($\varepsilon \cong 8.8 \text{ эВ}$ для атома углерода [11] и $\varepsilon \cong 1.5 \text{ эВ}$ для мономера C_8H_8 полистирола [12]), $q_e = \frac{1}{4} n_e \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}} \times 2T_e$ – плотность невозмущенного теплового потока, переносимого горячими электронами, \dot{N} – скорость испарения макрочастицы, n_e и T_e – концентрация и температура электронов окружающей плазмы, m_e – масса электрона.

Для определения связи между $\delta_{n,\text{plc}}$ и δ_q мы делаем несколько предположений. 1) Считаем, что фактор экранирования облаком теплового потока электронов фоновой плазмы равен произведению факторов экранирования в нейтральной и плазменной частях облака $\delta_q = \delta_{q,\text{nc}} \delta_{q,\text{plc}}$. То же полагаем верным и для ослабления потока горячих электронов

$\delta_n = \delta_{n,\text{nc}} \delta_{n,\text{plc}}$. 2) Считаем, что факторы экранирования потока горячих электронов и потока тепла горячих электронов отличаются незначительно, т.е. для нейтральной и плазменной частей облака $\delta_{q,\text{nc}} \cong \delta_{n,\text{nc}}$ и $\delta_{q,\text{plc}} \cong \delta_{n,\text{plc}}$. Данное допущение сделано на основе анализа совместного решения кинетического уравнения и уравнения потери энергии для электронов фоновой плазмы в нейтральном пеллетном облаке [13]. Оно справедливо как для тугоплавких углеродных макрочастиц, так и для не тугоплавких углеводородных (полистироловых) макрочастиц, несмотря на сильное различие типичных значений факторов нейтрального экранирования, $\delta_{q,\text{nc}} \cong 0.8$ для углеродных и $\delta_{q,\text{nc}} \cong 0.02$ для углеводородных облаков. Заметим, что вывод о сопоставимых величинах $\delta_{n,\text{nc}}$ и $\delta_{q,\text{nc}}$ был сделан и в работе [14] в ходе анализа нейтрального экранирования при испарении водородных макрочастиц. 3) Предполагаем, что величины факторов экранирования в нейтральной и плазменной частях пеллетного облака сопоставимы: $\delta_{q,\text{nc}} \cong \delta_{q,\text{plc}}$ и $\delta_{n,\text{nc}} \cong \delta_{n,\text{plc}}$. Такое утверждение следует из оценок интегральной толщины нейтральной и плазменной частей углеводородных облаков с использованием данных работ [8, 9] и не противоречит выводам работы [15], где оценивалось влияние нейтрального и плазменного облаков на скорость испарения углеродной макрочастицы.

Исходя из указанных предположений, получим $\delta_q = \delta_{q,\text{nc}} \delta_{q,\text{plc}} = \delta_{n,\text{nc}} \delta_{n,\text{plc}} = \delta_{n,\text{plc}}^2$, откуда

$$\delta_{n,\text{plc}} = \sqrt{\delta_q}. \quad (4)$$

В экспериментах на стеллараторе W7-AS [5] в плазму инжектировались углеродные макрочастицы диаметром 0.35–0.45 мм со скоростью 150–400 м/с в направлении магнитной оси плазменного шнура. Излучение углеродных пеллетных облаков регистрировалось с помощью оптической системы под углом примерно 46° в поперечном направлении к оси инжекции. Время экспозиции CCD камеры варьировалось в широких пределах от 1 мкс до 10 мс, что позволяло получать в кадре как серии из 1–10 моментальных снимков пеллетного облака, так и интегральные фотографии облака, формируемые движущимся светящимся пеллетным облаком в процессе испарения макрочастицы. Излучение в линии СII регистрировалось с использованием фильтра 720 нм с шириной на полувысоте (FWHM) полосы пропускания 9.3 нм, либо фильтра 723 нм с FWHM 1.9 нм. Более подробное описание экспериментов и результатов приведено в [16].

Пунктирной линией (1) на рис. 1 показано распределение излучения углеродного пеллетного об-

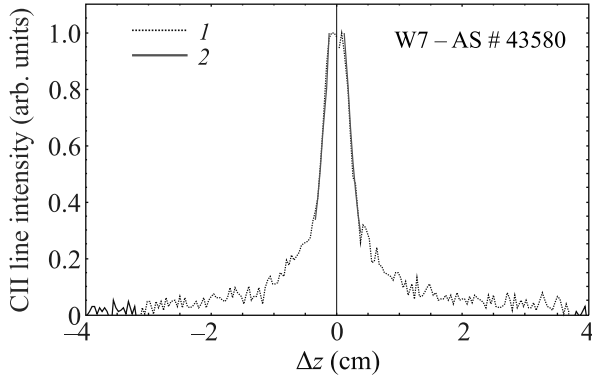


Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределение вдоль магнитного поля интенсивности излучения облака в линии СII (723 нм) на моментальной фотографии в разряде # 43580 установки W7-AS при $r_{\text{eff}} \cong 9$ см. 1 – распределение интенсивности вдоль продольной оси облака; 2 – подобранные экспоненциальные зависимости в области быстрого спада интенсивности

лака в линии СII вдоль продольной оси облака, соответствующее положению макрочастицы на эффективном малом радиусе $r_{\text{eff}} \cong 9$ см для разряда # 43580. Параметры разряда в момент инжекции: $n_{e0} = 6.2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $T_{e0} = 1.4 \text{ кэВ}$, $P_{\text{ECRH}} = 410 \text{ кВт}$, $R_0 = 2.05 \text{ м}$, $a_{\text{eff}} = 0.17 \text{ м}$, $B = 2.55 \text{ Тл}$, исходный радиус макрочастицы $r_{p0} = 0.19 \text{ мм}$, а ее скорость $v_p = 310 \text{ м/с}$ [5]. Локальные значения температуры и концентрации электронов фоновой плазмы и текущий радиус макрочастицы при $r_{\text{eff}} \cong 9$ см были следующие: $T_e = 0.7 \text{ кэВ}$, $n_e = 6.07 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $r_p = 0.18 \text{ мм}$. Сплошными красными линиями (2) на рис. 1 показаны подобранные методом наименьших квадратов экспоненциальные зависимости с характерным размером l_{dec} , на котором интенсивность спадает в e раз. Значения l_{dec} близки на правом и левом крыльях продольного распределения интенсивности СII относительно местонахождения макрочастицы $\Delta z = 0$ см. Далее используется среднее значение для двух крыльев. Для распределения, представленного на рис. 1, среднее значение $l_{\text{dec}} = 2 \text{ мм}$.

На рисунке 2 для разряда # 43580 W7-AS приведены зависимости от эффективного малого радиуса магнитной поверхности r_{eff} следующих величин: скорость испарения макрочастицы \dot{N} и отношение ее радиуса к начальному значению r_p/r_{p0} , концентрация n_e и температура T_e электронов фоновой плазмы, характерные размеры l_{dec} продольного спада интенсивности излучения в линии СII, а также длины ионизации C^+ электронным ударом $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$, вычисленные с помощью уравнения (2) при двух значениях скорости продольного разлета вторичной холодной плазмы пеллетного облака. Длина $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ вычислялась

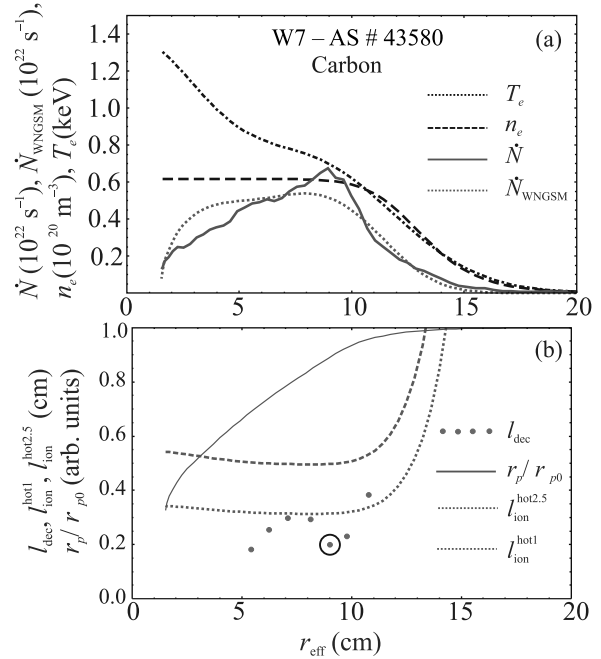


Рис. 2. (Цветной онлайн) Параметры фоновой плазмы и испарения макрочастицы в зависимости от ее положения в пространстве на пути по внешней части плазменного шнура

в предположении $u = c_s$ при температуре электронов облака $T_{\text{clid}} = 1 \text{ эВ}$, как в работе [5], а длина $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$ приведена для $u = c_s$ при $T_{\text{clid}} = 2.5 \text{ эВ}$, что соответствует нижней границе расчетной температуры углеродного облака из работы [7]. Фактор экранирования δ_q лежал в диапазоне от 0.7 до 1, и при расчете длин ионизации $\delta_{n,\text{plc}}$ полагался равным среднему значению $\delta_{n,\text{plc}} \cong 0.9$, которое близко к 1 и незначительно влияет на результат вычисления длин ионизации. Скорость испарения макрочастицы \dot{N}_{WNGSM} рассчитана по модели слабого нейтрального экранирования [11]. Окружностью отмечено значение l_{dec} , найденное для продольного распределения на рис. 1.

Сравнивая значения l_{dec} при $r_{\text{eff}} \cong (11-5) \text{ см}$, можно увидеть, что по мере приближения макрочастицы к центру плазменного шнура характерная продольная длина СII в целом падает. Две точки с более низкими, чем соседние, значениями l_{dec} при $r_{\text{eff}} \cong 10 \text{ см}$ и $r_{\text{eff}} \cong 9 \text{ см}$, лежат в области, где макрочастица испаряется более интенсивно, чем можно было бы ожидать в предположении максвелловского распределения частиц фоновой плазмы, соответствующего локальным значениям n_e , T_e . Вероятно, в области $r_{\text{eff}} \cong (9-10) \text{ см}$ в разряде # 43580 присутствовала популяция надтепловых частиц, благодаря которым могла увеличиться скорость испарения и усилиться ионизация C^+ в облаке по сравне-

нию со случаем максвелловской фоновой плазмы. Далее, с продвижением макрочастицы в области более горячей и плотной фоновой плазмы, при $r_{\text{eff}} \leq 8$ см характерная длина l_{dec} продолжает падать и, вместе с тем, заметно уменьшается размер макрочастицы и количество испаряемых атомов на завершающей стадии процесса испарения. Расчетная длина ионизации $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$ при уменьшении r_{eff} сначала падает, что должно быть обусловлено ростом концентрации фоновой плазмы n_e , а затем слегка растет, поскольку n_e уже практически не изменяется, а сечение ионизации немного падает с ростом температуры T_e горячих электронов.

Из сравнения характерных длин l_{dec} с длинами ионизации на рис. 2b можно сделать вывод, что при разлете облака со звуковой скоростью, соответствующей предположенной в работе [5] $T_{\text{cld}} = 1$ эВ, ионизация электронами горячей фоновой плазмы в некоторых случаях может оказаться достаточной для того, чтобы объяснить наблюдаемые длины спада интенсивности излучения в линии СИ. Однако при $T_{\text{cld}} = 2.5$ эВ учета одних только горячих электронов оказывается недостаточно.

На рисунке 3а приведены значения характерной длины облака l_{dec} , полученные в моменты наиболее интенсивного испарения углеродных макрочастиц для различных разрядов на W7-AS. На рисунке 3а приведены зависимости между измеренными l_{dec} и расчетными длинами ионизации $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$. Экранирование потока электронов фоновой плазмы облаком в данных экспериментах было несущественным, и при вычислении значений $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$, показанных на рис. 3а, полагалось $\delta_{n,\text{plc}} \cong 0.9$. Значения концентрации и температуры электронов фоновой плазмы в центре плазменного шнура в рассматриваемых экспериментах лежало в диапазоне $n_{e0} \cong (1-10) \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$, $T_{e0} \cong (0.5-6.0) \text{ кэВ}$. Из рисунка 3а видно, что в предположении продольного разлета облака со скоростью звука, соответствующей температуре $T_{\text{cld}} = 1$ эВ, характерные продольные длины СИ оказываются сопоставимы с длиной ионизации C^+ горячими электронами, как и отмечалось ранее в работе [5]. Однако учет более реалистичных значений температуры углеродного облака $T_{\text{cld}} = 2.5$ эВ ухудшает указанное согласие измеренных и расчетных характерных длин.

В экспериментах на гелиотроне LHD полистироловые макрочастицы диаметром 0.9 мм инжектировались в плазму в экваториальной плоскости с внешней стороны установки со скоростями 400–500 м/с. С помощью изображающего полихроматора [8] один раз за разряд получались изображения излучающего

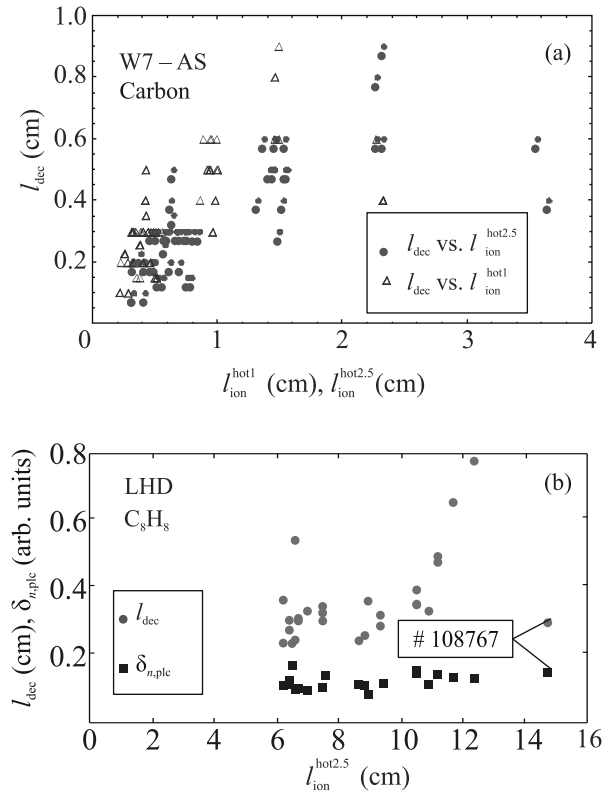


Рис. 3. (Цветной онлайн) Наблюдаемая продольная длина спада интенсивности линии СИ l_{dec} в зависимости от длины ионизации $l_{\text{ion}}^{\text{hot}}$. (а) – Для углеродных облаков на W7-AS; на горизонтальной оси приведены значения $l_{\text{ion}}^{\text{hot1}}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$. (б) – Для углеводородных облаков на LHD; отмечены также расчетные значения $\delta_{n,\text{plc}}$, использованные для вычисления $l_{\text{ion}}^{\text{hot2.5}}$

облака в девяти спектральных интервалах, определяемых набором интерференционных фильтров. Для регистрации излучения пеллетного облака в линии СИ один из каналов полихроматора был оснащен фильтром 724.5 нм с FWHM 4.5 нм. Направление наблюдения полихроматора располагалось под малым углом (примерно 2°) к оси инжекции. Съемка с экспозицией 10–30 мкс при наблюдении вдоль траектории позволяла получать моментальные снимки пеллетного облака. Кроме того, данные полихроматора позволяли определять пространственные распределения концентрации [8] и температуры [9] электронов в углеводородном облаке, соответственно, по уширению линии излучения водорода $\text{H}\beta$ и по отношению локальных коэффициентов испускания этой линии к излучению в непрерывном спектре.

На рисунке 3б сравниваются измеренные значения характерных продольных длин спада l_{dec} интенсивности излучения в линии СИ для углеводородных облаков на LHD и значения длин ионизации C^+

электронным ударом $l_{\text{ion}}^{\text{hot}2.5}$, вычисленные с помощью уравнения (2). Скорость продольного разлета считалась равной звуковой скорости $u = c_s$ с характерным измеренным значением температуры углеводородного облака $T_{\text{cld}} = 2.5 \text{ эВ}$ [9]. Фактор экранирования $\delta_{n,\text{plc}}$ вычислялся из экспериментальных данных, как описано выше по формулам (3), (4). Данные приведены для набора разрядов в диапазоне концентраций $(1-7) \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и температур $(0.5-1.5) \text{ кэВ}$ электронов фоновой плазмы.

В таблице 1 приведены значения l_{dec} и $\delta_{n,\text{plc}}$ для # 108767 в момент измерений, когда макрочастица находилась на эффективном малом радиусе LHD $r_{\text{eff}} \cong 0.39 \text{ м}$. Значение $\delta_{n,\text{plc}}$ при испарении углеводородных макрочастиц в LHD заметно меньше 1, что и определяет значительно большие $l_{\text{ion}}^{\text{hot}}$ из уравнения (2) по сравнению с экспериментальными значениями l_{dec} . Полученные результаты подтверждают сделанное в [10] предположение об определяющем вкладе холодных электронов самого облака в ионизационном балансе иона C^+ .

Таблица 1. Параметры макрочастицы, окружающей плазмы, а также поперечный размер излучающей области вблизи макрочастицы в разрядах # 43580 W7-AS (в момент нахождения макрочастицы на $r_{\text{eff}} \approx 9 \text{ см}$) и # 108767 LHD (в момент нахождения макрочастицы на $r_{\text{eff}} \approx 39 \text{ см}$)

Параметр\разряд	W7-AS # 43580	LHD # 108767
$P_{\text{ЕСРН+НВИ}}$ (МВт)	0.45	9.9
r_p (мм)	0.18	0.33
v_p (м/с)	310	483
r_{eff} (м)	0.09	0.39
n_e (10^{19} м^{-3})	6.07	1.96
T_e (кэВ)	0.70	1.37
\dot{N} (10^{21} с^{-1})	6.7	2.84 [*])
δ_q	0.81	0.019
$\delta_{n,\text{plc}}$	0.9	0.14
l_{dec} (мм)	2.0	2.9
$l_{\text{ion}}^{\text{hot}1}; l_{\text{ion}}^{\text{hot}2.5}$ (мм)	3.1; 4.9	97; 153
r_{cld} (мм)	2.7	3.0

^{*}) В мономерах C_8H_8 .

3. Ионизация ионов C^+ в облаке горячими и холодными электронами. При расчете длин ионизации с учетом вклада как горячих, так и холодных электронов использовалось более общее по сравнению с уравнениями (1) и (2) выражение

$$l_{\text{ion}}^{\text{total}} = \frac{M_{\text{cld}} \cdot c_s}{\delta_{n,\text{plc}} n_e \langle \sigma_{\text{C}^+ \rightarrow 2^+} v \rangle + n_{\text{cld}} \langle \sigma_{\text{C}^+ \rightarrow 2^+} v \rangle_{T_{\text{cld}}}}. \quad (5)$$

Здесь $\langle \sigma_{\text{C}^+ \rightarrow 2^+} v \rangle_{T_{\text{cld}}}$ – скоростной коэффициент ионизации электронным ударом иона C^+ в состояние C^{2+} ,

вычисленный для Максвелловской функции распределения с температурой холодных электронов [6], $M_{\text{cld}} = u/c_s$ – число Маха в облаке, которое выше предполагалось равным 1. При оценке вклада горячих электронов в скорость ионизации учитывалось экранирование потока электронов плазменной частью облака в $\delta_{n,\text{plc}}$ раз, как описано в разделе 2.

В связи с этим использовалась простейшая оценка для концентрации тяжелых частиц из условия материального баланса

$$2\pi r_{\text{cld}}^2 n_{\text{hvy}} u = \dot{N}, \quad (6)$$

где n_{hvy} – средняя по поперечному сечению облака суммарная концентрация ионов во всех зарядовых состояниях, r_{cld} – поперечный радиус облака. В области интенсивной ионизации иона C^+ все атомы полагались однократно ионизованными, что приводит к равенству концентраций электронов и тяжелых частиц $n_{\text{cld}} = n_{\text{hvy}}$. Температуры электронов и ионов предполагались равными, поскольку частоты электрон-электронных и электрон-ионных столкновений в плотной плазме пеллетных облаков достаточно велики: порядка $(10^{11}-10^{12}) \text{ с}^{-1}$ и $(10^6-10^7) \text{ с}^{-1}$ соответственно, что превосходит возможное обратное время изменения параметров плазмы облака, которое можно оценить как $u/l_{\text{dec}} \sim 10^6 \text{ с}^{-1}$. Радиус канала разлета r_{cld} экспериментально оценивался как половина ширины на полувысоте поперечного распределения интенсивности излучения линии СII. Такую оценку следует понимать, как оценку сверху, ибо даже небольшая степень ионизации испарившегося вещества достаточна для того, чтобы полностью остановить его конвективный разлет поперек магнитного поля [17], а начало вторичной ионизации гарантирует локализацию вещества в канале с таким радиусом.

Концентрация и температура электронов в углеводородном пеллетном облаке на LHD были измерены непосредственно в эксперименте в небольшой части облака, в которой наблюдалось свечение линии $\text{H}\beta$. Для углеродных облаков имеются расчетные данные о плотности электронов, а также ионов в различном зарядовом состоянии [7]. Перечисленные данные используются ниже для проверки выполнения закона сохранения (6).

Для случая испарения полистироловых макрочастиц в плазме гелиотрона LHD использовались данные разряда # 108767, указанные в таблице 1. Снимок облака был выполнен, когда макрочастица находилась на эффективном малом радиусе $r_{\text{eff}} \cong 0.39 \text{ м}$, измеренная скорость испарения была равна $\dot{N} \cong 2.8 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}$ (в мономерах C_8H_8). Значения тем-

пературы и концентрации электронов в месте начала интенсивной ионизации иона C^+ на расстоянии $\Delta z \cong 5.8$ мм от центра облака составили $T_{\text{cld}} = 3.3$ эВ и $n_{\text{cld}} = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ [10]. Поперечный радиус облака $r_{\text{cld}} = 3$ мм определялся, как описано выше, из мгновенной фотографии облака. В предположении однократной ионизации водорода и углерода получена скорость звука $c_s = 1.3 \cdot 10^4$ м/с. Уравнение (6) будет выполняться при $M_{\text{cld}} = 0.6$. Таким образом, в дальнейших оценках концентрации пеллетных облаков, а также длин ионизации C^+ целесообразно варьировать M_{cld} в диапазоне 0.5–1.0.

Из расчета параметров облака и скорости испарения при инъекции углеродной макрочастицы в разряд # 43004 W7-AS, представленных в работе [7], можно также получить разумное соответствие расчетного продольного распределения тяжелых частиц с оценками из уравнения (6). Для данных W7-AS в разряде # 43580, указанных в таблице 1, уравнение (6) использовалось для расчета зависимости концентрации электронов n_{cld} от температуры T_{cld} при значениях M_{cld} , равных 0.5 и 1.

На рисунке 4 показаны измеренные характерные длины продольного спада интенсивности излучения

от предполагаемой температуры электронов облака T_{cld} . Длины ионизации C^+ горячими электронами фоновой плазмы, вычисленные в предположении $M_{\text{cld}} = 1$ и $M_{\text{cld}} = 0.5$, обозначены как $l_{\text{ion}}^{\text{hot}(M=1)}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{hot}(M=0.5)}$. Длины ионизации C^+ совместно горячими электронами фоновой плазмы и холодными электронами облака, полученные в предположении $M_{\text{cld}} = 1$ и $M_{\text{cld}} = 0.5$, обозначены как $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=1)}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=0.5)}$. Пунктирной кривой показано отношение $l_{\text{ion}}^{\text{hot}}/l_{\text{ion}}^{\text{cld}}$ длин ионизации C^+ горячими и холодными электронами, из которого видно, какого сорта частицы вносят больший вклад в ионизацию. Часть (а) рис. 4 соответствует углеродному облаку на W7-AS, часть (b) – углеводородному облаку на LHD.

Поведение кривых $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=1)}$ и $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=0.5)}$ определяется двумя конкурирующими процессами: возрастанием скорости разлета при увеличении температуры облака и быстрым, близким к экспоненциальному, увеличением скорости ионизации электронами облака при увеличении их температуры. Видно, что значения $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=1)}$ (кривая 5) на рис. 4а не превосходят значений l_{dec} (прямая 1) в двух областях – при $T_{\text{cld}} \leq 0.5$ эВ и $T_{\text{cld}} \geq 5.5$ эВ. Для точки пересечения вблизи $T_{\text{cld}} \approx 0.5$ эВ оказывается, что при столь малой скорости разлета достаточно учета ионизации C^+ только горячими электронами, чтобы обеспечить наблюдаемый продольный спад интенсивности. Но при таких малых скоростях разлета оцененная с помощью (6) концентрация электронов окажется в 3–4 раза выше, чем при температуре 5.5 эВ, соответствующей второму пересечению. А ослабление теплового потока горячих электронов согласно [11] при такой высокой плотности было бы сильнее, чем “экспериментальное”, т.е. рассчитанное по экспериментально измеренным значениям скорости испарения и параметрам фоновой плазмы. Кроме того, значение температуры $T_{\text{cld}} \approx 0.5$ эВ оказывается заметно меньше температуры, полученной при моделировании с учетом энергобаланса в облаке [7]. В связи с вышесказанным, можно сделать вывод о том, что реальности скорее соответствует второй корень $T_{\text{cld}} \approx 5.5$ эВ, при котором вклад электронов облака в процессы ионизации становится заметным. При звуковом разлете с температурой 5.5 эВ совместного вклада горячих и холодных электронов в ионизацию становится достаточно, чтобы определить наблюдаемую продольную длину спада интенсивности линии СII. При этом скорость ионизации холодными электронами будет в 2.5 раза превышать скорость ионизации горячими (см. кривую 2 на рис. 4а). В случае же дозвукового разлета при $M_{\text{cld}} = 0.5$ для объяснения наблюдаемой

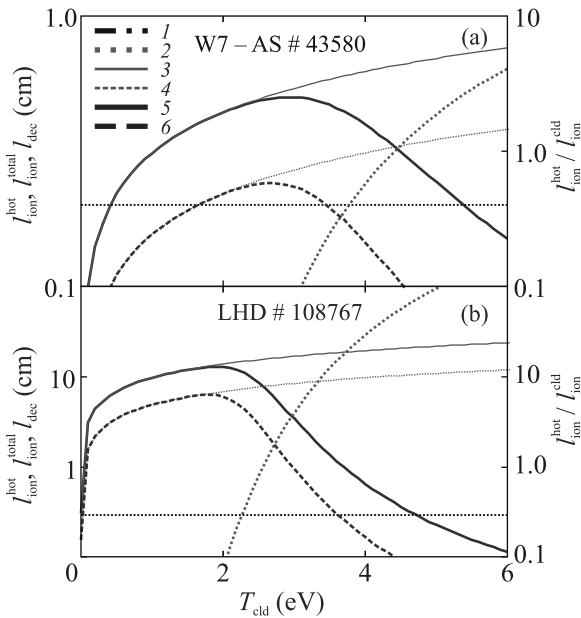


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость характерных длин от температуры пеллетного облака: 1 – l_{dec} ; 2 – $l_{\text{ion}}^{\text{hot}}/l_{\text{ion}}^{\text{cld}}$; 3 – $l_{\text{ion}}^{\text{hot}(M=1)}$; 4 – $l_{\text{ion}}^{\text{hot}(M=0.5)}$; 5 – $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=1)}$; 6 – $l_{\text{ion}}^{\text{total}(M=0.5)}$

линии СII l_{dec} , а также рассчитанные с помощью уравнений (5), (6) длины ионизации C^+ электронным ударом из основного состояния, в зависимости

в эксперименте продольной характерной длины СП требуется меньший вклад холодных электронов облака в ионизацию иона C^+ и достаточно температуры $T_{\text{cld}} \approx 3.5 \text{ эВ}$, которая меньше, чем при разлете со звуковой скоростью. Соответствующая скорость ионизации горячими электронами будет в 6 раз превышать скорость ионизации холодными.

Оцененные описанным выше способом значения температуры 3.5–5.5 эВ согласуются с ранее полученными при моделировании значениями температуры 2.5–5.0 эВ в той части облака, где происходит интенсивная ионизация C^+ [7].

Из рисунка 4b для углеводородного облака на LHD видно, что из-за гораздо большего ослабления потока горячих электронов фоновой плазмы (более чем в 5 раз по сравнению со случаем углеродных облаков) их вклад в ионизацию оказывается незначительным по сравнению со вкладом электронов облака независимо от режима предполагаемого разлета испарившегося вещества. При этом для обеспечения наблюдаемой длины спада интенсивности излучения линии углерода СП достаточно температуры 3.5–4.5 эВ. Указанные значения также согласуются с данными экспериментальных измерений температуры в углеводородном облаке [9, 10].

4. Заключение. Выполнен анализ результатов экспериментальных измерений размеров пеллетных облаков, излучающих в линии СП, а также расчетов температуры и концентрации электронов в облаке. Показано, что для объяснения наблюдаемых в экспериментах продольных характерных длин спада излучения СП недостаточно учитывать вклад горячих электронов плазмы разряда. Необходимо учитывать также ионизацию первого иона углерода холодными электронами облака. Процесс особенно важен в углеводородных облаках, в которых из-за сильного экранирования потока электронов из горячей плазмы основную роль в ионизации играют холодные электроны облака. Их вклад более чем на порядок превышает долю горячих электронов плазмы разряда. В углеродных облаках вклады в ионизацию горячих и холодных электронов близки. При разлете со скоростью ионного звука может преобладать вклад холодных электронов, а при разлете с дозвуковой скоростью – горячих. Из анализа экспериментальных данных о параметрах углеводородных облаков следует, что скорость разлета может отличаться от звуковой на фактор порядка 0.5. Для случая углеродных об-

лаков недостаточно экспериментальных данных для однозначного вывода о характере разлета.

Исследование профинансировано Министерством науки и высшего образования РФ в рамках Программы стратегического академического лидерства “Приоритет-2030” (соглашение 075-15-2021-1333 от 30 сентября 2021 г.).

1. B. V. Kuteev, *Tech. Phys.* **44**, 1058 (1999).
2. B. Pégourié, *Plasma Phys. Control. Fusion* **49**, R87 (2007).
3. L. L. Lengyel, *Nucl. Fusion* **29**, 325 (1989).
4. P. R. Goncharov, T. Ozaki, S. Sudo, N. Tamura, TESPEL Group, LHD Experimental Group, E. A. Veshchev, V. Y. Sergeev, and A. V. Krasilnikov, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 10F119 (2006).
5. O. A. Bakhareva, V. Y. Sergeev, B. V. Kuteev, V. G. Skokov, V. M. Timokhin, R. Burhenn, and W7-AS Team, *Plasma Phys. Reports* **31**, 282 (2005).
6. K. L. Bell, H. B. Gilbody, J. G. Hughes, A. E. Kingston, and F. J. Smith, *J. Phys. Chem. Ref. Data* **12**, 891 (1983).
7. D. K. Morozov, V. Gervids, I. Y. Senichenkov, I. Y. Veselova, V. Rozhansky, and R. Schneider, *Nucl. Fusion* **44**, 252 (2004).
8. I. A. Sharov, V. Y. Sergeev, I. V. Miroshnikov, N. Tamura, B. V. Kuteev, and S. Sudo, *Rev. Sci. Instrum.* **86**, 043505 (2015).
9. I. A. Sharov, V. Y. Sergeev, I. V. Miroshnikov, B. V. Kuteev, N. Tamura, and S. Sudo, *Tech. Phys. Lett.* **44**, 384 (2018).
10. I. A. Sharov, V. Yu. Sergeev, I. V. Miroshnikov, N. Tamura, and S. Sudo, *Plasma Phys. Control. Fusion* **63**, 065002 (2021).
11. Б. В. Кутеев, В. Ю. Сергеев, Л. Д. Цендин, *Физика плазмы* **10**, 1172 (1984).
12. S. J. Blanksby and G. B. Ellison, *Acc. Chem. Res.* **36**, 255 (2003).
13. V. Yu. Sergeev, O. A. Bakhareva, B. V. Kuteev, and M. Tendler, *Fizika Plazmy* **32**(5), 398 (2006).
14. B. V. Kuteev, *Nucl. Fusion* **35**, 431 (1995).
15. V. A. Rozhansky and I. Y. Senichenkov, *Plasma Phys. Reports* **31**, 993 (2005).
16. L. Ledl, R. Burhenn, L. Lengyel, F. Wagner, V. Y. Sergeev, V. M. Timokhin, B. V. Kuteev, V. G. Skokov, and S. M. Egorov, *Nucl. Fusion* **44**, 600 (2004).
17. V. Rozhansky, *Phys. Plasmas* **20**, 101614 (2013).

Многокомпонентный токовый слой магнитопаузы при произвольном распределении частиц по энергиям

А. А. Нечаев¹⁾, Вл. В. Кочаровский⁺, В. В. Кочаровский*, М. А. Гарасёв⁺

⁺Институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

*Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, TX 77843 College Station, USA

Поступила в редакцию 6 декабря 2022 г.

После переработки 15 декабря 2022 г.

Принята к публикации 18 декабря 2022 г.

Найдено точное решение уравнений Максвелла–Власова для широкого класса многокомпонентных токовых слоев в бесстолкновительной плазме, описывающих пространственную структуру тока в магнитопаузе и согласованные неоднородные анизотропные распределения частиц по импульсам с различными эффективными температурами. Построенные слои допускают немонотонное изменение магнитного поля и могут иметь асимметричные, многогорбые и знакопеременные профили плотности тока. Профили тока различных популяций частиц могут обладать разными масштабами, содержать противотоки и быть сдвинуты друг относительно друга в пространстве. Рассмотренная модель применима для качественного описания магнитопауз, отделяющих магнитосферы планет от звездного ветра или разделяющих области звездного ветра с различными параметрами плазмы и магнитного поля.

DOI: 10.31857/S1234567823030072, EDN: oxbrtj

1. Введение. Сложная структура магнитопауз в космической плазме. Знание структуры границы между двумя областями бесстолкновительной плазмы с различными параметрами и различными магнитными полями важно для многих задач физики космической и лабораторной плазмы, особенно связанных с так называемыми магнитопаузами, где столкновения частиц редки [1–12]. В настоящей статье дано точное аналитическое описание такой плоско-слоистой границы для весьма общего случая многокомпонентной плазмы с произвольными параметрами и энергетическими распределениями частиц и любыми значениями магнитного поля по обе стороны границы. Ранее подобное одномерное описание магнитопауз ограничивалось узким классом функций распределения частиц, в основном максвелловского типа, и не позволяло моделировать сложные профили тока различных популяций частиц и их общего магнитного поля; ср., например, [12–18].

Среди задач, нуждающихся в предлагаемом описании, укажем детальный качественный анализ широкого круга явлений в областях магнитопауз, образованных звездным (солнечным) ветром. Они имеют место при контакте ветра с магнитосферами (экзо)планет, с высокими корональными арками, с окружающей межзвездной плазмой, в том числе

замагниченной, а также при контакте соседних облаков ветра с различными параметрами плазмы и магнитными полями [1–10, 12, 17, 18]. Конечно, натекание звездного ветра на магнито-плазменное препятствие, вообще говоря, не является одномерным и часто приводит к формированию ударной волны и развитой турбулентности, прежде всего в области так называемого магнитослоя. Мы не касаемся этого круга сложных вопросов, а ограничиваем задачу квазиодномерной частью внутренней границы магнитослоя, которую и будем называть ниже магнитопаузой. Для простоты на этой границе считаем отсутствующими поперечное к ней магнитное поле и гидродинамический поток вещества, а также пренебрегаем влиянием турбулентности или какого-либо нарушения электронейтральности плазмы. Соответствующие обобщения полученного решения, несомненно важные для применения к реальным наблюдениям, вряд ли могут быть универсальными, а тем более полностью аналитическими, и будут рассмотрены отдельно.

Об актуальности решения поставленной, пусть упрощенной, магнитостатической задачи в кинетической теории бесстолкновительной плазмы свидетельствуют многочисленные наблюдения магнитопаузы в подсолнечной области земной магнитосферы, осуществленные в последние годы специализированными спутниковыми миссиями, прежде всего THEMIS,

¹⁾e-mail: a.nechaev@ipfran.ru

Cluster, MMS [1–7, 12, 17]. В каждой из них имеется четыре или пять спутников, расположенных на расстоянии вплоть до 10–100 км друг от друга и обеспечивающих согласованные измерения магнитного поля, плотности тока и функций распределения частиц по импульсам. В этой связи упомянем, например, функции распределения электронов по скоростям, полученные MMS [2–4, 12], функции распределения ионов по скоростям, полученные Cluster [5], параметры анизотропии различных популяций частиц, полученные Cluster и THEMIS [6, 7]. Заслуживают упоминания и полученные Parker Solar Probe, WIND, ARTEMIS и MMS [1, 18, 12] данные о токовых слоях для магнитопауз на границе между облаками звездного ветра с различными параметрами плазмы и величинами магнитного поля, а также полученные Voyager 2 данные о магнитном поле [8], скорости потока плазмы [9, 10] и ее концентрации и температуре [11] вблизи гелиопаузы.

Подобные и другие измерения показывают необходимость развития моделей магнитопаузы, включающих непростые (асимметричные и не одномасштабные) токовые слои и сложные функции распределения разных популяций частиц в них с учетом разной степени замагниченности. В качестве шагов на пути интерпретации указанных наблюдений отметим работы [12–14, 17, 18], позволяющие моделировать ряд особенностей изучаемых токовых слоев. Обзор имеющихся частных результатов и возможностей теоретического анализа поставленной задачи выходит за рамки настоящей статьи и будет дан в другом месте. Ниже изложение сосредоточено на описании нового класса аналитических моделей магнитопаузы, открывающего широкие перспективы использования немаксвелловских функций распределения частиц и построения весьма многообразных самосогласованных профилей плотности тока различных популяций частиц и созданного ими магнитного поля.

План статьи следующий. Точное решение задачи о магнитопаузе с многими компонентами и противотоками дано в разделе 2. Раздел 3 содержит его детализацию на примерах максвелловского и каппа-распределений частиц по энергиям. В разделе 4 проведено простейшее обобщение на случай шира силовых линий магнитного поля. Проблема локальной устойчивости полученных решений обсуждается в разделе 5. Раздел 6 составляют краткие выводы.

2. Точное решение задачи о границе между областями по-разному замагниченной плазмы с различными параметрами. Рассмотрим плоско-слоистую стационарную ситуацию, когда векторный потенциал имеет единственную ненулевую декартову

компоненту $A_z(x)$. В этом случае токи текут вдоль оси z , а магнитное поле $\mathbf{B}(x) = \text{rot } \mathbf{A}$ параллельно оси y . В подобных электронейтральных токовых слоях частицы движутся по траекториям, на которых сохраняются инварианты движения — величина полного импульса, p , и проекция обобщенного импульса на ось z , $P_z = p_z + e_\alpha A_z/c$, где e_α — электрический заряд частицы сорта α , c — скорость света в вакууме.

Как известно (см., например, [19, 15]), функции распределения электронов и ионов, $f_\alpha(p, P_z)$ при $\alpha = e, i$ соответственно, зависящие только от этих инвариантов, описывают кинетическое равновесие плазмы, т.е. являются точными решениями стационарного уравнения Власова. Выберем их в следующем виде, явно учитывающем “ступенчатый” барьер для частиц, который представляет собой магнитопауза как слой с резким перепадом магнитного поля:

$$f_e(x, p, p_z) = N_{e1} F_{e1}(p) H\left(-p_z + \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{e1}]\right) + N_{e2} F_{e2}(p) H\left(p_z - \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{e2}]\right) + n_{e0}(x) F_{e0}(p), \quad (1)$$

$$f_i(x, p, p_z) = N_{i1} F_{i1}(p) H\left(p_z + \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{i1}]\right) + N_{i2} F_{i2}(p) H\left(-p_z - \frac{e}{c}[A_z(x) - A_{i2}]\right) + n_{i0}(x) F_{i0}(p). \quad (2)$$

Здесь $H(\xi)$ — функция Хевисайда, равная 1 при $\xi > 0$ и равная 0 в противном случае. Для простоты ионы предполагаются однозарядными, e — элементарный заряд. Последние слагаемые в каждом из выражений не дают вклада в плотность тока и введены для того, чтобы обеспечить электронейтральность построенных токовых слоев. Постоянные $N_{\alpha s}, A_{\alpha s} = \text{const}$, вообще говоря, различны для разных компонент $\alpha = e, i$ и $s = 1, 2$, где последний индекс различает популяции компонент со встречными токами. В общем случае первый индекс α может принимать больше двух значений, если электроны или ионы сами разделены на популяции, — и тогда первые два слагаемых $f_{\alpha s}$ ($s = 1, 2$) в функциях распределения (1), (2) должны быть заменены соответствующими суммами $\sum_{\alpha s} f_{\alpha s}$ подобных функций распределений частиц для этих популяций. Такая возможность всюду ниже подразумевается, но суммы явно не выписываются, чтобы избежать усложнения формул.

Согласованное магнитное поле $\mathbf{B}(x)$ и отвечающий ему вектор-потенциал $\mathbf{A}(x)$, входящий в выражения (1)–(2), определяются в соответствии с зако-

ном Ампера суммарной плотностью тока всех компонент плазмы, $\mathbf{j}(x) = \sum_{\alpha s} e_{\alpha} \int \mathbf{v} f_{\alpha s}(x, \mathbf{p}) d^3 \mathbf{p}$:

$$\text{rot } \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(x) = \frac{4\pi e}{c} \int \mathbf{v} (f_i - f_e) d^3 \mathbf{p}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v} = (m_{\alpha} \gamma_{\alpha})^{-1} \mathbf{p}$ – скорость частицы, γ_{α} – релятивистский гамма-фактор. Для отдельной компоненты локальная концентрация равна $n_{\alpha s}(x) = \int f_{\alpha s} d^3 \mathbf{p}$.

С учетом определения вектор-потенциала, $B_y = -dA_z/dx$, закон Ампера (3) принимает вид уравнения Грэда–Шафранова [16]:

$$\frac{d^2 A_z}{dx^2} = -4\pi \frac{d}{dA_z} P_{xx}(A_z), \quad (4)$$

где функция $P_{xx}(A_z)$ есть компонента тензора давления плазмы вдоль оси неоднородности x (с точностью до постоянной, выбираемой ниже):

$$P_{xx}(A_z) = \sum_{\alpha s} \int p_x v_x f_{\alpha s} d^3 \mathbf{p} + \text{const.} \quad (5)$$

Полная плотность тока для функций распределения частиц (1), (2) дается выражением

$$j_z(A_z) = \sum_{\alpha; s=1,2} (-1)^{s+1} 2\pi \frac{e}{m_{\alpha}} N_{\alpha s} \int_{|a_{\alpha s}| p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) \times \\ \times \frac{p^2 - a_{\alpha s}^2 p_{\alpha s}^2}{2} dp, \quad (6)$$

где $a_{\alpha s}(x) = [A_z(x) - A_{\alpha s}] e / (p_{\alpha s} c)$ и введены “тепловой” импульс $p_{\alpha s} = (2m_{\alpha} T_{\alpha s})^{1/2}$ и эффективная температура $T_{\alpha s} = \langle p^2 \rangle_{\alpha s} / (3m_{\alpha})$ частиц αs -компоненты в области ее изотропии, т.е. при $A_z(-1)^{s+1} \rightarrow +\infty$ и $\langle \mathbf{p} \rangle_{\alpha s} = 0$. Здесь $\langle \dots \rangle_{\alpha s} = \int (\dots) f_{\alpha s} d^3 \mathbf{p} / n_{\alpha s}$.

Легко видеть, что плотность тока $j_{\alpha s z}$ каждой из компонент, учитываемых суммой (6), обладает одним знаком для всех значений A_z , имеет единственный экстремум, достигаемый при $a_{\alpha s} = 0$, и стремится к 0 при $A_z \rightarrow \pm\infty$. Отметим, что, хотя ниже рассматривается только нерелятивистский случай, выражение (6) обобщается на случай релятивистской плазмы заменой под интегралом $F_{\alpha s}(p) \rightarrow \gamma_{\alpha}^{-1}(p) F_{\alpha s}(p)$, которая не меняет сделанные утверждений о холмообразном виде функции $j_{\alpha s z}(a_{\alpha s})$, стоящей под знаком суммы в формуле (6), и распространяет приведенное ниже решение на релятивистский случай.

Поскольку $j_z(A_z) = c \cdot dP_{xx}/dA_z$, как видно из сравнения (3) и (4), то соответствующий вклад, $P_{\alpha s}(A_z)$, каждой компоненты в формуле (5) есть монотонная функция вектор-потенциала A_z , стремящаяся к двум различным константам при $A_z \rightarrow \pm\infty$.

Общее выражение для давления $P_{xx}(A_z)$ при произвольных энергетических факторах $F_{\alpha s}(p)$ компонент легко получить интегрированием плотности тока $j_z(A_z)$ или непосредственно из выражения (5):

$$P_{xx}(A_z) = \\ = \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} \frac{\pi}{m_{\alpha}} N_{\alpha s} \left[\text{sign}(a_{\alpha s}) \int_0^{|a_{\alpha s}| p_{\alpha s}} p F_{\alpha s}(p) \frac{2}{3} p^3 dp + \right. \\ \left. + p_{\alpha s} \int_{|a_{\alpha s}| p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) a_{\alpha s} \left(p^2 - \frac{a_{\alpha s}^2}{3} p_{\alpha s}^2 \right) dp \right] + \text{const.} \quad (7)$$

Концентрации частиц каждого сорта, $n_{\alpha s}(a_{\alpha s}) = \int f_{\alpha s} d^3 \mathbf{p}$, вычисляются с использованием соотношения $\partial H(\xi) / \partial \xi = \delta(\xi)$, где δ – дельта-функция Дирака, и ведут себя одинаковым образом, являясь монотонными функциями своего аргумента:

$$n_{\alpha s} = N_{\alpha s} \left[H((-1)^{s+1} a_{\alpha s}) - (-1)^{s+1} \text{sign}(a_{\alpha s}) \times \right. \\ \left. \times 2\pi \int_{|a_{\alpha s}| p_{\alpha s}}^{+\infty} p F_{\alpha s}(p) (p - |a_{\alpha s}| p_{\alpha s}) dp \right]. \quad (8)$$

Итак, всякое решение уравнения (4) отвечает самосогласованному токовому слою с плотностью тока в виде суммы (6) холмообразных вкладов каждой компоненты, которые могут иметь разные знаки и быть разнесены в пространстве. Уравнение (4) имеет вид уравнения движения материальной точки в потенциале, что позволяет классифицировать типы токовых конфигураций [16] подобно тому, как в механике делается классификация движения. Это уравнение имеет первый интеграл, выражающий баланс давления магнитного поля и теплового давления частиц в равновесных плоско-слоистых конфигурациях: $B_y^2 + 8\pi P_{xx} = 8\pi P_0 \equiv \text{const.}$ Используя его, можно записать решение для общего магнитного поля:

$$B_y \equiv -\frac{dA_z}{dx} = -(8\pi)^{1/2} [P_0 - P_{xx}(A_z)]^{1/2}. \quad (9)$$

Здесь и далее для построения токовых слоев полагаем постоянную P_0 такой, чтобы выражение в квадратных скобках было положительным, что всегда возможно при выборе $P_0 \geq \max P_{xx}$ (учитывая конечное значение последней величины). Тогда магнитное поле не меняет знака при переходе через токовый слой, изменяясь от одной константы вдали слева от слоя к другой константе справа, что отвечает случаю магнитопаузы. Для определенности направление оси y выбрано так, чтобы этот знак был отрицательным, как написано в формуле (9).

Наконец, зависимость вектор-потенциала от координаты определяется из выражения

$$x(A_z) = \int_0^{A_z} \frac{dA'}{-B_y(A')}, \quad (10)$$

где пределы интегрирования выбраны согласованно с абсолютной величиной вектор-потенциала так, чтобы в условном центре слоя, при $x = 0$, вектор-потенциал был нулевым, $A_z = 0$. Поскольку магнитное поле всюду имеет один знак, зависимость $x(A_z)$ является монотонной и обратимой, а из $x \rightarrow \pm\infty$, как правило, следует $A_z \rightarrow \pm\infty$. Это очевидно для реалистичных, всюду положительных функций распределения $F(p) > 0$. Если $F(p \geq p_*) \equiv 0$, начиная с некоторого граничного значения импульса p_* , то при удалении от токового слоя в положительном направлении оси x , в сторону исчезающего магнитного поля, имеем асимптотически $A_z(x \rightarrow \infty) \rightarrow A_* = p_*c/e$ и $B_y(x \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, ибо $B_y(A_z = A_*) = 0$; при удалении в противоположном направлении, где магнитное поле ненулевое, по-прежнему $A_z \propto x$ при $x \rightarrow -\infty$.

Соотношения (6), (9) и (10) дают в параметрическом виде точное решение задачи о нахождении кинетического равновесия в бесстолкновительной плазме, отвечающее случаю магнитопаузы, в том числе с нулевым магнитным полем на одном краю (правом).

Это решение определяет свойства частично замагниченной плазмы при произвольных функциях распределения $f_{\alpha s}$. Для отдельной αs -компоненты в общем магнитном поле сохраняется холмообразный профиль плотности тока $j_{\alpha s z}(a_{\alpha s}(x))$, пусть искаженный не строго линейной зависимостью (10) $A_z(x)$, и легко найти пространственную зависимость параметра анизотропии $\tau = 1 - (\langle p_z^2 \rangle - \langle p_x^2 \rangle) / \langle p_x^2 \rangle$:

$$\tau_{\alpha s} = \left[a_{\alpha s} \frac{d}{da_{\alpha s}} \ln \langle p_x^2 \rangle - \frac{\langle p_x^2 \rangle}{p_{\alpha s}^2} \frac{d^2}{da_{\alpha s}^2} \ln n \langle p_x^2 \rangle \right]_{\alpha s}. \quad (11)$$

Ниже приведен пример токового слоя, в котором концентрация плазмы убывает в сторону увеличения магнитного поля, как это бывает в магнитосферах планет. Однако построенная модель не ограничена этим случаем. Действительно, полное изменение плотности энергии поля при переходе через слой, как следует из выражений (9) и (7), определяется величинами энергосодержания компонент плазмы:

$$\frac{1}{8\pi} [B_y^2(x = +\infty) - B_y^2(x = -\infty)] = P_{xx}(-\infty) - P_{xx}(+\infty) = - \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s}. \quad (12)$$

В то же время изменение концентрации плазмы при переходе через слой есть

$$\sum_{\alpha, s} [n_{\alpha s}(x = +\infty) - n_{\alpha s}(x = -\infty)] = \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s}. \quad (13)$$

Таким образом, используя компоненты с противоположно направленными токами ($s = 1, 2$ в выражениях (1), (2)) и независимо задавая концентрации $N_{\alpha s}$ и разные (!) температуры $T_{\alpha s}$ каждой компоненты, можно добиться того, чтобы и величина магнитного поля, и общая концентрация плазмы нарастали при переходе через токовый слой, пусть немонотонно. Это соответствует, например, данным, полученным Voyager 2 при пересечении гелиопаузы [8, 11].

Отметим также, что минимальная толщина магнитопауз рассмотренного класса определяется типичным ионным гирорадиусом компоненты с наибольшим энергосодержанием. Однако полная толщина может быть и больше указанной величины, если ток в магнитопаузе создают различные популяции частиц, значительно разнесенные в пространстве.

3. Примеры магнитопауз с обрезанными максвелловскими или каппа-распределениями частиц. Возьмем функции $F_{\alpha s}(p)$ в виде максвелловских с фиксированными температурами частиц $T_{\alpha s}$:

$$F_{\alpha s}(p) = (2\pi m_{\alpha} T_{\alpha s})^{-3/2} \exp\left(-\frac{p^2}{p_{\alpha s}^2}\right). \quad (14)$$

Тогда плотность тока (6) и магнитное поле (9) в самосогласованном слое получаются следующими:

$$j_z(A_z) = \sum_{\alpha, s} \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} \frac{p_{\alpha s}}{m_{\alpha}} \exp(-a_{\alpha s}^2), \quad (15)$$

$$B_y = -2\pi^{1/2} \left[2P_0 - \sum_{\alpha, s} (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s} \times (\operatorname{erf} a_{\alpha s} - \operatorname{erf} a_{\alpha s}|_{x=0}) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где $\operatorname{erf}(\xi) = 2\pi^{-1/2} \int_0^{\xi} \exp(-t^2) dt$. Концентрации частиц каждого сорта, согласно (8), и их параметр анизотропии (11) также легко находятся [20]:

$$n_{\alpha}(A_z) = \sum_s \frac{1}{2} N_{\alpha s} [1 + (-1)^{s+1} \operatorname{erf}(a_{\alpha s})], \quad (17)$$

$$\tau_{\alpha}(A_z) = \frac{e^{-1} m_{\alpha} n_{\alpha}^{-1} j_{\alpha}^2 + \sum_s p_{\alpha s} a_{\alpha s} j_{\alpha s}}{e \sum_s (-1)^{s+1} N_{\alpha s} T_{\alpha s} \operatorname{erf}(a_{\alpha s})}, \quad (18)$$

где $j_{\alpha} = \sum_s j_{\alpha s}$ и $j_{\alpha s}$ – слагаемые в сумме (15). Для каждой компоненты αs нетрудно убедиться, что

при $x \rightarrow +\infty$ функция распределения изотропна, $\tau_{\alpha s} \rightarrow 0$; в центре при $a_{\alpha s} = 0$ параметр анизотропии равен $2/\pi$; при $x \rightarrow -\infty$, где $a_{\alpha s} \rightarrow -\infty$ и концентрация частиц (17) очень мала, $n_{\alpha} \rightarrow 0$, анизотропия максимальна, $\tau_{\alpha} \rightarrow 1$, поскольку имеются только частицы с большими проекциями скорости на ось z .

На рисунке 1 приведен пример токового слоя, образованного двумя анизотропными популяциями электронов, формирующими противоположно направленные токи, и двумя — протонов, все с обрезанными максвелловскими распределениями. Следует обратить внимание на многократное отличие (на полтора порядка) масштабов на левых и правых панелях рис. 1, отвечающее такому же отличию гирорadiusов тепловых электронов и протонов.

В солнечном ветре часто наблюдают избыток надтепловых частиц, для моделирования которого используют кашпа-распределение по энергиям вместо максвелловского [21]. Для кашпа-распределения

$$F_{\alpha s}(p) = \frac{M_{\kappa}}{\pi^{3/2} p_{\alpha s}^3} \left(1 + \frac{p^2}{(\kappa - 3/2) p_{\alpha s}^2} \right)^{-\kappa-1}, \quad (19)$$

где $\kappa > 3/2$, по-прежнему $p_{\alpha s} = (2m_{\alpha} T_{\alpha s})^{1/2}$ и введен

$$M_{\kappa} = \left(\kappa - \frac{3}{2} \right)^{-3/2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)},$$

интегралы для плотности тока и концентрации без труда вычисляются [21]:

$$j_{\alpha s, z}(A_z) = \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} \frac{p_{\alpha s}}{m_{\alpha}} M_{\kappa} \times \\ \times \frac{(\kappa - 3/2)^2}{\kappa(\kappa - 1)} \left(1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa+1}, \quad (20)$$

$$\frac{dn_{\alpha s}}{da_{\alpha s}} = \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} M_{\kappa} \frac{\kappa - 3/2}{\kappa} \left(1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa}. \quad (21)$$

В итоге концентрация и давление плазмы в зависимости от вектор-потенциала A_z выражаются через гипергеометрическую функцию, а профиль магнитного поля находится из баланса давлений (9) с учетом неявной связи (10) вектор-потенциала и координаты. Согласно [21], профили как магнитного поля, так и тока для кашпа- и максвелловского распределений в случаях подобных наборов популяций частиц с одинаковыми соответствующими температурами $T_{\alpha s}$ и концентрациями $N_{\alpha s}$ качественно похожи, хотя количественно могут значительно различаться.

Разумеется, в найденном общем решении (6)–(10) отдельные популяции могут иметь не только разные эффективные температуры $T_{\alpha s}$ и концентрации

$N_{\alpha s}$, но и разные энергетические профили $F_{\alpha s}$, например, одни — максвелловские, а другие — кашпа-распределения. Комбинации тех или иных популяций с учетом противотоков и их пространственного разнесения позволяют строить весьма разнообразные аналитические модели магнитопауз со сложными профилями плотности тока и магнитного поля.

Необходимо отметить, что построенные токовые слои не полностью электронейтральны, так как сумма концентраций всех компонент $\sum_{\alpha s} n_{\alpha s}$ оказывается отличной от нуля в узкой области вблизи центра слоя (см., например, зеленый пунктир на рис. 1а, б). Это обусловлено различием пространственных масштабов токов, образованных частицами разной массы, поскольку такие масштабы составляют величину порядка гирорadiusа частиц. Компенсацию указанного заряда могут обеспечить изотропные компоненты плазмы $n_{\alpha 0}$, которые следует выбрать так, чтобы всюду было выполнено соотношение

$$n_i + n_{i0} - n_e - n_{e0} = 0. \quad (22)$$

Если их эффективные температуры, задаваемые факторами $F_{\alpha 0}(p)$, малы, эти изотропные компоненты существенно не нарушат самосогласованность анизотропных функций распределения (1)–(2) и связанных с ними токов и магнитных полей.

4. Обобщение на случай шира силовых линий магнитного поля. Наряду с токами, текущими вдоль оси z , и создаваемыми ими магнитными полями, параллельными оси y , можно взять подобные (6), (9) структуры магнитопаузы с ортогональными ориентациями токов и магнитных полей — вдоль осей y и z соответственно. Для сопряженных таким образом структур магнитные поля одних не влияют на движение частиц других при выбранной функциональной зависимости распределения типа (1)–(2), содержащего в качестве аргументов, кроме полного импульса p , лишь одну из проекций обобщенного импульса, $P_z = p_z + e_{\alpha} A_z/c$ или $P_y = p_y + e_{\alpha} A_y/c$.

Согласно предыдущим разделам, функция распределения частиц в виде суммы таких парных ортогональных распределений для каждой компоненты,

$$f_{\alpha s}(x, \mathbf{p}) = f_{\alpha s}^{(y)}(x, p, P_y) + f_{\alpha s}^{(z)}(x, p, P_z), \quad (23)$$

также является решением стационарного уравнения Власова в общем согласованном поле $\mathbf{B}(x)$, но представляет токовый слой с широм силовых линий магнитного поля. Действительно, подставив (23) в уравнение (3), получим два независимых уравнения типа Грэда – Шафранова для двух компонент вектор-потенциала, $A_y(x)$ и $A_z(x)$, и соответствующих им компонент магнитного поля, $B_z(x)$ и $B_y(x)$.

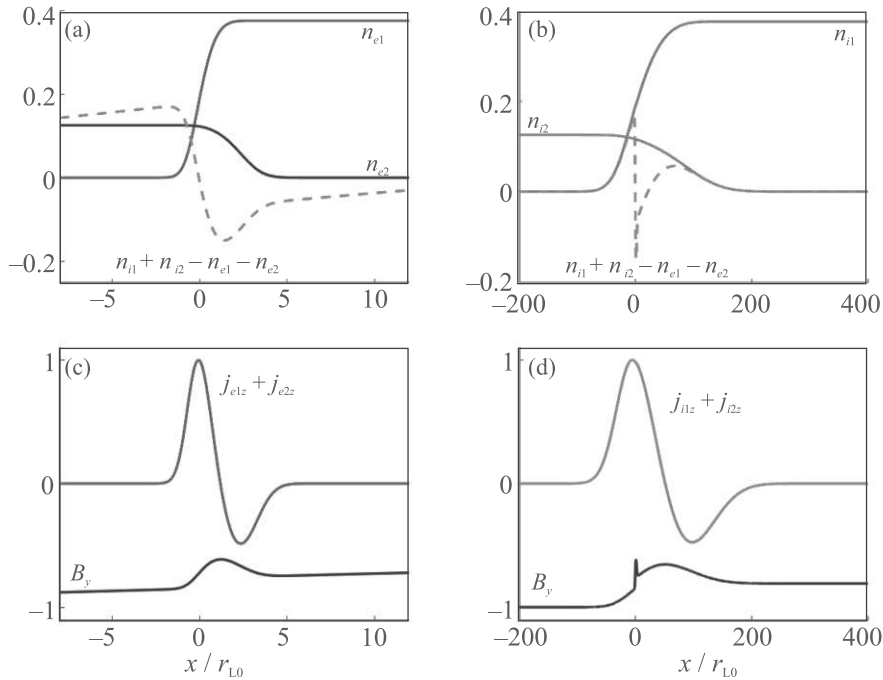


Рис. 1. (Цветной онлайн) Токовый слой, сформированный двумя популяциями протонов и двумя — электронов при $N_{e1,i1} = 3N_{e2,i2}$, $N_{e1} = N_{i1}$, $T_{e2,i2} = 2T_{e1,i1}$ и $T_{i1} = 1.5T_{e1}$. Величина $P_0 = 0.3 \sum N_{\alpha s} T_{\alpha s}$, величины сдвигов $A_{i2} e/c = p_{Ti2}$, $A_{e2} e/c = 2p_{Te1}$ ($A_{i1,e1} = 0$). (a) — Нормированные на $\sum N_{\alpha s}$ профили концентрации электронов первой (синяя кривая) и второй (черная) популяций, а также разности концентраций всех протонов и всех электронов (зеленая). (b) — Нормированные на $\sum N_{\alpha s}$ профили концентрации протонов первой (красная) и второй (фиолетовая) популяций. Зеленая кривая та же, что на панели (a). (c) — Профили магнитного поля (черная) и суммарной плотности тока электронов обеих популяций (синяя), нормированные на максимальные абсолютные значения. (d) — Профили магнитного поля (черная) и суммарной плотности тока протонов обеих популяций (зеленая), нормированные на максимальные абсолютные значения. Величина r_{L0} есть гиррадиус теплового электрона в поле $B_y(0)$

Следовательно, комбинируя найденные токовые слои без шира, можно моделировать структуру плоско-слоистых магнитопауз с широм силовых линий магнитного поля, часто встречающихся, например, в солнечном ветре. На рисунке 2 приведен пример подобного токового слоя, составленного из двух слоев с одинаковыми максвелловскими функциями распределения, температурами и концентрациями частиц в области $x \rightarrow \infty$, но различными значениями постоянной P_0 . Другие примеры такого рода магнитостатических структур можно найти в [22].

5. Локальная устойчивость простейшей модели магнитопаузы. При построении моделей стационарных токовых слоев важным является вопрос их устойчивости. Глобальная (и гидродинамическая) стабильность в случае магнитопаузы может быть обеспечена сильным магнитным полем на одной из сторон слоя и ниже не обсуждается. Вследствие ограниченного объема статьи остановимся только на локальной устойчивости, имея в виду то обстоятельство, что предложенные здесь слои заведомо облада-

ют анизотропными функциями распределения частиц и поэтому могут быть подвержены вейбелевской неустойчивости, имеющей большую скорость роста.

Для простоты выберем максвелловское энергетическое распределение частиц (14) и приведем результаты анализа наиболее быстрой электронной вейбелевской неустойчивости (анализ ионной неустойчивости аналогичен). Несмотря на ее зависимость от вида анизотропного распределения по скоростям [16, 23, 24], для оценок будем считать распределение бимакселловским и пользоваться известной линейной теорией [25, 16], игнорируя в дисперсионном соотношении наличие магнитного поля токового слоя (внешнего для вейбелевских возмущений).

Для распределения вида (1) быстрее всего нарастают возмущения с волновыми векторами, ориентированными вдоль тока (ось z), т.е. в направлении наименьшей дисперсии скоростей частиц (см., например, [25]). Из таких возмущений расти могут только имеющие длину волны меньше определенного значения $\lambda_{\alpha, \min}$, причем при малом по сравне-

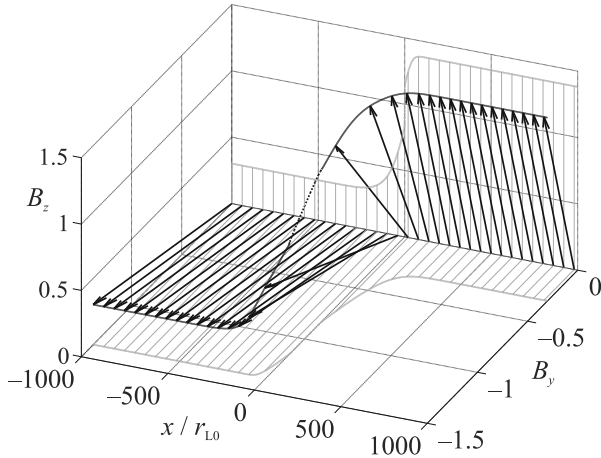


Рис. 2. (Цветной онлайн) Токовый слой с широм силовых линий магнитного поля (черные прямые), составленный из двух слоев с планарными полями $B_z(x)$ и $B_y(x) \approx -B_z(-x)$ (синие и оранжевые прямые), каждый из которых сформирован электронной и протонной компонентами с распределениями (14). Для обоих слоев $P_0 = 0.55 \sum_{\alpha} N_{\alpha} T_{\alpha}$, $T_i = 2T_e$, $N_i = N_e$ и $A_{e,i} = 0$. Индукция поля нормирована на величину $B_y(0) = (8\pi P_0)^{1/2}$, координата x – на гирорадиус теплового электрона в этом поле $B_y(0)$

нию с единицей параметре анизотропии (18) τ_{α} наибольшая скорость роста достигается на длинах волн $\lambda_{\alpha} \approx 3^{-1/2} \lambda_{\alpha, \min}$. Их сравнение с гирорадиусом теплового электрона при учете одной компоненты (1) дает

$$\varkappa_{\alpha} \equiv \left(\frac{2r_{L\alpha}}{\lambda_{\alpha, \min}} \right)^2 = \frac{\theta_{\alpha}}{\pi^2} \frac{8\pi N_{\alpha} T_{\alpha}}{B_y^2}, \quad (24)$$

где $\theta_{\alpha} = (n_{\alpha}/N_{\alpha}) \tau_{\alpha} (1 - \tau_{\alpha})^{-1}$. Поскольку, согласно (16), $2P_0 \geq N_{\alpha} T_{\alpha}$, то в фактической области локализации токового слоя, $|a_{\alpha}| \leq 2$, имеем $\varkappa_{\alpha} \lesssim 1$. Следовательно, электроны слоя практически являются замагниченными и неустойчивость развиваться не может. В общем случае при наличии нескольких компонент, особенно с противотоками и разнесенных в пространстве, нет оснований гарантировать отсутствие локальной вейбелевской неустойчивости в рассмотренном классе моделей магнитопаузы.

Вместе с тем и для сложных, многокомпонентных слоев данного вида оценки показывают, что благодаря локализации токов отдельных компонент в областях толщиной порядка гирорадиуса типичных частиц, т.е. фактически благодаря замагничиванию частиц в самосогласованном поле, реализация вейбелевской неустойчивости сильно затруднена. Сделанное утверждение подтверждают выполненные нами численные расчеты методом макрочастиц при по-

мощи кода ЕРОСН [26] для широкого набора параметров двух- и трехкомпонентных моделей магнитопаузы.

6. Выводы. Аналитически построенный класс токовых слоев, разделяющих две области анизотропной бесстолкновительной плазмы с различными параметрами и разными величинами магнитных полей, дает широкие возможности моделирования сложно устроенных магнитопауз. Пространственные профили плотности тока в них могут иметь более одного максимума и быть асимметричными и знакопеременными. Они могут содержать несколько популяций ионов и электронов, разнесенных в пространстве и имеющих противоположно направленные токи, которые локализованы в слоях с существенно различающимися масштабами. Допустим также шир силовых линий магнитного поля, часто встречающийся в магнитопаузах в солнечном ветре.

Особо важной является возможность использования произвольных распределений частиц по энергиям, в том числе не максвелловского типа, и достаточно сильной и разной анизотропии распределения по скоростям для тех или иных популяций, в том числе надтепловых, что типично для токовых слоев в космической плазме. Несмотря на неравновесный характер плазмы, имеются аргументы против развития локальной вейбелевской неустойчивости и глобальной нестабильности рассмотренных токовых слоев вследствие их выраженной локализации и значительного замагничивания частиц достаточно сильным согласованным магнитным полем. Таким образом, есть основания применять найденное точное решение для интерпретации подобных токовых конфигураций в магнитопаузах космических объектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (соглашение # 075-15-2020-780).

1. A. B. Lotekar, I. Y. Vasko, T. Phan, S. D. Bale, T. A. Bowen, J. Halekas, A. V. Artemyev, Yu. V. Khotyaintsev, and F. S. Mozer, *Astrophys. J.* **929**, 58 (2022).
2. J. L. Burch and T. D. Phan, *Geophys. Res. Lett.* **43**, 8327 (2016).
3. R. Nakamura, A. Varsani, K. J. Genestreti et al. (Collaboration), *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **123**, 1260 (2018).
4. C. Norgren, D. B. Graham, Y. V. Khotyaintsev, M. André, A. Vaivads, M. Hesse, E. Eriksson, P.-A. Lindqvist, B. Lavraud, J. Burch, S. Fuselier, W. Magnes, D. J. Gershman, and C. T. Russell, *Journal*

- of Geophysical Research: Space Physics **123**, 9222 (2018).
5. P. Louarn, A. Fedorov, E. Budnik, G. Fruit, J. A. Sauvaud, C. C. Harvey, I. Dandouras, H. Réme, M. C. Dunlop, and A. Balogh, *Geophys. Res. Lett.* **31**, L19805 (2004).
 6. M. W. Dunlop, M. G. G. T. Taylor, Y. V. Bogdanova et al. (Collaboration), *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **113**, A07S19 (2008).
 7. S. Haaland, A. Runov, A. Artemyev, and V. Angelopoulos, *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **124**, 3421 (2019).
 8. L. F. Burlaga, N. F. Ness, D. B. Berdichevsky, J. Park, L. K. Jian, A. Szabo, E. C. Stone, and J. D. Richardson, *Nat. Astron.* **3**, 1007 (2019).
 9. S. M. Krimigis, R. B. Decker, E. C. Roelof, M. E. Hill, C. O. Bostrom, K. Dialynas, G. Gloeckler, D. C. Hamilton, E. P. Keath, and L. J. Lanzerotti, *Nat. Astron.* **3**, 997 (2019).
 10. J. D. Richardson, J. W. Belcher, P. Garcia-Galindo, and L. F. Burlaga, *Nat. Astron.* **3**, 1019 (2019).
 11. D. A. Gurnett and W. S. Kurth, *Nat. Astron.* **3**, 1024 (2019).
 12. J. R. Shuster, D. J. Gershman, J. C. Dorelli et al. (Collaboration), *Nat. Phys.* **17**, 1056 (2021).
 13. M. M. Echim and J. F. Lemaire, *Phys. Rev. E* **72**, 036405 (2005).
 14. N. Dorville, G. Belmont, N. Aunai, J. Dargent, and L. Rezeau, *Phys. Plasmas* **22**, 092904 (2015).
 15. S. P. Gary, *Theory of space plasma microinstabilities*, Cambridge University Press, Cambridge (1993), 184 p.
 16. V. V. Kocharovsky, V. V. Kocharovsky, V. Yu. Martyanov, and S. V. Tarasov, *Phys.-Uspekhi* **59**, 1165 (2016).
 17. O. Allanson, F. Wilson, T. Neukirch, Y.-H. Liu, and J. D. B. Hodgson, *Geophys. Res. Lett.* **44**, 8685 (2017).
 18. T. Neukirch, I. Y. Vasko, A. V. Artemyev, and O. Allanson, *Astrophys. J.* **891**, 86 (2020).
 19. E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii, *Physical Kinetics*, Pergamon, Oxford (1981), p. 115.
 20. V. V. Kocharovsky, V. V. Kocharovsky, V. Yu. Martyanov, and A. A. Nechaev, *Astron. Lett.* **45**, 551 (2019).
 21. V. V. Kocharovsky, V. V. Kocharovsky, and A. A. Nechaev, *Dokl. Phys.* **66**, 9 (2021).
 22. V. V. Kocharovsky, V. V. Kocharovsky, V. Yu. Martyanov, and A. A. Nechaev, *J. Phys. Conf. Ser.* **932**, 012019 (2017).
 23. T. Silva, B. Afeyan, and L. O. Silva, *Phys. Rev. E* **104**, 035201 (2021).
 24. A. A. Kuznetsov, V. V. Kocharovskii, V. V. Kocharovskii, A. A. Nechaev, and M. A. Garasev, *Plasma Phys. Rep.* **48**, 973 (2022).
 25. K. Yu. Vagin and S. A. Uryupin, *Plasma Phys. Rep.* **40**, 393 (2014).
 26. T. D. Arber, K. Bennett, C. S. Brady, A. Lawrence-Douglas, M. G. Ramsay, N. J. Sircombe, P. Gillies, R. G. Evans, H. Schmitz, A. R. Bell, and C. P. Ridgers, *Plasma Phys. Control. Fusion* **57**, 113001 (2015).

Влияние беспорядка на магнитотранспорт в полупроводниковом искусственном графене

О. А. Ткаченко⁺¹⁾, В. А. Ткаченко^{+*}, Д. Г. Бакшеев^{*}, О. П. Сушков[×]

⁺ Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

^{*} Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

[×] School of Physics, University of New South Wales, 2052 Sydney, Australia

Поступила в редакцию 15 ноября 2022 г.

После переработки 1 декабря 2022 г.

Принята к публикации 8 декабря 2022 г.

В рамках формализма Ландауэра–Бьюттикера промоделирован магнитотранспорт в мезоскопических образцах с полупроводниковым искусственным графеном. Модельные четырехтерминальные системы в высокоподвижном двумерном электронном газе имеют форму квадрата размером $3 \div 5$ мкм, который заполнен короткопериодной (120 нм) слабо разупорядоченной треугольной решеткой антиточек при амплитуде модуляции электростатического потенциала, сравнимой с энергией Ферми. Обнаружено, что при концентрациях носителей в решетке ниже точки Дирака $n < n_{1D}$ в холловском сопротивлении $R_{xy}(B)$ в диапазоне магнитных полей $B = 10 \div 50$ мТл возникает плато дырочного типа $R_{xy} = -R_0$, а при $n > n_{1D}$ плато электронного типа $R_{xy} = R_0$, где $R_0 = h/2e^2 = 12.9$ кОм. С усилением беспорядка плато разрушаются, но тип носителей (электроны или дырки) сохраняется. При низких магнитных полях длинноволновой беспорядок подавляет плато квантованных сопротивлений гораздо эффективнее, чем коротковолновой.

DOI: 10.31857/S1234567823030084, EDN: oxgchz

В последние годы достигнут значительный прогресс в формировании полупроводниковых решеток с периодом 70–130 нм в высокоподвижном двумерном электронном газе (ДЭГ). Были минимизированы ошибки технологии, которые могут разрушать энергетический спектр решеток. Особое внимание уделяется разработке и тестированию устройств с треугольной решеткой антиточек [1], которые позволяют создавать и изучать полупроводниковый искусственный графен. В таких устройствах с нелегированной гетероструктурой GaAs/AlGaAs предусмотрено два затвора, разделенных диэлектриком [2]. Нижний затвор пронизан решеткой отверстий, он лежит на полупроводнике и вытягивает электроны из боковых контактов в рабочий слой GaAs. Верхний затвор, отделенный от нижнего тонким слоем диэлектрика, входит в область отверстий и создает в ДЭГ под отверстиями области обеднения – барьеры конечной высоты (антиточки). В результате в плоскости ДЭГ возникает плавный синусоподобный потенциал с гексагональной симметрией. Различия в диаметрах, в форме, в положении отверстий нижнего затвора и цилиндров верхнего затвора, входящих в отверстия,

вносят длинноволновой беспорядок в потенциал решетки [2]. Размер типичных флуктуаций такого беспорядка охватывает несколько периодов решетки.

В работе [3] для ряда атомарных решеток, включая гексагональную и квадратную, методом сильной связи было предсказано поведение холловской проводимости $\sigma_{xy}(E)$ для энергий в щелях минизон Ландау. Рассматривался случай бесконечной периодической решетки в перпендикулярном магнитном поле, отношение магнитного потока через элементарную ячейку ϕ к кванту потока $\phi_0 = h/e$ выбиралось равным рациональной дроби $\phi/\phi_0 = p/q$. Аномальное поведение холловской проводимости в гексагональной решетке вблизи точки Дирака $\sigma_{xy} = \pm(2N + 1)2e^2/h$, где $N = 0, 1, 2, \dots$ (здесь учтено вырождение по спину) было предсказано в еще работе [4] до экспериментального наблюдения аномального квантового эффекта Холла (АКЭХ) в графене. Авторы работы [3] показали, что АКЭХ существует вплоть до некоторых энергий для целого класса решеток. Эти энергии связаны с сингулярностями Ван Хофа и расположены по обе стороны от точки Дирака. Было так же выяснено, что при переходе через сингулярности Ван Хофа проводимость претерпевает гигантский скачок, при этом знак проводимости

¹⁾e-mail: otkach@isp.nsc.ru

меняется. Таким образом, в работе [3] было показано, что холловская проводимость, ниже первой точки Ван Хова, положительная, а выше второй точки Ван Хова – отрицательная и меняется в этих областях по энергии с шагом $2e^2/h$ в соответствии с обычным квантовым эффектом Холла (КЭХ). Пример, демонстрирующий зависимость $\sigma_{xy}(E)$, был дан для “низкого” магнитного потока $\phi = \phi_0/31$, для графена соответствующая напряженность магнитного поля равна $B = 2538$ Тл. Для искусственного графена с периодом 120 нм магнитное поле, отвечающее потоку $\phi/\phi_0 = 1/31$, очень мало $B = 0.011$ Тл (магнитные поля отличаются в квадрат отношения постоянных решетки). Результаты работы [3] не могут быть буквально перенесены на искусственный полупроводниковый графен, поскольку это совершенно другая электронная система с плавным эффективным потенциалом и существенным беспорядком.

Ранее мы моделировали треугольную решетку антиточек конечных размеров (период 100 нм, беспорядок отсутствовал) и обнаружили, что АКЭХ возникает в окрестности точек Дирака в перпендикулярном магнитном поле несколько миллитесла [5], причем ниже точки Дирака ток переносится дырками, а выше точки Дирака – электронами. Этот результат в основном сохраняется при коротковолновом беспорядке, который позволяет подавить интерференционные осцилляции, связанные с размером образца [6]. Оставалось неясным, будет ли длинноволновой беспорядок разрушать квантование холловского сопротивления R_{xy} и может ли сохраняться дырочный и электронный тип проводимости вблизи точек Дирака при подавленных значениях $R_{xy} \ll R_0 = h/2e^2 = 12.9$ кОм.

В настоящей работе мы сопоставляем влияние коротко- и длинноволнового беспорядка на квантовый транспорт через гексагональную решетку. Мы вычисляем холловские сопротивления R_{xy} для устройства в четырехтерминальной схеме измерений при фиксированной модуляции периодического потенциала и заданном уровне беспорядка. Мы показываем, что коротковолновый беспорядок разумных амплитуд не приводит к разрушению КЭХ, в то время как длинноволновой может существенно уменьшать значения холловского сопротивления, не изменяя его знака.

В расчетах мы используем задание потенциала по аналитической формуле [7]: $U(\mathbf{r}) = V_0 \sum \cos(\mathbf{g}_i \cdot \mathbf{r})$, где V_0 определяет амплитуду модуляции потенциала. Векторы обратной решетки определяются как

$$\mathbf{g}_1 = g_0(1, 1/\sqrt{3}),$$

$$\mathbf{g}_2 = g_0(0, 2/\sqrt{3}),$$

$$\mathbf{g}_3 = \mathbf{g}_1 - \mathbf{g}_2 = g_0(1, -1/\sqrt{3}).$$

Здесь $g_0 = 2\pi/L$, а L – период решетки. Зонные спектры идеальной гексагональной решетки для разных значений V_0 обсуждались в работе [2]. Было показано, что спектр зависит только от безразмерной амплитуды модуляции потенциала $w_0 = 0.5V_0/E_0$, где характерная энергия $E_0 = \frac{8\pi^2}{9} \frac{\hbar^2}{m^*L^2}$. Для эффективной массы в GaAs $m^* = 0.067m_e$ и периода решетки $L = 120$ нм получаем $E_0 = 0.693$ мэВ.

На рисунке 1 показаны нижние минизоны, рассчитанные для решетки с модуляцией $w_0 = 0.25$, пол-

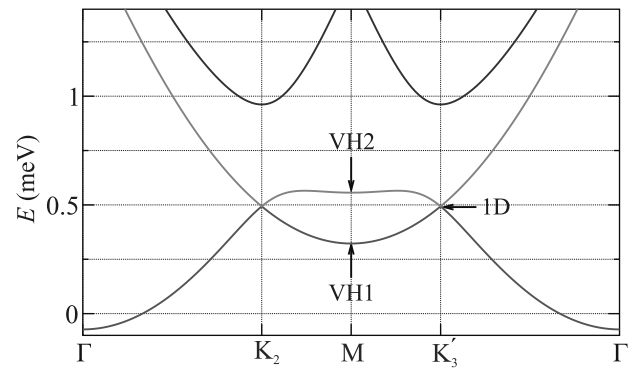


Рис. 1. (Цветной онлайн) Нижние минизоны для идеальной решетки с периодом $L = 120$ нм и модуляцией $w_0 = 0.25$. Стрелки VH1 и VH2 указывают на положения по энергии первой и второй сингулярностей Ван Хова, стрелка 1D – на первую точку Дирака

ная амплитуда периодического потенциала от минимального до максимального значения равна $9w_0E_0 \approx 1.56$ мэВ. Это довольно низкая модуляция, при которой третья минизона перекрывается со второй. Тем не менее, минизонные особенности уже четко проявляются в холловском сопротивлении. Две нижние минизоны пересекаются в точке Дирака с энергией $E_{1D} = 0.49$ мэВ. Первая и вторая сингулярности Ван Хова отвечают энергиям $E_{VH1} = 0.32$ мэВ, $E_{VH2} = 0.57$ мэВ – это точки, в которых меняется кривизна закона дисперсии. Концентрация частиц в первой точке Дирака отвечает заполнению первой минизоны двумя электронами: $n_{1D} = 2/(\sqrt{3}L^2/2) = 1.6 \cdot 10^{10}$ см⁻². С ростом модуляции третья зона поднимается и при $w_0 \geq 0.75$ между второй и третьей зонами возникает щель запрещенных энергий.

Беспорядок в расчетах задавался функцией $V_d(\mathbf{r})$, которая прибавляется к периодическому потенциалу $U(\mathbf{r})$. Это позволяет независимо менять амплитуду модуляции и беспорядка. Поскольку потенциал численно определялся на дискретной квадратной сетке

с шагом $h_x = h_y = 8$ нм, проще всего было ввести беспорядок как случайную добавку в каждом сайте (i, j) вычислительной сетки. Реализация беспорядка V_d определялась последовательностью случайных чисел $\delta_{i,j}$ в диапазоне от -0.5 до 0.5 : $V_d(\mathbf{r}_{i,j}) = \delta_{i,j} \cdot V_r$, где коэффициент V_r задавал амплитуду беспорядка. Такой беспорядок (коротковолновый или локальный) вызывает рассеяние даже в сравнительно сильных магнитных полях 1–2 Тл, при которых магнитная длина остается больше шага сетки. Другой тип беспорядка ближе к реальному. Способ его задания вытекает из нашего опыта расчетов трехмерной электростатики структур с треугольной решеткой [2]. Из этих расчетов следует, что при учете разброса диаметров отверстий в нижнем затворе самые сильные отклонения потенциала от идеальной формы возникают в области антиточек, в то время как между антиточками в каналах, заполненных электронами, потенциал меняется гораздо слабее за счет самоэкранировки. Поэтому разумно задать беспорядок этого типа в виде суммы гауссовых функций случайной амплитуды $V_r \cdot \sum_i \delta_i \exp(-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2/\sigma^2)$, центрированных в вершинах \mathbf{r}_i треугольников гексагональной решетки. Для масштабирования беспорядка вводится общий множитель V_r перед суммой, δ_i – случайные числа в диапазоне от -0.5 до 0.5 . Полуширина колокола $\sigma = 45$ нм выбрана близкой к расстоянию от затвора до плоскости с ДЭГ в моделируемой структуре. На рисунке 2 показаны фрагменты (квадратик размером 1 мкм) карты потенциала решетки с модуляцией $w_0 = 0.25$ для двух типов беспорядка с одинаковой амплитудой $V_r = 2$ мэВ, где желто-красным цветом изображены горбы потенциала (антиточки), а синим каналы между ними. Видно, что при задании беспорядка гауссовыми функциями в потенциале возникают “хребты” и “ущелья”, которые охватывают группу периодов, в то время как при сайтовом беспорядке потенциал на соседних периодах в среднем не меняется.

Задача рассеяния электронов в модельном квадратном образце решается в рамках пакета KWANT [8], предназначенного для расчетов многотерминального квантового транспорта. Четырехтерминальные сопротивления восстанавливаются по формулам Бютиккера – по вычисляемым в системе коэффициентам прохождения между контактами [9]. В моделировании подводящие каналы подходят горизонтально сверху и снизу к боковым сторонам квадрата, на котором задана решетка. Они отмечены серыми вертикальными полосками на правой и левой сторонах образца (рис. 3 и 4). В обсуждаемых расчетах ширины всех четырех каналов были

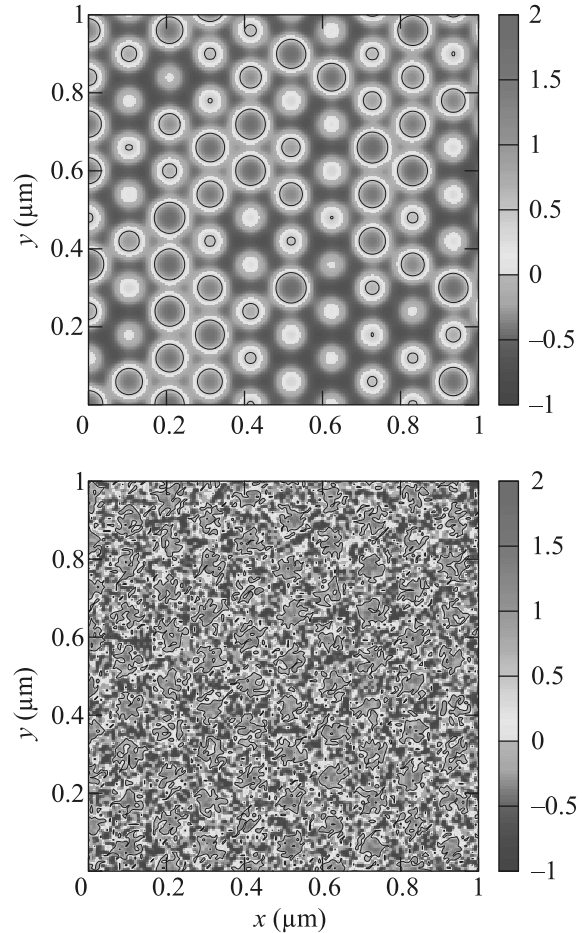


Рис. 2. (Цветной онлайн) Карты двумерного потенциала решетки с периодом $L = 120$ нм и модуляцией $w_0 = 0.25$ при длинноволновом (верхняя карта) и локальном (нижняя карта) с амплитудой $V_r = 2$ мэВ. Цветная шкала потенциала в миллиэлектронвольтах. Изолиния (черные колечки на верхней карте) соответствует энергии первой точки Дирака

одинаковые и равны 560 нм. Потенциал в каналах был постоянным и равным минимуму потенциала решетки в отсутствие беспорядка. На рисунках 3 и 4 показано распределение плотности потока частиц с заданной энергией E , которые инжектируются в решетку через нижний левый канал, рассеиваются на решетке и выходят через два верхних канала и нижний справа. При нулевой температуре энергия E имеет смысл уровня Ферми. В решетке возможны два типа носителей заряда: электроны и дырки, в магнитном поле их траектории разделяются. На рисунке 3 частицы с энергией $E = 0.5$ мэВ в магнитном поле $B = 30$ мТл прижимаются силой Лоренца к нижнему краю решетки (тип проводимости электронный). Достаточно сильный локальный беспорядок $V_r = 3$ мэВ не разрушает краевое состо-

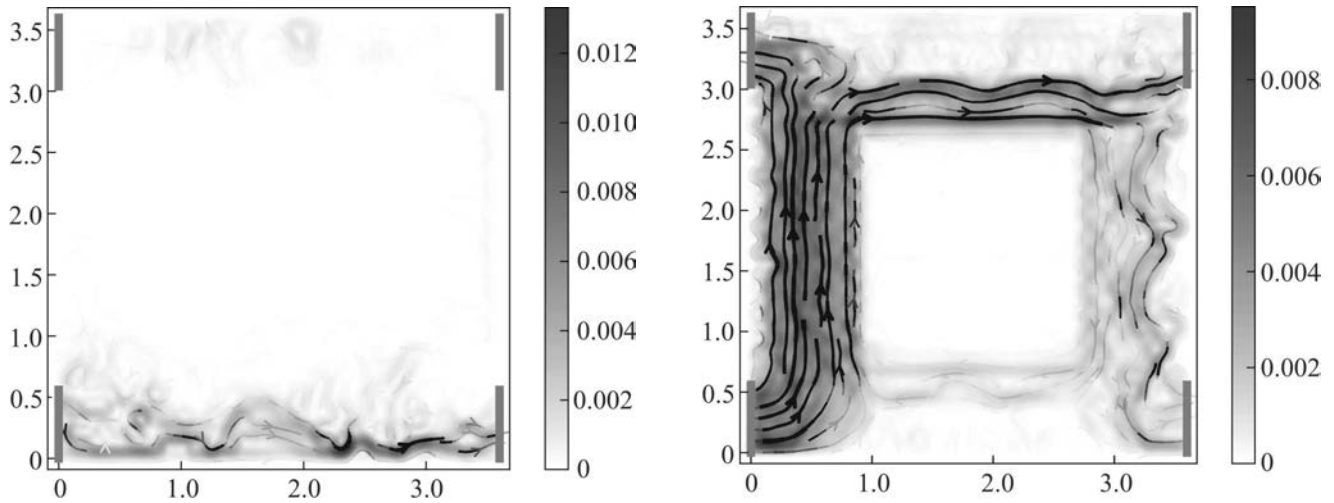


Рис. 3. (Цветной онлайн) Распределение плотности тока $J(x, y)$ для решетки размером 3.6 мкм при $w_0 = 0.25$, $E = 0.5$ мэВ, $B = 0.03$ Тл и локальном беспорядке $V_r = 3$ мэВ. Серые вертикальные полосы отмечают места подсоединения четырех горизонтальных каналов. Частицы входят в образец через левый нижний канал, рассеиваются на решетке и могут выйти через левый верхний, правый верхний и правый нижний каналы.

яние, что означает, что холловское сопротивление имеет квантованное значение. На рисунке 4 показан ток для энергии $E = 0.8$ мэВ в магнитном поле $B = 30$ мТл. В отсутствие беспорядка (график сверху) видно, что тип носителей дырочный. Поток частиц идет вверх вдоль левой стенки, обходя центр решетки по часовой стрелке. Длинноволновой беспорядок (график снизу) разрушает краевое состояние и перемешивает частицы по всей решетке, при этом сопротивление отрицательное и мало по величине (дырочный тип проводимости доминирует).

Вычисления DoS и сопротивления Холла R_{xy} выполнялись по следующей схеме. Для заданной w_0 при нулевом беспорядке и $B = 0$ по энергетической зависимости плотности состояний определялось положение точки Дирака (провал между линейным склоном и подъемом DoS(E)) и положение сингулярностей Ван Хофа (точки максимумов DoS(E)). Затем при энергиях ниже и выше точки Дирака проводились магнитопольные расчеты сопротивлений и DoS(B) при разных уровнях и типах беспорядка. Заметим, что все зависимости по энергии или магнитному полю сглаживались из-за присутствия сильных интерференционных осцилляций. Усреднение соответствовало эффективной температуре 0.05 К. Модельные системы имели форму квадрата размером $3.6 \div 4.8$ мкм ($30 \div 40$ периодов решетки).

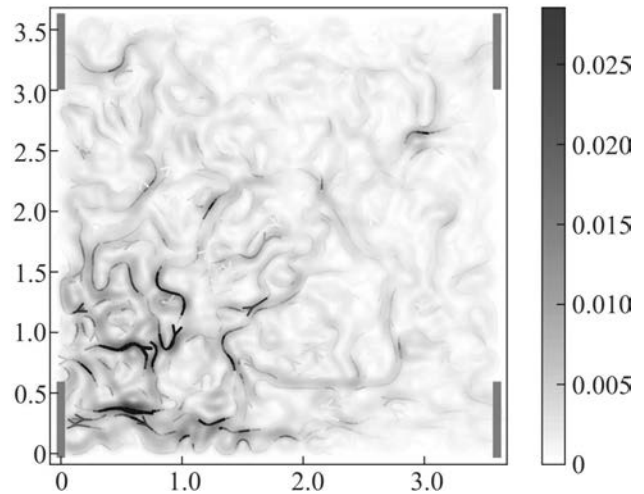


Рис. 4. (Цветной онлайн) Плотность потока $J(x, y)$ для решетки размером 3.6 мкм при $w_0 = 0.25$, $E = 0.8$ мэВ, $B = 0.03$ Тл в отсутствие беспорядка $V_r = 0$ (сверху) и при длинноволновом беспорядке $V_r = 2$ мэВ (график снизу). Размеры по осям указаны в микронах

В эксперименте модуляция периодического потенциала решетки, создаваемой электростатически, может сильно уменьшаться при постепенном заселении электронами нижних минизон из-за самоэкранировки. Однако при разных модуляциях $w_0 = 0.25-2$ поведение холловского сопротивления в окрестности первой точки Дирака однотипно из-за похожего закона дисперсии двух нижних подзон [2]. Различия в поведении R_{xy} проявляются при более высоких концентрациях $n > 2n_{1D}$ и более высоких магнитных полях [6]. Ниже все расчеты относятся к решетке с $w_0 = 0.25$.

Рисунок 5 показывает энергетические зависимости холловского сопротивления $R_{xy}(E)$ и плотности состояний DoS(E) для $w_0 = 0.25$ и разных

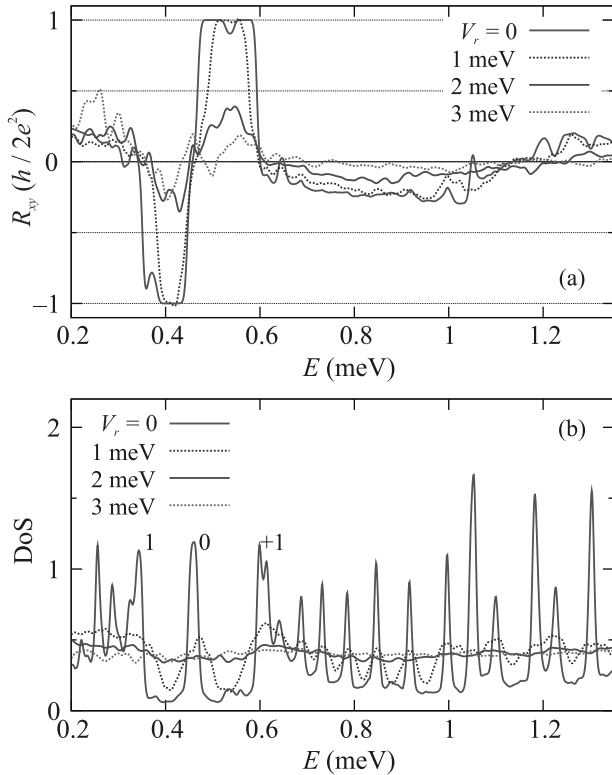


Рис. 5. (Цветной онлайн) Холловское сопротивление R_{xy} (a) и плотность состояний DoS (b) в зависимости от энергии для $w_0 = 0.25$, $B = 25$ мТл. Беспорядок длинноволновой. Числа 0, +1, -1 на графике (b) отмечают пики нулевого и плюс/минус первого уровней Ландау–Дирака. Положение точки Дирака совпадает с пиком $N = 0$, а сингулярности Ван Хова при $B = 25$ мТл сливаются с пиками $N = \pm 1$

амплитудах V_r длинноволнового беспорядка в магнитном поле $B = 25$ мТл. В отсутствие беспорядка можно видеть квантованные плато сопротивления $R_{xy} = \pm R_0$, разделяющие нулевой уровень Ландау–Дирака и уровни Ландау–Дирака с $N = 0, \pm 1$: $E_0 = 0.46$ мэВ, $E_{-1} = 0.34$ мэВ, $E_{+1} = 0.6$ мэВ. Беспорядок и магнитное поле немного сдвигают точку Дирака и сингулярности Ван Хова по энергии по сравнению со значениями, полученными из закона дисперсии на рис. 1. При низких магнитных полях можно считать, что энергии E_{1D} , E_{VH1} , E_{VH2} совпадают с точками изменения знака холловского сопротивления [3]. В интервале от $E = 0.6$ мэВ примерно до $E = 1.2$ мэВ холловское сопротивление снова становится отрицательным, хотя значения сопротивления тут гораздо меньше, чем в окрестности точки Дирака. При $V_r > 1$ мэВ плато $R_{xy} = \pm R_0$ разрушаются. При $V_r = 2$ мэВ величина сопротивления в окрестности точки Дирака сильно подавляется по сравнению с R_0 . Там, где было отрицательное плато

$R_{xy} = -R_0$ в отсутствие беспорядка, сопротивление уменьшилось в разы, но тип проводимости остался дырочным. Электронное плато $R_{xy} = R_0$ выше точки Дирака по энергии превратилось в горб с максимальным значением примерно $R_0/3$. При $V_r = 3$ мэВ возникают дополнительные осцилляции $R_{xy}(E)$ и точка Дирака размывается. При $V_r > 3$ мэВ значения сопротивления становятся маленькими и в основном положительными. Таким образом, при $V_r \leq 2$ мэВ есть две области отрицательных холловских сопротивлений: $E_{VH1} < E < E_{1D}$ и $E_{VH2} < E < 1.2$ мэВ. В плотности состояний DoS(E) при $V_r = 0$ уровни Ландау видны в виде пиков, причем три пика, отвечающие уровням Ландау–Дирака с $N = 0, \pm 1$ шире, чем обычные уровни Ландау, поскольку их вырождение в два раза больше (рис. 5b). Это связано с тем, что вблизи точки Дирака поверхность Ферми является двусвязной (распадается на две долины). Магнитный поток через площадь элементарной ячейки решетки при $B = 25$ мТл равен $\phi = 0.075\phi_0$. Соответствующая напряженность магнитного поля в естественном графене относится к недостижимо высоким значениям $B = 5925$ Тл. При $\phi \approx 0.1\phi_0$ уровни Ландау–Дирака с $N = \pm 1$ накладываются на сингулярности Ван Хова, что согласуется с моделированием естественного графена, см. рис. 5с в работе [3]. Таким образом, поле $B = 25$ мТл относится к режиму сильных магнитных полей, в котором уровни Ландау–Дирака с более высокими N отсутствуют. При значительном беспорядке области с дырочной и электронной проводимостью перекрываются по энергии, поэтому пики DoS(E) быстро размываются и практически уже не видны при $V_r = 2$ мэВ. Пики DoS(E) ниже и выше сингулярностей Ван Хова можно интерпретировать как уровни Ландау, отстроенные от дна первой минизоны (электронная проводимость) и от макушки второй минизоны (дырочная проводимость).

На рисунке 6 показано влияние длинноволнового беспорядка на магнитополевою зависимость $R_{xy}(B)$ при $w_0 = 0.25$ и $E = 0.4$ мэВ. Видно, что это влияние очень сильное. Отрицательный наклон R_{xy} в нуле $B = 0$ свидетельствует о дырочном типе проводимости. При магнитном поле больше $B = 50 \div 55$ мТл сопротивление становится выше нуля и далее, осциллируя, поднимается до $R_{xy} = R_0$. Между плато квантованных значений $R = R_0, R_0/2, R_0/3, R_0/4$ есть глубокие провалы, которые замыкаются беспорядком.

На рисунке 7 показано влияние размера решетки и типа беспорядка на зависимость $R_{xy}(B)$. Если при коротковолновом беспорядке все плато прописаны очень четко, то при длинноволновом беспорядке пла-

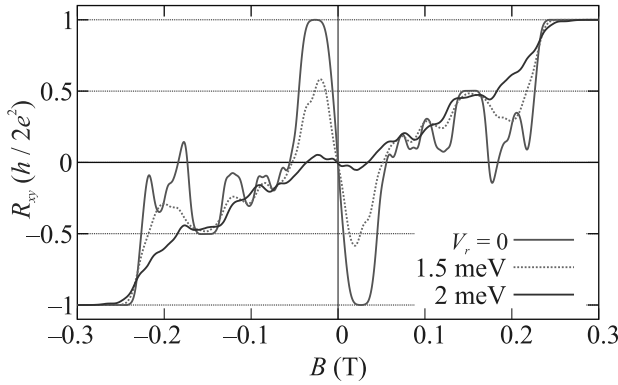


Рис. 6. (Цветной онлайн) Холловское сопротивление $R_{xy}(B)$ при разных амплитудах беспорядка для $w_0 = 0.25$, $E = 0.4$ мэВ (ниже E_{1D}). Беспорядок длинноволновой

то при $B < 0.05$ Тл разрушено, но тип носителей сохраняется: там, где было плато $R_{xy}(B) = -R_0$, знак сопротивления остается отрицательным. Что касается влияния разных реализаций беспорядка, то качественно поведение кривых сопротивления для одного типа беспорядка похожее.

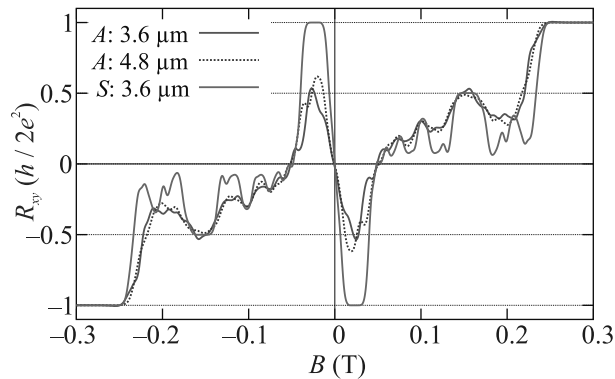


Рис. 7. (Цветной онлайн) Влияние разных реализаций беспорядка и типа беспорядка на зависимость $R_{xy}(B)$ при $w_0 = 0.25$, $E = 0.4$ мэВ, $V_r = 1.5$ мэВ для решеток, заданных на квадрате со стороной 3.6 и 4.8 мкм. Кривые с длинноволновым беспорядком отмечены буквой A (беспорядок в антиточках), с коротковолновым (беспорядок в сайтах) – буквой S

Рисунке 8 показывает эволюцию $R_{xy}(B)$ при постепенном изменении энергии электронов. Синим цветом отмечены кривые $R_{xy}(B)$ с положительным наклоном в нуле, а красные – с отрицательным. Видно, что наклон $R_{xy}(B)$ в нуле меняет знак четыре раза: в сингулярностях Ван Хофа, в точке Дирака и при энергии выше $E = 1.3$ мэВ, где минизоны накладываются друг на друга и доминирует электронный тип проводимости. Вторая область дырочной проводимости шире первой: она идет от 0 почти до

$B = 100$ мТл. Заметим, что по наклону $R_{xy}(B)$ в нуле уже нельзя определять концентрацию в образце.

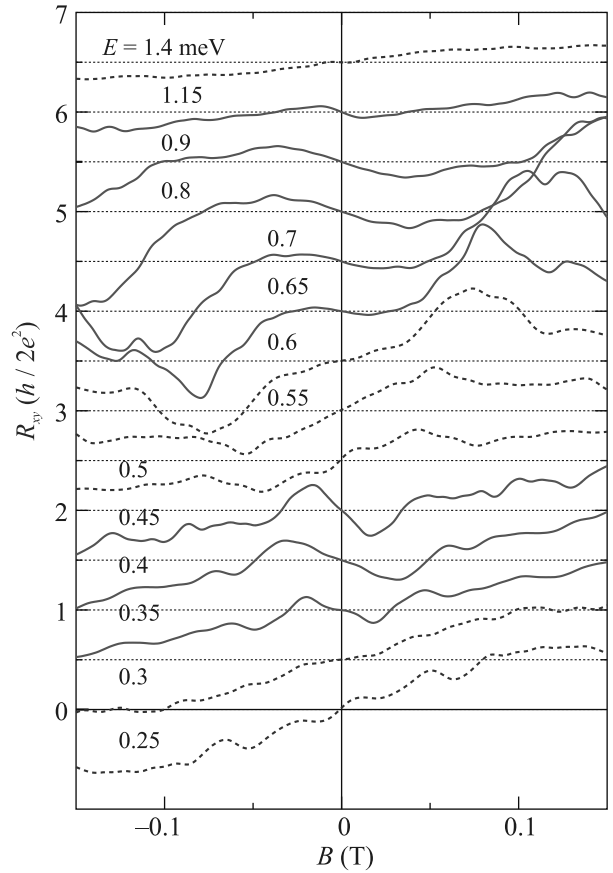


Рис. 8. (Цветной онлайн) Холловское сопротивление для $w_0 = 0.25$ с длинноволновым беспорядком $V_r = 2$ мэВ при фиксированных энергиях, указанных числами. Кривые $R_{xy}(B)$ сдвинуты по вертикали с шагом 0.5

Таким образом, мы показали, что при изменении энергии (концентрации) электронов в решетке или напряженности магнитного поля холловское сопротивление меняет знак. Такое чередование типов носителей связано с минизонным спектром решетки. Выяснено, что в низких магнитных полях коротковолновый беспорядок практически не разрушает краевые состояния решетки, в то время как длинноволновой беспорядок размешивает частицы по всей структуре и подавляет значения холловского сопротивления по сравнению с квантованными значениями в отсутствие беспорядка, сохраняя при этом тип носителей.

Данная работа выполнена с использованием ресурсов Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН и при поддержке Российского научного фонда, грант # 19-72-30023.

Авторы благодарны за стимулирующее обсуждение коллегам, прежде всего, О. Клочану, Д. К. Ванг, З. Е. Криксу, А. Р. Гамильтону из Университета Нового Южного Уэльса, Австралия.

1. D. Q. Wang, D. Reuter, A. D. Wieck, A. R. Hamilton, and O. Klochan, *Appl. Phys. Lett.* **117**, 032102 (2020).
2. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, I. S. Terekhov, and O. P. Sushkov, *2D Mater.* **2**, 014010 (2015).
3. Y. Hatsugai, T. Fukui, and H. Aoki, *Phys. Rev. B* **74**, 205414 (2006).
4. Y. Zheng and T. Ando, *Phys. Rev. B* **65**, 245420 (2002).
5. O. A. Tkachenko and V. A. Tkachenko, *JETP Lett.* **99**, 204 (2014).
6. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheev, and O. P. Sushkov, *JETP Lett.* **116**, 616 (2022).
7. L. Nádvorník, M. Orlita, N. A. Goncharuk, L. Smrčka, V. Novák, V. Jurka, K. Hruška, Z. Výborný, Z. R. Wasilewski, M. Potemski, and K. Výborný, *New J. Phys.* **14**, 053002 (2012).
8. C. W. Groth, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, and X. Waintal, *New J. Phys.* **16**, 063065 (2014).
9. M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1761 (1986).

Ванадий-содержащие планарные гетероструктуры на основе топологических изоляторов

Е. К. Петров^{+*1)}, И. В. Силкин⁺, В. М. Кузнецов⁺, Т. В. Меньщикова⁺, Е. В. Чулков^{×**+}

⁺Томский государственный университет, 634050 Томск, Россия

^{*}Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 С.-Петербург, Россия

[×]Departamento de Polímeros y Materiales Avanzados: Física, Química y Tecnología, Facultad de Ciencias Químicas, Universidad del País Vasco UPV/EHU, 20080 San Sebastián/Donostia, Basque Country, Spain

Поступила в редакцию 7 декабря 2022 г.

После переработки 22 декабря 2022 г.

Принята к публикации 23 декабря 2022 г.

Представлены результаты теоретического исследования V-содержащих гетероструктур, представляющих собой ультратонкую магнитную пленку на поверхности немагнитного топологического изолятора. Показана возможность управления смещением точки Дирака в k -пространстве, являющегося мерой протяженности особой плоской зоны, возникающей при формировании доменных стенок на поверхности антиферромагнитных топологических изоляторов. Смещение точки Дирака обратно пропорционально значению групповой скорости электронов в точке Дирака и пропорционально степени локализации топологического состояния в магнитной пленке. Управление смещением осуществляется путем подбора подложки с определенным значением работы выхода. Предложены конкретные системы для экспериментального исследования особенностей плоских зон в антиферромагнитных топологических изоляторах.

DOI: 10.31857/S1234567823030096, EDN: oxnfkv

1. Введение. Сочетание нетривиальной зонной топологии и обменного взаимодействия позволяет реализовать ряд перспективных с прикладной точки зрения физических эффектов, таких как квантовый аномальный эффект Холла [1–9] и топологический магнето-электрический эффект [4, 10, 11]. Кроме того, такое сочетание может приводить к возникновению новых состояний вещества, обладающих уникальными свойствами. Одним из таких состояний вещества является фаза антиферромагнитного топологического изолятора (АФМ ТИ) [5, 12–17]. В зависимости от направления вектора намагниченности (параллельно или перпендикулярно плоскости поверхности), в зонной структуре поверхности таких систем могут присутствовать как бесщелевые (подобно трехмерным топологическим изоляторам), так и обменно-расщепленные топологические поверхностные состояния. Это в сочетании с наличием возможности управления спин-зависимыми транспортными свойствами делает такие материалы особенно интересными для практического применения. Первым представителем класса АФМ ТИ является соединение MnBi_2Te_4 , свойства которого сначала были теоретически предсказаны, а после получили экс-

периментальное подтверждение [12]. Благодаря намагниченности перпендикулярно плоскости (0001) в тонких пленках MnBi_2Te_4 и системах на его основе удалось наблюдать квантовый аномальный эффект Холла [6, 7] и квантованную холловскую проводимость во внешнем магнитном поле [7, 18]. Открытие этого соединения спровоцировало рост как теоретических, так и экспериментальных исследований соединения MnBi_2Te_4 [6, 11, 19–33] и систем на его основе, в том числе тонких пленок [5, 14, 34], гетероструктур [35, 36] и сверхрешеток [37–40].

В недавней работе [17] теоретически было предсказано, что формирование магнитных неоднородностей может оказывать существенное влияние на электронные свойства АФМ ТИ. Так, наличие доменных стенок на поверхности планарных АФМ ТИ (с намагниченностью в плоскости (0001)) [26, 41, 42] приводит к появлению дополнительных специфических одномерных состояний, модифицирующих энергетический спектр поверхности [17, 27, 43, 44]. Эти одномерные состояния формируются за счет соединения двух точек Дирака от разных доменов и имеют вид плоских зон с высокой эффективной массой и плотностью состояний. Плоские зоны являются предметом интенсивного исследования [45–48] и могут проявлять себя в ряде таких важных физи-

¹⁾e-mail: evg.konst.petrov@gmail.com

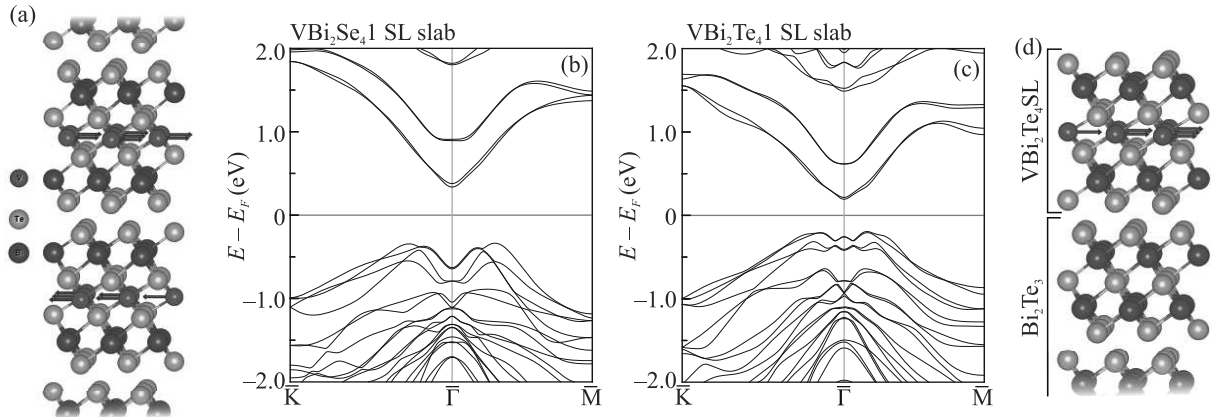


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Кристаллическая структура объема V-содержащих соединений на примере VBi_2Te_4 . (b), (c) – Зонные структуры изолированных SL VBi_2Se_4 и VBi_2Te_4 . (d) – Кристаллическая структура рассматриваемых гетероструктур на примере $\text{VBi}_2\text{Te}_4/\text{Bi}_2\text{Te}_3$. Синими стрелками показаны магнитные моменты

ческих эффектов, как орбитальный магнетизм [49], коррелированный изолятор [50], сверхпроводимость [49, 51, 52]. Необходимо отметить, что сверхпроводимость также наблюдается уже в немагнитных ТИ за счет эффекта близости [53–55].

Интенсивность связанных с плоской зоной эффектов пропорциональна протяженности плоской зоны, которая зависит от электронных и магнитных характеристик конкретного материала. В связи с этим в настоящей работе мы показываем эффективный способ увеличения протяженности плоской зоны путем формирования гетероструктур типа магнитного продолжения ТИ [56], представляющих собой ультратонкую магнитную пленку на поверхности ТИ. На основе полученных результатов мы также предлагаем системы для экспериментального наблюдения плоских зон в планарных топологических магнетиках.

2. Результаты и обсуждение. В зонной структуре поверхности (0001) планарных АФМ ТИ присутствует бесщелевое состояние (конус Дирака), точка Дирака которого смещена из точки $\bar{\Gamma}$ в направлении, перпендикулярном направлению намагниченности [17] аналогично другим магнитным системам на основе ТИ с намагниченностью в плоскости поверхности [3, 32, 57, 58]. Было показано, что для таких систем смещение точки Дирака приближенно описывается выражением [17]:

$$\Delta k = j \frac{M_0}{v}, \quad (1)$$

где j – энергия обменного взаимодействия, M_0 – намагниченность поверхности, v – групповая скорость электронов в точке Дирака. Протяженность плоской зоны, которая формируется при наличии

магнитной неоднородности в виде доменной стенки [17, 43, 44], составляет $2\Delta k$. В данной работе мы рассмотрели один из возможных вариантов увеличения Δk , а именно, путем варьирования групповой скорости электронов в точке Дирака v при фиксированной величине намагниченности M_0 . Такой вариант позволяет получить более “тонкую настройку” электронной структуры и может быть реализован с помощью конструирования магнитных гетероструктур в виде ультратонкой магнитной пленки на подложке ТИ. В таком подходе для гетероструктур с одинаковым типом магнитной пленки намагниченность M_0 поверхностных семислойных блоков, а также энергия обменного взаимодействия j будут одинаковыми, поскольку эти величины в основном будут определяться магнитной пленкой. Кроме того, дополнительным фактором, влияющим на величину смещения, является степень локализации топологического состояния в магнитной пленке.

В качестве материала для тонкой магнитной пленки были выбраны фрагменты недавно предсказанных тетрадимитоподобных межплоскостных планарных антиферромагнетиков VBi_2Se_4 (тривиальный изолятор) и VBi_2Te_4 (АФМ ТИ) (магнитные моменты на атомах V лежат в плоскости (0001), рис. 1а) [17]. Ультратонкие пленки этих соединений, состоящие из одного структурного блока толщиной семь атомных слоев (*septuple layer*, SL), являются двумерными ферромагнетиками, поскольку содержат только один атомный слой ванадия, и обладают полупроводниковой зонной структурой (рис. 1b, c). В качестве подложек для VBi_2Se_4 были выбраны тетрадимитоподобные ТИ Bi_2Se_3 и PbBi_2Se_4 , а для VBi_2Te_4 – Bi_2Te_3 , PbBi_2Te_4 , SnBi_2Te_4 и GeBi_2Te_4 (рис. 1d). Выбор материалов подложек

Таблица 1. Соотношение параметров решетки a_i , энергетических щелей ΔE_i и работ выхода Φ_i для свободного магнитного семислойника ($i = 1$) и подложки ($i = 2$), а также смещения точки Дирака Δk и значения групповой скорости v в точке Дирака для соответствующих гетероструктур

Гетероструктура	a_1/a_2 (Å)	$\Delta E_1/\Delta E_2$ (эВ)	Φ_1/Φ_2 (эВ)	$\Delta k \cdot 10^{-3}$ (Å ⁻¹)	v (эВ · Å)
VBi ₂ Te ₄ (поверхность)	—	—	—	3.38	1.92
VBi ₂ Te ₄ /GeBi ₂ Te ₄	4.338 / 4.323	0.34 / 0.15	5.00 / 4.70	2.20	1.76
VBi ₂ Te ₄ /SnBi ₂ Te ₄	4.338 / 4.395	0.34 / 0.02	5.00 / 4.76	4.00	1.73
VBi ₂ Te ₄ /Bi ₂ Te ₃	4.338 / 4.384	0.34 / 0.08	5.00 / 5.05	5.18	1.68
VBi ₂ Te ₄ /PbBi ₂ Te ₄	4.338 / 4.452	0.34 / 0.12	5.00 / 5.04	5.43	1.69
VBi ₂ Se ₄ (поверхность)	—	—	—	—	—
VBi ₂ Se ₄ /Bi ₂ Se ₃	4.078 / 4.114	0.67 / 0.31	5.62 / 5.42	5.34	2.16
VBi ₂ Se ₄ /PbBi ₂ Se ₄	4.078 / 4.160	0.67 / 0.32	5.62 / 5.37	5.64	2.12

обусловлен изоструктурностью подложки и VBi₂Se₄ или VBi₂Te₄, близостью значений параметров решетки и необходимым сочетанием работ выхода, входящих в гетероструктуру компонент (см. табл. 1) [56, 59].

Как видно из рис. 2, в энергетических спектрах чистых подложек присутствует характерное для ТИ бесщелевое поверхностное состояние (конус Дирака). Осаждение магнитного V-содержащего SL на поверхность ТИ приводит к модификации формы конуса за счет смещения точки Дирака как по энергии, так и в k -пространстве. В исследуемых гетероструктурах точка Дирака смещается по энергии вверх, что обусловлено соотношениями работ выхода и энергетических щелей V-содержащего SL и подложки (см. схемы на рис. 2 и табл. 1) – аналогично тому, как это было показано для немагнитных гетероструктур на основе ТИ [59]. В случае гетероструктур VBi₂Te₄/Bi₂Te₃, VBi₂Te₄/PbBi₂Te₄ и VBi₂Te₄/GeBi₂Te₄ энергетические щели магнитной пленки и подложки частично перекрыты. В остальных гетероструктурах объемная щель подложки полностью встраивается в соответствующую щель магнитной пленки. Подобное сочетание энергетических щелей обеспечивает значительную гибридизацию поверхностного состояния подложки с состояниями ванадий-содержащей магнитной пленкой, что приводит к смещению точки Дирака вверх по энергии [59]. Одновременно с этим наличие магнетизма индуцирует дополнительный сдвиг точки Дирака из центра двумерной зоны Бриллюэна (точки $\bar{\Gamma}$) в направлении, перпендикулярном намагниченности поверхности, на величину Δk (см. табл. 1).

Как видно из рис. 2 и табл. 1, для рассмотренных гетероструктур смещение точки Дирака из точки $\bar{\Gamma}$ подчиняется описанной выше зависимости: при уменьшении скорости Дирака v смещение точки Дирака Δk возрастает. Более того, можно заметить,

что в спектрах гетероструктур VBi₂Te₄/PbBi₂Te₄, VBi₂Te₄/Bi₂Te₃ и VBi₂Te₄/SnBi₂Te₄ полученное значение Δk больше, чем в спектре поверхности АФМ ТИ VBi₂Te₄. Дополнительной причиной такого эффекта может являться то, что в рассматриваемых гетероструктурах намагничен только поверхностный V-содержащий SL. В VBi₂Te₄, напротив, намагничен каждый SL, причем соседние SL упорядочены антиферромагнитно. Несмотря на то, что поверхностное состояние преимущественно локализовано в поверхностном SL, его волновая функция проникает и в более глубокий (приповерхностный) SL. Это приводит к тому, что в рассматриваемых гетероструктурах обменное взаимодействие с поверхностным состоянием сильнее, чем в VBi₂Te₄, поскольку не ослабляется антиферромагнитным межслоевым упорядочением. При этом величина Δk также зависит от степени локализации топологического состояния во внешнем магнитном блоке. Как видно из рис. 2, максимальное смещение среди рассмотренных гетероструктур с магнитной пленкой VBi₂Te₄ реализуется в VBi₂Te₄/PbBi₂Te₄, а минимальное – в VBi₂Te₄/GeBi₂Te₄. При этом полученные значения смещений Δk по величине сравнимы с экспериментально наблюдаемыми значениями протяженности плоских зон для систем на основе графена [60–64], что делает их потенциальными кандидатами для экспериментальных исследований плоских зон в планарных топологических магнетиках.

3. Заключение. В данной работе в рамках первопринципных методов расчета электронной структуры мы продемонстрировали возможность управления положением точки Дирака в гетероструктурах типа магнитного продолжения ТИ, состоящих из тонкой ванадий-содержащей магнитной пленки и подложки немагнитного ТИ. Показано, что смещение точки Дирака из центра зоны Бриллюэна, вызванное намагниченностью лежащей в плоскости (и,

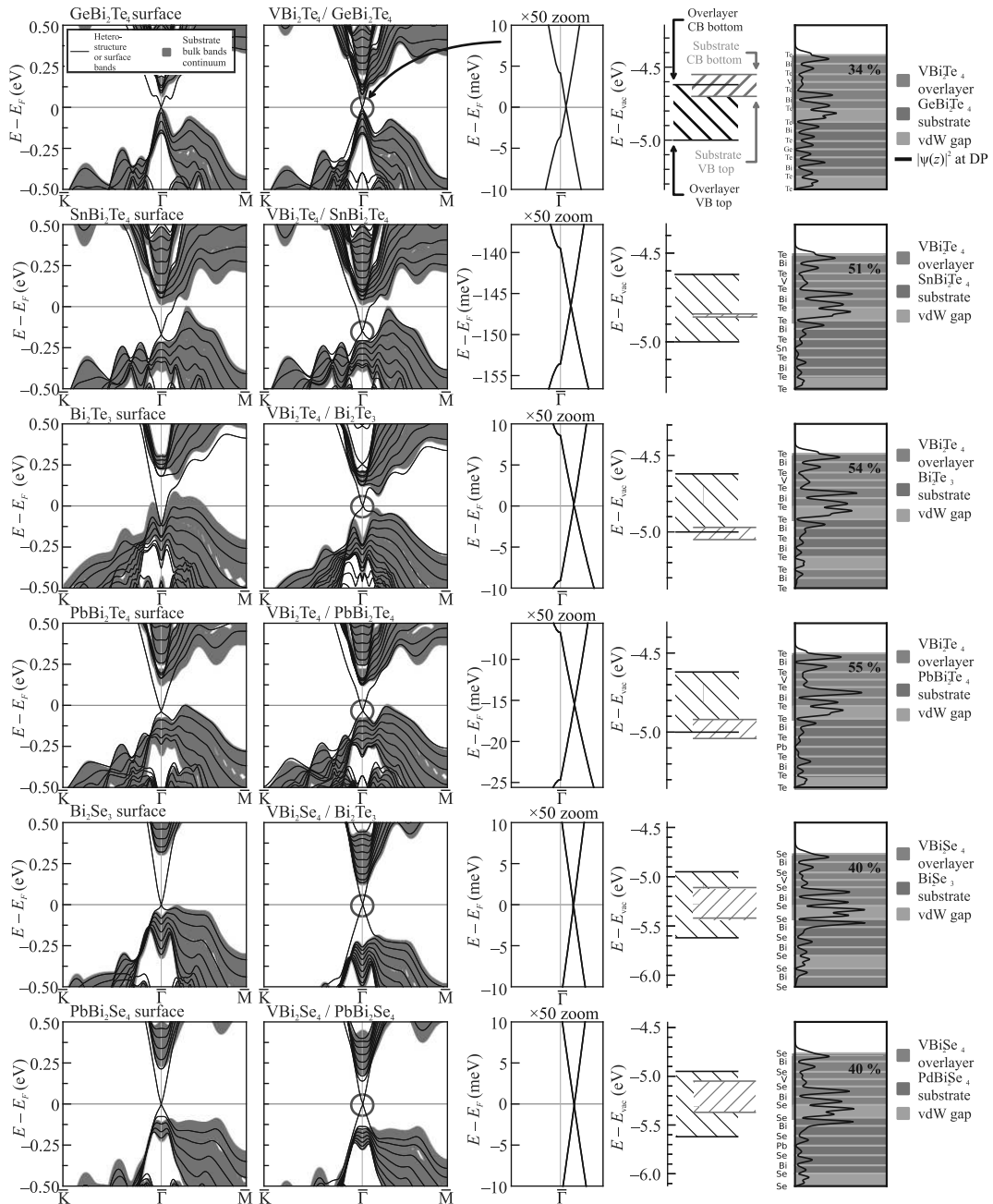


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зонные структуры рассмотренных гетероструктур вблизи уровня Ферми. Для каждой из рассмотренных гетероструктур показаны (слева направо): зонная структура поверхности подложки; зонная структура гетероструктуры; зонная структура гетероструктуры в окрестности точки Дирака (DP); схематичное положение энергетических щелей (дно зоны проводимости (conduction band, CB) и потолка валентной зоны (valence band, VB) тонкой пленки и подложки относительно друг друга; распределение парциальной зарядовой плотности в точке Дирака поверхностного состояния по глубине (для гетероструктуры), также показана доля (в %) зарядовой плотности в магнитном семислойном блоке

соответственно, протяженность плоской зоны на доменных стенках) существенным образом зависит от групповой скорости электронов в точке Дирака, а также степени локализации топологического состо-

яния в поверхностном блоке. Обнаруженные особенности и сделанные предсказания могут явиться стимулом для дальнейшего выращивания таких материалов. Рассмотренные в работе гетероструктуры яв-

ляются перспективными кандидатами для выращивания и проведения экспериментальных исследований по наблюдению плоских зон на доменных стенках в планарных топологических магнетиках.

4. Методы расчета. Расчеты проведены с использованием метода проекционных плоских волн (PAW) [65], реализованного в программном пакете VASP [66–68]. Обменно-корреляционные эффекты были учтены в рамках обобщенного градиентного приближения в форме PBE [69]. Для корректного описания ван-дер-ваальсовского взаимодействия использовался метод DFT-D3 [70]. Состояния $3d$ оболочек V были описаны с использованием подхода GGA + U [71] в рамках схемы Дударева [72]. Значения параметра U были рассчитаны методом линейного отклика [73] и составили 4.8 и 4.7 эВ для гетероструктур с VBi_2Se_4 и VBi_2Te_4 соответственно.

Исследуемые гетероструктуры симулировались в модели повторяющихся пленок с вакуумными промежутками 12 Å. Гетероструктуры состояли из подложки ТИ толщиной 45 (для гетероструктур с Bi_2Se_3 и Bi_2Te_3) или 49 (для гетероструктур с $PbBi_2Se_4$, $PbBi_2Te_4$, $GeBi_2Te_4$, $SnBi_2Te_4$) атомных слоев и двух семислойных блоков (SL) VBi_2Se_4 или VBi_2Te_4 (по одному на каждой из поверхностей подложки). Межплоскостные расстояния были оптимизированы таким образом, чтобы действующие на атомы силы не превышали 10^{-2} эВ/Å.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках госзадания # FSWM-2020-0033.

Расчеты проведены с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ “Вычислительный центр”.

1. R. Yu, W. Zhang, H.-J. Zhang, S.-C. Zhang, X. Dai, and Z. Fang, *Science* **329**, 61 (2010).
2. C.-Z. Chang, J. Zhang, X. Feng, J. Shen, Z. Zhang, M. Guo, K. Li, Y. Ou, P. Wei, L.-L. Wang, Z.-Q. Ji, Y. Feng, S. Ji, X. Chen, J. Jia, X. Dai, Z. Fang, S.-C. Zhang, K. He, Y. Wang, L. Lu, X.-C. Ma, and Q.-K. Xue, *Science* **340**, 167 (2013).
3. T. Hirahara, S.V. Ereemeev, T. Shirasawa et al. (Collaboration), *Nano Lett.* **17**, 3493 (2017).
4. M. M. Otrokov, T. V. Menshchikova, M. G. Vergniory, I. P. Rusinov, A. Yu. Vyazovskaya, Y. M. Koroteev, G. Bihlmayer, A. Ernst, P. M. Echenique, A. Arnau, and E. V. Chulkov, *2D Materials* **4**, 025082 (2017).
5. M. M. Otrokov, I. P. Rusinov, M. Blanco-Rey, M. Hoffmann, A. Y. Vyazovskaya, S. V. Ereemeev, A. Ernst, P. M. Echenique, A. Arnau, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 107202 (2019).
6. Y. Deng, Y. Yu, M. Z. Shi, Z. Guo, Z. Xu, J. Wang, X. H. Chen, and Y. Zhang, *Science* **67**, 895 (2020).
7. H. Deng, Z. Chen, A. Wołoś, M. Konczykowski, K. Sobczak, J. Sitnicka, I. V. Fedorchenko, J. Borysiuk, T. Heider, L. Pluciński, K. Park, A. B. Georgescu, J. Cano, and L. Krusin-Elbaum, *Nature Physics* **17**, 36 (2021).
8. V. N. Men'shov, I. Shvets, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **110**(12), 771 (2019).
9. E. K. Petrov, I. V. Silkin, T. V. Menshchikova, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **109**, 121 (2019).
10. J. Wang, B. Lian, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. B* **92**, 081107 (2015).
11. D. Zhang, M. Shi, T. Zhu, D. Xing, H. Zhang, and J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 206401 (2019).
12. M. M. Otrokov, I. I. Klimovskikh, H. Bentmann et al. (Collaboration), *Nature* **576**, 416 (2019).
13. R. S. K. Mong, A. M. Essin, and J. E. Moore, *Phys. Rev. B* **81**, 245209 (2010).
14. C. Liu, Y. Wang, H. Li, Y. Wu, Y. Li, J. Li, K. He, Y. Xu, J. Zhang, and Y. Wang, *Nat. Mater.* **19**, 522 (2020).
15. J. Wang, B. Lian, and S.-C. Zhang, *Phys. Rev. B* **93**, 045115 (2016).
16. S. V. Ereemeev, I. P. Rusinov, Y. M. Koroteev, A. Y. Vyazovskaya, M. Hoffmann, P. M. Echenique, A. Ernst, M. M. Otrokov, and E. V. Chulkov, *J. Phys. Chem. Lett.* **12**, 4268 (2021).
17. E. K. Petrov, V. N. Men'shov, I. P. Rusinov, M. Hoffmann, A. Ernst, M. M. Otrokov, V. K. Dugaev, T. V. Menshchikova, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **103**, 235142 (2021).
18. J. Ge, Y. Liu, J. Li, H. Li, T. Luo, Y. Wu, Y. Xu, and J. Wang, *National Science Review* **7**, 1280 (2020).
19. Y. Gong, J. Guo, J. Li et al. (Collaboration), *Chin. Phys. Lett.* **36**, 076801 (2019).
20. A. M. Shikin, D. A. Estyunin, I. I. Klimovskikh et al. (Collaboration), *Sci. Rep.* **10**, 13226 (2020).
21. B. Li, J.-Q. Yan, D. M. Pajerowski, E. Gordon, A.-M. Nedić, Y. Sizyuk, L. Ke, P. P. Orth, D. Vaknin, and R. J. McQueeney, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 167204 (2020).
22. D. A. Estyunin, I. I. Klimovskikh, A. M. Shikin, E. F. Schwier, M. M. Otrokov, A. Kimura, S. Kumar, S. O. Filnov, Z. S. Aliev, M. B. Babanly, and E. V. Chulkov, *APL Mater.* **8**, 021105 (2020).
23. R. C. Vidal, H. Bentmann, T. R. F. Peixoto et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **100**, 121104 (2019).
24. J.-Q. Yan, Q. Zhang, T. Heitmann, Z. Huang, K. Y. Chen, J.-G. Cheng, W. Wu, D. Vaknin, B. C. Sales, and R. J. McQueeney, *Physical Review Materials* **3**, 064202 (2019).
25. S. H. Lee, Y. Zhu, Y. Wang, L. Miao, T. Pillsbury, H. Yi, S. Kempinger, J. Hu, C. A. Heikes, P. Quarterman,

- W. Ratchiff, J. A. Borchers, H. Zhang, X. Ke, D. Graf, N. Alem, C.-Z. Chang, N. Samarth, and Z. Mao, *Physical Review Research* **1**, 012011 (2019).
26. P. M. Sass, W. Ge, J. Yan, D. Obeysekera, J. J. Yang, and W. Wu, *Nano Lett.* **20**, 2609 (2020).
27. K. F. Garrity, S. Chowdhury, and F. M. Tavazza, *Physical Review Materials* **5**, 024207 (2021).
28. P. Swatek, Y. Wu, L.-L. Wang, K. Lee, B. Schrunk, J. Yan, and A. Kaminski, *Phys. Rev. B* **101**, 161109 (2020).
29. P. M. Sass, J. Kim, D. Vanderbilt, J. Yan, and W. Wu, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 037201 (2020).
30. A. Zeugner, F. Nietschke, A. U. B. Wolter et al. (Collaboration), *Chem. Mater.* **31**, 2795 (2019).
31. H. Li, S.-Y. Gao, S.-F. Duan et al. (Collaboration), *Phys. Rev. X* **9**, (2019).
32. Y.-J. Hao, P. Liu, Y. Feng et al. (Collaboration), *Phys. Rev. X* **9**, 041038 (2019).
33. Y. J. Chen, L. X. Xu, J. H. Li et al. (Collaboration), *Phys. Rev. X* **9**, 041040 (2019).
34. B. Lian, Z. Liu, Y. Zhang, and J. Wang, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 126402 (2020).
35. T. Hirahara, M. M. Otrokov, T. T. Sasaki et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **11**, 4821 (2020).
36. E. D. L. Rienks, S. Wimmer, J. Sánchez-Barriga et al. (Collaboration), *Nature* **576**, 423 (2019).
37. Z. S. Aliev, I. R. Amirasanov, D. I. Nasonova, A. V. Shevelkov, N. A. Abdullayev, Z. A. Jahangirli, E. N. Orujlu, M. M. Otrokov, N. T. Mamedov, M. B. Babanly, and E. V. Chulkov, *J. Alloys Compd.* **789**, 443 (2019).
38. C. Hu, K. N. Gordon, P. Liu et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **11**, 97 (2020).
39. Y. Gao, K. Liu, and Z.-Y. Lu, *Physical Review Research* **4**, 023030 (2022).
40. C. Hu, L. Ding, K. N. Gordon et al. (Collaboration), *Sci. Adv.* **6**, eaba4275 (2020).
41. K. Yasuda, M. Mogi, R. Yoshimi, A. Tsukazaki, K. S. Takahashi, M. Kawasaki, F. Kagawa, and Y. Tokura, *Science* **358**, 1311 (2017).
42. I. T. Rosen, E. J. Fox, X. Kou, L. Pan, K. L. Wang, and D. Goldhaber-Gordon, *Quantum Mater.* **2**, 69 (2017).
43. I. P. Rusinov, V. N. Men'shov, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. B* **104**, 035411 (2021).
44. V. N. Men'shov, I. P. Rusinov, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **114**, 699 (2021).
45. K. Kim, A. DaSilva, S. Huang, B. Fallahazad, S. Larentis, T. Taniguchi, K. Watanabe, B. J. LeRoy, A. H. MacDonald, and E. Tutuc, *Proceedings of the National Academy of Sciences* **114**(13), 3364 (2017).
46. A. L. Sharpe, E. J. Fox, A. W. Barnard, J. Finney, K. Watanabe, T. Taniguchi, M. Kastner, and D. Goldhaber-Gordon, *Science* **365**(6453), 605 (2019).
47. H. Yoo, R. Engelke, S. Carr et al. (Collaboration), *Nat. Mater.* **18**(5), 448 (2019).
48. T. Wolf, J. L. Lado, G. Blatter, and O. Zilberberg, *Phys. Rev. Lett.* **123**(9), 096802 (2019).
49. X. Lu, P. Stepanov, W. Yang, M. Xie, M. A. Aamir, I. Das, C. Urgell, K. Watanabe, T. Taniguchi, G. Zhang, A. Bachtold, A. H. MacDonald, and D. K. Efetov, *Nature* **574**, 653 (2019).
50. Y. Cao, V. Fatemi, A. Demir, S. Fang, S. L. Tomarken, J. Y. Luo, J. D. Sanchez-Yamagishi, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, R. C. Ashoori, and P. Jarillo-Herrero, *Nature* **556**, 80 (2018).
51. M. Yankowitz, S. Chen, H. Polshyn, Y. Zhang, K. Watanabe, T. Taniguchi, D. Graf, A. F. Young, and C. R. Dean, *Science* **363**, 1059 (2019).
52. Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, and P. Jarillo-Herrero, *Nature* **556**, 43 (2018).
53. L. Fu and C. L. Kane, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 096407 (2008).
54. V. S. Stolyarov, S. Pons, S. Vlaic, S. V. Remizov, D. S. Shapiro, C. Brun, S. I. Bozhko, T. Cren, T. V. Menshchikova, E. V. Chulkov, W. V. Pogosov, Y. E. Lozovik, and D. Roditchev, *J. Phys. Chem. Lett.* **12**, 9068 (2021).
55. A. Kudriashov, I. Babich, R. A. Hovhannisyan, A. G. Shishkin, S. N. Kozlov, A. Fedorov, D. V. Vyalikh, E. Khestanova, M. Y. Kupriyanov, and V. S. Stolyarov, *Adv. Funct. Mater.* **32**, 2209853 (2022).
56. M. M. Otrokov, T. V. Menshchikova, I. P. Rusinov, M. G. Vergniory, V. M. Kuznetsov, and E. V. Chulkov, *JETP Lett.* **105**, 297 (2017).
57. J. Henk, M. Flieger, I. V. Maznichenko, I. Mertig, A. Ernst, S. V. Eremeev, and E. V. Chulkov, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 076801 (2012).
58. L.-X. Wang, Y. Yan, L. Zhang, Z.-M. Liao, H.-C. Wu, and D.-P. Yu, *Nanoscale* **7**(40), 16687 (2015).
59. T. V. Menshchikova, M. M. Otrokov, S. S. Tsirkin, D. A. Samorokov, V. V. Bebnava, A. Ernst, V. M. Kuznetsov, and E. V. Chulkov, *Nano Lett.* **13**, 6064 (2013).
60. S. Lisi, X. Lu, T. Benschop et al. (Collaboration), *Nature Phys.* **17**(2), 189 (2021).
61. M. I. B. Utama, R. J. Koch, K. Lee et al. (Collaboration), *Nature Phys.* **17**(2), 184 (2021).
62. D. Pierucci, H. Sediri, M. Hajlaoui, J.-C. Girard, T. Brumme, M. Calandra, E. Velez-Fort, G. Patriarche, M. G. Silly, G. Ferro, V. Soulière, M. Marangolo, F. Sirotti, F. Mauri, and A. Ouerghi, *ACS Nano* **9**(5), 5432 (2015).
63. D. Marchenko, D. Evtushinsky, E. Golias, A. Varykhalov, T. Seyller, and O. Rader, *Sci. Adv.* **4**(11), eaau0059 (2018).
64. H. Henck, J. Avila, Z. Ben Aziza et al. (Collaboration), *Phys. Rev. B* **97**, 245421 (2018).

65. P. E. Blöchl, Phys. Rev. B **50**(24), 17953 (1994).
66. G. Kresse and J. Hafner, Phys. Rev. B **47**(1), 558 (1993).
67. G. Kresse and J. Furthmüller, Phys. Rev. B **54**(16), 11169 (1996).
68. G. Kresse and J. Furthmüller, Comput. Mater. Sci. **6**(1), 15 (1996).
69. J. P. Perdew, K. Burke, and M. Ernzerhof, Phys. Rev. Lett. **77**(18), 4 (1996).
70. S. Grimme, J. Antony, S. Ehrlich, and H. Krieg, J. Chem. Phys. **132**(15), 154104 (2010).
71. V. I. Anisimov, J. Zaanen, and O. K. Andersen, Phys. Rev. B **44**(3), 943 (1991).
72. S. Dudarev, G. Botton, S. Savrasov, C. Humphreys, and A. Sutton, Phys. Rev. B **57**(3), 1505 (1998).
73. M. Cococcioni and S. De Gironcoli, Phys. Rev. B **71**(3), 035105 (2005).

Многонитевая гипотеза о собственных значениях и симметрии Рака

Ан. Морозов¹⁾

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 127051 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 ноября 2022 г.

После переработки 7 декабря 2022 г.

Принята к публикации 8 декабря 2022 г.

Матрицы Рака квантовых алгебр в настоящее время вызывают большой интерес. Эти матрицы связаны с \mathcal{R} -матрицами, которые намного проще самих матриц Рака. Это соотношение известно как гипотеза о собственных значениях. В этой статье мы изучаем симметрии матриц Рака, которые следуют из гипотезы о собственных значениях для многонитевых кос.

DOI: 10.31857/S1234567823030102, EDN: oxrsbg

1. Введение. Матрицы Рака и $6j$ -символы изучаются довольно давно. Впервые они появились в физике при изучении угловых моментов [1], где они описывают преобразования между различными сложениями моментов трех частиц. Матрицы Рака, появляющиеся в такой задаче, на самом деле достаточно просты и хорошо изучены. Однако с математической точки зрения эта задача об угловых моментах фактически соответствует умножению различных представлений алгебры $SU(2)$. На этом языке коэффициенты Рака появляются, когда произведение трех представлений раскладывается в сумму неприводимых представлений:

$$T_1 \otimes T_2 \otimes T_3 = \sum M_{12}^{1,2} Q_{12} \otimes T_3 = \sum N^{12,3} M_{12}^{1,2} Q. \quad (1)$$

Это произведение также можно переписать другим способом:

$$T_1 \otimes T_2 \otimes T_3 = \sum T_1 \otimes M_{23}^{2,3} Q_{23} = \sum N^{1,23} M_{23}^{2,3} Q. \quad (2)$$

Преобразование между такими двумя базисами называется матрицей Рака, а ее элементы – $6j$ -символами:

$$U : N^{12,3} M_{12}^{1,2} \rightarrow N^{1,23} M_{23}^{2,3},$$

$$U_{23}^{12} = \left\{ \begin{array}{ccc} T_1 & T_2 & Q_{12} \\ T_3 & Q & Q_{23} \end{array} \right\}. \quad (3)$$

Особый интерес такого определения состоит в том, что его можно легко обобщить на представления других алгебр, что делает его применимым к другим физическим теориям, таким как хромодинамика, где применяется группа $SU(3)$. В этом случае

представления должны нумероваться не натуральными числами, как в случае $SU(2)$, а диаграммами Юнга $T = [T_1, \dots, T_n]$, $T_1 \geq T_2 \geq T_3 \dots$. Однако это определение можно обобщить не только на другие алгебры Ли, но и на их деформации, такие как квантовые группы [2]. Квантовые группы по существу являются деформацией универсальных обертывающих алгебр. Среди прочего они связаны с интегрируемыми системами [3], решеточными калибровочными теориями [4], трехмерной квантовой гравитацией [5], квантовыми sl_N -инвариантами узлов [6], инвариантами трехмерных многообразий Тураева–Виро и топологическими теориями поля [7, 8], конформной теория поля Весса–Зумино–Виттена и трехмерной теорией Черна–Саймонса [9, 10]. В последнем случае квантовые группы описывают скрытые симметрии наблюдаемых, которые также равны полиномам узлов из теории узлов.

В последние годы мы активно изучали приложения квантовых групп и матриц Рака к вычислению полиномов узлов и наблюдаемых в теории Черна–Саймонса. Основная проблема изучавшихся подходов состоит в том, что для вычисления соответствующих полиномов узлов нужно множество различных матриц Рака. Однако на данный момент известно лишь несколько случаев, когда известны общие ответы для матриц Рака. Среди них матрицы Рака для группы $U_q(sl_2)$ [11] и эксклюзивные матрицы Рака без множественности [12, 13]. В контексте настоящей статьи нас интересуют матрицы Рака, которые появляются при вычислениях с использованием представления узла в виде косы, см. рис. 1.

В работе [14] был предложен достаточно мощный инструмент для вычисления неизвестных матриц Рака – гипотеза о собственных значениях, которая свя-

¹⁾e-mail: morozov.andrey.a@iitp.ru

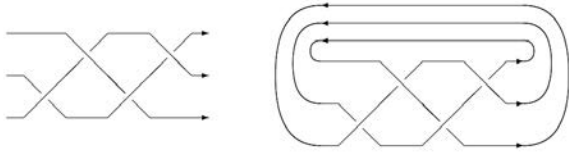


Рис. 1. Представление косы для узла 4_1 , коса изображена на левом рисунке, на правом ее замыкание – узел

зывает известные собственные значения квантовых \mathcal{R} -матриц с матрицами Рака для трехнитевых кос. Эта гипотеза была дополнительно изучена в [15–19]. Поскольку гипотеза о собственных значениях связывает разные матрицы Рака, она налагает на матрицы Рака определенные симметрии, которые изучались в [17, 18]. Также из гипотезы о собственных значениях следует симметрия тяни-крюк, описанная, исследованная и доказанная в [20–23]. Однако симметрии, изучаемые в этих работах, – это симметрии, связанные с гипотезой о собственных значениях для трехнитевых кос. Существует также гипотеза о собственных значениях для большего числа нитей [24]. В данной работе нас интересуют симметрии, которые следуют из многонитевой гипотезы о собственных значениях.

Статья устроена следующим образом. В разделе 2 мы кратко описываем подход Решетихина–Тураева к вычислению инвариантов узлов, использующих \mathcal{R} -матрицы и матрицы Рака. В разделе 3 мы объясняем, почему матрицы Рака для многонитевых кос обладают некоторой блочной структурой. В разделе 4 мы приводим формулировку гипотезы о собственных значениях. В разделе 5 приводится и объясняется основной результат статьи, формулы (18) и (19).

2. Подход Решетихина–Тураева. Одним из наиболее продуктивных подходов к вычислению полиномов узлов (а также равных им средних значений петель Вильсона) является современная модификация подхода Решетихина–Тураева [25–30]. Этот подход лучше всего определен для представления узла в виде косы (см. рис. 1). В такой косе все пересечения соответствуют \mathcal{R} -матрицам. Эти \mathcal{R} -матрицы очень просты в своей диагональной форме. Собственные значения \mathcal{R} -матриц соответствуют неприводимым представлениям в тензорном произведении представлений, соответствующих двум пересекающимся нитям. При рассмотрении узлов для представления Q , входящего в произведение двух представлений T собственное значение равно [2, 31–33]

$$\lambda_Q = q^{\varkappa_Q - 4\varkappa_T - N|T|}, \quad (4)$$

где \varkappa_Q вычисляется напрямую из диаграммы Юнга Q :

$$\varkappa_Q = \sum_{\{i,j\} \in Q} (i - j), \quad (5)$$

где $\{i, j\}$ нумеруют клетки в диаграмме Юнга.

Для двухнитевых кос, которые параметризуются числом пересечений n , ответы для полиномов узлов даются разложением по характерам:

$$H_T^{T[2,n]} = \sum_{Q \vdash T \otimes T} S_Q^*(A, q) \text{Tr} \mathcal{R}_Q^n = \sum_{Q \vdash T \otimes T} S_Q^*(A, q) \lambda_Q^n, \quad (6)$$

где $S_Q^*(A, q)$ – это полиномы Шура (характеры представления Q квантовой группы) в специальной точке [30], которые можно легко вычислить по диаграмме Юнга.

Для многонитевой косы ситуация более сложная. В этом случае есть \mathcal{R} -матрицы, соответствующие пересечениям различных пар нитей. Эти матрицы по-прежнему можно диагонализировать, и их диагональная форма дается формулой (4), но в этом случае нужны матрицы поворота базиса. Эти матрицы поворота – это матрицы Рака. Таким образом, полиномы для m -нитевой косы получаются с помощью модифицированного разложения по характерам:

$$H_T^K = \sum_{Q \vdash T^{\otimes m}} S_Q^*(A, q) \text{Tr} \mathcal{B}_Q, \quad (7)$$

где \mathcal{B}_Q – это произведение диагональных \mathcal{R} -матриц и матриц Рака, порядок умножения которых пишется согласно косе. Это означает, что наиболее сложные для вычисления величины в этом выражении – это матрицы Рака.

3. Блочная структура. Матрицы Рака и, соответственно, недиагональные \mathcal{R} -матрицы для случая более чем 3 нитей обладают определенной блочной структурой [16, 24].

Для трехнитевой косы, если из диагональной матрицы \mathcal{R}_1 для построения \mathcal{B}_Q нужно построить недиагональную \mathcal{R} -матрицу, требуется следующая матрица Рака:

$$\mathcal{R}_2 = U \mathcal{R}_1 U^\dagger, \quad U = \begin{bmatrix} T & T & Q_{12} \\ T & Q & Q_{23} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Эту матрицу Рака можно описать с помощью следующего рисунка, см. рис. 2.

При переходе к 4-нитевым косам нужны матрицы Рака двух различных типов. Во-первых, для того, чтобы найти матрицу \mathcal{R}_2 , согласно рис. 3, нужна матрица U_4 . Для ее получения надо написать разло-

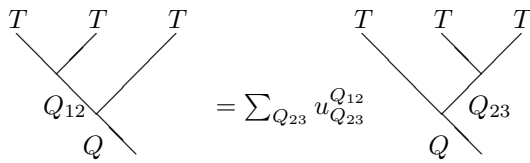


Рис. 2. Графическое описание 3-нитевой матрицы Рака

жение на неприводимые представления для произведения четырех представлений T двумя способами:

$$\begin{aligned}
 ((T \otimes T) \otimes T) \otimes T &= \sum_{Q_{12} \in T \otimes T} (Q_{12} \otimes T) \otimes T = \\
 &= \sum_{Q_{12} \in T \otimes T} \sum_{Q_{123} \in Q_{12} \otimes T} Q_{123} \otimes T = \sum_{Q \in T^{\otimes 4}} Q,
 \end{aligned} \tag{9}$$

и

$$\begin{aligned}
 (T \otimes (T \otimes T)) \otimes T &= \sum_{Q_{23} \in T \otimes T} (T \otimes Q_{23}) \otimes T = \\
 &= \sum_{Q_{23} \in T \otimes T} \sum_{Q_{123} \in T \otimes Q_{23}} Q_{123} \otimes T = \sum_{Q \in T^{\otimes 4}} Q.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Матрицы Рака U_4 , которые описывают поворот между такими двумя базисами, имеют блочную структуру, так как они не смешивают представления, которые получаются из различных Q_{123} . Это означает, что такие блоки – это на самом деле матрицы Рака U из (8), где представление Q надо заменить на представление Q_{123} . Таким образом, выполняется $\mathcal{R}_2 = U_4 \mathcal{R} U_4^\dagger$.

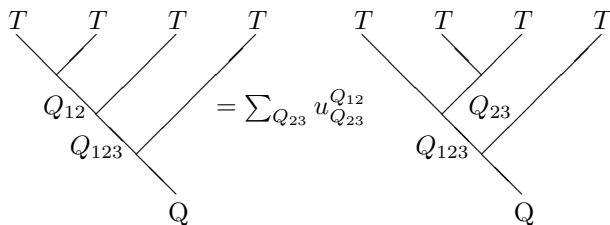


Рис. 3. Графическое описание 4-нитевой матрицы Рака U

Для того, чтобы найти матрицу \mathcal{R}_3 нужна дополнительная матрица Рака V . Понять это можно с помощью рис. 4. На языке разложения по неприводимым представлениям эта матрица связывает базис (10) с базисом

$$\begin{aligned}
 T \otimes ((T \otimes T) \otimes T) &= \sum_{Q_{23} \in T \otimes T} T \otimes (Q_{23} \otimes T) = \\
 &= \sum_{Q_{23} \in T \otimes T} \sum_{Q_{234} \in T \otimes Q_{23}} T \otimes Q_{234} = \sum_{Q \in T^{\otimes 4}} Q.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Эта матрица опять-таки имеет блочную структуру. Эти блоки не смешивают различные представления Q_{23} и соответствуют следующим блокам из 6j-символов

$$V_i = \begin{bmatrix} T & Q_{23} & Q_{123} \\ T & Q & Q_{234} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Получающаяся \mathcal{R} -матрица, таким образом, равна

$$\mathcal{R}_3 = U_4 V U_4 \mathcal{R}_1 (U_4 V U_4)^\dagger, \tag{13}$$

где \mathcal{R}_1 – это диагональная \mathcal{R} -матрица. Еще одно интересное свойство матрицы V состоит в том, что так как она не смешивает различные представления Q_{23} , в то время как собственные значения \mathcal{R} -матрицы также зависят от этих представлений, эти матрицы коммутируют, $\mathcal{R}_1 V = V \mathcal{R}_1$. Эта структура также обобщается и для большего числа нитей, с каждой новой нитью добавляется одна новая матрица Рака.

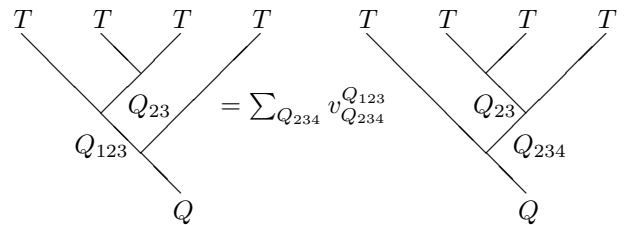


Рис. 4. Графическое описание 4-нитевой матрицы Рака V

4. Гипотеза о собственных значениях. Гипотеза о собственных значениях ведет свое происхождение от изучения уравнения Янга–Бакстера на \mathcal{R} -матрицы:

$$\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2. \tag{14}$$

Если переписать это уравнение как уравнение на диагональные \mathcal{R} -матрицы и матрицы Рака, то оно превращается в

$$R U R U^\dagger R = U R U^\dagger R U R U^\dagger. \tag{15}$$

Это уравнение можно интерпретировать как уравнение на матрицы Рака U . Это приводит к гипотезе о собственных значениях [14]:

Если нормированные собственные значения двух \mathcal{R} -матриц совпадают, то соответствующие матрицы Рака также совпадают.

Нас интересует в контексте данной гипотезы только нормированные собственные значения, так как при умножении \mathcal{R} -матриц в (15) на некоторую константу, уравнение по-прежнему выполняется.

Однако в уравнение (15) входят только трехнитевые матрицы Рака. Для большего числа нитей появляются также и другие матрицы Рака. Оказывается [24], что другие уравнения Янга–Бакстера,

такие как, например, $\mathcal{R}_3\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_2\mathcal{R}_3\mathcal{R}_2$, также автоматически выполняются, если выполняется первое уравнение Янга–Бакстера. Существенным уравнением для многонитевого случая оказываются коммутационные соотношения для \mathcal{R} -матриц, такие как $\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_3\mathcal{R}_1$ или, в терминах диагональных \mathcal{R} -матриц

$$RUV_1UR(UV_1U)^\dagger = UV_1UR(UV_1U)^\dagger R. \quad (16)$$

Важно отметить, что многонитевые матрицы Рака обладают блочной структурой, как было описано в предыдущем разделе. Это приводит к следующему обобщению гипотезы о собственных значениях [24]:

Если нормированные собственные значения для \mathcal{R} -матриц совпадают и блочная структура многонитевых матриц Рака совпадает, то соответствующие матрицы Рака также совпадают.

5. Гипотеза о собственных значениях и симметрии матриц Рака. Для 3-нитевых кос в симметрических представлениях было получено [14] и позже доказано [17, 18], что из гипотезы о собственных значениях следует, что следующие матрицы Рака совпадают:

$$\begin{bmatrix} [r] & [r] & [a, b] \\ [r] & [l, m, n] & [x, y] \end{bmatrix} = \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} [r+c] & [r+c] & [a+c, b+c] \\ [r+c] & [l+c, m+c, n+c] & [x+c, y+c] \end{bmatrix}.$$

В данном случае никаких других матриц Рака не появляется, из-за структуры произведения представлений, а именно, в тензорном произведении $[r] \otimes [r]$ возникают только одно- и двухрядные диаграммы Юнга. Соответственно, в тензорном кубе представления $[r]$ появляются только одно-, двух- и трехнитевые диаграммы Юнга. Уравнение (17) позволяет выразить все трехнитевые матрицы Рака для симметричных представлений из известных ответов для квантовой группы $U_q(sl_2)$ [11], путем подстановки $c = -n$.

В контексте данной статьи нас интересуют косы с большим числом нитей. Мы по-прежнему будем рассматривать только симметрические представления, так как для несимметрических представлений некоторые из собственных значений \mathcal{R} -матриц начинают совпадать, что делает гипотезу о собственных значениях неразрешимой в смысле уравнения (15). Тем не менее, известные ответы для матриц Рака показывают, что гипотеза о собственных значениях выполняется также и в этом случае, хотя его рассмотрение находится за пределами данной статьи.

Основное утверждение данной работы состоит в том, что из 4-нитевой гипотезы о собственных значениях следует, что следующие матрицы Рака должны совпадать:

$$\begin{bmatrix} [r] & [p, q] & [a, b, d] \\ [r] & [k, l, m, n] & [x, y, z] \end{bmatrix} = \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} [r+c] & [p+c, q+c] & [a+c, b+c, d+c] \\ [r+c] & [k+c, l+c, m+c, n+c] & [x+c, y+c, z+c] \end{bmatrix},$$

и аналогичным образом для большего числа нитей:

$$\begin{bmatrix} [r] & [p_1, \dots, p_i] & [a_1, \dots, a_{i+1}] \\ [r] & [k_1, \dots, k_{i+2}] & [x_1, \dots, x_{i+1}] \end{bmatrix} = \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} [r+c] & [p_1+c, \dots, p_i+c] & [a_1+c, \dots, a_{i+1}+c] \\ [r+c] & [k_1+c, \dots, k_{i+2}+c] & [x_1+c, \dots, x_{i+1}+c] \end{bmatrix}.$$

Для объяснения таких соотношений нужно проверить две вещи. Во-первых, мы объясним, почему структура тензорного произведения представлений и, таким образом, блочная структура матриц Рака совпадает. Во-вторых, мы объясним, почему нормированные собственные значения также совпадают.

Для того, чтобы понять, почему тензорное произведение представлений сохраняется, докажем следующее свойство тензорного произведения представлений:

$$[a_1, \dots, a_{n+1}] \in [p_1, \dots, p_n] \otimes [r]$$

$$\updownarrow$$

$$[a_1+1, \dots, a_{n+1}+1] \in [p_1+1, \dots, p_n+1] \otimes [r+1]. \quad (20)$$

В этой формуле некоторые из элементов диаграммы Юнга могут равняться нулю. Для доказательства данного утверждения нужно понять, какие представления появляются в тензорном произведении представлений. По существу [2], $[a_1, \dots, a_{n+1}] \in [p_1, \dots, p_n] \otimes [r]$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a_i \leq p_i + r \\ p_{i-1} \geq a_i \geq p_i \\ a_1 \geq r \\ \sum a_i = r + \sum p_i \end{cases}. \quad (21)$$

Первое из соотношений на самом деле заменяется последней, так как ни один из элементов a_i не может стать меньше p_i , а весь размер диаграммы изменяется на r . Если мы добавим или вычтем по единице из каждого элемента диаграмм Юнга, то все эти свойства, кроме первого, сохраняются тождественно, что показывает, что (20) действительно выполняется.

Из (20) следует, что если к каждому элементу всех диаграмм Юнга добавить по единице, то все дерево представлений, как на рис. 2–4, не изменится, и, следовательно, блочная структура матриц Рака также не изменится.

Чтобы объяснить основное утверждение данной статьи, (18) и (19), нам также нужно, чтобы нормированные собственные значения \mathcal{R} -матриц совпадали. Если выбрать представление $[2r - a, a]$ из произведения двух представлений $[r]$, то соответствующее собственное значение равно

$$\lambda_{[2r-a,a]} = q^{\chi_{[2r-a,a]} - 4\chi_{[r]} - Nr} = q^{a^2 - 2ra} q^{r - Nr}. \quad (22)$$

Если добавить по единице к каждому элементу диаграмм Юнга, то получается

$$\begin{aligned} \lambda_{[2r-a+1,a+1]} &= q^{\chi_{[2r-a+1,a+1]} - 4\chi_{[r+1]} - Nr} = \\ &= q^{a^2 - 2ra} q^{-r+1 - Nr - N}. \end{aligned} \quad (23)$$

Так как нас интересуют нормированные собственные значения, то часть, не зависящая от a , не влияет на ответ, а зависимость от a не меняется. Таким образом, набор нормированных собственных значений также совпадает.

Таким образом, мы показали, что блочная структура матриц Рака сохраняется и набор собственных значений \mathcal{R} -матриц также сохраняется, если добавить по единице ко всем элементам диаграмм Юнга. Поэтому равенства (18) и (19) также верны.

6. Заключение. В данной статье мы обсудили симметрии матриц Рака и $6j$ -символов, вытекающие из многонитевой гипотезы о собственных значениях. Это позволило нам получить новые симметрии квантовых $6j$ -символов, которые гораздо сложнее получить с помощью более простой трехнитевой гипотезы о собственных значениях. Мы получили новые симметрии, включающие несимметричные представления. Это важный шаг на пути к пониманию структуры квантовых матриц Рака и, соответственно, к пониманию теории представлений квантовых групп. Также такие матрицы Рака можно применять ко многим другим задачам теоретической и математической физики, в частности, в теории узлов.

В данной статье мы обсуждали только косы с симметричными представлениями. Однако случаи с несимметричными представлениями гораздо интереснее. В этом случае в \mathcal{R} -матрицах появляются кратности, а это означает, что некоторые собственные значения начинают совпадать. Это, конечно, значительно усложняет понимание структуры матриц Рака из-за дополнительной свободы в уравнении (15). Однако эти матрицы, по-видимому, так-

же обладают блочной структурой, как это было описано в [34]. Это делает ее похожей на матрицы Рака, представленные в этой статье. Таковую связь еще предстоит изучить более подробно.

Мы благодарны А. Слепцову и Н. Целоусову за очень полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 20-12-00195.

1. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Pergamon Press, London, Paris (1997).
2. A. Klimyk and K. Schmudgen, *Quantum Groups and Their Representations*, Springer, Berlin Heidelberg (2012).
3. D. Bernard and O. Babelon, Phys. Lett. B **375**, 89 (1996); [arXiv:q-alg/9511019](#).
4. R. Gambini, J. M. Aroca, and H. Fort, Phys. Rev. D **58**, 045007 (1998); [arXiv:1407.5643](#).
5. E. R. Livine, Ann. Henri Poincaré **18**, 1465 (2017); [arXiv:1610.02716](#).
6. N. Yu. Reshetikhin and V. G. Turaev, Commun. Math. Phys. **127**, 1 (1990).
7. V. G. Turaev and O. Ya. Viro, Topology **31**, 865 (1992).
8. V. G. Turaev, *Quantum invariants of knots and 3-manifolds*, in *De Gruyter Studies in Mathematics*, De Gruyter, Berlin, Boston (1994).
9. R. K. Kaul, P. Ramadevi, and T. R. Govindarajan, Nucl. Phys. B **402**, 548 (1993); [arXiv:hep-th/9212110](#).
10. H. Jockers and J. Gu, Commun. Math. Phys. **338**, 393 (2015); [arXiv:1407.5643](#).
11. A. N. Kirillov and N. Yu. Reshetikhin, *Representations of the algebra $U_q(\mathfrak{sl}_2)$, q -orthogonal polynomials and invariants of links*, in *New Developments in the Theory of Knots. Advanced Series in Mathematical Physics*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore (1990), v. 11, p. 202.
12. S. Nawata, P. Ramadevi, and Zodinmawia, Lett. Math. Phys. **103**, 1389 (2013); [arXiv:1302.5143](#).
13. V. Alekseev, An. Morozov, and A. Sleptsov, Nucl. Phys. B **960**, 115164 (2020); [arXiv:1912.13325](#).
14. H. Itoyama, A. Mironov, A. Morozov, and An. Morozov, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1340009 (2013); [arXiv:1209.6304](#).
15. A. Mironov and A. Morozov, Eur. Phys. J. C **78**(4), 284 (2018); [arXiv:1610.03043](#).
16. A. Anokhina and An. Morozov, Teor. Mat. Fiz. **178**, 3 (2014); [arXiv:1307.2216](#).
17. An. Morozov and A. Sleptsov, Pis'ma v ZhETF **108**(10), 721 (2018); [arXiv:1905.01876](#).
18. V. Alekseev, An. Morozov, and A. Sleptsov, Lett. Math. Phys. **111**, 50 (2021); [arXiv:1909.07601](#).

19. S. Dhara, A. Mironov, A. Morozov, An. Morozov, P. Ramadevi, V. K. Singh, and A. Sleptsov, *Phys. Rev. D* **97**, 126015 (2018); [arXiv:1805.03916](#).
20. V. Mishnyakov, A. Sleptsov, and N. Tselousov, *Ann. Henri Poincare* **22**, 1235 (2021); [arXiv:2001.10596](#).
21. V. Mishnyakov, A. Sleptsov, and N. Tselousov, *Commun. Math. Phys.* **384**, 955 (2021); [arXiv:2005.01188](#).
22. E. Lanina, A. Sleptsov, and N. Tselousov, *Phys. Lett. B* **823**, 136727 (2021); [arXiv:2105.11565](#).
23. E. Lanina and A. Sleptsov, [arXiv:2210.07874](#).
24. S. Dhara, A. Mironov, A. Morozov, An. Morozov, P. Ramadevi, V. K. Singh, and A. Sleptsov, *Phys. Rev. D* **97**, 126015 (2018); [arXiv:1711.10952](#).
25. V. G. Turaev, *Invent. Math.* **92**, 527 (1988).
26. N. Yu. Reshetikhin and V. G. Turaev, *Commun. Math. Phys.* **127**, 1 (1990).
27. N. Reshetikhin and V. G. Turaev, *Invent. Math.* **103**, 547 (1991).
28. A. Morozov and A. Smirnov, *Nucl. Phys. B* **835**, 284 (2010); [arXiv:1001.2003](#).
29. A. Smirnov, *Notes on Chern-Simons Theory in the Temporal Gauge*, The Subnuclear Series, The Most Unexpected at LHC and the Status of High Energy Frontier, *Proceedings of the International School of Subnuclear Physics, Erice, Sicily, Italy* (2011), v. 47, p. 489; [arXiv:0910.5011](#).
30. A. Mironov, A. Morozov, and An. Morozov, *JHEP* **03**, 034 (2012); [arXiv:1112.2654](#).
31. M. D. Gould, *Lett. Math. Phys.* **24**(3), 183 (1992).
32. N. Yu. Reshetikhin, *Quantized universal enveloping algebras, the Yang-Baxter equation and invariants of links I, II*, LOMI-E-87-4, LOMI-E-87-17 (1998).
33. A. Mironov, A. Morozov, and An. Morozov, *Character expansion for HOMFLY polynomials. I. Integrability and difference equations*, ed. by A. Rebhan, L. Katzarkov, J. Knapp, R. Rashkov, and E. Scheidegger, *Strings, gauge fields, and the geometry behind: The legacy of Maximilian Kreuzer*, World Scientific Publishins Co. Pte. Ltd., Singapore (2013), p. 101; [arXiv:1112.5754](#).
34. L. Bishler, An. Morozov, A. Sleptsov, and Sh. Shakirov, *Int. J. Mod. Phys. A* **33**(17), 1850105 (2018); [arXiv:1712.07034](#).

Dimensionless physics: Planck constant as an element of Minkowski metric

G. E. Volovik¹⁾

Low Temperature Laboratory, Aalto University, P.O. Box 15100, FI-00076 Aalto, Finland

Landau Institute for Theoretical Physics, 142432 Chernogolovka, Russia

Submitted 27 November 2022
Resubmitted 19 December 2022
Accepted 19 December 2022

DOI: 10.31857/S1234567823030114, EDN: oxtlrn

Several approaches to quantum gravity (including Diakonov tetrads emerging as the bilinear combinations of the fermionic fields [1]; BF -theories of gravity; the model of superplastic vacuum; and effective acoustic metric) suggest [2, 3] that in general relativity the metric must have dimension 2, i.e. $[g_{\mu\nu}] = 1/[L]^2$. In particular, the model of the superplastic vacuum [4] is described in terms of the so-called elasticity tetrads [5–10] $E_\mu^a = \partial X^a / \partial x^\mu$, where equations $X^a(x) = 2\pi n_a$ are equations of the (deformed) crystal planes. Since the functions X^a play the role of the geometric $U(1)$ phases and thus are dimensionless, the elasticity tetrads play the role of the gauge fields (translation gauge fields). That is why tetrads have the same dimension 1 as the dimension of gauge fields: $[E_\mu^a] = 1/[L]$.

Originally the dimension 1 tetrads appeared in the Diakonov theory [1–13], where the tetrads emerge as bilinear combinations of the quantum fermionic fields:

$$E_\mu^a = \frac{1}{2} \left(\Psi^\dagger \gamma^a \partial_\mu \Psi - \Psi^\dagger \overleftarrow{\partial}_\mu \gamma^a \Psi \right). \quad (1)$$

In this approach to quantum gravity the metric and the space-time distance are both the quantum objects made of the leptons and quarks [14]. Here we suggest that the Diakonov theory leads to the unusual dimension of the Planck constant \hbar .

Diakonov tetrads and elasticity tetrads give rise to the covariant metric $g_{\mu\nu} = \eta_{ab} E_\mu^a E_\nu^b$ with dimension 2, $[g_{\mu\nu}] = 1/[L]^2$, and the contravariant metric with dimension -2, $[g^{\mu\nu}] = [L]^2$. The determinant of the tetrads has dimension 4, $[e] = [\sqrt{-g}] = 1/[L]^4$, while the interval is dimensionless, $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, $[s^2] = [1]$. Since the interval describes the classical dynamics of a point particle with action $S = M \int ds$, the particle mass M is dimensionless, $[M] = [1]$, as well as all other diffeomorphism invariant quantities, such as action S ,

interval s , cosmological constant Λ , scalar curvature R , scalar field Φ , etc. [2, 3]. The variation of action leads to the Hamilton–Jacobi equation $g^{\mu\nu} \partial_\mu S \partial_\nu S + M^2 = 0$, where both terms are dimensionless. Since mass is dimensionless, GM^2/r is dimensionless, which leads to the length dimension of Newton constant, $[G] = [L]$. The wave vector $k_\mu = \partial_\mu S$ has dimension $[k_\mu] = 1/[L]$ and obeys equation $g^{\mu\nu} k_\mu k_\nu + M^2 = 0$. In the flat Minkowski spacetime the wave vector obeys equation $|g_{00}^{\text{Mink}}|^{-1} (\omega^2 - \mathbf{k}^2) = M^2$. This suggests that it is natural to identify the Planck constant \hbar with the element of Minkowski metric $\hbar = 1/\sqrt{-g_{00}^{\text{Mink}}}$ [15]. Then the red shift equation, $M_m - M_n = \sqrt{-g^{00}} \omega_{mn}$, becomes the generalization of the conventional relation between the energy levels and frequency of radiating photon in Minkowski vacuum, $E_m - E_n = \hbar \omega_{mn}$.

Note that as distinct from the dimensionless quantities, which are diffeomorphism invariant, the parameter \hbar is not diffeomorphism invariant. It is determined only in the Minkowski vacuum, and being the element of the Minkowski metric it is invariant only under Lorentz transformations. As a result the Planck constant \hbar is not dimensionless, and has the dimension of length $[L]$. Then according to Weinberg criterion [16] \hbar cannot be the fundamental constant (see also [17–20] on fundamental constants).

Another parameter of Minkowski spacetime is the speed of light c , which enters the metric in the following way: $g_{\text{Mink}}^{\mu\nu} = \text{diag}(\hbar^2, \hbar^2 c^2, \hbar^2 c^2, \hbar^2 c^2)$. This parameter is invariant only under space rotation group $SO(3)$, and has dimension $[L]/[t]$. If the parameter c is taken into account, the Planck constant has dimension of time $[\hbar] = [M][t] = [t]$. Except for the special cases, we use units with $c = 1$.

The parameter \hbar enters only the Minkowski metric, and does not enter any equation written in the covariant form, i.e. in terms of the full metric. That is why in general the commutation relations for position and mo-

¹⁾e-mail: grigori.volovik@aalto.fi

mentum operators in quantum mechanics do not contain \hbar , $[\hat{k}_i, \hat{x}^j] = i\delta_i^j$. As a result, the elementary volume of phase space $\int dk dx$ and action are dimensionless, while the parameter \hbar of Minkowski vacuum has dimension of time $[t]$.

The quadratic terms in the action for the classical scalar field Φ in the N -dimensional spacetime is:

$$S = \int d^N x \sqrt{-g} (g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Phi^* \nabla_\nu \Phi + M^2 |\Phi|^2). \quad (2)$$

Due to zero dimensions of metric and mass the scalar field is dimensionless, $[\Phi] = [1]$, which differs from the dimension $n = (N - 2)/2$ of scalar fields in the conventional approach. Expanding the Klein–Gordon equation for scalar Φ over $1/M$ one obtains the non-relativistic Schrödinger action. In Minkowski spacetime, introducing the Schrödinger wave function ψ : $\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{M}} \exp(iMt/\sqrt{-g^{00}}) \psi(\mathbf{r}, t)$, one obtains the Schrödinger-type action

$$S_{\text{Schr}} = \int d^3 x dt \sqrt{-g} \mathcal{L}, \quad (3)$$

$$2\mathcal{L} = i\sqrt{-g^{00}} (\psi \partial_t \psi^* - \psi^* \partial_t \psi) + \frac{g^{ik}}{M} \nabla_i \psi^* \nabla_k \psi. \quad (4)$$

In Minkowski vacuum $\sqrt{-g_{\text{Mink}}^{00}} \equiv \hbar$, $g_{\text{Mink}}^{ik} \equiv \hbar^2 \delta^{ik}$, one obtains the conventional Schrödinger wave equation:

$$i\hbar \partial_t \psi = -\frac{\hbar^2}{2M} \nabla^2 \psi. \quad (5)$$

This is another consequence of the metric with dimension $1/[L]^2$: the quantum mechanical Schrödinger equation for nonrelativistic particle is obtained from the classical relativistic scalar field.

While temperature is dimensionless, $[T] = [M] = [1]$, the Tolman temperature $T_{\text{Tolman}} = T(r) \sqrt{-g_{00}(r)}$ has dimension of inverse length, $[T_{\text{Tolman}}] = 1/[L]$. The parameter \hbar determines the ratio between the temperature and Tolman temperature in the Minkowski vacuum. In principle there can be different Minkowski vacua, with cosmological phase transitions between these vacua [21]. Then each vacuum may have its own value of the parameter \hbar . In the thermal contact between the two vacua they must have the same Tolman temperature, and thus their temperatures obey the rule, $\hbar_1/T_1 = \hbar_2/T_2$. This means that in thermal equilibrium the contacting Minkowski vacua have the same time τ on imaginary axis, $\tau_1 = \tau_2$.

The Planck length scale has the conventional form $l_P^2 = \hbar G$, with $[l_P]^2 = [\hbar][G] = [L][L] = [L]^2$. The Planck constant has the same dimension as the Planck length, $[\hbar] = [l_P] = [L]$. Whether this “Planck constant length”

is related to the “Planck length scale”, is an open question [22]. Anyway, the Diakonov theory [1] suggests the close connection between gravity and quantum mechanics. The dimension $1/[L]^2$ of the metric suggests that such metric describes the dynamics, quantum mechanics and thermodynamics, rather than the geometry.

I thank Y. N. Obukhov and N. N. Nikolaev for discussion and criticism.

This work has been supported by the European Research Council (ERC) under the European Union’s Horizon 2020 programme (Grant Agreement # 694248).

This is an excerpt of the article “Dimensionless physics: Planck constant as an element of Minkowski metric”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022603013

1. D. Diakonov, arXiv:1109.0091.
2. G. E. Volovik, JETP **132**, 727 (2021).
3. G. E. Volovik, ZhETF **162**, 680 (2022).
4. F. R. Klinkhamer and G. E. Volovik, JETP Lett. **109**, 364 (2019).
5. I. E. Dzyaloshinskii and G. E. Volovick, Ann. Phys. **125**, 67 (1980).
6. J. Nissinen and G. E. Volovik, Phys. Rev. Research **1**, 023007 (2019).
7. J. Nissinen, Ann. Phys. **447**, 169139 (2022).
8. J. Nissinen, Phys. Rev. Lett. **124**, 117002 (2020).
9. S. Laurila and J. Nissinen, Phys. Rev. B **102**, 235163 (2020).
10. L. Gioia, Ch. Wang, and A. A. Burkov, Phys. Rev. Research **3**, 043067 (2021).
11. A. A. Vladimirov and D. Diakonov, Phys. Rev. D **86**, 104019 (2012).
12. A. A. Vladimirov and D. Diakonov, Physics of Particles and Nuclei **45**, 800 (2014).
13. Y. N. Obukhov and F. W. Hehl, Phys. Lett. B **713**, 321 (2012).
14. K. Akama, Progress of Theoretical Physics **60**, 1900 (1978).
15. G. E. Volovik, JETP Lett. **90**, 697 (2009).
16. S. Weinberg and J. G. Taylor, Philos. Trans. R. Soc. London A **310**, 249 (1983).
17. M. J. Duff, L. B. Okun, and G. Veneziano, JHEP **0203**, 023 (2002).
18. L. B. Okun, *Cube or hypercube of natural units, in Multiple facets of quantization and supersymmetry, Michael Marinov Memorial Volume*, ed. by M. Olshanetsky and A. Vainshtein, World Scientific, Singapore (2002).
19. L. B. Okun, Physics of Atomic Nuclei **65**, 1370 (2002).
20. G. Gamow, D. Ivanenko, and L. Landau, Physics of Atomic Nuclei **65**, 1373 (2002).
21. F. R. Klinkhamer, Phys. Rev. D **106**, 124015 (2022).
22. S. Carlip, arXiv:2209.14282.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 117

Выпуск 4

25 февраля 2023

*Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ac.ru>

Интернет-версия английского издания
<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>

© Российская академия наук, 2023

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2023

One-to-One correspondence of soft and hard Pomeron with the CDP of the gluon density at low x

G. R. Boroun¹⁾

Department of Physics, Razi University, 67149 Kermanshah, Iran

Submitted 1 December 2022

Resubmitted 21 December 2022

Accepted 3 January 2023

DOI: 10.31857/S1234567823040018, EDN: phaipi

In Figure 1 we compared the behavior of the gluon distribution with respect to the color dipole picture (CDP) asymptotic limit and the parametrization of the proton structure function for $1 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$

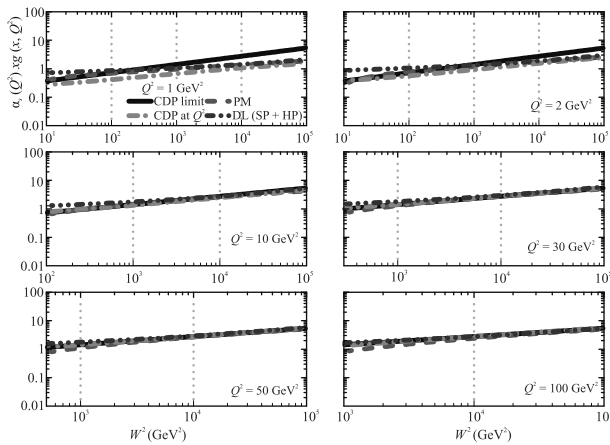


Fig. 1. (Color online) $\alpha_s(Q^2)xg(x, Q^2)$ as a function of W^2 for various values of Q^2 in the CDP asymptotic limit (solid curve), PM (dashed curve) and soft-hard Pomeron model (SP + HP) (dased-dot-dot curve)

in a wide range of W^2 . In this figure we compared the results the Regge behavior with the parametrization model and the CDP predictions. The parametrization model is comparable with the Regge behavior at low and large Q^2 values and it is comparable with CDP at moderate and high Q^2 values. In this figure, the Regge behavior is defined into the soft and hard Pomeron behaviors. The behavior of the two-Pomeron approach converge towards the CDP and parametrization models at $Q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$. Consistency between results for moderate and large Q^2 values shows that two-Pomeron approach leads to the CDP asymptotic limit where it is free of Q^2 parameters. This indicates that the Regge model must have at least two parameters or more to match the models. In [1] two-Pomeron-plus-Reggeon approach fitted to the experimental data

on the deep-inelastic lepton-nucleon scattering at low values of x and consistency with the CDP is introduced in [2–4]. In fact, we have shown that in order to converge the CDP results with the Regge theory, it is necessary to introduce the Regge theory with two-Pomeron approach. In conclusion, we have studied the effects of soft and hard Pomeron (SP, HP) in relation to the CDP and parametrization models (PM). We determined the gluon distribution function (multiplied by $\alpha_s(Q^2)$) from our representation of the photoabsorption cross section in the CDP and compared with the results of the parametrization of the proton structure function and the soft and hard Pomeron in the structure function of the proton. It turned out that the gluon function at order $\alpha_s(Q^2)$ is proportional to the proton structure function at a shifted scale $x \rightarrow \xi_L x$. The parametrization and CDP results have similar behavior at $10 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$. We have found that the Regge like behavior of the proton structure function with a SP and HP and also tensor-Pomeron (TP) approach improve the description of the gluon behavior at $10 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$. The SP and HP results confirm the predictions of the CDP and this is requiring consistency of the CDP and perturbative Quantum Chromodynamics (pQCD) for $Q^2 \gtrsim 10 \text{ GeV}^2$.

This is an excerpt of the article “One-to-One correspondence of soft and hard Pomeron with the CDP of the gluon density at low x ”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364023600015

1. R. G. Roberts, *The structure of the proton: Deep inelastic scattering*, Cambridge University Press, N.Y. (1990).
2. A. D. Martin, R. G. Roberts, and W. J. Stirling, *Phys. Rev. D* **37**, 1161 (1988).
3. A. M. Cooper-Sarkar, G. Ingelman, K. R. Long, R. G. Roberts, and D. H. Saxon, *Z. Phys. C* **39**, 281 (1988).
4. A. M. Cooper-Sarkar and R. C. E. Devenish, *Acta Phys. Pol. B* **34**, 2911 (2003).

¹⁾e-mail: boroun@razi.ac.ir

Мюоны в ШАЛ с $E_0 = 10^{19}$ эВ по данным Якутской установки

А. В. Глушков¹⁾, К. Г. Лебедев, А. В. Сабуров

Институт космофизических исследований и астрономии

Якутского научного центра им. Ю. Г. Шафера Сибирского отделения РАН, 677891 Якутск, Россия

Поступила в редакцию 30 сентября 2022 г.

После переработки 8 января 2023 г.

Принята к публикации 13 января 2023 г.

Исследованы функции пространственного распределения частиц в широких атмосферных ливнях (ШАЛ) на Якутской установке наземными и подземными сцинтилляционными детекторами с порогом $E_\mu \approx 1.0 \times \sec \theta$ ГэВ от космических лучей с энергиями $E_0 \approx 10^{19}$ эВ за период непрерывных наблюдений 1986–2016 гг. Используются данные с зенитными углами $\theta \leq 60^\circ$. Экспериментальные величины сравниваются с расчетными, выполненными по модели развития ШАЛ QGSJET-01-d из пакета программ CORSIKA. Вся совокупность рассмотренных данных указывает на вероятный состав космических лучей, близкий к протонному.

DOI: 10.31857/S123456782304002X, EDN: phpjuh

1. Введение. В последние годы возникла проблема избытка мюонов в некоторых экспериментах по сравнению моделями развития широких атмосферных ливней (ШАЛ) [1]. В решении ее участвуют многие коллаборации. Для сравнения разных данных используется параметр:

$$z = \ln(\rho_\mu^{\text{exp}}/\rho_\mu^p)/\ln(\rho_\mu^{\text{Fe}}/\rho_\mu^p), \quad (1)$$

где ρ_μ^{exp} – плотность мюонов, измеренная на эксперименте; ρ_μ^p и ρ_μ^{Fe} – плотности мюонов, вычисленные в ливнях от первичных протонов (p) и ядер железа (Fe) для конкретных детекторов установок ШАЛ. Совместный анализ данных 8 групп исследователей (EAS-MSU, IceCube Neutrino Observatory, KASCADE-Grande, NEVOD-DECOR, Pierre Auger Observatory, SUGAR, Telescope Array and Yakutsk) показал, что модельные расчеты и измерения мюонов согласуются вплоть до 10^{16} эВ. Однако при дальнейшем увеличении первичной энергии картина меняется. Наблюдается широкий разброс величины z , особенно в сильно наклонных ШАЛ [2] и на больших расстояниях от оси ливня [3]. Плотности мюонов на Якутской установке в ливнях с $E_0 \geq 10^{18}$ эВ и $\langle \cos \theta \rangle = 0.9$ показали на расстоянии от оси 300 м для модели QGSjet-01-d величину $z \approx 0$, а для QGSjet-II-04 и EPOS-LHC – отрицательные значения [1]. В работе [4] исследована доля мюонов на расстояниях 300, 600 и 1000 м в ливнях с $E_0 \approx 10^{17.7 \div 19.5}$ эВ и $\langle \cos \theta \rangle = 0.9$. Было подтверждено согласие с моделью QGSjet-01-d для первичных протонов ($z \approx 0$).

Ниже мы продолжаем исследование доли мюонов в широком интервале зенитных углов ШАЛ с энергией $\approx 10^{19}$ эВ.

2. Пространственное распределение частиц ШАЛ.

2.1. Расчеты средних функций пространственного распределения. В работах [5, 6] были рассчитаны отклики наземных и подземных сцинтилляционных детекторов Якутской установки в ШАЛ от первичных частиц с энергией выше 10^{17} эВ. Для расчетов был взят набор искусственных ливней, сгенерированных с помощью кода CORSIKA-7.3700 [7] с использованием моделей QGSJet-01-d [8] и QGSJet-II 04 [9]. В качестве генератора адронных взаимодействий при энергиях ниже 80 ГэВ был выбран пакет FLUKA2011 [10]. Ливни разыгрывались с энергиями в диапазоне $10^{17}–10^{19.5}$ эВ с логарифмическим шагом $\Delta \log_{10}(E_0) = 0.5$ в диапазоне зенитных углов $0^\circ–60^\circ$. В расчетах был задействован механизм статистического прореживания [11] со степенью $E_{\text{thin}} = (10^{-6}–10^{-5})$ и ограничением по весу для всех компонент $w_{\text{max}} = E_0 \cdot E_{\text{thin}}$. Для каждого набора входных параметров (E_0, θ) было сгенерировано от 200 до 500 событий, на основе статистики которых строились функции пространственного распределения (ФПР) отклика детекторов с радиальным логарифмическим разбиением по расстоянию от оси с шагом $\Delta \log_{10}(R) = 0.04$. На рисунке 1 в качестве примера показаны расчеты откликов ФПР, измеряемые наземными (all) и подземными (muons) сцинтилляционными детекторами Якутской установки от разных первичных частиц. На рисунке 2 изображены

¹⁾e-mail: glushkov@ikfia.ysn.ru

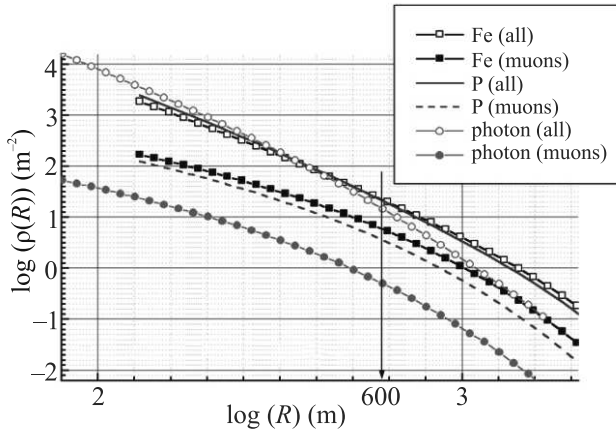


Рис. 1. (Цветной онлайн) ФПР откликов наземных и подземных сцинтилляционных детекторов с порогом $E_\mu \approx 1.0 \times \sec \theta$ ГэВ от разных первичных частиц с энергией $E_0 \approx 10^{19}$ эВ в ШАЛ с $\cos \theta = 0.90$, вычисленные по модели QGSjet-01-d [6]

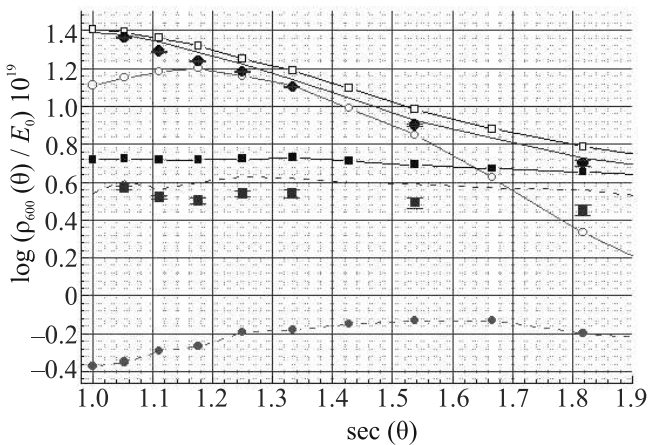


Рис. 2. (Цветной онлайн) Зенитно-угловые зависимости откликов наземных и подземных сцинтилляционных детекторов от разных первичных частиц с энергией $E_0 \approx 10^{19}$ эВ на расстоянии от оси ливня 600 м, вычисленные по модели QGSjet-01-d [6] (обозначения на рис. 1). Темные кружки и квадраты – экспериментальные данные (см. ниже)

отклики частиц ШАЛ с $E_0 = 10^{19}$ эВ на расстояниях от оси ливня 600 м в событиях с разными зенитными углами. Все плотности приведены к $E_0 = 10^{19}$ путем их умножения на нормировочные коэффициенты $10^{19}/\langle E_0 \rangle$.

2.2. *Отбор и обработка ливней.* Были рассмотрены средние плотности всех частиц ШАЛ $\langle \rho_s(\theta) \rangle$ и мюонов $\langle \rho_\mu(\theta) \rangle$ с пороговой энергией $E_\mu \approx 1.0 \sec \theta$ ГэВ, измеренные на расстояниях от оси 600 м в ливнях со средними зенитными углами $\langle \cos \theta \rangle = 0.95, 0.90, 0.85, 0.80, 0.75, 0.65$ и

0.55. Экспериментальные ФПР обеих компонент строились в интервалах $\Delta \cos \theta = 0.1$, с шагом по энергии $\Delta \log_{10} E_0 = 0.2$. Оси ливней отбирались в центральном круге установки с радиусом 1 км и были найдены с точностью не хуже 50 м. Точность определения $\rho_{s,600}(\theta)$ в индивидуальных ШАЛ была не хуже 10%. Первичная энергия ливней находилась из соотношений [12]:

$$E_0 = (3.76 \pm 0.3) \times 10^{17} (\rho_{s,600}(0^\circ))^{1.02 \pm 0.02} [\text{эВ}], \quad (2)$$

$$\rho_{s,600}(0^\circ) = \rho_{s,600}(\theta) \exp((\sec \theta - 1) \times 1020/\lambda) [\text{м}^{-2}], \quad (3)$$

с пробегом поглощения λ , показанным на рис. 3; $\rho_{s,600}(\theta)$ – экспериментально измеренная плотность.

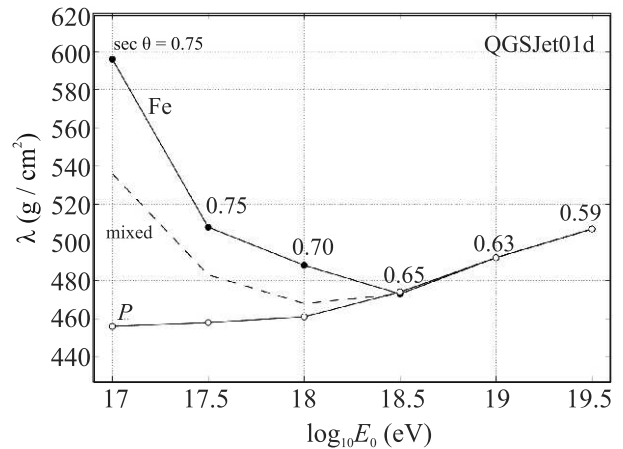


Рис. 3. Значения пробегов поглощения в (3) при пересчете $\rho_{s,600}(\theta)$ от наклонных к вертикальным ливням по модели QGSjet-01-d для первичных протонов (P), смешанного состава и ядер железа (Fe) в зависимости от E_0 . Цифры – предельно допустимые значения $\cos \theta$ [12]

Смешанный состав брался из эксперимента [12]. Соотношение (2) однозначно связывает $\rho_{s,600}(0^\circ)$ и E_0 при любом составе первичных частиц благодаря тому, что при $R \approx 600$ м ФПР всех каскадных частиц ШАЛ пересекаются между собой. В случае с первичными фотонами все три ФПР пересекаются при $R \approx 450$ м (рис. 1). При построении ФПР плотности частиц в отдельных ливнях умножались на нормировочный коэффициент $\langle E_0 \rangle / E_0$ ($\langle E_0 \rangle$ – средняя энергия в группе) и усреднялись между собой в интервалах $\log_{10}(R_i), \log_{10}(R_i) + 0.04$. Средние плотности частиц в этих интервалах находились по формуле

$$\langle \rho_s(R_i) \rangle = \left(\sum_{k=1}^N \rho_k(R_i) \right) / N, \quad (4)$$

где N – число показаний детекторов на расстояниях от оси. Полученные таким образом средние ФПР аппроксимировались функцией:

$$\rho_s(R, \theta) = \rho_{s,600}(\theta)(600/R)^2(608/(R+8))^{b_s-2} \times ((600+R_1)/(R+R_1))^{10}, \quad (5)$$

где $R_1 = 10^4$ м. Величины $\rho_{s,600}(\theta)$ и b_s были свободными параметрами, которые находились методом наименьших квадратов с помощью χ^2 -минимизации.

ФПР мюонов строились аналогичным образом. Средние плотности находились по формуле

$$\langle \rho_\mu \rangle(R_i) = \left(\sum_{n=1}^{n_1} \rho_n(R_i) \right) / (N_1 + N_0), \quad (6)$$

где N_1 и N_0 – число ненулевых и нулевых показаний мюонных детекторов на расстояниях от оси в интервалах $(\log_{10}(R_i), \log_{10}(R_i) + 0.04)$. Нулевые показания N_0 относятся к случаям, когда детекторы не зарегистрировали ни одного мюона, но находились в режиме ожидания. ФПР аппроксимировались функцией

$$\rho_\mu(R, \theta) = \rho_{\mu,600}(\theta)(600/R)^{0.75}(880/(R+280))^{b_\mu-0.75} \times ((600+R_1)/(R+R_1))^{6.5}, \quad (7)$$

где $R_1 = 2000$ м. Наиболее подходящие значения b_μ и $\rho_{\mu,600}(\theta)$ в (7) находились методом наименьших квадратов с помощью χ^2 -минимизации.

3. Полученные результаты и обсуждения.

На рисунке 4 в качестве примера показана одна из средних ФПР мюонов, полученная на эксперименте. Ее плотность при $R = 600$ м, нормированная на среднюю первичную энергию ШАЛ, равна $\log_{10}(\rho_{\mu,600}(37^\circ) \times 10^{19}/\langle E_0 \rangle) = 0.538 \pm 0.017$. Остальные экспериментальные данные получены аналогично.

На рисунке 2 видно, что измеренные наземными и подземными детекторами отклики частиц ШАЛ оказались меньше ожидаемых от первичных протонов, а плотности мюонов – существенно меньше. Такой результат возможен в силу разных причин. Одна из них может быть связана с оценкой энергии на эксперименте. Первый множитель в формуле (2) отражает систематическую ошибку 8% из-за неопределенности самого метода калибровки Якутской установки [12]. Формула (3) добавляет еще от 0 до 15% из-за зенитно-угловой неопределенности пересчета $\rho_{s,600}(\theta)$ к вертикали. Это связано с некоторой зависимостью параметра λ в формуле (3) от атомного номера ядра (см., например, рис. 2), а также от модели развития ШАЛ. Априори ни то, ни другое заранее не известны.

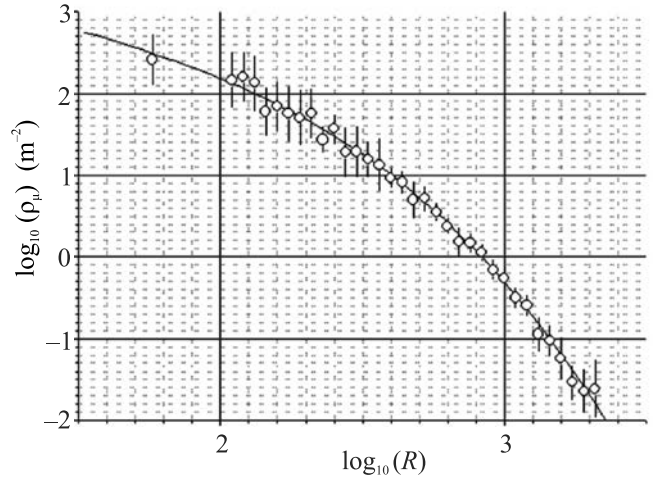


Рис. 4. (Цветной онлайн) Средняя ФПР мюонов с $\langle E_0 \rangle = 8.93 \times 10^{18}$ эВ и $\langle \cos \theta \rangle \approx 0.8$. Линия – аппроксимация (7) с параметрами $\langle b_\mu \rangle = 2.140 \pm 0.027$ и $\langle \log_{10}(\rho_{\mu,600}) \rangle = 0.488 \pm 0.02$. Критерий согласия обработки $\chi^2 = 25.1$ для всех точек

Чтобы понять полученный выше результат, допустим, что энергия в ливнях завышена на величину разногласия между теорией и экспериментом для наземных детекторов, т.е. на $\approx 10\%$. Если ее уменьшить на эту величину, на рис. 2 будет согласие всех измеренных наземными детекторами плотностей (темные кружки) с расчетными. Плотности мюонов на рис. 2 из-за перенормировки энергии тоже поднимутся вверх на $\approx 10\%$. При этом первые две из них (с $\sec \theta \approx 1.05$ и 1.11) согласуются с расчетами по модели QGSjet-01-d. Остальные останутся на $\approx 10\%$ меньше, чем ожидается теоретически. Применение соотношения (1) к экспериментальным данным на рис. 2 дает результаты, показанные в табл. 1. Ошибки суммируют как статистику ливней при построении средних ФПР, так и все другие ошибки обработки индивидуальных событий (направления прихода, координат оси и энергию ШАЛ). Их трудно разделить между собой, да и в этом нет необходимости. Они аккумулируются в средних величинах $\langle \rho_{s,600}(\theta) \rangle$ и $\langle \rho_{\mu,600}(\theta) \rangle$ (см., например, рис. 3). Первые два столбца в табл. 1 согласуются с нашими оценками в обзоре [1]. Остальные в логике этого параметра утрачивают физический смысл. Объяснить их какими-либо методическими искажениями в эксперименте не удастся.

Таблица 1. z-фактор (1) в группах ливней с разными зенитными углами

sec θ	1.052	1.111	1.176	1.250	1.333	1.538	1.818
z	0.0	0.0	-0.4	-0.7	-0.7	-0.7	-0.7
$\pm \Delta z$	0.10	0.10	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3

Мы наблюдаем еще одну мюонную загадку в наклонных ливнях с энергией $\approx 10^{19}$ эВ, но с противоположным отмеченному вначале эффектом: а именно, недостаток плотности измеренных мюонов по сравнению с моделями QGSjet-01-d и QGSjet-II-04 для первичных протонов. Все выше сказанные рассуждения о гипотетическом сдвиге энергии на 10% связаны только с неопределенностью первого сомножителя в формуле (2), который обусловлен методикой абсолютной калибровки энергии первичных частиц на Якутской установке [12]. Мы допускаем возможность дальнейшего уточнения в этом вопросе по мере развития эксперимента.

На первый взгляд, полученные выше результаты критичны к ошибке определения первичной энергии на эксперименте, но это не совсем так. Если средние ФПР обеих рассмотренных компонент ШАЛ строятся из одной исходной выборки ливней с энергией $\langle E_0 \rangle$, то доля мюонов $p(600 = \langle \rho_{\mu,600} \rangle / \langle \rho_s,600 \rangle = (\langle \rho_{\mu,600} \rangle / \langle E_0 \rangle) / (\langle \rho_s,600 \rangle / \langle E_0 \rangle)$ в этой выборке практически не зависит от самой энергии. Она показана на рис. 5 и получена из данных рис. 2. Здесь прямо

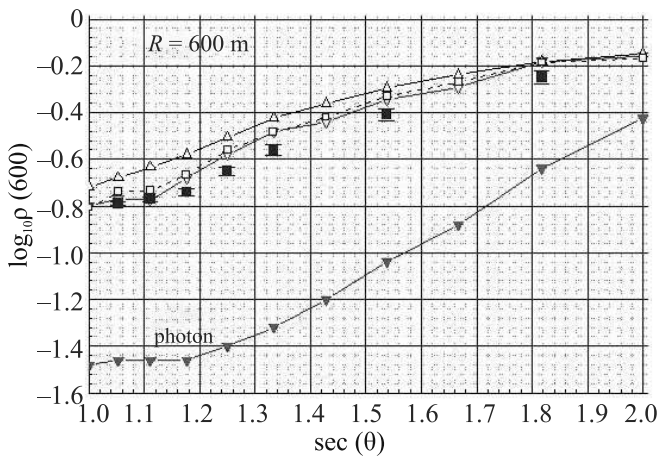


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зенитно-угловые зависимости доли мюонов $\langle \log_{10}(\rho_{\mu,600}/\rho_{s,600}) \rangle$ в ШАЛ с $E_0 = 10^{19}$ эВ на расстоянии от оси ливня 600 м от первичных протонов (светлые треугольники вниз) и ядер железа (светлые треугольники вверх), вычисленные по модели QGSjet-01-d, а также QGSjet-II-04 для протонов (светлые квадраты) [6]. Темные квадраты – экспериментальные данные

наблюдается недостаток измеренной плотности мюонов по сравнению с ожидаемой в моделях QGSjet-01-d и QGSjet-II-04 для первичных протонов. Решить эту проблему, на наш взгляд, можно, если допустить возможным наличие в КЛ некоторой доли первичных фотонов, мюонов от которых почти на порядок меньше (рис. 2 и рис. 3). Имеются разные оценки

верхнего предела доли фотонов в составе КЛ с рассмотренной энергией [13–15]. По данным Якутской установки [13] она может достигать 10%. В работе [15] среди 33 ливней с энергией выше $2 \cdot 10^{19}$ эВ имеются два безмюонных события с зенитными углами 18° и 42° (доля 6%). Наши расчеты показали, что в случае двухкомпонентного состава первичных частиц из ядер атомов (A) и фотонов (γ) долю каждой из них можно оценить из соотношения:

$$W_A = \log_{10}(P_{\text{exp}}(\theta)/P_\gamma(\theta)) / \log_{10}(P_A(\theta)/P_\gamma(\theta)), \quad (8)$$

$$W_\gamma = 1 - W_A, \quad (9)$$

где W_A и W_γ – доли ядер и первичных фотонов в общем потоке КЛ. Полученные результаты приведены в табл. 2, где показаны лишь статистические ошибки, вытекающие из анализа средних ФПР целиком. Первые четыре столбца относятся к паре протон–фотон. Видно, что в этих группах с $\sec \theta = 1.053$ и 1.111 средняя доля протонов равна 0.99 ± 0.01 и отличается от остальных пяти, где ее средняя величина равна 0.91 ± 0.03 . В таблице 2 также показаны аналогичные результаты для гипотетической пары ядро железа–фотон. Согласие с экспериментом в этом случае возможно, если доля ПФ будет $\approx 16\%$. В настоящее время этот вариант представляется мало вероятным.

4. Заключение. Результаты совместного анализа зенитно-угловых зависимостей плотностей $\langle \rho_\mu(600, \theta) \rangle$ и $\langle \rho_s(600, \theta) \rangle$ в событиях с $E_0 \approx 10^{19}$ эВ и с общей выборкой ливней при построении обеих средних ФПР (рис. 2) допускают возможную переоценку энергии по формуле (2) в сторону ее уменьшения на $\approx 10\%$. Это предположение нуждается в дополнительном всестороннем исследовании. Доля мюонов $\rho_{\mu,600}/\rho_{s,600}$ на рис. 5 в ливнях с зенитными углами $\theta \leq 38^\circ$ указывает на то, что состав КЛ в этой области энергий, вероятно, близок к протонному. Об этом мы неоднократно говорили ранее [4, 16–19], где отмечали согласие экспериментальных данных Якутской установки с моделями QGSjet-01-d и QGSjet-II-04. В более наклонных ШАЛ наблюдается некоторый недостаток мюонов. У таких ливней z -фактор (1) становится меньше нуля и утрачивает физический смысл (табл. 1). Эта трудность, на наш взгляд, не связана с ошибкой оценки первичной энергии ШАЛ на эксперименте, хотя полностью исключить ее в сильно наклонных событиях пока нельзя. Здесь требуется более детальный анализ. Если все же попытаться интерпретировать полученные результаты, то это можно сделать, допустив возможным присутствие в составе КЛ (6–9)% первичных фотонов. Мы планируем

Таблица 2. Доли протонов (или ядер железа) в паре с первичными фотонами в общем потоке КЛ в ливнях с разными зенитными углами

$\sec \theta$	W_p	$\pm \Delta W_p$	W_γ	$\pm W d_\gamma$	W_{Fe}	$\pm \Delta W_{\text{Fe}}$	W_γ	$\pm W d_\gamma$
1.053	0.98	0.02	0.02	0.02	0.85	0.02	0.15	0.02
1.111	1.00	0.02	0.00	0.02	0.83	0.02	0.17	0.02
1.176	0.95	0.03	0.05	0.03	0.82	0.03	0.18	0.03
1.250	0.92	0.03	0.08	0.03	0.84	0.03	0.16	0.03
1.333	0.91	0.03	0.09	0.03	0.85	0.03	0.15	0.03
1.538	0.91	0.04	0.09	0.04	0.84	0.04	0.16	0.04
1.818	0.87	0.05	0.13	0.05	0.87	0.05	0.13	0.05
среднее	0.93	0.03	0.07	0.03	0.84	0.03	0.16	0.03

продолжить исследования в этом направлении дальше.

1. H. P. Dembinski, J. C. Arteaga-Velázquez, L. Cazon et al. (Collaboration), arXiv: 1902.08124 v1 [astro-ph.HE] 21 Feb 2019.
2. A. Aab et al. (Pierre Auger Collaboration), Phys. Rev. Lett. **117**, 192001 (2016).
3. R. U. Abbasi et al. (Telescope Array Collaboration), Phys. Rev. D **98**, 022002 (2018).
4. А. В. Глушков, К. Г. Лебедев, А. В. Сабуров, Изв. РАН, сер. физ. (2022), в печати; arXiv:2301.12268 v1 [astro-ph.HE] 28 Jan 2023.
5. A. V. Glushkov, M. I. Pravdin, and A. Sabourov, Phys. Rev. D **90**, 012005 (2014).
6. А. В. Сабуров, Пространственное распределение частиц ШАЛ с энергией выше 10^{17} эВ по данным Якутской установки. Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. ИЯИ РАН, М. (2018), 146 с.
7. D. Heck, J. Knapp, J. N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thoun, CORSIKA: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Showers. Forshungszentrum Karlsruhe, **FZKA 6019**, 90 (1988).
8. N. N. Kalmykov, S. S. Ostapchenko, and A. I. Pavlov, Nucl. Phys. B Proc. Suppl. **52**, 17 (1997).
9. S. Ostapchenko, Phys. Rev. D **83**, 014018 (2011).
10. A. Ferrari, P. R. Sala, A. Fassó, and J. Ranft, *FLUKA: A multi-particle transport code*, CERN, Geneva (2005), 405 p.
11. W. R. Nelson, H. Hirayama, and D. W. O. Rogers, *The EGS4 code system (Report SLAC-R-265)*, SLAC, Stanford (1985), 398 p.
12. А. В. Глушков, М. И. Правдин, А. В. Сабуров, ЯФ **81**, 535 (2018) [A. V. Glushkov, M. I. Pravdin, and A. V. Saburov, Phys. of Atomic Nuclei **81**, 575 (2018)]; doi: 10.1134/S0044002718040049.
13. A. V. Glushkov, I. T. Makarov, M. I. Pravdin et al. (Collaboration), arXiv: 0907.0374 v1 [astro-ph.HE] 2 Jul 2009.
14. R. U. Abbasi et al. (Telescope Array Collaboration), Astropart. Phys. **110**, 8 (2019).
15. A. V. Glushkov, I. T. Makarov, M. I. Pravdin, I. E. Sleptsov, D. S. Gorbunov, G. I. Rubtsov, and S. V. Troitsky, Pis'ma v ZhETF **87**(4), 220 (2008).
16. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **100**, 793 (2014).
17. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, ЖЭТФ **146**, 968 (2014).
18. А. В. Глушков, М. И. Правдин, А. В. Сабуров, Письма в АЖ **44**, 643 (2018); doi:10.1134/S0320010818100029.
19. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **109**, 579 (2019).

Излучение Смита–Парселла, управляемое полем стоячей лазерной волны

А. А. Тищенко¹⁾

Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, 115409 Москва, Россия

Международная научно-образовательная лаборатория радиационной физики,
Национальный исследовательский университет “БелГУ”, 308034 Белгород, Россия

Поступила в редакцию 22 декабря 2022 г.

После переработки 27 декабря 2022 г.

Принята к публикации 28 декабря 2022 г.

Излучение Смита–Парселла (ИСП) хорошо известно как источник квазимонохроматического электромагнитного излучения, возникающего при движении быстрых электронов над дифракционной решеткой. В настоящей работе рассчитана генерация излучения Смита–Парселла от плоской поверхности, вдоль которой присутствует поле стоячей лазерной волны. Периодически изменяющееся поле лазера индуцирует периодическую неоднородность распределения электронов в приповерхностном слое; эта периодичность, являясь аналогом дифракционной решетки, приводит к возможности генерации излучения Смита–Парселла. Показано, что свойства излучения Смита–Парселла от такой необычной “световой” решетки также необычны: дисперсионное соотношение, в отличие от стандартного для ИСП, не содержит порядков дифракции, так что все излучение сосредоточено в одном пике. Рассчитанный эффект позволяет управлять частотой или углом излучения, меняя частоту лазера, и может представлять интерес для разработки новых компактных источников излучения с перестраиваемыми характеристиками и для невозмущающей диагностики релятивистских электронных пучков.

DOI: 10.31857/S1234567823040031, EDN: phxemp

1. Введение. Излучение Смита–Парселла (ИСП) возбуждается при пролете заряженных частиц вблизи мишени, которая имеет периодичность в направлении движения заряда. ИСП было экспериментально зарегистрировано в 1953 г. [1] американскими учеными Смитом и Парселлом, и носит их имя; однако, еще в 1942 г. оно было теоретически предсказано И. М. Франком [2]. Позже ИСП было детально изучено теоретически и экспериментально для дифракционных решеток разных профилей и из разных материалов [3–5], легло в основу мощных источников излучения – оротронов (или ГДИ – генератор дифракционного излучения, пользуясь терминологией академика В. П. Шестопалова [6], который посвятил разработке этого прибора значительное время, добившись его практической реализации). Еще позже, в конце 20-го – начале 21-го века, ИСП начали исследовать как основу для невозмущающей диагностики релятивистских электронных пучков [7–12]: действительно, поскольку для генерации ИСП достаточно лишь пролета пучка рядом с решеткой, прямого рассеяния электронов в материале мишени не происходит, и

единственное, что может возмущать характеристики электронного пучка, это импульс отдачи, которым на практике в относительно мягком спектральном диапазоне чаще всего пренебрегают. В последние годы ИСП очень активно исследуется как источник излучения от более экзотических структур: наноплазмонных кристаллов [13–17], фотонных кристаллов [18–23], метаповерхностей [24–28], ИСП от закрученных электронов [29–31], ИСП вблизи связанных состояний в континууме [32] и др.

На практике для генерации ИСП используются разные типы решеток: синусоидальные, стриповые, эшелетт и т.п., которые объединяет наличие периодически повторяющихся выступов – элементов решетки. Период решетки d определяет главные характеристики ИСП, связывая длину волны λ и угол излучения θ при заданной скорости электрона $v = \beta c$:

$$\lambda s = d(\beta^{-1} - \cos \theta), \quad (1)$$

где s – целое число ($s > 0$).

С квантовой точки зрения, однако, для генерации излучения свободным электроном необходима передача импульса вдоль траектории электрона неоднородной структуре [33]. Периодически-неровные поверхности реализуют лишь один из частных случа-

¹⁾e-mail: tishchenko@mephi.ru

ев решетки. Между тем, периодически-неоднородные оптические свойства могут быть созданы полем лазера, которое сохранит поверхность ровной, но создаст оптическую неоднородность свойств поверхности. Подстройка частоты лазера позволит управлять периодом решетки, а тем самым и характеристиками излучения.

Ниже мы рассмотрим генерацию излучения при пролете релятивистских электронов над ровной поверхностью, вдоль которой сформировано поле стоячей лазерной волны, см. рис. 1.

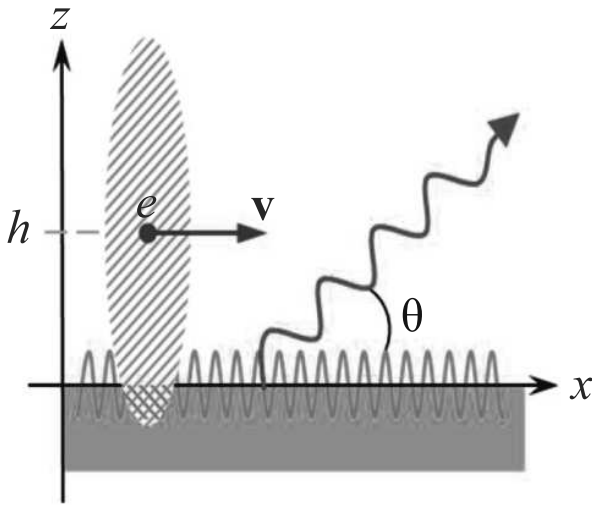


Рис. 1. (Цветной онлайн) Электрон с зарядом e (фиолетовым) летит на расстоянии h вдоль ровной поверхности полубесконечной среды (зеленым) и генерирует ИСП (голубым) от оптической периодической неоднородности, индуцированной полем стоячей лазерной волны (оранжевым)

2. Плотность тока и излучение. Рассмотрим материал с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0(\omega)$, находящийся во внешнем поле стоячей лазерной волны

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{E}_L(\omega) \cos(k_0 x), \quad (2)$$

где $k_0 = \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}(\omega_0/c)$ – волновое число, характеризующее период стоячей волны.

Для изотропного материала дополнительное слабое в диэлектрической проницаемости, возникающее ввиду дополнительной поляризации вещества внешним полем, может быть только квадратичным по полю, поскольку не существует никакого постоянного вектора, с помощью которого можно было бы составить линейный по полю тензор второго ранга [34] (эффект Керра):

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega)\delta_{ij} + \chi E_{Li}(\mathbf{r}, \omega)E_{Lj}(\mathbf{r}, \omega), \quad (3)$$

где χ – некоторый коэффициент, характеризующий способность среды поляризоваться под действием внешнего поля \mathbf{E}_L . Пренебрегая влиянием анизотропии свойств приповерхностного слоя, можем записать диэлектрическую проницаемость среды в виде

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \chi |\mathbf{E}_L(\mathbf{r}, \omega)|^2, \quad (4)$$

Таким образом, с учетом известной связи

$$\varepsilon(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma(\mathbf{r}, \omega), \quad (5)$$

можно видеть, что стоячая волна лазера, направленного вдоль поверхности, создает в приповерхностном слое периодически-модулированные оптические свойства, описываемые функцией $\sigma(\mathbf{r}, \omega)$, которая из сравнения формул (4) и (5) имеет вид

$$\sigma(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \chi |\mathbf{E}_L(\omega)|^2 \cos^2(k_0 x). \quad (6)$$

Вводя обозначение $I_L = |\mathbf{E}_L(\omega)|^2$, получаем, что под действием внешнего поля свободных электронов $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega)$, пролетающих над такой поверхностью на расстоянии h , возникает плотность тока

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \chi I_L \cos^2(k_0 x) \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, \omega). \quad (7)$$

Считая этот приповерхностный слой с индуцированной в нем периодической неоднородностью тонким, рассчитаем характеристики излучения в вакууме. В домене (\mathbf{q}, ω) фурье-образ уравнений Максвелла является алгебраическим, что позволяет получить уравнение, связывающее компоненты фурье-образов поля $\mathbf{E}(\mathbf{q}, \omega)$ и $\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega)$:

$$A_{ij} E_j(\mathbf{q}, \omega) = -\frac{4\pi i \omega}{c^2} j_i(\mathbf{q}, \omega), \quad (8)$$

где $A_{ij} = q_i q_j - (q^2 - \omega^2/c^2)\delta_{ij}$. Обратный тензор должен иметь ту же тензорную структуру, что и прямой, т.е. иметь вид $A_{ij}^{-1} = a q_i q_j + b \delta_{ij}$. Неизвестные коэффициенты a и b можно найти, используя условие $A_{ij}^{-1} A_{js} = \delta_{is}$, так что в домене (\mathbf{r}, ω) фурье-образ поля принимает вид

$$E_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} \int d^3 q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \frac{k^2 \delta_{ij} - q_i q_j}{q^2 - k^2} j_j(\mathbf{q}, \omega), \quad (9)$$

где обозначено $k = \omega/c$. Для вычисления поля излучения удобно воспользоваться известной асимптотикой

$$\int d^3 q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \frac{f(\mathbf{q})}{q^2 - k^2 - i0} \xrightarrow{kr \gg 1} 2\pi^2 \frac{e^{ikr}}{r} f(\mathbf{k}), \quad (10)$$

где $\mathbf{k} = k\mathbf{r}/r$. Тогда распределение по углам и частотам энергии, излученной зарядом e , есть

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{c} \frac{\chi^2 I_L^2}{\omega^2 4\pi^4} |\mathbf{k} \times \boldsymbol{\xi}|^2, \quad (11)$$

где

$$\boldsymbol{\xi} = \int d^3r e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \cos^2(k_0 x) \times \\ \times \int d^3q e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} e^{-iq_z h} \frac{k^2 \mathbf{v} - \omega \mathbf{q}}{q^2 - k^2} \delta(\omega - \mathbf{q}\mathbf{v}). \quad (12)$$

Пусть свободный электрон движется вдоль оси x . Вычисление интегралов в формуле (12) дает

$$\frac{d^2W(\mathbf{n}, \omega)}{d\Omega d\omega} = \frac{e^2}{c} \chi^2 I_L^2 \frac{\pi}{8} \frac{T}{(1 - \beta n_x)^2} e^{-h\rho} \times \\ \times \frac{|\mathbf{k} \times (\mathbf{b} - i\omega\rho\mathbf{e}_z)|^2}{\omega^2 \rho^2 (\rho^2 + k_z^2)} \delta\left(\omega - \frac{2\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}}{\beta^{-1} - n_x}\right), \quad (13)$$

где γ – Лоренц-фактор электрона, \mathbf{n} – единичный вектор в направлении излучения,

$$\mathbf{b} = \frac{\omega^2}{v\gamma^2} \mathbf{e}_x + \omega k_y \mathbf{e}_y, \quad (14) \\ \rho = \frac{\omega}{c\beta\gamma} \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 n_y^2}.$$

При получении формулы (13) учтено, что излучения Вавилова–Черенкова в вакууме нет и частота положительна; также, мы воспользовались известным представлением квадрата дельта-функции через произведение дельта-функции на время процесса излучения T , как в задаче Тамма о черенковском излучении при конечном времени пролета.

3. Анализ. Выражение (13) пропорционально характерной экспоненте $e^{-h\rho}$, стандартной для любой разновидности дифракционного излучения или ИСП. Квадратичная зависимость от интенсивности лазерного поля I_L^2 также ожидаема: это характерная черта для изотропных материалов, оптические свойства которых, индуцированные внешним полем, характеризуются квадратичной зависимостью $|\mathbf{E}_L|^2$ по амплитуде поля в соответствии с законом Керра; наличие квадратичной зависимости уже в плотности индуцированного тока (см. формулу (7)), приводит в формуле (13) к квадратичной зависимости интенсивности излучения от интенсивности поля лазерной волны. Также, ожидаемой является линейная зависимость от времени пролета электрона T над областью поверхности, где существует стоячая волна – это характерная черта для всех типов излучения, генерируемых с единицы длины пути (излучение Вавилова–Черенкова, ИСП и др.).

Необычным в выражении (13) является аргумент дельта-функции, связывающий частоту излучения с углом и периодом решетки:

$$\omega = \frac{2\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)}}{\beta^{-1} - n_x}. \quad (15)$$

Наличие двойки в знаменателе правой части определяется квадратичностью зависимости от амплитуды внешнего поля в законе Керра; аналогично возникает и генерация второй гармоники в нелинейной оптике. Перепишем (15) в виде

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2} (\beta^{-1} - \cos\theta). \quad (16)$$

Величина $\lambda_0 = 2\pi c / (\omega_0 \sqrt{\varepsilon(\omega_0)})$ определяет период стоячей волны в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega_0)$. Формула (16) отличается от (1) прежде всего отсутствием дифракционных порядков. Это фундаментальное различие является следствием того, что поверхность ровная. В работе [12] показано, что наличие дифракционных порядков сохраняется в дисперсионном соотношении для любого профиля периодически-неровной поверхности.

Другой интересной чертой выражения (16) является зависимость минимальной длины волны $\lambda_{\min} = \lambda_0 / (4\gamma^2)$ от Лоренц-фактора: эта зависимость является отличительной чертой обратного томсоновского (или, в квантовом режиме, комптоновского) рассеяния. Физически это может быть объяснено тем, что плотность динамической поляризации вещества, являющаяся источником излучения, создается (Лоренц-деформированным) кулоновским полем быстрого электрона (см. пересечение серого и оранжевого на рис. 1). В случае релятивистской скорости электрона эта область с релятивистской же скоростью перемещается и взаимодействует с полем (стоячей) лазерной волны, а в этой постановке задача имеет характерные черты задачи об обратном томсоновском/комптоновском рассеянии фотонов на релятивистских электронах.

Отметим, что использование лазера в подобных задачах не является чем-то экзотическим. К примеру, в хорошо разработанном и применяемом на практике методе электрооптической диагностики (*electro-optic sampling*), имеющем очень широкое применение [35, 36], и в том числе и для диагностики электронных пучков [37], поле электронов пучка возмущает электронную плотность в приповерхностном слое, меняя тем самым его оптические свойства, что регистрируется лазерным лучом, направленным вдоль поверхности. Предсказанный в настоящей работе эффект может быть использован при разработке невоз-

мущающих схем диагностики релятивистских электронных пучков, как самостоятельный, так и для модификации электрооптической схемы; в этом плане, резкая квадратичная зависимость интенсивности излучения по формуле (13) от интенсивности лазерной волны может быть особенно привлекательна с экспериментальной точки зрения.

Полученный нами результат означает, что в отличие от стандартного ИСП от периодически-неровных решеток, в исследованном нами типе излучения не содержится дифракционных порядков, “уводящих” излучение с фиксированной длиной волны в другие углы. В нашем случае все излучение на одной частоте сосредоточено в одном пике. Данный эффект позволяет управлять частотой или углом излучения, меняя частоту лазера, и может лечь в основу новых компактных источников излучения с перестраиваемыми характеристиками.

Автор благодарен А. М. Фещенко за полезные обсуждения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, проект # FZWG-2020-0032 (2019-1569) (части 1, 2) в конкурсной части госзадания по созданию и развитию лабораторий, и, частично, договор # 075-15-2021-1361 от 07.10.2021 (часть 3).

1. S. J. Smith and E. M. Purcell, *Phys. Rev.* **92**, 1069 (1953).
2. И. М. Франк, *Известия АН СССР, сер. Физ.* **6**, 3 (1942).
3. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, *УФН* **88**, 209-251 (1966) [B. M. Bolotovskii and G. V. Voskresenskii, *Sov. Phys. Usp.* **9**, 73 (1966)].
4. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, *УФН* **94**, 378 (1968) [B. M. Bolotovskii and G. V. Voskresenskii, *Sov. Phys. Usp.* **11**, 143 (1968)].
5. S. J. Glass and H. Mendlowitz, *Phys. Rev.* **174**, 57 (1968).
6. V. P. Shestopalov, *The Smith-Purcell Effect*, Nova Science Publishers, Commack, NY (1998).
7. G. Doucas, J. H. Mulvey, M. Omori, J. Walsh, and M. F. Kimmitt, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1761 (1992).
8. P. Rullhusen, X. Artru, and P. Dhez, *Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons*, World Scientific, Singapore (1998).
9. A. P. Potylitsyn, *Phys. Lett. A* **238**, 112 (1998).
10. Y. Shibata, S. Hasebe, K. Ishi, S. Ono, M. Ikezawa, T. Nakazato, M. Oyamada, S. Urasawa, T. Takahashi, T. Matsuyama, K. Kobayashi, and Y. Fujita, *Phys. Rev. E* **57**, 1061 (1998).
11. G. Kube, H. Backe, H. Euteneuer, A. Grendel, F. Hagenbuck, H. Hartmann, K. H. Kaiser, W. Lauth, H. Schope, G. Wagner, Th. Walcher, and M. Kretzschmar, *Phys. Rev. E* **65**, 056501 (2002).
12. М. И. Рязанов, М. Н. Стриханов, А. А. Тищенко, *ЖЭТФ* **126**, 349 (2004) [M. I. Ryazanov, M. N. Strikhanov, and A. A. Tishchenko, *JETP* **99**, 311 (2004)].
13. I. Kammer, S. E. Kooi, R. Shiloh, B. Zhen, Y. Shen, J. J. López, R. Remez, S. A. Skirlo, Y. Yang, J. D. Joannopoulos, A. Arie, and M. Soljačić, *Phys. Rev. X* **7**, 011003 (2017).
14. C. Roques-Carmes, S. E. Kooi, Y. Yang, A. Massuda, P. D. Keathley, A. Zaidi, Y. Yang, J. D. Joannopoulos, K. K. Berggren, I. Kammer, and M. Soljačić, *Nat. Commun.* **10**, 3176 (2019).
15. F. J. García de Abajo, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 209 (2010).
16. N. Rivera and I. Kammer, *Nat. Rev. Phys.* **2**, 538 (2020).
17. A. A. Tishchenko and D. Yu. Sergeeva, *Phys. Rev. B* **100**, 235421 (2019).
18. T. Ochiai and K. Ohtaka, *Opt. Express* **13**, 7683 (2005).
19. N. Horiuchi, T. Ochiai, J. Inoue, Y. Segawa, Y. Shibata, K. Ishi, Y. Kondo, M. Kanbe, H. Miyazaki, F. Hinode, S. Yamaguti, and K. Ohtaka, *Phys. Rev. E* **74**, 056601 (2006).
20. D. Yu. Sergeeva, A. A. Tishchenko, and M. N. Strikhanov, *Nucl. Instrum. Methods B* **402**, 206 (2017).
21. D. I. Garaev, D. Yu. Sergeeva, and A. A. Tishchenko, *Phys. Rev. B* **103**, 075403 (2021).
22. А. А. Тищенко, Д. Ю. Сергеева, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 762 (2022) [D. Yu. Sergeeva and A. A. Tishchenko, *JETP Lett.* **115**(12), 713 (2022)].
23. D. Yu. Sergeeva, D. I. Garaev, and A. A. Tishchenko, *JOSA B* **39**, 3275 (2022).
24. Y. Yang, A. Massuda, C. Roques-Carmes, S. E. Kooi, T. Christensen, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, O. D. Miller, I. Kammer, and M. Soljačić, *Nature Phys.* **14**, 894 (2018).
25. L. Liang, W. Liu, Y. Liu, Q. Jia, L. Wang, and Y. Lu, *Appl. Phys. Lett.* **113**, 013501 (2018).
26. A. Pizzi, G. Rosolen, L. J. Wong, R. Ischebeck, M. Soljačić, T. Feurer, and I. Kammer, *Adv. Sci.* **7**, 1901609 (2020).
27. D. Yu. Sergeeva, A. S. Aryshev, A. A. Tishchenko, K. E. Popov, N. Terunuma, and J. Urakawa, *Opt. Lett.* **46**, 544 (2021).
28. A. Karnieli, D. Roitman, M. Liebrau, S. Tsesses, N. V. Nielsen, I. Kammer, A. Arie, and A. Polman, *Nano Lett.* **22**, 5641 (2022).
29. R. Remez, A. Karnieli, S. Trajtenberg-Mills, N. Shapira, I. Kammer, Y. Lereah, and A. Arie, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 060401 (2019).
30. D. V. Karlovets and A. M. Pupasov-Maksimov, *Phys. Rev. A* **103**, 012214 (2021).

31. A. Pupasov-Maksimov and D. Karlovets, Phys. Rev. A **105**, 042206 (2022).
32. Z. Chen, M. Jin, L. Mao, X. Shi, N. Bai, and X. Sun, Opt. Lett. **47**, 2911 (2022).
33. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Изд-во АН АрмССР, Ереван (1969) [M. L. Ter-Mikaelian, *High-Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media*, Wiley-Interscience, N.Y. (1972)].
34. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред, Курс теоретической физики*, Наука, М. (1992), т. 8 [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Pergamon Press, Oxford (1993)].
35. B. Crockett, J. van Howe, N. Montaut, R. Morandotti, and J. Azana, Laser Photonics Rev. **16**, 2100635 (2022).
36. E. Ridente, M. Mamaikin, N. Altwaijry, D. Zimin, M. F. Kling, V. Pervak, M. Weidman, F. Krausz, and N. Karpowicz, Nature Commun. **13**, 1111 (2022).
37. R. Pompili, M. P. Anania, M. Bellaveglia, A. Biagioni, G. Castorina, E. Chiadroni, A. Cianchi, M. Croia, D. Di Giovenale, and M. Ferrario, New J. Phys. **18**, 083033 (2016).

Проявление памяти и бабочка в фотонном эхо на ионах эрбия в LuLiF_4 и YLiF_4

А. М. Шегеда¹⁾, С. Л. Кораблева*, О. А. Морозов⁺, В. Н. Лисин⁺, Н. К. Соловаров⁺, В. Ф. Тарасов⁺

⁺Казанский физико-технический институт им. Е. К. Завойского

Федеральный исследовательский центр “Казанский научный центр РАН”, 420029 Казань, Россия

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 12 декабря 2022 г.

После переработки 28 декабря 2022 г.

Принята к публикации 28 декабря 2022 г.

При измерении зависимости интенсивности фотонного эха в образцах YLiF_4 и LuLiF_4 с примесными ионами эрбия Er^{3+} от ориентации, величины и направления изменения магнитного поля обнаружен эффект памяти – гистерезис. В образце записывается и запоминается на время не менее 6 ч при температуре 2 К, предыстория его нахождения в магнитном поле определенного направления и величины. Эффект критически зависит от ориентации оптической оси образцов относительно внешнего магнитного поля.

DOI: 10.31857/S1234567823040043, EDN: phzeea

1. Введение. Диэлектрические кристаллы с примесями редкоземельных ионов рассматриваются последние 20 лет в качестве перспективных кандидатов для создания устройств оптических квантовых процессоров (элементов памяти, повторителей, преобразователей информации между оптическим и микроволновым диапазонами частот) [1–3]. Ионы эрбия являются одной из наиболее часто изучаемых редкоземельных примесей, поскольку обладают резонансными переходами в привлекательной для передачи информации области частот. Реализованы различные оптические протоколы квантовой памяти и квантового процессинга на кристаллах с примесями эрбия [4–6]. Изучались спектры поглощения, люминесценции и измерялись времена жизни когерентности кристаллов с примесями эрбия [7–22]. Основным условием успешности работы квантовых процессоров является большое время жизни когерентности на участвующих резонансных оптических и магнитных переходах, поэтому измерение времени жизни когерентности методом наблюдения двух- или трехимпульсного эха является неперенным этапом изучения таких кристаллов.

2. Экспериментальные результаты. В настоящей работе изучалась зависимость интенсивности фотонного эха (ФЭ) в диэлектрических монокристаллах LuLiF_4 и YLiF_4 с ионами эрбия разной

концентрации от напряженности, направления (относительно оптических осей кристаллов) и знака изменения (увеличение–уменьшение) внешнего постоянного магнитного поля. Образцы имели форму прямоугольных параллелепипедов с размерами от 2.5 до 5.5 мм. Кристаллы были выращены в Казанском (Приволжском) федеральном университете методом Бриджмена–Стокбаргера с концентрацией ионов Er^{3+} от 0.0015 ат. % до 0.1 ат. %. Часть образцов была выращена в тиглях с молибденовыми нагревателями, часть – с графитовыми нагревателями. Большая часть исследованных образцов была с естественным содержанием эрбия, но были и изотопически чистые образцы ${}^7\text{LiYF}_4: {}^{166}\text{Er}^{3+}$ и ${}^7\text{LiYF}_4: {}^{167}\text{Er}^{3+}$. Основные особенности приведенных ниже результатов наблюдались во всех исследованных образцах, кроме ${}^7\text{LiYF}_4: {}^{167}\text{Er}^{3+}$. Обратное двухимпульсное ФЭ наблюдалось при температуре 2 К на длине волны 653.05 нм для образцов $\text{YLiF}_4: \text{Er}^{3+}$, и 653.28 нм для $\text{LuLiF}_4: \text{Er}^{3+}$ (переход ${}^4I_{15/2} \rightarrow {}^4F_{9/2}$). Возбуждающие ФЭ лазерные импульсы длительностью $\tau = 12$ нс генерировались перестраиваемым лазером на красителе оксазин 17. Задержки t_{12} между лазерными импульсами менялись в пределах $33 \div 90$ нс. Угол между лазерными импульсами $\angle(k_1, k_2) = 2^\circ$. Первый лазерный импульс k_1 направлялся перпендикулярно направлению постоянного магнитного поля H . Угол $\angle(C, H)$ между осью C и внешним магнитным полем контролировал

¹⁾e-mail: shegedaam@gmail.com

ся по отраженному от граней образца импульсу k_1 с погрешностью $\pm 0.08^\circ$.

Спектральная ширина лазерных импульсов 0.015 нм была намного больше неоднородной ширины резонансной линии эрбия в этих кристаллах. Надо учесть, что ионы Er^{3+} в матрицах YLiF_4 и LuLiF_4 являются крамерсовыми ионами, поэтому нижние кристаллические уровни основного $^4\text{I}_{15/2}(\text{I})$ и возбужденного $^4\text{F}_{9/2}(\text{I})$ мультиплетов двукратно вырождены по спиновому числу. Для импульсов π -поляризации разрешены переходы без изменения знака спина, для импульсов σ -поляризации – с изменением. Вследствие большой разницы между g -факторами в основном и возбужденном состоянии в этих кристаллах [15] в магнитном поле порядка 1 кЭ расщепление резонансных уровней, особенно для импульсов σ -поляризации, превышает ширину спектра лазерного импульса. Поэтому при изменении величины H проводилась подстройка под частоту резонансного перехода по максимуму сигнала ФЭ.

Нами снималась зависимость $I(H)$ интенсивности ФЭ от напряженности (до $H_{\text{max}} \sim 1.2$ кЭ) и направления постоянного магнитного поля при разных ориентациях осей образцов в магнитном поле. Величина H менялась с заданным шагом в программе LabView. В этой же программе записывались осциллограммы наблюдаемых сигналов. При частоте повторения лазерных импульсов 12 Гц и 64-кратном накоплении сигнала время последовательного изменения значения магнитного поля (порядка нескольких секунд) намного превышало характерные времена релаксации населенности и когерентности в атомной подсистеме Er.

Введем обозначения Δ_{\parallel} и Δ_{\perp} , показывающие отклонения угла $\angle(C, H)$ от параллельного или перпендикулярного, соответственно. Тогда основные особенности в поведении ФЭ в магнитном поле можно разделить на два случая:

1. Ось C кристалла параллельна или составляет небольшой угол с направлением внешнего магнитного поля ($\Delta_{\parallel} < 5^\circ$). Первый лазерный импульс $k_1 \perp H$.
2. Ось C кристалла перпендикулярна (или почти перпендикулярна) направлению внешнего магнитного поля ($\Delta_{\perp} < 5^\circ$). Первый лазерный импульс $k_1 \parallel C$.

В первом случае, если $\Delta_{\parallel} = 0$, с увеличением магнитного поля от нуля до $200 \div 300$ Э в исследованных образцах происходит рост $I(H)$, почти на порядок, а затем спад $I(H)$, зависящий от времени задержки t_{12} . Такая колоколообразная зависимость наблюдалась ранее в [11]. Эта зависимость $I(H)$ зеркально

симметрична относительно нулевого значения магнитного поля и повторяется независимо от того, в каком направлении меняется величина H в интервале $+H_{\text{max}} \leftrightarrow -H_{\text{max}}$.

Если нет точного выполнения условия $C \parallel H$, т.е., $\Delta_{\parallel} \neq 0$, поведение $I(H)$ принципиально меняется. Зависимость $I(H \uparrow)$, полученная при увеличении напряженности поля от $H = 0$ до H_{max} (независимо от знака, т.е. полярности магнитного поля) не всегда повторяется при уменьшении поля ($I(H \downarrow)$) от H_{max} до 0, как это происходит при $C \parallel H$. Результат зависит от направления изменения магнитного поля, величины и знака Δ_{\parallel} и предыстории нахождения образца в магнитном поле. Поэтому, чтобы все измерения начинались при одинаковых условиях, использовалась следующая экспериментальная последовательность. Устанавливалось максимальное значение магнитного поля H_{max} (не играло роли какой полярности) и снималась зависимость $I(H)$ при уменьшении H до 0 и последующем увеличении до H_{max} противоположной полярности. Затем проводились измерения $I(H)$ в обратном направлении изменения H . Результаты для образца $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.025 ат. %) при углах $\angle(C, H) = \pm 2^\circ$ и задержке $t_{12} = 60$ нс приведены на рис. 1, 2.

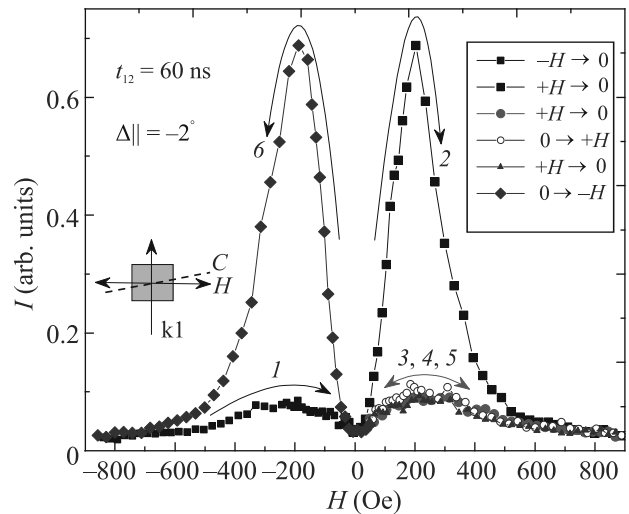


Рис. 1. (Цветной онлайн) Интенсивность ФЭ в $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.025 ат.%) для импульсов π -поляризации. Угол $\angle(C, H) = -2^\circ$. Видно, что $I(H \downarrow) = I(H \uparrow)$ (кривые 3, 4, 5) при повторных измерениях в поле одной полярности, а при смене полярности магнитного поля происходит однократное (зеркальное относительно оси $H = 0$) изменение $I(H \uparrow)$ (кривые 2 и 6)

Видно, что каждый раз после смены полярности (прохождения точки $H = 0$) зависимости $I(H \uparrow)$ и

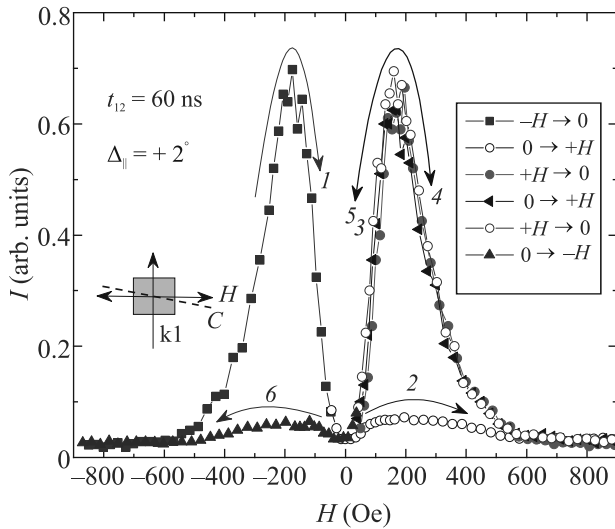


Рис. 2. (Цветной онлайн) Интенсивность ФЭ в $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.025 ат. %) для импульсов π -поляризации. Угол $\angle(C, H) = +2^\circ$. Видно, что $I(H \downarrow) = I(H \uparrow)$ (кривые 3, 4, 5) при повторных измерениях в поле одной полярности, а при смене полярности магнитного поля происходит однократное (зеркальное относительно оси $H = 0$) изменение $I(H \uparrow)$ (кривые 2 и 6)

$I(H \downarrow)$ сильно отличаются, совпадают в точке $H = 0$ и напоминают петлю гистерезиса. Однако, если полярность магнитного поля не меняется, то все повторные измерения $I(H)$ совпадают с зависимостью, полученной при уменьшении напряженности поля от $\pm H_{\text{max}}$ до 0 (см. кривые 3, 4, 5 на рис. 1, 2). Изменная зависимость при увеличении $|H|$ получается только один раз (“одноразовый гистерезис”) после смены полярности H (кривые 2, 6 на рис. 1, 2). При этом всегда наблюдаются “зеркальные” (относительно оси $H = 0$) зависимости $I(H)$, по форме напоминающие “крылья бабочки”. Изменение знака угла $\angle(C, H)$ не приводит к зеркальному повторению гистерезиса. Наблюдается “инвертированный гистерезис”, когда зависимости $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$ меняются местами на рис. 1, 2. При этом знак угла $\angle(C, H)$ определен в наших экспериментах условно, и не привязан к осям a и b образцов.

Во всех исследованных кристаллах (кроме образца с ^{167}Er , где гистерезис проявляется слабо) и разных (ненулевых) углах Δ_{\parallel} изменение поля в одном направлении (например, от $-H_{\text{max}}$ до $+H_{\text{max}}$), а потом наоборот, приводило к симметричной относительно оси $H = 0$ гистерезисной зависимости $I(H)$ в форме “крыльев бабочки”, как на рис. 1, 2. Существование гистерезиса и отсутствие его в зависимости $I(H)$, если полярность поля не меняется, показы-

вает, что в магнитном поле формируется перестраиваемая память.

Характер петли гистерезиса зависит от интервала между возбуждающими импульсами. На рисунке 3, демонстрируется заметное уменьшение отноше-

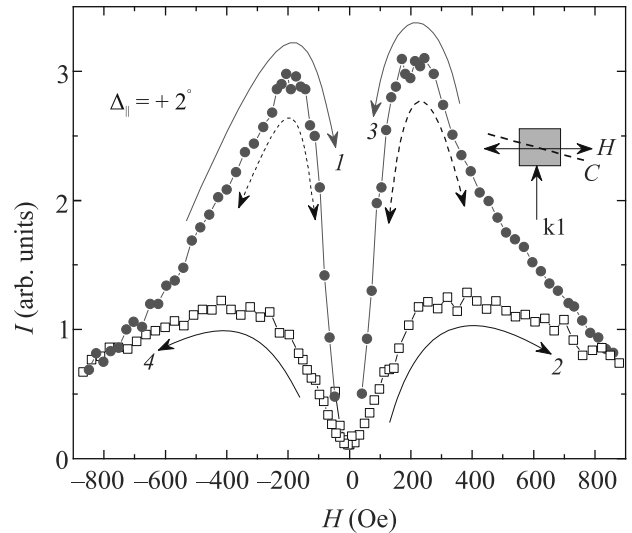


Рис. 3. (Цветной онлайн) Интенсивность ФЭ в $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.025 ат. %) для импульсов π -поляризации при задержке $t_{12} = 33$ нс. Угол $\angle(C, H) = +2^\circ$. Из рисунка видно уменьшение контрастности гистерезиса по сравнению с рис. 2, где $t_{12} = 60$ нс

ния (контрастности) $I(H \downarrow)$ к $I(H \uparrow)$ на кривой гистерезиса при уменьшении интервала t_{12} до 33 нс с таким же значением угла $\angle(C, H) = +2^\circ$, как и на рис. 2. На этом рисунке, и на всех последующих, черным квадратикам соответствует зависимость $I(H \uparrow)$, полученная при увеличении H по абсолютной величине после смены полярности магнитного поля, а красным кружочкам – зависимость $I(H \downarrow)$ при уменьшении H .

Можно в общем случае описать эффект памяти соотношением: $I(H \uparrow) \neq I(H \downarrow)$. При $\Delta_{\parallel} \neq 0$ отношение интенсивностей $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$ возрастает с увеличением задержки t_{12} , и при некоторых значениях магнитного поля и Δ_{\parallel} интенсивности $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$ могут отличаться на порядок. Важно, что независимо от знака H и угла $\angle(C, H)$, все зависимости сходятся в точке $H = 0$, т.е. $I(H = 0) = \text{const}$. Эксперименты показали, что, хотя зависимости $I(H)$ для лазерных импульсов π и σ -поляризаций отличаются, на появление “бабочки” это не влияет.

Качественно эффект памяти, т.е. несовпадение величин $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$ наблюдался во всех образцах, но сама зависимость $I(H)$ и проявление гистерезиса

зиса могли отличаться в разных образцах, особенно в образце с изотопом ^{167}Er .

При повороте оси C образцов в вертикальной плоскости, перпендикулярной k_1 , с увеличением угла $\angle(C, H)$ от 15° до 85° , $I(H)$ быстро спадает с ростом H , а гистерезис не наблюдается.

Возникает вопрос, если образец запоминает свое нахождение в поле H определенной величины и полярности, допустим $-H_{\max}$, то при каком значении H_{start} магнитного поля противоположной полярности $+H$ начнется стирание этой памяти? Для этого надо посмотреть, начиная с какого значения $+H$ будет возникать “бабочка”. Результаты для образца $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.05 ат. %) при $t_{12} = 60$ нс приведены на рис. 4. Перед измерениями вначале установ-

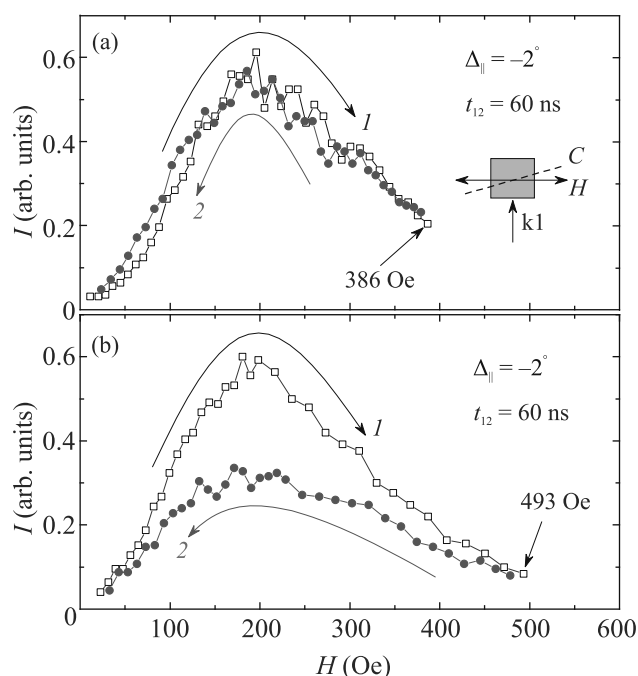


Рис. 4. (Цветной онлайн) Появление несовпадения зависимости $I(H)$ при увеличении и уменьшении величины H в образце $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.05 ат. %). Угол $\angle(C, H) = -2^\circ$. В полях до 390 Э (а) зависимости $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$ совпадают. При дальнейшем увеличении H (б) возникает заметное различие между $I(H \uparrow)$ и $I(H \downarrow)$

ливалось, а потом выключалось поле $H = -900$ Э. Очевидно, что полученное для этого образца значение поля $H_{\text{start}} \approx 400$ Э зависит от угла $\angle(C, H)$ (при $\Delta_{\parallel} = 0$ гистерезиса нет), и не является универсальной величиной для всех образцов. Например, в образце $\text{YLiF}_4:^{166}\text{Er}^{3+}$ (0.005 ат. %) с изотопом эрбия такая же величина $H_{\text{start}} \approx 400$ Э была получена при $\Delta_{\parallel} = 3^\circ$.

Что касается стирания “памяти” со временем, измерения показали, что после паузы в 2 ч, когда маг-

нитное поле было выключено и лазерные импульсы не подавались на образец $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.1 ат. %), максимальная интенсивность ФЭ (кривая 3 на рис. 3) незначительно уменьшается при увеличении H от нуля до 900 Э, но восстанавливается при уменьшении H от 900 Э до $H = 0$. К сожалению, наш криостат не может поддерживать температуру 2 К более 6 ч и это не позволяет детально изучить стирание “памяти” со временем.

На рисунке 4 показано, что “память” о нахождении образца в поле противоположной полярности начинает стираться при превышении некоего порогового значения H_{start} . Из приведенных выше зависимостей $I(H)$ легко установить, когда эта “память” будет окончательно стерта. Достаточно посмотреть на рис. 1–3, 5, 6 и определить при каких значениях H исчезает гистерезис. Видим, что в разных образцах и при разных задержках t_{12} это происходит в области $H_{\text{end}} \sim 600 \div 800$ Э. Если бы память была обусловлена внутренней намагниченностью образца, то, по аналогии с ферромагнетиками, это позволило бы оценить величину коэрцитивной силы.

Теперь обратимся к геометрии эксперимента, когда ось $C \perp H$, а лазерные импульсы направлены вдоль оси C ($k_1 \parallel C$) (рис. 5).

В этом случае зависимость $I(H)$ эха от магнитного поля приобретает другой вид, а проявление памяти еще более критичным образом зависит теперь от ортогональности C и H . Уже при $\Delta_{\perp} \approx 0.16^\circ$ появляется заметный гистерезис, а при $\Delta_{\perp} > \pm 1^\circ$ в исследуемых образцах при $H > 100$ Э практически зануляется нижняя ветвь гистерезиса. На рисунках 5b–e приведены графики только для одной полярности H , поскольку эти графики зеркально симметричны относительно $H = 0$. При увеличении Δ_{\perp} до $\pm 2^\circ$ гистерезис сохраняется, но интенсивность ФЭ падает, максимум сигнала сдвигается в область 200 Э и при $H > 400$ Э эхо не наблюдается. В случае, когда ось $C \perp H$, в образцах $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$, в отличие от образцов $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$, наблюдается локальный минимум $I(H)$ при $H = 0$.

В случае когда $C \perp H$ при задержке $t_{12} = 33$ нс в ряде образцов наблюдаются сильные биения интенсивности ФЭ в области $600 \div 1000$ Э с периодом $T \approx 60$ Э (рис. 6). Эти биения сохраняются и при наличии гистерезиса в случае небольшого отклонения угла $\angle(C, H)$ от перпендикулярного (рис. 6b, c). В некоторых образцах в этой области магнитных полей наблюдаются не четкие биения, как на рис. 6, а хаотичные скачки интенсивности ФЭ. При увеличении задержки t_{12} до 87 нс область биений сдвигается в сторону значений $H < 200$ Э.

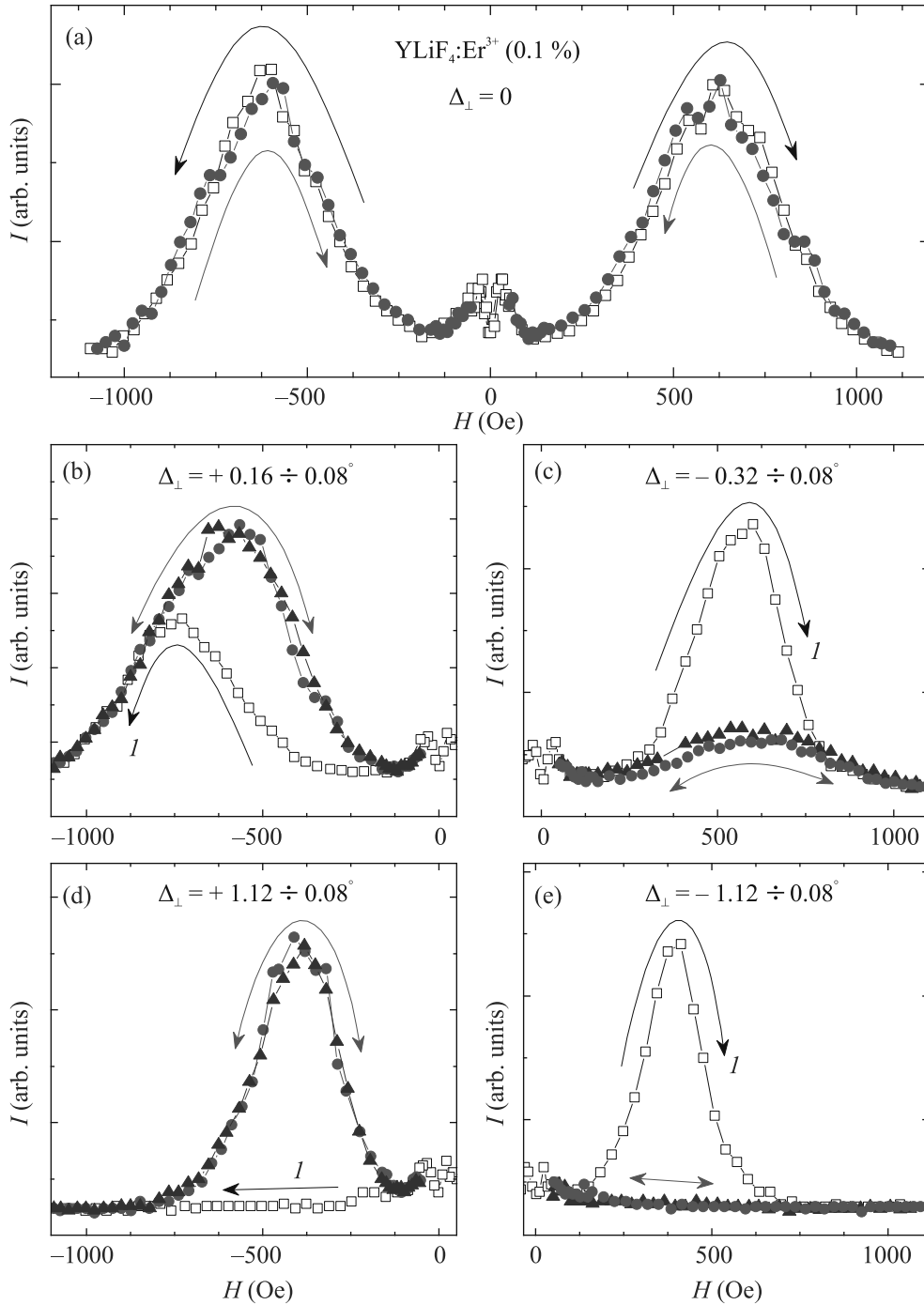


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость $I(H)$ в образце $YLiF_4:Er^{3+}$ (0.1 ат. %) при задержке $t_{12} = 33$ нс и разных значениях Δ_{\perp} . Рисунки 5б–с зеркально симметричны относительно $H = 0$

В работе [6] в образце $Y_2SiO_5:Er^{3+}$ на переходе $^4I_{15/2} \rightarrow ^4I_{13/2}$ наблюдались осцилляции интенсивности ФЭ в зависимости от t_{12} . В магнитном поле 670 Э при задержках t_{12} в области $20 \div 30$ мкс на осцилляциях возникали биения ФЭ. Картина этих биений очень похожа на биения, которые наблюдаем мы в другой кристаллической решетке при за-

держках t_{12} , отличающихся на 3 порядка. Скорей всего, природа биений в нашем случае и в [6] различна.

Важно отметить, что в некоторых новых образцах $YLiF_4:Er^{3+}$, в которых ранее не проводились измерения в магнитных полях, полное проявление гистерезиса в фотонном эхе возникало не сразу, а через

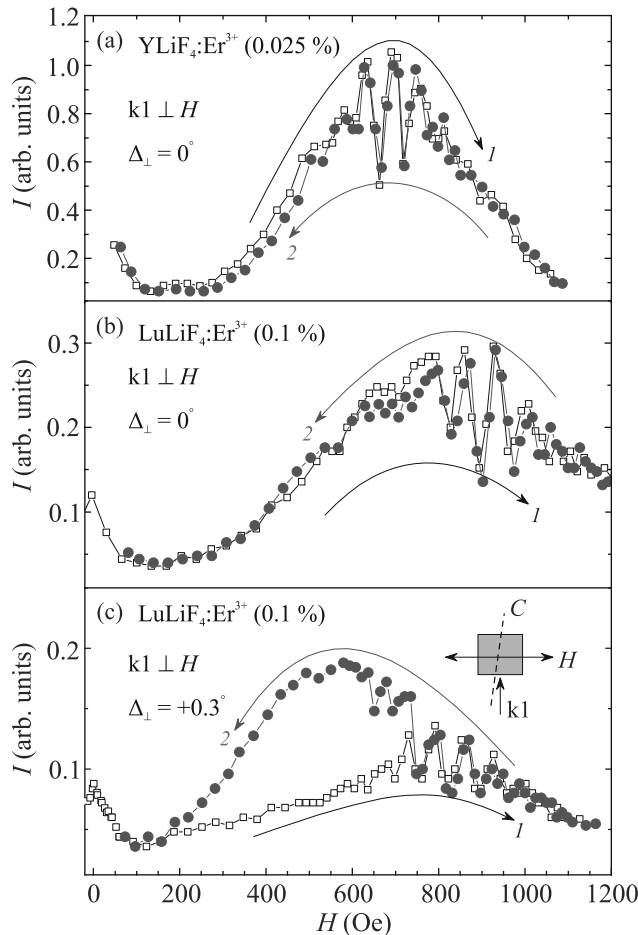


Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость $I(H)$ в образцах: (a) – $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.025 ат. %), (b), (c) – $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ (0.1 ат. %) при задержке $t_{12} = 33$ нс и разных значениях Δ_{\perp} . В области $600 \div 1000$ Э, независимо от величины Δ_{\perp} , наблюдаются биения с периодом $T \sim 60$ Э

время порядка десятков минут, характерное для конкретного образца.

3. Обсуждение. Начиная с пионерской работы по ФЭ в рубине [23], наблюдается сильная зависимость времени жизни оптической когерентности от напряженности внешнего магнитного поля в диэлектрических кристаллах с парамагнитными примесями. Рассматриваются два качественно отличающихся механизма зависимости интенсивности фотонного (и электронного спинового) эха от магнитного поля: 1) интерференция компонент поляризации с близкими, изменяющимися с магнитным полем частотами [24–27], и 2) изменение скорости спектральной диффузии с изменением магнитного поля [23, 26–28].

Первый (интерференционный) механизм относится к обратимой релаксации и обычно проявляется в виде модуляции огибающей эха в зависи-

мости от t_{12} при измерениях в постоянном магнитном поле. С ростом числа интерферирующих компонент и увеличением напряженности магнитного поля (разности частот компонент) этот механизм обычно приводит к уменьшению интенсивности ФЭ. Спектральная диффузия определяет необратимую релаксацию когерентности для двухимпульсного эха, а ее зависимость от напряженности магнитного поля носит сложный характер, определяемый относительной величиной магнитных взаимодействий примесного иона с окружающими атомами кристалла. Одним из известных проявлений этого механизма считается “замораживание” флип-флоп переходов на магнитных ядрах окружения ионов примеси (“ядре”), приводящее к увеличению интенсивности ФЭ и неэкспоненциальному спаду сигналов ФЭ с ростом t_{12} [7, 26].

Необычное поведение кристаллов двойных фторидов с редкоземельными примесями в магнитном поле было замечено еще в работе [29], где при вращении образца вокруг оси C менялся спектр ЭПР. Измерение $I(H)$ в $\text{YLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ и $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$ ранее проводилось в работах [7, 11–14, 17]. Результаты интерпретировались на основе представления о быстрой переориентации магнитных моментов ионов эрбия и ядер ближайшего окружения во время действия резонансных оптических импульсов и “замораживании” спектральной диффузии. В [11–14] при изучении зависимости $I(H)$ полярность магнитного поля не менялась, поэтому гистерезис там не мог проявиться.

Существование гистерезиса при изменении магнитного и электрических полей обычно связывается с формированием ферромагнитных или электрических поляризационных доменов. Насколько нам известно, о первом наблюдении гистерезиса и магнитной памяти в кристалле с примесями редких земель (эрбий в иттрий-алюминиевом гранате) было сообщено в работе [30]. Наблюдаемый там гистерезис в сдвиге резонансной частоты ЭПР ионов эрбия в зависимости от знака изменения магнитного поля интерпретировался, как существование магнитного фазового перехода при температуре между 445 и 191 мК и возникновение при этом слабого ферромагнетизма в системе примесных ионов эрбия. В настоящей работе, гистерезис наблюдался при температуре 2 К, значительно превышающей указанную температуру фазового перехода. Ранее сообщалось, что поляризационные домены могут индуцироваться в диэлектрических кристаллах при воздействии интенсивного лазерного излучения [31, 32]. Для проверки возможности такого механизма формирования памяти

нами были проведены контрольные эксперименты. Магнитное поле изменялось от нуля до максимального значения при выключенных лазерных импульсах, а затем поле уменьшалось до нуля с включенными лазерными импульсами. Наблюдаемая при этом петля гистерезиса оказалась точно такой же, как и в случае, когда лазерные импульсы не выключались. В нашем случае эффект памяти слабо зависит от концентрации эрбия. Поэтому мы полагаем, что память обусловлена не образованием ферромагнитных или поляризационных доменов, а связана с локальным изменением свойств кристаллического окружения примесного иона.

Кристалл YLiF_4 имеет тетрагональную структуру и принадлежит к пространственной группе симметрии $I4_{1/a}$ (C_{4h}^6), для которой отсутствует инверсионная симметрия. Поэтому в кристалле возможен магнитоэлектрический эффект, заключающийся в том, что внешнее магнитное поле \mathbf{H} индуцирует электрическую поляризацию \mathbf{P} [33]. Эта поляризация, возникающая под действием внешнего магнитного поля благодаря статическому магнитоэлектрическому эффекту, является результатом изменения пространственного положения ионов в кристаллической решетке, либо изменения пространственной ориентации электронных оболочек [33]. Эта перестройка сопровождается изменением термодинамического потенциала кристалла. При увеличении магнитного поля до какого-то критического значения возможно появление локального минимума термодинамического потенциала, приводящего к созданию метастабильного состояния, остающегося стабильным при уменьшении магнитного поля. Вследствие обратного магнитоэлектрического эффекта локальная электрическая поляризация этого состояния создает в образце внутреннее локальное магнитное поле. Поэтому это состояние имеет комбинированный магнитоэлектрический характер. При изменении направления магнитного поля локальное магнитное поле этого состояния сохраняет свою устойчивость в магнитных полях, не превышающих критического значения. В критическом поле другого знака происходит изменение знака электрической поляризации и направления магнитного поля. При этом характер невзаимности оптических свойств инвертируется. В соответствии с рис. 4 величина критического поля для данной геометрии эксперимента находится в пределах от 386 до 493 Э. Наличие такого локального магнитного поля приводит к гистерезису оптических свойств. Невзаимность оптических свойств кристаллов во внешнем магнитном поле (зависимость оптических свойств от направления

волнового вектора и направления магнитного поля) при резонансном взаимодействии оптического излучения с оптически активными центрами можно объяснить интерференцией электрических и магнитных дипольных переходов.

Такая интерференция возможна благодаря динамическому магнитоэлектрическому эффекту, при котором на каждом из примесных ионов эрбия поля лазерных импульсов создают осциллирующие на резонансной частоте намагниченность и поляризацию [34–38]. В момент $2t_{12}$ обе компоненты участвуют в формировании сигнала ФЭ. Регистрируемый сигнал интенсивности излученного ансамблем ионов эрбия света в момент эха представляет собой сфазированную сумму вкладов каждого иона, пропорциональную квадрату модуля суммы электрической и магнитной поляризаций иона:

$$I_{ge} \sim |\langle g | \hat{H}_E + \hat{H}_M | e \rangle|^2, \quad (1)$$

где $|g\rangle, |e\rangle$ – основное и возбужденное состояние резонансного перехода, \hat{H}_E и \hat{H}_M – операторы электрического и магнитного дипольных переходов соответственно. Если одновременно разрешены электрический и магнитный дипольные переходы, при наличии магнитоэлектрической связи в вероятности взаимодействия появляется слагаемое, пропорциональное произведению компонент магнитного и электрического полей. Знак этого члена зависит от фазовых соотношений между электрической и магнитной компонентами. При изменении направления волнового вектора оптического импульса \mathbf{k} фаза электрической поляризации изменяется на 180° , а при изменении направления магнитного поля \mathbf{H} на 180° изменяется фаза магнитной компоненты. Это приводит к невзаимности оптических свойств. Величина отклика резонансной системы на оптическое возбуждение будет зависеть от направления волнового вектора и от направления магнитного поля. Математически вклад в вероятность перехода такого интерференционного члена можно описать выражением вида

$$I_{\text{int}} \sim \cos(\angle \mathbf{k} \mathbf{H}). \quad (2)$$

В кристаллической структуре Y(Lu)LiF_4 имеется одна винтовая ось симметрии четвертого порядка, направленная вдоль кристаллографической оси C . Для объяснения изложенных в статье экспериментальных результатов нам надо предположить, что поляризация магнитоэлектрического метастабильного состояния направлена вдоль этой оси. Обозначим локальное магнитное поле \mathbf{H}_{int} и рассмотрим описанные выше геометрии эксперимента.

1. $\mathbf{C} \parallel \mathbf{H} \perp \mathbf{k}$. (рис. 1–4). При $\Delta_{\parallel} = 0$ в соответствии с (2) интерференционный член равен нулю. Поэтому магнитоэлектрический эффект не проявляется, и сигнал эха не зависит от направления внешнего магнитного поля. При $\Delta_{\parallel} \neq 0$ появляется параллельная \mathbf{k} компонента \mathbf{H}_{int} , и в вероятности перехода появляется ненулевой интерференционный член. При изменении знака Δ_{\parallel} знак параллельной компоненты \mathbf{H}_{int} изменяется. Это приводит к изменению знака интерференционного члена и к различному характеру интерференции, зависящему от направления поворота образца. При изменении направления магнитного поля также изменяется знак параллельной компоненты \mathbf{H}_{int} , что тоже приводит к изменению знака интерференционного члена. Поэтому характер интерференции изменяется и при изменении направления магнитного поля. При отклонении оси \mathbf{C} в вертикальной плоскости магнитное поле \mathbf{H}_{int} изменяет свое пространственное направление, однако, это поле всегда остается перпендикулярным \mathbf{k} . Поэтому интерференционный член равен нулю, и сигнал эха не зависит от направления внешнего магнитного поля и знака Δ_{\parallel} .

2. $\mathbf{k} \parallel \mathbf{C} \perp \mathbf{H}$ (рис. 5–6). При $\Delta_{\perp} = 0$ внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно \mathbf{C} и не может создать поляризацию, направленную вдоль \mathbf{C} . Поэтому магнитооптический эффект не проявляется. При $\Delta_{\perp} \neq 0$ появляется параллельная оси \mathbf{C} компонента \mathbf{H} , и создается магнитополяризационное состояние с небольшим отклонением направления \mathbf{H}_{int} от направления \mathbf{k} . Это приводит к невзаимности эха относительно направления магнитного поля и знака Δ_{\perp} . В нашей экспериментальной установке [39] второй импульс представляет стоячую волну, образованную вследствие интерференции прошедшего и отраженного от зеркала лучей. При распространении лучей вдоль магнитного поля \mathbf{H}_{int} плоскость их поляризации вращается вследствие эффекта Фарадея. Поэтому условия интерференции падающего и отраженного лучей непостоянны по толщине образца. Внешнее магнитное поле может влиять на угол поворота поляризации и на характер интерференции прошедшего и отраженного лучей. Это, в свою очередь, может быть причиной появления осцилляций интенсивности эха на рис. 6.

Вышеприведенные рассуждения представляют попытку объяснить полученные необычные для фотонного эха результаты на единой физической основе. Их не следует рассматривать как единственно возможную и окончательную интерпретацию полученных экспериментальных результатов.

4. Выводы. В диэлектрических кристаллах YLiF_4 и LuLiF_4 с широким набором концентраций

парамагнитной примеси эрбия при температуре 2 К наблюдается гистерезис в зависимости интенсивности фотонного эха от магнитного поля.

Существование памяти – гистерезиса критически связано с ориентацией образцов в магнитном поле. Гистерезис наблюдается, если нет точного выполнения условий: $\mathbf{C} \parallel \mathbf{H}$ или $\mathbf{C} \perp \mathbf{H}$.

В исследованных образцах при температуре 2 К на длительное время (часы) записывается и запоминается предыстория их нахождения в магнитном поле определенной ориентации, величины и полярности. Для стирания и перезаписывания “памяти” о нахождении образцов в магнитном поле необходимо превысить некоторое пороговое значение поля H_{end} противоположного направления.

Предполагается, что зависимость интенсивности фотонного эха от направления магнитного поля и его ориентации относительно кристаллографических осей обязана интерференции электрических и магнитных дипольных переходов в условиях существования в образце магнитоэлектрического эффекта.

Авторы благодарны доктору Н. Н. Гарифьянову за измерения, подтвердившие полное отсутствие каких-либо магнитных включений в образце $\text{LuLiF}_4:\text{Er}^{3+}$.

Исследования сотрудниками КФТИ проводились в рамках выполнения госзадания ФИЦ КазНЦ РАН.

1. C. W. Thiel, T. Bottger, and R. L. Cone, *J. Lumin.* **131**, 353 (2011).
2. A. Kinos, D. Hunger, R. Kolesov, K. Molmer, H. de Riedmatten, P. Goldner, A. Tallaire, L. Morvan, P. Berger, S. Welinski, Kh. Karrai, L. Rippe, S. Kroll, and A. Walther, *ArXiv:2103.15743*.
3. N. Lauk, N. Sinclair, Sh. Barzanjeh, J. Covey, M. Saffman, M. Spiropulu, and Ch. Simon, *Quantum Sci. Technol.* **5**, 020501 (2020).
4. X. Fernandez-Gonzalvo, Y.-H. Chen, Ch. Yin, S. Rogge, and J. Longdell, *Phys. Rev. B* **92**, 062313 (2015).
5. M. Rancic, M. P. Hedges, R. L. Ahlefeldt, S. Rogge, and J. Longdell, *Nature Phys.* **14**, 50 (2018).
6. B. Car, L. Veissier, A. Louchet-Chauvet, J.-L. Le Gouet, and T. Chaneliere, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 197401 (2018).
7. J. Ganem, Y. P. Wang, D. Boye, R. Meltzer, W. Yen, and R. MacFarlane, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 695 (1991).
8. R. Wannemacher, R. M. MacFarlane, Y. P. Wang, D. Sox, D. Boyeand, and R. Meltzer, *J. Lumin.* **48–49**, 309 (1991).
9. R. M. MacFarlane, A. Cassanho, and R. S. Meltzer, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 542 (1992).
10. Y. P. Wang, D. P. Landau, R. S. Meltzer, and R. Macfarlane, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**, 946 (1992).

11. V. N. Lisin, V. V. Samartsev, A. M. Shegeda, V. Zuikov, and S. Korableva, *Laser Phys. Lett.* **3**, 423 (2006).
12. V. N. Lisin, A. M. Shegeda, and K. I. Gerasimov, *JETP Lett.* **95**, 61 (2012).
13. V. N. Lisin and A. M. Shegeda, *JETP Lett.* **96**, 328 (2012).
14. V. N. Lisin, A. M. Shegeda, and V. V. Samartsev, *Laser Phys. Lett.* **12**, 025701 (2015).
15. R. Marino, I. Lorgere, O. Guillot-Noel, H. Vezin, A. Toncelli, M. Tonelli, J.-L. Le Gouet, and P. Goldner, *J. Lumin.* **169**, 478 (2016).
16. K. I. Gerasimov, M. M. Minnegaliev, B. Z. Malkin, E. I. Baibekov, and S. A. Moiseev, *Phys. Rev. B* **94**, 054429 (2016).
17. M. M. Minnegaliev, E. I. Baibekov, K. I. Gerasimov, S. A. Moiseev, M. A. Smirnov, and R. V. Urmancheev, *Quantum Electron.* **47**, 778 (2017).
18. Y. H. Chen, X. Fernandez-Gonzalvo, S. P. Horvath, J. V. Rakonjac, and J. J. Longdell, *Phys. Rev. B* **97**, 024419 (2018).
19. M. M. Minnegaliev, I. V. Dyakonov, K. I. Gerasimov, A. A. Kalinkin, S. P. Kulik, S. A. Moiseev, M. Yu. Saygin, and R. V. Urmancheev, *Laser Phys. Lett.* **15**, 045207 (2018).
20. M. N. Popova, S. A. Klimin, S. A. Moiseev, K. I. Gerasimov, M. M. Minnegaliev, E. I. Baibekov, G. S. Shakurov, M. Bettinelli, and M. C. Chou, *Phys. Rev. B* **99**, 235151 (2019).
21. B. Car, J.-L. Le Gouet, and T. Chaneliere, *Phys. Rev. B* **102**, 115119 (2020).
22. M. Rancic, M. Le Dantec, S. Lin, S. Bertaina, T. Chaneliere, D. Serrano, P. Goldner, R. B. Liu, E. Flurin, D. Esteve, D. Vion, and P. Bertet, *ArXiv:2203.15012 [quant-ph]*.
23. I. D. Abella, N. A. Kurnit, and S. R. Hartmann, *Phys. Rev.* **141**, 391 (1966).
24. D. Grischkowsky and S. R. Hartmann, *Phys. Rev. B* **2**, 60 (1970).
25. W. B. Mims, *Phys. Rev. B* **5**, 2409 (1972).
26. L. Q. Lambert, *Phys. Rev. B* **7**, 1834 (1973).
27. К. М. Салихов, А. Г. Семенов, Ю. Д. Цветков, *Электронное спиновое эхо и его применение*, Наука, Новосибирск (1976), гл. 5.
28. P. Hu and S. R. Hartmann, *Phys. Rev. B* **9**, 1 (1974).
29. С. Л. Кораблева, *ФТТ* **20**, 3701 (1978).
30. W. G. Farr, M. Goryachev, J.-M. le Floch, P. Bushev, and M. Tobar, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 122401 (2015).
31. P. F. Liao, A. M. Glass, and L. M. Humphrey, *Phys. Rev. B* **22**, 2276 (1980).
32. С. А. Басун, А. А. Каплянский, С. П. Феофилов, *ЖЭТФ* **87**, 2047 (1984).
33. А. П. Пятаков, А. К. Звездин, *УФН* **182**, 593 (2012).
34. J. H. Jung, M. Matsubara, T. Arima, J. P. He, Y. Kaneko, and Y. Tokura, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 037403 (2004).
35. S. Toyoda, N. Abe, S. Kimura, Y. Matsuda, T. Nomura, A. Ikeda, S. Takeyama, and T. Arima, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 267207 (2015).
36. S. Toyoda, N. Abe, and T. Arima, *Phys. Rev. B* **93**, 201109(R) (2016).
37. А. Р. Нурмухаметов, М. В. Еремин, *ЖЭТФ* **162**, 390 (2022).
38. К. В. Васин, М. В. Еремин, А. Р. Нурмухаметов, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 420 (2022).
39. V. N. Lisin, V. V. Samartsev, A. M. Shegeda, V. A. Zuikov, and Yu. K. Rosencwage, *Laser Physics* **17**(2), 87 (2007).

О лазерной генерации двумерных материалов с накачкой на квазизапертых модах

М. Ю. Губин⁺*, А. В. Шестериков⁺*, В. С. Волков*, А. В. Прохоров⁺⁺¹⁾

⁺Кафедра физики и прикладной математики,
Владимирский государственный университет им. А. Г. и Н. Г. Столетовых (ВлГУ), 600000 Владимир, Россия

*Центр фотоники и двумерных материалов, Московский физико-технический институт (МФТИ),
141701 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 23 декабря 2022 г.

После переработки 5 января 2023 г.

Принята к публикации 7 января 2023 г.

Предложена модель для описания лазерной генерации двумерных полупроводниковых пленок с ближнеполевой накачкой посредством квазизапертых мод, возбуждаемых в диэлектрических метаповерхностях. Спроектирован дизайн метаструктуры, состоящей из покрытой MoTe_2 пленкой Si метаповерхности, в которой совмещены узкоспектральный резонанс квазизапертой моды и широкий экситонный резонанс двумерного материала. Определены условия порога генерации в MoTe_2 пленке с накачкой квазизапертыми модами и показана возможность поляризационного управления излучением предложенной метаструктуры.

DOI: 10.31857/S1234567823040055, EDN: pionhu

Проектирование наноизлучающих устройств с накачкой сильным ближним полем посредством плазмонных и диэлектрических нанорезонаторов представляет одно из значимых и быстроразвивающихся направлений современной нанофотоники. В самых первых работах [1, 2] использовалось совмещение экситонного резонанса квантоворазмерного хромофора и ближнего поля плазмонной наночастицы. Однако большие потери в металлических нанорезонаторах существенно увеличивали порог лазерной генерации. Использование нелинейных ближнеполевых, а также коллективных эффектов [3] только частично решает вопрос управления генерацией в таких системах. Новые возможности связаны с использованием подходов диэлектрической нанофотоники [4–6] для проектирования низкопороговых эффективно управляемых микро- и нанолазеров. Так, в работе [7] положительная обратная связь была достигнута совмещением экситонного резонанса и высшего порядка мультипольности резонансов Ми в одиночных перовскитных наночастицах при невысоких значениях порога генерации.

Вместе с тем, чтобы повысить результирующую мощность генерации, можно осуществлять сборку таких генерирующих наночастиц в метаповерхность с синхронизацией их ближнеполевых откликов посредством коллективных субдифракционных эффек-

тов. Синхронизация может осуществляться посредством возбуждения т.н. фотонных связанных состояний в континууме [8, 9], приводящих к генерации (квази)запертых мод (КЗМ) [10, 11] и сильной концентрации ближнего поля вблизи и внутри наночастиц. Однако, возбуждение квазизапертой моды в решетке даже слабо-диссипативных частиц способно инициировать коллективное усиление потерь [12] за счет наведения сильных полей внутри каждой наночастицы. Поэтому метаповерхность может использоваться для ближнеполевой накачки, тогда как активной средой могут выступать нанесенные на нее фотолуминесцирующие двумерные полупроводниковые материалы толщиной в один или несколько атомарных слоев [13], в том числе – на основе обладающих рекордной оптической анизотропией [14] и яркими экситонными резонансами [15] дихалькогенидов переходных металлов.

В качестве ближнеполевой накачки будем использовать метаповерхность, составленную из Si дисков радиусом R_2 и высотой H , имеющих смещенное на величину Δ_y в направлении оси y круглое отверстие с радиусом R_1 , см. рис. 1а. При облучении такой метаповерхности плоско-поляризованной волной пробного поля с поляризацией $E_x(k_z)$ в каждом из дисков за счет бианизотропии может возбуждаться компонента дипольного магнитного момента m_z [12], нормальная плоскости основания. В случае, когда с учетом эффективной диэлектрической проницаемости

¹⁾e-mail: alprokhorov33@gmail.com

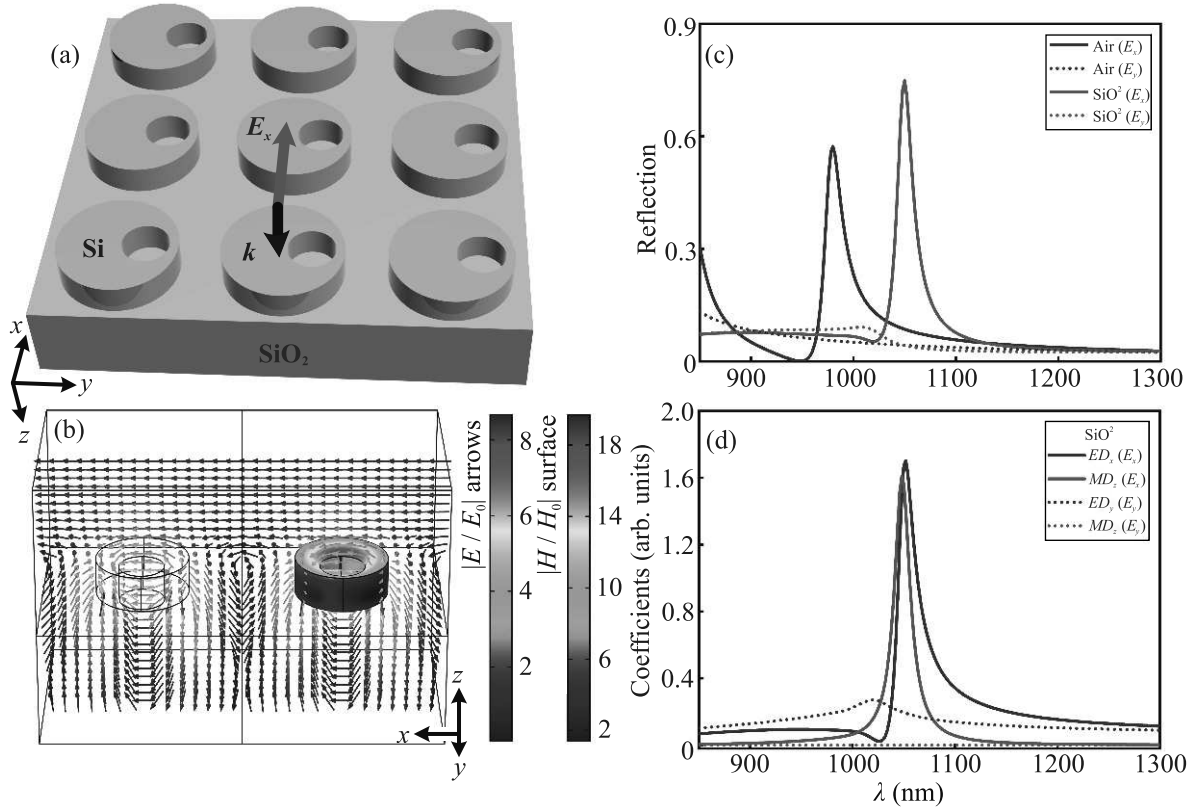


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Модель метаповерхности Si дисков с отверстиями. (б) – Визуализация рассчитанного распределения магнитного поля (цветом, правый диск) на поверхности и электрического поля (стрелки) вблизи пары Si дисков из метаповерхности в условиях КЗМ. (с) – Сравнение спектров отражения метаповерхности при ее расположении в вакууме и на кварцевой подложке, а также при ортогональных поляризациях пробной электромагнитной волны. (d) – Результаты мультипольного анализа для вкладов различных компонент электрического (ED_x для p_x и ED_y для p_y) и магнитного (MD_z для m_z) диполей в общее сечение рассеяния одиночного диска из метаповерхности на SiO₂ подложке в режиме возбуждения КЗМ. Параметры системы: $R_2 = 164$ нм, $H = 110$ нм, $R_1 = 80$ нм, $\Delta_y = 70$ нм, $T = 702$ нм

метаповерхности, ее период T будет удовлетворять конструктивной интерференции ближнеполевых откликов отдельных дисков, в ней может реализоваться режим КЗМ [12], рис. 1б.

На основе стратегии поиска КЗМ [16] получим период $T = 702$ нм для размещенной в вакууме метаповерхности, состоящей из Si дисков с параметрами: $R_2 = 164$ нм, $H = 110$ нм, $R_1 = 80$ нм, $\Delta_y = 70$ нм. В этом случае, возбуждение КЗМ будет происходить на длине волны $\lambda_{QTM} = 980$ нм, см. рис. 1с. При размещении той же метаповерхности на SiO₂ подложке, резонанс КЗМ смещается на длину волны $\lambda_{QTM} = 1050$ нм и проявляется в виде пика отражения сигнального поля с полной шириной на полувысоте $FWHM = 19.7$ нм, см. рис. 1с. Добротность такого резонанса составит $Q = \lambda_{QTM}/FWHM = 54$. Значительное увеличение коэффициента отражения метаповерхности на длине волны КЗМ обусловлено

резонансным усилением излучающей компоненты p_x электрического диполя каждого диска, см. результаты мультипольного анализа на рис. 1d [17, 18]. В свою очередь, такое усиление является следствием бианизотропной связи между компонентами p_x и m_z , последняя из которых и ответственна за режим формирования КЗМ [11, 12]. При смене поляризации падающей волны на $E_y(k_z)$ бианизотропная компонента m_z в дисках не возбуждается (рис. 1d), так как нарушается условие расположения дефекта (отверстия) по отношению к поляризации возбуждающего поля [16]. В итоге связанная с возбуждением КЗМ особенность коэффициента отражения метаповерхности исчезает, см. рис. 1с. Таким образом, появляется возможность поляризационного управления формированием КЗМ в метаповерхности и интенсивностью ближнеполевого отклика каждого из ее строительных блоков. Кроме того, в режиме КЗМ элек-

трическая компонента ближнего поля над поверхностью дисков ориентирована преимущественно в плоскости метаповерхности (см. рис. 1b) за счет возбуждения p_x , что является основой для эффективного управления экситонными резонансами при размещении двумерной пленки поверх метаповерхности.

Далее полагаем, что в качестве активной среды метаструктуры выступают снятые, например, методом эксфолиации [19], с MoTe_2 кристалла чешуйки (флейки) толщиной в один атомарный слой и размерами $1000 \times 1000 \times 0.7$ нм. В таких условиях MoTe_2 можно считать прямозонным полупроводником [20], длина волны λ_0 фотолуминесценции которого определяется шириной E_g запрещенной зоны и зависит от температуры. Например, при температуре 4.5 К получим $E_g = 1.18$ эВ, $\lambda_0 = 1056$ нм [20], а комплексный показатель преломления такого материала составит $\bar{n}(\lambda_0) = n(\lambda_0) + i\alpha(\lambda_0) = 4.4752 + i0.39967$ [21].

В качестве накачки может быть использован He-Ne непрерывный лазер на длине волны $\lambda_p = 633$ нм [13], нормально освещающий метаструктуру в виде монослоя MoTe_2 , лежащего поверх поддерживающей КЗМ метаповерхности, см. рис. 2а. При настройке центральной длины волны λ_0 фотолуминесценции MoTe_2 на длину волны λ_{QTM} квазизапертой моды можно ожидать значительного усиления фотолуминесценции с возможностью генерации когерентного электромагнитного излучения системой в направлении, перпендикулярном плоскости метаструктуры. При этом изначальная оптимизация метаповерхности с рис. 1а проводилась таким образом, чтобы при ее покрытии монослойной пленкой MoTe_2 длина волны КЗМ смещалась бы точно на $\lambda_{QTM} = 1056$ нм.

Переход к режиму генерации лазерного излучения может быть описан с использованием кинетических уравнений для концентрации носителей заряда N и фотонов S сигнального поля [7, 22, 23] в активной среде MoTe_2 метаструктуры в виде:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{\alpha P}{\hbar\omega V} - R_{nr}(N) - R_{sp}(N) - v_g g(N)S, \quad (1a)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{S}{\tau_p} + \Gamma v_g g(N)S + \Gamma\beta R_{sp}(N), \quad (1b)$$

где $\hbar\omega$ – энергия внешней оптической накачки, α – мнимая часть показателя преломления для MoTe_2 на длине волны 1056 нм, V – объем структуры, $\tau_p = Q/\omega$ – время жизни излучающей моды, $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ – частота излучающей моды, Γ – коэффициент удержания лазерной моды, β – коэффициент спонтанного излучения, определяемый фактором Парселла,

I – интенсивность накачки. В (1) приведены следующие параметры: $R_{nr} = N/\tau_{nr} + CN^3$ и $R_{sp} = N/\tau_{sp}$ – скорость безызлучательной рекомбинации и общая скорость спонтанного излучения, соответственно; $g(N) = a(N - N_{tr})$ – коэффициент индуцированного усиления. Здесь τ_{nr} , τ_{sp} соответствуют времени жизни безызлучательной и спонтанной рекомбинации, C – коэффициент Оже-рекомбинации, a – сечение индуцированного усиления, N_{tr} – концентрация электронно-дырочных пар для режима просветления среды, $v_g = c/n_g$ – групповая скорость генерируемого излучения, c – скорость света в вакууме, полагаем $n_g = n(\lambda_0)$. Далее, следуя [24], для монослоя MoTe_2 выбираем $\tau_{sp} = 3$ пс (сравните с 4 пс в [13]), $\tau_{nr} = 23$ пс, а также $C = 10^{-40} \text{ м}^6 \text{ с}^{-1}$ [7], $\beta = 0.1$ и $\Gamma = 0.04038$.

Стационарное решение (1) для концентрации фотонов S_s и мощности накачки P зависит от стационарной концентрации носителей N_s и принимает вид [22]:

$$S_s(N_s) = \frac{\beta\Gamma\tau_p N_s}{\tau_{sp}(1 + \Gamma v_g a \tau_p (N_{tr} - N_s))}, \quad (2a)$$

$$P(N_s) = \frac{\hbar\omega V}{\alpha} \left(CN_s^3 + \frac{N_s}{\tau_{nr}} + (1 - \beta) \frac{N_s}{\tau_{sp}} + \frac{S_s(N_s)}{\Gamma\tau_p} \right). \quad (2b)$$

На рисунке 2b представлены параметрические кривые усиления для S_s от интенсивности накачки $I = P(N_s)/A_{str}$, где A_{str} – площадь флейка. В частности, при включении и последующем увеличении интенсивности поля накачки I , порог лазерной генерации определяется положением перегиба кривой усиления $S_s(I)$ сигнального поля в представлении двойного логарифмического масштаба, что соответствует условию [13, 25]:

$$\frac{d^2 \log_{10} S_s}{(d \log_{10} I)^2} = 0. \quad (3)$$

Комплексная диэлектрическая проницаемость материала MoTe_2 в условиях с накачкой на длине волны λ_p может быть представлена в виде [7]:

$$\varepsilon_{\text{eff}}(\omega) = \varepsilon_r(\omega) + \frac{f_0 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_r(\omega) = \text{Re}[(\bar{n}(\omega))^2]$ соответствует дисперсии MoTe_2 без накачки, т.е. когда $f_0 = 0$; f_0 соответствует амплитуде усиления на длине волны λ_0 с лоренцевским форм-фактором; $\omega_0 = 2\pi/\lambda_0$, $\gamma = 1/\tau_p$. При расчетах использовалась изотропная дисперсия для MoTe_2 [21], т.е. $\varepsilon_r(\omega) \approx \varepsilon_{\parallel}(\omega)$, как в [26], поскольку электрическая составляющая КЗМ

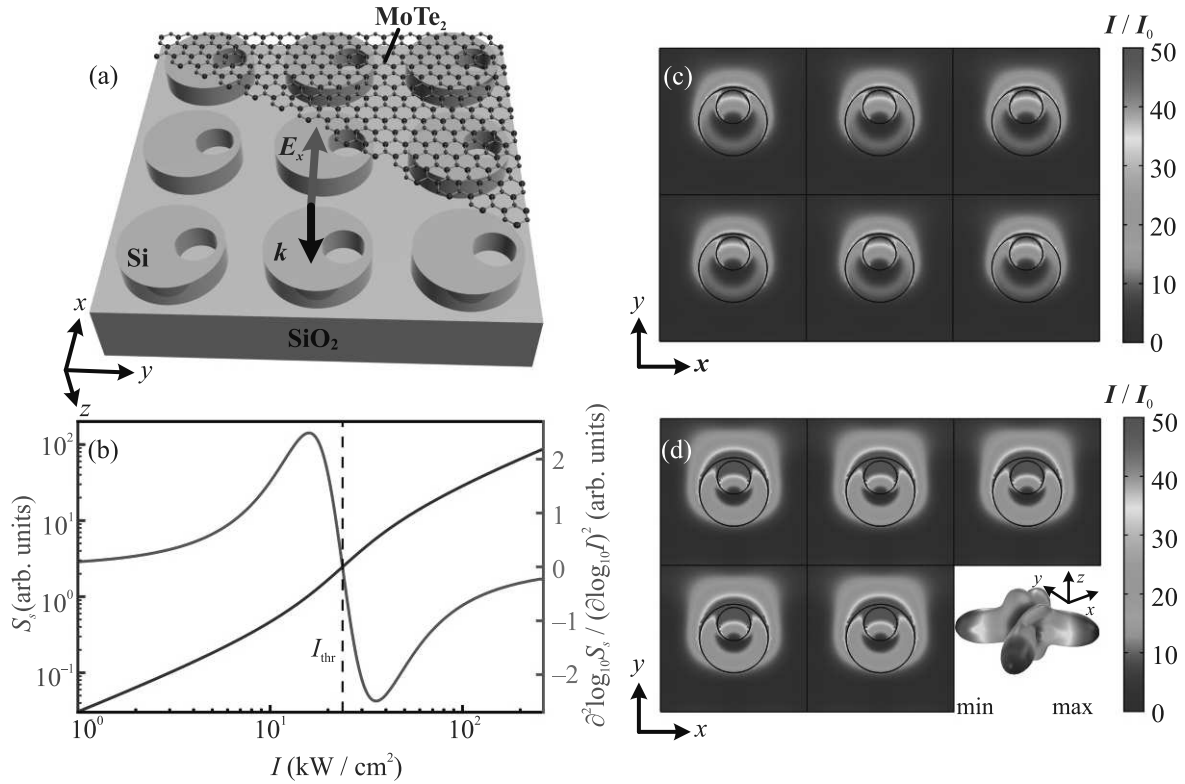


Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Модель метаструктуры в виде тонкой пленки MoTe₂, нанесенной поверх метаповерхности из Si дисков с отверстиями. (b) – Зависимости стационарной концентрации фотонов S_s и ее производной $\frac{d^2 \log_{10} S_s}{(d \log_{10} I)^2}$ от интенсивности ближнеполевой накачки I . Вертикальная линия соответствует порогу генерации I_{thr} . (c) и (d) – Визуализация распределения интенсивности электрического поля в пленке MoTe₂ над Si метаповерхностью в режиме генерации КЗМ в ней: (c) – в отсутствие поля накачки и (d) – при наличии с надпороговой интенсивностью $\bar{I} = 2.2 \text{ кВт/см}^2$. Ближнее поле нормировано на интенсивность падающей волны. Черными линиями на MoTe₂ пленку спроецированы контуры дисков метаповерхности, находящейся под ней. На вставке к (d): диаграмма направленности рассеяния для одного диска из состава метаповерхности. Параметры Si метаповерхности соответствуют рис. 1

ориентирована преимущественно вдоль поверхности пленки, см. рис. 1b.

В процессе численного моделирования варьировалась мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости $\epsilon_{eff}(\omega)$ MoTe₂ вплоть до значений, при которых происходила полная компенсация потерь, т.е. коэффициент отражения пробного поля от метаструктуры становился равным 1. В этом случае $f_0 = \text{Im}[(n(\omega_0) + ik_g)^2] \gamma / \omega_0$ и, используя выражение $k_g = -\frac{g\lambda}{4\pi}$ [27, 28] для мнимой части проницаемости, может быть получено пороговое значение коэффициента усиления g_{thr} всей метаструктуры в целом. Для рассматриваемого случая с рис. 2a пороговые условия соответствуют $\epsilon_{eff} = 2.3207 - 0.5012i$ и при выборе $N_{tr} = 1.61 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и $a = 7.08 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2$ получим $k_g = -0.8$, что соответствует $g_{thr} = 95194 \text{ см}^{-1}$ и пороговой интенсивности ближнеполевой накачки $I_{thr} = 23.78 \text{ кВт/см}^2$ (с пороговой мощностью

$P_{thr} = 0.238 \text{ мВт}$) и реализуется при концентрации носителей $N_{thr} = 1.51 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$.

Численное моделирование ближнеполевого отклика рассматриваемой метаструктуры осуществлялось посредством COMSOL Multiphysics. Для моделирования тонкой пленки MoTe₂ с толщиной h за пределами разрешающей способности программного алгоритма использовался пересчет из реальной $\epsilon(\omega)$ в эффективную $\epsilon_F(\omega)$ диэлектрическую проницаемость для аналогичного по своим свойствам, но более толстого h_F слоя в виде:

$$\epsilon_F(\omega) = 1 + (\epsilon(\omega) - 1) \frac{h}{h_F}, \tag{5}$$

где $h = 0.7 \text{ нм}$ – реальная толщина слоя MoTe₂, $h_F = 10 \text{ нм}$ – толщина эффективного слоя MoTe₂, используемая в численном моделировании.

В результате, на рис. 2c представлено электрическое поле внутри MoTe₂ пленки над метаповерхностью

стью в режиме возбуждения КЗМ на длине волны $\lambda_{QTM} = 1056$ нм, но в отсутствии дополнительно поля накачки. Включение поля накачки, увеличивающего интенсивность ближнеполевого отклика дисков до значения $I = 200$ кВт/см², приводит к надпороговым условиям с эффективной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_{\text{eff}} = 2.3207 - 0.6538i$ и соответствующим ей коэффициентом усиления $k_g = -1.0435$ пленки. Поскольку фактической накачкой MoTe₂ пленки выступает ближнее поле в “горячих точках” на поверхности Si дисков (см. рис. 2d), необходимая для реализации режима интенсивность \bar{I} поля оптической накачки из дальней зоны снижается приблизительно в 90 раз. В рассматриваемом случае его интенсивность составит $\bar{I} = 2.2$ кВт/см², см. рис. 2d. Фактически это соответствует уменьшению порога генерации до значения $\bar{I}_{\text{thr}} = 264$ Вт/см².

Представленная на вставке к рис. 2d диаграмма направленности показывает, что большая часть энергии падающей волны концентрируется и рассеивается в плоскости метаповерхности. Этот некогерентный процесс связан с возбуждением неизлучающего магнитного диполя m_z в режиме КЗМ. При этом, только часть запасенной метаповерхностью энергии переизлучается за счет обусловленного бианизотропией возбуждения p_x компоненты электрического диполя. Однако этого оказывается достаточно для превышения пороговых условий и формирования когерентного сигнала от всей плоскости метаповерхности с нанесенной активной средой. При этом простое управление режимом возбуждения КЗМ и генерации в системе может быть осуществлено посредством переключения поляризации пробного поля. Значительно большей энергоэффективности следует ожидать при реализации КЗМ на бианизотропии электрического типа с возбуждением p_z компоненты в каждом диске [16]. Активной средой для такой системы могут служить полупроводниковые квантовые точки, генерирующие когерентное излучение в плоскости метаповерхности.

В заключение следует отметить, что в представленной системе с накачкой на КЗМ может быть достигнута существенно большая добротность [9, 16] и можно ожидать снижения порога генерации вплоть до единиц Вт/см². Кроме того, использование открытых резонаторных систем на квазизапертых модах в квазибесконечных решетках позволяет существенно расширить размеры активной области и создавать масштабируемые генерирующие лазерное излучение устройства и метапокрытия. Такие покрытия могут быть размещены, в том числе, на гибких, а также проводящих подложках; созданы посредством лазер-

ной печати [29] либо на основе жидких метаматериалов [30] и управляемы внешним электрическим полем.

Авторы выражают глубокую признательность профессору А. Б. Евлюхину за полезные обсуждения.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 22-22-01020, <https://rscf.ru/project/22-22-01020>.

1. M. I. Stockman, *J. Opt.* **12**, 024004 (2010).
2. M. A. Noginov, G. Zhu, A. M. Belgrave, R. Bakker, V. M. Shalae, E. E. Narimanov, S. Stout, E. Herz, T. Suteewong, and U. Wiesner, *Nature* **460**, 1110 (2009).
3. A. V. Shesterikov, M. Yu. Gubin, S. N. Karpov, and A. V. Prokhorov, *JETP Lett.* **107**, 435 (2018).
4. A. B. Evlyukhin, S. M. Novikov, U. Zywiets, R. L. Eriksen, C. Reinhardt, S. I. Bozhevolnyi, and B. N. Chichkov, *Nano Lett.* **12**, 3749 (2012).
5. P. Tonkaev and Yu. Kivshar, *JETP Lett.* **112**, 615 (2020).
6. A. I. Kuznetsov, A. E. Miroshnichenko, Y. H. Fu, J. Zhang, and B. Luk'yanchuk, *Sci. Rep.* **2**, 492 (2012).
7. E. Tiguntseva, K. Koshelev, A. Furasova, P. Tonkaev, V. Mikhailovskii, E. V. Ushakova, D. G. Baranov, T. Shegai, A. A. Zakhidov, Y. Kivshar, and S. V. Makarov, *ACS Nano* **14**, 8149 (2020).
8. N. M. Shubin, V. V. Kapaev, and A. A. Gorbatsevich, *JETP Lett.* **116**, 205 (2022).
9. A. M. Chernyak, M. G. Barsukova, A. S. Shorokhov, A. I. Musorin, and A. A. Fedyanin, *JETP Lett.* **111**, 46 (2020).
10. C. W. Hsu, B. Zhen, A. D. Stone, J. D. Joannopoulos, and M. Soljačić, *Nat. Rev. Mater.* **1**, 16048 (2016).
11. A. B. Evlyukhin, V. R. Tuz, V. S. Volkov, and B. N. Chichkov, *Phys. Rev. B* **101**, 205415 (2020).
12. A. V. Prokhorov, A. V. Shesterikov, M. Yu. Gubin, V. S. Volkov, and A. B. Evlyukhin, *Phys. Rev. B* **106**, 035412 (2022).
13. Y. Li, J. Zhang, D. Huang, H. Sun, F. Fan, J. Feng, Z. Wang, and C. Z. Ning, *Nature Nanotechnol.* **12**, 987 (2017).
14. G. A. Ermolaev, D. V. Grudin, Y. V. Stebunov et al. (Collaboration), *Nat. Commun.* **12**, 854 (2021).
15. M. M. Glazov and E. L. Ivchenko, *JETP Lett.* **113**, 10 (2021).
16. A. B. Evlyukhin, M. A. Poleva, A. V. Prokhorov, K. V. Baryshnikova, A. E. Miroshnichenko, and B. N. Chichkov, *Laser Photonics Rev.* **15**, 2100206 (2021).
17. A. B. Evlyukhin, T. Fischer, C. Reinhardt, and B. N. Chichkov, *Phys. Rev. B* **94**, 205434 (2016).

18. A. B. Evlyukhin and B. N. Chichkov, *Phys. Rev. B* **100**, 125415 (2019).
19. D. Ghazaryan, M. T. Greenaway, Z. Wang et al. (Collaboration), *Nat. Electron.* **1**, 344 (2018).
20. I. G. Lezama, A. Arora, A. Ubaldini, C. Barreateau, E. Giannini, M. Potemski, and A. F. Morpurgo, *Nano Lett.* **15**, 2336 (2015).
21. A. R. Beal and H. P. Hughes, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **12**, 881 (1979).
22. A. Baranov and E. Tournie, *Semiconductor lasers. Fundamentals and applications; Woodhead Publishing Series in Electronic and Optical Materials #33*, Woodhead Publishing Limited, Oxford, Cambridge, Philadelphia, New Delhi (2013).
23. Q. Gu and Y. Fainman, *Semiconductor Nanolasers*, Cambridge University Press, Cambridge (2017).
24. L. Li, M.-F. Lin, X. Zhang, A. Britz, A. Krishnamoorthy, R. Ma, R. K. Kalia, A. Nakano, P. Vashishta, P. Ajayan, M. C. Hoffmann, D. M. Fritz, U. Bergmann, and O. V. Prezhdo, *Nano Lett.* **19**, 6078 (2019).
25. C. Z. Ning, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **19**, 1503604 (2013).
26. B. Munkhbat, P. Wrobel, T. J. Antosiewicz, and T. Shegai, arXiv:2203.13793 (2022).
27. Z.-Y. Li and Y. Xia, *Nano Lett.* **10**, 243 (2010).
28. Y. Zhang, J. Li, Y. Wu, L. Liu, X. Ming, T. Jia, and H. Zhang, *Plasmonics* **12**, 1983 (2017).
29. U. Zywietz, A. B. Evlyukhin, C. Reinhardt, and B. N. Chichkov, *Nat. Commun.* **5**, 3402 (2014).
30. A. A. Жаров, H. A. Жарова, *ЖЭТФ* **162**, 844 (2022).

Релятивистская туннельная ионизация в скрещенных лазерных пучках петаваттной мощности

С. В. Попруженко¹⁾

Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 5 декабря 2022 г.

После переработки 5 января 2023 г.

Принята к публикации 9 января 2023 г.

Предложена схема двухпучкового эксперимента на лазерных установках мульти-петаваттной мощности, направленного на поиск релятивистских эффектов при туннелировании электронов из глубоких уровней многозарядных ионов. Показано, что наиболее эффективно релятивистская ионизация будет происходить в поле стоячей волны, возникающей при встречном распространении пучков. Приведены оценки, показывающие, что наблюдение релятивистских эффектов при ионизации s -состояний водородоподобных ионов с зарядом $Z = 80–90$ потенциально возможно при интенсивности лазерного излучения в области перекрытия пучков $\simeq 10^{25}$ Вт/см².

DOI: 10.31857/S1234567823040067, EDN: pipiv

Многофотонная и туннельная ионизация атомов и молекул в интенсивном лазерном поле экспериментально наблюдается с середины 1960-х гг. [1]. Вскоре после открытия многофотонного поглощения мощного лазерного излучения был обнаружен существенно нелинейный режим взаимодействия, при котором в каждом акте ионизации участвует число фотонов, большее минимально необходимого для перехода в континуум [2]. Теория нелинейной ионизации в поле плоской электромагнитной волны была сформулирована в работах [3–6], в которых получены аналитические формулы для скорости ионизации и импульсных распределений фотоэлектронов в приближении сильного поля, когда кулоновское взаимодействие вылетающего электрона с атомным остатком не учитывается. Кулоновский фактор в скорости ионизации был найден в работе [7] в пределе медленно меняющегося поля, а затем [8] для поля произвольной частоты. Результаты, полученные в пионерских работах [3–7], получили в последующие десятилетия значительное развитие, и в настоящее время теория нелинейной ионизации атомов и молекул широко применяется для описания эффектов взаимодействия мощного лазерного излучения с веществом. Современное состояние теории многофотонной и туннельной ионизации атомных систем в сильных полях изложено в обзорах [9–14].

По мере роста максимальной интенсивности лазерного излучения актуальным становится исследование ионизации глубоких уровней тяжелых атомов и многозарядных ионов. Такие процессы интересны, например, с точки зрения их возможного использования для прямого измерения интенсивности лазерного излучения в фокусе (см. работы [15–17] и ссылки в них). Кроме того, фундаментальный интерес представляет возможность наблюдения релятивистских эффектов в ионизации. Движение фотоэлектрона в лазерном поле становится релятивистским при

$$a_0 = \frac{eE_0}{mc\omega} > 1. \quad (1)$$

Здесь E_0 и ω – амплитуда и частота лазерной волны, m и e – масса электрона и абсолютная величина его заряда соответственно, c – скорость света. Далее в работе используются атомные единицы $e = m = \hbar = 1$, в которых $c = 137$. Для инфракрасных лазеров с длиной волны $\lambda \approx 1$ мкм и $\omega \approx 0.045$ этот релятивистский порог достигается при $J \approx 2 \cdot 10^{18}$ Вт/см². Кинематические эффекты в спектрах фотоэлектронов и порождаемого ими излучения, хорошо изучены (см., например, работы [18–20] и ссылки в них). При интенсивностях $J \simeq 10^{18} – 10^{21}$ Вт/см², доступных в настоящее время на многих лазерных установках, фотоэлектрон быстро становится релятивистским после ионизации, однако сам процесс его отрыва от атома определяется законами нерелятивистской квантовой механики, и скорости ионизации мо-

¹⁾e-mail: sergey.popruzenko@gmail.com

гут с высокой точностью вычисляться по формулам из [3, 5–7]. Это затягивание применимости нерелятивистской теории в область ультрарелятивистских интенсивностей связано в основном с тем, что энергии связи уровней, ионизируемых в таких полях, все еще малы по сравнению с энергией покоя электрона. В результате релятивистские поправки к подбарьерной траектории электрона и связанные с ними поправки к вероятности ионизации остаются малыми даже при интенсивностях $J \simeq 10^{23}$ Вт/см².

При интенсивностях $J > 10^{23}$ Вт/см², достижение которых становится возможным сейчас или ожидается в ближайшие годы на новых лазерных установках мульти-петаваттной мощности [21–24], вероятность отрыва электрона от атома начнет определяться не только электрическим, но и магнитным полем лазерной волны, а релятивистские поправки к траектории электрона становятся существенными в процессе перехода из связанного состояния в континуум. Качественный характер протекания этого перехода определяется величиной параметра Келдыша [3]

$$\gamma = \frac{\sqrt{2I_p}\omega}{E_0}. \quad (2)$$

При $\gamma \gg 1$ ионизация носит характер многофотонного поглощения, а в обратном пределе $\gamma \ll 1$ может быть описана как туннелирование сквозь медленно меняющийся потенциальный барьер. С ростом интенсивности волны $J \sim E_0^2$ эффективное значение параметра Келдыша γ_* , при достижении которого происходит быстрая ионизация уровня, уменьшается как $\gamma_* \sim E_0^{-2/3}$. Для лазеров с длиной волны $\lambda \approx 1$ мкм и атомов в основном состоянии туннельный режим достигается, начиная примерно с $J \approx 5 \cdot 10^{14}$ Вт/см². Таким образом, при рекордных значениях интенсивностей $> 10^{23}$ Вт/см², рассматриваемых в настоящей работе, ионизация происходит в глубоком туннельном режиме, $\gamma \simeq 10^{-2} - 10^{-3}$, что позволяет с очень высокой точностью использовать для расчета вероятности ионизации приближение постоянного поля. В настоящее время впервые возникают условия для экспериментального наблюдения релятивистского туннельного эффекта в атомах.

Теория ионизации атомов в полях релятивистской интенсивности, определяемых условием (1), впервые была сформулирована в [4]. Релятивистский туннельный эффект был теоретически исследован в работах [25, 26], а также в ряде других, более поздних (см. обзоры [13, 27] и ссылки в них). В этих работах показано, что вероятность ионизации глубоко лежащего атомного уровня, энергия которого определяется с учетом релятивистских поправок, может

значительно, на несколько порядков величины, отличаться от таковой, рассчитанной по нерелятивистским формулам [5–7]. Отношение скоростей ионизации, рассчитанных по нерелятивистским и релятивистским формулам, может быть как больше, так и меньше единицы [9]. В недавней работе [28] этот вопрос был исследован более подробно, и было показано, что влияние магнитного поля на вероятность туннелирования в тяжелых ионах, связанное с зеемановским расщеплением уровней, можно будет обнаружить при интенсивностях $J > 2 \cdot 10^{23}$ Вт/см². Для обнаружения эффектов, связанных с релятивистскими поправками к подбарьерному движению электрона, необходимы еще большие интенсивности, превосходящие 10^{24} Вт/см². Достижение таких интенсивностей станет возможным, в частности, при сложении в фокальной области нескольких лазерных пучков мульти-петаваттной мощности. Такую схему получения экстремальных световых полей предполагается реализовать на строящейся установке XCELS [21] с максимальным числом пучков 12 при мощности в 15 ПВт в каждом пучке. В электромагнитном поле, возникающем при пересечении лазерных пучков, электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{H} поля уже не равны по величине, а также могут быть неортогональными. Формулы для вероятности релятивистского туннельного эффекта в статическом электромагнитном поле различных конфигураций были получены в [25, 26] и могут быть использованы, после необходимых обобщений, для анализа многопучковых экспериментов. В данной работе представлен такой анализ для случая ионизации s -состояний многозарядных ионов в поле двух скрещенных лазерных пучков – наиболее простой из многопучковых конфигураций, которые могут быть реализованы на установке XCELS. Показано, что при заданной мощности каждого из пучков наиболее значительный релятивистский эффект достигается при использовании встречной геометрии.

Рассмотрим поле, возникающее в результате когерентного сложения двух лазерных пучков, линейно поляризованных в одном направлении. Описывая каждый из пучков в приближении плоской волны с одинаковыми амплитудными значениями электрических полей \mathbf{E}_0 и магнитными полями $\mathbf{H}_{0i} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{E}_0$, $i = 1, 2$, где $\mathbf{n}_i = \mathbf{k}_i/k_i$ – единичные векторы, задающие направления распространения волн, а \mathbf{k}_i – волновые векторы, получим, что максимальное значение электрического поля составляет $E_m = 2E_0$, а магнитное поле при этом равно по величине $H_m = 2E_0 \cos \theta$. Здесь θ – половинный угол между направлениями волновых векторов. Электрическое и магнитное поле остаются при этом ортогональными. Учитывая резко

нелинейную зависимость скорости ионизации от напряженности электрического поля, мы исследуем эту величину в тех частях фокуса, которые будут давать доминирующий вклад в образование многозарядных ионов. Это области пространства, в которых амплитуда электрического поля максимальна.

Рассмотрим туннелирование из s -состояния многозарядного иона с потенциалом ионизации I_p . В этом случае линейные зеемановские сдвиги в магнитном поле отсутствуют, а спиновый эффект остается незначительным даже в очень сильных полях [29]. В квазиклассическом приближении [25, 26, 9] скорость ионизации можно представить в виде

$$w \sim \exp\{-2\text{Im}S_0\}, \quad (3)$$

где классическое действие S_0 вычисляется для траектории, отвечающей нулевой скорости электрона на выходе из-под барьера в момент времени $t = 0$

$$S_0 = \int_{t_0}^0 \left(L + c^2 - I_p \right) dt, \quad L = -c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{1}{c} (\mathbf{A}\mathbf{v}) - \varphi. \quad (4)$$

Здесь φ и \mathbf{A} – скалярный и векторный потенциалы, задающие электромагнитное лазерной поле, а комплексный момент t_0 начала движения определяется из условия равенства начальной энергии фотоэлектрона энергии связанного состояния. При выполнении условия $\gamma \ll 1$ время подбарьерного движения составляет малую долю оптического периода, $|\omega t_0| \ll 1$, и поле можно рассматривать как постоянное; в этом случае $\varphi = -\mathbf{E}_0 \mathbf{r}$, $\mathbf{A} = (\mathbf{H}_{01} + \mathbf{H}_{02}) \times \mathbf{r}/2$. Траектория электрона удовлетворяет уравнениям движения в комплексном времени с силой Лоренца, а t_0 определяется из уравнения

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2(t_0)/c^2}} = 1 - \frac{I_p}{c^2}. \quad (5)$$

Опуская детали вычислений, часть из которых содержится в работах [25, 26], приведем результат, применимый при $I_p \ll c^2$:

$$w_{\text{NR}}(t) = w_{\text{NR}}(t) \exp \left\{ \frac{1}{F(t)} \left(\frac{1}{10} - \frac{2}{45} \cos^2 \theta \right) \frac{I_p}{c^2} \right\}, \quad (6)$$

где $w_{\text{NR}}(t)$ – скорость ионизации в нерелятивистском приближении [5, 6, 9]. Для s -уровня она выражается формулой

$$w_{\text{NR}}(t) = C^2 2^{2\nu+1} I_p F^{1-2\nu}(t) \exp \left\{ -\frac{2}{3F(t)} \right\}. \quad (7)$$

Приведенное электрическое поле волны и эффективное главное квантовое число равны

$$F(t) = \frac{E(t)}{(2I_p)^{3/2}}, \quad \nu = \frac{Z}{\sqrt{2I_p}}, \quad (8)$$

Z – заряд атомного остатка. Асимптотический коэффициент одноэлектронной волновой функции $C \simeq 1$ на больших расстояниях от атомного остова может быть определен численно или с помощью квазиклассических асимптотик [9]. В силу условия $\gamma \ll 1$ время в формулах (6), (7) рассматривается как параметр. Выражения (6), (7) для скорости ионизации получены в квазиклассическом приближении, условия применимости которого требуют, чтобы ширина барьера $b \approx I_p/E(t)$ оставалась большой по сравнению с дебройлевской длиной волны электрона $\lambda_D \simeq 1/\sqrt{I_p}$. Это означает, что величина приведенного поля (8) $F \ll 1$. При этом, с учетом того, что рассматривается ионизация глубоких, хотя и слабо релятивистских уровней, $1 \ll I_p \ll c^2$, напряженность поля $E(t)$ при достижении которой скорость (6) становится значительной, растет как $\sim Z^3$. Так, для $1s$ состояния водородоподобного ксенона с $I_p = 41300 \text{ эВ} \approx 1518 \text{ а.е.}$ значение приведенного поля, обеспечивающего практически полную ионизацию за один период лазерной волны, $F = 0.05$, достигается при $E \approx 3.0 \cdot 10^3 \text{ а.е.}$, что соответствует интенсивности $J \approx 3.1 \cdot 10^{23} \text{ Вт/см}^2$. Отметим также, что для s -уровней, у которых $\nu \approx 1$ надбарьерный режим ионизации [9] как правило не достигается [30], и приведенные выше квазиклассические формулы (6), (7) являются количественно точными. В случае ионизации p -состояний с $\nu \approx 2$ может потребоваться учет поправок, связанных с подавлением потенциального барьера (см. работу [30] и ссылки в ней).

Нас будет интересовать отличие скорости ионизации от нерелятивистской, определяемое экспоненциальным фактором в (6) и, в частности, зависимость этого фактора от угла 2θ между пучками. В работах [9, 25, 26] было получено квазиклассическое выражение для вероятности релятивистского туннельного эффекта для случая перпендикулярных и не равных по величине полей при условии $E_m < H_m$, что отвечает случаю лоренцевой ионизации [31]. Формулы для интересующего нас противоположного случая $E_m > H_m$ получаются из [26] методом аналитического продолжения. Подробный вывод этих формул, а также анализ более общей конфигурации неортогональных полей будет представлен в последующей работе. Показатель экспоненты в (6) дает первый член разложения точного выражения для мнимой части действия в перпендикулярных полях при усло-

вии $E_m > H_m$ по малому параметру I_p/c^2 . Эта формула достаточна для выполнения оценок, позволяющих установить условия, необходимые для экспериментального наблюдения релятивистских эффектов в лазерных полях экстремальной интенсивности.

Для определения этих условий, заметим следующее.

1. Вероятность туннельной ионизации является резкой функцией приведенного поля F , поэтому для заданного электронного уровня с потенциалом ионизации I_p эффективно туннелирование происходит в достаточно узком интервале полей вблизи $F = 0.03-0.05$ [15]. Величина этого интервала зависит от длительности лазерного импульса логарифмически, что позволяет сделать достаточно универсальную оценку порога наблюдения туннельной ионизации. Так, при $F = 0.05$ полная ионизация уровней с любыми значениями азимутального и магнитного квантовых чисел будет происходить за один оптический период лазерного импульса с длиной волны $\lambda = 1$ мкм или даже несколько быстрее [15]. Для лазерных импульсов длительностью $\tau = 25$ фс, что отвечает планируемыми параметрам лазерной установки XCELS, при плотности газовой мишени 10^{15} см⁻³ и объеме фокуса $\approx 20\lambda^3$ несколько десятков ионов (число, достаточное для регистрации современными детекторами многозарядных ионов) будут возникать при $F = 0.02$. При переходе к $F = 0.015$, скорость ионизации упадет на 5 порядков величины, так что вероятность образования даже одного иона за импульс станет пренебрежимо малой. Таким образом, значение $F = 0.02$ можно принять за нижний порог наблюдения туннельной ионизации.

2. Условие на приведенное поле F задает максимальное значение энергии связи уровня, ионизацию которого в принципе можно наблюдать при определенном максимальном значении интенсивности лазерного излучения в фокусе. В настоящее время достигнуты интенсивности на уровне $\sim 10^{23}$ Вт/см² [24]. При оптимистических прогнозах, на установках 100-петаваттного класса мощности XCELS в России и Station of Extreme Light в КНР могут быть достигнуты интенсивности $\sim 10^{25}$ Вт/см². В соответствии с приведенными выше оценками в поле с такой интенсивностью возможно наблюдение туннелирования из уровней с потенциалом ионизации около 120 кэВ, что отвечает

основным состояниям водородоподобных ионов радона или тория. При этом $I_p/c^2 \approx 0.24$, так что разложение функции действия по этому параметру быстро сходится, и для оценок можно использовать приближенное выражение (6).

В случае двух параллельных пучков коэффициент перед I_p/c^2 в (6) равен $1/(18F)$, при $\theta = \pi/4$ (пучки, распространяющиеся под прямым углом) $7/(90F)$, а для встречных пучков ($\theta = \pi/2$) $-1/(10F)$. В результате, при переходе от ионизации в двух параллельных или распространяющихся под малым углом пучках к случаю встречных пучков скорость ионизации и выход полностью ионизованных атомов с энергиями связи $1s^1$ состояний около 100 кэВ должны возрасти приблизительно в 2 раза. Возрастание вероятности ионизации связано в основном с релятивистскими поправками к подбарьерной траектории электрона. Таким образом, экспериментальное измерение увеличения выхода многозарядных ионов в описанной выше ситуации можно было бы интерпретировать как наблюдение влияния релятивистских эффектов на туннелирование в сильном внешнем поле. Следует отметить, что интенсивность лазерного поля, конечно, является ультрарелятивистской и при $\theta = 0$, т.е. при параллельном распространении пучков или в случае одного пучка. Релятивистская поправка к вероятности туннелирования в этом случае оказывается заметно меньше, потому, что магнитное поле заворачивает подбарьерную траекторию электрона, делая ее двумерной, что приводит к увеличению мнимой части действия (4) и подавлению вероятности ионизации [26]. Релятивистские поправки к действию, возникающие за счет электрического поля, напротив, увеличивают вероятность. При этом в случае скрещенного поля происходит почти полная компенсация этих поправок, и суммарный эффект оказывается сильно подавленным.

Как видно из приведенных оценок, релятивистские эффекты в туннелировании оказываются достаточно слабыми даже при больших значениях интенсивности [15, 28]. Релятивистского превышения вероятности ионизации в поле стоячей волны на порядок по сравнению с вероятностью ионизации в параллельных пучках можно ожидать при интенсивностях $\simeq 10^{26}$ Вт/см², достижение которых в ближайшие годы вряд ли возможно.

Обсудим возможную постановку эксперимента. Измерение выхода ионов должно производиться в разреженной газовой струе при плотностях $< 10^{15}$ см⁻³, позволяющих избежать влияния плазменных полей, появления тормозного излучения и столкновительной ионизации. Требования к по-

становке эксперимента по наблюдению туннельной ионизации глубоких атомных уровней в сильном лазерном поле подробно описаны в работах [32, 33]. Измеряемой величиной является число ионов максимальной кратности в зависимости от взаимной ориентации пучков при фиксированных энергиях последних. Существенной проблемой для вычленения вклада релятивистской ионизации в выход ионов максимальной кратности будет изменение структуры фокуса при изменении угла между пучками. С увеличением угла θ будет уменьшаться область фокуса, в которой амплитуда электрического поля принимает значения, близкие к максимальному $2E_0$. Этот эффект может оказаться заметно более существенным, чем рост числа ионов за счет подавления магнитного поля во встречных пучках. Влияние изменения эффективного объема фокуса может быть вычтено путем измерения выхода ионов меньшей кратности при более низких интенсивностях, для которых релятивистские эффекты заведомо несущественны, и вероятность ионизации определяется только амплитудой электрического поля. Таким образом, эксперимент, в котором угол между пучками изменяется от малого значения до $\theta = \pi/4$ (перпендикулярные пучки), а затем до $\theta = \pi/2$ (встречные пучки) должен быть проведен при двух значениях мощности, обеспечивающих достижение интенсивности $\approx 10^{25}$ Вт/см², при которой происходит ионизация водородоподобных ионов Rn и Th и, например, при $J \approx 10^{23}$ Вт/см², когда ионизуются 2s-оболочки тех же атомов. Измеренное во втором случае отношение числа ионов $N^{(Z-2)+}$ кратности $Z - 2$ для разных значений углов между пучками, $N^{(Z-2)+}(\pi/4)/N^{(Z-2)+}(0)$ и т.д., позволит затем откалибровать результаты измерений для N^{Z+} и выделить вклад релятивистских эффектов.

Предложенный эксперимент может быть реализован и в схеме с числом пучков > 2 . Учитывая, что максимальной скорости ионизации отвечает случай равного нуля магнитного поля, такая схема в наиболее предпочтительном виде должна использовать четное количество пучков, попарно распространяющихся в противоположных направлениях. Отметим, что предлагаемая схема эксперимента реализуема только при высокой степени когерентности перекрываемых пучков. Пока неясно, какая степень когерентности может быть достигнута на многопучковых лазерных установках мульти-петаваттной мощности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (договор # 075-15-2021-1361 от 07.10.2021).

1. Г. С. Воронов, Н. Б. Делоне, Письма в ЖЭТФ, **1**, 42 (1965) [JETP Lett. **1**, 42 (1965)].
2. P. Agostini, F. Fabre, G. Mainfray, G. Petite, and N. K. Rahman, Phys. Rev. Lett. **42**, 1127 (1979).
3. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964) [Sov. Phys. – JETP **20**, 1307 (1965)].
4. А. И. Никишов, В. И. Ритус, ЖЭТФ **50**, 255 (1966) [Sov. Phys. – JETP **23**, 168 (1966)].
5. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Тереньев, ЖЭТФ **50**, 1393 (1966) [Sov. Phys. – JETP **23**, 924 (1966)].
6. А. М. Переломов, В. С. Попов, М. В. Тереньев, ЖЭТФ **51**, 309 (1966) [Sov. Phys. – JETP **24**, 207 (1967)].
7. А. М. Переломов, В. С. Попов, ЖЭТФ **52**, 514 (1967) [Sov. Phys. – JETP **25**, 336 (1967)].
8. S. V. Popruzhenko, V. D. Mur, V. S. Popov, and D. Bauer, Phys. Rev. Lett. **101**, 193003 (2008).
9. В. С. Попов, УФН **174**, 921 (2004) [Phys.-Uspekhi **47**, 855 (2004)].
10. F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).
11. Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, В. С. Попов, С. В. Попруженко, Письма в ЖЭТФ **93**, 238 (2011) [JETP Lett. **93**, 238 (2011)].
12. S. V. Popruzhenko, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **47**, 204001 (2014).
13. Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, С. В. Попруженко, В. С. Попов, УФН **185**, 3 (2015) [Phys.-Uspekhi **58**, 3 (2015)].
14. W. Becker, S. P. Goreslavski, D. B. Milosevic, and G. G. Paulus, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **51**, 162002 (2018).
15. M. F. Ciappina, S. V. Popruzhenko, S. V. Bulanov, T. Ditmire, G. Korn, and S. Weber, Phys. Rev. A **99**, 043405 (2019).
16. M. F. Ciappina, E. E. Peganov, S. V. Popruzhenko, Matter and Radiation at Extremes **5**, 044401 (2020).
17. E. Lötstedt, M. F. Ciappina, and K. Yamanouchi, Phys. Rev. A **102**, 013112 (2020).
18. S. P. Goreslavsky and N. B. Narozhny, J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. **4** 799 (1995).
19. S. P. Goreslavsky, N. B. Narozhny, and V. P. Yakovlev, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 1752 (1989).
20. С. В. Попруженко, Е. Б. Калымбетов, Квантовая электроника **51**, 801 (2021) [Quant. El. **51**, 801 (2021)].
21. A. V. Bashinov, A. A. Gonoskov, A. V. Kim, G. Mourou, and A. M. Sergeev, Eur. Phys. J. Spec. Top. **223**, 1105 (2014).
22. D. N. Papadopoulos, J. P. Zou, C. Le Blanc, G. Chériaux, P. Georges, F. Druon, G. Mennerat, P. Ramirez, L. Martin, A. Fréneaux, A. Beluze, N. Lebas, P. Monot, F. Mathieu, and P. Audebert, High Power Laser Sci. Eng. **4**, e34 (2016).
23. S. Weber, S. Bechet, S. Bornies et al. (Collaboration), Matter and Radiation at Extremes **2**, 149 (2017).

24. J.W. Yoon, Y.G. Kim, I.W. Choi, J.H. Sung, H.W. Lee, S.K. Lee, and C.H. Nam, *Optica* **8**, 630 (2021).
25. В. С. Попов, В. Д. Мур, Б. М. Карнаков, Письма в ЖЭТФ **66**, 213 (1997) [*JETP Lett.* **66**, 229 (1997)].
26. В. Д. Мур, Б. М. Карнаков, В. С. Попов, ЖЭТФ **114**, 798 (1998) [*JETP* **87**, 433 (1998)].
27. A. Di Piazza, C. Müller, C.Z. Hatsagortsyan, and C.H. Keitel, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1177 (2012).
28. С. В. Попруженко, *Квантовая электроника* **53** (2023), (в печати).
29. В. С. Попов, Б. М. Карнаков, В. Д. Мур, Письма в ЖЭТФ **79**, 320 (2004) [*JETP Lett.* **79**, 262 (2004)].
30. M.F. Ciappina and S.V. Popruzhenko, *Laser Phys. Lett.* **17**, 025301 (2020).
31. В. С. Попов, В. Д. Мур, Б. М. Карнаков, ЖЭТФ **115**, 1642 (1999) [*JETP* **88**, 902 (1999)].
32. K. Yamakawa, Y. Akahane, Y. Fukuda, M. Aoyama, N. Inoue, and H. Ueda, *Phys. Rev. A* **68**, 065403 (2003).
33. A. Link, E.A. Chowdhury, J.T. Morrison, V.M. Ovchinnikov, D. Offermann, L.V. Woerkom, and R.R. Freeman, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 10E723 (2006).

Модовый состав излучения суперконтинуума предельно коротких импульсов в полых антирезонансных волноводах

И. В. Савицкий⁺, Е. А. Степанов^{+,*}, А. А. Ланин^{+,*}, А. Б. Федотов^{+,*1)}

⁺Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

^{*}Российский квантовый центр, 143025 Сколково, Россия

Поступила в редакцию 2 декабря 2022 г.

После переработки 11 января 2023 г.

Принята к публикации 17 января 2023 г.

В работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии лазерного импульса в полном антирезонансном волноводе. Продемонстрировано, что наиболее энергоемкая инфракрасная часть излучения от 1300 до 2500 нм, формирующая предельно короткий импульс, локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Выполнение условий фазового согласования в видимой части суперконтинуума приводит к генерации третьей гармоники вблизи 620 нм в высших волноводных модах и модах капилляров. Было показано, что локализованное в сердцевине световода излучение третьей гармоники на длине волны ~ 700 нм позволяет измерять фазу поля относительно огибающей предельно коротких импульсов на выходе из волновода.

DOI: 10.31857/S1234567823040079, EDN: riqoac

Одним из современных решений актуальной задачи транспортировки и управляемого преобразования мощных сверхкоротких лазерных импульсов является использование полых антирезонансных волноводов [1–4]. Низкие потери излучения в световодах такого типа обуславливаются эффектом антирезонансного отражения, в основе которого лежит многолучевая интерференция на первом слое тонких стенок, составляющих структуру волокна [1, 5, 6]. Антирезонансные волноводы нового типа, обладающие отрицательной кривизной границы сердцевина-оболочка, были впервые предложены в работе [4]. Такие волноводы, называемые также однокольцевыми или револьверными, обладают меньшими потерями, чем антирезонансные волокна типа Кагоме, а также более просты в производстве [7–9]. Кроме того, было показано, что такие волноводы оптимизированы для работы в среднем инфракрасном (ИК) диапазоне вплоть до 5 мкм благодаря простоте структуры таких волокон [8, 9].

Благодаря широкой спектральной полосе пропускания антирезонансные волноводы находят применение в задачах генерации высокоинтенсивного широкополосного излучения, простирающегося от глубокого ультрафиолетового до ближнего ИК диапазона [10, 11]. Использование однокольцевых волноводов позволило расширить диапазон генерации суперконтинуума (СК) в область среднего ИК излучения до

длины волны 4 мкм [12–14]. Также обсуждается возможность генерации мощного когерентного ультрафиолетового излучения в области длин волн 200 нм в виде дисперсионных волн, перекачка энергии в которые эффективно происходит в рассматриваемых световодах [15, 16]. Кроме того, в полых однокольцевых волноводах была осуществлена компрессия сверхкоротких лазерных импульсов ближнего и среднего инфракрасных диапазонов до предельно малых значений длительности [17–19].

Существенной проблемой полых антирезонансных волноводов является их многомодовость, что приводит к одновременному распространению нескольких мод высшего порядка. В ряде работ показана возможность прямого возбуждения заданных высших волноводных мод или их суперпозиции [20, 21], а существование нескольких поперечных мод в волноводе оказывается ограничивающим фактором для большей части приложений. Пассивное подавление высших волноводных мод с помощью аккуратного подбора параметров структуры волновода является предметом активных исследований [22, 23]. В то время как в данных работах исследовалась возможность распространения излучения в высших модах в антирезонансной спектральной области, мы обнаружили проявления высших мод в широком диапазоне длин волн. С помощью мультиоктавного суперконтинуума и широкополосной

¹⁾e-mail: a.b.fedotov@physics.msu.ru

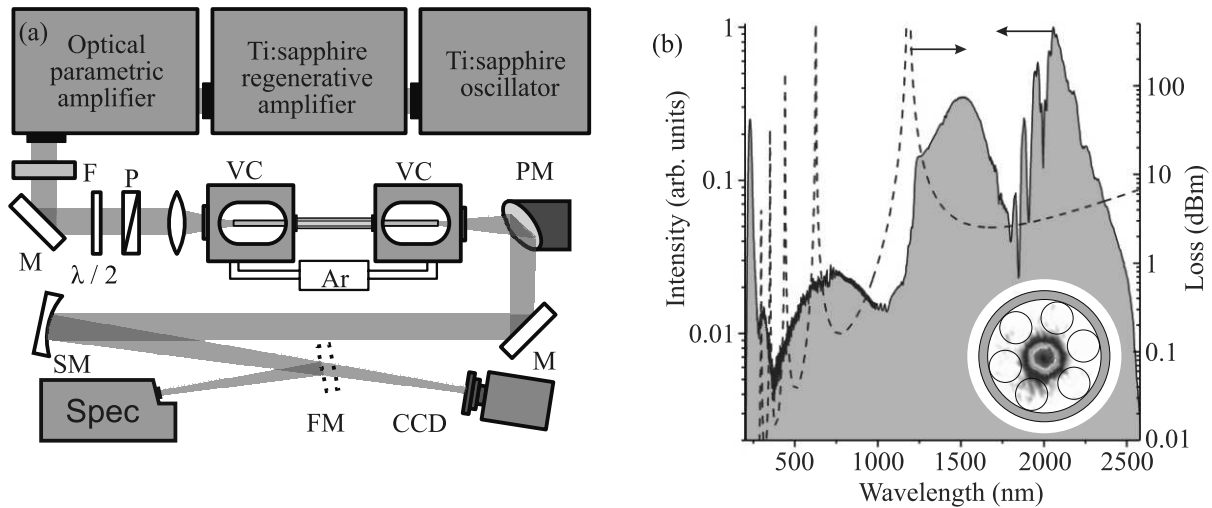


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Схема экспериментальной установки. Источник сверхкоротких ИК импульсов состоит из титан-сапфирового генератора и регенеративного усилителя, а также параметрического усилителя. М – зеркала; FM – откидываемое зеркало; F – спектральные фильтры; $\lambda/2$ – полуволновая пластинка; P – поляризатор; VC – вакуумные/газовые камеры; Ar – сферическое зеркало; SM – сферическое зеркало; PM – параболическое зеркало; Spec – спектрометр; CCD – камера. (б) – Спектр мультиоктавного суперконтинуума на выходе из волновода (синяя заливка) и рассчитанные потери волновода в фундаментальной моде (красная пунктирная линия). На вставке – схематическое изображение поперечного сечения волновода и измеренная мода на выходе из волновода в ИК диапазоне

третьей гармоники, генерируемых в процессе солитонной самокомпрессии в коротком прямом отрезке однокольцевого волновода, была исследована связь между фундаментальной модой, модами высшего порядка и модами капилляров, окружающих сердцевину полого световода. Исследуемые нами явления резонансного переноса энергии из фундаментальной моды в высшие отражаются на качестве формируемого пучка, эффективности нелинейного преобразования, предельной длительности сжатого импульса и величине пьедестала.

В работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии импульсов накачки в полом волноводе. Было показано, что наиболее энергетичная часть излучения в области 1300–2500 нм, формирующая предельно короткий импульс, локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Выполнение условий фазового согласования между накачкой в фундаментальной моде и утроенным по частоте излучением в высших модах сердцевины и модах капилляров приводит к эффективной генерации третьей гармоники (ГТГ) в области длины волны 620 нм. Локализованное в сердцевине излучение третьей гармоники на длине волны 700 нм может быть использовано для мониторинга фазы поля сверхкороткого импульса относительногибающей интенсивности на выходе из волновода.

Система для получения мощных сверхкоротких лазерных импульсов (подробно представлена в [19, 24]) состоит из титан-сапфирового генератора и усилителя чирпированных импульсов. Импульсы с энергией 2.4 мДж, центральной длиной волны 808 нм, длительностью 50 фс и частотой повторения 1 кГц используются в качестве накачки для двухканального оптического параметрического усилителя (ОПУ). На выходе из ОПУ получаем импульсы холостой волны с энергией 180 мкДж, центральной длиной волны ~ 2000 нм, длительностью ~ 50 фс и горизонтальной поляризацией. Это излучение проходит через оптический аттенуатор для контроля энергии импульсов и заводится в полый антирезонансный однокольцевой волновод протяженностью 20 см, поперечная структура которого изображена на вставке к рис. 1б. Структура представляет собой полую сердцевину с диаметром $D = 70$ мкм, окруженную шестью полыми капиллярами с диаметрами $d = 36$ мкм и толщиной стенок $w \approx 610$ нм, что позволяет оценить положения длин волн резонансного перемешивания мод сердцевины и оболочки $\lambda_{rk} = 2w(n^2 - 1)^{0.5}/k$ при $k = 1 - 4$ и $n = 1.44$: $\lambda_{r1} - \lambda_{r5} = 1264, 632, 421, 316, 252$ нм, соответственно (рис. 1б). Заведение производилось линзой из флюорита кальция с фокусным расстоянием 75 мм. Длительность импульса на центральной длине волны 2 мкм на входе составляла ~ 60 фс, энергии варьировались до 50 мкДж перед линзой во

избежание повреждения световода. Коэффициент заведения в световод оценивается как 75 %, давление аргона в световоде в большинстве экспериментов было ~ 4 бара.

Измерение мод выходного излучения в видимом и ближнем ИК диапазоне производилось с помощью кремниевой камеры (Thorlabs CS895MU), в длинноволновой ближней ИК области – с помощью тепловой камеры (Pyrocam III, Ophir Optonics). Измерения спектров осуществлялись с помощью кремниевых спектрометра (Ocean Insight Maya 2000 Pro) и ИК спектрометра на основе арсенида галлия-индия (Solar Laser Systems SDH-IV). Чтобы избежать искажений при регистрации, изображение с выхода световода перестраивалось на щели спектрометров и камеры при помощи $4f$ системы.

Генерация суперконтинуума в полых антирезонансных волноводах происходит по сценарию солитонной самокомпрессии. Данный режим распространения излучения в среде характеризуется действием нелинейного эффекта фазовой самомодуляции (ФСМ) в присутствии отрицательной дисперсии групповых скоростей (ДГС). В то время как ФСМ отвечает за уширение спектра, аномальная дисперсия волновода компенсирует положительный нелинейный набег фазы и приводит к уменьшению длительности импульса вплоть до предельно малых значений [19, 24]. В данной работе нас прежде всего интересует режим преобразования, при котором солитонная самокомпрессия импульсов холостой волны приводит к образованию мультиоктавного СК, простирающегося от ~ 200 нм до ~ 2600 нм. Спектр, соответствующий максимальному уширению импульса накачки с центральной длиной волны ~ 2000 нм и энергией 21 мкДж, изображен на рис. 1b синей цветной заливкой. Потери используемого антирезонансного волновода были рассчитаны с помощью аналитической модели [25]. В рамках данной модели получены выражения для показателя преломления и потерь тонкостенного капилляра для фундаментальной и высших мод. Спектр излучения в диапазоне 200–800 нм не чувствителен к потерям световода, поскольку при данной входной энергии большая часть излучения генерируется в процессе солитонной самокомпрессии на последних миллиметрах волновода. С другой стороны, ИК часть суперконтинуума, постепенно уширяющаяся за счет ФСМ по мере распространения импульса в волноводе, ограничена первой полосой потерь на длине волны 1260 нм, что приводит к резкому падению интенсивности излучения за ней. Численные расчеты методом конечных элементов, а также

экспериментальные результаты [24] показывают, что данная модель может быть применена для исследования однокольцевого волновода, структура которого изображена на вставке к рис. 1b.

В нашей работе [24] была продемонстрирована реализация метода для характеристики предельно коротких импульсов с помощью спектральной интерферометрии, в которой информация о фазе поля кодируется с помощью пространственной, а не частотной карты спектральной интерференции (X-SEA-F-SPIDER) [19]. Данный метод дает разрешение по одной из координат, что позволяет сделать вывод о пространственной однородности пучка на всем диапазоне измерения 1300–2500 нм. Кроме того, при выделении ИК излучения более 1300 нм с помощью оптических фильтров, было обнаружено, что это излучение локализовано в основной LP_{01} моде (вставка к рис. 1b и вставка SWIR к рис. 2). Таким образом, можно сделать вывод, что формирующее предельно короткий импульс излучение локализовано в основной пространственной моде.

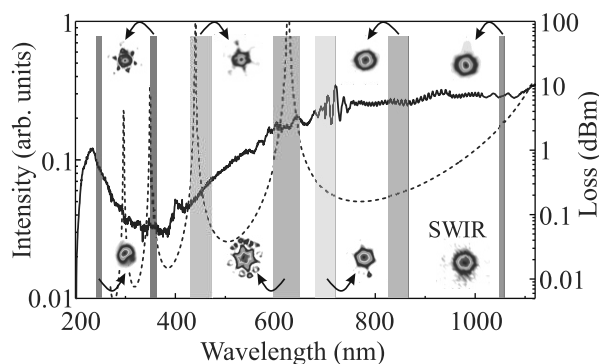


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр видимой и ближней ИК части мультиоктавного суперконтинуума на выходе из волновода (синяя линия) и потери волновода в фундаментальной моде, рассчитанные с помощью аналитической модели (красная пунктирная линия). На вставках – поперечные моды, соответствующие выделенным спектральным диапазонам

С другой стороны, при исследовании видимой и ближней ИК части спектра суперконтинуума были обнаружены отличительные особенности модового состава выходного излучения. Схема регистрации пространственной структуры излучения состояла из изображающей $4f$ системы, перестраивающей выходной торец волокна на камеру. Для того, чтобы избежать хроматические aberrации, использовались коллимирующее параболическое и фокусирующее сферическое зеркала (рис. 1a). Фокусные расстояния зеркал составляли 10 см и 50 см соответственно,

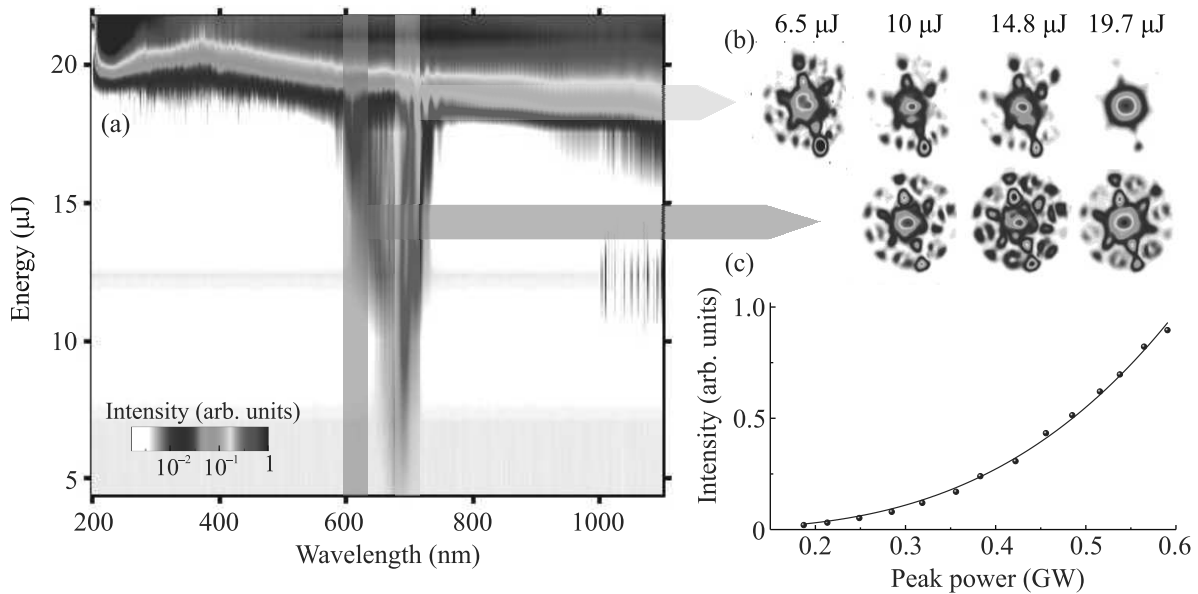


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Генерация видимой части суперконтинуума в волноводе в зависимости от энергии входных импульсов. (б) – Поперечные моды выходного излучения в узких спектральных диапазонах вблизи длин волн 620 нм (зеленая заливка) и 700 нм (желтая заливка) для различных энергий излучения, распространяющегося в волноводе. (с) – Зависимость энергии сигнала третьей гармоники от пиковой мощности входного излучения измеренная (точки) и аппроксимированная функцией ax^b , где $b = 3.15$ (синяя кривая)

что приводило к увеличению изображения на камере в 5 раз. Различные спектральные области были выделены с помощью узкополосных фильтров на длинах волн 245, 355, 445, 620, 700, 850 и 1064 нм. Такой набор фильтров позволил выделить спектральные области, в которых проявляются различные пространственные свойства излучения, области дисперсионной волны (рис. 2, фиолетовая область), резонансов волновода (рис. 2, синяя, голубая и зеленая области), спектральной интерференции с высокой видностью (рис. 2, желтая область), малых потерь волновода (рис. 2, оранжевая и красная области), выделяемые узкополосными фильтрами. Каждому из диапазонов поставлено в соответствие изображение поперечного сечения излучения на выходе из волновода.

Пространственное распределение излучения СК в ближнем ИК (800–1100 нм) и коротковолновом ИК (1300–3000 нм) спектральных диапазонах соответствуют фундаментальной моде LP_{01} полой сердцевины. В этих диапазонах не возникает условий возбуждения высших мод. В высокочастотной спектральной области на длине волны 245 нм генерируется дисперсионная волна также в основной моде волновода. С другой стороны, в видимой области спектра от 350 до 650 нм изображение излучения СК на выходе из волновода обладает особенностями из-за возбуждения высших мод сердцевины и мод капил-

ляров, что особенно сильно проявляется на длине волны 620 нм.

Общий ход эволюции спектра при увеличении энергии входных импульсов (рис. 3а) соответствует режиму солитонной самокомпрессии излучения и для видимого диапазона [14, 19, 24]. При малой энергии импульсов (до ~ 7 мкДж) наблюдается только сигнал на длины волне в окрестности третьей гармоники ~ 670 нм от накачки на ~ 2000 нм, а при увеличении энергии разделяется на две части, одна из которых сдвигается в красную область (до ~ 700 нм), а другая в синюю область (до ~ 620 нм). Для анализа свойств этих частей были использованы два узкополосных фильтра FBH620-52 и FBH700-40 (Thorlabs). При небольших энергиях до 15 мкДж в обеих областях наблюдается сложная модовая структура (рис. 3б), различающаяся только более эффективным возбуждением мод капилляров на длине волны 620 нм. При увеличении энергии синее крыло суперконтинуума перетекает в видимую область, а также образуется мощная дисперсионная волна на длинах волн в окрестности ~ 250 нм. Так как это крыло генерируется на последнем этапе распространения излучения в волноводе, а также вследствие того, что антирезонансная структура удерживает большую часть этого излучения в основной волноводной моде, в структуре поперечного сечения излучения

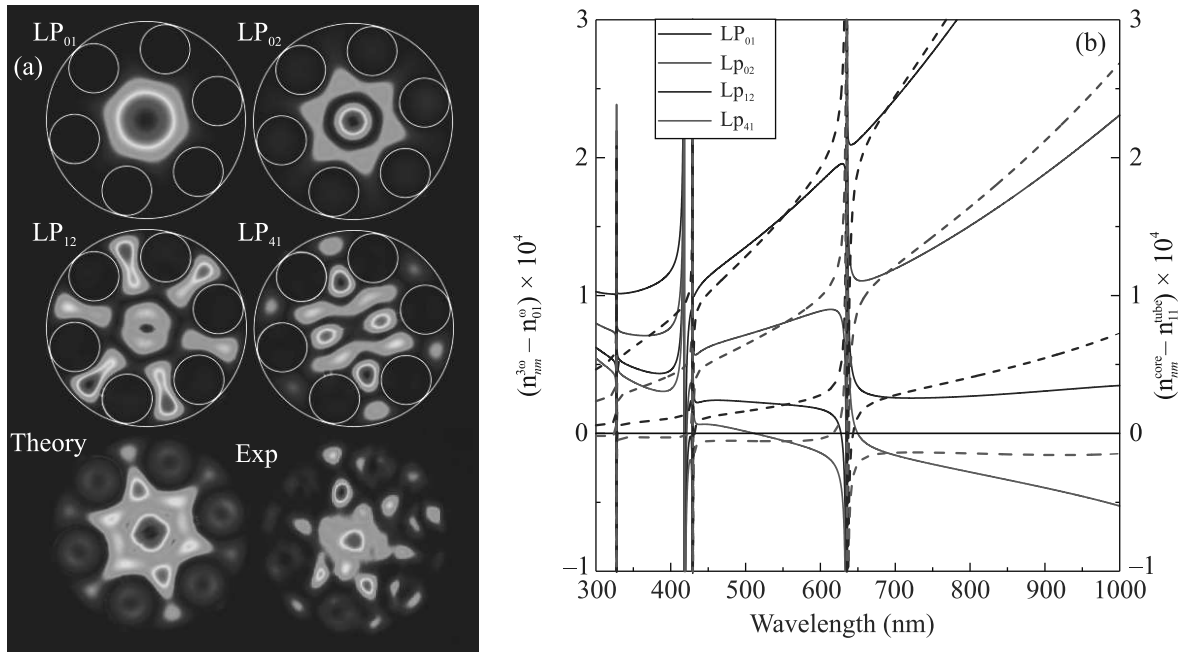


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Рассчитанные LP_{nm} моды полого антирезонансного волновода и сравнение комбинации этих мод с экспериментально полученным пространственным распределением излучения на длине волны 620 нм на торце световода. (б) – Спектральная зависимость отстроек показателя преломления $\Delta n_{3\omega}$ и Δn_{tube} для процесса генерации третьей гармоники в высшие моды и перетекания излучения из высших мод сердцевины

проявляется LP_{01} мода, которая, при дальнейшем увеличении энергии, становится подавляющей.

Рассмотрим коротковолновую часть описываемого сигнала вблизи 620 нм (рис. 3а). Сигнал появляется только при энергии ~ 10 мкДж, после чего начинает быстро нарастать, за счет спектрального уширения накачки до ~ 1900 нм, где условия фазового согласования ГТГ реализуются наиболее полно. Фазовая расстройка процесса ГТГ $\Delta k = 3k_0(n^{3\omega} - n^\omega)$ определяется величиной $\Delta n^{3\omega} = (n_{nm}^{3\omega} - n_{01}^\omega)$, где n_{nm} – эффективный показатель преломления моды сердцевины LP_{nm} [23]. Наиболее близки к выполнению фазового синхронизма в области длин волн 400–700 нм моды LP_{12} и LP_{41} , причем их пространственная структура хорошо узнаваема в эксперименте (рис. 4). Однако проявляющиеся в эксперименте кольцевые моды капилляров не удается описать представленной моделью. Они возникают за счет перетекания излучения из высших мод, эффективность которого зависит от расстройки $\Delta n_{tube} = (n_{nm}^{core} - n_{11}^{tube})$, где n^{core} , n^{tube} – показатели преломления для мод сердцевины и капилляра, соответственно. Наибольшая длина синхронизма такой межмодовой перекачки энергии в области ~ 600 нм возникает у мод LP_{12} и LP_{41} сердцевины, в которых условия фазового согласования ГТГ благоприятствует. Длинноволновый пик излучения в области 670–700 нм (рис. 3а,

желтая заливка) становится заметным при достижении энергии накачки ~ 6.5 мкДж (при давлении аргона 4 атм) и интерпретируется нами как третья гармоника от центральной длины волны накачки. Анализ зависимости яркости сигнала, генерируемого при пониженном давлении аргона во избежание развития сложной нелинейной временной динамики, от энергии накачки показал кубический закон, что ожидается для процесса ГТГ. Здесь было важно учесть проявляющийся эффект спектральной компрессии накачки при увеличении заводимой мощности, отражающийся на увеличении длительности импульса в 1.5 раза [19].

В области длин волн 700 нм из-за слабой связи между модами третья гармоника генерируется как в высших модах, так и в фундаментальной моде LP_{01} сжатым по длительности импульсом на конце световода. Отличное качество пучка на утроенной частоте (рис. 3б) позволило пронаблюдать явление $f-3f$ интерференции широкополосного импульса и его гармоники при вариации фазы поля относительно огибающей интенсивности $\phi_{сер}$, где f – абсолютная оптическая частота накачки. Регистрируемая разность фаз между сдвинутым в синюю область фундаментальным излучением и N -гармоникой $\phi^f - N\phi = N\phi^f - \phi^{Nf}$, где $\phi^{Nf} = 2\pi Nft + \phi_{сер}$, фаза спектральных компонент СК вблизи N -гармоники,

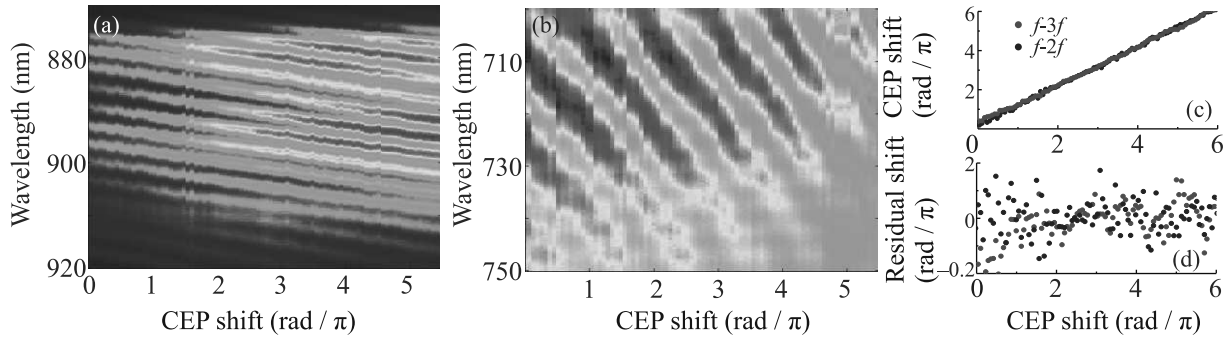


Рис. 5. (Цветной онлайн) (a), (b) – Спектрограммы $f-2f$ (a) и $f-3f$ (b) интерферометрии суперконтинуума на выходе из антирезонансного световода. Скорость смещения пиков в случае $f-3f$ интерферометрии в 2 раза быстрее при изменении фазы накачки. (c) – Восстановленные $\phi_{\text{СЕР}}$ по $f-2f$ (синие квадраты) и $f-3f$ (зеленые точки) интерферометрии при варьировании $\phi_{\text{СЕР}}$ от 0 до 6π и (d) – отклонения измеренных от установленных значений фазы

а $N\phi^f = 2\pi Nft + N\phi_{\text{СЕР}}$, фаза генерируемой N -ой гармоники, несет информацию о стабильности фазы поля СК относительно огибающей $\phi^{f-Nf} = (N-1)\phi_{\text{СЕР}}$. Используемый в качестве накачки импульс холостой волны обладает пассивной стабилизацией $\phi_{\text{СЕР}}$ от импульса к импульсу [19, 24], что позволяет измерить ϕ^{f-Nf} в эксперименте. Анализируя одновременно картины спектральных полос излучения из световода напрямую и направленного в независимый $f-2f$ интерферометр, была подтверждена удвоенная скорость смещения фазы ϕ^{f-3f} сигнала из световода (рис. 5b) по отношению к ϕ^{f-2f} (рис. 5a). На рисунке 5с показано хорошее соответствие между устанавливаемой фазой и измеренной двумя независимыми методами. Отклонение измеряемой фазы от устанавливаемой показано на рис. 5d, дисперсия которого равна $\sigma^{f-2f} = 190$ мрад и $\sigma^{f-3f} = 220$ мрад в диапазоне изменения фазы 6π в зависимости от метода. Таким образом, $f-3f$ интерференцию, возникающую в результате солитонной самокомпрессии можно использовать для контроля скачков $\phi_{\text{СЕР}}$ предельно коротких импульсов на выходе из волновода.

Таким образом, в работе проведен анализ модового состава широкополосного излучения со спектром, простирающимся в диапазоне от 200 до 2500 нм, полученного в процессе солитонной самокомпрессии в полом волноводе. Было подтверждено, что большая часть излучения, формирующая предельно короткий импульс (1300–2500 нм), локализована в основной пространственной моде LP_{01} . Было обнаружено, что в видимой части суперконтинуума выполняются условия фазового согласования, приводящие к генерации третьей гармоники в высших волноводных модах и модах капилляров вблизи 620 нм. Кроме того, было показано, что излучение третьей гармоники, генерирующееся при слабом фазовом синхронизме на

длине волны 700 нм может быть использовано для измерения фазы поля относительно огибающей импульсов на выходе из волновода.

Авторы выражают благодарность руководителю научной группы профессору А. М. Желтикову за всестороннюю поддержку. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда # 22-12-00149 в части исследования модового состава излучения и формирования короткого ИК импульса, а также грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 20-21-00131, # 19-29-12062 в части исследования влияния фазы предельно короткого импульса.

1. C. Wei, R. J. Weiblen, C. R. Menyuk, and J. Hu, Adv. Opt. Photonics **9**, 504 (2017).
2. F. Benabid, J. C. Knight, G. Antonopoulos, and P. St. J. Russell, Science **298**, 399 (2002).
3. F. Couny, F. Benabid, and P. S. Light, Opt. Lett. **31**, 3574 (2006).
4. A. D. Pryamikov, A. S. Biriukov, A. F. Kosolapov, V. G. Plotnichenko, S. L. Semjonov, and E. M. Dianov, Opt. Express **19**, 1441 (2011).
5. N. M. Litchinitser, A. K. Abeeluck, C. Headley, and B. J. Eggleton, Opt. Lett. **27**, 1592 (2002).
6. P. Song, K. Y. Phoong, and D. Bird, Opt. Express **27**, 27745 (2019).
7. A. V. Gladyshev, A. N. Kolyadin, A. F. Kosolapov, Yu. P. Yatsenko, A. D. Pryamikov, A. S. Biriukov, I. A. Bufetov, and E. M. Dianov, Quantum Electron. **45**, 807 (2015).
8. M. S. Astapovich, A. V. Gladyshev, M. M. Khudyakov, A. F. Kosolapov, M. E. Likhachev, and I. A. Bufetov, IEEE Photon. Technol. Lett. **31**, 78 (2019).
9. A. V. Gladyshev, A. F. Kosolapov, A. N. Kolyadin, M. S. Astapovich, A. D. Pryamikov, M. E. Likhachev, and I. A. Bufetov, Quantum Electron. **47**, 1078 (2017).

10. F. Belli, A. Abdolvand, W. Chang, J. C. Travers, and P. St. J. Russell, *Optica* **2**, 292 (2015).
11. J. C. Travers, W. Chang, J. Nold, N. Y. Joly, and P. St. J. Russell, *J. Opt. Soc. Am. B* **28**, A11 (2011).
12. M. Cassataro, D. Novoa, M. C. Gunendi, N. N. Edavalath, M. H. Frosz, J. C. Travers, and P. St. J. Russell, *Opt. Express* **25**, 7637 (2017).
13. A. I. Adamu, Md. S. Habib, C. R. Smith, J. E. Antonio Lopez, P. Uhd Jepsen, R. Amezcua-Correa, O. Bang, and C. Markos, *Sci. Rep.* **10**, 4912 (2020).
14. E. A. Stepanov, A. A. Voronin, F. Meng et al. (Collaboration), *Phys. Rev. A* **99**, 033855 (2019).
15. N. Y. Joly, J. Nold, W. Chang, P. Hölzer, A. Nazarkin, G. K. L. Wong, F. Biancalana, and P. St. J. Russell, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203901 (2011).
16. J. C. Travers, T. F. Grigorova, C. Brahms, and F. Belli, *Nat. Photonics* **13**, 547 (2019).
17. T. Balciunas, C. Fourcade-Dutin, G. Fan, T. Witting, A. A. Voronin, A. M. Zheltikov, F. Gerome, G. G. Paulus, A. Baltuska, and F. Benabid, *Nat. Commun.* **6**, 6117 (2015).
18. U. Elu, M. Baudisch, H. Pires, F. Tani, M. H. Frosz, F. Köttig, A. Ermolov, P. St. J. Russell, and J. Biegert, *Optica* **4**, 1024 (2017).
19. I. V. Savitsky, E. A. Stepanov, A. A. Lanin, A. B. Fedotov, and A. M. Zheltikov, *ACS Photonics* **9**, 1679 (2022).
20. T. G. Euser, G. Whyte, M. Scharrer, J. S. Y. Chen, A. Abdolvand, J. Nold, C. F. Kaminski, and P. St. J. Russell, *Opt. Express* **16**, 17972 (2008).
21. B. M. Trabold, D. Novoa, A. Abdolvand, and P. St. J. Russell, *J. Opt. Lett.* **39**, 3736 (2014).
22. A. Ge, F. Meng, Y. Li, B. Liu, and M. Hu, *Micromachines* **10**, 128 (2019).
23. P. Uebel, M. C. Günendi, M. H. Frosz, G. Ahmed, N. N. Edavalath, J.-M. Ménard, and P. St. J. Russell, *Opt. Lett.* **41**, 1961 (2016).
24. И. В. Савицкий, Е. А. Степанов, А. А. Ланин, А. А. Воронин, Е. Е. Серебрянников, А. А. Иванов, М. Ху, Я. Ли, А. Б. Федотов, А. М. Желтиков, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 437 (2022).
25. M. Zeisberger and M. A. Schmidt, *Sci. Rep.* **7**, 11761 (2017).

“Капиллярные” структуры в поперечно захваченных нелинейных оптических пучках

В. П. Рубан¹⁾

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 27 декабря 2022 г.

После переработки 14 января 2023 г.

Принята к публикации 17 января 2023 г.

Математическая аналогия между параксиальной оптикой с двумя круговыми поляризациями света в дефокусирующей Керровской среде с положительной дисперсией, бинарными бозе-конденсатами холодных атомов в режиме разделения фаз, и гидродинамикой двух несмешивающихся сжимаемых жидкостей способна помочь в теоретических поисках ранее неизвестных трехмерных когерентных оптических структур. В данной работе рассмотрены поперечно захваченные (плавным профилем показателя преломления) пучки света и приведены такие новые численные примеры, как “плавающая капля”, прецессирующий продольный оптический вихрь с неоднородным профилем заполнения второй компонентой, а также комбинация капли и вихревой нити. Кроме того, промоделированы поперечные по отношению к оси пучка заполненные вихри, распространяющиеся на большие расстояния.

DOI: 10.31857/S1234567823040080, EDN: piwlzm

Введение. Как известно, уравнения параксиальной оптики, описывающие распространение двух взаимодействующих круговых поляризаций света в диэлектрике с Керровской нелинейностью [1–4], в полностью дефокусирующем случае математически эквивалентны связанным уравнениям Гросса–Питаевского для бинарного бозе-конденсата в режиме пространственного разделения фаз [5–11]. В свою очередь, поведение бозе-конденсатов на относительно больших масштабах во многом соответствует классической гидродинамике. В физике ультра-холодных газовых смесей был теоретически обнаружен ряд явлений, которые аналогичны поведению несмешивающихся классических жидкостей. В частности, благодаря эффективному поверхностному натяжению [8, 12] возможны такие “капиллярные” явления как динамика пузырей [13], аналоги классических гидродинамических неустойчивостей (Кельвина–Гельмгольца [14–16], Рэлея–Тейлора [17–19], Плато–Рэлея [20]), параметрическая неустойчивость капиллярных волн на границе раздела фаз [21, 22], сложные текстуры во вращающихся бинарных конденсатах [23–25], трехмерные топологические структуры [26–29], капиллярная плавучесть капель в захваченных несмешивающихся бозе-конденсатах [30], вихри с заполненной сердцевинкой [7, 31–38], и т.д. Многое из вышеперечисленного должно, по идее, осуществляться и в нелинейной оптике, хотя пока еще

далеко не все было обнаружено экспериментально в оптических лабораториях. Но, по крайней мере, домены поляризации света известны достаточно давно (для случая встречных волн см. [39, 40], а для сонаправленных волн – [41–45]).

Надо сказать, что концепция поверхностного натяжения позволяет проводить качественный анализ многих структур указанного типа, что особенно ценно для трехмерных конфигураций. Эта концепция фактически соответствует режиму предельно сильной нелинейности и оказывается в ряде случаев незаменимым (и чуть ли не единственным) инструментом исследования, помимо собственно гидродинамического приближения. В данной работе, на основе недавних достижений в области холодных газов и с привлечением присущего почти всякому человеку интуитивного понимания свойств капиллярности (накопленного повседневным опытом), будут рассмотрены некоторые важные аспекты таких ранее известных двухкомпонентных объектов, как заполненные оптические вихри [43–47]. Кроме того, будут численно “сконструированы” три, по-видимому, новые трехмерные капиллярные структуры в поперечно захваченных оптических пучках: простая плавающая капля, прецессирующая плавающая капля с присоединенными к ней продольными вихревыми нитями, а также поперечные по отношению к оси пучка заполненные вихри.

Модель. Необходимо сразу же отметить то несущественное по большому счету отличие, что эволюционной переменной в оптике вместо времени t

¹⁾e-mail: ruban@itp.ac.ru

обычно служит дистанция ζ вдоль оси пучка, а роль третьей “пространственной” координаты играет “запаздывающее” время $\tau = t - \zeta/v_{\text{gr}}$. Поэтому иногда требуется некоторое усилие, чтобы осознать четырехмерную картину явления. В частности, это замечание касается движения квантованных вихрей, которые могут быть по-разному ориентированы в пространстве (x, y, τ) .

Пусть имеется диэлектрическая среда с изотропным законом дисперсии линейных оптических волн $k(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c$ и с дефокусирующей Керровской нелинейностью. Будем полагать дисперсию групповой скорости аномальной (то есть $k''(\omega) < 0$ в некотором диапазоне). Зафиксируем несущую частоту ω , соответствующее ей волновое число k_0 и вторую производную k_0'' . Предположим также, что линейная по электрическому полю часть диэлектрической проницаемости в интересующей нас области пространства слегка неоднородна и на частоте ω имеет приблизительно параболический двумерный профиль:

$$\varepsilon_{\text{lin}} = \varepsilon[1 + \nu^2(2 - (x^2 + \kappa^2 y^2)/R^2)], \quad (1)$$

с малым безразмерным параметром $\nu \ll 1$ и относительно большим параметром длины $R \gg 1/k_0$ (характерной шириной светового пучка). Коэффициент κ задает поперечную геометрическую анизотропию такого плавного волновода (для определенности, $\kappa \geq 1$). Подобная среда ранее была рассмотрена, например, в работе [48] (для одной поляризации света).

Здесь исследуется оптический пучок при наличии обеих поляризаций. В надлежащем образом обезразмеренных переменных мы имеем следующую систему уравнений для медленных комплексных огибающих $A_{1,2}(x, y, \tau, \zeta)$, отвечающих правой и левой круговым поляризациям света:

$$i \frac{\partial A_{1,2}}{\partial \zeta} = \left[-\frac{1}{2} \Delta + V(x, y) + |A_{1,2}|^2 + g_{12}|A_{2,1}|^2 \right] A_{1,2}, \quad (2)$$

где $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_\tau^2$ — трехмерный оператор Лапласа в “координатном” пространстве (x, y, τ) . Данные уравнения легко выводятся по аналогии с параграфом “Самофокусировка” в книге Ландау и Лифшица “Электродинамика сплошных сред”, если в формулу

$$\mathbf{D}^{(3)} = \alpha(\omega)|\mathbf{E}|^2 \mathbf{E} + \beta(\omega)\mathbf{E}^2 \mathbf{E}^* \quad (3)$$

подставить выражение для электрического поля в терминах круговых поляризаций,

$$\mathbf{E} = [(\mathbf{e}_x + i\mathbf{e}_y)A_1 + (\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)A_2]/\sqrt{2}, \quad (4)$$

а затем проделать все остальные выкладки (с учетом второй производной по времени) и произвести

следующее перемасштабирование: $\zeta = (\nu/R) \cdot \zeta_{\text{old}}$, $\{x, y\} = \sqrt{\nu k_0/R} \cdot \{x, y\}_{\text{old}}$, $\tau = \sqrt{\nu/(R|k_0''|)} \cdot \tau_{\text{old}}$, а также $A_{1,2} = \sqrt{k_0 R |\alpha| / (2\nu\varepsilon)} \cdot A_{1,2}^{(\text{old})}$.

Заметим попутно, что если выбрать базис в виде линейно (или эллиптически) поляризованных волн, то в соответствующих уравнениях появятся дополнительные члены с четырех-волновым смешением, что менее удобно для исследования. Нелинейность является дефокусирующей в случае отрицательных α и β . Параметр перекрестной фазовой модуляции $g_{12} = 1 + 2\beta/\alpha$ зависит от вещества; в типичном случае он равен 2. Дефокусирующий характер нелинейности и условие сильного перекрестного отталкивания $g_{12} > 1$ подразумевают режим разделения фаз. Другими словами, при интенсивностях света $|A_{1,2}|^2 \sim I$ в (x, y, τ) -пространстве на масштабах $l \gg 1/\sqrt{I}$ спонтанно образуются домены с противоположными круговыми поляризациями [41–45]. Начальной стадией такого процесса часто является специфическая модуляционная неустойчивость состояний с линейной или эллиптической поляризацией. Геометрическая форма этих областей в общем случае эволюционирует с увеличением ζ , чему в гидродинамической аналогии соответствует динамика во времени. Толщина $w \sim 1/\sqrt{I}$ доменных стенок при этом оказывается порядка обратной типичной амплитуды, а коэффициент поверхностного натяжения $\sigma \sim I^{3/2}$.

Эффективный внешний потенциал $V(x, y)$ в уравнениях (2) пропорционален (со знаком минус) отклонению $\tilde{\varepsilon}(x, y)$ диэлектрической проницаемости от постоянного значения. В нашем случае

$$V(x, y) = (x^2 + \kappa^2 y^2)/2 - \mu, \quad \mu = \nu k_0 R. \quad (5)$$

Неоднородность $\tilde{\varepsilon}$ необходима для поперечного удержания оптического пучка, подверженного дифракции и нелинейной расфокусировке. В принципе, показатель преломления может зависеть и от ζ , но только достаточно медленно для физической применимости рассматриваемого приближения. Если сравнивать с бозе-конденсатами, то там для справедливости аналогии с оптикой потенциал ловушки должен зависеть не более чем от двух пространственных декартовых координат и (возможно) времени. Мы далее сосредоточимся на чисто двумерном потенциальном “желобе” вида (5). В “равновесии”, когда функции $A_{1,2}$ не зависят от ζ , протяженность светового пучка по переменной τ оказывается таким образом бесконечной. Кстати, это сразу же наводит на мысль, что возможные двумерные решения (не зависящие от τ) должны быть неустойчивыми — трудно себе вообразить стабильную продольную доменную стенку в такой ситуации; скорее представляются чередующи-

еся вдоль оси τ домены с поперечными стенками. С другой стороны, инкремент продольной неустойчивости будет очень малым для длинноволновых возмущений (т.е. имеющих малые частоты), и их амплитуды сильно вырастут только на достаточно больших ζ , когда в двумерной динамике уже случится много событий.

Параметр μ (в теории бозе-конденсатов это безразмерный химический потенциал) будет у нас характеризовать уровень нелинейности фонового состояния оптического поля ($I_1 \sim \mu$). Он будет предполагаться достаточно большим, чтобы поперечный размер пучка $R_\perp \sim \sqrt{\mu}$ во много раз превышал характерную толщину доменных стенок w и сердцевину ξ квантованных вихрей: $w \sim \xi \sim 1/\sqrt{\mu}$. С другой стороны, слишком большие мощности на практике могут оказаться нежелательными. Поэтому в численных примерах мы будем брать умеренную величину $\mu = 6.0$.

Необходимо еще сказать, что малость параметра ν призвана обеспечить условия применимости квази-монохроматического приближения, поскольку в исходных размерных переменных характерная ширина вихрей и доменных стенок по поперечным координатам оценивается как $w_\perp \sim (\nu k_0)^{-1} \gg 1/k_0$, а по временной координате – как $w_\tau \sim \sqrt{|k_0''|/k_0}/\nu$. Поэтому (аномальная) дисперсия не должна быть слишком слабой, чтобы соблюдалось условие $w_\tau \gg 1/\omega$.

Реалистическими выглядят значения параметров $\nu \sim 0.03$ и $k_0 R \sim 200$, что составляет около 30-ти длин волн (на толщину вихрей и доменных стенок тогда приходится около 5-ти длин волн). Характерная дистанция вдоль пучка R/ν оказывается в районе тысячи длин волн, что составляет величину около миллиметра. Интервалу ζ в несколько сотен безразмерных единиц соответствуют десятки сантиметров. В принципиальном отношении рассматриваемая здесь система похожа на то, что в английской терминологии называется *graded-index highly multimode optical fibers*, хотя там пучки света, как правило, не столь широкие – всего в несколько длин волн (см., например, [49, 50–53] и ссылки там). Более важное отличие состоит в дефокусирующем характере нелинейности в нашем случае, тогда как обычные оптические волокна делают из материалов с фокусирующей нелинейностью. По этой причине быстро проверить предсказания нашей теории на эксперименте, скорее всего, не получится. Потребуется специальные усилия на создание образца с нужными свойствами. Важно, что нет принципиального запрета на существование дефокусирующего Керровского диэлектрика с аномальной дисперсией

и плавным профилем показателя преломления (см., например, [48]). А поскольку численные решения для таких систем оказываются очень интересными, эти теоретические результаты заслуживают серьезного внимания.

Численный метод. Система уравнений (2) решалась численно в кубической области $(4\pi)^3 \approx (12.6)^3$ с периодическими граничными условиями по переменным (x, y, τ) методом Фурье второго порядка с расщепленным шагом по переменной ζ . Точность вычислений контролировалась сохранением гамильтониана системы до 6-го десятичного знака. Близкие к стационару состояния при $\zeta = 0$ готовились методом распространения в мнимом времени (*imaginary-time propagation*). Другими словами, в левых частях уравнений (2) вместо i ставилась -1 и такая диссипативная динамика считалась на определенном конечном псевдовременном интервале. При этом добавлялась некоторая положительная поправка $\delta\mu_2$ к химическому потенциалу второй компоненты. Величина этой добавки, а также затравочные профили обеих волновых амплитуд подбирались методом проб и ошибок до получения желаемой “массы” второй компоненты. В результате такой диссипативной процедуры жесткие возбуждения оказывались сильно подавлены, тогда как интересующие нас мягкие степени свободы не успевали отрелаксировать. Только после этого запускался счет непосредственно консервативной системы (2).

Далее будут представлены несколько содержательных численных примеров.

Плавающая капля. Начнем с простейшего случая, когда почти весь пучок (с параметром поперечной анизотропии $\kappa^2 = 2$) состоит из первой компоненты, а на нем плавает капля второй компоненты (см. пример на рис. 1, где доменная стенка видна как провал суммарной интенсивности). Квантованные вихри отсутствуют. В результате релаксации в мнимом времени на этапе приготовления исходного состояния получается близкая к статической начальная конфигурация. Форма капли испытывает небольшие колебания с течением условного “времени” ζ . Такое ее поведение интуитивно понятно, так как мы имеем здесь натуральную механическую систему, в которой достигается минимум потенциальной энергии при заданных полных “массах” обеих компонент, и совершаются малые колебания вблизи этого минимума. Однако необходимо отметить, что слишком массивная капля оказывается неустойчивой, и в результате она заполняет собой все сечение пучка на некотором его участке (такая простая квазидномерная структура здесь не показана).

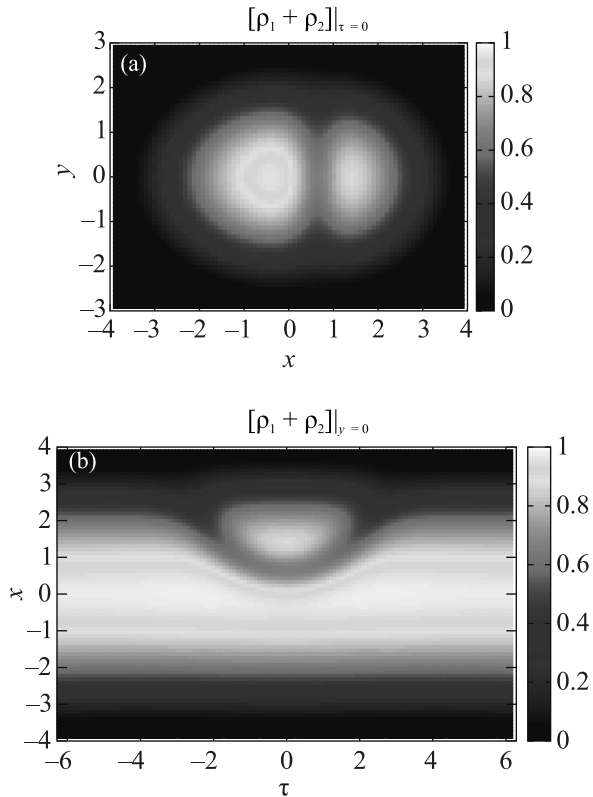


Рис. 1. (Цветной онлайн) Численный пример светового пучка с “плавающей каплей” при значении переменной $\zeta = 300$. Цветом показана суммарная нормированная плотность $\rho_1 + \rho_2 = (I_1 + I_2)/\mu$: (a) – в поперечном сечении пучка плоскостью $\tau = 0$; (b) – в продольном сечении плоскостью $y = 0$.

Продольный вихрь с неоднородным заполнением. Весьма интересные численные решения получаются, если удерживающий потенциал осесимметричен ($\kappa = 1$), а при $\zeta = 0$ имеется продольно ориентированный (однократный) оптический вихрь с заполненной сердцевинкой, расположенный на небольшом расстоянии от оси пучка. При наличии малой исходной неоднородности развивается так называемая сосисочная неустойчивость, обусловленная поверхностным натяжением и приводящая к образованию пузыря в форме веретена, с присоединенными к нему двумя вихревыми нитями – входящей и выходящей (см. обсуждение этого явления в [36]). При умеренном количестве второй компоненты формирование и распад пузыря могут повторяться несколько раз. Вихрь при этом прецессирует вокруг оси пучка. Можно сразу запустить вихрь с более-менее подходящим неоднородным заполнением, и тогда пузырь примерно сохраняет свою форму, вращаясь вокруг оси пучка (см. видео [54], где показана динамика условной поверхности, определяющей сердцевинку

пухля; цвет соответствует x -координате). Таким образом, сосисочная неустойчивость насыщается, и формируется прецессирующий трехмерный вихрь-солитонный комплекс, пример которого показан на рис. 2. Видно, что протяженность второй компонен-

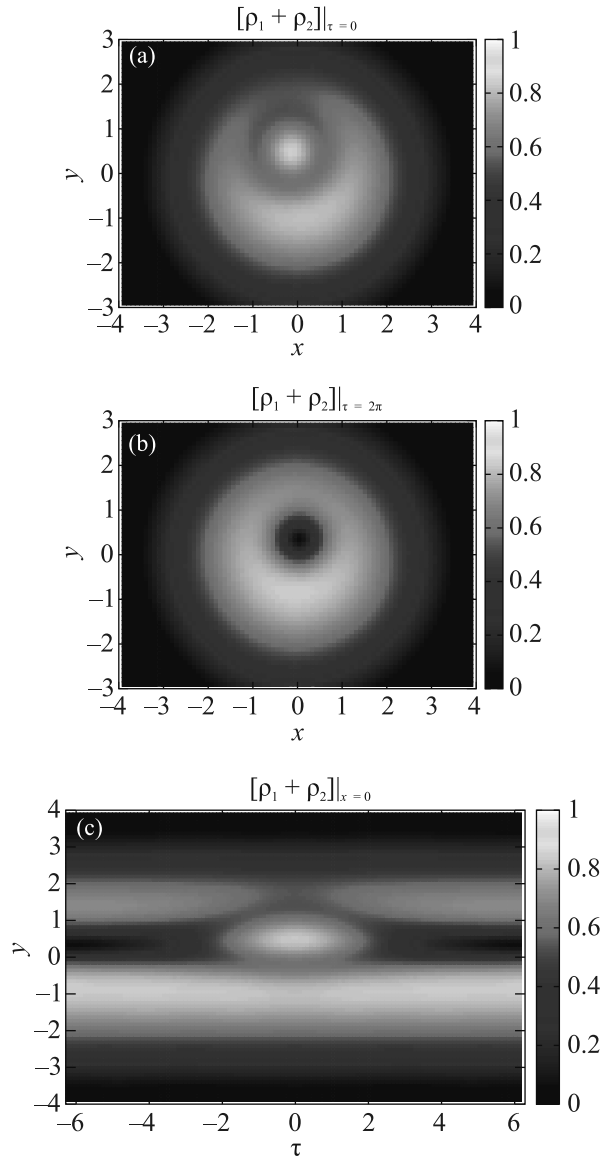


Рис. 2. (Цветной онлайн) Световой пучок с прецессирующим вихрь-солитонным комплексом при $\kappa = 1$ и $\zeta = 228$: (a) – поперечное сечение пучка плоскостью $\tau = 0$; (b) – поперечное сечение пучка плоскостью $\tau = 2\pi$; (c) – продольное сечение плоскостью $x = 0$

ты вдоль пучка практически конечна – она вся “выдавливается” поверхностным натяжением из оставшейся части вихря в пузырь. Поскольку в численном эксперименте данный комплекс распространяется на сотни единиц по переменной ζ и при этом подвер-

гается действию “нестационарных” возмущений без ущерба для своей целостности, можно сделать предположение о его устойчивости. Впрочем, этот вопрос требует дальнейшего исследования. Данный пример представляет собой нетривиальное обобщение структуры, ранее известной для однородной среды (без удерживающего внешнего потенциала) [43–47].

Стоит еще упомянуть, что если при $\zeta = 0$ придать второй компоненте некоторую продольную “скорость” u (умножив A_2 на $\exp(iu\tau)$, что в действительности означает небольшое уменьшение частоты второй компоненты), то солитон получается движущимся, а вся структура в целом – несколько скрученной (см. видео [55]).

Плавающая капля с присоединенными вихревыми нитями. По иному сценарию происходит эволюция при достаточно большом заполнении исходного вихря. В этом случае на вихре собирается массивный пузырь в форме лимона, а затем его прецессия теряет устойчивость. Пузырь всплывает на поверхность пучка и превращается в плавающую каплю с присоединенными к ней двумя пустыми вихревыми нитями. После переходных процессов система опять-таки выходит на почти стационарную прецессию вокруг оси пучка (см. видео [56]). Соответствующий пример показан на рис. 3. Очевидно, что никакими существующими аналитическими методами построить такое сложное решение невозможно. Однако будучи получено численно, оно выглядит вполне естественно и убедительно.

Поперечные вихри с заполнением. Наконец, используем ту возможность, что вихри могут быть ориентированы, вообще говоря, произвольно в пространстве (x, y, τ) , в том числе и поперек пучка. Вычисления показали, что подобные поперечные конфигурации являются долгоживущими. На рисунке 4 в качестве примера представлена ситуация с двумя противоположными поперечными вихрями; второй вихрь нужен, чтобы удовлетворить периодическому граничному условию по переменной τ . Один из вихрей заполнен, а второй практически пустой. В данном численном эксперименте расстояние между вихрями периодически менялось, но их тесного сближения не происходило (см. видео [57]). Кроме того, поскольку сначала центр масс второй компоненты находился выше плоскости $y = 0$, в процессе распространения имели место медленные колебательные движения второй компоненты вдоль оси y . Эти вертикальные смещения видны на рис. 4.

Динамика при наличии большого числа таких вихрей пока не моделировалась, поскольку тогда потребовалась бы достаточно длинная вычислительная

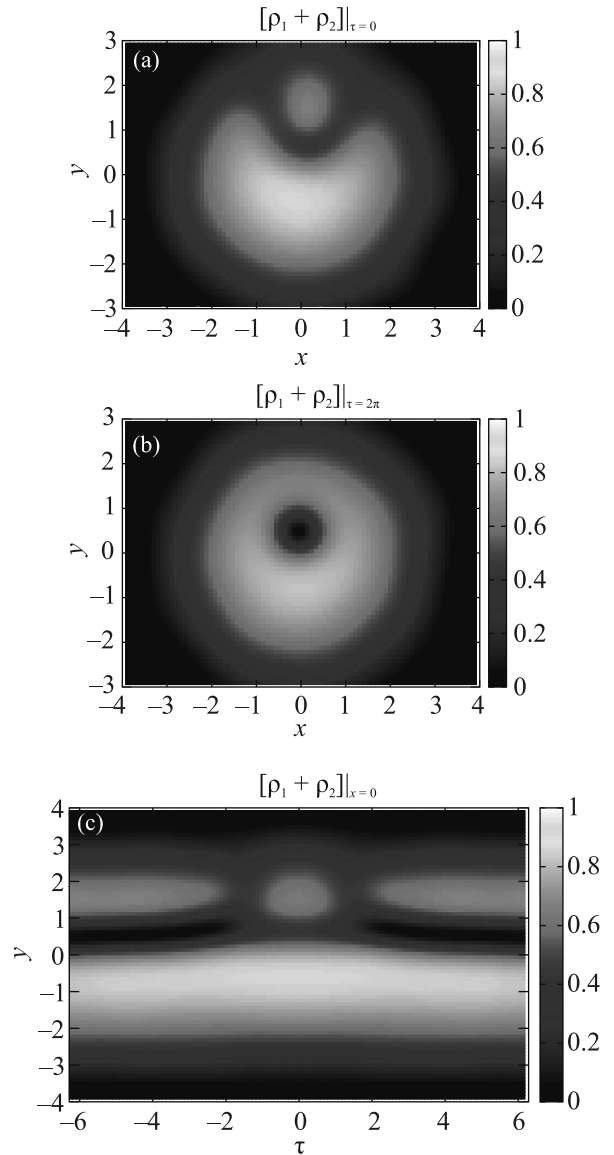


Рис. 3. (Цветной онлайн) Прецессирующая плавающая капля с присоединенными вихревыми нитями при $\kappa = 1$ и $\zeta = 253$: (a) – поперечное сечение пучка плоскостью $\tau = 0$; (b) – поперечное сечение пучка плоскостью $\tau = 2\pi$; (c) – продольное сечение плоскостью $x = 0$

область по переменной τ . Эта задача остается в планах на будущее.

Интересно отметить, что последовательность подобных поперечных вихрей способна нести информацию, так как заполнение каждого вихря сохраняется в течение долгого времени и может служить основой кодирования. Насколько это свойство может оказаться пригодным с практической точки зрения, пока не ясно.

Заключение. Таким образом, в этой работе концепция поверхностного натяжения применена к

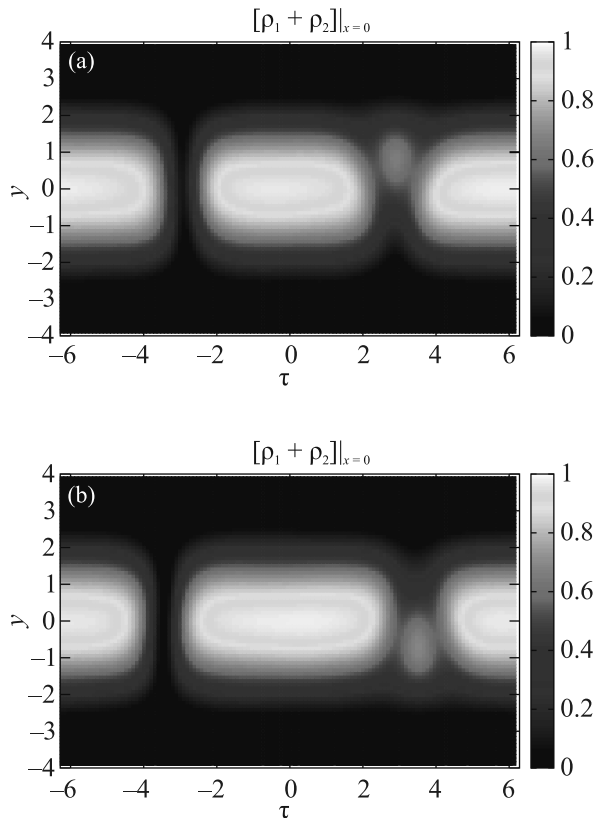


Рис. 4. (Цветной онлайн) Система двух поперечных вихрей при $\kappa^2 = 2$. Положительный и отрицательный вихри ориентированы вдоль оси y , а их сердцевины отличаются количеством захваченной второй компоненты. Показано продольное сечение пучка плоскостью $x = 0$ при: (а) $\zeta = 291$; (б) $\zeta = 300$

нелинейным и нестационарным оптическим пучкам, содержащим обе круговые поляризации. Найден численно ряд новых, существенно трехмерных комбинированных когерентных структур, обусловленных разделением фаз.

Данное направление исследований представляет довольно перспективным и многообещающим, поскольку чуть ли не каждая осмысленная начальная конфигурация приводит к интересной последующей динамике. Например, в планах на будущее остается моделирование взаимодействия двух плавучих капель, соединенных вихревой нитью, а также рассмотрение динамики доменов поляризации при наличии поперечных вихрей на существенно непараболическом фоновом профиле интенсивности [в частности, в двух-ямном потенциале $V(x, y)$].

Стоит отметить, что взаимодействие между двумя поляризациями приводит к интересным структурам также и в системах с более сложно устроенной нелинейностью (см., например, [58, 59]).

Будут ли предсказанные здесь решения реализованы в эксперименте, покажет время. Как было отмечено выше, на уже существующих образцах это вряд ли получится, и подходящий экспериментальный материал придется готовить “с нуля”.

Автор благодарит Е. А. Кузнецова за ценное замечание, положившее начало этому исследованию.

Работа выполнена в рамках госзадания 0029-2021-0003.

1. А. Л. Берхоер, В. Е. Захаров, ЖЭТФ **58**, 903 (1970).
2. Y. Kivshar and G. P. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, 1st ed., Academic Press, California, USA (2003).
3. V. E. Zakharov and S. Wabnitz, *Optical Solitons: Theoretical Challenges and Industrial Perspectives*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1999).
4. B. A. Malomed, *Multidimensional Solitons*, AIP Publishing (online), Melville, N.Y. (2022), <https://doi.org/10.1063/9780735425118>.
5. T.-L. Ho and V. B. Shenoy, Phys. Rev. Lett. **77**, 3276 (1996).
6. H. Pu and N. P. Bigelow, Phys. Rev. Lett. **80**, 1130 (1998).
7. B. P. Anderson, P. C. Haljan, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **85**, 2857 (2000).
8. S. Coen and M. Haelterman, Phys. Rev. Lett. **87**, 140401 (2001).
9. G. Modugno, M. Modugno, F. Riboli, G. Roati, and M. Inguscio, Phys. Rev. Lett. **89**, 190404 (2002).
10. E. Timmermans, Phys. Rev. Lett. **81**, 5718 (1998).
11. P. Ao and S. T. Chui, Phys. Rev. A **58**, 4836 (1998).
12. B. Van Schaeybroeck, Phys. Rev. A **78**, 023624 (2008).
13. K. Sasaki, N. Suzuki, and H. Saito, Phys. Rev. A **83**, 033602 (2011).
14. H. Takeuchi, N. Suzuki, K. Kasamatsu, H. Saito, and M. Tsubota, Phys. Rev. B **81**, 094517 (2010).
15. N. Suzuki, H. Takeuchi, K. Kasamatsu, M. Tsubota, and H. Saito, Phys. Rev. A **82**, 063604 (2010).
16. H. Kokubo, K. Kasamatsu, and H. Takeuchi, Phys. Rev. A **104**, 023312 (2021).
17. K. Sasaki, N. Suzuki, D. Akamatsu, and H. Saito, Phys. Rev. A **80**, 063611 (2009).
18. S. Gautam and D. Angom, Phys. Rev. A **81**, 053616 (2010).
19. T. Kadokura, T. Aioi, K. Sasaki, T. Kishimoto, and H. Saito, Phys. Rev. A **85**, 013602 (2012).
20. K. Sasaki, N. Suzuki, and H. Saito, Phys. Rev. A **83**, 053606 (2011).
21. D. Kobayakov, V. Bychkov, E. Lundh, A. Bezett, and M. Marklund, Phys. Rev. A **86**, 023614 (2012).

22. D.K. Maity, K. Mukherjee, S.I. Mistakidis, S. Das, P.G. Kevrekidis, S. Majumder, and P. Schmelcher, *Phys. Rev. A* **102**, 033320 (2020).
23. K. Kasamatsu, M. Tsubota, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 150406 (2003).
24. K. Kasamatsu and M. Tsubota, *Phys. Rev. A* **79**, 023606 (2009).
25. P. Mason and A. Aftalion, *Phys. Rev. A* **84**, 033611 (2011).
26. K. Kasamatsu, M. Tsubota, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250406 (2004).
27. H. Takeuchi, K. Kasamatsu, M. Tsubota, and M. Nitta, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 245301 (2012).
28. M. Nitta, K. Kasamatsu, M. Tsubota, and H. Takeuchi, *Phys. Rev. A* **85**, 053639 (2012).
29. K. Kasamatsu, H. Takeuchi, M. Tsubota, and M. Nitta, *Phys. Rev. A* **88**, 013620 (2013).
30. В. П. Рубан, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 848 (2021).
31. K. J. H. Law, P. G. Kevrekidis, and L. S. Tuckerman, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 160405 (2010); Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **106**, 199903 (2011).
32. M. Pola, J. Stockhofe, P. Schmelcher, and P. G. Kevrekidis, *Phys. Rev. A* **86**, 053601 (2012).
33. S. Hayashi, M. Tsubota, and H. Takeuchi, *Phys. Rev. A* **87**, 063628 (2013).
34. A. Richaud, V. Penna, R. Mayol, and M. Guilleumas, *Phys. Rev. A* **101**, 013630 (2020).
35. A. Richaud, V. Penna, and A. L. Fetter, *Phys. Rev. A* **103**, 023311 (2021).
36. В. П. Рубан, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 539 (2021).
37. V. P. Ruban, W. Wang, C. Ticknor, and P. G. Kevrekidis, *Phys. Rev. A* **105**, 013319 (2022).
38. В. П. Рубан, *Письма в ЖЭТФ* **115**, 450 (2022).
39. В. Е. Захаров, А. В. Михайлов, *Письма в ЖЭТФ* **45**, 279 (1987).
40. S. Pitois, G. Millot, and S. Wabnitz, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1409 (1998).
41. M. Haelterman and A. P. Sheppard, *Phys. Rev. E* **49**, 3389 (1994).
42. M. Haelterman and A. P. Sheppard, *Phys. Rev. E* **49**, 4512 (1994).
43. A. P. Sheppard and M. Haelterman, *Opt. Lett.* **19**, 859 (1994).
44. N. Dror, B. A. Malomed, and J. Zeng, *Phys. Rev. E* **84**, 046602 (2011).
45. Yu. S. Kivshar and B. Luther-Davies, *Phys. Rep.* **298**, 81 (1998).
46. A. H. Carlsson, J. N. Malmberg, D. Anderson, M. Lisak, E. A. Ostrovskaya, T. J. Alexander, and Yu. S. Kivshar, *Opt. Lett.* **25**, 660 (2000).
47. A. S. Desyatnikov, L. Torner, and Yu. S. Kivshar, *Progress in Optics* **47**, 291 (2005).
48. S. Raghavan and G. P. Agrawal, *Opt. Commun.* **180**, 377 (2000).
49. S. Longhi, *Opt. Lett.* **28**, 2363 (2003).
50. A. Mafi, *J. Light. Technol.* **30**, 2803 (2012).
51. C. M. Arabi, A. Kudlinski, A. Mussot, and M. Conforti, *Phys. Rev. A* **97**, 023803 (2018).
52. T. Mayteevarunyoo, B. A. Malomed, and D. V. Skryabin, *J. Opt.* **23**, 015501 (2020).
53. L. G. Wright, F. O. Wu, D. N. Christodoulides, and F. W. Wise, *Nat. Phys.* **18**, 1018 (2022).
54. <http://home.itp.ac.ru/~ruban/27DEC2022/w1.avi>.
55. <http://home.itp.ac.ru/~ruban/27DEC2022/w1a.avi>.
56. <http://home.itp.ac.ru/~ruban/27DEC2022/w2.avi>.
57. <http://home.itp.ac.ru/~ruban/27DEC2022/w3.avi>.
58. A. S. Desyatnikov and Yu. S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 033901 (2001).
59. F. Bouchard, H. Larocque, A. M. Yao, C. Travis, I. De Leon, A. Rubano, E. Karimi, G.-L. Oppo, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 233903 (2016).

Сканирование электронных состояний в квантовом точечном контакте с помощью асимметрично смещенных боковых затворов

Д. А. Похабов⁺¹⁾, А. Г. Погосов^{++*}, Е. Ю. Жданов^{+*}, А. К. Бакаров^{+*}

⁺ Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

^{*} Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 24 ноября 2022 г.

После переработки 27 декабря 2022 г.

Принята к публикации 28 декабря 2022 г.

Экспериментально изучен кондактанс квантового точечного контакта траншейного типа с боковыми затворами в широком диапазоне затворных напряжений. Проведенные измерения, в которых асимметричное смещение боковых затворов модифицирует ограничивающий потенциал, а сумма затворных напряжений заселяет его электронами, позволили просканировать электронные состояния в квантовом точечном контакте. Анализ экспериментальных данных выявил необычную четырехъямную форму ограничивающего потенциала в одиночном квантовом точечном контакте. Полученную сложную зависимость транскондактанса от суммы и разности затворных напряжений удается разделить на составные части – вклады четырех отдельных проводящих каналов. Различным электронным состояниям, наблюдаемым в эксперименте, было сопоставлено определенное количество заполненных одномерных подзон, принадлежащих разным каналам. Обнаружена целая сеть событий вырождения одномерных подзон в параллельных каналах. Почти все такие события проявляются в эксперименте в виде анти-кроссингов, наблюдаемых как для малого, так и для большого числа заполненных одномерных подзон.

DOI: 10.31857/S1234567823040092, EDN: pjfmwe

1. Введение. Квантование кондактанса [1, 2] является фундаментальным свойством квазиодномерного электронного транспорта, реализующегося в квантовых точечных контактах (КТК). В одночастичной модели вклад вырожденной по спину одномерной подзоны в кондактанс определяется универсальной комбинацией мировых констант $2e^2/h$ и не зависит от закона дисперсии. Типичная зависимость кондактанса от затворного напряжения представляет собой последовательность ступеней кондактанса высотой $2e^2/h$. Отклонения от этой последовательности привлекают интерес и обсуждаются в литературе. К таким отклонениям относятся как плато кондактанса при значениях, не кратных $2e^2/h$, так и отсутствие некоторых ступеней кондактанса, в том числе прыжки кондактанса на $4e^2/h$. Такие аномалии, как правило, связаны с эффектами взаимодействия внутри КТК, включая электрон-электронное (e-e) взаимодействие, которые могут кардинально изменить структуру электронных уровней, смешивая их. Обычные измерения кондактанса как функции напряжений, приложенных к затворам и между истоком и стоком, могут быть нечувствительны к таким изменениям, однако манипуляции с ограничи-

вающим потенциалом КТК могут выявить интригующие особенности, связанные с эффектами взаимодействия. Отметим, что теоретическое изучение многочастичных эффектов взаимодействия в КТК не всегда является исчерпывающим, поскольку предполагает спорные приближения и допущения, адекватность которых может подтвердить лишь эксперимент. В то же время, экспериментальное изучение многочастичных эффектов оказывается весьма продуктивным и позволяет обнаружить либо новые эффекты, либо получить новую информацию об уже известных эффектах в новых экспериментальных условиях.

Как показано в настоящей работе, КТК траншейного типа, в которых проводящий канал отделен от боковых затворов литографическими траншеями, обладает чрезвычайно широкими возможностями управления ограничивающим потенциалом. В отличие от структур с металлическими затворами Шоттки, траншейные КТК позволяют, в частности, прикладывать как отрицательные, так и положительные потенциалы на затворы, в том числе прикладывать существенно большие разности напряжений между затворами. Асимметричное смещение КТК позволяет создавать латеральное электрическое поле, достаточное, чтобы индуцировать спиновую поляризацию,

¹⁾e-mail: pokhabov@isp.nsc.ru

обусловленную латеральным спин-орбитальным взаимодействием [3, 4]. Кроме этого, широкий диапазон допустимых значений напряжений на затворах позволяет существенно манипулировать ограничивающим потенциалом и проводить измерения кондактанса в широком диапазоне значений суммы и разности затворных напряжений. Такие измерения позволяют вскрыть необычный режим квантования кондактанса нескольких проводящих каналов внутри одиночного КТК [5, 6]. Кондактанс таких каналов квантуется независимо, напоминая скорее кондактанс КТК, соединенных параллельно [7–9]. Независимость каналов принципиально отличает наблюдающиеся эффекты многоканальности от широко обсуждаемых двухрядных зигзагообразных вигнеровских структур [10–15], возникающих в результате структурного перехода в одномерном вигнеровском кристалле [16–19]. В таких двухрядных структурах движение электронов в разных рядах скоррелировано между собой и рассматривать кондактанс отдельного ряда в них не имеет смысла. Природа многоканального электронного транспорта, наблюдающегося в КТК траншейного типа, вероятно, не связана с вигнеровской кристаллизацией и обусловлена формированием многоямного ограничивающего потенциала. Физические механизмы, лежащие в его основе, обсуждались ранее [20, 21], хотя остаются не до конца выясненными. Формирование многоямного потенциала может быть обусловлено самосогласованным перераспределением зарядов в гетероструктуре (электроны в двумерном электронном газе (ДЭГ) и заряженные доноры), минимизирующим энергию системы. При охлаждении образца распределение заряженных доноров замораживается, фиксируя тем самым реализовавшийся многоямный потенциал для электронов ДЭГ, в то время как электроны остаются вырожденными и способными изменять свое распределение под действием электрического поля затворов при низких температурах. В этом случае можно ожидать, что ограничивающий потенциал сохранит свою многоямную форму в широких диапазонах асимметрии потенциала и уровня химического потенциала. Самосогласованные численные расчеты также показывают, что e - e отталкивание в мелком ограничивающем потенциале [22, 23] может разбивать проводящий канал на два отдельных канала.

Важно отметить, что экспериментальное наблюдение многоямного потенциала воспроизводится в разных циклах охлаждения и характеризуется симметрией в расположении параллельных каналов относительно середины КТК, что подтверждается симметрией емкостных коэффициентов “канал – боко-

вой затвор” [6, 24]. В многоканальных КТК особенностями, заслуживающими особого внимания, являются анти-кроссинги одномерных (1D) подзон, возникающие в результате снятия энергетического вырождения за счет e - e взаимодействия. Такие анти-кроссинги наблюдались ранее экспериментально как между основным и первым возбужденным состоянием при размягчении ограничивающего потенциала [15], так и между состояниями в параллельных каналах при асимметричном смещении ограничивающего потенциала с помощью боковых затворов [24].

В настоящей статье изучается КТК траншейного типа, в котором реализуется четыре параллельных проводящих канала. Настоящая работа отличается от предыдущих работ, посвященных многоканальному электронному транспорту, не только большим количеством каналов, но и демонстрацией возможности сканирования числа заполненных 1D подзон в них. Количество заполненных подзон в каналах контролируется напряжениями на боковых затворах. С помощью измерений кондактанса КТК, проведенных в широком диапазоне значений напряжений на боковых затворах, мы демонстрируем, что ограничивающий потенциал имеет четырехъямную форму. Полученные результаты мы интерпретируем в терминах сложения независимо квантующихся кондактансов четырех параллельных каналов, в каждом из которых может реализоваться одна или несколько одномерных подзон. Мы показываем, что, смещая ограничивающий потенциал асимметрично, можно изменять соотношение числа заполненных подзон в различных каналах, а, изменяя сумму затворных напряжений, можно менять количество проводящих каналов. Таким образом, боковые затворы позволяют сканировать электронные состояния. Более того, мы наблюдаем необычную ситуацию, когда в каждом из двух центральных каналов помещается только по одной подзоне. Дальнейшее заселение ограничивающего потенциала электронами приводит к заселению боковых каналов. На полученной карте распределения транскондактанса при различных значениях суммы и разности затворных напряжений наблюдается целая сеть событий вырождения 1D подзон. Большинство таких событий проявляется в виде анти-кроссингов, как при малых, так и при больших числах заполнения. Наконец, для отдельных состояний КТК мы приводим качественный вид ограничивающего потенциала и идентифицируем, к какому каналу относится та или иная 1D подзона.

2. Методика эксперимента. Экспериментальные образцы были изготовлены на основе гете-

роструктур GaAs/AlGaAs, выращенных методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Гетероструктура представляет собой короткопериодную решетку GaAs/AlAs, в середине которой содержится слой GaAs толщиной 13 нм, представляющий собой симметричную прямоугольную квантовую яму с двумерным электронным газом (ДЭГ). Квантовая яма симметрично с двух сторон окружена δ -слоями доноров Si и массивными X-долинными электронами, расположенными в слое доноров. Эти низкоподвижные X-электроны не вносят вклад в проводимость при низкой температуре, но сглаживают флуктуации потенциала случайной примеси. Концепция использования низкоподвижных X-долинных электронов в GaAs/AlGaAs гетероструктурах с высокоподвижным ДЭГ была предложена в статье [25]. Гетероструктура содержит слой $\text{Al}_{0.8}\text{Ga}_{0.2}\text{As}$, который используется для создания подвешенных, т.е. отделенных от подложки, наноструктур [26, 27], однако в настоящей работе изучалась неподвешенная структура. Концентрация и подвижность электронов в ДЭГ при температуре 4.2 К составляли $(6-7) \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $2 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ соответственно. КТК изготавливались на поверхности гетероструктуры травлением литографических траншей шириной 150 нм, отделяющих микросужение от двух симметричных боковых затворов. Траншеи глубиной 170 нм формировались с помощью электронной литографии и анизотропного реактивного ионного травления. Литографическая ширина КТК составляла 900 нм. Траншеи имели форму дуг окружности с радиусом 1 мкм. КТК имеют плавные адиабатические входы и выходы, удовлетворяющие известным критериям адиабатичности [28, 29]. КТК и гетероструктура схематично показаны на рис. 1. Двухконтактные измерения кондактанса проводились методом синхронного детектирования, используя возбуждающее напряжение с амплитудой 30 мкВ и частотой 70 Гц при температуре жидкого гелия 4.2 К. При этой температуре длина межэлектронного рассеяния в нашем и подобных образцах имеет порядок десятков микрометров (см., например, [30]), что на порядок превышает размеры микросужения. Кондактанс G измерялся как функция постоянных напряжений V_{G1} и V_{G2} , приложенных к боковым затворам. Затворные напряжения разворачивались синхронно и серия характеристик $G(V_{G1}, V_{G1} + \Delta V_G)$ измерялась при различных значениях разности затворных напряжений $\Delta V_G = V_{G2} - V_{G1}$. Транскондактанс $\partial G / \partial (V_{G1} + V_{G2})$ вычислялся методом численного дифференцирования.

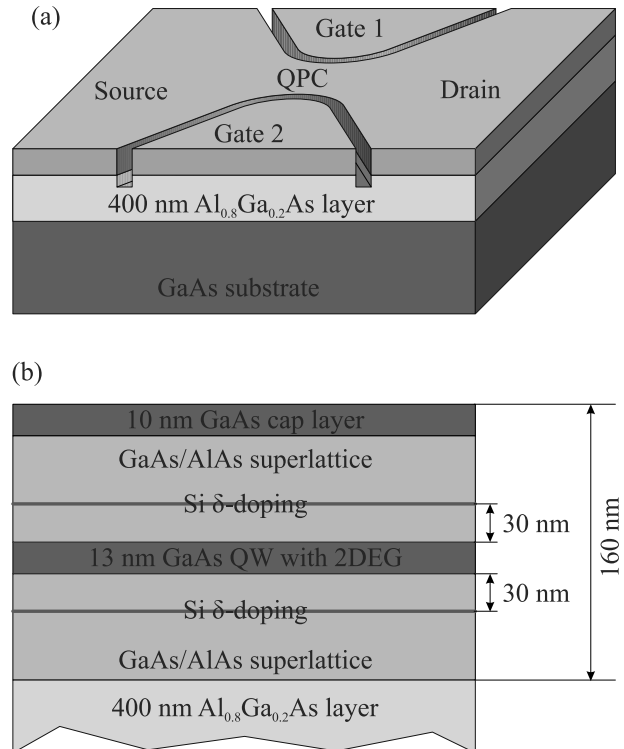


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение (а) КТК и (б) гетероструктуры GaAs/AlGaAs с ДЭГ

3. Результаты. Рисунок 2а показывает серию затворных характеристик кондактанса, измеренных разверткой суммы затворных напряжений $\Sigma V_G = V_{G1} + V_{G2}$ при различных значениях разности затворных напряжений $\Delta V_G = V_{G1} - V_{G2}$ в диапазоне от -12 до $+12$ В. Области, где кондактанс имеет плато, отмечены цифрами, соответствующими значениям кондактанса в единицах $2e^2/h$. Области с кондактансами, отличающимися на $2e^2/h$, можно условно разделить пунктирными линиями, показанными на рис. 2а. Видно, что линии могут быть разделены на две группы с примерно равными наклонами. Эти линии образуют сетку, в ячейках которой находятся области плато, а вблизи пересечений плато отсутствуют. Первое, что приходит на ум при виде такой картины, что мы имеем дело с двухканальным электронным транспортом, когда кондактансы двух каналов квантуются, а общий кондактанс КТК представляет собой сумму кондактансов двух каналов. Однако ниже мы покажем, что полученные данные нельзя интерпретировать двумя каналами и что для их объяснения требуется четыре разных канала. В частности, ниже мы покажем, что правильнее было бы разделить все области плато не прямыми непараллельными линиями, а линиями, имеющими параболическую форму.

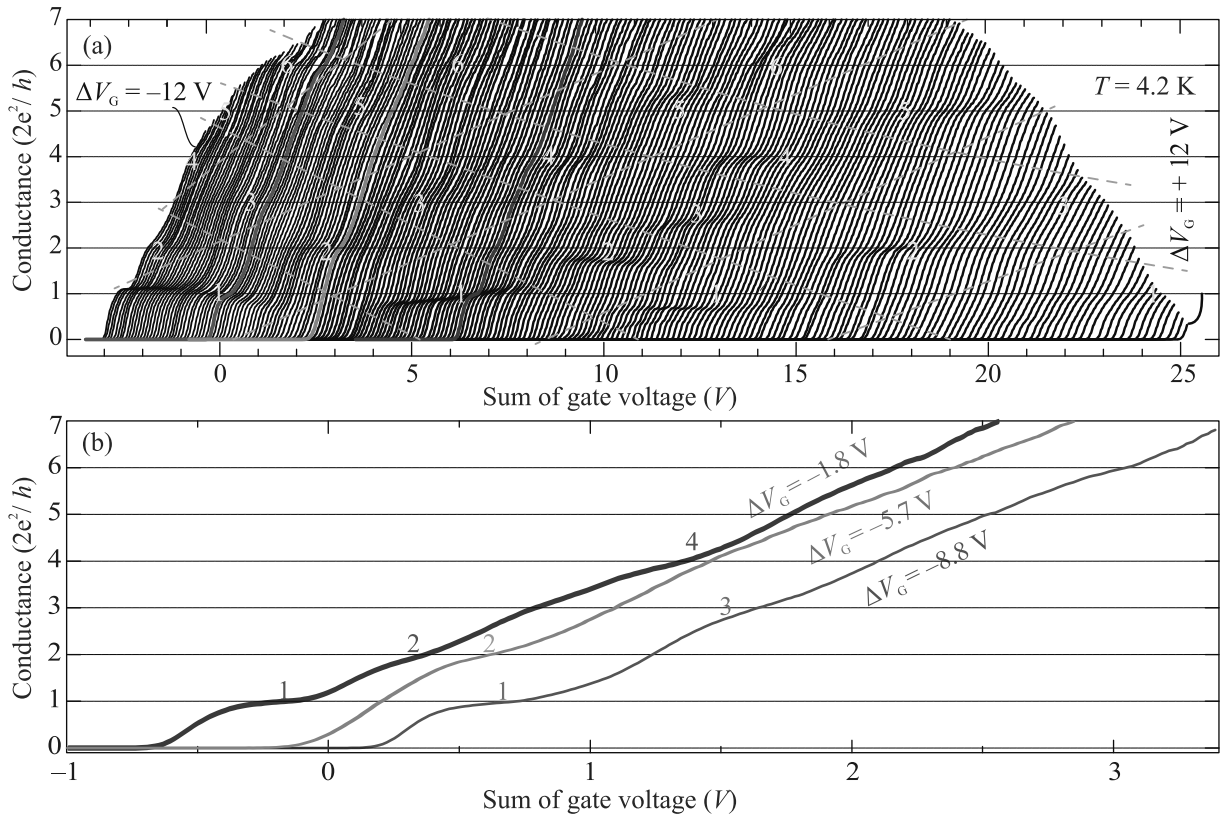


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Зависимости кондактанса от суммы затворных напряжений $\Sigma V_G = V_{G1} + V_{G2}$. Разные кривые соответствуют разным значениям разности затворных напряжений $\Delta V_G = V_{G1} - V_{G2}$, изменяющимся от -12 до $+12$ В. Кривые смещены друг относительно друга в горизонтальном направлении. Штриховые линии схематически разделяют области, соответствующие разным плато. (б) – Примеры затворных характеристик кондактанса при $\Delta V_G = -1.8, -5.7$ и -8.8 В

Проследим сначала за некоторыми характерными особенностями получившейся серии характеристик. Для этого рассмотрим примеры характеристик кондактанса, соответствующие $\Delta V_G = -1.8, -5.7$, и -8.8 В, которые выделены на рис. 2а и приведены на рис. 2б. Заметим, что при $\Delta V_G = -8.8$ В плато кондактанса при значении $2e^2/h$ довольно хорошо различимо. Затем при $V_G = -5.7$ В оно исчезает. При этом состояние $4e^2/h$ становится основным. И, наконец, при $V_G = -1.8$ В плато при $2e^2/h$ снова восстанавливается. Аналогичные исчезновения (или в некоторых случаях ослабления) плато и прыжки кондактанса на $4e^2/h$ наблюдаются вблизи каждого пересечения линий. Такое поведение можно объяснить энергетическим вырождением 1D подзон в КТК, возникающим при определенных значениях ΣV_G и ΔV_G .

Транскондактанс $\partial G/\partial(\Sigma V_G)$ КТК как функция ΣV_G и ΔV_G показан на рис. 3ф, где каждой светлой области, соответствующей плато кондактанса, сопоставлено число, показывающее значение кондактанса в единицах $2e^2/h$. Полученные данные указыва-

ют на возникновение четырех параллельных проводящих каналов внутри КТК. Действительно, в эксперименте наблюдается четыре разных плато с кондактансом $1 \times 2e^2/h$. По их числу в эксперименте можно сделать вывод о количестве параллельных проводящих каналов. В нашем случае их четыре. Каждое из этих состояний можно интерпретировать как одну заполненную 1D подзону в одном из четырех каналов.

Чтобы проанализировать полученные результаты, разобьем достаточно сложную картину на составные части, выделив вклады отдельных каналов в общий транскондактанс. Транскондактансы четырех отдельных параллельных проводящих каналов как функции разности и суммы затворных напряжений показаны на рис. 3а–д, а их сумма показана на рис. 3е и превосходно согласуется с экспериментальными данными, приведенными на рис. 3ф. Области плато кондактанса каждого канала теперь могут быть разделены с помощью непересекающихся линий. А все области плато суммарного кондактанса оказываются

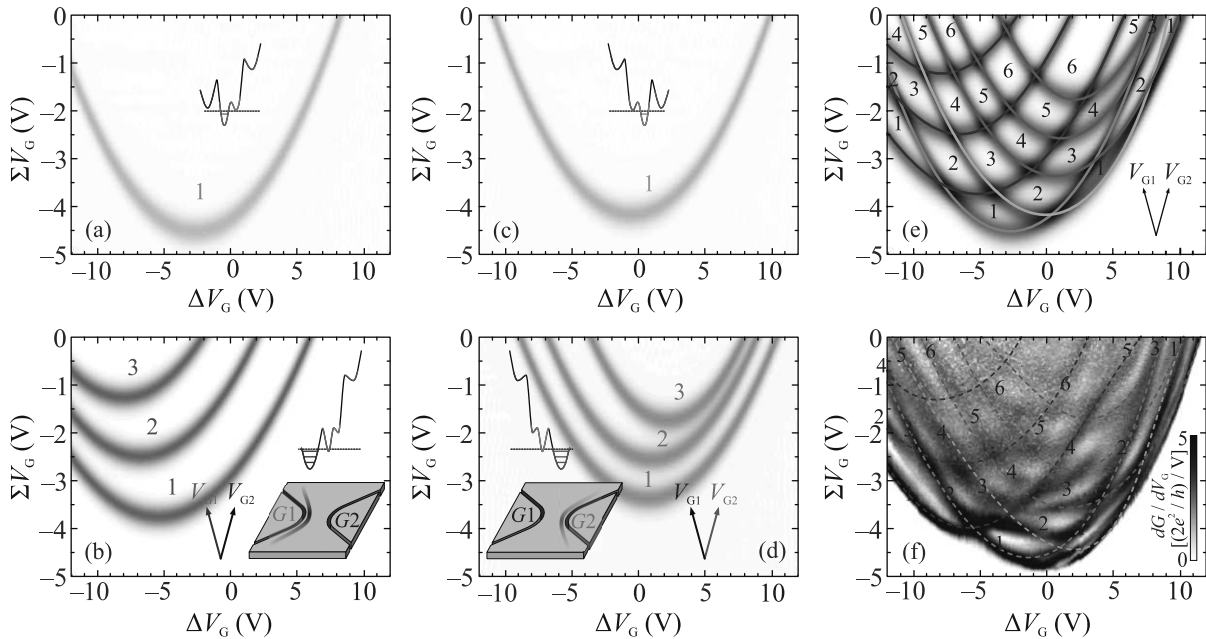


Рис. 3. (Цветной онлайн) (a)–(d) – Транскондуктанс $\partial G/\partial(\Sigma V_G)$ четырех отдельных параллельных проводящих каналов, как функция разности ΔV_G и суммы ΣV_G затворных напряжений. (e) – Суммарный транскондуктанс четырех каналов. (f) – Экспериментально измеренный транскондуктанс. Штриховые линии соответствуют линиям, показанным на (e). Светлые области соответствуют плато. Целые числа на графиках показывают значения кондуктанса в единицах $2e^2/h$. Вставки показывают соответствующие минимумы в четырехъямном ограничивающем потенциале и положение соответствующего канала внутри КТК

разделены между собой этими линиями. Полученные результаты можно объяснить, если предположить, что ограничивающий потенциал почти симметричный относительно середины КТК и имеет четыре минимума. На наличие четырехъямного ограничивающего потенциала прежде всего указывает наблюдение четырех разных состояний $1 \times 2e^2/h$ с одной заполненной подзоной, а также наблюдение множества других состояний с кондуктансом, кратным $2e^2/h$, образующих регулярную картину, поддающуюся однозначному разложению на составные части – вклады четырех отдельных каналов. Первые два минимума расположены ниже по энергии и ближе к середине микросужения КТК, а два других располагаются выше по энергии и ближе к литографическим краям. Несущественная асимметрия ограничивающего потенциала относительно $\Delta V_G = 0$, может быть связана с технологическим несовершенством изучаемой литографической структуры. В эксперименте мы наблюдаем ситуацию, когда в двух центральных каналах помещается только по одной подзоне, после чего начинается заселение боковых каналов. Асимметрично смещая ограничивающий потенциал с помощью боковых затворов и выбирая необходимую сумму затворных напряжений, можно инициировать электронный транспорт по одному из четырех кана-

лов, что качественно проиллюстрировано на вставках к рис. 3a–d. На рисунке 3b и d можно заметить, что кондуктанс боковых каналов изменяется преимущественно вдоль осей V_{G1} и V_{G2} соответственно. Это указывает на заметное пространственное смещение проводящих каналов к соответствующему боковому затвору, которое проиллюстрировано на вставках к рис. 3b и d.

Внимательный анализ показывает, что практически все наблюдаемые в эксперименте события вырождения 1D подзон, как при малых, так и при больших числах заполнения, сопровождаются снятием вырождения и проявляются в виде анти-кроссингов, хотя в некоторых случаях наблюдаются также кроссинги, например в области разности и суммы затворных напряжений $(-6, -4V)$. Области повышенного транскондуктанса $\partial G/\partial(\Sigma V_G)$, разделяющие области плато, выделены на рис. 4a с помощью белых штриховых линий. Видно, что они заметно отклоняются от обсуждаемых выше линий, разделяющих плато, вблизи их пересечений, претерпевая анти-кроссинги и ограничивая области с одинаковыми значениями кондуктанса. Эти области имеют форму гофрированных полос на фазовой диаграмме (см. рис. 4a). Каждое состояние, наблюдаемое в эксперименте, можно проинтерпретировать в терминах числа 1D подзон в

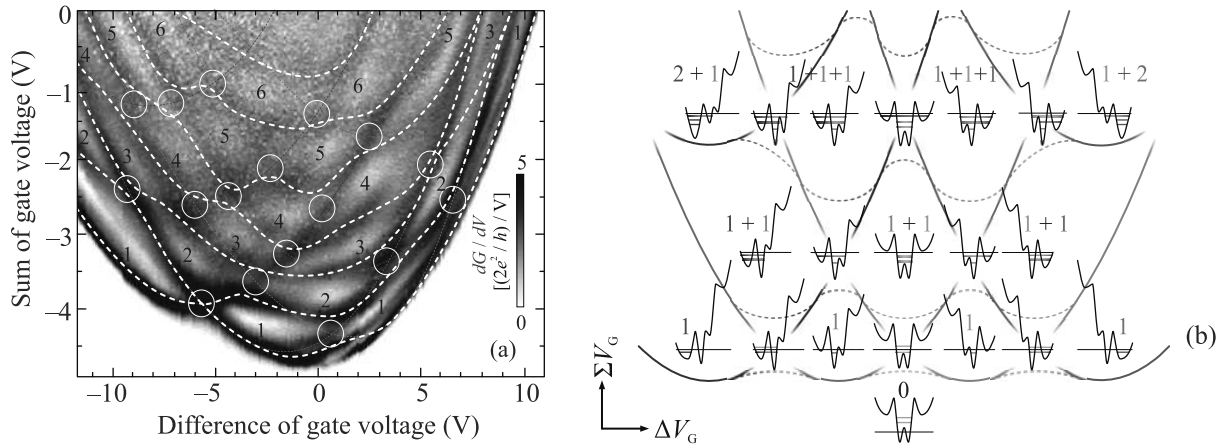


Рис. 4. (Цветной онлайн) (а) – Фазовая диаграмма заполнения 1D подзон в КТК. Анти-кроссинги линий, разделяющих плато, показаны кружками и белыми штриховыми линиями. (б) – Схематическое представление фазовой диаграммы, показанной на (а), демонстрирующее заполнение четырехъямного ограничивающего потенциала. Сплошные линии разделяют области с разным количеством заполненных 1D подзон в отдельных каналах. Пунктирные линии иллюстрируют анти-кроссинги сплошных линий. Области вблизи анти-кроссингов соответствуют гибридным состояниям, когда заполненную подзону невозможно отнести ни к одному из двух соседних проводящих каналов. Цифры показывают количество заполненных 1D подзон в отдельных каналах

четырёх каналах. Рассмотрим ограничивающий потенциал, схематически показанный внизу на рис. 4б. Приложение разности затворных напряжений ΔV_G асимметрично смещает его, а увеличение суммы затворных ΣV_G заселяет его электронами. Заселение электронами 1D подзон, относящихся к разным каналам для различных состояний КТК, проиллюстрировано схематически на рис. 4б. Сплошные линии на этом рисунке разделяют области с разным числом 1D подзон в отдельном канале, а пунктирные линии иллюстрируют анти-кроссинг сплошных линий. Области вблизи анти-кроссингов соответствуют гибридным состояниям, когда заполненная 1D подзона не может быть отнесена ни к одному из двух соседних проводящих каналов. Состояния с одинаковыми значениями кондактанса, но соответствующие транспорту электронов по разным каналам КТК, образуют непрерывную гофрированную полосу на рис. 4б. Происхождение гофрировки обсуждалось ранее [24]. Таким образом, модель многоямного ограничивающего потенциала, качественно показанная на рис. 4б, позволяет объяснить все особенности кондактанса, экспериментально наблюдаемые на фазовой диаграмме на рис. 4а.

4. Заключение. Экспериментально измерен кондактанс КТК траншейного типа в широком диапазоне значений суммы и разности напряжений на боковых затворах. Разность затворных напряжений позволяет модифицировать ограничивающий потенциал КТК, в то время как приложение суммы

затворных напряжений заселяет его электронами. Такие измерения позволили просканировать квантовые состояния в КТК и проследить необычную четырехъямную форму ограничивающего потенциала. Мы идентифицировали множество состояний, сопоставив им определенное количество 1D подзон, относящихся к разным каналам. Ключевые особенности наблюдаемой картины могут быть объяснены сложением квантующихся кондактансов четырех независимых параллельных каналов, каждый из которых обладает своей собственной структурой одномерных подзон. Однако более детальное рассмотрение структуры линий, разделяющих области плато, не позволяет считать каналы строго независимыми. На фазовой диаграмме обнаружена целая сеть событий вырождения таких 1D подзон. Почти все такие события сопровождаются анти-кроссингом, как при малых, так и при больших числах заполнения. Продемонстрировано, что одно и то же значение кондактанса, соответствующее числу заполненных 1D подзон, умноженному на $2e^2/h$, может соответствовать различному количеству участвующих в транспорте проводящих каналов. В этом смысле изучаемая траншейная структура может рассматриваться как КТК с переменным числом каналов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 22-12-00343 – экспериментальные измерения) и Министерства науки и высшего образования РФ (проект

#FWGW-2022-0011 – изготовление и характеристика образцов).

1. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988).
2. D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, *J. Phys. C: Solid State Phys.* **21**, L209 (1988).
3. P. Debray, S. M. S. Rahman, J. Wan, R. S. Newrock, M. Cahay, A. T. Ngo, S. E. Ulloa, S. T. Herbert, M. Muhammad, and M. Johnson, *Nat. Nanotechnol.* **4**, 759 (2009).
4. D. A. Pokhabov, A. G. Pogosov, E. Yu. Zhdanov, A. A. Shevyrin, A. K. Bakarov, and A. A. Shklyayev, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 082102 (2018).
5. T. Masuda, K. Sekine, K. Nagase, K. S. Wickramasinghe, T. D. Mishima, M. B. Santos, and Y. Hirayama, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 192103 (2018).
6. D. A. Pokhabov, A. G. Pogosov, E. Yu. Zhdanov, A. K. Bakarov, and A. A. Shklyayev, *Appl. Phys. Lett.* **115**, 152101 (2019).
7. I. M. Castleton, A. G. Davies, A. R. Hamilton, J. E. F. Frost, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, and M. Pepper, *Physica B* **249–251**, 157 (1998).
8. K. J. Thomas, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, W. R. Tribe, A. G. Davies, and M. Pepper, *Phys. Rev. B* **59**, 12252 (1999).
9. P. J. Simpson, D. R. Mace, C. J. B. Ford, I. Zailer, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, M. P. Grimshaw, and G. A. C. Jones, *Appl. Phys. Lett.* **63**, 3191 (1993).
10. W. K. Hew, K. J. Thomas, M. Pepper, I. Farrer, D. Anderson, G. A. C. Jones, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 056804 (2009).
11. L. W. Smith, W. K. Hew, K. J. Thomas, M. Pepper, I. Farrer, D. Anderson, G. A. C. Jones, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev. B* **80**, 041306 (2009).
12. W. K. Hew, K. J. Thomas, M. Pepper, I. Farrer, D. Anderson, G. A. C. Jones, and D. A. Ritchie, *Physica E* **42**, 1118 (2010).
13. L. W. Smith, W. K. Hew, K. J. Thomas, M. Pepper, I. Farrer, D. Anderson, G. A. C. Jones, and D. A. Ritchie, *Physica E* **42**, 1114 (2010).
14. S. Kumar, K. J. Thomas, L. W. Smith, M. Pepper, G. L. Creeth, I. Farrer, D. Ritchie, G. Jones, and J. Griffiths, *Phys. Rev. B* **90**, 201304(R) (2014).
15. S. Kumar, M. Pepper, H. Montagu, D. Ritchie, I. Farrer, J. Griffiths, and G. Jones, *Appl. Phys. Lett.* **118**, 124002 (2021).
16. A. V. Chaplik, *JETP Lett.* **31**, 252 (1980).
17. J. S. Meyer and K. A. Matveev, *J. Phys.: Condens. Matter* **21**, 023203 (2009).
18. J. S. Meyer, K. A. Matveev, and A. I. Larkin, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126404 (2007).
19. A. C. Mehta, C. J. Umrigar, J. S. Meyer, and H. U. Baranger, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 246802 (2013).
20. Д. И. Сарыпов, Д. А. Похабов, А. Г. Погосов, Е. Ю. Жданов, А. К. Бакаров, *Письма в ЖЭТФ* **116**(6), 50 (2022).
21. Д. А. Похабов, А. Г. Погосов, Е. Ю. Жданов, А. К. Бакаров, А. А. Шкляев, *ФТП* **54**, 1344 (2020).
22. E. T. Owen and C. H. W. Barnes, *Phys. Rev. Appl.* **6**, 054007 (2016).
23. I. I. Yakimenko and I. P. Yakimenko, *J. Phys.: Condens. Matter* **34**, 105302 (2022).
24. D. A. Pokhabov, A. G. Pogosov, E. Yu. Zhdanov, A. K. Bakarov, and A. A. Shklyayev, *Appl. Phys. Lett.* **118**, 012104 (2021).
25. K.-J. Friedland, R. Hey, H. Kostial, R. Klann, and K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4616 (1996).
26. A. G. Pogosov, M. V. Budantsev, E. Yu. Zhdanov, D. A. Pokhabov, A. K. Bakarov, and A. I. Toropov, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 181902 (2012).
27. A. G. Pogosov, A. A. Shevyrin, D. A. Pokhabov, E. Yu. Zhdanov, and S. Kumar, *J. Phys.: Condens. Matter* **34**, 263001 (2022).
28. Л. И. Глазман, Г. Б. Лесовик, Д. Е. Хмельницкий, Р. И. Шехтер, *Письма в ЖЭТФ* **48**, 218 (1988).
29. M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **41**, 7906(R) (1990).
30. A. Gupta, J. J. Heremans, G. Kataria, M. Chandra, S. Fallahi, G. C. Gardner, and M. J. Manfra, *Nat. Commun.* **12**, 5048 (2021).

Гексагональный алмаз: теоретическое исследование способов получения и экспериментальной идентификации

В. А. Грешняков¹⁾

Челябинский государственный университет, 454001 Челябинск, Россия

Поступила в редакцию 5 декабря 2022 г.

После переработки 30 декабря 2022 г.

Принята к публикации 6 января 2023 г.

В данной работе проведено теоретическое исследование способов формирования гексагонального (2H) алмаза из политипов алмаза при различных видах деформации структуры. При использовании метода теории функционала плотности в обобщенном градиентном приближении установлено, что наиболее вероятный способ формирования структуры 2H политипа алмаза – это воздействие на плоскости (111) кубического алмаза сдвиговыми напряжениями > 102.9 ГПа вдоль направления [211], когда величины давлений по осям [111], [110] и [211] достигают 21.6, 21.7 и 69.9 ГПа. Также в работе выполнен расчет спектров комбинационного рассеяния и рентгеновских абсорбционных спектров для различных политипов алмаза. Анализ расчетных спектров показал, что гексагональный алмаз может быть однозначно идентифицирован, если в исследуемой системе не присутствуют другие политипы алмаза с ненулевой гексагональностью. Кроме того, проведен анализ данных спектроскопии комбинационного рассеяния и характеристических потерь энергии электронами на предмет наличия 2H алмаза в углеродных соединениях искусственного или естественного происхождения. Установлено, что гексагональный алмаз в чистом виде еще не был получен, а структура синтезированных соединений близка к структуре политипов с большим периодом решетки или случайной упаковкой слоев.

DOI: 10.31857/S1234567823040109, EDN: pjsnix

Введение. Углеродные соединения обладают большим структурным разнообразием, а также имеют различные механические, электронные и оптические свойства, из-за чего находят широкое практическое применение в электронике, оптике, абразивной промышленности и других технических отраслях [1–5]. Особенно углеродные соединения отличаются от других материалов высокими механическими характеристиками, такими как твердость, объемный модуль и модуль Юнга [1, 6]. К сверхтвердым фазам на основе углерода относятся алмаз и полимеризованные фуллериты [1, 7–10]. Среди этих неорганических соединений гексагональный алмаз, также называемый лонсдейлитом, может обладать более высокими прочностными характеристиками [11, 12] по сравнению с кубическим алмазом, монокристаллы которого имеют высокую твердость (80–120 ГПа) [13]. Однако достоверно известно, что к настоящему времени гексагональный алмаз получен только в нанокристаллической форме [14], тогда как для практического использования необходимы тонкие пленки или монокристаллы с идеальной структурой 2H политипа алмаза.

Сложность получения чистого 2H политипа алмаза связана с условиями синтеза, который, как правило, проводится либо при высоких температурах и/или высоких давлениях (НТНР-синтез), либо в процессе осаждения углерода из плазмы или при разложении низкомолекулярных органических соединений (метод химического осаждения – CVD) [1, 15]. В результате НТНР- и CVD-синтеза получают монокристаллы алмазоподобного углерода со структурой кубического (3C) алмаза или алмаза с дефектами упаковки (с ненулевой гексагональностью) [14, 16, 17]. Только в работе [18] при использовании НТНР-метода был синтезирован алмаз с максимальной степенью гексагональности [19], но этот результат после 1967 г. не был воспроизведен. Однако имеются сообщения о том, что получить политипы, близкие по структуре к 2H алмазу, можно в результате ударно-волнового нагружения исходного алмазоподобного материала с низкой степенью гексагональности [16, 20]. Поэтому в данной работе выполнено теоретическое изучение возможных путей синтеза гексагонального алмаза при воздействии сильными внешними напряжениями на алмазные политипы. Также работа является продолжением исследования способов эксперимен-

¹⁾e-mail: greshnyakov@csu.ru

тальной идентификации гексагонального алмаза [14] и посвящена детальному анализу спектроскопических данных, доказывающих его наличие в синтезированных алмазоподобных материалах.

Методика расчетов. Моделирование углеродных соединений было выполнено при использовании метода теории функционала плотности (DFT), реализованного в программном пакете Quantum ESPRESSO [21]. Функционал обменно-корреляционной энергии был рассчитан в приближении обобщенного градиента (GGA) в форме Педью–Берка–Эрнзерхофа [22]. Вычисления проводились только для валентных $2s$ - и $2p$ -электронов, а влияние ионных остовов учитывалось с помощью метода псевдопотенциала, сохраняющего норму [23]. При исследовании взаимных фазовых превращений в алмазоподобных соединениях были использованы сетки $12 \times 12 \times 12$ из k -точек для интегрирования в зонах Бриллюэна. Разложение волновых функций производилось по базисному набору плоских волн с отсечкой кинетической энергии в 885 эВ. Релаксация структур выполнялась, пока значения сил и напряжений по модулю не станут меньше 0.5 мэВ/Å и 0.1 ГПа соответственно. Рентгеновские абсорбционные спектры углеродных соединений были рассчитаны по методике из работы [24] для суперячеек, содержащих от 64 до 72 атомов, и сеток $6 \times 6 \times 6$ из k -точек. Спектры комбинационного рассеяния для алмазоподобных соединений рассчитаны по методике, описанной в работе [25]. Для сокращения времени квантово-механических вычислений применялось распараллеливание с помощью технологии передачи сообщений (MPI). Апробация вышеперечисленных методик расчета была выполнена ранее при расчете структурных, энергетических и спектральных характеристик полиморфных и политипных разновидностей алмаза [14, 26, 27]. Кроме того, была выполнена апробация методики DFT-GGA расчетов при воздействии различных напряжений на алмаз. При гидростатическом сжатии кубического алмаза в диапазоне V/V_0 от 0.8 до 1 полученные давления не более чем на 1.5% отличаются от экспериментально определенных значений [28]. Оценка предельных сдвиговых напряжений в алмазе показала, что разрушение кубического алмаза происходит при величине сдвигового напряжения [211] (111) более 93.3 ГПа. Полученная величина очень хорошо соответствует пределу прочности алмаза (94.0 ГПа), рассчитанному в работе [29].

Моделирование фазовых переходов между политипными разновидностями алмаза. В результате анализа модельных способов формирования

структуры гексагонального алмаза на основе других политипов алмаза установлено, что существует два возможных способа получения гексагонального алмаза. Первый способ заключается в сдвигах молекулярных алмазных слоев, приводящих к формированию политипа с более высокой степенью гексагональности по сравнению с исходным политипом [30]. Второй способ – это воздействие сдвиговыми напряжениями на структуру алмаза, приводящими к смещению алмазоподобных слоев, имеющих форму гофрированного графена [17]. Общей чертой этих способов формирования гексагонального алмаза должна быть следующая цепочка фазовых трансформаций: исходный политип \rightarrow промежуточная фаза \rightarrow 2Н политип.

Для изучения процесса формирования гексагонального алмаза по первому способу достаточно рассмотреть в качестве исходной фазы политип алмаза с ненулевой гексагональностью ($hex > 0\%$) и минимальной элементарной ячейкой. Этим условиям удовлетворяет 4Н политип алмаза с гексагональной элементарной ячейкой ($a = 2.5333 \text{ \AA}$, $c = 8.3537 \text{ \AA}$), в которой содержится четыре молекулярных слоя с последовательностью АВАС [30, 31]. На рисунке 1а приведен график зависимости разностной полной энергии (ΔE_{total}) от величины модуля вектора сдвига (S) двухатомного молекулярного слоя из позиции С в позицию В. Используя график $\Delta E_{total} = f(S)$, можно определить высоту энергетического барьера, который необходимо преодолеть для фазового перехода 4Н политипа в 2Н политип. Значение этого барьера для необратимого структурного преобразования составляет 2.490 эВ/атом. Предельная величина силы, действующей на каждый из перемещаемых атомов, равна 4.50 эВ/Å, поэтому локальные внешние напряжения будут достигать ~ 273 ГПа. Также был рассмотрен механизм трансформации политипа 4Н в 2Н с учетом поатомного перемещения молекулярного слоя [32]. График зависимости $\Delta E_{total} = f(S)$, иллюстрирующий структурный переход политипа 4Н в политип 2Н, приведен на рис. 1б. На первой стадии этого фазового перехода наблюдается перемещение одного атома из молекулярного слоя на расстояние 1.024 Å. Для преодоления энергетического барьера 4.005 эВ необходимо локальное напряжение, значительно превышающее расчетную величину напряжения при сдвиге всего молекулярного слоя (> 460 ГПа). На заключительной стадии происходит перемещение второго атома на 0.878 Å с преодолением барьера в 0.202 эВ. Для окончания процесса структурного преобразования необходимо напряжение ~ 107 ГПа.

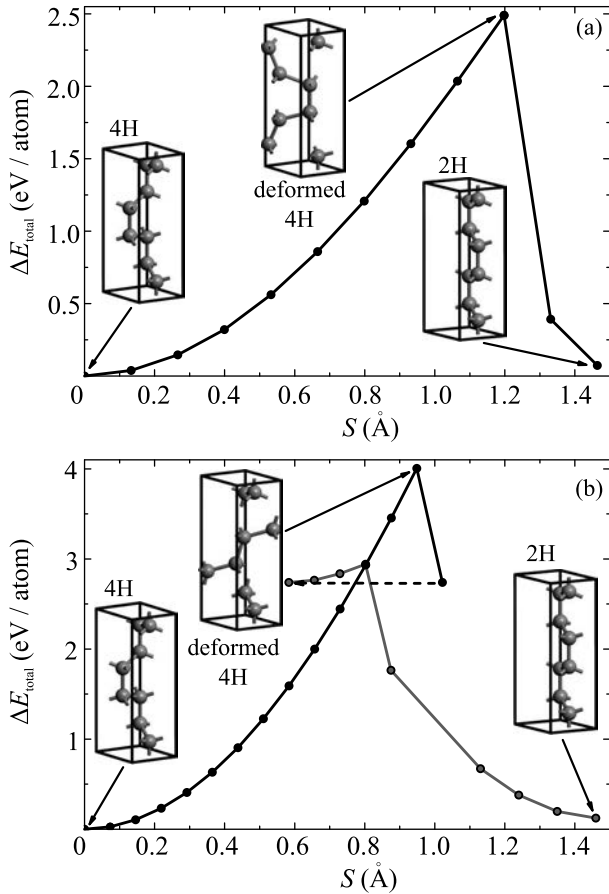


Рис. 1. Графики зависимости разностной полной энергии (ΔE_{total}) от величины сдвига (S) двухатомного молекулярного слоя (а) и при поатомном переносе этого слоя (б) для процесса преобразования 4Н алмаза в 2Н алмаз (значение энергии рассчитано как отношение ΔE_{total} для элементарной ячейки к числу перемещаемых атомов)

Процесс формирования структуры гексагонального алмаза по второму механизму может быть теоретически изучен при использовании в качестве предшественника 3С алмаза, который является наиболее устойчивой фазой из 4-координированных атомов углерода [1, 33]. Согласно анализу структурного подобия решеток 2Н и 3С политипов алмаза, выполненному в работе [19], исходная элементарная ячейка кубического алмаза должна содержать четное число плотных слоев, перпендикулярных оси [111]. Поэтому для расчетов была выбрана моноклинная элементарная ячейка с параметрами $a = 4.4013 \text{ \AA}$, $b = 2.5412 \text{ \AA}$, $c = 4.4013 \text{ \AA}$ и $\beta = 70.53^\circ$, содержащая два алмазных слоя (рис. 2а). Процесс сдвиговой деформации по направлению кристаллографической оси [211] заключался в изменении параметров элементарной ячейки таким образом, чтобы объем ячейки

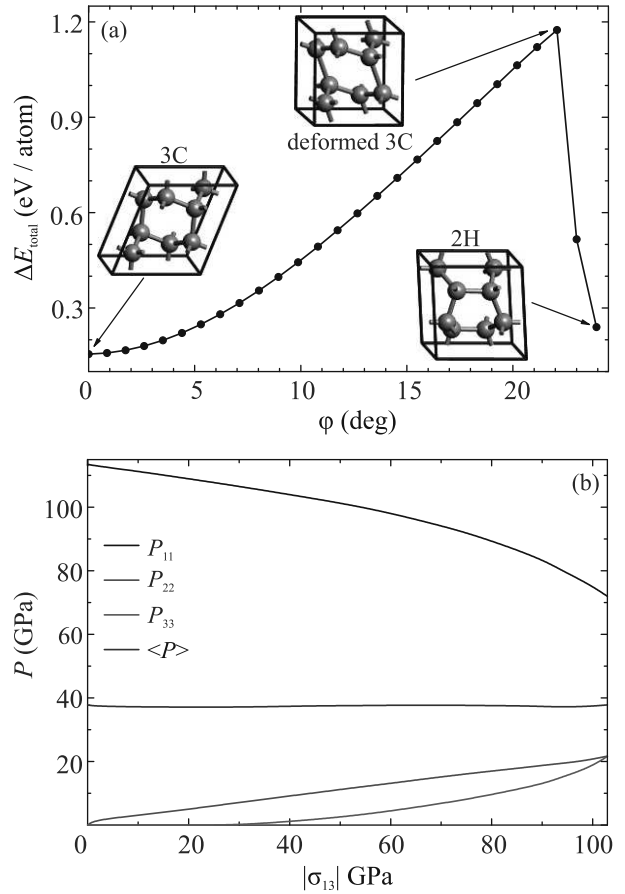


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Зависимость разностной полной энергии (ΔE_{total}) от угла сдвига (φ) для фазового перехода “3С алмаз \rightarrow 2Н алмаз” (разностные энергии рассчитаны относительно энергии недеформированного 3С алмаза). (б) – Зависимость величин компонент давления от значения модуля сдвигового напряжения σ_{13}

ки оставался постоянным за счет приложения главных напряжений σ_{11} , σ_{22} и σ_{33} . Сохранение объема системы необходимо для поддержания условий формирования алмазоподобных фаз, иначе при сдвиговой деформации будет происходить разрушение алмаза [29], сопровождающееся переходом алмаза в менее плотные фазы (графит или sp^3-sp^2 гибриды). Угол сдвига (φ) определялся как разность текущего угла элементарной ячейки и начального угла, который соответствует состоянию ячейки при отсутствии сдвиговой деформации. Для изучения структурных преобразований в 3С алмазе были рассмотрены случаи деформации элементарной ячейки при постоянном объеме, характерном для недеформированной ячейки, а также при дополнительных сжатиях структуры алмаза вдоль кристаллографических направлений [211] (ось X), [110] (Y) и [111] (Z), не

превышающих 8%. Анализ результатов моделирования фазовых переходов показал, что гексагональный алмаз может быть получен только при сдвиговом напряжении 102.9 ГПа и сильном сжатии кубического алмаза по оси [211] (X), а также стабилизирующих напряжениях по осям [110] (Y) и [111] (Z) (рис. 2а), причем величины этих напряжений являются функциями сдвигового напряжения σ_{13} (рис. 2б). Наличие только компоненты напряжения σ_{11} должно ускорять процесс “расслоения” алмаза при сдвиговом напряжении < 93.3 ГПа, но напряжения σ_{22} и σ_{33} , быстро увеличивающиеся в области $|\sigma_{13}| > 30$ ГПа, препятствуют разрушению алмаза, следствием чего является увеличение предельного сдвигового напряжения до 102.9 ГПа. Сдвиговые деформации в диапазоне φ от -25° до 0° при преимущественном сжатии структуры по оси [211] ($|\sigma_{22}| > |\sigma_{11}| + |\sigma_{33}|$) приводят к следующей цепочке фазовых преобразований: “3С алмаз \rightarrow пластически деформированный алмаз \rightarrow 3С алмаз”. В других случаях деформации структуры кубического алмаза наблюдается только формирование 3С алмаза или его полиморфных разновидностей, а не 2Н алмаза. Так, в случае поддержания постоянного объема $V = V_0 = 5.801 \text{ \AA}^3/\text{атом}$ при уменьшении φ до -15.1° и достижении сдвигового напряжения 171.5 ГПа происходит пластическая деформация 3С алмаза с дальнейшим формированием ромбической алмазоподобной фазы, содержащей 4-, 5-, 6- и 10-членные кольцевые звенья (рис. 3а). При увеличении φ до 17.4° наблюдается пластическая деформация 3С алмаза, а при дальнейшем увеличении φ формирование 2Н алмаза не наблюдается. В случае преимущественного сжатия по оси [110], когда начальная величина $\sigma_{22} < 115.6$ ГПа, во всем диапазоне φ наблюдаются только фазовые переходы “3С алмаз \rightarrow пластически деформированный алмаз \rightarrow 3С алмаз”. При сильном сжатии структуры 3С алмаза по оси [111] (начальное $\sigma_{33} = 119.7$ ГПа) пластическая деформация наблюдается только при достижении сдвигового напряжения ~ 217 ГПа ($\varphi > 20^\circ$), приводящего к формированию алмазоподобной фазы $(\text{RL})_2$ (рис. 3б), состоящей из фрагментов 2Н алмаза и фазы $\text{bct } C_4$ [34]. В интервале положительных значений φ наблюдается переход 3С в промежуточную фазу, которая преобразуется обратно в 3С алмаз. На последнем этапе был изучен процесс структурных преобразований в алмазе при исходном всесторонне равномерном сжатии до 7% (т.е. при уменьшении объема до 19.5%). Установлено, что при достижении $\varphi = -18.1^\circ$ и соответствующего предельного сдвигового напряжения ~ 245 ГПа происходит фазовый переход “3С алмаз \rightarrow алмазоподобная

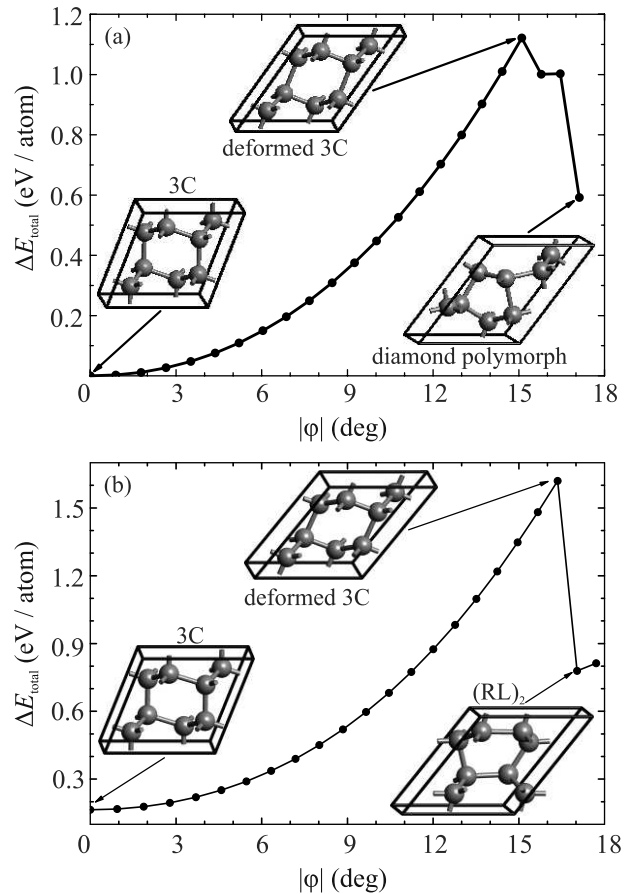


Рис. 3. Графики зависимости разностной полной энергии (ΔE_{total}) от угла сдвига (φ) при отсутствии начальных главных напряжений (а) и при наличии дополнительного сжатия по оси [111] (б) (разностные энергии рассчитаны относительно энергии недеформированного 3С алмаза)

фаза $(\text{RL})_2$ ”. При увеличении угла сдвига наблюдается только обратимая или пластическая деформация 3С алмаза без образования других политипов или алмазоподобных фаз.

Из полученных результатов следует, что наиболее вероятный способ формирования гексагонального алмаза – это воздействие на кубический алмаз сдвиговыми напряжениями $[211](111)$, превышающими 102.9 ГПа, когда величины главных напряжений σ_{11} , σ_{22} и σ_{33} будут достигать -69.9 , -21.7 и -21.6 ГПа соответственно.

Экспериментальная идентификация гексагонального алмаза. Для идентификации политипов алмаза в синтезированных углеродных материалах используют данные дифракционных или спектроскопических методов. Поскольку возможно существование бесконечного множества политипов алмаза [30], то для доказательства экспериментального

наблюдения конкретного политапа необходимо выполнение строгих критериев. Такие критерии для гексагонального алмаза, исследованного с помощью методов рентгеноструктурного анализа и электронной микроскопии, были сформулированы в работе [14]. Анализ дифракционных данных, выполненный в этой работе согласно сформулированным критериям, показал, что 2Н алмаз достоверно синтезирован только в нанокристаллической форме [35]. Кроме дифракционных методов, имеются другие эффективные методы обнаружения углеродных фаз и наноструктур, такие как спектроскопия комбинационного рассеяния (КР), рентгеновская абсорбционная спектроскопия (РАС) и спектроскопия характеристических потерь энергии электронами (ХПЭЭ). Поэтому имеется множество сообщений о получении гексагонального алмаза, основанных на использовании этих методов спектроскопии [20, 36–40]. Следовательно, требуется выполнить детальный анализ экспериментальных данных, который необходим для обоснованных заключений о наличии или отсутствии гексагонального алмаза в синтезированных углеродных материалах.

На следующем этапе работы был выполнен расчет спектров КР политапов алмаза с различным числом молекулярных слоев (N) в элементарной ячейке, которые необходимы для оценки возможности экспериментальной идентификации гексагонального алмаза. Апробация методики была выполнена для кубического алмаза ($hex = 0\%$). В расчетном спектре 3С алмаза имеется один пик с волновым числом 1340 см^{-1} ($\nu = 40.17\text{ ТГц}$), характерный для валентных колебаний углерод-углеродных связей. Это расчетное значение отличается от соответствующего экспериментального значения волнового числа ($\omega = 1332\text{ см}^{-1}$ [1, 41]) только на 0.7%. На рисунке 4 приведен рассчитанный спектр КР для 2Н алмаза, в котором имеются три пика на 1236 , 1313 и 1346 см^{-1} с интенсивностями 41.2, 100 и 31.6%, которые соответствуют поперечной E_{2g} , продольной A_{1g} и поперечной E_{1g} оптическим колебательным модам. Расчетный спектр гексагонального алмаза очень хорошо соответствует теоретическим спектрам КР из работ [16, 42, 43]. Для политапа 4Н ($hex = 50\%$) наблюдается три наиболее интенсивных пика в интервале от 1284 до 1345 см^{-1} , а для политапа 5Т ($hex = 40\%$) имеются шесть основных пиков в интервале от 1243 до 1351 см^{-1} . Политап 6Н имеет две структурные разновидности с упаковкой слоев АВАСВС ($hex = 33.3\%$) и АВАВАС ($hex = 66.7\%$). На рисунке 4 приведены расчетные спектры для этих политапов. В расчетных спектрах трех тригональных

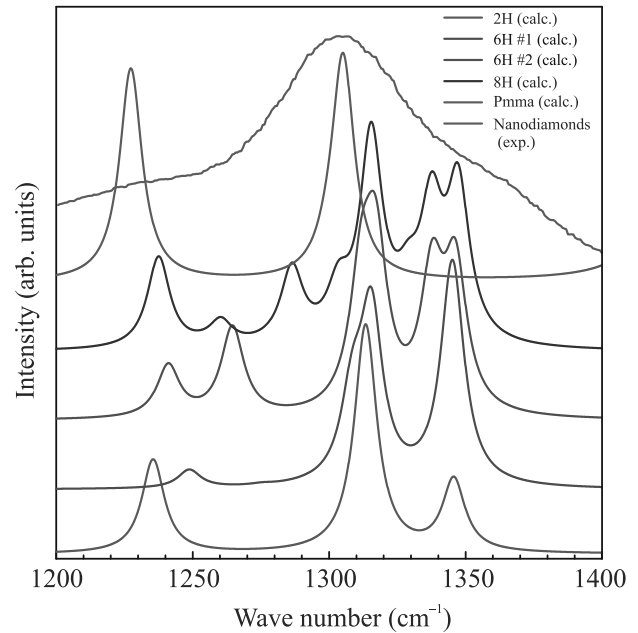


Рис. 4. (Цветной онлайн) Экспериментальный и расчетные спектры КР политапов алмаза и алмазоподобной фазы Pmma (экспериментальный спектр для попигайских наноалмазов построен на основе данных из работы [43])

политапов 7Т основные пики располагаются в диапазоне волновых чисел от 1237 до 1351 см^{-1} , причем область наибольшей интенсивности приходится на 1311 – 1351 см^{-1} . Поскольку при дальнейшем увеличении N число структурных разновидностей быстро растет [30], то вычисления были ограничены рассмотрением шести политапов с $N = 8$. Расчеты показали, что спектры КР двух политапов с гексагональностью 25% близки к спектру 3С алмаза, так как их основные пики находятся в интервале от 1329 до 1350 см^{-1} . Спектры КР двух политапов 8Н и 8Т с $hex = 50\%$ характеризуются наличием не менее девяти пиков в интервале от 1239 до 1353 см^{-1} . Наиболее близкими к спектру политапа 2Н являются спектры двух политапов 8Н с гексагональностью 75%, основные пики которых расположены в диапазоне от 1238 до 1347 см^{-1} . Наиболее интенсивные пики политапа 8Н с упаковкой слоев АВАВАС полностью перекрываются со всеми пиками 2Н алмаза (рис. 4), поэтому в случае получения смеси этих двух политапов гексагональный алмаз будет сложно идентифицировать. При дальнейшем увеличении числа слоев в элементарной ячейке политапа должно увеличиваться и число пиков в спектре в диапазоне от 1235 до 1350 см^{-1} , которые будут сливаться даже при уширении пиков $\sim 10\text{ см}^{-1}$. Расчеты показали, что при суперпозиции спектральных картин различных поли-

типов наблюдается область $1310\text{--}1350\text{ см}^{-1}$ с максимальной интенсивностью, тогда как в области $1230\text{--}1290\text{ см}^{-1}$ происходит сильное “размытие” суммарной интенсивности. Следовательно, если в исследуемом образце имеется смесь политипов, то доказать присутствие 2Н политипа становится практически невозможно.

В результате анализа экспериментальных спектров КР от алмазоподобного углерода [20, 36–39, 41, 43] было установлено, что ни в одной работе не наблюдались три отдельных спектральных максимума, характерных только для 2Н алмаза. Более того, в большинстве изученных экспериментальных спектров отсутствует пик, соответствующий колебательной моде E_{2g} на $1230\text{--}1240\text{ см}^{-1}$. Следовательно, полученные алмазоподобные материалы можно отнести к политипам со случайной упаковкой слоев со средней гексагональностью, значительно меньшей 50%. Однако в работах [41, 43] по исследованию наноалмазов из попигайского месторождения и Новой Каледонии были получены спектры КР с сильным уширением пиков, которые характеризуются максимальной интенсивностью на $1305\text{--}1307\text{ см}^{-1}$, а также интенсивностями 33–35 и 16–50% на интервалах $1200\text{--}1240$ и $1340\text{--}1350\text{ см}^{-1}$ соответственно (рис. 4). В работе [44] был получен подобный спектр от алмазного порошка, синтезированного НРНТ-методом, в котором можно выделить три основных пика с волновыми числами 1225 , 1309 и 1340 см^{-1} . При сопоставлении экспериментальных спектров из работ [41, 43, 44] установлено, что имеется достаточно большой интервал (от 1220 до 1244 см^{-1}) положения пика, который может соответствовать колебательной моде E_{2g} гексагонального алмаза. Наблюдаемая вариация ($\Delta\omega = 24\text{ см}^{-1}$) в положении данного пика может быть объяснена наличием в порошке различных политипов, а не присутствием только 3С и 2Н политипов. Форму профиля экспериментальных спектров можно хорошо объяснить установленной выше закономерностью, когда происходит “размытие” спектральной картины за счет наложения спектров различных политипов со средней гексагональностью не менее 50%. С другой стороны, появление левого и правого плеча сильно уширенного максимума на интервалах $1200\text{--}1250$ и $1340\text{--}1360\text{ см}^{-1}$ также можно объяснить присутствием в политипах 2D-дефектов с 5- и 7-членными циклами [45], фрагментов М-углерода [46, 47] или ромбического полиморфа алмаза Pm3m [48] (рис. 4).

На заключительном этапе работы были проведены расчеты абсорбционных рентгеновских спектров, которые позволяют изучать плотность незна-

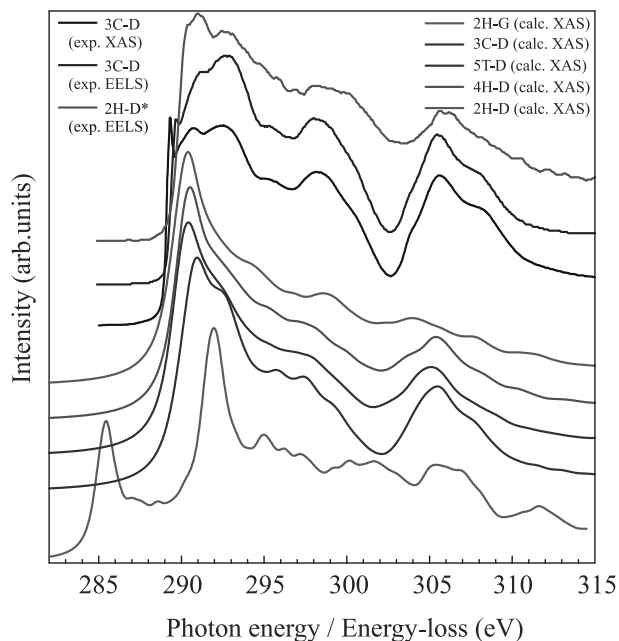


Рис. 5. (Цветной онлайн) Экспериментальные и расчетные рентгеновские абсорбционные спектры (XAS) и спектры характеристических потерь энергии электронами (EELS) для 2Н графита и политипов алмаза (экспериментальные данные XAS и EELS для наноалмазов использованы из работ [40] и [50] соответственно)

ных электронных состояний. На рисунке 5 приведена рассчитанная ближняя тонкая структура спектров поглощения рентгеновского излучения для 2Н графита и политипов алмаза, полученная при усреднении спектров при различных направлениях падающего излучения. Рассчитанный спектр поглощения фотонов при возбуждении основного $C1s$ -уровня углерода в графите хорошо соответствует экспериментальному спектру [49], тогда как расчетный спектр кубического алмаза очень хорошо соответствует экспериментальному [50] в диапазоне энергий от 294 до 315 эВ, а при значениях энергии 290–294 эВ – только удовлетворительно. Установлено, что основные максимумы плотности состояний в зоне проводимости 2Н алмаза соответствуют следующим энергиям фотонов: 290.4, 294.2, 296.8, 298.7, 304.0, 307.7 и 311.0 эВ (рис. 5). Расчетный абсорбционный спектр гексагонального алмаза значительно отличается от соответствующего спектра 3С алмаза в широком диапазоне энергий от 292 до 309 эВ, а также отличается от спектров 4Н и 5Т алмазов в диапазоне от 302 до 309 эВ. Рассчитанный абсорбционный спектр 2Н алмаза также можно использовать для его идентификации с помощью метода спектроскопии ХПЭЭ, поскольку оба метода используются для получения одной и той

же информации об изучаемом объекте. В работе [40] с помощью спектроскопии ХПЭЭ были обнаружены нанокристаллы 2Н алмаза, поэтому необходимо провести сопоставительный анализ экспериментального и расчетного спектров (рис. 5). Анализ показал, что в интервале энергий от 290 до 302 эВ экспериментальный спектр ХПЭЭ близок к абсорбционным рентгеновским спектрам 2Н, 4Н и 5Т алмазов, но на интервале от 302 до 310 эВ экспериментальный спектр хорошо соответствует только расчетным спектрам 4Н и 5Т алмазов (рис. 5). Следовательно, нанокристаллы алмазоподобного соединения, полученные в работе [40] в процессе сжатия графита, не являются гексагональным алмазом и близки по структуре к политипам алмаза 4Н или 5Т.

Выводы. В рамках метода теории функционала плотности проведено исследование способов формирования структуры гексагонального (2Н) алмаза из политипов алмаза при сильных статических нагрузках. Расчеты показали, что наиболее вероятным способом получения 2Н алмаза является воздействие на кубический (3С) алмаз сдвиговыми [211] (111)-напряжениями ~ 102.9 ГПа при наличии дополнительного неравномерного сжатия вдоль взаимно перпендикулярных кристаллографических осей [211], [110] и [111], которому соответствует средняя величина напряжения ~ -38 ГПа. При сильном одноосном [111] или гидростатическом сжатии исходного 3С алмаза можно наблюдать формирование алмазоподобной фазы (RL)₂, в которой имеются фрагменты гексагонального алмаза, однако величина сдвигового напряжения должна принимать значения от 217 до 245 ГПа. Все алмазоподобные фазы (новая ромбическая фаза и (RL)₂), наблюдаемые в процессе деформации 3С алмаза, можно считать промежуточными фазами, которые должны разрушаться и обратно преобразовываться в 3С алмаз, если величина сдвигового напряжения не будет быстро уменьшена. Механизм получения 2Н алмаза, изученный в данной работе, может быть реализован не только при статических нагрузках, но и при ударном нагружении исходного алмаза, когда фронт ударной волны не является плоским.

Также в работе проведен анализ возможности обнаружения гексагонального алмаза в синтезированных алмазоподобных материалах или углеродных соединениях естественного происхождения на основе методов спектроскопии. В результате расчета спектров КР различных политипов алмаза установлено, что обнаружить 2Н политип алмаза можно только при наличии в спектре трех отдельных максимумов, соответствующих колебательным модам A_{1g} ,

E_{1g} и E_{2g} , в диапазоне волновых чисел от 1220 до 1360 см^{-1} . При наличии в материале всего лишь двух политипов – 2Н и 8Н – гексагональный алмаз нельзя однозначно идентифицировать по спектру КР. В случае смеси различных политипов спектральные максимумы гексагонального алмаза перекрываются с интенсивными максимумами других политипов, в результате чего может происходить сильное “размытие” спектральной картины с выделением областей 1220–1260, 1310–1320 и 1340–1360 см^{-1} максимальной интенсивности. В результате расчета абсорбционных рентгеновских спектров политипов алмаза впервые установлено, что гексагональный алмаз можно идентифицировать по особенностям максимумов поглощения излучения в диапазоне энергий от 302 до 309 эВ. Детальный анализ экспериментальных данных спектроскопии КР и ХПЭЭ показал, что алмазоподобные материалы, принимаемые за идеальный гексагональный алмаз, либо содержат другие поли типы, либо представляют собой алмаз с большой долей дефектов упаковки, что подтверждает выводы, сделанные ранее на основании рентгеноструктурного анализа и электронной микроскопии [14, 16, 51].

1. H. O. Pierson, *Handbook of carbon, graphite, diamond, and fullerenes: Properties, processing, and applications*, Noyes, Park Ridge (1993).
2. J. Vejpravova, *Nanomaterials* **11**, 2469 (2021).
3. П. Б. Сорокин, Л. А. Чернозатонский, *УФН* **183**, 113 (2013).
4. S. W. Harun, *Handbook of graphene, Technology and innovations*, Wiley, Hoboken (2019), v. 8.
5. E. A. Belenkov and V. A. Greshnyakov, *New Carbon Mater.* **28**, 273 (2013).
6. X.-Q. Chen, H. Niu, D. Li, and Y. Li, *Intermetallics* **19**, 1275 (2011).
7. V. Blank, M. Popov, G. Pivovarov, N. Lvova, Gogolinsky, and V. Reshetov, *Diam. Relat. Mater.* **7**, 427 (1998).
8. A. G. Kvashnin and P. B. Sorokin, *J. Phys. Chem. Lett.* **5**, 541 (2014).
9. Yu. A. Kvashnina, A. G. Kvashnin, M. Yu. Popov, B. A. Kulnitskiy, I. A. Perezhogin, E. V. Tyukalova, L. A. Chernozatonskii, P. B. Sorokin, and V. D. Blank, *J. Phys. Chem. Lett.* **6**, 2147 (2015).
10. A. G. Lyapin, Y. Katayama, and V. V. Brazhkin, *J. Appl. Phys.* **126**, 065102 (2019).
11. Z. Pan, H. Sun, Y. Zhang, and C. Chen, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 055503 (2009).
12. W. Zheng, Qi-J. Liu, Z.-T. Liu, and Z.-Q. Zhang, *Materials Science in Semiconductor Processing* **146**, 106692 (2022).

13. В. В. Бражкин, УФН **190**, 561 (2020).
14. В. А. Грешняков, Е. А. Беленков, ЖЭТФ **151**, 310 (2017).
15. Е. А. Беленков, В. А. Грешняков, ФТТ **58**, 2069 (2016).
16. A. P. Jones, P. F. McMillan, C. G. Salzmann, M. Alvaro, F. Nestola, M. Prencipe, D. Dobson, R. Hazael, and M. Moore, Lithos **265**, 214 (2016).
17. Y. Yue, Y. Gao, W. Hu et al. (Collaboration), Nature **582**, 370 (2020).
18. F. P. Bundy and J. S. Kasper, J. Chem. Phys. **46**, 3437 (1967).
19. V. A. Greshnyakov, E. A. Belenkov, and M. M. Brzhezinskaya, Phys. Status Solidi B **256**, 1800575 (2019).
20. H. He, T. Sekine, and T. Kobayashi, Appl. Phys. Lett. **81**, 610 (2002).
21. P. Giannozzi, O. Andreussi, T. Brumme et al. (Collaboration), J. Phys.: Condens. Matter **29**, 465901 (2017).
22. J. P. Perdew, K. Burke, and M. Ernzerhof, Phys. Rev. Lett. **77**, 3865 (1996).
23. N. Troullier and J. L. Martins, Phys. Rev. B **43**, 1993 (1991).
24. O. Bunau and M. Calandra, Phys. Rev. B **87**, 205105 (2013).
25. M. Lazzeri and F. Mauri, Phys. Rev. Lett. **90**, 036401 (2003).
26. В. А. Грешняков, Е. А. Беленков, ЖЭТФ **160**, 873 (2021).
27. В. А. Грешняков, Е. А. Беленков, Письма о материалах **11**, 479 (2021).
28. F. Occelli, P. Loubeyre, and R. Letoullec, Nature Materials **2**, 151 (2003).
29. Y. Umeno, Y. Shihara, and N. Yoshikawa, J. Phys.: Condens. Matter **23**, 385401 (2011).
30. Е. А. Беленков, В. А. Грешняков, ФТТ **59**, 1905 (2017).
31. B. Wen, J. Zhao, M. J. Bucknum, P. Yao, and T. Li, Diam. Relat. Mater. **17**, 356 (2008).
32. С. А. Кукушкин, А. В. Осипов, ФТТ **61**, 422 (2019).
33. F. P. Bundy, W. A. Bassett, M. S. Weathers, R. J. Hemley, H. K. Mao, and A. F. Goncharov, Carbon **34**, 141 (1996).
34. R. H. Vaughman, A. Y. Liu, C. Cui, and P. J. Schields, Synth. Met. **86**, 2371 (1997).
35. T. B. Shiehl, D. G. McCulloch, J. E. Bradby, J. E. Bradby, B. Haberl, R. Boehler, and D. R. McKenzie, Sci. Rep. **6**, 37232 (2016).
36. M. Nishitani-Gamo, I. Sakaguchi, K. Ping Loh, H. Kanda, and T. Ando, Appl. Phys. Lett. **73**, 76537 (1998).
37. V. N. Khabashesku, Z. Gu, B. Brinson, J. L. Zimmerman, J. L. Margrave, V. A. Davydov, L. S. Kashevarova, and A. V. Rakhmanina, J. Phys. Chem. B **106**, 11155 (2002).
38. A. Misra, P. K. Tyagi, B. S. Yadav, P. Rai, D. S. Misra, V. Pancholi, and I. D. Samajdar, Appl. Phys. Lett. **89**, 071911 (2006).
39. Z. Chen, K. Magniez, M. Duchemin, N. Stanford, A. T. Ambujakshan, A. Taylor, C. S. Wong, Y. Zhao, and X. J. Dai, Plasma Chem. Plasma Process **38**, 75 (2018).
40. Y. Sato, M. Bugnet, M. Terauchi, G. A. Botton, and A. Yoshiasa, Diam. Relat. Mater. **64**, 190 (2016).
41. Y. El Mendili, B. Orberger, D. Chateigner, J.-F. Bardeau, S. Gascoin, and S. Petit, Chem. Phys. **559**, 111541 (2022).
42. V. A. Saleev and A. V. Shipilova, Computer Optics **41**, 476 (2017).
43. С. В. Горяйнов, А. Ю. Лихачева, Н. Н. Овсюк, ЖЭТФ **154**, 26 (2018).
44. V. N. Denisov, B. N. Mavrin, N. R. Serebryanaya, G. A. Dubitsky, V. V. Aksenonkov, A. N. Kirichenko, N. V. Kuzmin, B. A. Kulnitskiy, I. A. Perezhogin, and V. D. Blank, Diam. Relat. Mater. **20**, 951 (2011).
45. M. V. Kondrin, Y. B. Lebed, and V. V. Brazhkin, Diam. Relat. Mater. **110**, 108114 (2020).
46. Q. Li, Y. Ma, A. R. Oganov, H. Wang, H. Wang, Y. Xu, T. Cui, Ho-K. Mao, and G. Zou, Phys. Rev. Lett. **102**, 175506 (2009).
47. Y. Bai, X. Zhao, T. Li, Z. Lv, S. Lv, H. Han, Y. Yin, and H. Wang, Carbon **78**, 70 (2014).
48. В. А. Грешняков, Е. А. Беленков, Неорганические материалы **54**, 124 (2018).
49. Е. М. Байтингер, Е. А. Беленков, М. М. Бржезинская, В. А. Грешняков, ФТТ **54**, 1606 (2012).
50. P. J. Pauzauskie, J. C. Crowhurst, M. A. Worsley, T. A. Laurence, A. L. D. Kilcoyne, Y. Wang, T. M. Willey, K. S. Visbeck, S. C. Fakra, W. J. Evans, J. M. Zaug, and J. H. Satcher, Jr., Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108**, 8550 (2011).
51. P. Nemeth, L. A. J. Garvie, T. Aoki, N. Dubrovinskaya, L. Dubrovinsky, and P. R. Buseck, Nature Commun. **5**, 5447 (2014).

Инверсный “фолдовер” резонанс в пленке железо-иттриевого граната

Ю. М. Буньков⁺¹⁾, П. М. Ветошко^{+*}, Т. Р. Сафин[×], М. С. Тагиров[×]

⁺ Российский Квантовый Центр, 143025 Сколково, Москва, Россия

^{*} Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, 125009 Москва, Россия

[×] Казанский федеральный университет, 420008 Казань, Россия

Поступила в редакцию 24 ноября 2022 г.

После переработки 5 января 2023 г.

Принята к публикации 5 января 2023 г.

Исследован нелинейный магнитный резонанс в пленке железо-иттриевого граната, намагниченной в плоскости. Для пленок ЖИГ, намагниченных перпендикулярно плоскости, хорошо известен эффект, названный фолдовер резонанс. Он связан с тем, что частота прецессии увеличивается при отклонении намагниченности. При сканировании поля вниз частота прецессии остается резонансной за счет уменьшения поля размагничивания при отклонении намагниченности. Сигнал пропадает, когда мощности радиочастотной накачки не хватает для поддержания неравновесного состояния системы. В намагниченной в плоскости пленке железо-иттриевого граната частота прецессии уменьшается при увеличении амплитуды возбуждения. Соответственно эффект фолдовер возникает при сканировании поля вверх. Принципиальная разница заключается в том, что в последнем случае прецессия должна быть неустойчива и распадаться на моды спиновых волн. Нам удалось достичь углов отклонения намагниченности порядка 10 градусов и экспериментально измерить скорость распада однородной прецессии на спиновые волны в зависимости от угла отклонения намагниченности. Данное исследование открывает еще один путь достижения концентрации магнонов, при которых образуется магнонный Бозе конденсат.

DOI: 10.31857/S1234567823040110, EDN: pjqopl

В данной статье мы публикуем результаты экспериментов, в которых получен инверсный “фолдовер” (“Foldover”) магнитный резонанс. Эксперименты проведены в пленке железо-иттриевого граната (ЖИГ), намагниченной в плоскости. Частота магнитного резонанса в этом случае хорошо известна и равна:

$$\omega = \gamma \sqrt{H(H + 4\pi M_S \cos \beta)}, \quad (1)$$

где H – внешнее магнитное поле, $4\pi M_S$ – поле размагничивания, γ – гиромагнитное отношение и β – угол отклонения прецессирующей намагниченности. При увеличении угла β частота прецессии уменьшается. На языке квазичастиц это означает, что при увеличении плотности магнонов частота уменьшается за счет взаимодействия притяжения между ними. До этого в ряде работ исследовались свойства нелинейного магнитного резонанса в пленке ЖИГ, намагниченной перпендикулярно. В этих условиях частота магнитного резонанса равна:

$$\omega = \gamma(H - 4\pi M_S \cos \beta). \quad (2)$$

Соответственно, частота прецессии увеличивается при увеличении угла β и магноны характеризуются потенциалом отталкивания. Данное динамическое состояние намагниченности устойчиво и не распадается на спиновые волны [1].

В этих условиях, при сканировании магнитного поля вниз, частота прецессии может оставаться равной частоте возбуждения. При этом уменьшение внешнего магнитного поля компенсируется уменьшением поля размагничивания за счет отклонения прецессирующей намагниченности. Это неравновесное состояние сопровождается процессами релаксации магнонов в фононы, который квадратичен по углам отклонения β . Как только мощность радиочастотной (РЧ) накачки окажется не достаточной для поддержания неравновесного состояния, сигнал резонанса исчезает. Этот эффект был назван “Foldover” магнитный резонанс. Данное явление качественно было объяснено в работе [2]. Развита в ней теория хорошо описывает результаты экспериментов в микрообразцах [3], которые можно рассматривать как одиночный осциллятор. Также этот эффект детально изучался в пленках ЖИГ, намагниченных пер-

¹⁾e-mail: y.bunkov@rqc.ru

пендикулярно. Результаты исследований хорошо соответствовали теории при относительно малых углах β [4]. Однако, если внимательнее посмотреть на эти результаты, то можно сделать вывод, что они не подтверждают теоретическое описание при больших углах отклонения намагниченности.

Особый интерес представляют исследования прецессии намагниченности в пределе больших углов отклонения, т.е. при большой концентрации магнов. Эти исследования проводились для изучения процессов образования магнного Бозе конденсата. Так как магны являются квазичастицами, подчиняющимися статистике Бозе, то при заданной температуре и достаточной плотности они должны образовывать магнный Бозе-Эйнштейновский конденсат (мБЭК). Критическая плотность магнов для образования мБЭК в поперечно намагниченной пленке ЖИГ и при комнатной температуре была оценена в работе [5] и соответствует углу отклонения прецессирующей намагниченности около 3° . При других направлениях магнитного поля в ЖИГ критический угол образования мБЭК меняется в пределах от 2° до 4° .

Результаты экспериментальных исследований магнитного резонанса при больших амплитудах возбуждения в пленке ЖИГ, намагниченной перпендикулярно, были опубликованы в [6]. В них было показано, что при относительно малых углах отклонения намагниченности применима теория, разработанная в [2], в которой состояние резонанса определяется амплитудой РЧ накачки. Напротив, при углах отклонения намагниченности более 3° состояние магнной системы определяется частотой накачки, при условии, что мощность накачки достаточна для поддержания возбужденного состояния. Это свойство присуще магнной Бозе конденсации, как ранее было показано в экспериментах с антиферромагнитным сверхтекучим ^3He [7–9]. Этот результат объясняется тем, что при достаточно больших углах отклонения образуется магнный Бозе конденсат, состояние которого определяется химическим потенциалом связанной магнон-фотонной системы, т.е. не интенсивностью а частотой возбуждения.

Теоретически аналогия между образованием мБЭК в антиферромагнитном ^3He и в пленках ЖИГ была продемонстрирована в [10]. В качестве примера в ней была рассмотрена квазидвумерная тонкая пленкой ЖИГ, намагниченная в плоскости. Для толстой пленки (толщиной более 1 мкм), намагниченной перпендикулярно, аналогия становится еще более наглядной, так как в этом случае магны

расталкиваются, как и в $^3\text{He-B}$. Поэтому не удивительно то, что магны при достаточно большой концентрации показывают свойства, аналогичные полученным в антиферромагнитном ^3He .

Однако вызывает большой интерес вопрос о Бозе конденсации в системах, в которых квазичастицы притягиваются. В этом случае частота магнитного резонанса уменьшается при увеличении концентрации магнов и когерентное состояние становится неустойчивым. Ранее магнные системы с притяжением исследовались в антиферромагнитном $^3\text{He-A}$ [11, 12]. В этих работах была продемонстрирована неустойчивость однородной прецессии после выключения РЧ накачки. Однако следует учесть, что при резонансном возбуждении когерентность прецессии поддерживается РЧ накачкой. Мы провели сравнение поглощаемой энергии в одной и той же пленке в случае продольной и поперечной намагниченности при большой амплитуде резонансного возбуждения.

Наши исследования проводились в ЭПР-спектрометре X-диапазона Varian E-12. Использование спектрометра ЭПР вместо методики полосковой линии, использованной в [4], имеет ряд преимуществ. Во-первых, возбуждение резонанса пространственно однородно по образцу. Во-вторых, исследования проводились с постоянной частотой, что устраняет эффекты изменения согласования РЧ-линии. Эксперименты проводились на пленках ЖИГ толщиной 6 мкм в виде диска диаметром 0.3 мм. Эксперименты проводились на частоте 9.26 ГГц при комнатной температуре.

Как и в [6], мы характеризовали сигнал именно величиной поглощения энергии, т.е. сигналом адсорбции, умноженным на корень из мощности накачки. На рисунке 1 показаны эти зависимости от величины магнитного поля при различной мощности РЧ возбуждения для направления магнитного поля вдоль пленки.

Хорошо видно, что поглощаемая энергия определяется сдвигом поля от резонанса и не зависит от мощности накачки. Таким образом, мы имеем ту же ситуацию, как и в случае образования мБЭК при перпендикулярной намагниченности. Для сравнения на рис. 2 показаны экспериментальные результаты, полученные на том же образце и при тех же мощностях накачки, но при перпендикулярной намагниченности образца.

Разница в графиках поглощения энергии при продольной и поперечной намагниченности заключается в том, что если при перпендикулярной намагниченности сигнал полностью разрушается при достижении максимального сдвига, то при продольной на-

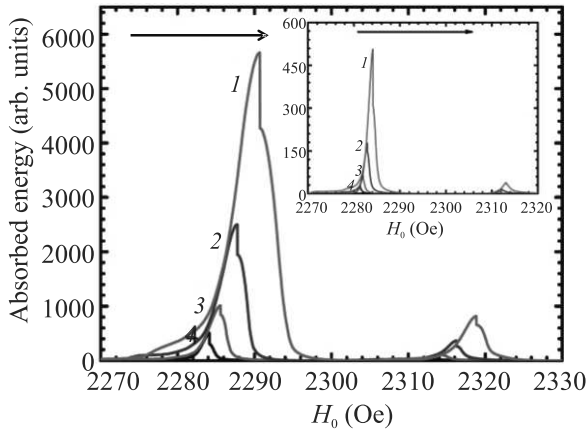


Рис. 1. (Цветной онлайн) Величина поглощаемой энергии при продольной намагниченности пленки при мощности РЧ возбуждения (на вставке: 4 – 0.1 мВт, 3 – 0.3 мВт, 2 – 1.0 мВт, 1 – 3.0 мВт и на основном графике: 4 – 3.0 мВт, 3 – 10.0 мВт, 2 – 30.0 мВт, 1 – 100.0 мВт). Отчетливо видны сигналы от второй моды ферромагнитного резонанса в более высоком поле

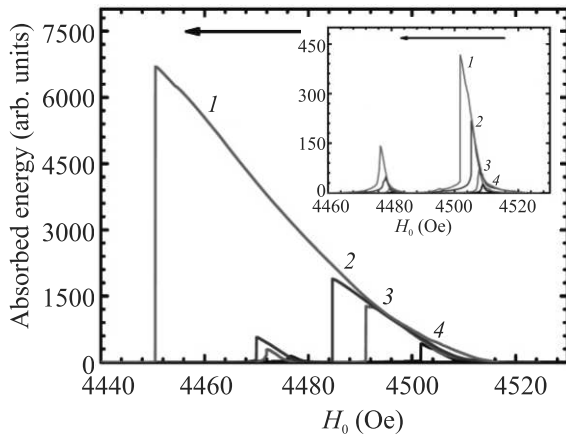


Рис. 2. (Цветной онлайн) Величина поглощаемой энергии при поперечной намагниченности пленки при мощности накачки (на вставке: 4 – 0.1 мВт, 3 – 0.3 мВт, 2 – 1.0 мВт, 1 – 3.0 мВт и в основном графике: 4 – 3.0 мВт, 3 – 10.0 мВт, 2 – 30 мВт, 1 – 100.0 мВт). Отчетливо видны сигналы от второй моды ФМР при меньшем поле

магнитности возникает перестройка в некоторую новую моду. В проходящих сейчас оптических измерениях мы выяснили, что эта мода соответствует пространственно неоднородному состоянию, детали которого мы опубликуем в дальнейшем. Однако коллапс однородного состояния хорошо виден. На рисунке 3 показаны сдвиги поля, при котором энергия возбуждения оказывается недостаточной для поддержания мБЭК и соответственно происходит разрушение однородного состояния как при продольной, так и по-

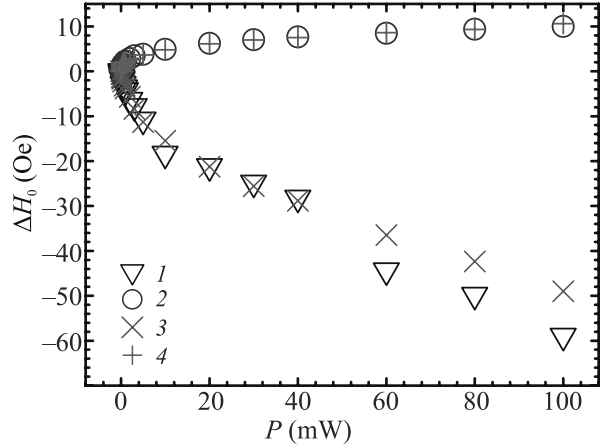


Рис. 3. (Цветной онлайн) Величина сдвига магнитного поля при разрушении однородной прецессии при разных мощностях РЧ возбуждения для продольной и поперечной намагниченности для двух различных образцов. Символы 1 и 3 соответствуют поперечной, а 2 и 4 – продольной намагниченности. 1 и 2 – первый образец и 3 и 4 – второй образец того же размера

перечной намагниченности пленки. Результаты показаны для двух образцов одинакового диаметра.

Естественно, мы видим сдвиг поля в разных направлениях для продольной и поперечной намагниченности. Однако давайте выразим эти сдвиги в углах отклонения намагниченности, согласно уравнениям (1) и (2). Критические углы срыва однородной прецессии при различных мощностях возбуждения показаны на рис. 4.

Из рисунка 4 следует, что критические углы срыва однородной прецессии при разных направлениях намагниченности практически сравнимы при относительно малых углах отклонения. Различие возникает при углах более 7°. Для поддержания однородной прецессии в поперечно намагниченной пленке необходимо увеличение РЧ возбуждения, которое соответствует квадратичной зависимости релаксации магнов от угла отклонения. Эта зависимость соответствует процессу релаксации магнов в фононы. В случае продольной намагниченности необходимая мощность возбуждения резко увеличивается. Так, при $\beta = 11^\circ$ необходима дополнительная мощность возбуждения в 50 мВт, чтобы компенсировать дополнительный процесс релаксации магнов с k , равном нулю. Таким образом, при угле отклонения более 7° возникает пороговым образом дополнительный канал релаксации, величина которого растет очень быстро.

Если в случае поперечной намагниченности состояние с $k = 0$ является минимумом энергии по k ,

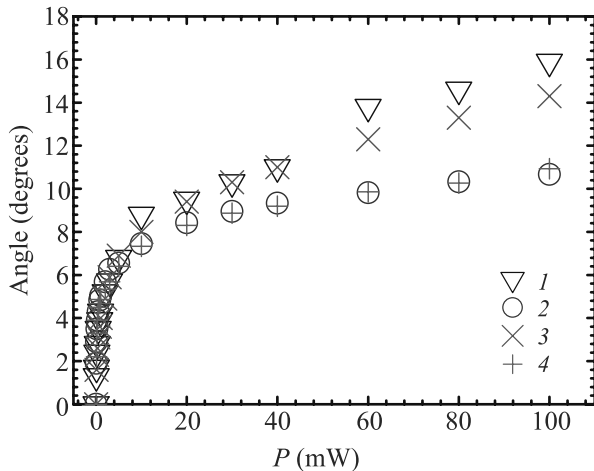


Рис. 4. (Цветной онлайн) Величина угла отклонения прецессирующей намагниченности при коллапсе одно-родной прецессии для продольной и поперечной намагниченности в зависимости от мощности РЧ возбуждения. Символы 1 и 3 соответствуют поперечной, а 2 и 4 – продольной намагниченности. 1 и 2 – первый образец, 3 и 4 – второй образец того же размера

то в случае продольной намагниченности для магнонов с k , направленном поперек магнитного поля, частота увеличивается, в то время как для магнонов с k , направленном вдоль поля, частота уменьшается [1]. Имеет место седловая точка по энергии. То есть магноны имеют анизотропию массы. Для магнонов,двигающихся поперек магнитного поля, масса положительна, а вдоль – отрицательная. Поэтому при продольной намагниченности возникает канал распада магнонов в спиновые волны с k , направленным вдоль поля, которые имеют меньшую энергию. Как мы видим из наших экспериментальных результатов, этот процесс имеет порог при отклонении в 7° . Аналогичный процесс термализации магнонов в состоянии с минимальной энергией также наблюдается и в случае продольной параметрической накачки магнонов [13].

Таким образом, нами экспериментально получено когерентное состояние магнонов в пленке ЖИГ, намагниченной в плоскости в условиях притяжения магнонов. Это состояние устойчиво при постоянном возбуждении магнонов РЧ полем. При этом наличие глобального минимума энергии для магнонов с не нулевым k приводит к дополнительному процессу релаксации. Дальнейшее исследование этого состояния оптическими методами на установке, описанной в [14], представляет большой интерес. В частности в связи с тем, что наряду со сверхтекучим ^3He [15], пленки ЖИГ также обладают свойствами топологи-

ческой материи. В них предполагается образование магнотной фазы Бери [16, 17]. Возможно, наблюдение долгоживущего сигнала индукции в пленке ЖИГ [18] связано именно с образованием такой фазы магнотного газа на границе образца. Другим важным направлением дальнейших исследований является образование когерентного магнон-фононного состояния, образование которого было отмечено в [19]. И конечно, большой интерес представляют исследования магнотной Бозе конденсации в пленках ЖИГ [20]. При этом следует учитывать различные типы Бозе конденсации магнонов [21]. В заключение, используя магнотный Бозе конденсат, можно построить квантовый кубит, причем работающий при комнатных температурах, как было предложено в лекции [22]. Возможные практические реализации такого кубита были рассмотрены в статье [23].

Эта работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда (проект # 22-12-00322).

1. I. S. Tupitsyn, P. C. E. Stamp, and A. L. Burin, Phys. Rev. Lett. **100**, 257202 (2008).
2. P. W. Anderson and H. Suhl, Phys. Rev. **100**, 1788 (1955).
3. Y. Li, V. V. Naletov, O. Klein, J. L. Prieto, M. Muñoz, V. Cros, P. Bortolotti, A. Anane, C. Serpico, and G. de Loubens, Phys. Rev. X **9**, 041036 (2019).
4. Yu. K. Fetisov, C. E. Patton, and V. T. Synogach, IEEE Trans. Magn. **35**, 4511 (1999).
5. Yu. M. Bunkov and V. L. Safonov, J. Magn. Magn. Mater. **452**, 30 (2018).
6. Yu. M. Bunkov, A. N. Kuzmichev, T. R. Safin, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, Sci. Rep. **11**, 7673 (2021).
7. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, Phys. Rev. Lett. **98**, 265302 (2007).
8. Yu. M. Bunkov and G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **150**, 135 (2008).
9. T. Sato, T. Kunimatsu, K. Izumina, A. Matsubara, M. Kubota, T. Mizusaki, and Yu. M. Bunkov, Phys. Rev. Lett. **101**, 055301 (2008).
10. G. E. Volovik, J. Low Temp. Phys. **153**, 135 (2008).
11. A. S. Borovik-Romanov, Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, and Yu. M. Mukharskiy, JETP Lett. **39**, 469 (1984).
12. Yu. M. Bunkov, V. V. Dmitriev, and Yu. M. Mukharskiy, Sov. Phys. JETP **61**, 719 (1985).
13. T. B. Noack, V. I. Vasyuchka, A. Pomyalov, V. S. Lvov, A. A. Serga, and B. Hillebrands, Phys. Rev. B **104**, L100410 (2021).
14. P. E. Petrov, P. O. Kapralov, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, Opt. Express **30**, 1737 (2022).
15. G. E. Volovik, JETP Lett. **115**, 306 (2022).

16. S. Murakami and A. Okamoto, J. Phys. Soc. Jpn. **86**, 011010 (2017).
17. G. E. Volovik, JETP Lett. **107**, 324 (2018).
18. Yu. M. Bunkov, P. M. Vetoshko, A. N. Kuzmichev, G. V. Mamin, S. B. Orlinskii, T. R. Safin, V. I. Belotelov, and M. S. Tagirov, JETP Lett. **111**, 62 (2020).
19. A. N. Kuzmichev, P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, JETP Lett **112**, 710 (2020).
20. P. M. Vetoshko, G. A. Knyazev, A. N. Kuzmichev, A. A. Kholin, V. I. Belotelov, and Yu. M. Bunkov, JETP Lett. **112**, 299 (2020).
21. Yu. M. Bunkov, JETP Lett. **115**, 694 (2022).
22. Yu. M. Bunkov, “*Magnon Bose-Einstein condensation, new results*”. *Proceedings of Conference “Actual problems of magnetic resonance and its applications”*, Kazan University Pbl. (2011).
23. Yu. M. Bunkov, JETP **131**, 18 (2020).

Совместная система уравнений для супералгебры $\mathfrak{gl}(n|m)$ и интегрируемая модель Калоджеро–Мозера¹⁾

Е. Доценко²⁾

Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Факультет математики, Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 119048 Москва, Россия

Поступила в редакцию 9 декабря 2022 г.

После переработки 5 января 2023 г.

Принята к публикации 8 января 2023 г.

В письме определяется совместная система уравнений, построенная по супералгебре $\mathfrak{gl}(n|m)$, также устанавливается связь этой системы уравнений с интегрируемой системой частиц Калоджеро–Мозера.

DOI: 10.31857/S1234567823040122, EDN: pjszqw

Совместные системы дифференциальных уравнений возникают естественным образом в разных областях физики и математики. Монодромия совместных систем с одной стороны выделена тем, что она не зависит от небольших деформаций контура, вдоль которого она была вычислена, с другой стороны, сама матрица монодромии – это очень интересный объект. В этой связи очень важный пример был предложен Аароновым и Бомом [1], о набеге фазы электрона в нулевом магнитном поле вне цилиндрической области (недоступной для электрона), но с нетривиальным векторным потенциалом.

В современной теоретической/математической физике классическая ситуация, в которой возникают совместные системы уравнений – двумерная конформная теория поля, в частности, в модели Весса–Зумино–Новикова–Виттена корреляторы вершинных операторов удовлетворяют системе уравнений Книжника–Замолотчикова [2] (КЗ). Благодаря работам Мацуо [3] и Чередника [4] известно, что уравнения КЗ тесно связаны с системой Калоджеро–Мозера. Также известно, что у уравнений КЗ имеется близкий родственник – связность Казимира, открытая Де-Кончини, Миллсоном и Толедано–Ларедо [5]. Казимировская связность определяется тем, что коммутирует с уравнениями КЗ. Текущая заметка посвящена определению связности Казимира для $\mathfrak{gl}(n|m)$ супералгебры и установлению соответствия Мацуо–Чередника в этом случае.

Некоторые сведения о $\mathfrak{gl}(n|m)$. Здесь мы приводим кратко основную информацию о $\mathfrak{gl}(n|m)$ супералгебре.

Пусть $\mathcal{J} = \{1, \dots, n + m\}$ и пусть $p : \mathcal{J} \rightarrow \{0, 1\}$

$$\begin{cases} p(a) = 0, a \leq n \text{ (бозоны)}, \\ p(a) = 1, a > n \text{ (фермионы)}. \end{cases} \quad (1)$$

Алгебра $\mathfrak{gl}(n|m)$ порождена e_{ab} , где $a, b \in \mathcal{J}$ со следующими соотношениями

$$\begin{aligned} e_{ab}e_{cd} - (-1)^{p(e_{ab})p(e_{cd})}e_{cd}e_{ab} = \\ = \delta_{bc}e_{ad} - (-1)^{p(e_{ab})p(e_{cd})}\delta_{da}e_{cb}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$p(e_{ab}) = p(a) + p(b) \bmod 2. \quad (3)$$

Тензорное \otimes произведение представлений супералгебр определено так, что для операторов, собственных для оператора четности, и действующих нетривиально только в i^{th} и в j^{th} тензорном сомножителе выполнено следующее

$$A^{(i)}B^{(j)} = (-1)^{p(A)p(B)}B^{(j)}A^{(i)}. \quad (4)$$

В $\mathbb{C}^{n|m}$ имеется базис e_a , что $e_{ab}(e_c) = \delta_{bc}e_a$, означает что e_{ab} – матричные единицы.

Пусть $x, y \in \mathbb{C}^{n|m}$ с определенными $p(x)$ и $p(y)$, тогда градуированная перестановка действует следующим образом:

$$P_{12}(x \otimes y) = (-1)^{p(x)p(y)}y \otimes x. \quad (5)$$

Совместная система уравнений. Уравнения КЗ на функцию $|\Psi\rangle$, принимающую значения в

¹⁾См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru.

²⁾e-mail: edotsenko95@gmail.com

$V = \bigotimes_{i=1}^k \mathbb{C}^{n|m}$, где $\mathbb{C}^{n|m}$ – векторное представление $\mathfrak{gl}(n|m)$ имеют вид

$$\left(\kappa \partial_{z_i} - \sum_c \lambda_c e_{cc}^{(i)} - \sum_{j, j \neq i} \frac{P_{ij}}{z_i - z_j} \right) |\Psi\rangle = 0, \quad (6)$$

где градуированная перестановка $P_{ij} = \sum_{a,b} (-1)^{p(b)} e_{ab}^{(i)} e_{ba}^{(j)}$ и $p(a)$ – функция четности, определенная в Дополнительных материалах. $e_{ab}^{(j)}$ – генератор $\mathfrak{gl}(n|m)$, который нетривиально действует только в $i^{\text{том}}$ тензором сомножителе V как матричная единица в некотором базисе (см. Дополнительные материалы).

Одно из центральных утверждений настоящего письма состоит в том, что *следующая система уравнений совместна и коммутирует с (6)*

$$\left(\kappa \partial_a - \sum_j z_j e_{aa}^{(j)} - \sum_{b, b \neq a} (-1)^{p(b)} \frac{E_{ab} E_{ba} - E_{aa}}{\lambda_a - \lambda_b} \right) |\Psi\rangle = 0, \quad (7)$$

где $E_{ab} = \sum_{j=1}^k e_{ab}^{(j)}$. Проверка этого утверждения приведена в Дополнительном материале.

Соответствие Мацуо–Чередника. В этом разделе мы зафиксируем $k = n + m$ в определении V .

Следующие ковекторы, построенные в [6], необходимы, чтобы установить соответствие Мацуо–Чередника для уравнений (7)

$$\langle \Omega^0 | = \sum_{\sigma \in S_{n+m}} \langle e_1 \otimes \dots \otimes e_{n+m} | P_\sigma, \quad (8a)$$

$$\langle \Omega^1 | = \sum_{\sigma \in S_{n+m}} \langle e_1 \otimes \dots \otimes e_{n+m} | (-1)^{\text{sgn}(\sigma)} P_\sigma, \quad (8b)$$

где $P_\sigma = P_{s_{i_1}} \dots P_{s_{i_l}}$, где $P_{s_{i_j}}$ – это перестановка, которая отвечает транспозиции s_{i_j} и $\sigma = s_{i_1} s_{i_2} \dots s_{i_l}$ – некоторое разложение перестановки в произведение транспозиций. Так как $P_{s_{i_j}}$ удовлетворяет соотношениям в группе кос, то элемент P_σ корректно определен.

Проверим, что ковектора (8a) и (8b) являются собственными векторами для следующих операторов

$$\langle \Omega^i | (E_{ab} E_{ba} - E_{aa}) = (-1)^{p(b)+i} \langle \Omega^i |, \quad (9)$$

где $i = 0, 1$.

Для проверки можно рассмотреть векторы $|\Omega^i\rangle$ и доказать для них аналогичные свойства. Простое вычисление показывает, что

$$\begin{aligned} (E_{ab} E_{ba} - E_{aa}) |e_1 \otimes \dots \otimes e_{n+m}\rangle &= \\ &= (-1)^{p(b)} P_{ab} |e_1 \otimes \dots \otimes e_{n+m}\rangle. \end{aligned} \quad (10)$$

Симметризуя или кососимметризуя правую часть (10), мы неизбежно получаем (9).

Легко видеть, что уравнения КЗ и Динамические уравнения коммутируют с операторами E_{aa} , поэтому можно на решение наложить следующее условие:

$$E_{aa} |\Psi\rangle = |\Psi\rangle. \quad (11)$$

Тогда для таких решений выполнено следующее

$$\begin{aligned} \left(\kappa^2 \sum_{a=1}^{m+n} \partial_{z_a}^2 + \sum_{a \neq b} \frac{(-1)^i \kappa - 1}{(z_a - z_b)^2} \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle &= \\ &= \left(\sum_{a=1}^{n+m} \lambda_a^2 \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \left(\kappa^2 \sum_{a=1}^{m+n} \partial_{\lambda_a}^2 + \sum_{a \neq b} \frac{(-1)^i \kappa - 1}{(\lambda_a - \lambda_b)^2} \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle &= \\ &= \left(\sum_{a=1}^{n+m} z_a^2 \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle, \end{aligned} \quad (12b)$$

где $i = 0, 1$.

(12a) было доказано в [6], таким образом нам требуется доказать второе. Пусть D_a есть a -инфинитезимальный оператор (тот, что стоит в скобках в формуле (7)). Основное утверждение состоит в том, что

$$\begin{aligned} 0 &= \langle \Omega^i | \sum_{a=1}^n D_a^2 | \Psi \rangle = \\ &= \left(\kappa^2 \sum_{a=1}^{m+n} \partial_{\lambda_a}^2 + \sum_{a \neq b} \frac{(-1)^i \kappa - 1}{(\lambda_a - \lambda_b)^2} \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle - \\ &\quad - \left(\sum_{a=1}^{n+m} z_a^2 \right) \langle \Omega^i | \Psi \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Подробности, связанные с этим вычислением, приведены в Дополнительных материалах.

1. Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
2. V. G. Knizhnik and A. B. Zamolodchikov, Nucl. Phys. B **247**(1), 83 (1984).
3. A. Matsuo, Invent. Math. **110**, 95 (1992).
4. I. Cherednik, Adv. Math. **106**, 65 (1994).
5. V. T. Laredo, J. Algebra **329**(1), 286 (2011).
6. A. Grekov, A. Zabrodin, and A. Zotov, Nucl. Phys. B **939**, 174 (2019).

Содержание
Том 117, выпуск 3
Поля, частицы, ядра

Антонов Е.С., Друцкой А.Г. Измерение $Br(H \rightarrow Z\gamma)$ при энергии 250 ГэВ на ILC 183

Астрофизика и космология

Dzhappuev D.D., Afashokov Yu.Z., Dzaparova I.M., Dzhatdov T.A., Gorbacheva E.A., Karpikov I.S., Khadzhiev M.M., Klimenko N.F., Kudzhaev A.U., Kurenya A.N., Lidvansky A.S., Mikhailova O.I., Petkov V.B., Podlesnyi E.I., Pozdnukhov N.A., Romanenko V.S., Rubtsov G.I., Troitsky S.V., Unatlov I.B., Vaiman I.A., Yanin A.F., Zhuravleva K.V. (Carpet-2 Group) Upper limits on the isotropic diffuse flux of cosmic PeV photons from Carpet-2 observations 191

Оптика, лазерная физика

Шахмуратов Р.Н. Генерация коротких импульсов с помощью фильтрации фазово-модулированного излучения непрерывного лазера 193

Кирьянов М.А., Останин Г.С., Долгова Т.В., Иноуе М., Федянин А.А. Аномальная пикосекундная динамика оптического пропускания гибридной метаповерхности Au-Bi:YIG 201

Белинский А.В., Гостев П.П., Магницкий С.А., Чиркин А.С. Фантомная волоконно-оптическая 3D-эндоскопия 207

Плазма, гидро- и газодинамика

Бахарева О.А., Сергеев В.Ю., Шаров И.А. О формировании плазменного облака при испарении макрочастицы в высокотемпературной замагниченной тороидальной плазме 213

Нечаев А.А., Кочаровский Вл.В., Кочаровский В.В., Гарасёв М.А. Многокомпонентный токовый слой магнитопаузы при произвольном распределении частиц по энергиям 220

Конденсированное состояние

Ткаченко О.А., Ткаченко В.А., Бакшеев Д.Г., Сушков О.П. Влияние беспорядка на магнитотранспорт в полупроводниковом искусственном графене 228

Петров Е.К., Силкин И.В., Кузнецов В.М., Меньщикова Т.В., Чулков Е.В. Ванадий-содержащие планарные гетероструктуры на основе топологических изоляторов 235

Методы теоретической физики

Морозов Ан. Многокритерийная гипотеза о собственных значениях и симметрии Рака 242

Дискуссия

Volovik G.E. Dimensionless physics: Planck constant as an element of Minkowski metric 248

Содержание
Том 117, выпуск 4
Поля, частицы, ядра

Boroun G.R. One-to-One correspondence of soft and hard Pomeron with the CDP of the gluon density at low x 253

Астрофизика и космология

Глушков А.В., Лебедев К.Г., Сабуров А.В. Мюоны в ШАЛ с $E_0 = 10^{19}$ эВ по данным Якутской установки 254

Оптика, лазерная физика

Тищенко А.А. Излучение Смита–Парселла, управляемое полем стоячей лазерной волны 259

Шегеда А.М., Кораблева С.Л., Морозов О.А., Лисин В.Н., Соловаров Н.К., Тарасов В.Ф. Проявление памяти и бабочка в фотонном эхо на ионах эрбия в LuLiF_4 и YLiF_4 264

Губин М.Ю., Шестериков А.В., Волков В.С., Прохоров А.В. О лазерной генерации двумерных материалов с накачкой на квазизапертых модах 273

Попруженко С.В. Релятивистская туннельная ионизация в скрещенных лазерных пучках петаваттной мощности 279

Савицкий И.В., Степанов Е.А., Ланин А.А., Федотов А.Б. Модовый состав излучения суперконтинуума предельно коротких импульсов в полых антирезонансных волноводах 285

Рубан В.П. “Капиллярные” структуры в поперечно захваченных нелинейных оптических пучках 292

Конденсированное состояние

Похабов Д.А., Погосов А.Г., Жданов Е.Ю., Бакаров А.К. Сканирование электронных состояний в квантовом точечном контакте с помощью асимметрично смещенных боковых затворов 299

Грешняков В.А. Гексагональный алмаз: теоретическое исследование способов получения и экспериментальной идентификации 306

Буньков Ю.М., Ветошко П.М., Сафин Т.Р., Тагиров М.С. Инверсный “фолдовер” резонанс в пленке железо-иттриевого граната 314

Методы теоретической физики

Доценко Е. Совместная система уравнений для супералгебры $\mathfrak{gl}(n|m)$ и интегрируемая модель Калоджеро–Мозера 319