

Вычисление сечений резонансного рассеяния нейтронов на ядре ${}^9\text{Be}$ с использованием данных *ab initio* расчетов асимптотических нормировочных коэффициентов и распадных ширин

Д. М. Родкин^{+*1)}, Ю. М. Чувильский*

⁺Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, 127055 Москва, Россия

*Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына
МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 ноября 2023 г.

После переработки 10 апреля 2024 г.

Принята к публикации 11 апреля 2024 г.

Представлен теоретический подход, позволяющий использовать результаты *ab initio* расчетов асимптотических нормировочных коэффициентов связанных состояний и парциальных ширин распада резонансных состояний на основе оболочечной модели без инертного кора, для вычисления сечений резонансных ядерных реакций. На примере процесса ${}^9\text{Be}(n, n){}^9\text{Be}$ показано, что использование этих исходных данных в расчетах сечений рассеяния нейтронов дает возможность описать его сечение с хорошей точностью. Демонстрируется, в то же время, что точность *ab initio* расчетов энергий резонансов на данный момент недостаточна для чисто теоретического описания сечения рассеяния. Вследствие этого развитый подход строится как “гибридный”, частично базирующийся на использовании для известных уровней экспериментально полученных значений энергий резонансов.

DOI: 10.31857/S123456782410001X, EDN: BXIIJE

Современная теория структуры легких атомных ядер дает возможность получать многие их характеристики как конечный результат решения А-нуклонной задачи. При этом динамика А-нуклонной системы описывается реалистическими нуклон-нуклонными потенциалами, построенными с использованием Киральной Эффективной Теории Поля (КЭТП) [1–4]. Амплитуды диаграмм мезонного обмена в ней фитируются на основе полного набора наблюдаемых данных, полученных для 2N- и 3N-систем. Как правило, проводится “смягчение” полученного потенциала за счет преобразования ренорм-группы, которое сохраняет наблюдаемые величины, характеризующие эти системы. Такие подходы носят общее название *ab initio* (из первопринципов). Одним из основных методов, описывающих структуру легких ядер, является Модель Оболочек Без Инертного Кора (МОБИК) [5, 6]. Как и другие *ab initio* схемы, она используется для расчетов энергий связи и размеров ядер, энергий возбуждения ядерных состояний, электромагнитных моментов и вероятностей электромагнитных переходов. МОБИК и подобные ей методы, однако, не приспособлены для непосредственного описания

распада ядерных состояний и ядерных реакций. Для решения таких задач были предложены разные *ab initio* подходы, описывающие процесс перехода полученных в рамках МОБИК состояний, лежащих выше порога распада во входные и выходные кластерные каналы. Среди них методы, которые объединяют МОБИК и Модель Резонирующих Групп (МРГ) [7], а именно, близкие по своей структуре МОБИК/МРГ [8] и Модель Оболочек Без Инертного Кора с Континуумом (МОБИКК) [9] являются наиболее последовательными. Следует, однако, отметить, что они успешно применялись для описания реакций с нуклонами и дейтронами во входном и выходном каналах. Исследование в этой схеме процессов с числом открытых каналов, превышающим два, и реакций с более тяжелыми кластерами, представляется затруднительным.

Для расширения списка доступных для решения задач обсуждаемого класса авторами был разработан новый подход – Метод Ортогональных Функций Кластерных Каналов (МОФКК) [10–15]. Эта схема позволяет провести расчет асимптотических нормировочных коэффициентов (АНК) связанных состояний и амплитуд приведенных парциальных ширин (АППШ) распада резонансов в самые различные кластерные каналы (КК), используя А-нуклонные

¹⁾e-mail: rodkindm92@gmail.com

решения МОБИК и, в отличие от МОБИКК, процедуру проектирования их на антисимметризованные произведения ВФ фрагментов распада и ВФ их относительного движения.

Кратко представим основные моменты подхода МОФКК. Более подробно данный подход изложен в работах [13, 15]. Первым элементом этого метода являются вычисления собственных значений и собственных векторов гамильтониана в рамках стандартной М-схемы МОБИК на полном базисе детерминантов Слейтера (ДС) с параметром обрезания по суммарному числу квантов возбуждения $N_{\max}^*$. Затем осуществляется экстраполяция собственных значений гамильтониана на бесконечный размер базиса. Далее проводится построение трансляционно-инвариантных А-нуклонных ВФ двухфрагментного ($A = A_1 + A_2$) КК c_κ :

$$\Psi_{A,nl}^{c_\kappa} = \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} \varphi_{nl}(\rho) \}_{J_c J M_J T}, \quad (1)$$

где $\hat{A}$ – антисимметризатор, $\Psi_{A_i}^{\{k_i\}}$ – трансляционно-инвариантная внутренняя ВФ фрагмента, задаваемая набором квантовых чисел $\{k_i\}$; $\varphi_{nlm}(\rho)$ – ВФ относительного движения. В конечном итоге, каждая такая ВФ сводится к суперпозиции ДС. Построение из этих не ортогональных ВФ ортонормированных базисных функций канала c_κ выполняется путем диагонализации матрицы обменного ядра

$$||N_{nn'}|| = \langle \Psi_{A,n'}^{c_\kappa} | \Psi_{A,n}^{c_\kappa} \rangle. \quad (2)$$

Вычисляются собственные значения $\varepsilon_{\kappa,k}$ и собственные функции $f_l^k(\rho)$ этой матрицы. Кластерный формфактор (КФФ), который описывает относительное движение кластеров A_1 и A_2 , выражается в виде:

$$\Phi_A^{c_\kappa}(\rho) = \sum_k \varepsilon_{\kappa,k}^{-1/2} \langle \Psi_A | \hat{A} \{ \Psi_{A_1}^{\{k_1\}} \Psi_{A_2}^{\{k_2\}} f_l^k(\rho) \} \rangle f_l^k(\rho). \quad (3)$$

Развернутое описание развитого нами формализма представлено в работах [13, 14].

Как и в работах [14, 15], для определения распадных характеристик мы используем процедуру сравнения логарифмических производных КФФ и асимптотической волновой функцией соответствующего открытого или закрытого канала. Таким образом в первом случае получаем АППШ γ_{c_κ} и сами ширины Γ ; во втором – АНК $\mathcal{A}^{c_\kappa}$.

Расчеты показывают, что полученные в рамках процедуры сшивки величины АНК и АППШ, в отличие от выражающихся через них значений ширины подпороговых и надпороговых резонансов, слабо зависят от энергии этих резонансов. Демонстрируемая

ниже сильная зависимость сечения $\sigma(E)$ порождается его пропорциональностью произведению $P_l(E)A^{c_\kappa}$ или $P_l(E)\gamma_{c_\kappa}$, где $P_l(E)$ – проницаемость потенциального барьера при энергии E .

Возможность, причем реальная, вычислять АНК и АППШ каналов распада в рамках МОФКК, позволяет поставить следующую крайне важную задачу – разработать метод использования рассчитанных в *ab initio* подходах величин в теории ядерных реакций. Дело в том, что амплитуды и сечения резонансных реакций в рамках R-матричной теории ядерных реакций выражаются именно через АНК и АППШ. Решению этой задачи, в данном случае – задачи описания сечений индуцированных нейтронами процессов, идущих через образование компаунд-ядра, и посвящена данная статья.

В качестве объекта исследования в данной работе было выбрано сечение упругого резонансного рассеяния нейтронов на ядре ^9Be . Спектр уровней образующегося при этом компаунд-ядра ^{10}Be , как связанных, так и резонансных, достаточно хорошо промерен. Сводка спектральных данных об уровнях ^{10}Be приведена в работе [16]. Также, ядро ^{10}Be представляет собой популярный объект теоретических исследований. В частности, расчету ширины его околопороговых резонансов посвящена наша работа [17], а альфа-распадных ширины – [18]. В этих работах можно найти достаточно подробный список работ, посвященный вычислению энергий уровней ^{10}Be .

В пользу выбора данного процесса в качестве теста разработанного метода говорят следующие обстоятельства. Во-первых, в области небольших энергий нейтронов можно ожидать одновременного влияния как под-, так и надпороговых резонансов [17]. Во-вторых, из-за ненулевого спина ядра-мишени в сечение изучаемого процесса вносят вклад многие АППШ. В третьих, в верхней части изучаемого диапазона энергий ($0 \leq E_n \leq 3 \text{ МэВ}$) открывается канал альфа-распада, за счет этого меняются полные ширины резонансов и, следовательно, сечение рассеяния нейтронов.

Для получения представленных в данной работе результатов использовался базис, включающий все десяти-нуклонные ДС с оптимальным для этой системы осцилляторным параметром $\hbar\omega = 17.5 \text{ МэВ}$ вплоть до числа квантов возбуждения $N_{\max}^* = 10$. Размерность этого базиса – $1.34 \cdot 10^9$ ДС. Таким образом, характеристики состояния положительной четности вычислялись для базисов с $N_{\max}^* = 0, 2, \dots, 10$, а отрицательной четности – для $N_{\max}^* = 1, 3, \dots, 9$. Использовался потенциал Daejeon16 [4], который был проверен в разнообразных расчетах свойств ядер с

массами $A \leq 16$ и доказал свою эффективность. Расчеты в рамках МОБИК были выполнены с помощью кода Bigstick [19], который удобен для использования на многопроцессорных вычислительных кластерах.

Результаты МОБИК расчетов энергий состояний ядра ${}^{10}\text{Be}$ на максимальном доступном для расчетов базисе с $N_{\text{max}}^* = 10$ сходятся не полностью, поэтому в дополнение проводится их экстраполяции. В данной работе для получения полных энергий связи состояний (ПЭС) ядра ${}^{10}\text{Be}$ в “бесконечном” базисе МОБИК использовался метод экстраполяции “A5” [20].

Результаты непосредственного применения расчетов МОБИК, соответствующие им результаты экстраполяции энергий возбуждения уровней, а также экспериментальные данные из [16] в диапазоне энергий возбуждения ${}^{10}\text{Be}$ вплоть до $E^* \sim 10$ МэВ представлены в табл. 1. Сравнение ее второго и третьего

Таблица 1. Теоретические и экспериментальный спектры уровней ядра ${}^{10}\text{Be}$

J^π	E_{th}^*	E_{extr}^*	E_{exp}^*	$E_{\text{extr}}^{\text{extr}}$	$E_{\text{n}}^{\text{exp}}$	E_{α}^{extr}	E_{α}^{exp}
0_1^+	0.00	0.00	0.00	-6.61	-6.81	-7.26	-7.41
2_1^+	3.78	3.72	3.37	-2.88	-3.44	-3.53	-4.04
0_2^+	8.55	4.43	6.18	-2.17	-0.63	-2.83	-1.23
1_1^-	7.23	5.87	5.96	-0.73	-0.85	-1.39	-1.45
2_2^+	6.67	6.28	5.96	-0.33	-0.85	-0.98	-1.45
2_1^-	7.83	6.49	6.26	-0.11	-0.55	-0.77	-1.14
3_1^-	9.04	7.71	7.37	1.11	0.56	0.45	-0.04
2_3^+	10.18	8.49	7.54	1.88	0.73	1.24	0.13
1_1^+	9.49	8.71	—	2.09	—	1.44	—
2_2^-	10.81	9.09	—	2.23	—	1.83	—
4_1^+	14.31	9.63	—	2.765	—	2.37	—
2_4^+	11.64	9.84	—	2.98	—	2.58	—
4_1^-	11.45	9.99	9.27	3.39	2.46	2.73	1.86
2_5^+	10.55	10.35	9.56	3.74	2.85	3.08	2.14

столбцов наглядно демонстрирует важность процедуры экстраполяции. В результате ее применения легко найти партнеров всем экспериментально наблюдаемым в этом диапазоне уровням. С общепринятых позиций оценки результатов спектральных расчетов, соответствие между экспериментальными E_{exp}^* и экстраполированными E_{extr}^* энергиями возбуждения для большинства известных уровней представляется хорошим. E_{exp}^* воспроизводятся со средней точностью в несколько сотен кэВ. Исключение составляет лишь уровень 0_2^+ . Расчеты указывают на существование в исследованном диапазоне значительного количества теоретически рассчитанных уровней, которым не находится обнаруженных в экспериментах партнеров. Энергии резонансов определяются еще и пороговыми энергиями каналов распада ${}^6\text{He} + {}^4\text{He}$ и ${}^9\text{Be} + n$. Они получаются в расчетах

ПЭС основных состояний ${}^6\text{He}$, ${}^4\text{He}$, ${}^9\text{Be}$ и ${}^{10}\text{Be}$. Как следует из этих расчетов, теоретически вычисленная пороговая энергия для канала ${}^9\text{Be} + n$ отличается от экспериментально известной на 203 кэВ, а для канала ${}^6\text{He} + {}^4\text{He}$ на 149 кэВ, что в процентном отношении к характерным энергиям связи этих ядер совсем мало, но при расчете энергий возбуждения околопороговых резонансов такое отклонение вносит дополнительную (и существенную) ошибку. Вычисленные нейтронные АНК $\mathcal{A}_n$ и парциальные ширины нейтронного и альфа-распада $\Gamma_{n(\alpha)}$, а также знаки их амплитуд (отрицательные значения помечены знаком $(-)$) для компаунд-состояний, вносящих сколь-нибудь заметный вклад в сечение нейтронного рассеяния (в табл. 1 они выделены жирным прифтом) представлены в табл. 2. Верхние индексы extr. или exp. обозначают, что данные величины получены для экстраполированной или экспериментальной энергии уровня соответственно. Указаны также энергии нейтронов, спины каналов S и моменты относительного движения фрагментов l .

Значения АНК каналов распада состояний 1_1^- и 2_1^- можно также извлечь из эксперимента [21], их значения представлены в последнем столбце табл. 2. Таким образом, вычисления АНК в рамках представленного подхода дают вполне удовлетворительные результаты, и, как указано выше, величины АНК довольно слабо зависят от энергии. В то же время ширины распада демонстрируют резкую зависимость от энергии и для энергий, взятых из расчетов, оказываются завышенными. Если сравнивать полную ширину распада, то вычисление ее при экспериментальном значении энергии уровня 2_3^+ в пять раз превышает экспериментальный результат. Для экспериментально известных уровней 3_1^- , 4_1^- , 2_4^+ также наблюдается некоторое, не превосходящее двух раз превышение рассчитанных ширин над полученными из экспериментальных данных.

Все указанные выше расчеты проводились в рамках разработанных ранее и хорошо апробированных методов. В данной статье они являются частью цельного теоретического исследования сечения упругого рассеяния ${}^9\text{Be}(n, n){}^9\text{Be}$.

Для получения этих сечений использовался формализм R-матричной теории резонансных ядерных реакций. В рамках данного подхода учитывались парциальные ширины всех открытых каналов реакции, в том числе и канала ${}^4\text{He} + {}^6\text{He}$, так как пороговая энергия его превышает пороговую энергию нейтронного канала всего лишь на 600 кэВ.

Существует много компьютерных реализаций R-матричной теории. Для решения поставленной зада-

Таблица 2. Асимптотические характеристики ^{10}Be каналов $^9\text{Be} + n$ – АНК $\mathcal{A}_n(\text{фм}^{-\frac{1}{2}})$ при $E_n < 0$ и парциальные ширины $\Gamma_n(\text{кэВ})$ при $E_n > 0$

J^π	E_n^{extr}	$l(S)$	$\mathcal{A}_n^{\text{extr}}(\text{фм}^{-\frac{1}{2}})$ или $\Gamma_n^{\text{extr}}(\text{кэВ})$	E_n^{exp}	$\mathcal{A}_n^{\text{exp}}(\text{фм}^{-\frac{1}{2}})$ $\mathcal{A}_n(\text{фм}^{-\frac{1}{2}})$ [21] ^{b)} или $\Gamma_n^{\text{exp}}(\text{кэВ})$
1_1^-	-0.738	0(1)	(-)0.835	-0.852	(-)0.886 0.626 ^{b)}
2_1^-	-0.115	0(2)	(-)0.405	-0.548	(-)0.585 0.558 ^{b)}
3_1^-	1.106	2(1) 2(2)	42.5 52.6	0.559	9.08 11.29
2_3^+	1.889	1(1) 1(2)	5.887 98.1	0.73	2.11 33.58
1_1^+	2.098	1(1) 1(2)	452 1790	—	—
2_2^-	2.230	0(2) 2(1) 2(2)	(-)859 102 62.9	—	—
2_5^+	3.737	1(1) 1(2)	6.39 382	2.748	4.97 291
4_1^-	3.388	2(2)	638	2.458	366
2_4^+	2.978	1(1) 1(2)	(-)17.4 513	—	—

чи наиболее адекватной версией этого подхода оказалась программа AZURE2 [22]. Помимо указанных выше, во входных параметрах программы AZURE2 фигурирует аналог точки сшивки. Но граница внутренней и асимптотической областей a_c определяется не отдельно для каждого канала, как это следует из аккуратного теоретического рассмотрения и реализуется в МОФКК, а как единая величина для каждой пары сталкивающихся и разлетающихся частиц, без учета их суммарного спина S и момента относительного движения l . При выборе радиуса сшивки в программе AZURE2 мы следовали рекомендациям ее авторов, т.е. выбирали его равным $a_c = R_0(\sqrt[3]{A_1} + \sqrt[3]{A_2})$, где $R_0 = 1.4$ фм, и непосредственными расчетами подтвердили крайне слабую зависимость результатов вычисления сечений резонансных реакций в широкой области изменения этого параметра.

Разработанный нами подход позволяет, в конечном итоге, использовать рассчитанные в рамках МОБИК ВФ компаунд-ядра, сталкивающихся и вылетающих частиц, полученные из этих ВФ АНК и АППШ для вычисления сечений резонансных ядерных реакций. Результаты применения данного подхода иллюстрирует рис. 1. На его верхней панели представлен вид сечения процесса $^9\text{Be}(n, n)^9\text{Be}$ для трех вариантов выбора входных данных, а также результаты измерений различных групп [23–26]. Во всех

трех вариантах использовались рассчитанные в рамках МОФКК АППШ нейтронных и альфа-распадных каналов. Энергии уровней брались: из эксперимента (сплошная и точечная линии), при их наличии, или из расчетов, базирующихся исключительно на экстраполяции (штриховая). В расчетах, результаты которых представлены точечной линией, использовались извлеченные из эксперимента АНК. Рисунок 1 демонстрирует, что “гибридный” вариант входных данных дает очень хорошее описание изучаемого сечения. Даже отмеченные ранее завышения полной ширины резонансов практически не сказываются на виде кривой. Лишь завышение значения АНК состояния 1_1^- приводит к небольшой переоценке сечения процесса при низких энергиях. Причиной этой устойчивости является структура формул Брейта–Вигнера, которые в окрестностях резонансов определяются отношениями парциальных и полных ширин. Редкие ситуации высокой чувствительности полных сечений резонансных реакций к величинам АППШ могут возникнуть лишь в областях интерференции АППШ резонансов с одинаковыми набором квантовых чисел $\{J^\pi, l, S\}$. Именно это свойство сечений открывает возможность применения не обладающих высокой точностью теоретических методов вычисления АППШ для их надежного расчета. Стоит отметить, что экспериментально определенные ширины подпороговых резонансов извлекаются, преимуще-

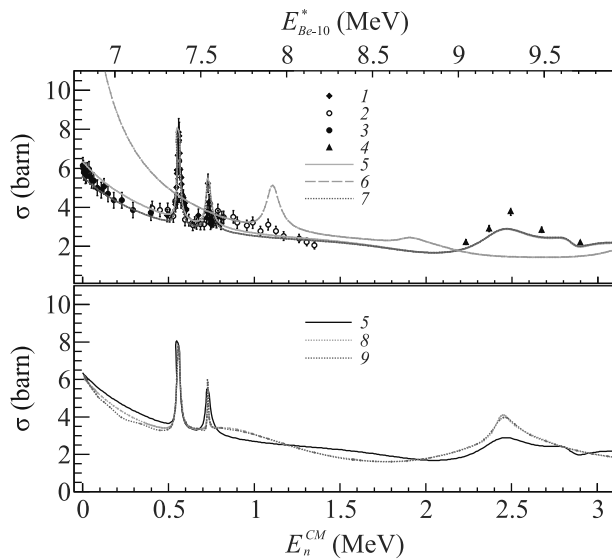


Рис. 1. Результаты расчета сечения упругого рассеяния ${}^9\text{Be}(n, n){}^9\text{Be}$. Цифрами 1–4 на рисунке обозначены результаты измерений: 1 – Lane et al. (1964); 2 – Chien et al. (1966); 3 – Lyapin et al. (1989); 4 – Levin, Cranberg (1959); цифрами 5–7 – результаты расчетов: 5 – результаты расчета с экспериментальными значениями энергий резонансов, 6 – результаты расчета с теоретически рассчитанными значениями энергий резонансов, 7 – результаты расчета с экспериментальными значениями как энергий резонансов, так и АНК; цифрами 8, 9 – оцененные сечения: 8 – оцененное сечение из базы данных ENDF/B-VII.1 [27], 9 – оцененное сечение из базы данных RUSFOND-2010 [28]

щественно, из измеренных сечений того же процесса ${}^9\text{Be}(n, n){}^9\text{Be}$ при низких энергиях. В этой области график сечения, полученный с использованием вычисленных значений АНК сравнивается, фактически, с кривой, полученной через АНК, извлеченные с помощью анализа самого этого сечения, полученного экспериментально. Влияние надпороговых резонансов на сечения здесь мало.

Резким контрастом по отношению к этой картине выглядит поведение штриховой кривой, полученной на базе рассчитанных энергий ядерных уровней и порогов распада в различные каналы. В области $E > 0.5$ МэВ эта кривая оказывается “растянутой”, причем неравномерно, по отношению к двум другим и эксперименту. Но особенно ярко недостатки такого варианта входных данных проявляется при низких энергиях. Главный фактор, влияющий на вид сечения, – положение подпороговых резонансов, в наибольшей мере – состояния 2_1^- . Причина этого – очевидна. Из примеров, представленных в табл. 1, следует, что точность современных реалистических нуклон-нуклонных потенциалов при расчетах ПЭС

нижних состояний легких ядер составляет примерно 0.3–1 %. Но точность теоретического расчета энергий резонансов, являющихся разностными характеристиками, во много раз ниже. Именно это, а также чрезвычайно сильная зависимость от энергии, входящей в выражения сечений как под- так и надпороговых резонансов проницаемости потенциального барьера ограничивает непосредственное использование результатов расчетов собственных значений гамильтониана МОБИК для вычисления сечений резонансных реакций при низких энергиях нейтронов. Большая длина волны медленного нейтрона служит “лупой”, резко увеличивающей этот элемент в общей картине сечения.

Нижняя панель рис. 1 дает возможность сравнить полученные нами сечения с оцененными согласно [27] и [28]. Видно хорошее совпадение представленных кривых. Оцененные значения немного лучше описывают измеренные сечения в низкоэнергетической области, а также в районах $E = 0.8$ и 2.5 МэВ. Мы полагаем, что, если включить в разработанную нами схему фитирование предсказанных теоретически резонансов, это рассогласование можно ликвидировать. Однако развитие такой версии подхода выходит за рамки данного исследования.

Итак, в настоящей работе демонстрируется “гибридный” подход, позволяющий использовать результаты *ab initio* расчетов АНК и парциальных ширины распада резонансов для вычисления сечений резонансных ядерных реакций при относительно низких энергиях. Представленное выше описание сечения процесса ${}^9\text{Be}(n, n){}^9\text{Be}$, хорошо изученного экспериментально, показывает, во-первых, что этот подход позволяет получить весьма надежный (воспроизводящий и обогащающий полученный в экспериментах) список относящихся к этой области энергий уровней ядра с определенным значением J^π, T , а также каналов их распада. Во-вторых, в рамках этого подхода оказывается возможным получать не только асимптотические нормировочные коэффициенты и полные ширины распада, но также и амплитуды приведенных парциальных ширины со своими знаками, извлечение которых из измерительных данных и вычисление другими теоретическими методами весьма затруднительно. Выяснено, в то же время, что достигнутое в настоящее время качество результатов *ab initio* расчетов энергий возбуждения ядерных уровней систем массы $A \geq 6$ недостаточно для использования этих значений для вычисления распадных характеристик этих резонансов. В силу этого расчет сечений низкоэнергетических резонансных реакций приходится проводить, используя вычислен-

ные величины АНК и АППШ вместе с результатами измерений энергии этих уровней. Для резонансных процессов, экспериментальные данные о парциальных ширинах которых отсутствуют, противоречивы, ненадежны или получены с большими ошибками (а такие случаи встречаются очень часто и являются физически наиболее интересными), данный метод, на наш взгляд, позволяет получать сечения и другие характеристики, которые можно интерпретировать как “теоретически оцененные”. Метод также дает возможность сильно сокращать число параметров при фитировании экспериментальных данных в рамках R-матричной модели, оставляя в качестве свободных параметров только энергии резонансов в некотором диапазоне.

Авторы благодарны М. В. Косову за полезные замечания.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 22-22-00096, <https://rscf.ru/project/22-22-00096/>.

Конфликт интересов. Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. R. Machleidt and D. R. Entem, Phys. Rep. **503**, 1 (2011).
2. D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C **66**, 014002 (2002).
3. D. R. Entem and R. Machleidt, Phys. Rev. C **68**, 041001 (2003).
4. A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, Phys. Lett. B **761**, 87 (2016).
5. C. Stump, J. Braun, and R. Roth, Phys. Rev. C **93**, 021301 (2016).
6. P. Navratil, S. Quaglioni, I. Stetcu, and B. Barrett, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **36**, 083101 (2009).
7. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **52**, 1107 (1937).
8. S. Quaglioni and P. Navratil, Phys. Rev. C **79**, 044606 (2009).
9. S. Baroni, P. Navratil, and S. Quaglioni, Phys. Rev. C **87**, 034326 (2013).
10. Д. М. Родкин, Ю. М. Чувильский, Письма в ЖЭТФ **108**(7), 459 (2018).
11. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, J. Phys.: Conf. Ser. **966**, 012022 (2018).
12. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Lett. B **788**, 238 (2019).
13. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Chin. Phys. C **44**, 12410 (2020).
14. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **103**, 024304 (2021).
15. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, Phys. Rev. C **104**, 044323 (2021).
16. D. R. Tilley, J. H. Kelley, J. L. Godwin, D. J. Millener, J. E. Purcell, C. G. Sheu, and H. R. Weller, Nuclear Physics A **745**, 155 (2004).
17. D. M. Rodkin, Yu. M. Tchuvil'sky, Physics of Atomic Nuclei **85**(6), 836 (2022).
18. D. M. Rodkin and Yu. M. Tchuvil'sky, JETP Lett. **116**(10), 663 (2022).
19. C. W. Johnson, W. E. Ormand, K. S. McElvain, and H. Shan, arXiv: 1801.08432 (2018).
20. I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary, C. Forssen, J. Rotureau, and N. Michel, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **44**, 075103 (2017).
21. S. I. Sukhoruchkin, Z. N. Soroko, V. V. Deriglazov et al. (Collaboration), *Low Energy Neutron Physics Springer-Verlag*, Berlin, Heidelberg, N.-Y. (1998).
22. E. Uberseder and R. J. deBoer, AZURE2 User Manual, <https://usermanual.wiki/Document/>
23. R. O. Lane, A. J. Elwyn, and A. Langsdorf, Phys. Rev. **133**, B409 (1964).
24. J. P. Chien and A. B. Smith, Nuclear Science and Engineering **26**(4), 500 (1966).
25. D. I. Lyapin, L. V. Mitsyna, A. B. Popov, I. M. Salamatina, and G. S. Samosvat, JINR-P3-89-408, 19890615 (1989).
26. J. S. Levin and L. Cranberg, Phys. Rev. **114**, 1584 (1959).
27. M. B. Chadwick, M. W. Herman, P. Obložinský et al. (Collaboration), Nuclear Data Sheets **112**, 2887 (2011).
28. S. V. Zabrodskaia, A. V. Ignatyuk, V. N. Koscheev, et al. (Collaboration), VANT, Nuclear Constants **1–2**, 3 (2007).