

# Возмущения в теории Хорндески над анизотропным космологическим фоном<sup>1)</sup>

С. А. Миронов<sup>+\*×2)</sup>, А. М. Штенникова<sup>+°2)</sup>

<sup>+</sup>Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия

<sup>\*</sup>Институт теоретической и математической физики, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

<sup>×</sup>НИЦ “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

<sup>°</sup>Кафедра физики частиц и космологии, физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 1 июля 2023 г.

После переработки 27 января 2024 г.

Принята к публикации 28 января 2024 г.

Рассмотрение анизотропного космологического фона является интересной и одновременно сложной задачей теоретической физики, поскольку мы не только предполагаем высокую степень анизотропии на ранних стадиях развития Вселенной, но и наблюдаем ее в малой степени до сих пор. В этой работе мы построили действие для возмущений над фоном типа Бианки I в наиболее общей скалярно-тензорной теории гравитации, теории Хорндески, и оценили влияние отклонения от анизотропного фона на ранее установленное устойчивое решение, полученное в предыдущих работах.

DOI: 10.31857/S1234567824050021, EDN: BMTZMQ

**1. Вступление.** Теория Хорндески [1–4] (см. [5] для обзора) является наиболее общей скалярно-тензорной теорией гравитации со вторыми производными в уравнениях движения, что делает ее интересной в плане построения новых моделей темной материи, темной энергии, червоточин и так далее. Однако построение устойчивых решений теории ограничено так называемой по-го теоремой [6, 7]. Она была сформулирована для случая однородного и изотропного космологического фона а также сферически симметричного фона. Широко рассматривались также варианты ее обхода [7–21].

Однако, список задач, рассматриваемых в контексте теории Хорндески, этим не исчерпывается, и существуют работы, посвященные изучению анизотропного фона [22, 23]. С космологической точки зрения принято считать, что на ранних этапах инфляции Вселенная была в высокой степени анизотропна [24–26], кроме того, даже сейчас, согласно наблюдениям, некоторая степень анизотропии присутствует при измерении микроволнового фона. В связи с этим, становится актуальным изучение и построение потенциально несингулярных решений в случае анизотропного фона.

В ранее рассмотренных моделях имеет место по-го теорема, которая запрещает устойчивые решения в общей теории Хорндески на всей временной оси. Однако теорема сформулирована для изотропного фона, поэтому возникает вопрос, не является ли существование этой теоремы следствием высокой симметрии пространства-времени. Этот вопрос требует дальнейшего изучения. С другой стороны, авторы статьи рассмотрели способ обойти по-го теорему в изотропном случае [21]. Дело в том, что мы рассматриваем лагранжиан с особым соотношением между функциями, таким, что единственная скалярная степень свободы является нединамической над однородным изотропным фоном, и по-го теорема неприменима. Ранее для этой ситуации были построены устойчивые решения типа Вселенной с отскоком и Гене-зиса. В данной работе мы показываем, что этот способ больше не может быть использован, и решение на самом деле неустойчиво. Это становится очевидным, если ввести в существующее решение небольшую анизотропию. Полученный результат очень важен, так как показывает, что попытка избавиться от одной из степеней свободы системы на определенном фоне иногда приводит к патологии близких решений.

В данной работе мы рассматриваем возмущения метрики и скалярного поля над однородным, но анизотропным фоном типа Бианки I. Затем интегрируем нединамические переменные в частично

<sup>1)</sup>См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup>e-mail: sa.mironov\_1@physics.msu.ru; shtennikova@inr.ru

калибровочно-инвариантной форме, разрешаем связи и получаем действие для возмущений. Мы также показываем, как квадратичное действие сводится к изотропному случаю фридмановской вселенной, и проверяем, как отклонение от изотропного фона влияет на ранее полученное [21] стабильное решение.

## 2. Возмущения над анизотропным фоном.

Мы рассматриваем теорию Хорндески со следующим действием:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_4),$$

$$\mathcal{L}_2 = F(\pi, X), \quad (1a)$$

$$\mathcal{L}_3 = K(\pi, X) \square \pi, \quad (1b)$$

$$\mathcal{L}_4 = -G_4(\pi, X)R + 2G_{4X}(\pi, X) \left[ (\square \pi)^2 - \pi_{;\mu\nu} \pi^{;\mu\nu} \right], \quad (1c)$$

где  $\pi$  – скалярное поле,  $X = g^{\mu\nu} \pi_{;\mu} \pi_{;\nu}$ ,  $\pi_{;\mu} = \partial_\mu \pi$ ,  $\pi_{;\mu\nu} = \nabla_\nu \nabla_\mu \pi$ ,  $\square \pi = g^{\mu\nu} \nabla_\nu \nabla_\mu \pi$ ,  $G_{4X} = \partial G_4 / \partial X$ , и т.д.

В данной работе мы рассматриваем анизотропный фон следующего вида:

$$ds^2 = dt^2 - (a^2(t)dx^2 + b^2(t)dy^2 + c^2(t)dz^2). \quad (2)$$

Разложение возмущений метрики  $h_{\mu\nu}$  по спиральностям в этом случае будет следующим:

$$h_{00} = 2\Phi \quad (3a)$$

$$h_{0i} = -\partial_i \beta + Z_i^T, \quad (3b)$$

$$h_{ij} = -2\frac{H_i}{H} \Psi g_{ij} - 2\partial_i \partial_j E - (\partial_i W_j^T + \partial_j W_i^T) + h_{ij}^{TT}, \quad (3c)$$

где  $\Phi, \beta, \Psi, E$  – скалярные поля,  $H_i$  – параметры Хаббла, отвечающие соответствующим направлениям (здесь и далее  $i = a, b, c$ ) и  $H = \frac{1}{3}(H_a + H_b + H_c)$ ,  $Z_i^T, W_i^T$  – поперечные векторные поля, ( $\partial_i Z_i^T = \partial_i W_i^T = 0$ ),  $h_{ij}^{TT}$  – поперечный бесследовый тензор. Также мы обозначаем за  $\chi$  возмущение скалярного поля  $\pi$ .

Действие для тензорного сектора возмущений имеет следующую форму:

$$S_h^{(2)} = \int dt d^3x a^3 \times \left[ \frac{A_5}{2} (\dot{h}_{ij})^2 - A_2 (\Delta_a^2 h_{ij}^{TT} + \Delta_b^2 h_{ij}^{TT} + \Delta_c^2 h_{ij}^{TT}) \right]. \quad (4)$$

Здесь точка означает производную по космологическому времени  $t$ ,  $\Delta_a = a^{-1} \partial_x$ ,  $\Delta_b = b^{-1} \partial_y$ ,  $\Delta_c = c^{-1} \partial_z$ , коэффициенты  $A_i$  являются комбинациями функций лагранжиана и их производных.

Аналогично изотропному случаю, векторные возмущения оказываются нединамичными, а скалярные – самыми нетривиальными в разрешении связей. Без потери общности мы частично воспользуемся калибровочной свободой и с самого начала зафиксируем  $\partial_i \partial_j E = 0$ . Тогда действие второго порядка для скалярного сектора возмущений принимает вид:

$$S^{(2)} = \int dx abc \left( \frac{1}{6} A_1 \sum_{i \neq j} \dot{\Psi}_i \dot{\Psi}_j + \frac{A_2}{2} \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \Delta_i \Psi_j \Delta_i \Psi_k + A_3 \Phi^2 + \Phi (A_4^i \Delta_i^2 \beta) + A_5 \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \dot{\Psi}_i (\Delta_j^2 \beta + \Delta_k^2 \beta) + \Phi (A_6^i \dot{\Psi}_i) + \frac{A_7}{2} \Phi \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \Delta_i^2 (\Psi_j + \Psi_k) + \Phi (A_8^i \Delta_i^2 \chi) + \dot{\chi} (A_9^i \Delta_i^2 \beta) + \chi (A_{10}^i \ddot{\Psi}_i) + A_{11} \Phi \dot{\chi} + \chi (A_{12}^i \Delta_i^2 \beta) + \chi \sum_{i,j} \frac{1}{2} A_{13}^{ij} (\Delta_i^2 \Psi_j + \Delta_j^2 \Psi_i) + A_{14} (\dot{\chi})^2 + A_{15}^i (\Delta_i \chi)^2 + A_{17} \Phi \chi + \chi (A_{18}^i \dot{\Psi}_i) + A_{20} \chi^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=a,b,c \\ i \neq j}} B^{ij} \Psi_i \dot{\Psi}_j - \Psi_a (B^{ab} \Delta_y^2 \beta + B^{ac} \Delta_z^2 \beta) + \Psi_b (B^{ab} \Delta_x^2 \beta + B^{bc} \Delta_z^2 \beta) + \Psi_c (B^{ac} \Delta_x^2 \beta + B^{bc} \Delta_y^2 \beta) \right). \quad (5)$$

Здесь  $\Psi_i = \bar{H}_i \Psi$  и  $\bar{H}_i = H_i / H$ , кроме того, мы подразумеваем суммирование по повторяющимся индексам. Явная форма коэффициентов может быть найдена в дополнительных материалах – Appendix A<sup>3</sup>). Выбор обозначения  $A_i$  сделан для явного соответствия между изотропным и анизотропным случаями; коэффициенты  $B_i$  отвечают слагаемым, которых не было в изотропном случае. Переменные  $\Psi_i$  вводятся для удобства и упрощения записи.

**3. Введение калибровочно-инвариантных величин.** В этом разделе мы сведем действие (5) к одной переменной, используя калибровочно-инвариантные поля.

<sup>3</sup>Отметим, что все коэффициенты перед пространственными производными (кроме  $A_1$  и  $A_2$ ) претерпевают “расщепление”. Это является прямым следствием анизотропии фоновой метрики. Коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  так же “расщепятся”, но только после добавления члена  $\mathcal{L}_5$  в общую теорию Хорндески.

Поскольку мы в самом начале частично зафиксировали калибровку, выбрав  $\partial_i \partial_j E = 0$ , действие (5) инвариантно относительно остаточных калибровочных преобразований:

$$\begin{aligned} \Phi &\rightarrow \Phi + \dot{\xi}_0, & \beta &\rightarrow \beta - \xi_0, \\ \chi &\rightarrow \chi + \xi_0 \dot{\pi}, & \Psi &\rightarrow \Psi + \xi_0 H. \end{aligned} \quad (6)$$

Основываясь на этом, мы вводим новые калибровочно-инвариантные переменные:

$$\mathcal{X} = \chi + \dot{\pi}\beta, \quad (7a)$$

$$\mathcal{Y}_i = \Psi_i + H_i \beta, \quad (7b)$$

$$\mathcal{Z} = \Phi + \dot{\beta}. \quad (7c)$$

И в терминах этих переменных действие принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} S^{(2)} &= \int dx abc \left( \frac{1}{6} A_1 \sum_{i \neq j} \dot{\mathcal{Y}}_i \dot{\mathcal{Y}}_j + \right. \\ &+ \frac{A_2}{2} \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \Delta_i \mathcal{Y}_j \Delta_i \mathcal{Y}_k + A_3 \mathcal{Z}^2 + \mathcal{Z} (A_6^i \dot{\mathcal{Y}}_i) + \\ &+ \frac{A_7}{2} \mathcal{Z} \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \Delta_i^2 (\mathcal{Y}_j + \mathcal{Y}_k) + \mathcal{Z} (A_8^i \Delta_i^2 \mathcal{X}) + \\ &+ \mathcal{X} (A_{10}^i \ddot{\mathcal{Y}}_i) + A_{11} \mathcal{Z} \dot{\mathcal{X}} + \mathcal{X} \sum_{i,j} \frac{1}{2} A_{13}^{ij} (\Delta_i^2 \mathcal{Y}_j + \Delta_j^2 \mathcal{Y}_i) + \\ &+ A_{14} (\dot{\mathcal{X}})^2 + (A_{15}^i (\Delta_i \mathcal{X})^2) + A_{17} \mathcal{X} \mathcal{Z} + \mathcal{X} (A_{18}^i \dot{\mathcal{Y}}_i) + \\ &\left. + A_{20} \mathcal{X}^2 + C_3^{ab} \mathcal{Y}_a \dot{\mathcal{Y}}_b + C_3^{bc} \mathcal{Y}_c \dot{\mathcal{Y}}_b + C_3^{ac} \mathcal{Y}_a \dot{\mathcal{Y}}_c \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Поле  $\mathcal{Z}$ , очевидно, является нединамическим, и, проварьировав по нему действие, мы получаем следующую связь:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} &= -\frac{1}{2} \frac{1}{A_3} \left( (A_8^i \Delta_i^2 \mathcal{X}) + A_6^i \dot{\mathcal{Y}}_i + \right. \\ &\left. + A_{11} \dot{\mathcal{X}} \frac{A_7}{2} \sum_{\substack{i=a,b,c \\ i \neq j \neq k}} \Delta_i^2 (\mathcal{Y}_j + \mathcal{Y}_k) + \mathcal{X} A_{17} \right). \quad (9) \end{aligned}$$

Затем мы подставляем  $\mathcal{Y}_i = \bar{H}_i \mathcal{U}$  и вводим новое поле  $\zeta$  как следующую линейную комбинацию:

$$\zeta = \mathcal{U} + \eta \mathcal{X}, \quad \text{где} \quad (10)$$

$$\eta = 9 \frac{A_{11} A_4 + 2 A_3 A_8}{(4 (\bar{H}_a \bar{H}_b + \bar{H}_a \bar{H}_c + \bar{H}_b \bar{H}_c) A_1 A_3 - 27 A_4^2)},$$

здесь и далее

$$A_4 = \frac{1}{3} \sum_{l=a,b,c} A_4^l \bar{H}_l, \quad A_8 = \frac{1}{3} \sum_{l=a,b,c} A_8^l \bar{H}_l. \quad (11)$$

Поле  $\zeta$  выделяется как единственная динамическая переменная,  $\mathcal{X}$  при этом становится связью. Это не единственный способ введения динамической переменной, мы также можем сделать нединамическим  $\mathcal{U}$ . Физически результат, конечно, не зависит от выбора переменных, но вид действия может измениться.

Таким образом, в терминах  $\zeta$  и  $\mathcal{X}$  действие принимает вид:

$$\begin{aligned} S^{(2)} &= \int dx abc \left( (\dot{\zeta})^2 \times \right. \\ &\times \left( \frac{2}{3} A_1 (\bar{H}_a \bar{H}_b + \bar{H}_a \bar{H}_c + \bar{H}_b \bar{H}_c) - \frac{9 A_4^2}{2 A_3} \right) - \\ &- \zeta \mathcal{X} C_3 - \frac{1}{2 A_3} (\mathcal{X} C_1 - \zeta C_2)^2 + \\ &\left. + M \mathcal{X}^2 + \zeta^2 (m + C_4) + \mathcal{X} \zeta C_5 \right), \quad (12) \end{aligned}$$

где

$$C_1 = \Sigma_a \frac{k_x^2}{a^2} + \Sigma_b \frac{k_y^2}{b^2} + \Sigma_c \frac{k_z^2}{c^2}, \quad (13a)$$

$$C_2 = \Theta_a \frac{k_x^2}{a^2} + \Theta_b \frac{k_y^2}{b^2} + \Theta_c \frac{k_z^2}{c^2}, \quad (13b)$$

$$C_3 = \Lambda_a \frac{k_x^2}{a^2} + \Lambda_b \frac{k_y^2}{b^2} + \Lambda_c \frac{k_z^2}{c^2}, \quad (13c)$$

$$C_4 = \Pi_a \frac{k_x^2}{a^2} + \Pi_b \frac{k_y^2}{b^2} + \Pi_c \frac{k_z^2}{c^2}, \quad (13d)$$

$$C_5 = \Xi_a \frac{k_x^2}{a^2} + \Xi_b \frac{k_y^2}{b^2} + \Xi_c \frac{k_z^2}{c^2}, \quad (13e)$$

где  $\Lambda_i, \Xi_i, \Pi_i, \Theta, M, m$  и  $\Sigma_i$  - линейные комбинации коэффициентов  $A_i$ , которые могут быть найдены в дополнительных материалах - Appendix B.

Как мы сказали ранее, теперь становится очевидным, что поле  $\mathcal{X}$  является нединамическим и соответствующая ему связь будет следующая:

$$\mathcal{X} = \frac{1}{C_1^2 - 2MA_3} \left( (C_1 C_2 + A_3 C_5) \zeta - A_3 C_3 \dot{\zeta} \right). \quad (14)$$

После подстановки (14) в (12), мы получаем

$$\begin{aligned} S^{(2)} &= \int dx abc \left( (\dot{\zeta})^2 \times \right. \\ &\times \left( \frac{2}{3} A_1 (\bar{H}_a \bar{H}_b + \bar{H}_a \bar{H}_c + \bar{H}_b \bar{H}_c) - \right. \\ &- \frac{9 A_4^2}{2 A_3} + \frac{1}{2} \frac{A_3 C_3^2}{C_1^2 - 2MA_3} \left. \right) + \\ &+ \zeta^2 \left( C_4 + \frac{C_1 C_2 C_5}{C_1^2 - 2MA_3} + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \frac{1}{abc} \left[ abc \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1^2 - 2MA_3} \right] \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \zeta^2 \left( m + \frac{1}{2} \frac{A_3 C_5^2 + 2C_2^2 M}{C_1^2 - 2MA_3} + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{2} \frac{1}{abc} \frac{d}{dt} \left[ \frac{abc A_3 C_3 C_5}{C_1^2 - 2MA_3} \right] \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

В действии (15) первое слагаемое – кинетический член, второе – градиентный (он пропорционален  $k^2$ ), а третий соответствует массе поля  $\zeta$ .

**4. Изотропный предел.** В изотропном случае  $b = a, c = a$  коэффициенты  $C_i$ , соответственно, принимают вид:

$$C_1 = A_4 \frac{(2A_1 A_{11} + 9A_4 A_8) k^2}{(4A_1 A_3 - 9A_4^2) a^2}, \quad (16a)$$

$$C_2 = \frac{2}{3} A_1 \frac{k^2}{a^2}, \quad (16b)$$

$$C_3 = \frac{9A_4 A_8 + 2A_1 A_{11} k^2}{3A_3 a^2}, \quad (16c)$$

$$C_4 = \left( A_2 + \frac{1}{2} \frac{1}{a} \frac{d}{dt} \left[ \frac{A_4 A_1 a}{A_3} \right] \right) \frac{k^2}{a^2}, \quad (16d)$$

$$C_5 = 0, \quad (16e)$$

$$m = M = 0. \quad (16f)$$

А действие (15) сокращается до

$$S^{(2)} = \int dt d^3x a^3 \left( \mathcal{G}_S (\dot{\zeta})^2 - \mathcal{F}_S \frac{(\nabla \zeta)^2}{a^2} \right), \quad (17)$$

где

$$\mathcal{G}_S = \frac{4}{9} \frac{A_3 A_1^2}{A_4^2} - A_1, \quad (18a)$$

$$\mathcal{F}_S = -\frac{1}{a} \frac{d}{dt} \left[ \frac{a A_1 A_7}{3 A_4} \right] - A_2 = \frac{1}{a} \frac{d}{dt} \left[ \frac{a A_5 \cdot A_7}{2 A_4} \right] - A_2, \quad (18b)$$

что соответствует уже известному результату.

**5. Проверка стабильности Вселенной с отскоком относительно малой анизотропии.** Для дальнейшего анализа теории, мы рассмотрим действие (5) в унитарной калибровке  $\chi = 0$  и вектором момента  $\vec{k}$ , направленным вдоль оси  $x$ , таким образом, что  $\vec{k} = (k_x, 0, 0)$ . Затем варьируем действие по переменным  $\Phi$  и  $\beta$  и получаем следующие связи:

$$\Phi = \frac{A_1}{3A_4^x} \left( \dot{\Psi}_b + \dot{\Psi}_c - (H_a - H_b) \Psi_b - (H_a - H_c) \Psi_c \right), \quad (19a)$$

$$k_x^2 \beta = \frac{1}{A_4^x} \left( \left( \dot{\Psi}_i A_4^i \right) - \frac{1}{3} A_1 k_x^2 (\Psi_b + \Psi_c) \right) + \quad (19b)$$

$$+ \frac{2}{3} \frac{A_1 A_3}{(A_4^x)^2} \left( (H_a - H_b) \Psi_b + (H_a - H_c) \Psi_c - (\dot{\Psi}_b + \dot{\Psi}_c) \right).$$

После отрешивания связей, мы получаем действие относительно переменной  $\Psi$

$$S^{(2)} = \int dt d^3x abc \left( \mathcal{G}_S (\dot{\Psi})^2 + M \Psi^2 + \mathcal{F}_S \frac{k_x^2}{a^2} \Psi^2 \right), \quad (20)$$

где

$$\mathcal{G}_S = \frac{2}{9} \frac{A_3 A_1^2}{(A_4^x)^2} (\bar{H}_b + \bar{H}_c)^2 - \frac{2}{3} \frac{A_1}{A_4^x} \times \\ \times (A_4^y \bar{H}_b + A_4^z \bar{H}_c) (\bar{H}_b + \bar{H}_c) + \frac{2}{3} A_1 \bar{H}_b \bar{H}_c, \quad (21a)$$

$$\mathcal{F}_S = -2A_2 \bar{H}_b \bar{H}_c - \frac{1}{9a^3} (\bar{H}_b + \bar{H}_c)^2 \frac{d}{dt} \left[ \frac{A_4^2 a^3}{A_4^x} \right] + \\ + \frac{A_1^2}{9A_4^x} (\bar{H}_b^2 - \bar{H}_c^2) (H_b - H_c), \quad (21b)$$

явное выражение для коэффициента  $M$  нам сейчас не очень важно. Несмотря на то, что мы по новой разрешили связи в унитарной калибровке, скорость звука совпадает с той, которую мы получили из действия (15).

Рассмотрим теперь модель с конкретным лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{\pi^2 - \tau^2}{3(\tau^2 + \pi^2)^2} - \frac{\pi^2 X}{(\tau^2 + \pi^2)^2} + \frac{\pi X}{3(\tau^2 + \pi^2)} \square \pi + \frac{1}{2} R. \quad (22)$$

Этот лагранжиан был получен в работе [21] и отвечает ситуации, когда в действии (17)  $A_4 = 0$ . В этой модели существует решение изотропной Вселенной с отскоком, но без динамических скалярных мод возмущений. Проверим теперь стабильность этого решения относительно малых отклонений решения от изотропного, усредненный параметр Хаббла  $\bar{H}$  при этом остается неизменным

$$H_a = \frac{t}{(\tau^2 + t^2)} + \frac{\alpha}{(\tau^2 + t^2)^{3/2}}, \\ H_b = \frac{t}{(\tau^2 + t^2)} - \frac{\alpha}{(\tau^2 + t^2)^{3/2}}, \quad (23) \\ H_c = \frac{t}{(\tau^2 + t^2)}.$$

Здесь параметр  $\tau$  определяет амплитуду отскока, а  $\alpha$  – величина отклонения решения от изотропного случая (см. рис. 1).

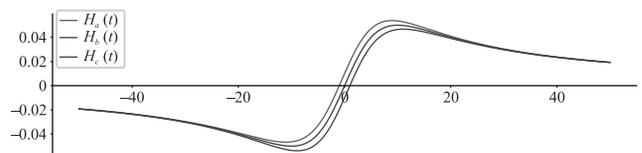


Рис. 1. (Цветной онлайн) Параметры Хаббла  $H_a(t), H_b(t), H_c(t)$ , при выборе  $\alpha = 10, \tau = 10$ . Решение с отскоком характеризуется наличием изгиба в начале координат и стремлением к 0 на  $\pm\infty$

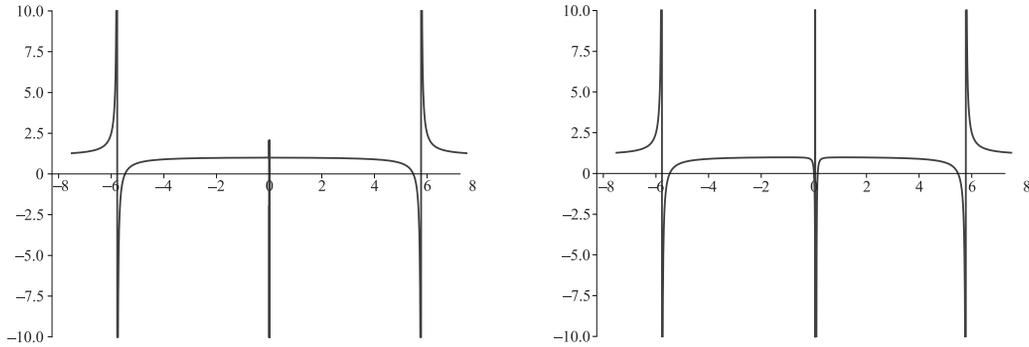


Рис. 2. (Цветной онлайн) Квадрат скорости звука  $c_s^2$ , при выборе  $\alpha = 0.1, \tau = 10$  (слева) и  $\alpha = 1, \tau = 20$  (справа). В этом случае, квадрат скорости звука будет иметь как минимум 2 симметричные сингулярные точки и стремиться к 0 по мере того, как Вселенная становится изотропной

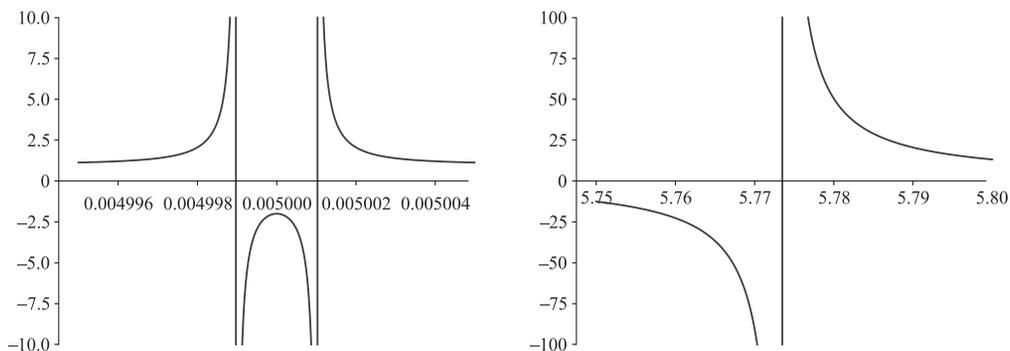


Рис. 3. (Цветной онлайн) Приближение окрестности сингулярных точек квадрата скорости звука  $c_s^2$  для параметров  $\alpha = 0.1, \tau = 10$

Для анализа стабильности скалярного поля численно был построен график квадрата скорости звука  $c_s^2$  (рис. 2).

Графики (рис. 3) показывают, что в теории (22) скалярное поле становится неустойчивым даже при небольшом отклонении от изотропного фона. Это говорит о том, что результат, полученный ранее в работе [21], является очень частным случаем, напрямую связанным с изотропией фона.

**6. Заключение.** В данной работе мы построили действие для тензорных и скалярных мод возмущений метрического и скалярного полей над анизотропным фоном и проверили, остается ли устойчивым полученное ранее решение для Вселенной с отскоком. Оказалось, что устойчивость возмущений во Вселенной с отскоком напрямую связана с ее изотропией и даже при небольших отклонениях от нее квадрат скорости звука расходуется и становится отрицательным. Тем не менее, наш результат открывает широкие возможности для поиска устойчивых решений и может использоваться для поис-

ка мощности спектра анизотропных моделей ранней Вселенной.

Авторы выражают благодарность Касперу Петерсу (Kasper Peeters) за разработку и поддержку программного обеспечения Cadabra2 [27], с помощью которого было выполнено большинство расчетов.

**Финансирование работы.** Данная работа поддержана грантом от Российского научного фонда # 19-12-00393.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. G.W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. **10**, 363 (1974); DOI: 10.1007/BF01807638.
2. A. Nicolis, R. Rattazzi, and E. Trincherini, Phys. Rev. D **79**, 064036 (2009); DOI: 10.1103/PhysRevD.79.064036; arXiv: 0811.2197 [hep-th].
3. C. Deffayet, G. Esposito-Farese, and A. Vikman, Phys. Rev. D **79**, 084003 (2009); doi: 10.1103/PhysRevD.79.084003; arXiv: 0901.1314 [hep-th].

4. D. B. Fairlie, J. Govaerts, and A. Morozov, Nucl. Phys. B **373**, 214 (1992); doi: 10.1016/0550-3213(92)90455-K; arXiv:hep-th/9110022.
5. T. Kobayashi, Rept. Prog. Phys. **82**(8), 086901 (2019); doi: 10.1088/1361-6633/ab2429; arXiv: 1901.07183 [gr-qc].
6. M. Libanov, S. Mironov, and V. Rubakov, JCAP **08**, 037 (2016); doi: 10.1088/1475-7516/2016/08/037; arXiv: 1605.05992 [hep-th].
7. T. Kobayashi, Phys. Rev. D **94**(4), 043511 (2016); doi: 10.1103/PhysRevD.94.043511; arXiv: 1606.05831 [hep-th].
8. Y. Cai, Y. Wan, H.-G. Li, T. Qiu, and Y.-S. Piao, JHEP **01**, 090 (2017); doi: 10.1007/JHEP01(2017)090; arXiv: 1610.03400 [gr-qc].
9. P. Creminelli, JCAP **11**, 047 (2016); doi: 10.1088/1475-7516/2016/11/047; arXiv: 1610.04207 [hep-th].
10. R. Kolevatov, JCAP **08**, 038 (2017); doi: 10.1088/1475-7516/2017/08/038; arXiv: 1705.06626 [hep-th].
11. Y. Cai and Y.-S. Piao, JHEP **09**, 027 (2017); doi: 10.1007/JHEP09(2017)027; arXiv: 1705.03401 [gr-qc].
12. Y. Cai, Eur. Phys. J. C **77**(6), 369 (2017); doi: 10.1140/epjc/s10052-017-4938-y; arXiv: 1701.04330 [gr-qc].
13. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, JCAP **10**, 050 (2018); doi: 10.1088/1475-7516/2018/10/050; arXiv: 1807.08361 [hep-th].
14. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, Phys. Rev. D **100**(8), 083521 (2019); doi: 10.1103/PhysRevD.100.083521; arXiv: 1905.06249 [hep-th].
15. S. Mironov, V. Rubakov, and V. Volkova, JCAP **05**, 024 (2020); doi: 10.1088/1475-7516/2020/05/024; arXiv: 1910.07019 [hep-th].
16. A. Ilyas, M. Zhu, Y. Zheng, Y.-F. Cai, and E. N. Saridakis, JCAP **09**, 002 (2020); doi: 10.1088/1475-7516/2020/09/002; arXiv: 2002.08269 [gr-qc].
17. A. Ilyas, M. Zhu, Y. Zheng, and Y.-F. Cai, JHEP **01**, 141 (2021); doi: 10.1007/JHEP01(2021)141; arXiv: 2009.10351 [gr-qc].
18. Y. Ageeva, P. Petrov, and V. Rubakov, JHEP **12**, 107 (2020); doi: 10.1007/JHEP12(2020)107; arXiv: 2009.05071 [hep-th].
19. Y. Ageeva, O. Evseev, O. Melichev, and V. Rubakov, Phys. Rev. D **102**(2), 023519 (2020); doi: 10.1103/PhysRevD.102.023519; arXiv: 2003.01202.
20. Y. Ageeva, P. Petrov, and V. Rubakov, Phys. Rev. D **104**(6), 063530 (2021); doi: 10.1103/PhysRevD.104.063530; arXiv: 2104.13412 [hep-th].
21. S. Mironov and A. Shternikova, arXiv: 2212.03285 [gr-qc].
22. A. A. Starobinsky, S. V. Sushkov, and M. S. Volkov, Phys. Rev. D **101**(6), 064039 (2020); doi: 10.1103/PhysRevD.101.064039; arXiv: 1912.12320 [hep-th].
23. R. Galeev, R. Muharlamov, A. A. Starobinsky, S. V. Sushkov, and M. S. Volkov, Phys. Rev. D **103**(10), 104015 (2021); doi: 10.1103/PhysRevD.103.104015. arXiv: 2102.10981 [gr-qc].
24. V. A. Belinsky, I. M. Khalatnikov, and E. M. Lifshitz, Adv. Phys. **19**, 525 (1970); doi: 10.1080/00018737000101171.
25. C. B. Collins and S. W. Hawking, Astrophys. J. **180**, 317 (1973); doi: 10.1086/151965.
26. V. A. Belinsky, I. M. Khalatnikov, and E. M. Lifshitz, Adv. Phys. **31**, 639 (1982); doi: 10.1080/00018738200101428.
27. K. Peeters, J. Open Source Softw. **3**(32), 1118 (2018); doi: 10.21105/joss.01118.