

Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР

Д. Н. Фроловцев¹⁾, С. А. Магницкий

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2023 г.

После переработки 15 ноября 2023 г.

Принята к публикации 15 ноября 2023 г.

Предложен способ улучшения степени поляризационной запутанности бифотонов, получаемых с помощью двухкристальной схемы; теоретически и экспериментально исследован механизм влияния девиации поляризации СПР на степень поляризационной запутанности бифотонов. Экспериментально исследована зависимость запутанности конкарренс от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах двухкристальной схемы, и получено улучшение конкарренс в 2.7 раза при оптимальном значении разности фаз.

DOI: 10.31857/S1234567824010129, EDN: rnytw

1. Введение. Источники запутанных по поляризации фотонных пар являются одним из ключевых элементов в квантово-оптических технологиях [1] и в квантовой оптике [2, 3]. Например, в настоящее время активно развивается область квантовой фантомной поляриметрии [4, 5], использующая для получения изображения объектов одновременно как пространственные корреляции, так и поляризационную запутанность излучения спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) [6, 7]. В фантомной поляриметрии для получения запутанных по поляризации и коррелированных по импульсу фотонных пар используется двухкристальная схема на основе эффекта СПР, предложенная в [8]. Неоспоримыми достоинствами упомянутой СПР-схемы являются простота ее реализации, высокая скорость генерации пар одиночных фотонов и высокое качество генерируемого квантового состояния, а также возможность управления пространственной степенью свободы СПР [9] за счет изменения угла неколлинеарности [10].

Для достижения высокой степени квантовой поляризационной запутанности были детально рассмотрены различные физические явления, влияющие на запутанность фотонов двухкристальной схемы. Для механизмов декогеренции, связанных с запутанностью фотонов по дополнительным степеням свободы – по времени и по пространству, удалось построить теоретическую модель, оценить их влияние на запутанность квантового состояния и предложить методы для восстановления степени квантовой запутанности [11–13].

В то же время неколлинеарному режиму СПР, используемому в двухкристальной схеме, присуще явление, ухудшающее поляризационную запутанность фотонов двухкристальной схемы, не приводящее само по себе к декогеренции, – это явление девиации поляризации СПР [14, 15]. Величина угла девиации поляризации зависит от угла неколлинеарности. В двухкристальных схемах, работающих в коллинеарном режиме [16], величина угла девиации поляризации пренебрежимо мала. При увеличении угла неколлинеарности угол девиации поляризации может превышать 15° [14]. Однако механизм влияния девиации поляризации СПР на степень запутанности бифотонов достаточно исследован не был. На сегодняшний день получено теоретическое выражение для направления и величины угла девиации поляризации излучения СПР как в одноосных [15], так и в двuosных кристаллах [14]. Направление вектора поляризации СПР в одноосном кристалле ВВО (β -борат бария, β -BaB₂O₄) исследовано экспериментально [17]. Теоретически исследована запутанность в двухкристальной схеме в частном случае скрещенных одноосных кристаллов, в котором главная плоскость одного из кристаллов горизонтальна, а другого – вертикальна [17]. Об экспериментальных исследованиях механизма влияния девиации поляризации СПР на степень квантовой запутанности фотонов в двухкристальной схеме в литературе не сообщалось.

Цель настоящей работы – сообщить о возможности улучшения степени поляризационной запутанности фотонных пар, генерируемых с помощью двухкристальной схемы. Показано, что при фиксированном положении нелинейных кристаллов количе-

¹⁾e-mail: dfrolovtsev@gmail.com

ственная мера запутанности конкарренс генерируемого квантового состояния зависит от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах. Предложен способ получения фотонных пар с максимальной степенью поляризационной запутанности путем использования оптимальной разности фаз излучения СПР в нелинейных кристаллах. Экспериментально установлено, что при оптимальном значении разности фаз конкарренс в 2.7 раз больше, чем при неоптимальном значении.

2. Девиация поляризации СПР в двухкристальной схеме. Двухкристальная схема получения запутанных по поляризации фотонных пар, основанная на явлении СПР первого типа, была предложена в [8]. Она предназначена для получения запутанных по поляризации фотонных пар в состоянии

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + e^{i\phi_0} |VV\rangle), \quad (1)$$

где $|H\rangle$ и $|V\rangle$ – соответственно состояния фотона с горизонтальной и вертикальной поляризацией фотона в лабораторном базисе. Принцип работы двухкристальной схемы основан на явлении квантовой интерференции. Используют два нелинейных кристалла. В одном из них рождаются фотонные пары в состоянии $|HH\rangle$, а в другом – в состоянии $|VV\rangle$. Однако, в неколлинеарном режиме СПР имеет место явление девиации поляризации СПР [14, 17, 18], которое состоит в том, что направление вектора поляризации излучения СПР зависит от полярного и азимутального направления рассеяния. Это означает, что направление поляризации излучения СПР в двухкристальной схеме отклоняется на некоторый угол, что приводит к искажению генерируемого квантового состояния (1). Это приводит к тому, что поляризация излучения СПР, генерируемого в последовательно расположенных нелинейных кристаллах, друг другу не ортогональна. Излучение СПР из первого кристалла при падении на второй кристалл распадается на обыкновенную и необыкновенную волны, и в качестве затравки для процесса СПР во втором кристалле служат как флуктуации электромагнитного вакуума, так и часть излучения СПР из первого кристалла. В результате степень поляризационной запутанности генерируемых фотонных пар ухудшается.

Процесс спонтанного параметрического рассеяния можно описать с помощью оператора импульса в представлении взаимодействия [19, 20]

$$\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} = \hbar\eta e^{i\phi} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger + \text{h.c.} \quad (2)$$

где $\eta \propto d_{\text{eff}} A_p$ – коэффициент, пропорциональный амплитуде накачки A_p и величине эффективной

нелинейности кристалла d_{eff} , a_s^\dagger и a_i^\dagger – операторы рождения фотонов с *обыкновенной* поляризацией в сигнальном (s) и холостом (i) пучках.

В этом представлении излучение СПР, имеющее необыкновенную поляризацию, по мере распространения будет приобретать дополнительный фазовый набег относительно излучения с обыкновенной поляризацией. Данный фазовый набег можно учесть с помощью оператора импульса

$$\hat{G}^{br} = \hbar\delta k_s \hat{a}_{\perp s}^\dagger \hat{a}_{\perp s} + \hbar\delta k_i \hat{a}_{\perp i}^\dagger \hat{a}_{\perp i}, \quad (3)$$

$a_{\perp s}^\dagger$ и $a_{\perp i}^\dagger$ – бозе-операторы *необыкновенной* поляризации излучения СПР в сигнальном ($\perp s$) и холостом ($\perp i$) пучках, а продольные расстройки волновых векторов определяются выражениями

$$\begin{aligned} \delta k_s &= k_{s,e} \cos \theta_{s,e} - k_{s,o} \cos \theta_{s,o} \\ \delta k_i &= k_{i,e} \cos \theta_{s,i} - k_{i,o} \cos \theta_{i,o}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $k_{s/i,e/o}$ и $\theta_{s/i,e/o}$ – волновое число и угол между волновым вектором и осью z для волны в сигнальном (s)/холостом (i) пучке с необыкновенной (e)/обыкновенной (o) поляризацией, соответственно.

Состояние поля на выходе кристалла дается выражением

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = e^{(i/\hbar)(\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} + \hat{G}^{br})L} |\psi_{\text{in}}\rangle, \quad (5)$$

где $|\psi_{\text{in}}\rangle$ и $|\psi_{\text{out}}\rangle$ квантовое состояние поля сигнального и холостого пучка на входе и выходе из нелинейного кристалла, L – длина кристалла.

На входе в первый нелинейный кристалл излучение находится в вакуумном состоянии. Отсюда квантовое состояние поля на выходе из первого нелинейного кристалла первом порядке по $\tilde{\eta} = \eta L$

$$|\psi_1\rangle = |\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} \cos \theta |\phi_s\rangle \otimes |\phi_i\rangle. \quad (6)$$

где $|\text{vac}\rangle$ – вакуумное состояние электромагнитного поля, множитель $\cos \theta$ – составляющая амплитуды накачки, имеющая необыкновенную поляризацию и участвующая в СПР, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$; $|\phi_s\rangle$ и $|\phi_i\rangle$ – поляризационное состояние фотона в сигнальном (s) и холостом пучке (i) с обыкновенной поляризацией в первом нелинейном кристалле, явный вид которых можно вычислить, используя результаты из [14].

Во втором нелинейном кристалле поляризационные состояния фотона с обыкновенной поляризацией в сигнальном $|\chi_s\rangle$ и холостом $|\chi_i\rangle$ пучках отличаются от $|\phi_s\rangle$ и $|\phi_i\rangle$. Введем квантовое состояние фотонов с необыкновенной поляризацией для сигнального $|\chi_{\perp s}\rangle$ и холостого $|\chi_{\perp i}\rangle$ пучков во втором кристалле и выразим через полученный ортонормированный

базис поляризационные состояния фотонов, рождающихся в первом кристалле $|\phi_s\rangle$ и $|\phi_i\rangle$:

$$\begin{aligned} |\phi_s\rangle &= \alpha_s |\chi_s\rangle + \beta_s |\chi_{\perp s}\rangle, \\ |\phi_i\rangle &= \alpha_i |\chi_i\rangle + \beta_i |\chi_{\perp i}\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры α_s , α_i , β_s и β_i являются действительными числами в силу того, что в каждом из нелинейных кристаллов излучение СПР имеет линейную поляризацию.

Поле на входе второго кристалла находится в квантовом состоянии (6). Выражая входное поле через (7) и применяя (5) в первом порядке по η , имеем квантовое состояние поля на выходе из двухкристалльной схемы:

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{out}}\rangle \propto & |\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} [\cos \theta \alpha_s \alpha_i |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle + \sin \theta e^{i\phi_p} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ & + \cos \theta \alpha_s \beta_i e^{i\phi_i} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle + \cos \theta \beta_s \alpha_i e^{i\phi_s} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ & + \cos \theta \beta_s \beta_i e^{i(\phi_s + \phi_i)} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle], \end{aligned} \quad (8)$$

где $\phi_s = \delta k_s L$ и $\phi_i = \delta k_i L$, а ϕ_p – фаза накачки на входе во второй нелинейный кристалл относительно входа в первый нелинейный кристалл.

Из выражения (8) видно, что квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемой двухкристалльной схемой, представляет собой сумму двух слагаемых. Первое слагаемое, пропорциональное $\cos \theta$, есть квантовое состояние фотонной пары, рождающейся в первом нелинейном кристалле, и прошедшей через второй нелинейный двулучепреломляющий кристалл, за счет этого получившей дополнительные фазовые набег ϕ_s и ϕ_i . Второе слагаемое, пропорциональное $\sin \theta$, представляет собой квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемое во втором нелинейном кристалле. Таким образом, квантовое состояние бифотонов, генерируемых двухкристалльной схемой, представляет собой результат квантовой интерференции двух состояний, получаемых в последовательно расположенных нелинейных кристаллах. Разность фаз между интерферирующими квантовыми состояниями определяется состоянием поляризации накачки и равна ϕ_p . Отметим, что в общем случае $\beta_s \neq 0$ и $\beta_i \neq 0$, и квантовая интерференция происходит между двумя неортогональными квантовыми состояниями фотонной пары.

Перейдем к нахождению запутанности состояния (8) и нахождения условий, при которых запутанность максимальна. Запутанность поляризационного состояния двух фотонов удобно характеризовать

мерой конкарренс (от англ. *Concurrence* [21]). Для некоторого состояния $|\Psi\rangle$ она равна по определению

$$C = \left| \frac{\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \right|, \quad (9)$$

где $|\tilde{\Psi}\rangle = \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2 |\Psi^*\rangle$, $\hat{\sigma}_2$ – матрица Паули, а $*$ обозначает комплексное сопряжение. Для состояния (8) при применении постселекции с рождением пары фотонов (опуская слагаемое с вакуумным состоянием) получаем

$$C = \frac{\sin 2\theta |\beta_s \beta_i|}{1 + \sin 2\theta \alpha_s \alpha_i \cos \phi_p}, \quad (10)$$

Отметим, что C не зависит от фазовых набегов ϕ_s и ϕ_i .

При $|\beta_s| = |\beta_i| = 1$, $\alpha_s = \alpha_i = 0$ интерферирующие квантовые состояния ортогональны, что соответствует приближению отсутствия девиации поляризации СПР в двухкристалльной схеме со скрещенными кристаллами. В этом приближении конкарренс не зависит от ϕ_p и ее значение равно $C = \sin 2\theta$.

При фиксированных α_s , α_i , и $|\alpha_s|^2 + |\alpha_i|^2 \neq 0$, из анализа (10) следует, что C максимално при

$$\begin{cases} \cos \phi_p = -\text{sign}(\alpha_s \alpha_i), \\ \theta = \frac{\pi}{4}, \end{cases} \quad (11)$$

где учтено, что $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$.

При оптимальных значениях θ и ϕ_p конкарренс принимает значение

$$C = \frac{|\beta_s \beta_i|}{1 - |\alpha_s \alpha_i|}, \quad (12)$$

и $C = 1$, если $|\alpha_s| = |\alpha_i|$ (равносильно $|\beta_s| = |\beta_i|$). Таким образом, конкарренс может иметь максимально возможное значение $C = 1$ тогда и только тогда, когда в сигнальном и холостом пучке углы между векторами поляризации фотонов, рождающихся в нелинейных кристаллах, равны.

Для экспериментального исследования квантовой интерференции двух неортогональных квантовых поляризационных состояний фотонной пары как механизма, влияющего на запутанность в двухкристалльной схеме, создана установка, изображенная на рис. 1.

Излучение лазера на длине волны 405 нм последовательно проходит через светофильтр SZS-21, пару линз с фокусными расстояниями –30 и 100 мм, образующими телескоп. После телескопа накачка коллимирована и имеет угловую расходимость ≈ 1 мрад.

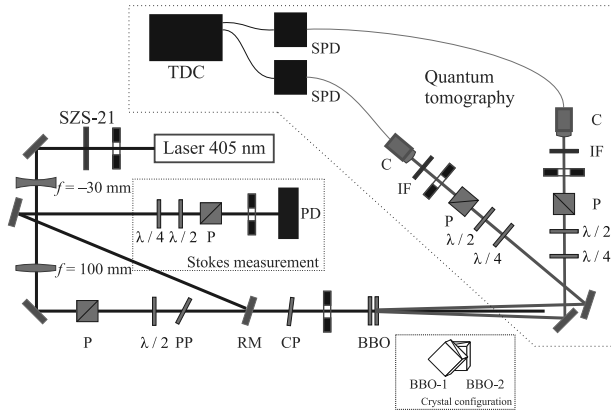


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. SZS-21 – светофильтр; $f = -30$ мм и $f = 100$ мм – линзы с соответствующим фокусным расстоянием, P – призма Глана, $\lambda/2$, $\lambda/4$ – полу- и четвертьволновые пластинки; PP и CP – двулучепреломляющие пластинки; RM – съемное зеркало; ВВО – нелинейные кристаллы; PD – фотодетектор; IF – интерференционный светофильтр; C – оптоволоконный коллиматор; SPD – детектор одиночных фотонов; TDC – время-цифровой преобразователь. “Stokes parameters” – часть установки, в которой измеряются параметры Стокса накачки, “Quantum tomography” – часть установки для измерения квантового состояния бифотонов, на вставке “Crystal configuration” показано расположение нелинейных кристаллов в пространстве

Затем накачка проходит через призму Глана P, полуволновую пластинку $\lambda/2$ и двулучепреломляющую пластинку PP. Состояние поляризации накачки после прохождения пластинки PP можно записать в виде $a|A\rangle + be^{i\phi_p}|H\rangle$, где a , b – действительные положительные числа, $|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)$ – соответствует линейной поляризации, направленной под -45° к горизонтальному направлению, $|H\rangle$ соответствует горизонтальной поляризации, $|V\rangle$ – вертикальной. Часть накачки с поляризацией $|A\rangle$ участвует в СПР в первом нелинейном кристалле, а $|H\rangle$ – во втором нелинейном кристалле. Соотношение между a и b устанавливалось таким образом, что измеренная скорость рождения фотонных пар в нелинейных кристаллах была одинакова. Разность фаз ϕ_p задает фазу между излучением СПР, генерирующимся в нелинейных кристаллах. Значение ϕ_p изменяется путем изменения угла наклона пластинки PP, а фактическое значение вычисляется по параметрам Стокса, измеренным в части установки “Stokes parameters” при установленном съемном зеркале RM.

В отсутствие зеркала RM накачка проходит через компенсационную пластинку и падает на нелинейные кристаллы ВВО (толщина каждого кристалла –

250 мкм), расположенные в пространстве, как показано на вставке “Crystal configuration” на рис. 1. Главная плоскость второго кристалла ВВО горизонтальна, а главная плоскость первого кристалла ВВО составляет с ней угол 45° . Расстояние между кристаллами ВВО-1 и ВВО-2 ≈ 0.5 см. Угол неколлинеарности СПР снаружи кристалла составляет 0.78° . Малый угол неколлинеарности позволяет снизить влияние пространственного сноса на состояние генерируемых фотонных пар. Пластинка CP компенсирует двулучепреломление накачки в первом нелинейном кристалле. Квантовое поляризационное состояние генерируемых бифотонов измеряется с помощью метода квантовой томографии [22–24].

Квантовая интерференция возникает между двумя состояниями, в которых фотонная пара может родиться в состоянии $|\phi_1\rangle \otimes |\phi_2\rangle = |D\rangle \otimes |D\rangle$ в первом нелинейном кристалле, где $|D\rangle = \frac{(|H\rangle + |V\rangle)}{\sqrt{2}}$, или в состоянии $|\chi_1\rangle \otimes |\chi_2\rangle = |V\rangle \otimes |V\rangle$ во втором нелинейном кристалле. Процедура измерений осуществлялась следующим образом. Сперва устанавливался угол наклона двулучепреломляющей пластинки PP, а затем угол поворота полуволновой пластинки подстраивался таким образом, чтобы вероятность рождения фотонной пары в кристаллах ВВО-1 и ВВО-2 была одинаковой. После этого устанавливалось зеркало RM и осуществлялось измерение параметров Стокса накачки. Поляризация накачки представлялась в виде $a|A\rangle + be^{i\phi_p}|H\rangle$, и по измеренным параметрам Стокса методом наименьших квадратов оценивались параметры ϕ_p , a и b . После этого зеркало RM снималось и производилось измерение квантового состояния генерируемых двухкристальной схемой бифотонов [23], и на основе оценки матрицы плотности методом максимального правдоподобия определялась величина конкарренс. Процедура повторялась для различных углов наклона пластинки PP, чтобы диапазон получаемых значений ϕ_p перекрывал диапазон от 0° до 360° .

Экспериментальные зависимости конкарренс от фазы ϕ_p приведены на рис. 2. Видно, что в соответствии с теоретическими предсказаниями конкарренс зависит от фазы между интерферирующими состояниями, и при $\phi_p = 180^\circ$ имеет максимум, а при $\phi_p = 0^\circ$ и $\phi_p = 360^\circ$ – минимум. Для оптимального значения фазы $\phi_p = 180^\circ$ экспериментально измеренное значение конкарренс в 2.7 раза больше, чем для неоптимальных значений $\phi_p = 0^\circ$ и $\phi_p = 360^\circ$. Некоторое уменьшение экспериментального значения конкарренс по отношению к теоретическому объясняется наличием декогеренции. Разность фаз излучения, получаемого в нелинейных кристаллах, за-

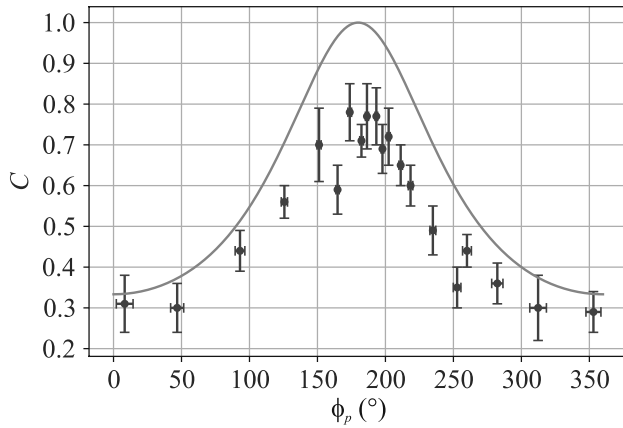


Рис. 2. (Цветной онлайн) Теоретическая (оранжевая кривая) и экспериментально измеренная (синие точки) зависимость величины конкарренс C от фазы между интерферирующими квантовыми состояниями $|DD\rangle$ и $|VV\rangle$

висит от направления рассеяния [12, 13]. При установленной угловой апертуре сбора излучения (диафрагма с диаметром 2 мм на расстоянии 1.2 м от кристаллов ВВО) и положении нелинейных кристаллов ВВО-1 и ВВО-2 не вплотную, а на расстоянии ≈ 5 мм, чистота квантового состояния, а вместе с ней и конкарренс, ухудшаются. Расположение кристаллов вплотную и уменьшение размера диафрагмы позволит получить более чистое состояние и увеличить конкарренс.

Экспериментальные данные подтверждают зависимость запутанности от фазы между интерферирующими состояниями и возможность компенсации негативного влияния девиации поляризации СПР на запутанность путем приготовления поляризационного состояния накачки, соответствующего оптимальному значению фазы ϕ_p .

3. Заключение. Теоретически и экспериментально исследован механизм, приводящий к уменьшению поляризационной запутанности генерируемых в двухкристальной схеме фотонных пар. Теоретически показано, что поворот плоскости поляризации СПР, вызванный явлением девиации поляризации СПР, приводит к частичному перекрытию квантовых состояний, генерируемых в нелинейных кристаллах и наличию затравки излучения СПР во втором нелинейном кристалле. В результате квантовое состояние, генерируемое двухкристальной схемой, можно трактовать как результат квантовой интерференции двух неортогональных поляризационных квантовых состояний фотонной пары, рождающихся в нелинейных кристаллах схемы. Величина количественной метрики квантовой запутанно-

сти конкарренс зависит от соотношения вероятностей фотонной пары родиться в первом и во втором нелинейном кристалле, а также от разности фаз между квантовыми состояниями, получаемыми в нелинейных кристаллах. Дополнительные двулучепреломляющие фазовые набег излучения при прохождении через второй кристалл не влияют на степень квантовой запутанности бифотонов. Полученная зависимость конкарренс от параметров накачки принимает максимально возможное значение 1 при $\theta = \frac{\pi}{4}$ и $\phi_p = 180^\circ$. Это может быть использовано для получения максимально запутанного квантового состояния в присутствии девиации поляризации СПР.

Для $\theta = \frac{\pi}{4}$ экспериментально продемонстрировано, что конкарренс генерируемого в двухкристальной схеме квантового поляризационного состояния зависит от фазы между интерферирующими состояниями. Путем оптимизации разности фаз ϕ_p достигнуто улучшение конкарренс генерируемого состояния в 2.7 раза.

Полученные результаты важны при создании источников фотонных пар, используемых в квантовой фантомной поляриметрии. При использовании неколлинеарного режима СПР негативное влияние девиации поляризации на поляризационное состояние фотонных пар можно скомпенсировать, улучшив точность определения поляризационных свойств измеряемого объекта.

Финансирование работы. Работа выполнена за счет средств гранта РФФ # 21-12-00155.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. C. Zhang, Y.-F. Huang, B.-H. Liu, C.-F. Li, and G.-C. Guo, *Advanced Quantum Technologies* **4**(5), 2000132 (2021).
2. C. Couteau, *Contemp. Phys.* **59**(3), 291 (2018).
3. Р. В. Захаров, О. В. Тихонова, *Успехи физических наук* **193**(4), 406 (2023).
4. S. Magnitskiy, D. Agapov, and A. Chirkin, *Opt. Lett.* **47**(4), 754 (2022).
5. M. Rosskopf, T. Mohr, and W. Elsässer, *Phys. Rev. Appl.* **13**(3), 034062 (2020).
6. S. Restuccia, G. M. Gibson, L. Cronin, and M. J. Padgett, *Phys. Rev.* **106**(6), 062601 (2022).
7. S. Magnitskiy, D. Agapov, I. Belovolov, P. Gostev, D. Frolovtssev, and A. Chirkin, *Moscow University Physics Bulletin* **76**(6), 424 (2021).
8. P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**(2), R773 (1999).

9. N. Borshchevskaia, F. Just, K. Katamadze, A. Cavanna, and M. Chekhova, *Laser Phys. Lett.* **16**(8), 085207 (2019).
10. R. Rangarajan, L.E. Vicent, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt.* **58**(3–4), 318 (2011).
11. R. Rangarajan, M. Goggin, and P. Kwiat, *Opt. Express* **17**(21), 18920 (2009).
12. J.B. Altepeter, E.R. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **13**(22), 8951 (2005).
13. G. Akselrod, J. Altepeter, E. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **15**(8), 5260 (2007).
14. D.N. Frolovtssev and S.A. Magnitskiy, *JETP* **138**(1), (2024) (accepted to be published).
15. A. Migdall, *JOSA B* **14**(5), 1093 (1997).
16. A. Burlakov, M. Chekhova, O. Karabutova, and S. Kulik, *Phys. Rev. A* **64**(4), 041803 (2001).
17. D. Frolovtssev and S. Magnitskiy, *Physics of Wave Phenomena* **25**(3), 180 (2017).
18. R. Rangarajan, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt. A* **42**(9), 5594 (1990).
19. B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh, *Phys. Rev. A* **42**(9), 559 (1990).
20. J. Peřina Jr, A. Lukš, O. Haderka, and M. Scalora, *Phys. Rev. Lett.* **103**(6), 063902 (2009).
21. W.K. Wootters, *Quantum Inf. Comput.* **1**(1), 27 (2001).
22. D.F. James, P.G. Kwiat, W.J. Munro, and A.G. White, *Phys. Rev. A* **64**(5), 052312 (2001).
23. D. Frolovtssev, S. Magnitskii, and A. Demin, *Measurement Techniques* **64**(10), 809 (2022).
24. D. Frolovtssev, S. Magnitskiy, and A. Demin, *Measurement Techniques* **63**, 273 (2020).