

# Об улучшении степени поляризационной запутанности в двухкристальной схеме СПР

Д. Н. Фроловцев<sup>1)</sup>, С. А. Магницкий

Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2023 г.

После переработки 15 ноября 2023 г.

Принята к публикации 15 ноября 2023 г.

Предложен способ улучшения степени поляризационной запутанности бифотонов, получаемых с помощью двухкристальной схемы; теоретически и экспериментально исследован механизм влияния девиации поляризации СПР на степень поляризационной запутанности бифотонов. Экспериментально исследована зависимость запутанности конкарренс от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах двухкристальной схемы, и получено улучшение конкарренс в 2.7 раза при оптимальном значении разности фаз.

DOI: 10.31857/S1234567824010129, EDN: rnytw

**1. Введение.** Источники запутанных по поляризации фотонных пар являются одним из ключевых элементов в квантово-оптических технологиях [1] и в квантовой оптике [2, 3]. Например, в настоящее время активно развивается область квантовой фантомной поляриметрии [4, 5], использующая для получения изображения объектов одновременно как пространственные корреляции, так и поляризационную запутанность излучения спонтанного параметрического рассеяния света (СПР) [6, 7]. В фантомной поляриметрии для получения запутанных по поляризации и коррелированных по импульсу фотонных пар используется двухкристальная схема на основе эффекта СПР, предложенная в [8]. Неоспоримыми достоинствами упомянутой СПР-схемы являются простота ее реализации, высокая скорость генерации пар одиночных фотонов и высокое качество генерируемого квантового состояния, а также возможность управления пространственной степенью свободы СПР [9] за счет изменения угла неколлинеарности [10].

Для достижения высокой степени квантовой поляризационной запутанности были детально рассмотрены различные физические явления, влияющие на запутанность фотонов двухкристальной схемы. Для механизмов декогеренции, связанных с запутанностью фотонов по дополнительным степеням свободы – по времени и по пространству, удалось построить теоретическую модель, оценить их влияние на запутанность квантового состояния и предложить методы для восстановления степени квантовой запутанности [11–13].

В то же время неколлинеарному режиму СПР, используемому в двухкристальной схеме, присуще явление, ухудшающее поляризационную запутанность фотонов двухкристальной схемы, не приводящее само по себе к декогеренции, – это явление девиации поляризации СПР [14, 15]. Величина угла девиации поляризации зависит от угла неколлинеарности. В двухкристальных схемах, работающих в коллинеарном режиме [16], величина угла девиации поляризации пренебрежимо мала. При увеличении угла неколлинеарности угол девиации поляризации может превышать  $15^\circ$  [14]. Однако механизм влияния девиации поляризации СПР на степень запутанности бифотонов достаточно исследован не был. На сегодняшний день получено теоретическое выражение для направления и величины угла девиации поляризации излучения СПР как в одноосных [15], так и в двуосных кристаллах [14]. Направление вектора поляризации СПР в одноосном кристалле ВВО ( $\beta$ -борат бария,  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) исследовано экспериментально [17]. Теоретически исследована запутанность в двухкристальной схеме в частном случае скрещенных одноосных кристаллов, в котором главная плоскость одного из кристаллов горизонтальна, а другого – вертикальна [17]. Об экспериментальных исследованиях механизма влияния девиации поляризации СПР на степень квантовой запутанности фотонов в двухкристальной схеме в литературе не сообщалось.

Цель настоящей работы – сообщить о возможности улучшения степени поляризационной запутанности фотонных пар, генерируемых с помощью двухкристальной схемы. Показано, что при фиксированном положении нелинейных кристаллов количе-

<sup>1)</sup>e-mail: dfrolovtsev@gmail.com

ственная мера запутанности конкарренс генерируемого квантового состояния зависит от разности фаз накачки в нелинейных кристаллах. Предложен способ получения фотонных пар с максимальной степенью поляризационной запутанности путем использования оптимальной разности фаз излучения СПР в нелинейных кристаллах. Экспериментально установлено, что при оптимальном значении разности фаз конкарренс в 2.7 раз больше, чем при неоптимальном значении.

**2. Девиация поляризации СПР в двухкристальной схеме.** Двухкристальная схема получения запутанных по поляризации фотонных пар, основанная на явлении СПР первого типа, была предложена в [8]. Она предназначена для получения запутанных по поляризации фотонных пар в состоянии

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + e^{i\phi_0} |VV\rangle), \quad (1)$$

где  $|H\rangle$  и  $|V\rangle$  – соответственно состояния фотона с горизонтальной и вертикальной поляризацией фотона в лабораторном базисе. Принцип работы двухкристальной схемы основан на явлении квантовой интерференции. Используют два нелинейных кристалла. В одном из них рождаются фотонные пары в состоянии  $|HH\rangle$ , а в другом – в состоянии  $|VV\rangle$ . Однако, в неколлинеарном режиме СПР имеет место явление девиации поляризации СПР [14, 17, 18], которое состоит в том, что направление вектора поляризации излучения СПР зависит от полярного и азимутального направления рассеяния. Это означает, что направление поляризации излучения СПР в двухкристальной схеме отклоняется на некоторый угол, что приводит к искажению генерируемого квантового состояния (1). Это приводит к тому, что поляризация излучения СПР, генерируемого в последовательно расположенных нелинейных кристаллах, друг другу не ортогональна. Излучение СПР из первого кристалла при падении на второй кристалл распадается на обыкновенную и необыкновенную волны, и в качестве затравки для процесса СПР во втором кристалле служат как флуктуации электромагнитного вакуума, так и часть излучения СПР из первого кристалла. В результате степень поляризационной запутанности генерируемых фотонных пар ухудшается.

Процесс спонтанного параметрического рассеяния можно описать с помощью оператора импульса в представлении взаимодействия [19, 20]

$$\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} = \hbar\eta e^{i\phi} \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger + \text{h.c.} \quad (2)$$

где  $\eta \propto d_{\text{eff}} A_p$  – коэффициент, пропорциональный амплитуде накачки  $A_p$  и величине эффективной

нелинейности кристалла  $d_{\text{eff}}$ ,  $a_s^\dagger$  и  $a_i^\dagger$  – операторы рождения фотонов с *обыкновенной* поляризацией в сигнальном ( $s$ ) и холостом ( $i$ ) пучках.

В этом представлении излучение СПР, имеющее необыкновенную поляризацию, по мере распространения будет приобретать дополнительный фазовый набег относительно излучения с обыкновенной поляризацией. Данный фазовый набег можно учесть с помощью оператора импульса

$$\hat{G}^{br} = \hbar\delta k_s \hat{a}_{\perp s}^\dagger \hat{a}_{\perp s} + \hbar\delta k_i \hat{a}_{\perp i}^\dagger \hat{a}_{\perp i}, \quad (3)$$

$a_{\perp s}^\dagger$  и  $a_{\perp i}^\dagger$  – бозе-операторы *необыкновенной* поляризации излучения СПР в сигнальном ( $\perp s$ ) и холостом ( $\perp i$ ) пучках, а продольные расстройки волновых векторов определяются выражениями

$$\begin{aligned} \delta k_s &= k_{s,e} \cos \theta_{s,e} - k_{s,o} \cos \theta_{s,o} \\ \delta k_i &= k_{i,e} \cos \theta_{s,i} - k_{i,o} \cos \theta_{i,o}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k_{s/i,e/o}$  и  $\theta_{s/i,e/o}$  – волновое число и угол между волновым вектором и осью  $z$  для волны в сигнальном ( $s$ )/холостом ( $i$ ) пучке с необыкновенной ( $e$ )/обыкновенной ( $o$ ) поляризацией, соответственно.

Состояние поля на выходе кристалла дается выражением

$$|\psi_{\text{out}}\rangle = e^{(i/\hbar)(\hat{G}_{\text{int}}^{SPDC} + \hat{G}^{br})L} |\psi_{\text{in}}\rangle, \quad (5)$$

где  $|\psi_{\text{in}}\rangle$  и  $|\psi_{\text{out}}\rangle$  квантовое состояние поля сигнального и холостого пучка на входе и выходе из нелинейного кристалла,  $L$  – длина кристалла.

На входе в первый нелинейный кристалл излучение находится в вакуумном состоянии. Отсюда квантовое состояние поля на выходе из первого нелинейного кристалла первом порядке по  $\tilde{\eta} = \eta L$

$$|\psi_1\rangle = |\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} \cos \theta |\phi_s\rangle \otimes |\phi_i\rangle. \quad (6)$$

где  $|\text{vac}\rangle$  – вакуумное состояние электромагнитного поля, множитель  $\cos \theta$  – составляющая амплитуды накачки, имеющая необыкновенную поляризацию и участвующая в СПР,  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ;  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$  – поляризационное состояние фотона в сигнальном ( $s$ ) и холостом пучке ( $i$ ) с обыкновенной поляризацией в первом нелинейном кристалле, явный вид которых можно вычислить, используя результаты из [14].

Во втором нелинейном кристалле поляризационные состояния фотона с обыкновенной поляризацией в сигнальном  $|\chi_s\rangle$  и холостом  $|\chi_i\rangle$  пучках отличаются от  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$ . Введем квантовое состояние фотонов с необыкновенной поляризацией для сигнального  $|\chi_{\perp s}\rangle$  и холостого  $|\chi_{\perp i}\rangle$  пучков во втором кристалле и выразим через полученный ортонормированный

базис поляризационные состояния фотонов, рождающихся в первом кристалле  $|\phi_s\rangle$  и  $|\phi_i\rangle$ :

$$\begin{aligned} |\phi_s\rangle &= \alpha_s |\chi_s\rangle + \beta_s |\chi_{\perp s}\rangle, \\ |\phi_i\rangle &= \alpha_i |\chi_i\rangle + \beta_i |\chi_{\perp i}\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

Параметры  $\alpha_s$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_s$  и  $\beta_i$  являются действительными числами в силу того, что в каждом из нелинейных кристаллов излучение СПР имеет линейную поляризацию.

Поле на входе второго кристалла находится в квантовом состоянии (6). Выражая входное поле через (7) и применяя (5) в первом порядке по  $\eta$ , имеем квантовое состояние поля на выходе из двухкристальной схемы:

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{out}}\rangle \propto & |\text{vac}\rangle + \tilde{\eta} [\cos \theta \alpha_s \alpha_i |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle + \sin \theta e^{i\phi_p} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ & + \cos \theta \alpha_s \beta_i e^{i\phi_i} |\chi_s\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle + \cos \theta \beta_s \alpha_i e^{i\phi_s} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_i\rangle \\ & + \cos \theta \beta_s \beta_i e^{i(\phi_s + \phi_i)} |\chi_{\perp s}\rangle \otimes |\chi_{\perp i}\rangle], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $\phi_s = \delta k_s L$  и  $\phi_i = \delta k_i L$ , а  $\phi_p$  – фаза накачки на входе во второй нелинейный кристалл относительно входа в первый нелинейный кристалл.

Из выражения (8) видно, что квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемой двухкристальной схемой, представляет собой сумму двух слагаемых. Первое слагаемое, пропорциональное  $\cos \theta$ , есть квантовое состояние фотонной пары, рождающейся в первом нелинейном кристалле, и прошедшей через второй нелинейный двулучепреломляющий кристалл, за счет этого получившей дополнительные фазовые набег  $\phi_s$  и  $\phi_i$ . Второе слагаемое, пропорциональное  $\sin \theta$ , представляет собой квантовое поляризационное состояние фотонной пары, генерируемое во втором нелинейном кристалле. Таким образом, квантовое состояние бифотонов, генерируемых двухкристальной схемой, представляет собой результат квантовой интерференции двух состояний, получаемых в последовательно расположенных нелинейных кристаллах. Разность фаз между интерферирующими квантовыми состояниями определяется состоянием поляризации накачки и равна  $\phi_p$ . Отметим, что в общем случае  $\beta_s \neq 0$  и  $\beta_i \neq 0$ , и квантовая интерференция происходит между двумя неортогональными квантовыми состояниями фотонной пары.

Перейдем к нахождению запутанности состояния (8) и нахождения условий, при которых запутанность максимальна. Запутанность поляризационного состояния двух фотонов удобно характеризовать

мерой конкарренс (от англ. *Concurrence* [21]). Для некоторого состояния  $|\Psi\rangle$  она равна по определению

$$C = \left| \frac{\langle \tilde{\Psi} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \right|, \quad (9)$$

где  $|\tilde{\Psi}\rangle = \hat{\sigma}_2 \otimes \hat{\sigma}_2 |\Psi^*\rangle$ ,  $\hat{\sigma}_2$  – матрица Паули, а  $*$  обозначает комплексное сопряжение. Для состояния (8) при применении постселекции с рождением пары фотонов (опуская слагаемое с вакуумным состоянием) получаем

$$C = \frac{\sin 2\theta |\beta_s \beta_i|}{1 + \sin 2\theta \alpha_s \alpha_i \cos \phi_p}, \quad (10)$$

Отметим, что  $C$  не зависит от фазовых набегов  $\phi_s$  и  $\phi_i$ .

При  $|\beta_s| = |\beta_i| = 1$ ,  $\alpha_s = \alpha_i = 0$  интерферирующие квантовые состояния ортогональны, что соответствует приближению отсутствия девиации поляризации СПР в двухкристальной схеме со скрещенными кристаллами. В этом приближении конкарренс не зависит от  $\phi_p$  и ее значение равно  $C = \sin 2\theta$ .

При фиксированных  $\alpha_s$ ,  $\alpha_i$ , и  $|\alpha_s|^2 + |\alpha_i|^2 \neq 0$ , из анализа (10) следует, что  $C$  максимално при

$$\begin{cases} \cos \phi_p = -\text{sign}(\alpha_s \alpha_i), \\ \theta = \frac{\pi}{4}, \end{cases} \quad (11)$$

где учтено, что  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

При оптимальных значениях  $\theta$  и  $\phi_p$  конкарренс принимает значение

$$C = \frac{|\beta_s \beta_i|}{1 - |\alpha_s \alpha_i|}, \quad (12)$$

и  $C = 1$ , если  $|\alpha_s| = |\alpha_i|$  (равносильно  $|\beta_s| = |\beta_i|$ ). Таким образом, конкарренс может иметь максимально возможное значение  $C = 1$  тогда и только тогда, когда в сигнальном и холостом пучке углы между векторами поляризации фотонов, рождающихся в нелинейных кристаллах, равны.

Для экспериментального исследования квантовой интерференции двух неортогональных квантовых поляризационных состояний фотонной пары как механизма, влияющего на запутанность в двухкристальной схеме, создана установка, изображенная на рис. 1.

Излучение лазера на длине волны 405 нм последовательно проходит через светофильтр SZS-21, пару линз с фокусными расстояниями –30 и 100 мм, образующими телескоп. После телескопа накачка коллимирована и имеет угловую расходимость  $\approx 1$  мрад.



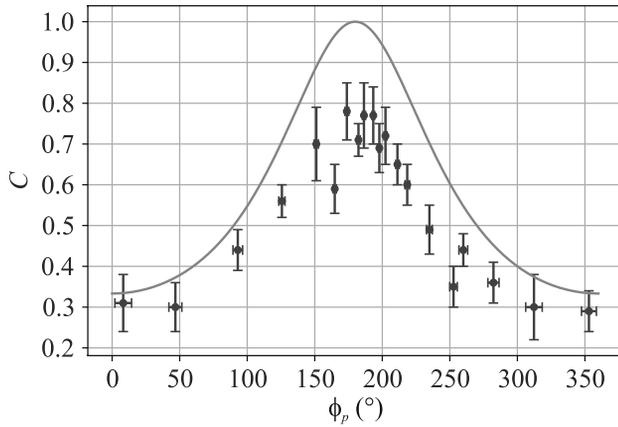


Рис. 2. (Цветной онлайн) Теоретическая (оранжевая кривая) и экспериментально измеренная (синие точки) зависимость величины конкарренс  $C$  от фазы между интерферирующими квантовыми состояниями  $|DD\rangle$  и  $|VV\rangle$

висит от направления рассеяния [12, 13]. При установленной угловой апертуре сбора излучения (диафрагма с диаметром 2 мм на расстоянии 1.2 м от кристаллов ВВО) и положении нелинейных кристаллов ВВО-1 и ВВО-2 не вплотную, а на расстоянии  $\approx 5$  мм, чистота квантового состояния, а вместе с ней и конкарренс, ухудшаются. Расположение кристаллов вплотную и уменьшение размера диафрагмы позволит получить более чистое состояние и увеличить конкарренс.

Экспериментальные данные подтверждают зависимость запутанности от фазы между интерферирующими состояниями и возможность компенсации негативного влияния девиации поляризации СПР на запутанность путем приготовления поляризационного состояния накачки, соответствующего оптимальному значению фазы  $\phi_p$ .

**3. Заключение.** Теоретически и экспериментально исследован механизм, приводящий к уменьшению поляризационной запутанности генерируемых в двухкристальной схеме фотонных пар. Теоретически показано, что поворот плоскости поляризации СПР, вызванный явлением девиации поляризации СПР, приводит к частичному перекрытию квантовых состояний, генерируемых в нелинейных кристаллах и наличию затравки излучения СПР во втором нелинейном кристалле. В результате квантовое состояние, генерируемое двухкристальной схемой, можно трактовать как результат квантовой интерференции двух неортогональных поляризационных квантовых состояний фотонной пары, рождающихся в нелинейных кристаллах схемы. Величина количественной метрики квантовой запутанно-

сти конкарренс зависит от соотношения вероятностей фотонной пары родиться в первом и во втором нелинейном кристалле, а также от разности фаз между квантовыми состояниями, получаемыми в нелинейных кристаллах. Дополнительные двулучепреломляющие фазовые набегии излучения при прохождении через второй кристалл не влияют на степень квантовой запутанности бифотонов. Полученная зависимость конкарренс от параметров накачки принимает максимально возможное значение 1 при  $\theta = \frac{\pi}{4}$  и  $\phi_p = 180^\circ$ . Это может быть использовано для получения максимально запутанного квантового состояния в присутствии девиации поляризации СПР.

Для  $\theta = \frac{\pi}{4}$  экспериментально продемонстрировано, что конкарренс генерируемого в двухкристальной схеме квантового поляризационного состояния зависит от фазы между интерферирующими состояниями. Путем оптимизации разности фаз  $\phi_p$  достигнуто улучшение конкарренс генерируемого состояния в 2.7 раза.

Полученные результаты важны при создании источников фотонных пар, используемых в квантовой фантомной поляриметрии. При использовании неколлинеарного режима СПР негативное влияние девиации поляризации на поляризационное состояние фотонных пар можно скомпенсировать, улучшив точность определения поляризационных свойств измеряемого объекта.

**Финансирование работы.** Работа выполнена за счет средств гранта РФФ # 21-12-00155.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. C. Zhang, Y.-F. Huang, B.-H. Liu, C.-F. Li, and G.-C. Guo, *Advanced Quantum Technologies* **4**(5), 2000132 (2021).
2. C. Couteau, *Contemp. Phys.* **59**(3), 291 (2018).
3. Р. В. Захаров, О. В. Тихонова, *Успехи физических наук* **193**(4), 406 (2023).
4. S. Magnitskiy, D. Agapov, and A. Chirkin, *Opt. Lett.* **47**(4), 754 (2022).
5. M. Roskopf, T. Mohr, and W. Elsässer, *Phys. Rev. Appl.* **13**(3), 034062 (2020).
6. S. Restuccia, G. M. Gibson, L. Cronin, and M. J. Padgett, *Phys. Rev.* **106**(6), 062601 (2022).
7. S. Magnitskiy, D. Agapov, I. Belovolov, P. Gostev, D. Frolovtssev, and A. Chirkin, *Moscow University Physics Bulletin* **76**(6), 424 (2021).
8. P. G. Kwiat, E. Waks, A. G. White, I. Appelbaum, and P. H. Eberhard, *Phys. Rev. A* **60**(2), R773 (1999).

9. N. Borshchevskaia, F. Just, K. Katamadze, A. Cavanna, and M. Chekhova, *Laser Phys. Lett.* **16**(8), 085207 (2019).
10. R. Rangarajan, L.E. Vicent, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt.* **58**(3–4), 318 (2011).
11. R. Rangarajan, M. Goggin, and P. Kwiat, *Opt. Express* **17**(21), 18920 (2009).
12. J.B. Altepeter, E.R. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **13**(22), 8951 (2005).
13. G. Akselrod, J. Altepeter, E. Jeffrey, and P.G. Kwiat, *Opt. Express* **15**(8), 5260 (2007).
14. D.N. Frolovtssev and S.A. Magnitskiy, *JETP* **138**(1), (2024) (accepted to be published).
15. A. Migdall, *JOSA B* **14**(5), 1093 (1997).
16. A. Burlakov, M. Chekhova, O. Karabutova, and S. Kulik, *Phys. Rev. A* **64**(4), 041803 (2001).
17. D. Frolovtssev and S. Magnitskiy, *Physics of Wave Phenomena* **25**(3), 180 (2017).
18. R. Rangarajan, A.B. U'Ren, and P.G. Kwiat, *J. Mod. Opt. A* **42**(9), 5594 (1990).
19. B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh, *Phys. Rev. A* **42**(9), 559 (1990).
20. J. Peřina Jr, A. Lukš, O. Haderka, and M. Scalora, *Phys. Rev. Lett.* **103**(6), 063902 (2009).
21. W.K. Wootters, *Quantum Inf. Comput.* **1**(1), 27 (2001).
22. D.F. James, P.G. Kwiat, W.J. Munro, and A.G. White, *Phys. Rev. A* **64**(5), 052312 (2001).
23. D. Frolovtssev, S. Magnitskii, and A. Demin, *Measurement Techniques* **64**(10), 809 (2022).
24. D. Frolovtssev, S. Magnitskiy, and A. Demin, *Measurement Techniques* **63**, 273 (2020).