

Спаривание и коллективные возбуждения в изинговских сверхпроводниках

А. Г. Семенов¹⁾

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Сколковский институт науки и технологий, 121205 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 ноября 2023 г.

После переработки 17 ноября 2023 г.

Принята к публикации 24 ноября 2023 г.

В работе рассматривается двумерная изинговская сверхпроводимость, которая образуется в дихалькогенидах переходных металлов таких как NbSe₂, MoS₂, WS₂ и др. Для сверхпроводящего состояния получено эффективное низкоэнергетическое действие для фаз параметров порядка и исследованы коллективные моды, присутствующие в системе. Показано, что помимо голдстоуновской моды, в системе присутствует еще одна мода леггетовского типа, масса которой связана с разницей между синглетной и триплетной константами спаривания. Также в работе обсуждается влияние слабого магнитного поля, направленного параллельно плоскости системы.

DOI: 10.31857/S1234567824010099, EDN: rooacv

1. Введение. Двумерные дихалькогениды переходных металлов в последнее время привлекли к себе внимание благодаря их необычным свойствам и надеждой на то, что они имеют потенциал для применения их в нанoeлектронике (см., например, [1] и ссылки в ней). Это материалы с общей формулой MX₂, где M – это переходной металл (ниобий Nb, молибден Mo, вольфрам W), а X – это, например, атомы селена Se, серы S, теллура Te. Существует несколько изомеров с такой химической формулой, однако мы будем иметь ввиду изомеры, в которых элементарная ячейка состоит из атома M между двумя атомами X. В результате образуется решетка с D_{3h} симметрией, в которой отсутствует центр инверсии [2–4].

В данной работе основной интерес для нас будет представлять сверхпроводимость, которая наблюдалась в подобных системах, и, в частности, в монослоях NbSe₂ [5], MoS₂ [6, 7], WS₂ [8]. Сверхпроводимость в таких системах обладает рядом интересных свойств благодаря сильному внутреннему спин-орбитальному взаимодействию. В частности, оно приводит к тому, что спины электронов оказываются поляризованы перпендикулярно плоскости системы, и к устойчивости сверхпроводящего порядка по отношению к параллельному магнитному полю. Отсюда и название таких систем – изинговские сверхпроводники. Также в подобных системах может реализовываться необычная сверхпрово-

димость с триплетным спариванием между электронами [3, 4].

Следует отметить, что описываемые в работе системы представляют собой чисто двумерные материалы, в которых существенную роль играют различные флуктуации, а образование сверхпроводящего состояния должно происходить посредством перехода типа Березинского–Костерлица–Таулесса, в котором ключевую роль играют квантовые вихри [9].

Целью данной работы является обсуждение возможного сверхпроводящего состояния в подобных системах, а также вывод эффективного низкоэнергетического действия, которое описывает флуктуации в изинговских сверхпроводниках. Также в работе будет получен и проанализирован спектр низкоэнергетических длинноволновых коллективных возбуждений с частотами меньшими величины сверхпроводящей щели. В конце работы будут обсуждены возможные следствия из представленной физической картины сверхпроводящего состояния.

2. Изинговский сверхпроводник. В данной работе будут рассмотрены монослои дихалькогенидов переходных металлов, таких как NbSe₂, MoS₂, WS₂ и др. В этих материалах отсутствует центр инверсии, но инвариантность по отношению к обращению времени тем не менее сохранена. В общем виде зонный гамильтониан такой системы имеет вид

$$\hat{H}_{TMD} = \sum_{\substack{\alpha, \beta = \uparrow, \downarrow \\ i=x, y, z}} \int_{BZ} \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} (\varepsilon_{\mathbf{p}} \delta_{\alpha\beta} + \gamma_{\mathbf{p}}^i \sigma_{\alpha\beta}^i) \hat{c}_{\mathbf{p}, \alpha}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{p}, \beta}. \quad (1)$$

¹⁾e-mail: semenov@lpi.ru

Помимо стандартного вклада с $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \varepsilon_{-\mathbf{p}}$, в нем присутствует внутренняя спин-орбитальная связь зеемановского типа с $\gamma_{\mathbf{p}}^i = -\gamma_{-\mathbf{p}}^i$. В силу симметрии $\gamma_{\mathbf{p}}$ направлена вдоль оси z перпендикулярно плоскости образца. На рисунке 1 изображена зона Бриллюэна подобной системы и показаны контуры Ферми

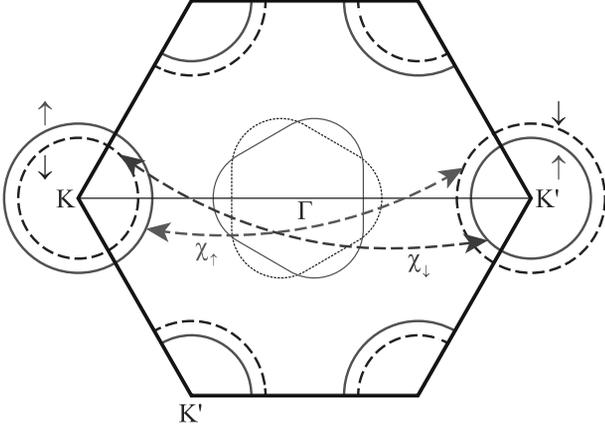


Рис. 1. (Цветной онлайн) Зона Бриллюэна рассматриваемой системы. Сплошными (пунктирными) линиями показаны контуры Ферми для состояний со спином вверх (вниз). Также на рисунке изображены два типа спаривания

для разных направлений (псевдо)спина электронного возбуждения. Знаки спин-орбитального расщепления отличаются в разных точках зоны Бриллюэна так, что инвариантность по отношению к обращению времени не нарушена и присутствует крамерово вырождение спектра. Каждому состоянию с квазимпульсом \mathbf{p} соответствует такое же по энергии состояние с квазимпульсом $-\mathbf{p}$ и противоположным спином. Валентная зона несколько раз пересекает уровень Ферми, образуя долины вблизи точек K, K' и Γ . В работах [2–4, 10] обсуждалось, что электроны вблизи точек K, K' образуют одну подсистему, а электроны вблизи точки Γ образуют другую подсистему, и эти две подсистемы слабо взаимодействуют между собой. Более того, величина сверхпроводящей щели в подсистеме Γ может быть существенно меньше [10]. Поэтому в данной работе мы рассмотрим только состояния вблизи Ферми-поверхностей в окрестностях точек K, K' и сверхпроводящие состояния, возникающие при взаимодействии между ними. Для этой подсистемы эффективный гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}_0 = \sum_{\alpha=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left(\frac{(\mathbf{p} + \mathbf{K})^2}{2m_\alpha} - \varepsilon_\alpha^F \right) \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha} + \sum_{\alpha=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left(\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{K})^2}{2m_{-\alpha}} - \varepsilon_{-\alpha}^F \right) \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}. \quad (2)$$

Здесь операторы $\hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha}, \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}^\dagger, \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}$ описывают состояния вблизи точки $K(K')$, а $\varepsilon_\uparrow^F = \varepsilon^F - \eta_{SO}$ и $\varepsilon_\downarrow^F = \varepsilon^F + \eta_{SO}$ – это расстояние до дна зоны для электронного состояния с соответствующим (псевдо)спином вблизи точки K . Вблизи точки K' эти две величины меняются местами. Параметр η_{SO} определяет величину спин-орбитального взаимодействия. Также мы будем считать, что эффективные массы m_α немного отличаются, а поэтому плотности состояний $\nu_\alpha = m_\alpha/(2\pi)$ вблизи соответствующих поверхностей Ферми тоже немного различны. Для дальнейшего введем полевые операторы

$$\hat{\psi}_{a,\alpha}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{p}}{2\pi} e^{i(\mathbf{p} + \mathbf{K})\mathbf{x}} \hat{a}_{\mathbf{p},\alpha},$$

$$\hat{\psi}_{b,\alpha}(\mathbf{x}) = \int \frac{d^2\mathbf{p}}{2\pi} e^{i(\mathbf{p} - \mathbf{K})\mathbf{x}} \hat{b}_{\mathbf{p},\alpha}.$$

Помимо электронов, в системе присутствует скалярный потенциал, создаваемый самими электронами, и флуктуации которого описывают кулоновское взаимодействие. На пространственных масштабах, больших шага решетки, член взаимодействия имеет вид

$$\hat{H}_\phi = e \int d^2\mathbf{x} \hat{\phi}(\mathbf{x}) (\hat{\rho}_\uparrow(\mathbf{x}) + \hat{\rho}_\downarrow(\mathbf{x}) - \rho_0), \quad (3)$$

где $\hat{\rho}_\alpha(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{a,\alpha}(\mathbf{x}) + \hat{\psi}_{b,\alpha}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\alpha}(\mathbf{x})$ – это плотность электронов со спином α , а ρ_0 – это компенсирующий фон ионов. Взаимодействие с внешним вектор-потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ вводится стандартным образом путем удлинения производной $\nabla \rightarrow \nabla - ie\mathbf{A}(\mathbf{x})$.

Для исследования сверхпроводящих свойств рассматриваемой системы необходимо учесть спаривающее взаимодействие между электронами. Строго говоря, его вид и даже механизм до конца не известны. В частности, первопринципные расчеты указывают на тот факт, что в спаривании важную роль могут играть не только электрон-фононное взаимодействие, но и обмен спиновыми степенями свободы [10]. В нашем анализе будем опираться на симметричные соображения. Из них следует, что спариваться будут состояния, обращенные по времени. В данном случае это означает, что электрон со спином вверх из долины K спаривается с электроном с обратным спином из долины K' . Для противоположных по спину состояний аналогично. Таким образом, в нашей системе будет два типа куперовских пар с операторами рождения (см. рис. 1)

$$\hat{\chi}_\uparrow^\dagger(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger(\mathbf{x}), \quad \hat{\chi}_\downarrow^\dagger(\mathbf{x}) = \hat{\psi}_{a,\downarrow}^\dagger(\mathbf{x})\hat{\psi}_{b,\uparrow}^\dagger(\mathbf{x}). \quad (4)$$

Подчеркнем тот факт, что поскольку спариваются электроны из разных долин, то это два независимых

типа спаривания. Из них можно образовать синглет $\hat{\chi}_s = (\hat{\chi}_\uparrow - \hat{\chi}_\downarrow)/\sqrt{2}$ и триплет из тривиального представления $\hat{\chi}_t = (\hat{\chi}_\uparrow + \hat{\chi}_\downarrow)/\sqrt{2}$. В общем случае спаривание может происходить во всех каналах, допускаемых симметрией кристаллической решетки. В данной работе мы будем считать, что спаривающее взаимодействие присутствует только в указанных выше синглетном и триплетном каналах

$$\hat{H}_p = g_s \int d^2\mathbf{x} \hat{\chi}_s^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\chi}_s(\mathbf{x}) + g_t \int d^2\mathbf{x} \hat{\chi}_t^\dagger(\mathbf{x}) \hat{\chi}_t(\mathbf{x}). \quad (5)$$

Если выразить этот вклад в гамильтониан через исходные операторы, то можно заметить, что члены пропорциональные $\sim (g_s + g_t)$ входят в комбинации вида $(g_s + g_t) \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger \hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger \hat{\psi}_{a,\uparrow} \hat{\psi}_{b,\downarrow}$. Они могут быть проинтерпретированы как взаимодействие типа плотность-плотность, возникающее за счет обмена фононами. Также будут присутствовать комбинации $(g_s - g_t) \hat{\psi}_{a,\uparrow}^\dagger \hat{\psi}_{b,\downarrow}^\dagger \hat{\psi}_{a,\downarrow} \hat{\psi}_{b,\uparrow}$, которые могут быть связаны с процессами обмена спиновыми флуктуациями. В случае, когда такие процессы малы, синглетные и триплетные константы связи будут близки $(g_s - g_t) \ll g_s$. В качестве первого приближения рассмотрим случай, когда эти две константы связи равны, а потом проанализируем, что изменится в случае, если эта разность будет малой, но конечной величиной.

3. Случай одинаковых констант связи. В начале рассмотрим случай $g_t = g_s$. В данной работе нас интересует низкоэнергетическое и длинноволновое поведение рассматриваемой системы, то есть поведение на частотах, меньших величины сверхпроводящей щели, и на пространственных масштабах, превышающих длину когерентности. Выведем эффективное действие для этого случая. Начнем с представления статистической суммы в виде грасманова функционального интеграла по когерентным состояниям [11]

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\phi \int \mathcal{D}\bar{\psi}_{a,\alpha} \mathcal{D}\psi_{a,\alpha} \mathcal{D}\bar{\psi}_{b,\alpha} \mathcal{D}\psi_{b,\alpha} e^{-S[\bar{\psi}, \psi, \phi]}. \quad (6)$$

В этом выражении учтены электронные степени свободы и флуктуации электрического потенциала, приводящие к кулоновскому взаимодействию. Флуктуациями векторного потенциала мы пренебрегаем, считая что он задан внешним источником. Действие имеет вид

$$S = S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi +$$

$$\begin{aligned} & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \times \\ & \times \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{a,\alpha} (\partial_\tau - \frac{(\nabla - ie\mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + ie\phi - \varepsilon_\alpha^F) \psi_{a,\alpha} + \\ & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \times \\ & \times \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{b,\alpha} (\partial_\tau - \frac{(\nabla - ie\mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + ie\phi - \varepsilon_{-\alpha}^F) \psi_{b,\alpha} - \\ & - g_s \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \bar{\psi}_{a,\alpha} \bar{\psi}_{b,-\alpha} \psi_{b,-\alpha} \psi_{a,\alpha}. \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь S_{EM} описывает флуктуации электрического поля, или, иными словами, кулоновское взаимодействие. Расцепим каждое из спаривающих взаимодействий преобразованием Хаббарда-Стратоновича и введем два комплексных поля $\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$. В итоге статистическая сумма примет вид

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}\bar{\Delta}_\alpha \mathcal{D}\Delta_\alpha \int \mathcal{D}\bar{\Psi}_\alpha \mathcal{D}\Psi_\alpha e^{-S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi - \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \left(\frac{|\Delta_\alpha|^2}{g_s} - \bar{\Psi}_\alpha \check{M}_\alpha \Psi_\alpha \right)}, \quad (8)$$

где нами были введены спиноры в пространстве Намбу

$$\bar{\Psi}_\alpha = \begin{pmatrix} \bar{\psi}_{a,\alpha} & \bar{\psi}_{b,-\alpha} \end{pmatrix}, \quad \Psi_\alpha = \begin{pmatrix} \psi_{a,\alpha} \\ \psi_{b,-\alpha} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

а также оператор

$$\check{M}_\alpha = -\partial_\tau + \frac{(\nabla - ie\check{\tau}^z \mathbf{A})^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F - ie\phi \check{\tau}^z + \Delta_\alpha \check{\tau}^+ + \bar{\Delta}_\alpha \check{\tau}^-, \quad (10)$$

где $\check{\tau}^i$ – это стандартным образом определенные матрицы Паули. Поскольку функциональный интеграл гауссов по электронным степеням свободы, то он может быть взят, что в итоге приводит к эффективному действию для коллективных степеней свободы

$$\begin{aligned} S_{\text{eff}}[\bar{\Delta}, \Delta, \phi] &= S_{EM}[\phi] - e\rho_0 \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \phi + \\ & + \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \frac{|\Delta_\alpha|^2}{g_s} - \sum_\alpha \text{Tr} \log[\check{M}_\alpha]. \quad (11) \end{aligned}$$

Получившееся действие аналогично действию для обычного сверхпроводника, но только в данном случае присутствует две подсистемы (нумерующиеся

индексом α), которые взаимодействуют только через скалярный потенциал ϕ . Поэтому мы можем воспользоваться уже имеющимся пониманием физики обычного сверхпроводника для анализа поведения рассматриваемого здесь изинговского сверхпроводника. Если не брать во внимание флуктуации ϕ , то у каждой из подсистем существует своя температура перехода, T_α^c , ниже которой образуется сверхпроводящий порядок с ненулевым средним значением $|\Delta_\alpha|$. В приближении среднего поля модули параметров порядка $\tilde{\Delta}_\alpha \equiv |\Delta_\alpha|$ находятся из уравнения самосогласования

$$\frac{1}{\nu_\alpha g_s} = \int_0^{\omega_c} d\xi \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}}{2T}\right)}{\sqrt{\xi^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}}, \quad (12)$$

а вот фазы параметров порядка совершенно не определены. Здесь ω_c – это ширина полосы вблизи поверхности Ферми, где работает спаривающее взаимодействие. В отличие от обычного сверхпроводника взаимная фаза между параметрами порядка существенно влияет на доминирующий тип спаривания, поскольку синглетный и триплетный параметры порядка

$$\Delta_s = \frac{\Delta_\uparrow - \Delta_\downarrow}{\sqrt{2}}, \quad \Delta_t = \frac{\Delta_\uparrow + \Delta_\downarrow}{\sqrt{2}}$$

образованы из двух независимых полей. Если, например, у параметров порядка установятся фазы, отличающиеся на π , то доминирующее спаривание будет синглетным. В противном случае будет триплетное. Также заметим, что в ситуации, когда плотности состояний на поверхностях Ферми ν_α отличаются, в системе всегда присутствует и синглетная, и триплетная компоненты. Как известно, в низкоразмерных системах флуктуации фазы параметра порядка существенно влияют на поведение системы и даже определяют тип сверхпроводящего фазового перехода [9, 12, 13]. Именно поэтому основными низкоэнергетическими степенями свободы в данной системе будут фазы Δ_α , при том, что флуктуациями модуля параметра порядка можно пренебречь. В данном случае малые флуктуации модулей параметров порядка будут представлять собой две хиггсовские моды, энергии которых будут начинаться с $2\tilde{\Delta}_\alpha$. Эффективное действие для фаз параметров порядка может быть получено стандартным образом [11, 12, 14]. Укажем здесь лишь основные шаги. Для начала представим поле Δ_α в виде

$$\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau) = \tilde{\Delta}_\alpha e^{i\varphi_\alpha(\mathbf{x}, \tau)}$$

и воспользуемся инвариантностью следа относительно унитарных преобразований. После преобразования вида

$$\check{M}_\alpha \rightarrow e^{-i\frac{\varphi_\alpha}{2}\tilde{\tau}^z} \check{M}_\alpha e^{i\frac{\varphi_\alpha}{2}\tilde{\tau}^z} = -\partial_\tau - ie\phi\tilde{\tau}^z - \frac{i\partial_\tau\varphi_\alpha\tilde{\tau}^z}{2} + \frac{(\nabla - ie\tilde{\tau}^z\mathbf{A} + i\nabla\varphi_\alpha\tilde{\tau}^z/2)^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F + \tilde{\Delta}_\alpha\tilde{\tau}^x. \quad (13)$$

Зависимость от фаз параметров порядка будет входить только через калибровочно-инвариантные комбинации

$$\tilde{\mathbf{A}}_\alpha = \mathbf{A} - \frac{1}{2e}\nabla\varphi_\alpha, \quad \tilde{\phi}_\alpha = \phi + \frac{1}{2e}\partial_\tau\varphi_\alpha, \quad (14)$$

которые будут малы в интересующем нас пределе. Сделаем разложение по этим величинам. Для этого следует ввести функцию Грина $\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$, как решение уравнения

$$\left(-\partial_\tau + \frac{\nabla^2}{2m_\alpha} + \varepsilon_\alpha^F + \tilde{\Delta}_\alpha\tilde{\tau}^z\right)\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau) = \delta(\mathbf{x})\delta(\tau), \quad (15)$$

и операторы возмущения

$$\check{V}_1 = -ie\phi_\alpha\tilde{\tau}^z - \frac{ie}{2m_\alpha}\{\nabla, \tilde{\mathbf{A}}_\alpha\}, \quad \check{V}_2 = -\frac{e^2\tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2}{2m_\alpha}\tilde{\tau}^z. \quad (16)$$

С точностью до второго порядка по $\tilde{\phi}_\alpha$, $\tilde{\mathbf{A}}_\alpha$ разложение имеет вид

$$\text{Tr} \log[\check{M}_\alpha] \approx -\text{Tr} \log[\check{G}_\alpha] + \text{Tr}[\check{V}_1\check{G}_\alpha] + \text{Tr}[\check{V}_2\check{G}_\alpha] - \frac{1}{2}\text{Tr}[\check{V}_1\check{G}_\alpha\check{V}_1\check{G}_\alpha] + \dots \quad (17)$$

Первые два вклада локальны и содержат $\rho_\alpha^\Delta = \text{tr}[\tilde{\tau}^z\check{G}_\alpha(\mathbf{x}, \tau)]$, которая равна

$$\rho_\alpha^\Delta = 2T \sum_n \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{-iz_n - \mathbf{p}^2/(2m_\alpha) + \varepsilon_\alpha^F}{z_n^2 + \omega_{\mathbf{p},\alpha}^2} \quad (18)$$

и при $\tilde{\Delta}_\alpha \rightarrow 0$ стремится к удвоенному числу электронов со спином α вблизи точки К

$$\rho_\alpha = 2 \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} N_F(\mathbf{p}^2/(2m_\alpha) - \varepsilon_\alpha^F). \quad (19)$$

Здесь $z_n = \pi(2n+1)T$ – фермионные мацубаровские частоты, $N_F(x) = (e^{x/T} + 1)^{-1}$ – функция Ферми, $\omega_{\mathbf{p},\alpha} = \sqrt{(\mathbf{p}^2/(2m_\alpha) - \varepsilon_\alpha^F)^2 + \tilde{\Delta}_\alpha^2}$ – энергия квазичастичных возбуждений. Как и в обычном сверхпроводнике, разница $\rho_\alpha^\Delta - \rho_\alpha$ мала по параметру $(\tilde{\Delta}_\alpha/\varepsilon_\alpha^F)^2$. В силу электронейтральности поправка

первого порядка по $\tilde{\phi}_\alpha$ сокращается с компенсирующим вкладом от ионов $\rho_0 = \rho_\uparrow + \rho_\downarrow$, в то время как

$$\text{Tr}[\tilde{V}_2 \tilde{G}_\alpha] = \frac{e^2 \rho_\alpha^\Delta}{2m_\alpha} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2(\mathbf{x}, \tau). \quad (20)$$

Последний из выписанных нами членов разложения нелокален и содержит различные петли от функций Грина $\sim \tilde{G}_\alpha(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \tau - \tau') \tilde{G}_\alpha(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \tau' - \tau)$. Поскольку нас интересуют медленные и длинноволновые флуктуации фазы, то можно сделать локальное приближение, вычислив петли при нулевых частоте и импульсе. Данное приближение справедливо в случае, когда характерный масштаб изменения фазы больше длины когерентности ξ_c . Проводя стандартные вычисления [11, 14] получим, что

$$\frac{1}{2} \text{Tr}[\tilde{V}_1 \tilde{G}_\alpha \tilde{V}_1 \tilde{G}_\alpha] \approx \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \left(\zeta_\alpha^\phi \tilde{\phi}_\alpha^2 + \zeta_\alpha^{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{A}}_\alpha^2 \right),$$

где

$$\zeta_\alpha = e^2 \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \left(\frac{\tilde{\Delta}_\alpha^2 (1 - 2N_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}))}{2\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^3} - \frac{(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^2 - \tilde{\Delta}_\alpha^2) N'_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha})}{\omega_{\mathbf{p}, \alpha}^2} \right) \approx \frac{m_\alpha e^2}{2\pi} = e^2 \nu_\alpha, \quad (21)$$

$$\zeta_\alpha^{\mathbf{A}} = \frac{e^2}{2m_\alpha^2} \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \mathbf{p}^2 N'_F(\omega_{\mathbf{p}, \alpha}). \quad (22)$$

Приближенное значение для ζ_α справедливо в том же пределе, что и ранее, когда расстояния до дна зоны ε_α^F являются самыми большими энергиями в задаче. Собирая все вклады вместе, получим выражение для эффективного действия для фаз параметра порядка

$$S_{\text{eff}}[\varphi_\alpha, \phi] = \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \left(\frac{\nu_\alpha}{4} (\partial_\tau \varphi_\alpha + 2e\phi)^2 + \frac{\rho_\alpha^s}{8m_\alpha} (\nabla \varphi_\alpha - 2e\mathbf{A})^2 \right) + S_{EM}[\phi]. \quad (23)$$

Здесь $\rho_\alpha^s = \rho_\alpha^\Delta + 2m_\alpha \zeta_\alpha^{\mathbf{A}} / e^2$ имеет смысл сверхтекучей компоненты соответствующей электронной подсистемы. Для получения результирующего действия для фаз параметра порядка осталось учесть кулоновское взаимодействие и усреднить по флуктуациям ϕ .

4. Кулоновское взаимодействие. Поскольку рассматриваемая нами система является двумерной, а скалярный потенциал живет во всем трехмерном пространстве, то его флуктуации напрямую зависят

от окружения, в которое помещен рассматриваемый нами образец. Мы рассмотрим самый простой случай, когда эффектами запаздывания можно пренебречь и все определяется из электростатики. В этом случае

$$S_{EM}[\phi] = \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \int d^2 \mathbf{y} \phi(\mathbf{x}, \tau) I(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \phi(\mathbf{y}, \tau), \quad (24)$$

где вид ядра $I(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ зависит от того, как заэкранирована рассматриваемая нами системы. Если экранировка хорошая, то это локальный емкостной вклад $I(\mathbf{x} - \mathbf{y}) = C\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})$, где C – емкость на единицу площади. В обратном пределе это ядро описывает дальнедействующее кулоновское поле и его фурье-образ равен

$$I_{\mathbf{p}} = \int d^2 \mathbf{x} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} I(\mathbf{x}) = \frac{|\mathbf{p}|}{2\pi}. \quad (25)$$

После интегрирования по $\phi(\mathbf{x}, \tau)$ получается эффективное действие для фаз параметров порядка

$$S_\varphi[\varphi_\alpha] = \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \frac{\rho_\alpha^s}{8m_\alpha} (\nabla \varphi_\alpha - 2e\mathbf{A})^2 + \sum_{\alpha, \beta} \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \int d^2 \mathbf{y} \partial_\tau \varphi_\alpha K^{\alpha\beta}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \partial_\tau \varphi_\beta, \quad (26)$$

где

$$\int d^2 \mathbf{x} e^{i\mathbf{p}\mathbf{x}} K^{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = \frac{\nu_\alpha \delta_{\alpha\beta}}{4} - \frac{e^2 \nu_\alpha \nu_\beta}{2(I_{\mathbf{p}} + 2e^2(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow))}. \quad (27)$$

В физически интересных случаях $I_{\mathbf{p}} \ll e^2 \nu_\alpha$, поэтому далее мы будем рассматривать только этот предел. Полученное квадратичное действие описывает две связанные коллективные моды с законами дисперсии

$$\omega_G \approx e|\mathbf{p}| \sqrt{\frac{\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow}{I_{\mathbf{p}} m_\uparrow m_\downarrow}} \times \left(1 + \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow^2 \nu_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow^2 \nu_\uparrow) I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right) \quad (28)$$

$$\omega_L \approx |\mathbf{p}| \sqrt{\frac{(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) \rho_\downarrow^s \rho_\uparrow^s}{2\nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)}} \times \left(1 - \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow \nu_\downarrow - \rho_\downarrow^s m_\uparrow \nu_\uparrow)^2 I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right) \quad (29)$$

Первая коллективная мода представляет собой аналог голдстоуновской моды [11], в которой фазы обоих

параметров порядка колеблется вместе. Она имеет звуковой закон дисперсии $\omega_G \sim |\mathbf{p}|$ в случае, когда кулоновское взаимодействие заэкранировано и корневую зависимость $\omega_G \sim \sqrt{|\mathbf{p}|}$ в обратном случае. Вторая коллективная мода аналогична леггетовской моде [15], в которой фазы параметров порядка колеблется в противофазе и кулоновское взаимодействие на нее практически никак не влияет.

5. Случай слабо отличающихся констант связи. Обе полученные в предыдущем разделе коллективные моды являются безщелевыми. Это означает, что при $g_s = g_t$, фазы могут свободно и независимо поворачиваться, а итоговое установившееся состояние может быть любой суперпозицией синглетного и триплетного спариваний. Ситуация изменяется кардинально в случае, когда константы взаимодействия различны. Рассмотрим случай $g_s \neq g_t$, но при этом будем считать, что их разность мала настолько, что уравнения самосогласования практически не изменяются. В этом случае расщепление спаривающего взаимодействия при помощи преобразования Хаббарда–Стратоновича необходимо произвести отдельно в каждом из каналов путем введения полей $\Delta_s(\mathbf{x}, \tau)$ и $\Delta_t(\mathbf{x}, \tau)$ с действием

$$S_\Delta = \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \left(\frac{|\Delta_s|^2}{g_s} + \frac{|\Delta_t|^2}{g_t} \right). \quad (30)$$

Совершим ортогональное преобразование

$$\Delta_s(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\Delta_\uparrow(\mathbf{x}, \tau) - \Delta_\downarrow(\mathbf{x}, \tau)}{\sqrt{2}}, \quad (31)$$

$$\Delta_t(\mathbf{x}, \tau) = \frac{\Delta_\uparrow(\mathbf{x}, \tau) + \Delta_\downarrow(\mathbf{x}, \tau)}{\sqrt{2}} \quad (32)$$

к полям $\Delta_\alpha(\mathbf{x}, \tau)$, которые использовались ранее. Зависящая от электронов часть действия будет такой же, как и выше, а для S_Δ получим

$$S_\Delta = \frac{g_s + g_t}{2g_s g_t} \sum_\alpha \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} |\Delta_\alpha|^2 + \frac{g_s - g_t}{2g_s g_t} \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} (\bar{\Delta}_\uparrow \Delta_\downarrow + \bar{\Delta}_\downarrow \Delta_\uparrow). \quad (33)$$

Первая часть этого действия аналогична той что была ранее, но с константой взаимодействия $g_p = 2g_s g_t / (g_s + g_t)$. А второй вклад мал при $|g_s - g_t| \ll g_s$. Поэтому его можно рассматривать как возмущение. Пренебрегая его влиянием на $\tilde{\Delta}_\alpha$ и проводя все те же вычисления, что и ранее, мы

получаем дополнительный вклад в эффективное действие для фаз параметра порядка

$$S_\varphi^{g_s \neq g_t}[\varphi_\alpha] = S_\varphi[\varphi_\alpha] + \frac{(g_s - g_t) \tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow}{g_s g_t} \int_0^\beta d\tau \int d^2\mathbf{x} \cos(\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow). \quad (34)$$

Из этого выражения видно, что равновесные значения фаз параметров порядка уже не независимы. Минимум действия находится при $\varphi_\uparrow = \varphi_\downarrow + \pi$ в случае $g_s > g_t$, а установившееся состояние в этом случае будет преимущественно синглетным с небольшой примесью триплета. Этот дополнительный вклад также повлияет и на спектр коллективных возбуждений. На голдстоуновскую моду это вклад практически не повлияет, а вот на моду Леггета влияние будет существенным

$$\omega_L \approx \sqrt{\omega_\Delta^2 + \mathbf{p}^2 \frac{(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) \rho_\uparrow^s \rho_\downarrow^s}{2\nu_\uparrow \nu_\downarrow (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)}} \times \left(1 - \frac{(\rho_\uparrow^s m_\downarrow \nu_\downarrow - \rho_\downarrow^s m_\uparrow \nu_\uparrow)^2 I_{\mathbf{p}}}{4e^2 \nu_\uparrow \nu_\downarrow (\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) (\rho_\uparrow^s m_\downarrow + \rho_\downarrow^s m_\uparrow)^2} + \dots \right), \quad (35)$$

$$\omega_\Delta^2 = \frac{2(\nu_\uparrow + \nu_\downarrow) |g_s - g_t| \tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow}{\nu_\uparrow \nu_\downarrow g_s g_t}. \quad (36)$$

Видно, что теперь мода Леггета стала щелевой и величина щели напрямую зависит от разности констант связи. Для того, чтобы описанное приближение работало, необходимо, чтобы данная мода была низкоэнергетической, или, иными словами, чтобы $\omega_\Delta \lesssim \tilde{\Delta}_\alpha$, а значит $|g_s - g_t| \lesssim \nu_\alpha g_s^2$. Обсудим теперь полученные результаты.

6. Обсуждение. В данной работе было получено эффективное низкоэнергетическое действие для изинговского сверхпроводника. При этом предполагалось, что константы синглетного и триплетного спариваний близки. На основании полученных результатов можно сформулировать следующую общую картину сверхпроводящего состояния в такой системе. В этом состоянии есть два параметра порядка, отвечающие двум подсистемам, причем модули этих параметров порядка флуктуируют слабо. В отличие от этого фазы параметров порядка флуктуируют сильно, но при этом они не независимы друг от друга. За счет того, что синглетная и триплетная константы связи различаются, в системе присутствует жесткость у разности фаз параметров порядка. Это подавляет взаимные флуктуации фаз φ_α и способствует установлению преимущественно синглетного состояния (при $g_s > g_t$) с небольшой примесью триплетной компоненты. Последняя образуется

лишь за счет того, что модули параметров порядка немного отличаются.

Обсудим иные механизмы, которые могут приводить к выравниванию фаз параметров порядка друг относительно друга. Проведенные нами вычисления показывают, что соответствующие вклады в гамильтониан системы должны смешивать электронные состояния из различных подсистем. Так, рассеяние на немагнитных примесях внутри одной долины качественно поведение системы не изменит, а приведет лишь к перенормировке сверхтекучих плотностей ρ_α^s . В отличие от этого, междолинное рассеяние (вклады вида $\sim \hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{b,\alpha}$) может повлиять на флуктуации разности фаз параметров порядка. Детальное исследование данного вопроса планируется в будущем, однако мы ожидаем, что данный механизм подавлен, поскольку отвечает процессам рассеяния с большой передачей (квази)импульса. Также существенное влияние могут оказать магнитные примеси, за счет которых будет происходить рассеяние даже внутри одной долины [16]. Еще одним механизмом является магнитное поле, направленное параллельно плоскости системы (например, вдоль оси x). Соответствующая зеемановская добавка в гамильтониан равна (спиновый магнитный момент внесен в определение величины поля)

$$\hat{H}_B = -B_x \sum_\alpha \int d^2 \mathbf{x} \left(\hat{\psi}_{a,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{a,-\alpha} + \hat{\psi}_{b,\alpha}^\dagger \hat{\psi}_{b,-\alpha} \right).$$

Как и ранее, считаем B_x малым, что позволяет учесть данный вклад по теории возмущений. Получающаяся добавка к эффективному действию имеет вид

$$\delta S_B = B_x^2 \text{Tr} \left[\check{G}_\uparrow \check{\tau}^z e^{i \frac{\varphi_\downarrow - \varphi_\uparrow}{2} \check{\tau}^z} \check{G}_\downarrow \check{\tau}^z e^{i \frac{\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow}{2} \check{\tau}^z} \right].$$

В длинноволновом пределе данный член приводит к несущественной перенормировке квадратичной части эффективного действия, а также к дополнительному вкладу вида

$$S_\varphi^B[\varphi_\alpha] = -B_x^2 \kappa \int_0^\beta d\tau \int d^2 \mathbf{x} \cos(\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow), \quad (37)$$

где

$$\kappa = \int \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{\tilde{\Delta}_\uparrow \tilde{\Delta}_\downarrow (\omega_{\mathbf{p},\uparrow} \tanh(\frac{\omega_{\mathbf{p},\downarrow}}{2T}) - \omega_{\mathbf{p},\downarrow} \tanh(\frac{\omega_{\mathbf{p},\uparrow}}{2T}))}{(\omega_{\mathbf{p},\uparrow}^2 - \omega_{\mathbf{p},\downarrow}^2) \omega_{\mathbf{p},\uparrow} \omega_{\mathbf{p},\downarrow}}. \quad (38)$$

Поскольку $\kappa > 0$, то параллельное магнитное поле уменьшает вклад с косинусом в эффективном действии и смягчает леггетовскую моду. Оно может даже изменить знак данного вклада, что приведет к

изменению доминирующего типа спаривания с синглетного на триплетный. В работе [17] наблюдался дополнительный пик в туннельной дифференциальной проводимости, который авторы связали с леггетовской модой, аналогичной тому, что была рассмотрена в данной работе. Представленные выше рассуждения можно рассматривать как способ проверки этого факта. Если в параллельном магнитном поле происходит изменение положения пика, то его происхождение, вероятнее всего, связано со взаимными осцилляциями фаз параметра порядка. Детальный количественный анализ данного вопроса в общем случае, а также учет влияния мягких мод на одноэлектронную плотность состояний [13] является задачей для будущих исследований.

Автор благодарен А. Кунцевичу, А. Посадскому, В. Ковалеву за обсуждения при работе на статье.

7. Финансирование работы. Работа поддержана грантом Российского научного фонда # 23-12-00340 “Электронно-переключаемая сверхпроводимость в слоистых материалах: от концепций к устройствам”.

8. Конфликт интересов. Конфликт интересов отсутствует.

1. W. Li, J. Huang, X. Li, S. Zhao, J. Lu, Z. V. Han, and H. Wang, *Materials Today Physics* **21**, 100504 (2021).
2. D. Wickramaratne and I. I. Mazin, *Appl. Phys. Lett.* **122**, 240503 (2023).
3. D. Möckli and M. Khodas, *Phys. Rev. B* **101**, 014510 (2020).
4. M. Haim, D. Möckli, and M. Khodas, *Phys. Rev. B* **102**, 214513 (2020).
5. X. Xi, Z. Wang, W. Zhao, J.-H. Park, K. T. Law, H. Berger, L. Forró, J. Shan, and K. F. Mak, *Nature Phys.* **12**, 139 (2016).
6. J. M. Lu, O. Zheliuk, I. Leermakers, N. F. Q. Yuan, U. Zeitler, K. T. Law, and J. T. Ye, *Science* **350**, 1353 (2015).
7. D. Costanzo, H. Zhang, B. A. Reddy, H. Berger, and A. F. Morpurgo, *Nature Nanotech.* **13**, 483 (2018).
8. J. Lu, O. Zheliuk, Q. Chen, I. Leermakers, N. E. Hussey, U. Zeitler, and J. Ye, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **115**, 3551 (2018).
9. A. I. Larkin and A. A. Varlamov, *Theory of Fluctuations in Superconductors*, Clarendon Press, Oxford University Press, Oxford (2005).
10. S. Das, H. Paudyal, E. R. Margine, D. F. Agterberg, and I. I. Mazin, *Npj Comput. Mater.* **9**, 66 (2023).
11. A. Altland and B. Simons, *Condensed Matter Field Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, N.Y. (2010).

12. A. D. Zaikin and D. S. Golubev, *Dissipative Quantum Mechanics of Nanostructures: Electron Transport, Fluctuations, and Interactions*, Jenny Stanford Publishing, Singapore (2019).
13. A. A. Radkevich, A. G. Semenov, and A. D. Zaikin, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **227**, 2289 (2019).
14. A. van Otterlo, D. S. Golubev, A. D. Zaikin, and G. Blatter, *Eur. Phys. J. B* **10**, 131 (1999).
15. N. Bittner, D. Einzel, L. Klam, and D. Manske, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 227002 (2015).
16. D. Wickramaratne, S. Khmelevskyi, D. F. Agterberg, and I. I. Mazin, *Phys. Rev. X* **10**, 041003 (2020).
17. W. Wan, P. Dreher, D. Muoz-Segovia, R. Harsh, H. Guo, A. J. Martínez-Galera, F. Guinea, F. De Juan, and M. M. Ugeda, *Adv. Mater.* **34**, 2206078 (2022).