

Комментарий к статье “К вопросу об электрической площади электромагнитного импульса” (Письма в ЖЭТФ 118(4), 291 (2023))

Н. Н. Розанов⁺*, М. В. Архипов⁺⁺¹⁾, Р. М. Архипов⁺⁺¹⁾, А. В. Пахомов^{*1)}

⁺ Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

^{*} Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 12 сентября 2023 г.

После переработки 20 сентября 2023 г.

Принята к публикации 22 сентября 2023 г.

DOI: 10.31857/S1234567823200120, EDN: pbhvyp

В последнее время большой интерес вызывают вопросы, связанные с получением субциклоновых, в том числе униполярных импульсов, их распространением и усилением в различных средах. При теоретическом анализе часто возникает необходимость использования различных приближений, в том числе традиционно применяемых и кажущихся достаточно обоснованными. В недавней статье [1] содержатся выводы о несохранении электрической площади электромагнитного импульса $\mathbf{S}_E(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt$, где $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля, t – время и $\mathbf{r}$ – радиус-вектор (в статье [1] эта величина обозначена как $S_T(\mathbf{r})$), при его одномерном распространении. Эти выводы противоречат большому числу работ, в том числе и наших, опубликованных в этом журнале. В связи с этим ниже дается анализ обоснованности и корректности трактовки результатов [1].

Некоторые свойства такой важной величины, как электрическая площадь обсуждались еще более полувека тому назад в [2], где эта величина называлась “интегралом от поля по времени”. Но вывод о ее сохранении при одномерном распространении импульса безотносительно к виду материального уравнения среды был сделан сравнительно недавно в [3]. Условия применимости этого правила сохранения удобно рассмотреть, выведя его непосредственно из уравнения Максвелла [4], как это сделано в [5]. Для этого привлекается уравнение Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\mathbf{B}$ – магнитная индукция и c – скорость света в вакууме. Считаем, что импульс обладает конечной длительностью, или же допускаем дополнительно наличие в окрестности рассматриваемой точки магнитного поля со значениями индукции, асимптотически совпадающими при $t \rightarrow -\infty$ и $t \rightarrow +\infty$. Тогда, интегрируя (1) по времени в бесконечных пределах, получаем

$$\operatorname{rot} \mathbf{S}_E = 0. \quad (2)$$

Это свойство безвихревого характера векторного поля электрической площади импульсов играет важную роль, например, при анализе возможности оптического эффекта Ааронова–Бома [6]. Для одномерного распространения излучения, когда электрическая площадь импульса зависит только от одной декартовой координаты z , (2) записывается в виде

$$\frac{d}{dz} \mathbf{S}_E = 0. \quad (3)$$

Правило сохранения (3) можно вывести и из волнового уравнения (4) статьи [1], как это сделано в [3]. Для этого следует проинтегрировать это уравнение по времени. Правая часть проинтегрированного уравнения обратится в нуль ввиду того, что в каждой точке поле локализовано по времени и свободный ток со временем убывает. Тогда находим, что $\frac{d^2 \mathbf{S}_E}{dz^2} = 0$. Отсюда $\mathbf{S}_E(z) = C_0 + C_1 z$, где $C_{0,1}$ – постоянные интегрирования. Здесь следует положить $C_1 = 0$ во избежание нефизических, бесконечно больших значений площади. Таким образом мы вновь получаем (3), т.е. правило сохранения электрической площади импульса. В статье [1] при переходе от “точного” волнового уравнения (4), для которого правило сохранения выполняется, к уравнению однонаправленного прибли-

¹⁾ e-mail: nnrosanov@mail.ru; mikhael.v.arkhipov@gmail.com; arkhipovrostislav@gmail.com; antpakhom@gmail.com

жения (8) это правило может нарушаться именно из-за указанного приближения.

Тем самым, правило сохранения является точным и применимым при указанных выше условиях, которые в статье [1] соблюдаются. Соблюдается это правило и при использовании исходного для [1] волнового уравнения. Вывод статьи [1] о том, что в рамках приближения однонаправленного распространения излучения это правило нарушается, справедлив в том смысле, что именно это приближение приводит к погрешности при описании эволюции электрической площади импульса. Это показывает, что такое приближение, включающее пренебрежение встречной волной, оказывается недостаточно обоснованным и даже неприемлемым для строгого описания распространения импульсов с ненулевой электрической площадью. Подчеркнем, что мы не говорим здесь о введенной авторами [1] другой величине – “пространственной площади импульса”, для которой правило сохранения по времени действительно не соблюдается.

В то же время указанное в [1] мнимое нарушение правила сохранения может быть использовано для оценки характеристик импульса во встречной волне, поскольку, согласно правилу, изменение электрической площади импульса в этой волне должно быть равно (с противоположным знаком) изменению площади импульса в прямой волне.

В заключение заметим, что как выводы работы [1] на основе приближения однонаправленного распространения, так и данного комментария с прямыми следствиями уравнений Максвелла являются теоретическими. Вывод о безвихревом характере векторного поля электрической площади импульса (2) непосредственно из уравнения Максвелла (1) использует чисто локальные свойства поля. При этом под импульсом понимается структура поля с конечными длительностью, энергией и электрической площадью. К настоящему времени имеются экспериментальные свидетельства ненулевых значений электрической площади [7–10] и, по-видимому, единственное ее количественное измерение [11], причем во всех этих экспериментах распространение излучения существенно трехмерное. Что касается правила сохра-

нения электрической площади (3), то его экспериментальная проверка осложняется тем, что оно применимо для одномерного распространения излучения. Последнее может быть реализовано в коаксиальных волноводах или волноводах с неодносвязным поперечным сечением [12]. Проведение таких экспериментов представляется предметом дальнейших исследований.

Анализ выполнения правила сохранения электрической площади импульсов в различных моделях выполнен при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 21-72-10028.

1. А. В. Богатская, А. М. Попов, Письма в ЖЭТФ **118**(4), 291 (2023) [JETP Lett. **118**(4), 296 (2023)].
2. Дж. Джексон, *Классическая электродинамика*, Мир, М. (1965) [J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, J. Wiley, N. Y., London (1962)].
3. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **107**(5), 761 (2009) [Optics and Spectroscopy **107**(5), 721 (2009)].
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М. (1982).
5. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-*, Физматлит, М. (2011).
6. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **111**(12), 794 (2020) [JETP Lett. **111**(12), 668 (2020)].
7. G. Naumenko and M. Shevelev, J. Instrument. **13**, C05001 (2018).
8. M. C. Hoffmann, S. Schulz, S. Wesch, S. Wunderlich, A. Cavalleri, and B. Schmidt, Opt. Lett. **36**, 4473 (2011).
9. S. Herzer, A. Woldegeorgis, J. Polz, A. Reinhard, M. Almassarani, B. Beleites, F. Ronneberger, R. Grosse, G. G. Paulus, U. Hübner, T. May, and A. Gopal, New J. Phys. **20**, 063019 (2018).
10. D. Gorlova, I. Tsymbalov, R. Volkov, and A. Savel'ev, Laser Phys. Lett. **19**, 075401 (2022).
11. М. В. Архипов, А. Н. Цыпкин, М. О. Жукова, А. О. Исмагилов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **115**(1), 3 (2022) [JETP Lett. **115**(1), 1 (2022)].
12. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **127**, 960 (2019) [Optics and Spectroscopy **127**, 1050 (2019)].