

Ультразвуковое спиновое эхо, обусловленное необратимой фазовой релаксацией

С. В. Сазонов¹⁾

⁺Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

^{*}Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), 125993 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 февраля 2023 г.

После переработки 1 марта 2023 г.

Принята к публикации 1 марта 2023 г.

Предсказана возможность генерации первичного ультразвукового эха в системе эквидистантных зеемановских триплетов благодаря наличию необратимой фазовой релаксации. Исчезновение фазовой релаксации влечет за собой исчезновение сигнала эха. Механизм данного эффекта заключается в деструктивной интерференции излучающих в противофазе двух разрешенных квантовых переходов. Различие времен фазовой релаксации на данных переходах приводит к неполному гашению результирующей когерентности, вследствие чего порождается сигнал эха.

DOI: 10.31857/S1234567823070108, EDN: kdpzna

1. Введение. Физические явления типа эха возникают благодаря когерентности атомных состояний, которая наводится в среде импульсами различной физической природы. Для фотонного эха речь идет о лазерных импульсах видимого и инфракрасного диапазонов [1–4]. В случае эффектов спинового эха ядерной и электронной природы диапазон зондирующих электромагнитных импульсов простирается от радио- до микроволновых частот [5, 6]. Этот же частотный диапазон ультразвуковых импульсов задействован в формировании фононного эха в парамагнитных кристаллах [7–10].

Сигналы эха демонстрируют сохранение памяти о предыстории воздействия на различные среды [3, 11]. Поэтому эффекты эха могут найти приложения в системах хранения и обработки информации.

Обычно для формирования эхо-сигналов на среду подаются когерентные классические импульсы, характеризующиеся очень узким частотным спектром. С появлением фемтосекундных лазеров появилась возможность использовать широкополосные зондирующие импульсы с шумовым спектральным распределением энергии по спектру [12, 13]. Такие некогерентные сигналы также способны наводить когерентность в атомных состояниях различных сред [14–16]. Эхо-отклики, порождаемые данными сигналами, называются некогерентным эхо [17–21]. В данном случае некогерентностью обладают подаваемые на среду импульсы. В этой связи возникает естественный,

но в то же время парадоксальный вопрос: способны ли некогерентные процессы, происходящие в среде, быть причиной появления когерентных сигналов эха?

Хорошо известно, что атомные когерентные состояния разрушаются под действием необратимой фазовой релаксации. Например, в двухуровневых атомах фазовая релаксация приводит к очевидному уменьшению интенсивности эхо-откликов [3, 4]. В многоуровневых средах процессы фазовой релаксации могут дополняться квантовой внутриатомной интерференцией различных квантовых переходов. Поэтому здесь следует ожидать нетривиальных явлений, связанных с влиянием фазовой релаксации на свойства эхо-сигналов после воздействия на среду когерентными резонансными импульсами.

Настоящая работа посвящена исследованию роли необратимой фазовой релаксации в формировании сигналов спин-фононного эха при воздействии на парамагнитный кристалл когерентными ультразвуковыми импульсами.

2. Основные уравнения. Рассмотрим помещенный в магнитное поле \mathbf{B} кубический кристалл, содержащий в качестве примесей парамагнитные ионы. Известно, что наиболее сильное взаимодействие с колебаниями кристаллической решетки испытывают парамагнитные ионы, обладающие эффективным спином $S = 1$ [22]. В этом случае зеемановское расщепление приводит к формированию триплета – трех стационарных состояний, различающихся проекцией $S_z = 0, \pm 1$ эффективного спина на направ-

¹⁾e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

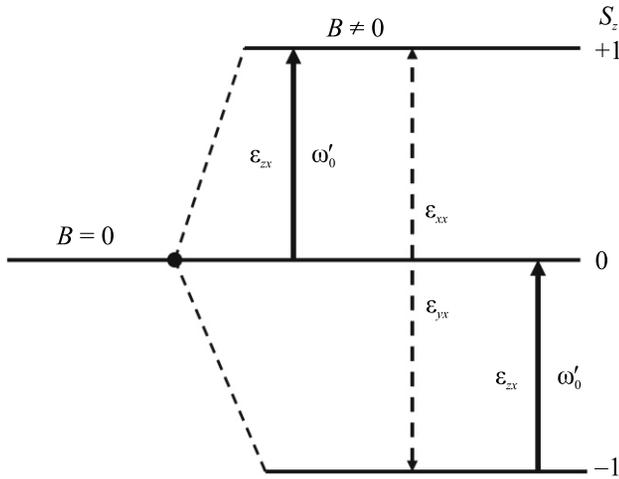


Рис. 1. Расщепление квантового уровня на три зеемановских подуровня парамагнитного иона с эффективным спином $S = 1$. Разрешенные спин-фононные переходы для волн поперечного ультразвука ε_{zx} , поляризованных параллельно магнитному полю \mathbf{B} , обозначены жирными стрелками. Спин-фононные переходы для продольных ε_{xx} и поперечных ε_{yx} ультразвуковых волн, поляризованных перпендикулярно к \mathbf{B} , обозначены пунктирной стрелкой

ление \mathbf{B} (рис. 1). Пусть при этом магнитное поле направлено вдоль оси z , являющейся одной из осей симметрии четвертого порядка кубического кристалла. В то же время подаваемые на среду ультразвуковые импульсы распространяются вдоль оси x , перпендикулярной к z . Данные импульсы сдвиговой деформации, являясь поперечными, поляризованы вдоль магнитного поля.

В описанной выше ситуации гамильтон оператор для выделенного иона, взаимодействующего с локальными деформациями кубического кристалла, запишем следующим образом [22]:

$$\hat{H} = \hbar\omega'_0\hat{S}_z + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (1)$$

где \hbar – постоянная Планка, ω'_0 – частота расщепления в зеемановском триплете (рис. 1), \hat{H}_{int} – оператор Гамильтона, описывающий спин-фононное взаимодействие, имеет вид

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2}G_{\perp}(\hat{S}_x\hat{S}_z + \hat{S}_z\hat{S}_x)\frac{\partial u_z}{\partial x}, \quad (2)$$

G_{\perp} – постоянная спин-фононной связи, u_z – проекция локального смещения узлов кристаллической ре-

шетки на направление \mathbf{B} , \hat{S}_x и \hat{S}_z – трехрядные матрицы, соответствующие спину $S = 1$ [22]:

$$\hat{S}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Спин-фононное взаимодействие здесь возникает благодаря механизму ван Флека [10, 22]. Согласно данному механизму локальные искажения кристаллической решетки, порождаемые ультразвуковыми импульсами, приводят к появлению градиентов внутрикристаллического электрического поля. В свою очередь данные градиенты вызывают электрические квадрупольные переходы между зеемановскими подуровнями парамагнитного иона.

В соответствии со значениями проекций эффективного спина на ось z для различных квантовых состояний парамагнитного иона (рис. 1) матрицу плотности представим в виде

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{+0} & \rho_{+-} \\ \rho_{0+} & \rho_{00} & \rho_{0-} \\ \rho_{-+} & \rho_{-0} & \rho_{--} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь нижние индексы “+”, “0” и “–” обозначают соответственно проекции эффективного спина $+1$, 0 и -1 . При этом выполняется условие нормировки $\rho_{++} + \rho_{00} + \rho_{--} = 1$.

Используя (1)–(4), запишем уравнения для элементов $\rho_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = -, 0, +$) матрицы плотности $\hat{\rho}$ в виде

$$\frac{\partial \rho_{\mu\nu}}{\partial t} = -i(\omega'_{\mu\nu} - i/T_{\mu\nu})\rho_{\mu\nu} - \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{\text{int}}, \hat{\rho}]_{\mu\nu}. \quad (5)$$

Здесь $\omega'_{+0} = \omega'_{0-} = \omega'_0$, $\omega'_{+-} = 2\omega'_0$, $\omega'_{++} = \omega'_{00} = \omega'_{--} = 0$, $T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}$ – время необратимой фазовой релаксации на квантовом переходе $\mu \leftrightarrow \nu$.

В (5) мы пренебрегли релаксацией населенностей стационарных квантовых зеемановских состояний, так как соответствующие времена значительно короче времен $T_{\mu\nu}$ фазовой релаксации [23]. Кроме того, мы полагаем, что характерное время Δt проведения эхо-эксперимента также значительно больше, чем времена релаксации населенностей зеемановских подуровней.

Используя далее стандартный полуклассический подход, дополним (1) и (2) классическим гамильтонианом для поля упругих деформаций поперечных ультразвуковых импульсов $H_a = \int \mathcal{H}_a d^3\mathbf{r}$, где интегрирование ведется по всему объему образца среды,

а плотность гамильтониана \mathcal{H}_a определяется выражением

$$\mathcal{H}_a = \frac{p_z^2}{2\rho} + \frac{\rho}{2} a_\perp^2 \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2, \quad (6)$$

где ρ – плотность среды, p_z – декартова компонента плотности импульса поперечных локальных смещений кристалла, a_\perp – скорость поперечного звука в среде, окружающей рассматриваемый парамагнитный кристалл.

При экспериментальном детектировании эхосигналов эффекты распространения ультразвука в рассматриваемом парамагнитном кристалле не являются существенными. Регистрация эхо-откликов обычно происходит вдали от данного кристалла. Поэтому гамильтониан (6) содержит параметры среды, находящейся между парамагнитным кристаллом и датчиком эхо-сигналов.

Используем уравнения Гамильтона для механики сплошных сред [24]

$$\frac{\partial p_z}{\partial t} = -\frac{\delta}{\delta u_z} (H_a + \langle \hat{H}_{\text{int}} \rangle), \quad \frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{\delta}{\delta p_z} (H_a + \langle \hat{H}_{\text{int}} \rangle). \quad (7)$$

Здесь $\langle \hat{H}_{\text{int}} \rangle = Sp(\hat{\rho} \hat{H}_{\text{int}})$ – квантовое среднее оператора Гамильтона, описывающего взаимодействие эффективного спина с полем поперечных деформаций.

Отсюда, а также из (2)–(4) приходим к волновому уравнению

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial t^2} - a_\perp^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zx}}{\partial x^2} = \\ & = \frac{nG_\perp}{8\sqrt{2}\rho} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\rho_{+0} + \rho_{0+} - \rho_{0-} - \rho_{-0}) g(\Delta) d\Delta, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\varepsilon_{zx} = 0.5\partial u_z/\partial x$ – относительная деформация сдвига, n – концентрация парамагнитных ионов, $g(\Delta)$ – функция контура неоднородного уширения на квантовом переходе $- \leftrightarrow +$, центрированная на частоте ω_0 , $\Delta = \omega'_0 - \omega_0$ – отстройка квантовых переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$ выделенного парамагнитного иона от центральной частоты спектральной линии.

Неоднородное волновое уравнение (8) описывает распространение поперечного ультразвука в среде, окружающей парамагнитный кристалл, который является источником излучения эхо-откликов. Параметры данного источника содержатся в правой части (8).

Используем теперь стандартное приближение медленно меняющихся амплитуд (ММА) [25], записывая

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zx} &= \psi e^{i\omega_0(t-x/a_\perp)} + \text{c.c.}, \\ \rho_{-+} &= R_{-+} e^{2i\omega_0(t-x/a_\perp)}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \rho_{-0} &= R_{-0} e^{i\omega_0(t-x/a_\perp)}, \\ \rho_{0+} &= R_{0+} e^{i\omega_0(t-x/a_\perp)}, \end{aligned} \quad (10)$$

где ψ и $R_{\mu\nu}$ – комплексные ММА импульсов сдвиговой деформации и недиагональных элементов матрицы плотности соответственно ($\mu, \nu = -, 0, +$), несущая частота ω_0 данных импульсов совпадает с центральной частотой контуров неоднородного уширения для переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$.

При учете (9), (10) и приближения ММА из (8) приходим к волновому уравнению для комплексной амплитуды излучаемых возбужденной средой сигналов

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{a_\perp} \frac{\partial \psi}{\partial t} = i \frac{nG_\perp \omega_0}{16\sqrt{2}\rho a_\perp^3} \int_{-\infty}^{+\infty} (R_{0+} - R_{-0}) g(\Delta) d\Delta. \quad (11)$$

В свою очередь из (2)–(5), (9) и (10) после пренебрежения в материальных уравнениях быстро осциллирующими слагаемыми, считая заданную амплитуду ψ воздействующих на среду импульсов вещественной, получим

$$\frac{\partial R_{\mu\nu}}{\partial t} = -i(\omega'_{\mu\nu} - \omega_{\mu\nu} - i/T_{\mu\nu}) R_{\mu\nu} + i \frac{G_\perp \psi}{2\sqrt{2}\hbar} [\hat{R}, \hat{Q}]_{\mu\nu}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{R} &= \begin{pmatrix} \rho_{++} & R_{+0} & R_{+-} \\ R_{0+} & \rho_{00} & R_{0-} \\ R_{-+} & R_{-0} & \rho_{--} \end{pmatrix}, \\ \hat{Q} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) видно, что в выбранной геометрии подаваемые на среду поперечные ультразвуковые импульсы формируют каскадную схему квантовых переходов $- \rightarrow 0 \rightarrow +$ (рис. 1). При этом переход $- \leftrightarrow +$ оказывается запрещенным.

3. Режимы эха. Для исследования режимов эха разделим динамику эффективных спинов парамагнитных ионов на периоды возбуждения и периоды свободной эволюции.

Будем считать ниже, что длительности τ_p воздействующих импульсов удовлетворяют условию $\tau_p \ll \ll T_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}^*$ ($\mu, \nu = 0, +, -$), где $T_{\mu\nu}^*$ – времена необратимой фазовой релаксации, обусловленной неоднородным уширением квантовых переходов $\mu \leftrightarrow \nu$. Как результат, ширины $\delta\omega_p \sim 1/\tau_p$ импульсных спектров значительно превышают неоднородные ширины $\delta\omega \sim 1/T_{\mu\nu}^*$ данных переходов. Поэтому при описании возбуждения парамагнитных ионов пренебрежем в (12) частотными отстройками $\omega'_{\mu\nu} - \omega_{\mu\nu}$ от

соответствующих резонансов и положим формально $T_{\mu\nu} = \infty$. В этом случае систему (12) можно записать в символическом виде

$$\frac{\partial \hat{R}}{\partial t} = i \frac{G_{\perp} \psi}{2\sqrt{2}\hbar} [\hat{R}, \hat{Q}]. \quad (14)$$

Решение операторного уравнения (14) можно записать в виде

$$\hat{R}(t) = \hat{U}(t, t_0) \hat{R}(t_0) \hat{U}^+(t, t_0), \quad (15)$$

где

$$\hat{U}(t, t_0) = e^{-i\hat{S}}, \quad \hat{S} = \hat{Q} \frac{G_{\perp}}{2\sqrt{2}\hbar} \int_{t_0}^t \psi dt', \quad (16)$$

t_0 – время начала воздействия импульса.

Возводя последовательно в степень матрицу \hat{Q} , легко для целых значений k придти к соотношениям $\hat{Q}^{2k+1} = 2^k \hat{Q}$, $\hat{Q}^{2k+2} = 2^k \hat{Q}^2$. Тогда, разлагая в ряд Тейлора экспоненту от матрицы $e^{-i\hat{S}}$, после его суммирования с учетом второго выражения (16) будем иметь для оператора эволюции

$$\hat{U}(t, t_0) = \hat{I} - \hat{Q}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} - i \frac{\hat{Q}}{\sqrt{2}} \sin \theta, \quad (17)$$

где \hat{I} – единичная матрица,

$$\theta = \frac{G_{\perp}}{2\hbar} \int_{t_0}^t \psi dt'. \quad (18)$$

Для периодов свободной эволюции из (12) при $\psi = 0$ после интегрирования получим

$$\begin{aligned} R_{-0}(t) &= R_{-0}(t_1) e^{i\Delta(t-t_1)} e^{-(t-t_1)/T_{-0}}, \\ R_{0+}(t) &= R_{0+}(t_1) e^{i\Delta(t-t_1)} e^{-(t-t_1)/T_{0+}}, \\ R_{-+}(t) &= R_{-+}(t_1) e^{2i\Delta(t-t_1)} e^{-(t-t_1)/T_{-+}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где t_1 – время начала этапа свободной эволюции.

При этом диагональные элементы ρ_{--} , ρ_{00} и ρ_{++} остаются постоянными.

Важно заметить, что времена T_{-0} и T_{0+} фазовой релаксации на переходах $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$ соответственно не могут сильно отличаться друг от друга, так как равны друг другу частоты данных переходов, а также эти переходы обладают одной и той же постоянной G_{\perp} спин-фононной связи. Отличие между отмеченными временами может быть обусловлено каналами релаксации, вызванными взаимодействием квантовых переходов с полем продольной деформации ε_{xx} , а также с поперечными деформациями

ε_{yx} , поляризованными перпендикулярно магнитному полю. Такие фононы связаны с переходом $- \leftrightarrow +$ [23, 26] (рис. 1), который может оказывать влияние на времена фазовой релаксации T_{-0} и T_{0+} . Небольшое отличие во временах релаксации T_{-0} и T_{0+} может быть вызвано еще тем, что переход $0 \leftrightarrow +$ лежит выше по энергии, чем переход $- \leftrightarrow 0$. Суммируя сказанное, предположим, что выполняется неравенство

$$|T_{-0} - T_{0+}| \ll T_{-0}, T_{0+}. \quad (20)$$

Пусть в момент времени $t = 0$ на среду воздействует первый ультразвуковой импульс длительности τ_1 . Затем, спустя промежуток времени τ , соответствующий первому этапу свободной эволюции, среда подвергается воздействию второго импульса, длительность которого равна τ_2 . После этого, при $t = \tau + \tau_1 + \tau_2$, начинается второй этап свободной эволюции, во время которого формируются сигналы первичного эха (рис. 2). При этом с хорошей точностью выполняется неравенство $\tau \gg \tau_1, \tau_2$.

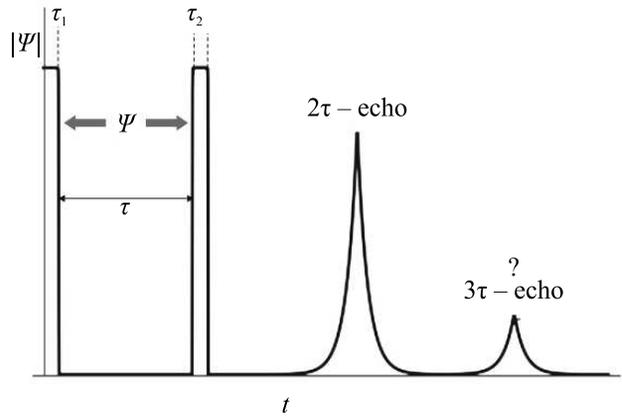


Рис. 2. Схематическое изображение временной последовательности воздействия на парамагнетик двух поперечных ультразвуковых импульсов с огибающей ψ и длительностями τ_1 и τ_2 , разделенных промежутком времени τ , а также появления двух эхо-сигналов в моменты времени 2τ и 3τ . Возникновение 3τ -эха возможно только при различии времен необратимой фазовой релаксации на квантовых переходах $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$

Будем считать, что при $t = 0$ матрица \hat{R} определяется только начальными населенностями w_+ , w_0 и w_- стационарных спиновых состояний парамагнитных ионов и поэтому имеет вид

$$\hat{R}(0) = \begin{pmatrix} w_+ & 0 & 0 \\ 0 & w_0 & 0 \\ 0 & 0 & w_- \end{pmatrix}.$$

Применяя в обозначенной последовательности формулы (15), (17) и (19), найдем выражения для элементов матрицы \hat{R} в моменты времени $t > \tau + \tau_1 + \tau_2$.

Из правой части волнового уравнения (11) видно, что вклад в ультразвуковые сигналы откликов среды дают разности $R_{0+} - R_{-0}$. Тогда для соответствующих выражений, вносящих вклады в эхо, найдем

$$(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}} = (R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{2\tau} + (R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{3\tau}, \quad (21)$$

где эхо-отклики в моменты времени 2τ и 3τ имеют соответственно вид

$$(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{2\tau} = i f_{2\tau} e^{-i\Delta(t-2\tau-\tau_1-\tau_2)} e^{-(t-\tau_1-\tau_2)/T_2}, \quad (22)$$

$$(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{3\tau} = i f_{3\tau} e^{-\tau/T_{-+}} \times \\ \times \left(e^{-(t-\tau-\tau_1-\tau_2)/T_{0+}} - e^{-(t-\tau-\tau_1-\tau_2)/T_{-0}} \right) \times \\ \times e^{-i\Delta(t-3\tau-\tau_1-\tau_2)}. \quad (23)$$

Здесь

$$f_{2\tau} = \frac{w_- - w_+}{\sqrt{2}} \sin \theta_1 \sin^2 \frac{\theta_2}{2}, \\ f_{3\tau} = \frac{w_- - 2w_0 + w_+}{4\sqrt{2}} \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin^2 \frac{\theta_2}{2}, \quad (24)$$

$\theta_1 = \frac{G_+}{2\hbar} \int_0^{\tau_1} \psi dt$ и $\theta_2 = \frac{G_+}{2\hbar} \int_{\tau+\tau_1}^{\tau+\tau_1+\tau_2} \psi dt$ – “площади” первого и второго возбуждающих импульсов соответственно.

При записи выражения для $(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{2\tau}$, воспользовавшись неравенством (20), мы в целях простоты положили приближенно $T_{-0} \approx T_{0+} = T_2$. Если данным приемом воспользоваться в выражении для $(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{3\tau}$, то придем к равенству $(R_{0+} - R_{-0})_{\text{echo}}^{3\tau} = 0$. Поэтому для возникновения 3τ -эха необходимо выполнение условия $T_{-0} \neq T_{0+}$. Если в (23) вовсе пренебречь фазовой релаксацией, т.е. положить формально $T_{-0} = T_{0+} = \infty$, то данный эхо-сигнал также исчезает.

Для решения волнового уравнения (11) будем считать, что дистанции x , на которых регистрируются эхо-сигналы, значительно превышают размер l парамагнитного кристалла в направлении их распространения, а среда вне данного кристалла не содержит парамагнитных ионов. В этом случае парамагнитный кристалл можно представить как сосредоточенный в точке $x = 0$ источник. Поэтому в правой части (11) с хорошей точностью справедлива замена $n \rightarrow n\delta(x)$, где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Тогда решением неоднородного волнового уравнения

(11) является умноженная на l его правая часть, в которой произведена замена $t \rightarrow t - x/a_{\perp}$. В качестве среды, окружающей парамагнитный кристалл, может быть использована любая среда, в которой способны распространяться поперечные ультразвуковые волны. Удобнее всего здесь использовать изотропное твердое тело, в котором скорость a_{\perp} не зависит от направления распространения поперечной волны.

Суммируя сказанное в предыдущем абзаце, а также используя (22)–(24), для моментов времени $2\tau + x/a_{\perp}$ и $3\tau + x/a_{\perp}$ в месте их регистрации, на расстоянии x от парамагнитного кристалла, получим соответственно

$$\psi_{2\tau} = -\frac{nG_{\perp}\omega_0 l}{32\rho a_{\perp}^3} \frac{\sinh \zeta}{\cosh \zeta + 1/2} \sin \theta_1 \sin^2 \frac{\theta_2}{2} e^{-2\tau/T_2}, \quad (25)$$

$$\psi_{3\tau} = -\frac{nG_{\perp}\omega_0 l}{128\rho a_{\perp}^3} \frac{\cosh \zeta - 1}{\cosh \zeta + 1/2} \times \\ \times \sin^2 \theta_1 \sin \theta_2 \sin^2 \frac{\theta_2}{2} e^{-\tau/T_{-+}} (e^{-2\tau/T_{0+}} - e^{-2\tau/T_{-0}}), \quad (26)$$

где $\zeta = \hbar\omega_0/k_B T$, k_B – постоянная Больцмана, T – температура парамагнитного кристалла.

Здесь мы использовали больцмановский закон распределения начальных населенностей спиновых подуровней.

Сосредоточим основное внимание на сигнале 3τ -эха. Как было сказано выше, для возникновения сигнала эха в момент времени $3\tau + x/a_{\perp}$ принципиально необходимо наличие фазовой релаксации. При этом времена релаксации на переходах $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$, как видно из (26), должны отличаться друг от друга. Нетривиальность данного вывода заключается в том, что для генерации эхо-сигналов любой физической природы необходима когерентность внутриатомных состояний. В свою очередь фазовая релаксация подавляет данную когерентность. С другой стороны, в рассматриваемом здесь случае именно благодаря фазовой релаксации способен генерироваться когерентный сигнал эха.

Физический механизм возникновения 3τ -эха состоит в деструктивной интерференции квантовых переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$ при $t = 3\tau + x/a_{\perp}$. При абсолютной идентичности параметров данных переходов происходит полное гашение эхо-отклика. Однако в нашем случае идентичность нарушается разницей во временах фазовой релаксации данных переходов. Как результат, когерентность, порождаемая одним из переходов, затухает быстрее, что приводит к неполной компенсации когерентностей обоих переходов.

Важно отметить, что частоты переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$ равны друг другу, т.е. трехуровневая среда при каскадной схеме разрешенных квантовых переходов является эквидистантной (рис. 1). Это приводит к тому, что противофазные когерентности на обоих переходах достигают максимумов в один и тот же момент времени $t = 3\tau + x/a_{\perp}$. При отсутствии эквидистантности соответствующие времена были бы разделены интервалом, определяемым разностью частот рассматриваемых переходов [14].

Заметим, что интерференция квантовых переходов $- \leftrightarrow 0$ и $0 \leftrightarrow +$ в момент времени $t = 2\tau + x/a_{\perp}$ является конструктивной (когерентности, порождаемые обоими переходами, синфазны). Поэтому данные переходы не гасят, а усиливают друг друга при генерации 2 τ -эха. Именно в силу этого обстоятельства в (22) мы без потери общности положили $T_{-0} \approx T_{0+} = T_2$.

Из (26) следует, что амплитуда сигнала 3 τ -эха максимальна при площадях возбуждающих импульсов $\theta_1 = \pi/2$ и $\theta_2 = 2\pi/3$. Подбором площадей возбуждающих импульсов никоим образом не удается подавить сигнал 2 τ -эха, чтобы наблюдался только сигнал 3 τ -эха. Более того, как следует из (25) и (26) при учете (20), интенсивность 3 τ -эха значительно меньше интенсивности 2 τ -эха (см. рис. 2).

Приведем численные оценки для возможной реализации рассмотренного варианта спин-фононного эха в экспериментальных условиях. В качестве рабочего образца рассмотрим кристалл MgO при температурах жидкого гелия с внедренными в него парамагнитными ионами Fe²⁺ [22, 23]. Времена обратимой фазовой релаксации для квантовых переходов между зеемановскими подуровнями ионов Fe²⁺ в кристалле MgO, как и характерные длительности эхо-сигналов, составляют $T_{\mu\nu}^* \sim 10^{-7}$ с [23, 27]. Для того, чтобы удовлетворить использованному выше условию $\tau_p \ll T_{\mu\nu}^*$, длительности возбуждающих импульсов должны быть порядка $\tau_p \sim 10^{-8}$ с. Взяв для времен необратимой фазовой релаксации $T_{-0} \sim T_{+0} \sim 10^{-5}$ с [10, 22, 23], примем для временной скважности между двумя возбуждающими импульсами $\tau \sim 10^{-5}$ с. При этом несущая частота импульсов $\omega_0 \sim 10^{11}$ с⁻¹ [10, 22, 23]. Взяв для скорости поперечного ультразвука $a_{\perp} = 3 \cdot 10^5$ см/с [10, 28], а для апертуры D возбуждающих импульсов и сигналов эха $D \approx l \sim 1$ мм, найдем характерную длину дифракционного уширения импульсов $l_D \sim \omega_0 D^2 / a_{\parallel} \sim 10^2 - 10^3$ см. Это значительно превосходит рассматриваемые нами пространственные масштабы и поэтому хорошо согласуется с использованным в (11) одномерным приближением. Таким

образом, эхо-сигналы можно фиксировать, установив соответствующие датчики, на расстояниях нескольких сантиметров от рабочего образца.

Для постоянной спин-фононной связи имеем оценку $G_{\perp} \sim 10^{-14}$ эрг. Тогда амплитуды относительных деформаций подаваемых на среду импульсов $\psi \sim \hbar / G_{\perp} \tau_p \sim 10^{-5}$. Пусть, в свою очередь, $l \sim 1$ мм, $T \sim 1$ К, $n \sim 10^{19}$ см⁻³, $\rho = 3.6$ г/см³ [10, 22, 23]. Учитывая небольшую разницу между временами T_{-0} и T_{0+} , положим $e^{-\tau/T_{-0}}(e^{-2\tau/T_{0+}} - e^{-2\tau/T_{-0}}) \sim 10^{-2}$, а также используя приведенные выше оценки для ω_0 , a_{\perp} и l , из (25) и (26) для амплитуд 2 τ - и 3 τ -эха будем иметь соответственно $|\psi_{2\tau}| \sim 10^{-5}$, $|\psi_{3\tau}| \sim 10^{-7} \ll |\psi_{2\tau}|$. Такие амплитуды относительной деформации вполне могут быть зафиксированы в условиях реального эксперимента [10, 22].

Здесь возникает вопрос о принципиальной возможности того, что времена необратимой фазовой релаксации на двух переходах отличаются друг от друга при том, что собственные частоты данных переходов одинаковы, как и постоянные спин-фононной связи. Именно в этом случае здесь возможно возникновение сигнала 3 τ -эха. Поэтому обнаружение в возможном эксперименте обсуждаемого относительно слабого эхо-сигнала может дать ответ на вопрос о соотношении между временами релаксации когерентности разрешенных квантовых переходов. Если данный эхо-сигнал не будет обнаружен в эксперименте, это будет серьезным аргументом в пользу утверждения, что соответствующие разрешенным переходам времена релаксации не отличаются друг от друга. При обнаружении же данного сигнала по его интенсивности можно будет определить разницу между обсуждаемыми временами релаксации.

4. Заключение. Проведенное в настоящей работе исследование демонстрирует принципиальную возможность генерации когерентного эхо-сигнала, обусловленного необратимой фазовой релаксацией в эквидистантной трехуровневой системе с каскадной схемой разрешенных переходов. В этой связи заметим, что обсуждаемый эхо-сигнал вряд ли обладает оптическим аналогом. Дело в том, что в оптическом диапазоне, видимо, не существует физических реализаций трехуровневых эквидистантных систем с каскадной схемой квантовых переходов. Здесь в качестве физической реализации рассмотрено ультразвуковое эхо на системе парамагнитных ионов, внедренных в кубический кристалл.

Важным представляется то, что некогерентные процессы, происходящие в среде, являются основной

причиной возникновения одного из когерентных откликов среды на внешнее резонансное воздействие. В двухуровневой системе такой эффект невозможен, так как он является результатом деструктивной интерференции двух различных излучающих в противофазе квантовых переходов.

1. У.Х. Копвиллем, В.Р. Нагибаров, *Физ. металлов и металлвед.* **15**, 313 (1963).
2. N. A. Kurnit, I. D. Abella, and S. R. Hartmann, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 567 (1964).
3. В.В. Самарцев, В.А. Зуйков, Л.А. Нефедьев, *Журнал прикладной спектроскопии* **59**, 395 (1993).
4. Э.А. Маныкин, В.В. Самарцев, *Оптическая эхоспектроскопия*, Наука, М. (1984).
5. E. L. Hahn, *Phys. Rev.* **80**, 580 (1950).
6. Н.М. Померанцев, *УФН* **65**, 87 (1958).
7. В.Р. Нагибаров, У.Х. Копвиллем, *ЖЭТФ* **52**, 936 (1967) [V. R. Nagibarov and U. Kh. Korvillem, *Sov. Phys. JETP* **25**, 618 (1967)].
8. N. S. Shiren and I. G. Kazyaka, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1304 (1972).
9. D. R. Taylor and I. G. Bartlet, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 96 (1973).
10. В.А. Голенищев-Кутузов, В.В. Самарцев, Н.К. Соловаров, Б.М. Хабибуллин, *Магнитная квантовая акустика*, Наука, М. (1977).
11. А.М. Шегеда, С.Л. Кораблева, О.А. Морозов, В.Н. Лисин, Н.К. Соловаров, В.Ф. Тарасов, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 264 (2023).
12. R. Beah and S. R. Hartmann, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 663 (1984).
13. S. Asaka, H. Nakatsuka, M. Fujiwara, and M. A. Matsuoka, *Phys. Rev. A* **29**, 2286 (1984).
14. А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 887 (1998) [A. Yu. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **67**, 934 (1998)].
15. Н.В. Знаменский, С.В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 440 (2007) [N. V. Znamenskii and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **85**, 358 (2007)].
16. Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 586 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **111**, 484 (2020)].
17. J. E. Golub and T. W. Mossberg, *JOSA B* **3**, 554 (1986).
18. V. V. Samartsev, A. M. Shegeda, A. V. Shkalikov, K. R. Karimullin, T. G. Mitrofanova, and V. A. Zuikov, *Laser Phys. Lett.* **4**, 534 (2007).
19. В.Н. Лисин, А.М. Шегеда, В.В. Самарцев, Е.П. Чукалина, *Письма в ЖЭТФ* **107**, 360 (2018) [V. N. Lisin, A. M. Shegeda, V. V. Samartsev, and E. P. Chukalina, *JETP Lett.* **107**, 345 (2018)].
20. В.В. Федянин, К.Р. Каримуллин, *Известия РАН. Сер. Физическая* **84**, 361 (2020).
21. V. V. Fedyanin and K. R. Karimullin, *Laser Phys.* **29**, 124008 (2019).
22. Дж. Такер, В. Рэмpton, *Гиперзвук в физике твердого тела*, Мир, М. (1975) [J. W. Tucker and V. W. Rampton, *Microwave Ultrasonics in Solid State Physics*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1972)].
23. N. S. Shiren, *Phys. Rev. B* **2**, 2471 (1970).
24. S. V. Sazonov, *J. Phys.: Condens. Matter* **6**, 6295 (1994).
25. Л. Аллен, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978) [L. Allen and J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, John Wiley and Sons, N.Y. (1975)].
26. С.В. Сазонов, *ЖЭТФ* **144**, 1016 (2013) [S. V. Sazonov, *JETP* **117**, 885 (2013)].
27. У.Х. Копвиллем, В.Р. Ризаев, *ЖЭТФ* **65**, 2297 (1973) [U. Kh. Korvillem and V. R. Rizaev, *Sov. Phys. JETP* **38**, 1147 (1974)].
28. Г. Кайно, *Акустические волны: устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов*, Мир, М. (1990) [G. Kino, *Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing*, Prentice-Hall Inc., New Jersey (1987)].