

Том 88, Номер 1

ISSN 0367-6765
Январь 2024

ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ



В журнале «Известия Российской академии наук. Серия физическая» публикуются полнотекстовые статьи, подготовленные по материалам лучших докладов, рекомендованных программными комитетами научных конференций, симпозиумов и совещаний, созываемых Российской академией наук.



НАУКА
— 1727 —



СОДЕРЖАНИЕ

Том 88, № 1, 2024

Волновые явления: физика и применения

- Дифференцирование оптических сигналов с помощью интегральной структуры
“металл-диэлектрик-металл”
А. И. Кашапов, Е. А. Безус, Д. А. Быков, Л. Л. Досколович 5
- Исследование дифракции света на электрически управляемых мультиплексированных
многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах на основе
фотополимеризующихся композиций с нематическими жидкими кристаллами
С. Н. Шарангович, В. О. Долгирев, Д. С. Растрьгин 11
- Свойства фрактальных спеклоподобных структур
О. М. Вохник, П. В. Короленко, В. И. Мохов 19
- Оптические свойства мультиплексных вихревых структур
А. М. Зотов, П. В. Короленко, Н. Н. Павлов 24
- Тонкая и грубая структуры частотного спектра мощных лазерных диодов
при медленной деградации
В. В. Близнюк, В. А. Паршин, А. Г. Ржанов, О. И. Семенова, А. Е. Тарасов 29
- РТ-симметрия и структура излучения мощных лазерных диодов
А. Г. Ржанов 35
- Преобразование частоты четного когерентного состояния вверх
А. В. Белинский, Р. Сингх 40
- О влиянии вынужденного комбинационного саморассеяния на динамику импульсов
в градиентном волноводе
В. А. Халяпин, А. Н. Бугай 43
- Непертурбативная теория взаимодействия атомных систем с интенсивными лазерными полями
С. Ю. Стремоухов 48
- Учет энергетического дисперсионного расплывания свободных носителей,
индуцированных мощным фемтосекундным лазерным излучением в диэлектриках
К. В. Львов, С. Ю. Стремоухов 54
- Генерация оптико-терагерцовых солитонов малопериодным лазерным импульсом
А. А. Калинович, С. В. Сазонов 60
- О параметрических световых пучках с малым числом колебаний
К. В. Кошкин, С. В. Сазонов, А. А. Калинович, М. В. Комиссарова 68
- Формирование квазиуниполярных импульсов в неравновесных замагниченных
плазменных каналах
А. В. Богацкая, Е. А. Волкова, А. М. Попов 74
- Многофотонная ионизация в фотонном кристалле на основе углеродных нанотрубок
под действием предельно короткого оптического импульса
Ю. В. Двужилова, И. С. Двужилов, М. Б. Белоненко 80

Электронная пушка с автоэмиссионным катодом на основе углеродных нанотрубок для мощного клистрона с распределенным взаимодействием миллиметрового диапазона <i>В. Е. Родякин, В. Н. Аксенов</i>	85
Исследование генерации на третьей гармонике в сильноточном релятивистском гиротроне Ка-диапазона <i>Э. Б. Абубакиров, А. Н. Денисенко, А. Н. Леонтьев, К. В. Минеев, Р. М. Розенталь</i>	89
Моделирование электронно-оптической системы для релятивистского гиротрона диапазона 300 ГГц <i>Ю. Ю. Данилов, А. Н. Леонтьев, А. М. Малкин, О. П. Планкин, Р. М. Розенталь, Е. С. Семенов</i>	95
Характеристики распределенной локационной системы со сверхширокополосным зондирующим сигналом <i>В. В. Кулагин, В. В. Валуев, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин</i>	100
Широкополосное выпрямление микроволнового тока в магнитных туннельных переходах с перпендикулярной магнитной анизотропией <i>К. В. Киселева, Г. А. Кичин, П. Н. Скирдков, К. А. Звездин</i>	107
Фазовые диаграммы редкоземельных ферримагнетиков с поверхностной анизотропией вблизи температуры компенсации <i>В. В. Юрлов, К. А. Звездин, А. К. Звездин</i>	112
Оценка параметров газонасыщенных осадков мелководной акватории с использованием векторного приемника <i>М. А. Иванов, П. Ю. Муханов, А. С. Шуруп</i>	119
Влияние траектории облучения на скорость тепловой абляции и объем разрушенной биоткани при ударно-волновом воздействии фокусированным ультразвуком <i>П. А. Пестова, П. В. Юлдашев, В. А. Хохлова, М. М. Карзова</i>	125
Вычисление полей, рассеянных на неоднородной области с большим волновым размером <i>Д. И. Зотов, О. Д. Румянцева, А. С. Черняев</i>	132
Использование геометрических свойств трех инвариантов в волновых задачах гидродинамики и электродинамики <i>В. М. Овсянников</i>	138
О пороговом значении амплитуды вертикальных вибраций, вызывающих рябь Фарадея на заряженной поверхности вязкой жидкости <i>Д. Ф. Белоношко</i>	148
Периодические поверхностные возмущения в концентрационно-стратифицированной вязкой жидкости <i>А. А. Очиров</i>	154
Динамика волновых ритмов головного мозга предсказывает скорость выполнения когнитивных задач <i>Н. А. Брусинский, А. А. Бадарин, А. В. Андреев, В. М. Антипов, С. А. Куркин</i>	160
Оценка сердечно-сосудистой системы эмбрионов <i>Danio rerio</i> с помощью высокочастотного ультразвукового сканера <i>Л. А. Зыкова, А. Б. Бурлаков, С. А. Титов, А. Н. Богаченков</i>	164

CONTENTS

Volume 88, No. 1, 2024

Wave Phenomena: Physics and Applications

Differentiation of optical signals using an integrated metal–dielectric–metal structure <i>A. I. Kashapov, E. A. Bezus, D. A. Bykov, L. L. Doskolovich</i>	5
Research of light diffraction on electrically controlled multiplexed multilayer inhomogeneous holographic diffraction structures photopolymerizing compositions with nematic liquid crystals <i>S. N. Sharangovich, V. O. Dolgirev, D. S. Rastrygin</i>	11
Properties of fractal speckle-like structures <i>O. M. Vokhnik, P. V. Korolenko, V. I. Mokhov</i>	19
Optical properties of multiplex vortex structures <i>A. M. Zotov, P. V. Korolenko, N. N. Pavlov</i>	24
Fine and rough structure of the frequency spectrum of high-power laser diodes during slow degradation <i>V. V. Bliznyuk, V. A. Parshin, A. G. Rzhanov, O. I. Semenova, A. E. Tarasov</i>	29
PT-symmetry and radiation structure of high-power laser diodes <i>A. G. Rzhanov</i>	35
Frequency up-conversion of an even coherent state <i>A. V. Belinsky, R. Singh</i>	40
On the influence of intrapulse Raman scattering on the dynamics of pulses in a gradient waveguide <i>V. A. Khalyapin, A. N. Bugay</i>	43
Non-perturbative theory of atomic systems interaction with intense laser fields <i>S. Yu. Stremoukhov</i>	48
Accounting for the energy dispersion of free carriers induced by powerful femtosecond laser radiation in dielectrics <i>K. V. Lvov, S. Yu. Stremoukhov</i>	54
Generation of optical-terahertz solitons by a few-cycle laser pulse <i>A. A. Kalinovich, S. V. Sazonov</i>	60
On the parametric few-cycle light bullets <i>K. V. Koshkin, S. V. Sazonov, A. A. Kalinovich, M. V. Komissarova</i>	68
Formation of quasiunipolar pulses in nonequilibrium magnetized plasma channels <i>A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, A. M. Popov</i>	74
Multiphoton ionization in a photonic crystal based on carbon nanotubes under the action of a few cycles optical pulse <i>Yu. V. Dvuzhilova, I. S. Dvuzhilov, M. B. Belonenko</i>	80

Electron gun with an auto-emission cathode based on carbon nanotubes for a powerful millimeter-range extended interaction klystron <i>V. E. Rodyakin, V. N. Aksenov</i>	85
Investigation of the third harmonic generation in a high-current relativistic Ka-band gyrotron <i>E. B. Abubakirov, A. N. Denisenko, A. N. Leontyev, K. V. Mineev, R. M. Rozental</i>	89
Simulation of electron-optical system for 300 GHz relativistic gyrotron <i>Yu. Yu. Danilov, A. N. Leontyev, A. M. Malkin, O. P. Plankin, R. M. Rozental, E. S. Semenov</i>	95
Characteristics of a distributed location system with an ultra-wideband probing signal <i>V. V. Kulagin, V. V. Valuev, V. N. Kornienko, V. A. Cherepenin</i>	100
Broadband rectification of microwave current in magnetic tunnel junctions with perpendicular magnetic anisotropy <i>K. V. Kiseleva, G. A. Kichin, P. N. Skirdkov, K. A. Zvezdin</i>	107
Phase transitions in rare-earth ferrimagnets with surface anisotropy near the magnetization compensation point <i>V. V. Yurlov, K. A. Zvezdin, A. K. Zvezdin</i>	112
Estimation of gas saturated sediments parameters in shallow water using vector receiver <i>M. A. Ivanov, P. Yu. Mukhanov, A. S. Shurup</i>	119
Impact of treatment trajectory on the thermal ablation rate and biological tissue volumetric lesion during irradiation by shock-wave focusing ultrasonic beam <i>P. A. Pestova, P. V. Yuldashev, V. A. Khokhlova, M. M. Karzova</i>	125
Calculation of fields scattered by inhomogeneous area with a large wave size <i>D. I. Zotov, O. D. Rumyantseva, A. S. Cherniaev</i>	131
Use of geometric properties of three invariants in wave problems of hydrodynamics and electrodynamics <i>V. M. Ovsyannikov</i>	138
On the threshold value of the vertical vibrations' amplitude causing Faraday ripples on the charged surface of a viscous liquid <i>D. F. Belonozhko</i>	148
Periodic surface disturbances in the concentrationally stratified viscous fluid <i>A. A. Ochirov</i>	154
Dynamics of brain wave rhythms predicts the speed of cognitive tasks <i>N. A. Brusinsky, A. A. Badarin, A. V. Andreev, V. M. Antipov, S. A. Kurkin</i>	160
Estimation of the cardiovascular system of Danio rerio embryos using high-frequency ultrasound scanner <i>L. A. Zykova, A. B. Burlakov, S. A. Titov, A. N. Bogachenkov</i>	164

УДК 535.4

ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ “МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК-МЕТАЛЛ”

© 2024 г. А. И. Кашапов^{1, 2, *}, Е. А. Безус^{1, 2}, Д. А. Быков^{1, 2}, Л. Л. Досколович^{1, 2}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт систем обработки изображений Российской академии наук” — филиал федерального государственного учреждения “Федеральный научно-исследовательский центр “Кристаллография и фотоника” Российской академии наук”, Самара, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва”, Самара, Россия

*E-mail: ar.kashapov@outlook.com

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Проанализированы возможности применения интегральных структур “металл-диэлектрик-металл”, расположенных в плоскопараллельном диэлектрическом волноводе, в задачах оптического дифференцирования первого и второго порядка профиля падающего оптического пучка в отражении. Согласно приведенным результатам численного моделирования в рамках электромагнитной теории дифракции, исследуемые структуры могут выполнять операции пространственного дифференцирования с высоким качеством. Полученные результаты могут найти применение в новых системах оптической обработки информации и оптических вычислений на основе интегральных структур нанофотоники.

DOI: 10.31857/S0367676524010015, EDN: SBPYGC

ВВЕДЕНИЕ

Дифференцирование оптических сигналов играет важную роль в аналоговой оптической обработке информации, позволяя извлекать необходимую информацию о пространственной и временной динамике оптических сигналов. В связи с развитием нанотехнологий и растущим интересом к высокоскоростным и компактным оптическим системам обработки информации разработка новых структур нанофотоники для дифференцирования оптических сигналов представляется важной и актуальной задачей.

Преобразование оптического сигнала, которое происходит при его отражении или при прохождении через дифракционную структуру, можно рассматривать как преобразование, осуществляемое линейной системой. Передаточная функция (ПФ) этой системы определяется коэффициентом отражения или пропускания структуры, рассматриваемым как функция угловой и (или) пространственной частоты [1–3]. Поскольку ПФ идеального дифференциатора имеет нуль на центральной (несущей) частоте, то для оптического дифференцирования необходимо, чтобы спектр отражения или пропускания дифракционной структуры содержал нули. Как правило, нули отражения и пропускания

обусловлены резонансными эффектами, связанными с возбуждением собственных мод структуры. Именно поэтому для дифференцирования широко используются различные резонансные структуры, в частности, резонансные дифракционные решетки [1, 2] и слоистые структуры [4–7].

Недавние исследования авторов настоящей работы показали, что простые трехслойные структуры “металл-диэлектрик-металл” (МДМ-структуры) позволяют оптически вычислить первую производную по пространственной переменной или во времени в отражении [5, 6]. Также было показано, что “каскадные” МДМ-структуры, состоящие из нескольких одиночных МДМ-структур, позволяют реализовать оптическое вычисление производных n -го порядка [7]. Важно отметить, что в широком диапазоне параметров всегда можно обеспечить требуемый для дифференцирования нуль отражения за счет выбора толщин слоев МДМ-структуры.

В настоящей работе рассмотрено применение интегральных аналогов слоистых МДМ-структур, состоящих из металлических “полос”, “погруженных” в плоскопараллельный волновод, для оптического дифференцирования пучков, распространяющихся в волноводе. Рассмотрено два типа интегральных МДМ-структур. Первый

тип — “одиночная” интегральная МДМ-структура, состоящая из двух металлических полос, разделенных “сегментом” волновода, и обладающая нулем отражения первого порядка. Как показано ниже, указанная структура может быть использована для оптического вычисления первой производной от профиля падающего пучка, распространяющегося в волноводе. Второй тип — “двойная” интегральная МДМ-структура, состоящая из двух последовательно расположенных одиночных МДМ-структур. Данная структура обладает нулем второго порядка и позволяет вычислить производную второго порядка профиля падающего пучка.

ОДИНОЧНАЯ ИНТЕГРАЛЬНАЯ МДМ-СТРУКТУРА

Структура для вычисления первой производной состоит из двух металлических полос, “погруженных” в одномодовый плоскопараллельный диэлектрический волновод (рис. 1а), толщина которого для рассматриваемых ниже примеров составляет 100 нм. В рассматриваемых примерах в качестве материала волновода выбран фосфид галлия (GaP), в качестве подложки — диоксид кремния (SiO_2), а материала области над структурой — воздух ($n_{\text{sup}} = 1$).

В работах [5, 6] исследовались неинтегральные МДМ-структуры, состоящие из двух металлических слоев, разделенных слоем диэлектрика. Формулы для расчета параметров МДМ-структур из работы [5] могут быть “перенесены” на случай интегральной геометрии при условии отсутствия т.н. “паразитного” рассеяния, которое может быть достигнуто при правильном выборе угла падения волноводной моды с ТЕ-поляризацией [8–10]. Предполагая данное условие выполненным, рассмотрим формулу для расчета ширины первой металлической полосы (при заданной ширине второй металлической полосы) для достижения нулевого отражения [5]:

$$\left| \frac{r(w_1)}{r^2(w_1) - t^2(w_1)} \right| = |r(w_2)|, \quad (1)$$

где $r(w)$, $t(w)$ — комплексные коэффициенты отражения и пропускания падающей волноводной моды через металлическую полосу шириной w ; w_1 , w_2 — ширины первой и второй металлических полос (1). Отметим, что в формуле (1) коэффициенты $r(w)$ и $t(w)$ предполагаются рассчитанными при фиксированных угле падения θ и длине волны λ падающей ТЕ-поляризованной волноводной моды. После нахождения ширины первой металлической полосы w_1 ширина диэлектрического сегмента волновода между металлическими полосами, обеспечивающая нулевое отражение, может быть найдена из формулы [5]:

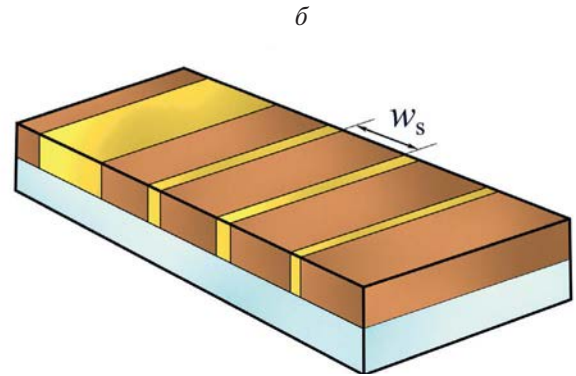
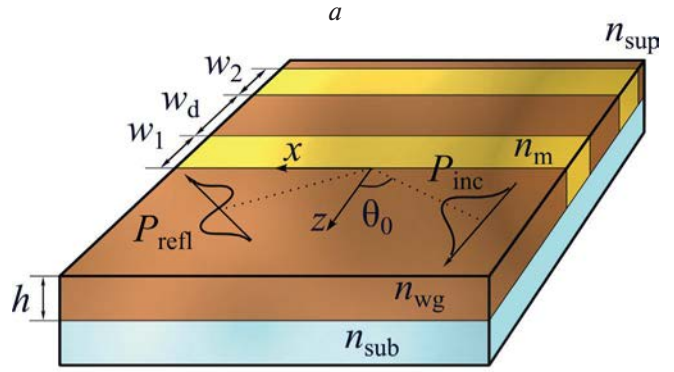


Рис. 1. Геометрия одиночной (а) и “двойной” (б) интегральных МДМ-структур, а также схематическое изображение вычисления первой пространственной производной одиночной МДМ-структурой (а).

$$w_d = \frac{1}{2k_0 n_{\text{eff}} \cos \theta} \times \left[\arg \frac{r(w_1)}{r^2(w_1) - t^2(w_1)} - \arg r(w_2) + 2\pi j \right], \quad (2)$$

$j \in \mathbb{Z}$,

где k_0 — волновое число, n_{eff} — эффективный показатель преломления (константа распространения, нормированная на волновое число) волноводной моды.

В настоящей работе будут рассмотрены две одиночные интегральные МДМ-структуры, отличающиеся материалами металлических полос. В первом случае в качестве материала металлических полос используется золото (Au) с показателем преломления $n_{\text{au}} = 0.1851 + 3.4123i$, во втором случае — хром (Cr) с показателем преломления $n_{\text{cr}} = 3.1451 + 3.3092i$. Показатели преломления указаны для длины волны в свободном пространстве $\lambda = 630$ нм (для данной длины волны $n_{\text{wg}} = 3.3212$, $n_{\text{sub}} = 1.4571$) [11, 12].

Для расчета параметров первой интегральной МДМ-структуры (с золотыми металлическими полосами) выберем ширину второй полосы w_2 равной 50 нм. Будем рассматривать наклонное падение

ТЕ-поляризованной моды волновода (эффективный показатель преломления $n_{\text{эф}} = 2.7567$) при угле падения $\theta = 50^\circ$, обеспечивающем отсутствие паразитного рассеяния. Для указанных параметров левая часть (1) рассчитывалась для диапазона значений w (моделирование проводилось в рамках электромагнитной теории дифракции методом [13]), и затем выбиралась ширина w_1 , обеспечивающая выполнение равенства (1). Таким образом было получено, что равенство (1) достигается при $w_1 = 28.5$ нм. Ширина разделяющего диэлектрического сегмента, найденная по формуле (2), составляет $w_d = 411$ нм. Аналогичным образом были рассчитаны параметры второй структуры (материал металлических полос — хром): $w_1 = 10.6$ нм, $w_d = 418.9$ нм, $w_2 = 50$ нм.

ДВОЙНАЯ ИНТЕГРАЛЬНАЯ МДМ-СТРУКТУРА

Структура, предлагаемая для вычисления второй производной, состоит из двух МДМ-структур, которые разделены сегментом волновода определенной ширины (рис. 1б). Рассмотрим методику и пример расчета двойной МДМ-структуры. В работе [7] приводятся формулы для расчета “каскадных” слоистых МДМ-структур, обладающих нулем отражения заданного порядка. Аналогично предыдущему разделу, данные формулы можно применить и в случае интегральной геометрии. Рассмотрим условие нуля отражения второго порядка

$$-\frac{\rho_1}{t_0^2} = e^{4ik_0 w_s n_{\text{эф}} \cos \theta} \rho_2, \quad (3)$$

где ρ_1 и ρ_2 — коэффициенты при линейных членах разложения в ряд Тейлора коэффициентов отражения для первой и второй одиночных интегральных МДМ-структур, имеющих нули отражения первого порядка, t_0 — комплексный коэффициент пропускания для первой структуры, w_s — ширина разделяющего сегмента волновода.

Условие (3) может быть записано аналогично (1), (2) в виде двух равенств модулей и аргументов. Метод расчета параметров двойной МДМ-структуры при этом также будет аналогичен описанному выше методу расчета параметров одиночной МДМ-структуры. Отличие заключается в том, что из равенства модулей будут определяться параметры первой МДМ-структуры (параметры второй МДМ структуры предполагаются фиксированными), а из равенства аргументов — ширина сегмента волновода между структурами w_s [7]. Отметим, что расчет двойной интегральной МДМ-структуры является гораздо более трудоемким с точки зрения времени вычислений по сравнению со случаем неинтегральных слоистых структур, ориентированных на работу с излучением, распространяющимся в свободном пространстве.

В качестве примера была рассчитана двойная МДМ-структура с золотыми металлическими полосами, ширины металлических и диэлектрических частей которой составляют:

$$[22.1, 415.5, 28.8, 324.7, 31.7, 408.8, 200.0] \text{ нм.} \quad (4)$$

Структура (4), обладающая нулем отражения второго порядка, будет рассмотрена далее для оптического вычисления второй производной.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим возможность применения исследуемых интегральных МДМ-структур для дифференцирования оптических сигналов, распространяющихся в волноводе, на примере “волноводного” аналога Гауссова пучка с профилем

$$P_{\text{inc}}(x_{\text{inc}}) = \exp\left(-x_{\text{inc}}^2/\sigma^2\right), \quad (5)$$

где σ — ширина пучка, заданного в системе координат падающего пучка (рис. 1а). Рассмотрим разложение падающего пучка по волноводным модам различных направлений (с пространственными частотами $k_{x,\text{inc}}$):

$$P_{\text{inc}}(x_{\text{inc}}) = \int_{\Omega} G(k_{x,\text{inc}}) \exp(ik_{x,\text{inc}}x) dk_{x,\text{inc}}, \quad (6)$$

где $G(k_{x,\text{inc}})$ — спектр падающего пучка, заданный в некоторой области Ω .

Как было отмечено ранее, преобразование падающего пучка рассматриваемой интегральной структурой можно рассматривать как преобразование линейной системой с передаточной функцией [5–7]:

$$H_s(k_{x,\text{inc}}) = R \left(\frac{k_{x,\text{inc}} \cos \theta + k_{x,0} \times}{\times \sqrt{1 - [k_{x,\text{inc}}/(k_0 n_{\text{эф}})]^2}} \right). \quad (7)$$

Таким образом, профиль отраженного пучка в локальной системе координат, связанной с ним (рис. 1а), будет иметь вид

$$P_{\text{refl}}(x_{\text{refl}}) = \int_{\Omega} G(k_{x,\text{inc}}) H_s(k_{x,\text{inc}}) \times \exp(ik_{x,\text{inc}}x_{\text{refl}}) dk_{x,\text{inc}}. \quad (8)$$

В случае одиночных МДМ-структур, имеющих нуль отражения первого порядка, ПФ $H_s(k_{x,\text{inc}}) \sim k_{x,\text{inc}} + O[k_{x,\text{inc}}^2]$ пропорциональна ПФ идеального дифференциатора первого порядка ($H_{\text{id}}(k_{x,\text{inc}}) = ik_{x,\text{inc}}$), и профиль отраженного пучка будет пропорционален первой производной P_{inc} [5–7]:

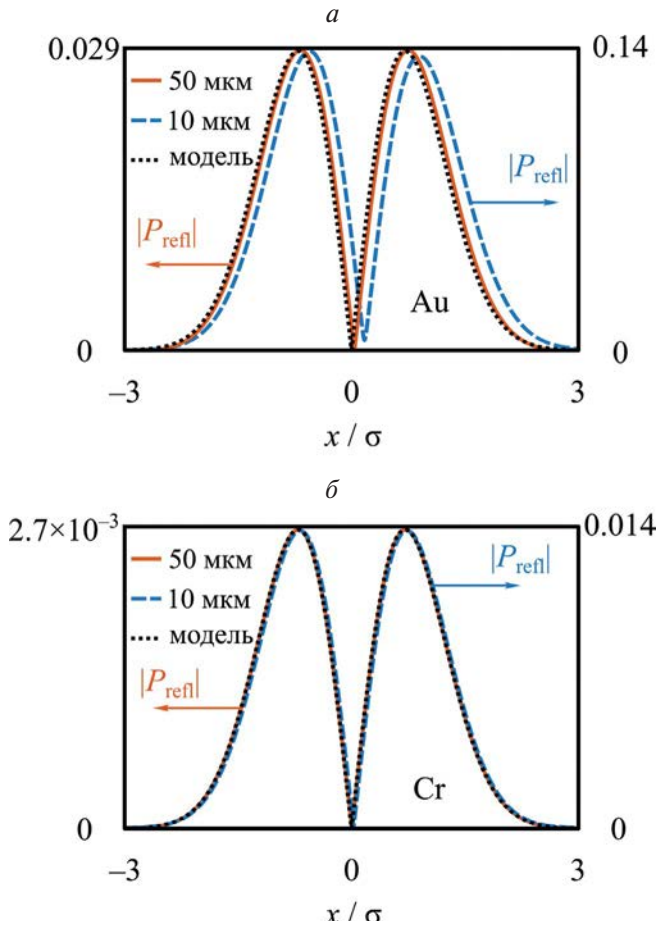


Рис. 2. Профили пучков при ширине $\sigma = 10$ мкм (пунктирная синяя линия) и $\sigma = 50$ мкм (сплошная линия), отраженных от интегральной МДМ-структуры с металлическими полосами из золота (а) и хрома (б); аналитическая функция, соответствующая производной (9) (пунктирная черная линия).

$$P_{\text{refl}}(x_{\text{refl}}) \sim \left. \frac{d}{dx_{\text{inc}}} P_{\text{inc}}(x_{\text{inc}}) \right|_{x_{\text{inc}}=x_{\text{refl}}}. \quad (9)$$

В случае двойной МДМ-структуры с нулем отражения второго порядка $H_s(k_{x,\text{inc}}) \sim k_{x,\text{inc}}^2 + O[k_{x,\text{inc}}^3]$ профиль отраженного пучка будет пропорционален второй производной [5–7]:

$$P_{\text{refl}}(x_{\text{refl}}) \sim \left. \frac{d^2}{dx_{\text{inc}}^2} P_{\text{inc}}(x_{\text{inc}}) \right|_{x_{\text{inc}}=x_{\text{refl}}}. \quad (10)$$

На рис. 2 показаны модули численно рассчитанных профилей пучков, отраженных от рассчитанных МДМ-структур с металлическими полосами из золота (рис. 2а) и хрома (рис. 2б) при $\sigma = 10$ мкм и $\sigma = 50$ мкм. Данные профили были

Табл. 1. Численные значения параметров для рис. 2.

Металл	σ , мкм	$\max P_{\text{refl}} $	СКО, %
Cr	10	0.014	0.081
	50	0.0027	0.055
Au	10	0.14	1.95
	50	0.029	0.094

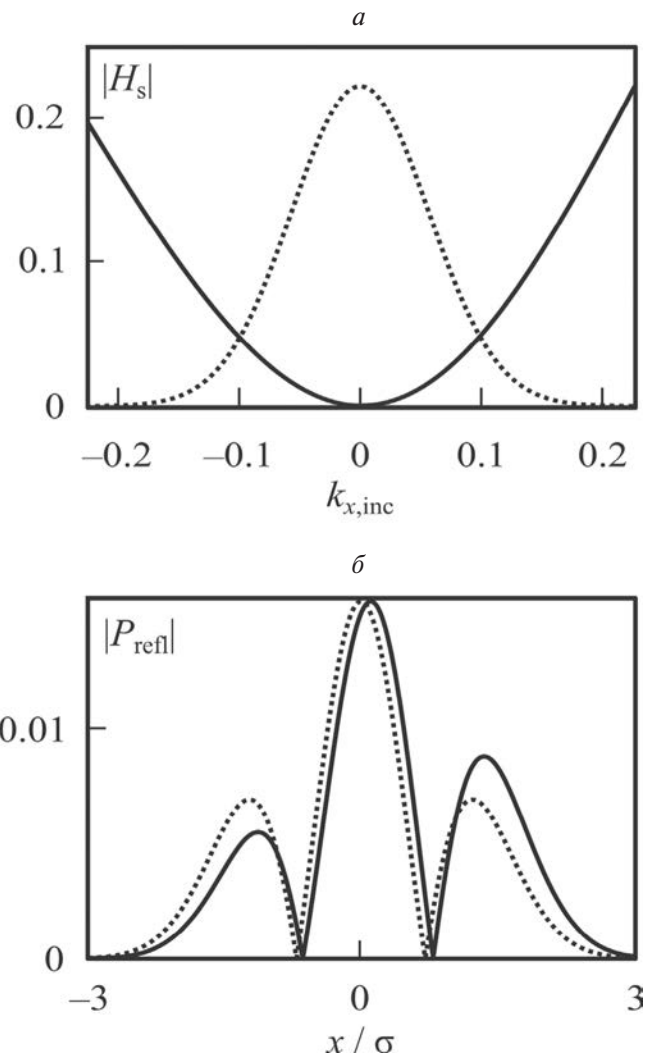


Рис. 3. Модуль ПФ исследуемой двойной интегральной МДМ-структуры (сплошная линия) (4) и нормированный спектр профиля падающего пучка (5) (пунктирная линия) (а); численно рассчитанный профиль отраженного пучка методом [13] (сплошная линия) и аналитическая функция, соответствующая второй производной (10) (пунктирная линия) (б).

рассчитаны в рамках электромагнитной теории дифракции с использованием метода [13] и близки к нормированным аналитически рассчитанным первым производным, показанным на рис. 2 черными пунктирными линиями. В табл. 1 приведены численные значения характеризующих качество дифференцирования величин (максимальной амплитуды отраженного пучка и нормированного среднеквадратичного отклонения (СКО) профиля отраженного пучка от аналитически рассчитанной производной), соответствующие рис. 2. При расчете СКО центральные минимумы отраженных пучков и аналитических производных помещались в одну точку. Как видно из табл. 1, при увеличении размера σ падающего пучка снижается СКО, но и уменьшается амплитуда отраженного пучка. При этом выбор материала металлических полос позволяет “управлять” соотношением между указанными характеристиками.

Рассмотрим далее возможность оптического вычисления второй производной (10) с помощью двойной МДМ-структуры (4). На рис. 3а представлена ПФ (7) исследуемой структуры, имеющей нуль отражения второго порядка. Как видно из рис. 3а, спектр падающего пучка с $\sigma = 25$ мкм лежит преимущественно в “интервале квадратичности” ПФ, в связи с чем можно ожидать хорошего качества вычисления второй производной. На рис. 3б черной сплошной линией показан модуль профиля отраженного пучка, рассчитанного с использованием метода [13], а пунктирной линией показана аналитически рассчитанная вторая производная. Нормированное СКО в этом случае составляет 5.9% (при расчете СКО центральные максимумы пучков помещались в одну точку).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано оптическое выполнение операций пространственного дифференцирования с помощью МДМ-структур, интегрированных в плоско-параллельный диэлектрический волновод. Рассчитаны одиночные и двойные МДМ-структуры, имеющие нули отражения первого и второго порядков соответственно. Результаты строгого численного моделирования показывают, что рассчитанные структуры позволяют выполнить операции

дифференцирования первого и второго порядков с высоким качеством. Полученные результаты могут найти применение при разработке новых систем оптической обработки информации и аналоговых оптических вычислений на основе интегральных структур нанопотоники.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00514, исследование интегральных МДМ-структур) и в рамках государственного задания ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН (реализация моделирующего программного обеспечения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bykov D.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A. // Opt. Lett. 2011. V. 36. No. 17. P. 3509.
2. Doskolovich L.L., Bykov D.A., Bezus E.A., Soifer V.A. // Opt. Lett. 2014. V. 39. No. 5. P. 1278.
3. Zhou Y., Zheng H., Kravchenko I.I., Valentine J. // Nature Photon. 2020. V. 14. P. 316.
4. Головастиков Н.В., Досколович Л.Л., Безус Е.А. и др. // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. № 2. С. 238; Golovastikov N.V., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al. // JETP. 2018. V. 154. No. 2. P. 202.
5. Kashapov A.I., Doskolovich L.L., Bezus E.A. et al. // J. Optics. 2021. V. 23. No. 2. Art. No. 023501.
6. Kashapov A.I., Doskolovich L.L., Bykov D.A. et al. // Comp. Opt. 2021. V. 45. No. 3. P. 356.
7. Doskolovich L.L., Kashapov A.I., Bezus E.A., Bykov D.A. // Photon. Nanostruct. Fundam. Appl. 2022. V. 52. Art. No. 101069.
8. Hammer M., Hildebrandt A., Förstner J. // Opt. Lett. 2015. V. 40. P. 3711.
9. Doskolovich L.L., Bezus E.A., Bykov D.A. // Photon. Res. 2018. V. 6. No. 1. P. 61.
10. Bezus E.A., Bykov D.A., Doskolovich L.L. // Opt. Lett. 2022. V. 47. No. 17. P. 4403.
11. <https://refractiveindex.info/>.
12. Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. No. 12. P. 4370.
13. Silberstein E., Lalanne P., Hugonin J.-P., Cao Q. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2001. V. 18. P. 2865.

Differentiation of optical signals using an integrated metal-dielectric-metal structure

A. I. Kashapov^{a, b, *}, E. A. Bezus^{a, b}, D. A. Bykov^{a, b}, L. L. Doskolovich^{a, b}

^a*Image Processing Systems Institute, National Research Centre “Kurchatov Institute”, Samara, 443001, Russia*

^b*Samara National Research University, 443086, Samara, Russia*

^{*}*e-mail: ar.kashapov@outlook.com*

We consider optical properties of integrated metal-dielectric-metal structures embedded in a dielectric slab waveguide and their application to the problems of first- and second-order optical differentiation of the profile of the incident optical beam in reflection. According to the presented numerical simulation results, the investigated structures enable performing the spatial differentiation operation with high quality. The presented results may find application in novel systems for optical information processing and analog optical computing based on integrated nanophotonic structures.

Keywords: metal-dielectric-metal structure, slab waveguide, optical differentiation, resonances in integrated structures.

УДК 535.421

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА ЭЛЕКТРИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫХ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ ФОТОПОЛИМЕРИЗУЮЩИХСЯ КОМПОЗИЦИЙ С НЕМАТИЧЕСКИМИ ЖИДКИМИ КРИСТАЛЛАМИ

© 2024 г. С. Н. Шарангович¹, *, В. О. Долгирев¹, Д. С. Растрьгин¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники”, Томск, Россия

*E-mail: shr@tusur.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Разработана аналитическая модель дифракции оптического излучения на мультиплексированных многослойных неоднородных дифракционных структурах, сформированных голографическим методом в фотополимеризующихся композициях с нематическими жидкими кристаллами, имеющих плавную оптическую неоднородность по толщине слоев. Путем численного расчета было показано, что при использовании приложенного электрического поля с различной полярностью к дифракционным слоям, а также варьируя азимутом поляризации считывающего пучка, угловая селективность дифрагированного пучка может трансформироваться с существенным смещением угловой селективности, что позволяет увеличить спектральную полосу пропускания в 4 раза по сравнению с обычными многослойными дифракционными структурами.

DOI: 10.31857/S0367676524010029, EDN: SBOFRM

ВВЕДЕНИЕ

В современных исследованиях получают все большее внимание многослойные неоднородные голографические дифракционные структуры (МНГДС), обладающие особым видом угловой селективности [1–6]. В отличие от стандартных голографических дифракционных структур (ГДС), МНГДС проявляют наличие локальных максимумов, интегрированных в общий контур селективности, который сохраняет сходство с одиночной ГДС [3–6]. Согласно исследованиям из [6–8], изменение отношения толщин дифракционного и буферного слоев, а также их числа может существенно повлиять на форму селективного отклика. Благодаря особенностям МНГДС возможным их применением является использование в качестве ключевых компонентов оптических спектральных фильтров или для генерации последовательности фемтосекундных лазерных импульсов [9–14].

В предыдущих исследованиях [7, 8] было показано, что при воздействии внешнего электрического воздействия на определенные дифракционные слои МНГДС, содержащие фотополимеризующиеся композиции с высокой долей содержания нематических жидких кристаллов (ФПМ-ЖК), возможно

управление видом селективного отклика. Благодаря высокой доле содержания ЖК дифракционный слой по толщине имел оптическую неоднородность, вследствие чего появлялась возможность не только трансформировать селективный отклик на выходе всей структуры, но также смещать его. Таким образом, если рассматривать каждый локальный максимум контура селективности как отдельную полосу пропускания для определенных длин волн, то на основе МНГДС возможно создание электрически управляемых оптических спектральных фильтров с функцией канальной перестройки.

Однако в проведенных исследованиях не было учтено влияние поляризации считывающего излучения и полярности прикладываемого напряжения на дифракционные характеристики МНГДС. Кроме этого, не была рассмотрена возможность считывания мультиплексированных МНГДС с ФПМ-ЖК, что в свою очередь также позволит расширить спектральные характеристики.

Таким образом, основными задачами в данной работе являются разработка новой аналитической модели дифракции оптического излучения на мультиплексированных МНГДС в ФПМ-ЖК и исследование дифракционных характеристик при

различной полярности прикладываемого электрического поля и поляризации считывающего светового излучения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

За основу математической модели дифракции оптического излучения на мультиплексированной МНГДС с ФПМ-ЖК будет использована модель, описанная в предыдущей работе [8]. Воздействие же управляющего электрического поля в описываемом устройстве достигается путем нанесения на стеклянные пластины оптически прозрачных электродов таким образом, что на апертуре пучка слабо расходящегося оптического излучения управляющее поле меняло свою полярность, и при этом исключалось соприкосновение нанесенных электродов. Слой с ФПМ-ЖК расположен между двумя пластинами, которые выполнены из оптически прозрачного материала (стекло). На внутреннюю сторону каждой пластины нанесены электроды из проводящего оптически прозрачного материала, например, оксида индия-олова. Электроды являются сплошными и плоскими по всей площади пластин.

Стоит отметить, что дифракционная структура в каждом слое также может быть наклонной, что обуславливается несимметричной последовательной (мультиплексированной) записью самих фотонных структур.

При решении задачи дифракции предположим, что световой пучок \vec{E}^0 , падающий на мультиплексированную МНГДС, имеет произвольную поляризацию с единичным комплексным вектором поляризации \vec{e}_0 (рис. 1). В случае брэгговской дифракции света в оптически неоднородных

ФПМ-ЖК слоях можно воспользоваться методом медленноменяющихся амплитуд и определить амплитуды взаимодействующих волн с помощью системы уравнений связанных волн в частных производных следующего вида [8]:

$$\begin{aligned} \vec{N}_{r0}^{m,n,n_h} \cdot \nabla E_0^{m,n,n_h} &= -iC_1^{m,n,n_h} \cdot n_1^{m,n,n_h} \times \\ &\times E_1^{m,n,n_h} \cdot \exp\left[+i\Theta^{m,n,n_h}\right], \\ \vec{N}_{r1}^{m,n,n_h} \cdot \nabla E_1^{m,n,n_h} &= -iC_0^{m,n,n_h} \cdot n_1^{m,n,n_h} \times \\ &\times E_0^{m,n,n_h} \cdot \exp\left[-i\Theta^{m,n,n_h}\right], \end{aligned} \quad (1)$$

где $C_j^{m,n,n_h}(\vec{E}) = \omega(\vec{e}_1^{m,n,n_h} \Delta \epsilon^{n,n_h}(\vec{r}) \vec{e}_0^{m,n,n_h}) \times (c_c n_{1,0}^{m,n,n_h} \cos \beta_{1,0}^{m,n,n_h})^{-1} / 4$ являются коэффициентами связи, $j = \{0,1\}$ — порядок дифракции, \vec{r} — радиус-вектор, n_h — номер записанной голограммы, $n = 1 \dots N$ — количество дифракционных слоев, N — номер последнего слоя, $m = o, e$ — индекс, соответствующий обыкновенным и необыкновенным волнам, n_1^{m,n,n_h} определяет нормированный профиль показателя преломления первой гармоники ГДС, $\Theta^{m,n,n_h}(\vec{r}, \vec{E})$ является параметром интегральной фазовой расстройки, которая выражается как [15]:

$$\Theta^{m,n,n_h}(\vec{r}, \vec{E}) = \int_0^{d_n} \Delta \bar{K}^{m,n,n_h}(\vec{r}, \vec{E}) d\vec{r}. \quad (2)$$

Интегральная фазовая расстройка $\Theta^{m,n,n_h}(\vec{E})$ является параметром, обладающим сложной

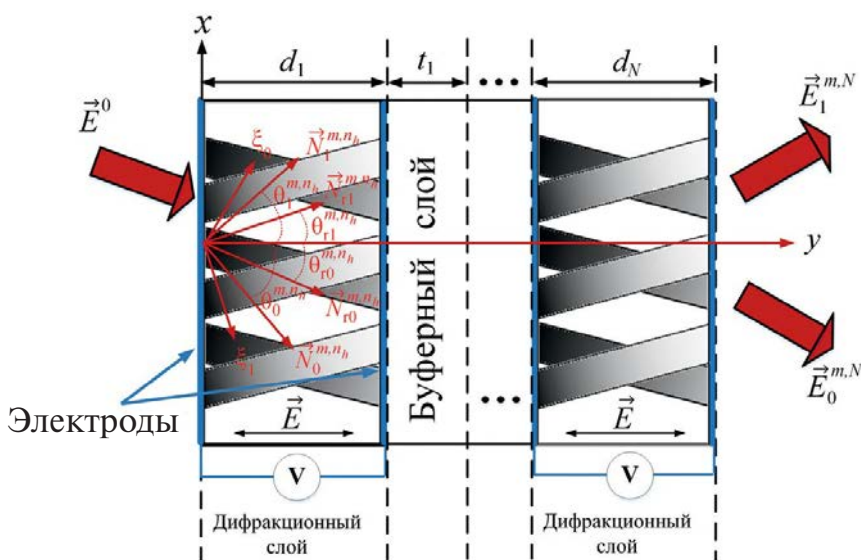


Рис. 1. Схема дифракции света на МНГДС с ФПМ-ЖК.

зависимостью, что в свою очередь осложняет процесс получения решений для уравнений связанных волн при высокой эффективности дифракции [15]. Однако решение все же может быть найдено, если каждый ФПМ-ЖК слой аппроксимировать параболической функцией вида [14]:

$$\begin{aligned} \Theta^{m,n,n_h}(\vec{r}, \vec{E}) &= \int \Delta \bar{K}^{m,n,n_h}(\vec{r}) d\vec{r} = \\ &= \int (\Delta K^{m,n,n_h} \bar{y}_0) d(\bar{y}_0 y) = \\ &= \Delta K_0^{m,n,n_h} y + \frac{t_y^{n,n_h}}{2} y^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Delta K_0^{m,n,n_h}$ является проекцией вектора $\Delta \bar{K}^{m,n,n_h}(\vec{r})$ на продольную ось y при $\vec{r} = 0$, а t_y^{n,n_h} определяет параметр аппроксимации, который более подробно описан в работе [15].

Следовательно, если ввести коэффициенты аппроксимации для Θ^{m,n,n_h} каждого дифракционного слоя вида, то:

$$\begin{aligned} \Theta^{m,1,n_h}(y_1, \vec{E}) &= \Theta_n^{n_h} + a_1^{n_h}(\vec{E})y_1 + \\ &+ b_1^{n_h}(\vec{E})y_1^2, \quad \text{при } n = 1, \\ \Theta^{m,n,n_h}(y_n, \vec{E}) &= \Theta^{n-1,n_h} + a_n^{n_h}(\vec{E})y_n + \\ &+ b_n^{n_h}(\vec{E})y_n^2, \quad \text{при } n = 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Theta_n^{n_h}$ определяет значение начальной интегральной фазовой расстройки, a^{n_h} и b^{n_h} являются коэффициентами аппроксимации, $y_n = 0 \dots d_n$ является координатой для n -го дифракционного слоя, удовлетворяющая условию дифракции Брэгга $\lambda d_n / \Lambda^2 \geq 1$.

Далее, сравнив выражения (3) и (4), возможно получить, что:

$$\Theta_n^{n_h} = 0, \quad a_n^{n_h}(\vec{E}) = \Delta K_0^{m,n,n_h}, \quad b_n^{n_h}(\vec{E}) = t_y^{n,n_h} / 2, \quad \text{где } n = 1, \dots, N.$$

Таким образом, возникает связь между слоями, которая задается параметром $\Theta^{m,n-1,n_h}$. Следовательно, для того чтобы получить решение для уравнений связанных волн (1), необходимо аппроксимировать параметр Θ^{m,n,n_h} для каждого слоя и определить коэффициенты a_n и b_n из выражения (4). Это возможно сделать путем минимизации интегральной среднеквадратической ошибки аппроксимации [15]:

$$er^{n,n_h}(y) = \frac{1}{d_n} \sqrt{\int_0^{d_n} (\Theta^{m,n,n_h}(y) - \Theta^{m,n,n_h}(y_n, \vec{E}))^2 dy_n},$$

где $\Theta^{m,n,n_h}(y)$ является параметром интегральной фазовой расстройки из (1), а $\Theta^{m,n,n_h}(y_n, \vec{E})$ является аппроксимирующей функцией.

В случае ближней зоны дифракции (рис. 1) выражения световых полей для нулевого и первого дифракционного порядка на выходе мультиплексированной МНГДС могут быть определены как:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1^{n,n_h}(\eta) &= \vec{e}_1^{o,n,n_h} E_1^{o,n,n_h} \times (\eta) \exp[-i \int_0^{d_n} \vec{k}_1^{o,n,n_h} d\vec{r}] + \\ &+ \vec{e}_1^{e,n,n_h} E_1^{e,n,n_h}(\eta) \exp[-i \int_0^{d_n} \vec{k}_1^{e,n,n_h} d\vec{r}], \\ \vec{E}_0^{n,n_h}(\xi) &= \vec{e}_0^{o,n,n_h} E_0^{o,n,n_h} \times (\xi) \exp[-i \int_0^{d_n} \vec{k}_0^{o,n,n_h} d\vec{r}] + \\ &+ \vec{e}_0^{e,n,n_h} \times E_0^{e,n,n_h}(\xi) \exp[-i \int_0^{d_n} \vec{k}_0^{e,n,n_h} d\vec{r}], \end{aligned}$$

где $\xi_0 = \xi$, $\xi_1 = \eta$, ξ_0 , ξ_1 — апертурные координаты.

Для нахождения распределения дифракционного поля в дальней зоне необходимо воспользоваться взаимосвязью пространственных распределений и угловых спектров дифрагирующих пучков [8]:

$$E_j^m(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} E_j^m(l) \exp[ik_j^m l \theta] dl,$$

где угол θ определяет ориентацию плосковолновых компонент $E_j^m(\theta)$ в отношении волновых нормалей, а $l = \xi_0, \xi_1$.

Затем, используя матричный метод, можно описать процесс преобразования частотно-угловых спектров взаимодействующих плоских световых волн через всю мультиплексированную МНГДС [6–8]:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{m,N} &= \\ &= (\vec{T}^{m,N,1} + \dots \vec{T}^{m,N,n_h} + \dots + \vec{T}^{m,N,N_h}) \cdot \vec{E}^0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\vec{T}^{m,N,n_h} = \vec{T}^{m,N,n_h} \cdot \vec{A}^{m,N-1} \cdot \vec{T}^{m,N-1,n_h} \cdot \dots \cdot \vec{A}^{m,1}$. $\vec{T}^{m,1,n_h}$ является матричной передаточной функцией всей МНГДС для n_h голограммы, $\vec{E}^{m,N} = \begin{bmatrix} E_0^{m,N}(\omega, \Delta K) \\ E_1^{m,N}(\omega, \Delta K) \end{bmatrix}$,

$\vec{T}^{m,n,n_h} = \begin{bmatrix} T_{00}^{m,n,n_h}(\omega, \Delta K) & T_{10}^{m,n,n_h}(\omega, \Delta K) \\ T_{01}^{m,n,n_h}(\omega, \Delta K) & T_{11}^{m,n,n_h}(\omega, \Delta K) \end{bmatrix}$ — матричная передаточная функция для n -го слоя n_h голограммы, $\vec{E}_0 = \begin{bmatrix} E_0(\omega, \Delta K) \\ 0 \end{bmatrix}$, ω — частота считываемого пучка, ΔK — фазовая расстройка, $\vec{A}^{m,n}$

является матрицей перехода для буферного слоя [8], N_h — количество записанных голограмм.

Компоненты матрицы \vec{T}^{m,n,n_h} определяются как [8]:

$$\begin{aligned} T_{00}^{m,n,n_h} &= -\frac{C_0^{m,n,n_h} C_1^{m,n,n_h} d_n^2}{4v_1 v_0} \times \\ &\times \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \times \\ &\times \Phi\left(\frac{d'}{b'} + 1, 2; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy, \\ T_{10,01}^{m,n,n_h} &= -i \frac{C_{1,0}^{m,n,n_h} d_n}{2v_{0,1}} \times \\ &\times \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m'(1-y) + \delta^2 n'(1-y)^2] \times \\ &\times \Phi\left(\frac{d'}{b'}, 1; b' \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy, \\ T_{11}^{m,n,n_h} &= -\frac{C_0^{m,n,n_h} C_1^{m,n,n_h} d_n^2}{4v_1 v_0} \times \\ &\times \int_{-1}^{+1} \exp[\delta m(1-y) + \delta^2 n(1-y)^2] \times \\ &\times \Phi\left(\frac{d'}{a} + 1, 2; a \delta^2 \frac{v_1}{v_0} (1-y^2)\right) dy, \end{aligned}$$

где $\Phi(a, b; c)$ является вырожденной гипергеометрической функцией первого рода, $\delta = d_n(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1) / 2v_1$, $\theta_{rj}^{m,n}$ — углы между групповыми нормальными $\vec{N}_{rj}^{m,n}$ и осью y , $\eta_j = \eta_j^{m,n} = \pm \sin \theta_{rj}^{m,n}$,

$$\begin{aligned} m &= \eta(-a + bv_1 / v_0) - i\Delta K' d_n / 2\delta, & v_j &= \\ &= v_j^{m,n} = \cos \theta_{rj}^{m,n}, & d' &= -\sigma^2, & m' &= \xi(-a' / 2 + \\ &+ b' v_1 / v_0) - i\Delta K' d_n / 2\delta, & a' &= -i \frac{t_y^2 v_1}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2}, \\ a &= i \frac{t_y^n v_1 v_0}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2}, & n' &= \frac{b' v_1}{v_0} - \frac{a'}{2}, \\ b &= i \frac{t_y^n v_0^2}{(\eta_1 v_0 + \eta_0 v_1)^2}, & n &= \frac{v_1}{v_0} \left(a - \frac{b v_1}{2v_0} \right), \\ b' &= -i \frac{t_y^n v_1 v_0}{(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1)^2}, & \sigma &= \frac{C_0^{m,n} C_1^{m,n}}{(\eta_1 v_0 - \eta_0 v_1)^2}. \end{aligned}$$

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

При проведении численного расчета дифракционная эффективность (ДЭ) на выходе мультиплексированной МНГДС будет определена по выражению:

$$\eta_d^{m,n}(\vec{E}, \Delta K) = \left[\eta_d^{m,n,1}(\vec{E}, \Delta K) + \dots + \eta_d^{m,n,N_h}(\vec{E}, \Delta K) \right] / N_h, \quad (6)$$

где:

$$\eta_d^{m,n,n_h}(\vec{E}, \Delta K) = \left| E_1^{m,n,n_h}(\vec{E}, \Delta K) \right|^2 / \left(\left| E_1^{m,n,n_h}(\vec{E}, \Delta K) \right|^2 + \left| E_0^{m,n,n_h}(\vec{E}, \Delta K) \right|^2 \right),$$

а элементы $E_{0,1}^{m,n,n_h}(\vec{E}, \Delta K)$ определяются через элементы матрицы \vec{T}^{m,n,n_h} .

Численный расчет будет проведен относительно двухслойной ГДС с однородными профилями показателя преломления, в которой были записаны 2 мультиплексированные дифракционные структуры с углами поворота образца на 10 и минус 10 градусов на длине волны $\lambda = 633$ нм и углами между записывающими пучками. Сам процесс формирования дифракционных структур в данном случае описывается фотополимеризационно-диффузионным механизмом записи. Параметры для моделирования: $\lambda_{\text{read}} = 1431$ нм — длина считывающей волны; $d_n = 15$ мкм — толщина ФПМ-ЖК слоя; $t_n = 4.75$ $d_n = 71.25$ мкм — толщина промежуточного слоя; $n_{\text{с}}^o = 1.535$ и $n_{\text{с}}^e = 1.68$ являются обыкновенными и необыкновенными показателями преломления для ЖК соответственно; $n_p = 1.535$ — показатель преломления для полимера; угол Брэгга для считывающей волны (λ_r) составляет $\theta_b = 45$ градусов.

На рисунках 2 и 3 приведены зависимости ДЭ двухслойной ГДС от длины волны считывающего излучения и приложенного электрического поля на все слои с одинаковой (рис. 2) и разной поляризованностью (рис. 3) при считывании световой волной, поляризация которой соответствует собственным необыкновенным волнам в образце.

Как видно из рисунков 2 и 3, при считывании световой волной с поляризацией, совпадающей с поляризацией собственных необыкновенных волн, и ростом значения прикладываемого внешнего электрического поля угловая селективность мультиплексированной МНГДС также имеет существенное смещение. При одинаковой поляризации прикладываемого электрического поля (рис. 2) происходит смещение угловой селективности в одну сторону со снижением общей ДЭ без трансформации. Наличие

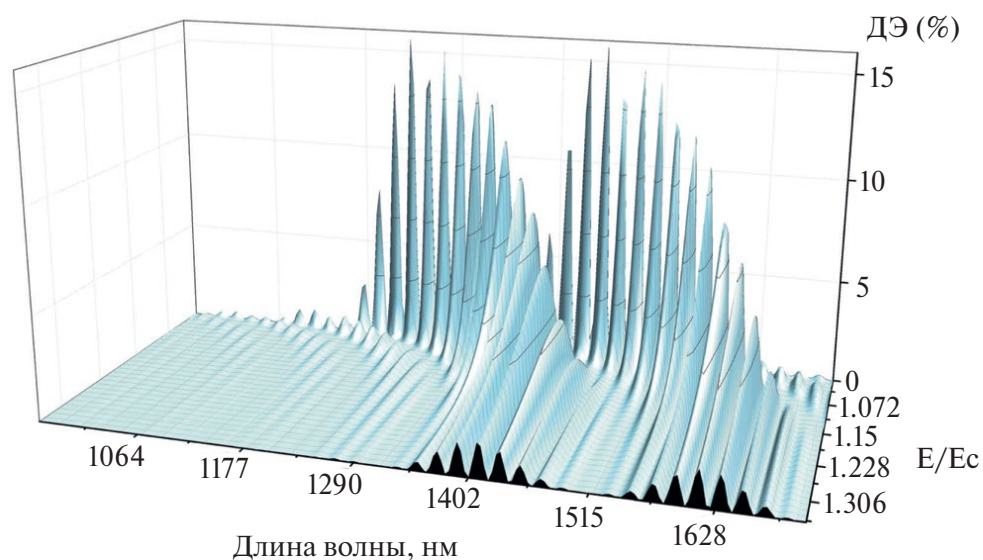


Рис. 2. Зависимость ДЭ мультиплексированной двухслойной ГДС от длины волны считывания и значения прикладываемого напряжения с одинаковой поляризованностью при считывании на необыкновенных волнах.

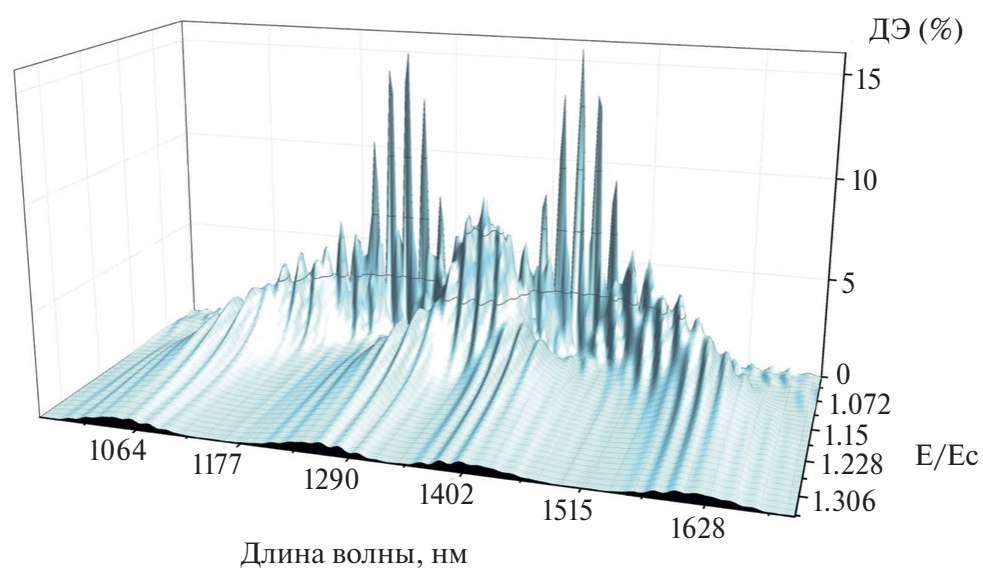


Рис. 3. Зависимость ДЭ мультиплексированной двухслойной ГДС от длины волны считывания и значения прикладываемого напряжения с разной поляризованностью при считывании на необыкновенных волнах.

двух мультиплексированных голограмм в данном случае позволяет увеличить спектральную пропускную способность в 2 раза по сравнению с обыкновенной МНГДС. Вместе с тем при разной поляризации прикладываемого напряжения смещение угловой селективности происходит уже в противоположные стороны с последующей ее трансформацией до вида стандартной ГДС. При этом общая спектральная полоса пропускания

может увеличиться в 4 раза по сравнению со стандартной МНГДС.

На рисунках 4 и 5 приведены зависимости ДЭ двухслойной ГДС от длины волны считывающего излучения и приложенного электрического поля на все слои с одинаковой (рис. 4) и разной поляризованностью (рис. 5) при считывании линейно поляризованной световой волной с азимутом поляризации 30 градусов.

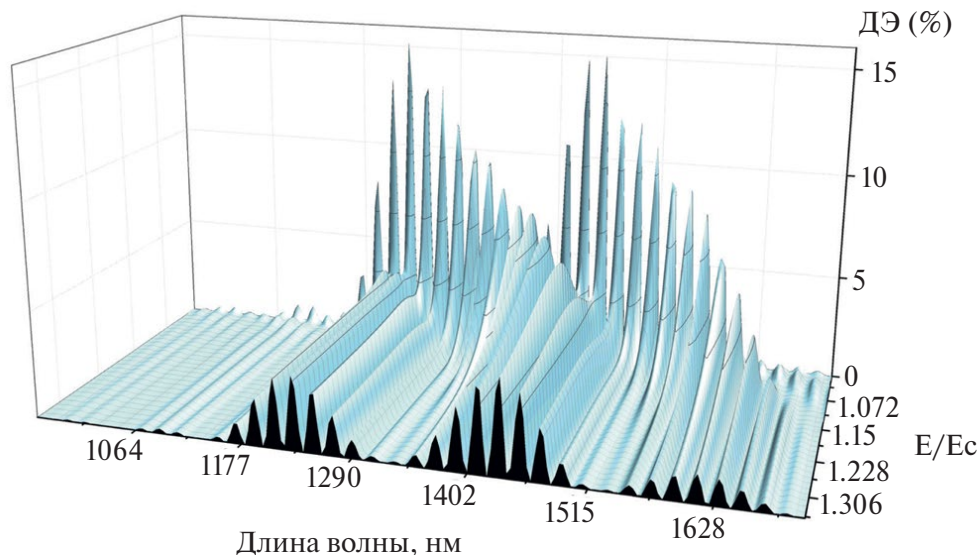


Рис. 4. Зависимость ДЭ мультиплексированной двухслойной ГДС от длины волны считывания и значения прикладываемого напряжения с одинаковой поляризованностью при считывании световым излучением с азимутом поляризации 30 градусов.

Как видно из рисунков 4 и 5, при считывании световой волной с поляризацией, частично отличающейся от поляризации собственных необыкновенных волн, происходит дифракция как на обыкновенных, так и на необыкновенных волнах. При дифракции на обыкновенных волнах угловая селективность не претерпевает никаких изменений с ростом прикладываемого внешнего электрического поля. Вместе с тем при дифракции на необыкновенных волнах также присутствует как снижение ДЭ, так и смещение угловой селективности с ростом прикладываемого внешнего электрического поля.

Для случая с одинаковой поляризованностью (рис. 4) сам вид угловой селективности не изменяется, и спектральная полоса пропускания может быть также увеличена до 4 раз по сравнению с обычной МНГДС без эффекта трансформации. Следовательно, при правильном подборе углов записи для дифракционных структур и угле поляризации считываемого излучения можно получить угловую селективность МНГДС, где разница значения ДЭ для локальных максимумов будет не ниже уровня минус 3 дБ. Данную особенность можно рассматривать в качестве инструмента по динамическому увеличению как числа спектральных каналов, так и выравниванию их уровня по интенсивности.

В случае с разной поляризованностью (рис. 5) трансформация угловой селективности наблюдается лишь для необыкновенных волн, что приводит к увеличению спектральной полосы пропускания также в 4 раза, по сравнению с обычной МНГДС,

но с частичной трансформацией селективного отклика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представлена разработанная аналитическая модель дифракции оптического излучения на электрически управляемых мультиплексированных многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах, сформированных в фотополимеризующихся композициях с нематическими жидкими кристаллами, имеющих плавную оптическую неоднородность по глубине слоев.

Выполнено теоретическое исследование дифракционных характеристик мультиплексированной двухслойной голографической дифракционной структуры. Установлено, что при считывании световой волной, поляризация которой совпадает с поляризацией собственных необыкновенных волн, и при одинаковой поляризованности прикладываемого внешнего электрического поля происходит снижение дифракционной эффективности с существенным смещением угловой селективности в одну сторону. А при разной поляризованности смещение угловой селективности происходит в обе стороны с последующей трансформацией, что приводит к увеличению спектральной полосы пропускания в 4 раза по сравнению с обычной многослойной структурой. При считывании световой волной, имеющей поляризацию, отличающейся от поляризации собственных необыкновенных волн, происходит дифракция света как на обыкновенных, так и на необыкновенных

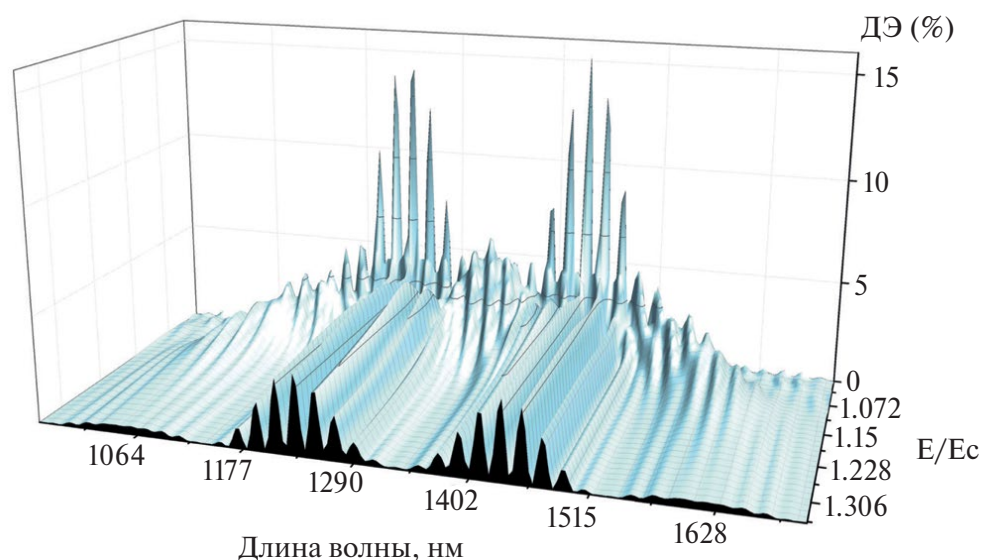


Рис. 5. Зависимость ДЭ мультиплексированной двухслойной ГДС от длины волны считывания и значения прикладываемого напряжения с разной поляризованностью при считывании световым излучением с азимутом поляризации 30 градусов.

волнах. Вследствие чего полоса пропускания может быть увеличена до 4 раз без трансформации селективного отклика при одинаковой поляризованности прикладываемого напряжения и с частичной трансформацией для необыкновенных волн при разной поляризованности.

Работа выполнена в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Malallah R., Li H., Qi Y. et al. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2019. V. 36. No. 3. P. 320.
2. Malallah R., Li H., Qi Y. et al. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2019. V. 36. No. 3. P. 334.
3. Pen E.F., Rodionov M.Yu., Chubakov P.A. // Optoelectron. Instrumen. Data Process. 2017. V. 53. P. 59.
4. Пен Е.Ф., Родионов М.Ю. // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 10. С. 919; Pen E.F., Rodionov M.Yu. // Quantum Electron. 2010. V. 40. No. 10. P. 919.
5. Nordin G.P., Johnson R.V. // J. Opt. Soc. Amer. A. 1992. V. 9. No. 12. P. 2206.
6. Didnik D.I., Semkin A.O., Sharangovich S.N. // J. Phys. Conf. Ser. 2021. V. 1745. Art. No. 012018.
7. Шарангович С.Н., Долгирев В.О. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 35; Sharangovich S.N., Dolgirev V.O. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 1. P. 18.
8. Шарангович С.Н., Долгирев В.О. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 12; Sharangovich S.N., Dolgirev V.O. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 7.
9. Yan X., Wang X., Chen Y. et al // Appl. Phys. 2019. V. 125. Art. No. 67.
10. Yan X., Gao L., Yang X., Dai Y. // Opt. Express. 2014. V. 22. No. 21. P. 26140.
11. Казанский Н.Л., Хоница С.Н., Карпеев С.В., Порфирьев А.П. // Квант. электрон. 2020. Т. 50. № 7. С. 629; Kazanskiy N.L., Khonina S.N., Karpeev S.V., Porfirev A.P. // Quantum Electron. 2020. V. 50. No. 7. P. 629.
12. Kudryashov S.I. // Appl. Surf. Sci. 2019. V. 484. P. 948.
13. Pavlov D. // Opt. Lett. 2019. V. 44. No. 2. P. 283.
14. Yan Aimin, Zhi Liren, Liu Yanan et al. // J. Opt. Soc. Amer. A. 2009. V. 26. No. 1. P. 135.
15. Устюжанин С.В., Шарангович С.Н. // Докл. ТУСУР. 2007. № 2. С. 192.

Research of light diffraction on electrically controlled multiplexed multilayer inhomogeneous holographic diffraction structures based on the photopolymerizing compositions with nematic liquid crystals

S. N. Sharangovich^{a, *}, V. O. Dolgirev^a, D. S. Rastrygin^a

^aTomsk State University of Control and Radioelectronics Systems, Tomsk, 634050, Russia

**e-mail: shr@tusur.ru*

We presented the developed analytical model of optical radiation diffraction on multiplexed multilayer inhomogeneous diffraction structures formed by the holographic method in photopolymerizing compositions with nematic liquid crystals having smooth optical heterogeneity in the thickness of the layers. By numerical calculation, it was shown that when using an applied electric field with different polarities to the diffraction layers, as well as varying the azimuth of the polarization of the reading beam, the angular selectivity of the diffracted beam can be transformed with a significant shift in angular selectivity, which makes it possible to increase the spectral bandwidth by 4 times compared to conventional multilayer diffraction structures.

УДК 535.8

СВОЙСТВА ФРАКТАЛЬНЫХ СПЕКЛОПОДОБНЫХ СТРУКТУР

© 2024 г. О. М. Вохник^{1, *}, П. В. Короленко¹, В. И. Мохов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

*E-mail: vokhnik@rambler.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Применительно к использованию в арт-терапии и офтальмологии рассмотрены свойства фрактальных спеклоподобных изображений. Для их построения использован как традиционный подход, основанный на применении двумерных фрактальных функций, так и новый прием, базирующийся на представлениях динамического хаоса. Раскрыта важная роль скейлинговых характеристик фурье-образов фрактальных световых структур.

DOI: 10.31857/S0367676524010034, EDN: SBKUMF

ВВЕДЕНИЕ

Методы фрактальной физики нашли применение при анализе и построении разнообразных пространственно-временных структур (см., например [1]). Большое внимание уделяется разработке и исследованию фрактальных световых полей, которые широко используются в устройствах различного назначения. Например, волновые пучки, сформированные при прохождении плоской волны через пластину с канторовским профилем пропуска, обеспечивают многократную фокусировку излучения в процессе распространения [2]. Фрактальные вихревые пучки в силу их высокой степени устойчивости к влиянию турбулентных неоднородностей нашли использование в атмосферных линиях связи [3].

В последнее время усилился интерес к изучению фрактальных спеклоподобных структур. Появился целый ряд свидетельств, указывающих на положительные примеры их использования в арт-терапии [4, 5] (терапии искусством), медико-биологических исследованиях [6], светотерапии [7] и офтальмологии [8–10]. Анализ литературных данных указывает на то, что эффективность использования световых структур в арт-терапии, светотерапии и офтальмологии независимо от общей фактуры их амплитудно-фазового распределения существенно зависит от присутствия в них фрактальных признаков. Обращает на себя внимание впервые отмеченный в работе [8] факт улучшения психологического состояния пациента в ходе устранения глазной патологии. В [7] данные о снижении уровня беспокойства, разгрузке систем восприятия и положительной

динамике влияния фрактальных лазерных визуальных динамических изображений на функциональное состояние человека получены методами электроэнцефалографии. Указанная связь между методами фрактальной терапии в офтальмологии и арт-терапии может быть объяснена особенностями обработки оптических сигналов в коре головного мозга. Ключевой момент, определяющий эту связь, состоит в том, что фурье-образы фрактальных световых полей, формируемые при обработке оптических сигналов в коре головного мозга, также обладают фрактальной структурой [11]. Благодаря этому низкие и высокие пространственные частоты обрабатываются в нейронной сети коры по одному алгоритму, что улучшает восприятие оптических изображений и усиливает связь между задействованными группами нейронов. В таких условиях у пациента возникает чувство комфорта, связанное с более легким восприятием особенностей изображения.

Способы генерации таких световых полей чаще всего используют алгоритмы, основанные на свойствах детерминированных и случайных функций [11] с фрактальными свойствами. В последнее время появились также сообщения о возможности использования моделей, базирующихся на представлениях о динамическом хаосе [12]. Цель данной работы состоит в том, чтобы установить, в какой степени различие подходов к формированию оптических фрактальных изображений и разброс используемых параметров может повлиять на проявление и связь скейлинговых свойств изображений и их пространственных спектров.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ФУНКЦИИ ВЕЙЕРШТРАССА

На первом этапе исследований поставленная задача решалась путем моделирования световых распределений с помощью двумерной функции Вейерштрасса [11]. Она имеет вид:

$$W_{k,m} = \sigma \left[\sum_{v=0}^V \sum_{i=0}^N b^{(D-2)i} \cdot \sin \left[2\pi s b^i \left(\left[k - \frac{K+1}{2} \sin(\alpha v) + \left(m - \frac{K+1}{2} \right) \cos(\alpha v) \right] + \Psi_i + \Psi_v \right) \right] \right] + A. \quad (1)$$

Здесь $W_{k,m}$ — амплитуда поля, k, m — дискретные поперечные координаты ($0 \leq k, m \leq K$), K — размер рабочего поля, обеспечивающий удовлетворительное разрешение деталей распределения амплитуды, σ — стандартное отклонение амплитуды от среднего значения, N — количество гармоник, V — количество азимутальных парциальных волн, i — номер гармоники, v — индекс азимутальной волны, α — элементарный азимутальный угол поворота, D — фрактальная размерность, b — параметр скейлинга, s — масштабирующий параметр, Ψ_i, Ψ_v — фазы компонент поля, A — компонента с однородным распределением амплитуды поля.

При случайных значениях фаз Ψ_i, Ψ_v поле приобретало спеклоподобный вид.

Для оптимального применения в различных целях двумерных фрактальных оптических структур важно знание возможностей и способов управления их фрактальными, а также статистическими свойствами: функцией плотности вероятности интенсивности спекл-паттернов; средним характерным размером спеклов, их распределением по размерам. Такое управление можно осуществлять, варьируя параметры двумерной функции Вейерштрасса.

Характерное для генерируемых спекловых полей распределение интенсивности, соответствующие ему фурье (пространственный) спектр и гистограмма показаны на рис. 1 при следующих значениях параметров: $\sigma = 0.15$, $V = 24$, $N = 6$, $b = 2.0$, $D = 1.3$, $s = 0.03$, Ψ_i, Ψ_v — распределены случайным образом от 0 до 2π .

Гистограмма зависит от величины дополнительного однородного поля A , количества v азимутальных компонент и фрактальной размерности D функции Вейерштрасса. Статистика распределения интенсивности (см. рис. 1в) приближается к релеевской при стремлении A к нулю, увеличении числа v азимутальных компонент и фрактальной размерности D функции Вейерштрасса.

В процессе моделирования спекловых структур для различных наборов параметров было установлено, что распределения интенсивности независимо от ее статистики и их пространственных спектров обладают фрактальными свойствами. Их фрактальная размерность определялась на основе анализа поведения структурной функции [13]. Для нее использовалось следующее выражение:

$$C_j = \frac{1}{(K-2^j)} \sum_{k=0}^{K-2^j} \sum_{m=0}^{K-2^j} \left| I_{k+2^j,m} - I_{k,m+2^j} \right|. \quad (2)$$

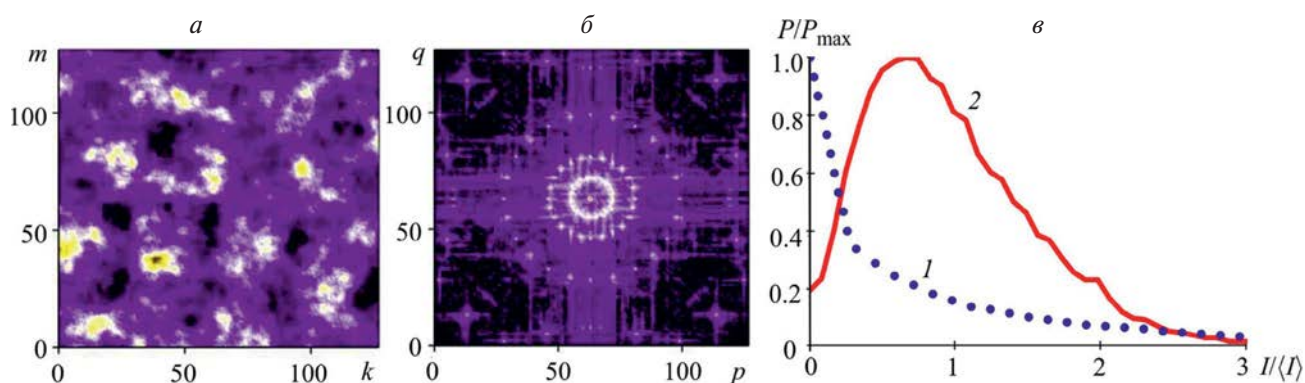


Рис. 1. Характеристики спеклоподобного поля (расчет): распределение интенсивности (а), структура пространственного спектра (б) (p, q — пространственные частоты), гистограммы распределения интенсивности (в) (1 — релеевская ($A = 0$) и 2 — нерелеевская ($A = 2$) статистика).

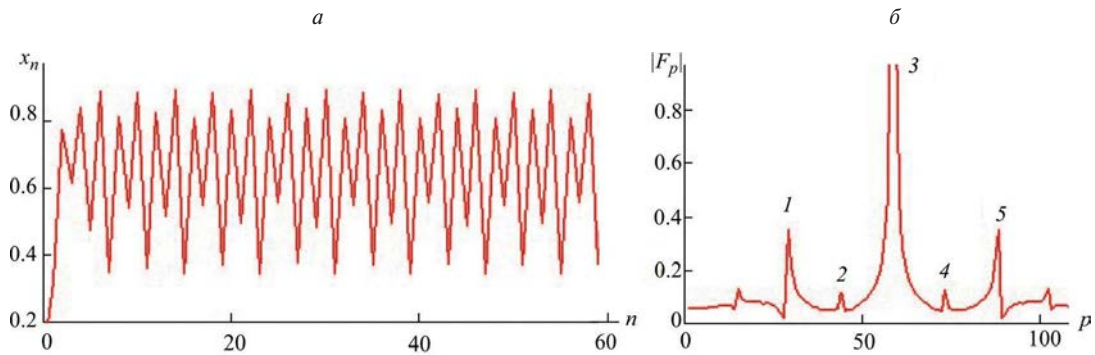


Рис. 2. Динамическая зависимость x_n от n (а), ее фурье-образ (б) (p – пространственная частота, $|F_p|$ – амплитуда спектральных компонент).

Здесь I – интенсивность ($I = |W|^2$), K – размер рабочего поля, $j = 0 - 3$. По углу наклона графика этой функции, построенного в двойном логарифмическом масштабе, определяется сначала параметр Херста H , а затем из соотношения $D = 2 - H$ – фрактальная размерность D_f двумерной спекловой структуры.

Величина D_f уступала величине фрактальной размерности функции Вейерштрасса D , задаваемой в (1), оставаясь меньше ее на 10–20%. Такое расхождение становится понятным, если учесть, что размерность D соответствует предельно возможному пространственному разрешению исследуемой структуры, а размерность D_f характеризует фрактальные свойства реального сгенерированного изображения. Величина D_f уступала также (на 35–20%) фрактальной размерности пространственных спектров, которая практически не зависела от величины D . Этот факт является важным свидетельством высокой степени структурной устойчивости спектров Фурье.

Распределение спеклов интенсивности двумерной спекловой структуры по размерам было исследовано методами вейвлет-анализа. Установлено, что средний размер спеклов интенсивности уменьшается по мере увеличения фрактальной размерности D , количества азимутальных компонент V , образующих двумерную структуру, и уменьшения амплитуды A дополнительной плоской волны. При этом доля мелких спеклов в распределении интенсивности возрастает.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА

Во второй части работы рассматривается возможность получения фрактальных спеклоподобных изображений путем использования моделей динамического хаоса. В расчетах используются характеристики логистического квадратичного отображения [12],

которое демонстрирует хаотическую динамику. Его можно описать простым выражением:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n), \quad (3)$$

определяющим связь между множеством x_n и x_{n+1} . Управляющий параметр λ меняется в диапазоне от 0 до 4.

Логистическое отображение обладает фрактальными свойствами. Обычно их наличие демонстрируют на основе анализа фрактальной структуры так называемой бифуркационной диаграммы, описывающей связь возможных значений x с управляющим параметром λ . Изменение управляющего параметра влечет самоподобный каскад бифуркаций удвоения периода, обуславливающий переход к хаосу.

В данной работе для определения фрактальных характеристик логистического отображения был выбран другой путь. Он был основан на обнаруженной в ходе проводимого анализа фрактальности зависимости x_n от n на границе перехода к хаосу. Эта граница лежит вблизи значения $\lambda = 3.565$. На рис. 2а для указанного значения управляющего параметра показана зависимость x_n от n , а на рис. 2б представлен ее фурье-образ F_p (он рассчитывался на основе быстрого преобразования Фурье).

Фурье-образ обладает определенным самоподобием. Расположение максимумов амплитуды, помеченных цифрами 1, 3, 5, имеет схожий характер с расположением максимумов 2, 3, 4. Коэффициент подобия (скейлинга) для указанных конфигураций максимумов оказывается равным $b = 2$.

С использованием спектрального представления (рис. 2б) может быть построено двумерное фрактальное изображение (см. рис. 3а). Для него использовалось выражение:

$$M_{p,q} = |F_p| |F_q|. \quad (4)$$

Красным цветом на рисунке обозначены спеклоподобные выбросы интенсивности

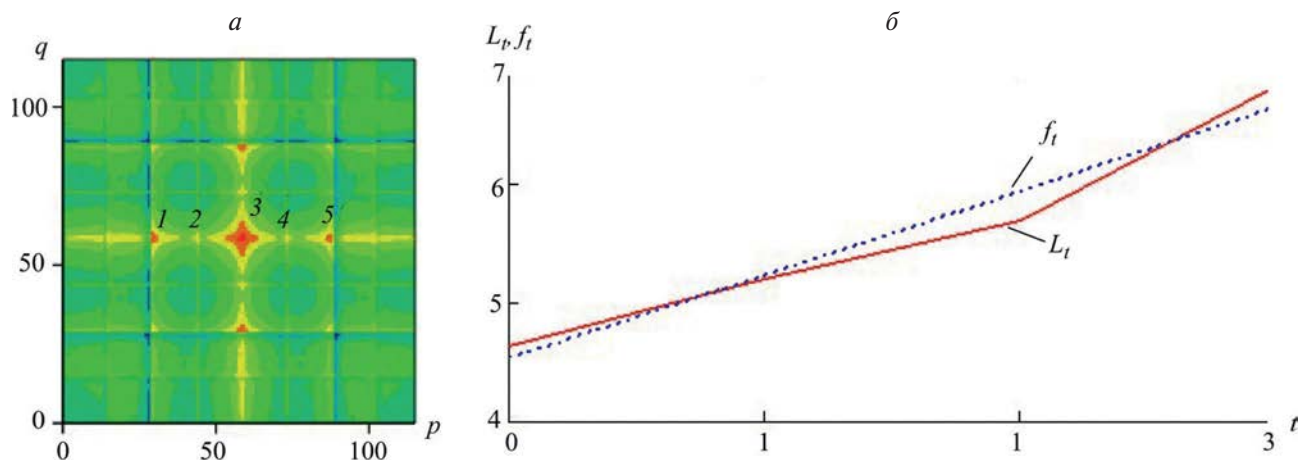


Рис. 3. Фрактальное изображение $M_{p,q}$ (а). График структурной функции (б) (сплошная линия L_t), линейная аппроксимация (пунктир f_t).

(некоторые из них обозначены цифрами 1–5). С точки зрения расположения они формируют самоподобные структуры с геометрией, отражающей структуру фурье-образа на рис. 2б.

Рядом на рис. 3б показан график L_t соответствующей структурной функции, построенный в двойном логарифмическом масштабе. Здесь же для сравнения показан близкий к нему график линейной функции f_t . Высокий коэффициент корреляции между этими графиками $r = 0.98$ доказывает фрактальность изображения на рис. 3а. Исходя из наклона линейной аппроксимации графика структурной функции находились параметр Херста и фрактальная размерность D_M [13]. В нашем случае величина D_M оказывается равной $D_M = 1.3$. По литературным данным [9], световые структуры с такой фрактальной размерностью характеризуются высокой эффективностью при использовании в медицинских технологиях. С точки зрения практического использования описанный способ генерации фрактальных структур удобен также в том отношении, что позволяет путем изменения количества итераций n менять эффективный размер спекловых образований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненное моделирование свойств фрактальных световых структур показало, что, несмотря на принципиально отличающиеся способы их получения и разнообразие задаваемых параметров, соответствующие им пространственные спектры также обладают фрактальными свойствами. При этом несущественно, имеет ли структура регулярный или случайный (спеклоподобный) вид. Наличие скейлинга в спектрах позволяет объяснить высокую эффективность использования пространственно-временных световых структур

с фрактальными свойствами при решении задач в области офтальмологии и арт-терапии [4, 7]. Возможность генерировать световые поля с фрактальной размерностью в диапазоне 1.2–1.5, близкой к размерности многих природных объектов, позволяет с учетом предыстории развития когнитивных процессов у человека заметно повысить эффективность фотостимуляции.

Помимо важных приложений фрактальные спеклоподобные структуры являются ценным объектом для физических исследований общего характера. В частности, представляют интерес их статистические характеристики. Одним из результатов данной работы является указание на возможность при сохранении фрактальных свойств принципиально изменять статистику распределения интенсивности путем перехода от релевской к нерелевской статистике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ружицкая Д.Д., Рыжикова Ю.В. // Изв. РАН Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 902; Ruzhitskaya D.D., Ryzhikova Yu.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 756.
2. Muzichenko Ya.B., Zinchik A.A., Stafeev S.K. // Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 2010. V. 6. No. 70. P. 22.
3. Korolenko P.V. // Phys. Wave Phenom. 2020. V. 28. No. 4. P. 313.
4. Пьянкова С.Д. // Психол. иссл. 2016. Т. 9. № 46. С. 12.
5. Malchiodi C.A. Handbook of art therapy. N. Y.; L.: The Guilford Press, 2003.
6. Ульянов А.С. // Изв. Самар. НЦ РАН. 2010. Т. 12. № 4. С. 117.

7. Прокопенко В.Т., Матвеев Н.В., Олейник Р.В. и др. // Светотехника. 2021. № 4. С. 50.
8. Каданер Г.И., Овчинников Б.В., Рубинштейн М.М. // Оптич. журн. 2007. Т. 74. № 12. С. 19.
9. Зуева М.В., Ковалевская М.А., Донкарева О.В. и др. // Офтальмология. 2019. Т. 16. № 3. С. 317.
10. Матросова Ю.В., Фабрикантов О.Л. // Офтальмология. 2018. Т. 15. № 2S. С. 52.
11. Зотов А.М., Короленко П.В., Мишин А.Ю., Рыжикова Ю.В. // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2019. № 6. С. 52; Zotov A.M., Korolenko P.V., Mishin A.Yu., Ryzhikova Yu.V. // Moscow Univer. Phys. Bull. 2019. V. 74. No. 6. P. 625.
12. Прошин Ю.Н., Шакиров М.А. Моделирование и визуализация нелинейных динамических систем. Учебно-методическое пособие. Казань: Казанский университет, 2017. 36 с.
13. Короленко П.В., Маганова М.С., Меснянкин А.В. Новационные методы анализа стохастических сигналов и структур в оптике. М.: НИИЯФ МГУ, 2004. 81 с.

Properties of fractal speckle-like structures

O. M. Vokhnik^{a, *}, P. V. Korolenko^a, V. I. Mokhov^a

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: vokhnik@rambler.ru

Regarding the use in art therapy and ophthalmology, the properties of fractal speckle-like images are considered. For their construction, both the traditional approach based on the use of two-dimensional fractal functions and a new technique based on the representations of dynamic chaos were used. The important role of the scaling characteristics of the Fourier transforms of fractal light structures is revealed.

Keywords: speckle structure, fractality, dynamic chaos, Fourier transform, spatial spectrum.

УДК 535.8

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МУЛЬТИПЛЕКСНЫХ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР

© 2024 г. А. М. Зотов¹, П. В. Короленко¹, *, Н. Н. Павлов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

*E-mail: pvkorolenko@rambler.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Применительно к разнообразным прикладным задачам рассмотрена группа вопросов об оптимизации характеристик вихревых световых пучков, использующихся в мультиплексных оптических системах. Предложен новый способ формирования систем сингулярных пучков с мелкомасштабными дислокационными образованиями, которые обеспечивают высокую степень устойчивости их структуры к влиянию дифракционных эффектов.

DOI: 10.31857/S0367676524010048, EDN: SBDXNB

ВВЕДЕНИЕ

Очень часто при проведении экспериментов и разработке оптических устройств востребованными являются световые пучки с дислокационной структурой волнового фронта [1, 2]. Даже обычные спекловые поля, образующиеся при прохождении света через случайно неоднородные пластины или среды, обладают системой фазовых сингулярностей в виде винтовых дислокаций [3]. По их количеству можно судить о величине присутствующих в оптическом тракте неоднородностей. Лазерные пучки с регулярной системой дислокаций благодаря своим свойствам могут с высокой степенью эффективности использоваться в оптических системах связи [4]. При анализе фазовых изображений наличие в них фазовых сингулярностей позволяет преодолеть дифракционные ограничения по разрешению [5]. Мультиплексные системы, включающие набор волновых пучков с единичными дислокациями на волновом фронте, нашли применение в оптических пинцетах, позволяющих захватывать и перемещать малые частицы [6, 7]. При оптимизации работы указанных систем и устройств часто необходимым является требование, чтобы при дифракционном распространении излучения в их оптических каналах общий вид распределения амплитуды и фазы в поперечном сечении не претерпевал существенных изменений. Цель данной работы состоит в решении этой задачи на основе нового подхода к созданию мультиплексной оптической системы с предельно малыми дислокационными образованиями и высокой структурной устойчивостью.

РЕГУЛЯРНАЯ МУЛЬТИПЛЕКСНАЯ СИСТЕМА С МЕЛКОМАСШТАБНЫМИ ДИСЛОКАЦИЯМИ

Мультиплексная система строилась из набора ячеек, в центре которых располагался парциальный пучок с винтовой дислокацией волнового фронта. На рис. 1 приведен фрагмент из четырех соседних ячеек. Для того чтобы на границах ячеек приравнять значения фазы пучков, направление поперечных координат x , y в соседних ячейках изменялось (см. рис. 1).

Предельно малая по ширине винтовая дислокация моделировалась путем азимутального вращения линейной дислокации, обладающей одной сингулярной линией. Амплитуду поля в области линейной дислокации с максимально возможным градиентом фазы можно представить в виде выражения:

$$E(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^P \frac{\sin\left((2k+1)\frac{\pi x}{d}\right)}{2k+1}, \quad (1)$$

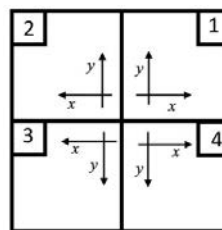


Рис. 1. Фрагмент мультиплексной системы.

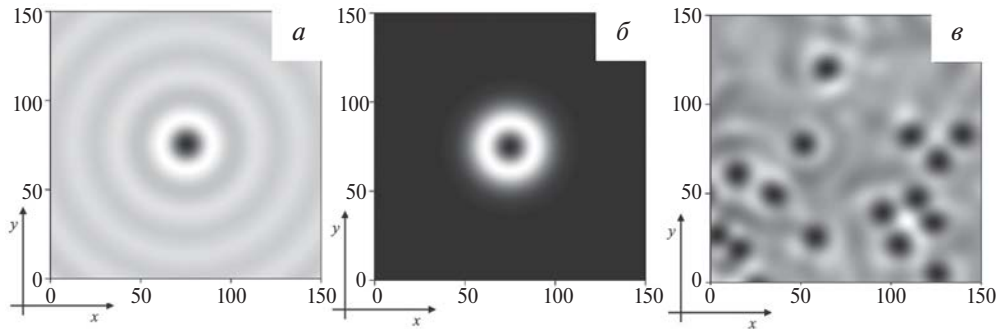


Рис. 2. Образующие пучки мультиплексных систем: пучок на основе краевой дислокации (а), цилиндрическая мода TEM_{01} (б), случайно расположенные дислокации (в).

где P — число синусоидальных гармоник. Считалось, что координатная ось x перпендикулярна сингулярной линии и содержит N значащих точек; $d = N/2$.

Процедура вращения обеспечивала примерно постоянный уровень интенсивности в окрестности сингулярной точки. Ширина w дислокационного образования определялась как ширина распределения интенсивности на полувысоте от точки сингулярности. Используемый для построения винтовой дислокации алгоритм [6] позволял выразить w посредством формулы:

$$w = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{d}{(P+1)}. \quad (2)$$

СРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МУЛЬТИПЛЕКСНЫХ СИСТЕМ С РАЗЛИЧНЫМИ ОБРАЗУЮЩИМИ ПУЧКАМИ

Изображение парциального пучка мультиплексной системы, полученного путем вращения линейной дислокации (мультиплекс I), показано на рис. 2а. Характеристики мультиплекса I были сопоставлены с характеристиками мультиплексов, построенных с применением пучков с иной дислокационной структурой. С этой целью для мультиплекса II были использованы цилиндрические моды Лагерра-Гаусса TEM_{01} (рис. 2б), а для мультиплекса III — спеклоподобные пучки с системой винтовых дислокаций (рис. 2в).

Для уменьшения эффективной площади дислокаций спеклоподобная структура предварительно подвергалась процедуре сжатия. Сжатие осуществлялось путем применения итерационного алгоритма Герцберга-Секстона, применяющегося при решении фазовой проблемы в оптике [8]. Он позволял в 4–5 раз уменьшить размеры дислокаций. Структуры, предназначенные для сравнения, строились таким образом, чтобы изначальные

эффективные размеры дислокаций были такими же, как и у претерпевшей вращение краевой дислокации.

Был подробно изучен процесс распространения в свободном пространстве световых структур, соответствующих мультиплексам I–III. Для определения изменений в их амплитудно-фазовом распределении использовался метод разложения начального поля по плоским волнам. Амплитуды плоских волн определялись с помощью двумерного быстрого преобразования Фурье. В ходе сравнения динамических характеристик различных мультиплексов особое внимание уделялось неизменности положения центров дислокационных образований и сохранению формы амплитудно-фазового распределения. Расчеты показали, что наибольшей структурной устойчивостью к влиянию дифракции в процессе распространения обладает мультиплекс I. До расстояния от начальной плоскости $z = 0.015 T$ (T — длина самовоспроизведения начальной периодической структуры) он сохранял общую форму амплитудно-фазового распределения при неизменном положении центров дислокационных образований. Мультиплексы с другими типами дислокаций на таком же удалении от начальной плоскости кардинальным образом меняли свою форму. Это происходило вследствие перекрытия и последующей интерференции парциальных пучков, происходящих на более близких расстояниях от начальной плоскости. Эти эффекты вызывали значительные искажения светового поля. Наиболее сильно искажалось поле мультиплекса III. Уже начиная с расстояния $z = 0.002 T$ присущие ему случайно расположенные дислокации начинали хаотически смещаться, исчезая на отдельных участках и возникая вновь.

Рис. 3 дает более наглядное представление об особенностях распространения рассматриваемых мультиплексов. На представленных рисунках значащая точка по горизонтальной оси z , равная $z = 400$, соответствует величине $z = 0.015 T$. Величины по вертикальной оси отложены в условных

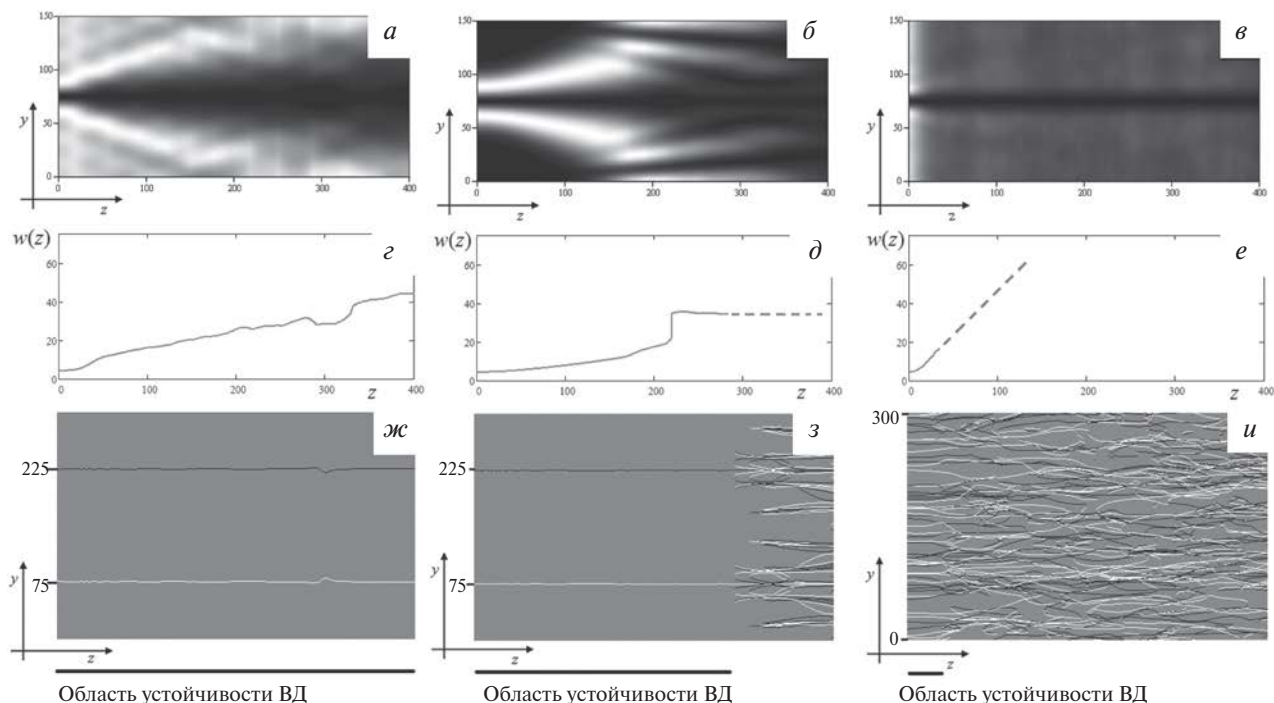


Рис. 3. Характеристики мультиплексов I–III: характеристики мультиплекса I (*a*, *г*, *ж*); характеристики мультиплекса II (*б*, *д*, *з*); характеристики мультиплекса III (*в*, *е*, *и*); продольные распределения интенсивности в грациях серого (*a*, *б*, *в*); изменения размеров дислокаций $w(z)$ (*г*, *д*, *е*); траектории перемещения дислокационных образований (*ж*, *з*, *и*); y , z — поперечная и продольная координаты.

единицах. На рис. 3*a* – 3*б* показано, как вдоль продольной координаты z меняется распределение интенсивности в окрестности соответствующих дислокаций. Видно, что мультиплекс I на начальном этапе распространения характеризуется более умеренными выбросами интенсивности по сравнению с мультиплексом II. Распределение интенсивности на рис. 3*в* обладает общими слабыми изменениями интенсивности вследствие случайных смещений многочисленных дислокаций. На рис. 3*г* – 3*д* показано изменение размеров дислокационных образований в мультиплексах I и II по мере их распространения в пространстве. Видно, что у мультиплекса I приращение размеров происходит более плавно, в то время как у мультиплекса II вблизи критического расстояния $z = 0.015 T$ средний размер дислокаций резко увеличивается. Корректно проследить, как меняются эффективные размеры дислокаций у мультиплекса III, можно лишь в непосредственной близости от начальной плоскости, при удалении от нее оценить изменение размеров не представляется возможным из-за малой “длины пробега” дислокаций в спеклоподобных структурах. Участки графиков, помеченные пунктиром, соответствуют распаду дислокаций. Рис. 3*ж* – 3*и* иллюстрируют геометрию траекторий дислокаций в процессе их распространения. Темные и светлые линии траекторий относятся к дислокациям

с противоположным по знаку топологическим зарядом. Если судить по длине прямых отрезков траекторий, то наибольшей устойчивостью обладает форма траекторий мультиплекса I. Несмотря на то, что дело с устойчивостью дислокаций мультиплекса II. Их траектории начинают заметно усложняться на расстояниях, на которых дислокационная структура мультиплекса I не претерпевает еще заметных возмущений. Траектории изначально случайно расположенных дислокаций мультиплекса III сохраняют свою направленность лишь вблизи начальной плоскости. Дальнейшее кардинальное усложнение траекторий объясняется тем, что в процессе распространения мультиплекса винтовые дислокации могут исчезать и появляться вновь. При этом длина траекторий без существенных смещений дислокаций крайне незначительна. Для удобства сравнения структурных изменений в мультиплексах разных типов внизу соответствующих рисунков в направлении оси z проведена черная линия, длина которой определяет область устойчивости характеристик мультиплекса.

С целью получения дополнительной информации об особенностях распространения мультиплексов была проведена для каждого из них оценка изменения ширины гистограммы распределения интенсивности. Она показала, что гистограммы мультиплексов I и II в процессе их

распространения в области устойчивости уширялись более чем на порядок. Иной характер носила трансформация гистограммы у мультиплекса III. Ее ширина резко возрастала (в три раза) на небольших расстояниях от начальной плоскости, а затем оказывалась практически неизменной.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Выполненный анализ свойств мелкомасштабной мультиплексной системы с винтовыми дислокациями, построенными путем вращения дислокаций линейного типа, показал высокую степень ее устойчивости к влиянию дифракционных эффектов. Эту устойчивость следует объяснить близким к постоянному уровню значением интенсивности в окрестности малоразмерных дислокационных образований. Это доказывает меньшая по длине зона устойчивости мультиплекса II с модами TEM_{01} , у которых в окрестности точки сингулярности существует кольцевая зона с повышенным значением интенсивности. В силу этого образующие пучки данного мультиплекса имеют большую угловую расходимость, обуславливающую уширение дислокаций при больших расстояниях от начальной плоскости. В то же время следует заметить, что на малых расстояниях от нее ($z < 420$) размеры дислокаций увеличиваются гораздо медленнее. В некоторых случаях, когда нет необходимости передавать излучение на большие расстояния, более предпочтительно использование мультиплекса второго типа.

Система со спеклоподобными образующими пучками допускает определенную модернизацию с точки зрения уменьшения размеров дислокаций путем использования процедуры Герцберга-Секстона. Однако она имеет крайне низкую структурную устойчивость из-за малого свободного пробега дислокаций и их неупорядоченного смещения.

На заключительном этапе выполнения работы был более подробно рассмотрен вопрос о том, как на полученные результаты будет влиять изменение соотношения между размером дислокации

и размером отдельной ячейки мультиплекса a . Было установлено, что при изменении этого соотношения более чем в два раза в ту или иную сторону по отношению к ранее задаваемому по-прежнему наиболее устойчивым мультиплексом будет мультиплекс первого типа.

Рассмотренные световые структуры могут быть реализованы на практике путем использования пространственных модуляторов света [9], часто применяющихся в оптическом эксперименте. Разработанные в данной статье вычислительные алгоритмы могут стать основой для их программного обеспечения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брянцев Б.С., Калинович А.А., Захарова И.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 6; *Bryantsev B.S., Kalinovich A.A., Zakharova I.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 1.
2. *Вохник О.М., Короленко П.В., Кубанов Р.Т.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 11. С. 1602; *Vokhnik O.M., Korolenko P.V., Kubanov R.T.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 11. P. 1327.
3. *Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В.* Обращение волнового фронта. М.: Наука, 1985. 248 с.
4. *Зотов А.М., Короленко П.В., Павлов Н.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 11. С. 1617; *Zotov A.M., Korolenko P.V., Pavlov N.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 11. P. 1341.
5. *Тычинский В.П.* // УФН. 2008. Т. 178. № 11. С. 1205; *Tychinskii V.P.* // Phys. Usp. 2008. V. 178. No. 11. P. 1161.
6. *Dufresne E.R., Grier D.G.* // Rev. Sci. Instrum. 1998. V. 69. No. 5. P. 1974.
7. *Скиданов Р.В., Рыков М.А.* // Комп. оптика. 2013. Т. 37. No. 4. С. 431.
8. *Короленко П.В.* Когерентная оптика: учебное пособие для вузов. Юрайт, 2020. 184 с.
9. *Tsutomu Hara* // Japan. J. Appl. Phys. 2022. V. 61. No. SK. Art. No. SK0802.

Optical properties of multiplex vortex structures

A. M. Zotov^a, P. V. Korolenko^{a, *}, N. N. Pavlov^a

^a Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: pykorolenko@rambler.ru*

As applied to various applied problems, a group of questions on optimizing the characteristics of vortex light beams used in multiplex optical systems is considered. A new method is proposed for the formation of systems of singular beams with small-scale dislocations, which provide a high degree of stability of their structure to the influence of diffraction effects.

УДК 621.315.592:621.373

ТОНКАЯ И ГРУБАЯ СТРУКТУРЫ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА МОЩНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ ПРИ МЕДЛЕННОЙ ДЕГРАДАЦИИ

© 2024 г. В. В. Близнюк^{1, *}, В. А. Паршин¹, А. Г. Ржанов², О. И. Семенова¹, А. Е. Тарасов¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Национальный исследовательский университет “МЭИ”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: 40595141@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Показано, что в спектре излучения мощного лазерного диода можно выделить тонкую и грубую структуру. Установлена и экспериментально проверена связь между характеристиками спектра и внутренними параметрами структуры лазера, что наблюдалось в процессе деградации прибора. Показано влияние потерь в резонаторе и когерентности излучения лазера как на тонкую, так и на грубую структуру его спектра.

DOI: 10.31857/S0367676524010054, EDN: SBDHRY

ВВЕДЕНИЕ

Благодаря стремительному развитию технологии изготовления мощных полупроводниковых лазерных диодов (МЛД) стало возможным значительно улучшить их технические параметры и, как следствие, расширить область применения МЛД [1]. Эффективность использования МЛД во многом зависит от его важнейшего технико-экономического параметра — срока службы. Поэтому разработке новых методик прогнозирования срока службы МЛД уделяется самое пристальное внимание.

К настоящему времени разработан целый ряд методик контроля состояния МЛД и прогнозирования их срока службы [2–11]. Чаще других используется классическая методика, основанная на измерении мощности излучения МЛД при постоянном значении тока накачки. Срок службы в этом случае определяется как время, через которое мощность падает до определенного, заранее установленного уровня [9].

С измерениями мощности излучения МЛД связана еще одна методика, когда время наработки определяется как время, через которое поддержание мощности на постоянном уровне путем увеличения тока накачки становится невозможным [9]. Значительно реже для прогнозирования срока службы МЛД используются методы, основанные на временной зависимости диаграммы направленности излучения [10], и методика, основанная на

анализе временных зависимостей степени линейной поляризации излучения (контраста) [11].

Рассмотренные выше методики позволяют определить срок службы некоторого числа экземпляров из партии МЛД, а потом распространить полученные результаты на всю партию [6]. Однако реализация перечисленных выше методик связана со значительным расходом ресурса лазеров и необходимостью использования статистических методов обработки большого массива данных.

Первые признаки деградации МЛД проявляются через две-три тысячи часов наработки. Поэтому для диагностики используется метод ускоренного старения приборов при повышенной температуре окружающей среды. В ходе ускоренных испытаний на старение МЛД стремительно расходуется их ресурс, что не позволяет решить проблему определения качества конкретного МЛД без расходования значительной части ресурса лазеров [12].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ГЕТЕРОСТРУКТУРЫ МОЩНОГО МЛД ПО ЧИСЛУ КАНАЛОВ ГЕНЕРАЦИИ

Определенные шаги для решения этой проблемы были сделаны в работе [3] при тестировании партии МЛД, изготовленных в едином технологическом цикле. Использовалась методика определения состояния гетероструктуры МЛД по числу каналов генерации. При этом ранее разработанные

методы определения состояния гетероструктуры МЛД по его спектру могут быть использованы только в том случае, если имеет место режим генерации на фундаментальной моде [3]. Но для МЛД характерен сложный вид спектра излучения. Поэтому анализ этого спектра проводился путем разложения его на квазиодномодовые компоненты с последующим анализом их временной трансформации. Показано, что увеличение числа каналов генерации обусловлено уменьшением длины когерентности излучения МЛД — явным признаком деградации лазера [3].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ СОСТОЯНИЯ ПАРТИИ МОЩНЫХ МЛД МОДЕЛИ KLM-N980-120-5

В экспериментах, проведенных за последний год, мы впервые анализировали деградацию лазера, основываясь не только на грубой структуре спектра, но и на тонкой. Исследовался спектр излучения пяти МЛД модели KLM-N980-120-5, изготовленных в едином технологическом цикле. Лазеры, согласно сведениям, приведенным в их технических паспортах, имели порядковые номера 126, 127, 128, 129 и 130. Спектр измерялся через 10 часов наработки и через 90 часов ускоренных испытаний на старение при температуре 45°С (что эквивалентно 250 часам работы в штатном режиме). Для измерения спектра был использован спектрометр МДР-23 с разрешением 0.05 нм по длине волны.

У всех пяти МЛД штатная мощность излучения была $P = 120$ мВт при штатном токе накачки 300 мА. Пороговые токи варьировались в пределах от 74.6 до 75.3 мА.

Процесс деградации МЛД рассмотрим на примере МЛД 129. На рис. 1 и 2 представлены спектры этого прибора до и после наработки. Видно, что спектр излучения МЛД 129 лежит в диапазоне, указанном в паспорте, — 980 ± 5 нм. В этом же диапазоне длин волн находится спектр излучения и остальных МЛД. Спектр в основном представляет собой эквидистантно расположенные линии, что характерно для резонатора Фабри-Перо. Это позволяет определить тонкую структуру спектра как структуру, состоящую из пиков продольных мод МЛД. В тонкой структуре наблюдаются группы продольных мод с пиками большой интенсивности. Огибающие таких групп пиков представляют собой элементы грубой структуры спектра МЛД, соответствующие разным пространственным каналам генерации, рассмотренным нами ранее в работах [5, 6]. В процессе деградации МЛД 129 наблюдаются два процесса: появление в грубом спектре двух новых огибающих групп пиков большой интенсивности и увеличение спектральной ширины линий продольных мод. На рис. 2 также видно, что внутри огибающих одновременно происходит уширение

линий тонкой структуры спектра — резонансов продольных мод. Заметим, что общее число генерируемых продольных мод МЛД при деградации увеличивается и составляет для рассматриваемого лазера несколько десятков штук.

На момент начала тестирования партии лазеров время наработки всех приборов не превышало 10 часов. Анализ спектров излучения пяти МЛД показал, что в спектре излучения лазеров с порядковыми номерами 126 и 129 можно выделить один и два канала генерации соответственно, а в спектре излучения лазеров с порядковыми номерами 127, 128 и 130 — три канала генерации.

Через 90 ч ускоренных испытаний партии лазеров в спектре МЛД 126 сохранялся один канал генерации, в спектре МЛД 129, как это было отмечено выше, возникло еще два канала генерации (рис. 2). До четырех возрастало и число каналов генерации МЛД с порядковыми номерами 127, 128 и 130. Таким образом, для всех МЛД, кроме МЛД 126, наблюдалось увеличение числа каналов генерации.

Распад излучения на отдельные каналы генерации в случае увеличения количества этих каналов указывает, по нашему мнению, на ухудшение состояния гетероструктуры. Характерно, что этот распад протекает на начальной стадии эксплуатации лазеров. Это позволяет сделать вывод, что методика определения состояния гетероструктуры конкретного серийного мощного диодного лазера по количеству каналов генерации излучения применима для быстрой ресурсосберегающей диагностики излучения диодных лазеров.

Как будет показано ниже, объясняется это тем, что в процессе деградации увеличиваются потери $\alpha_{\text{внутр}}$ в резонаторе и в связи с этим уменьшается средняя длина когерентности $L_{\text{ког}}$ излучения продольных мод [5].

Подробное изучение спектров МЛД позволяет не только определить изменения коэффициента внутренних потерь и средней длины когерентности излучения МЛД в процессе деградации, но и сделать выводы о таких параметрах лазера, как длина резонатора L , ширина активной области W , толщина квантовой ямы d , средний эффективный показатель преломления лазерного волновода $n_{\text{эфф}}$, коэффициенты отражения зеркал R_1 и R_2 . При этом точность будет составлять величину 10–20%, которая тем не менее вполне подходит для оценок. В силу довольно большого технологического разброса материальных и геометрических параметров многослойной структуры МЛД такую точность оценок можно считать удовлетворительной. Далее для определенности в оценках примем значения $R_1 = 0.3$, $R_2 = 0.98$, $n_{\text{эфф}} = 3.6$, характерные для МЛД на соединениях InGaAs, рассчитанных на длину волны излучения в диапазоне 950–1000 нм в зависимости от пропорций составляющих слоев

атомов [8]. Выбор коэффициентов отражения об- суждается далее. Остановимся для определенности на спектрах МЛД 129.

РАЗМЕРЫ АКТИВНОЙ ОБЛАСТИ ЛАЗЕРНОГО РЕЗОНАТОРА И СПЕКТРЫ

Продольные моды — тонкий спектр

Измерения показали, что расстояние между продольными модами Фабри-Перо в среднем равно $\Delta\lambda_{\text{ФП}} \approx 0.4$ нм, и это соответствует длине резонатора $L = 330$ мкм и $\lambda_0 = 980$ нм, согласно известному соотношению:

$$L \approx \frac{\lambda_0^2}{2n_{\text{эфф}}\Delta\lambda_{\text{ФП}}}, \quad (1)$$

что соответствует продольной моде с номером $M = 2445$:

$$M \approx \frac{2n_{\text{эфф}}L}{\lambda_0}, \quad (2)$$

или

$$M \approx \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{\text{ФП}}}. \quad (3)$$

Ширина спектральных пиков продольных мод $\Delta\lambda_{\text{рез}}$ на половине интенсивности может быть определена по имеющимся у нас данным только приблизительно: $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.08 - 0.11$ нм. Эта величина связана с добротностью Q_x и внутренними потерями $\alpha_{\text{внутр}}$ холодного резонатора МЛД [13]:

$$Q_x = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{\text{рез}}}, \quad (4)$$

$$Q_x = M\pi \left(L\alpha_{\text{внутр}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right)^{-1}, \quad (5)$$

откуда из (4) мы получаем значения $Q_x = 8900 - 12250$. Определим значения $\Delta\lambda_{\text{рез}}$ и Q_x более точно. При условии отсутствия внутренних потерь ($\alpha_{\text{внутр}} = 0 \text{ см}^{-1}$) из (5) получаем возможные значения коэффициентов отражения зеркал в пределах $R_1 \cdot R_2 = 0.2 - 0.5$. Положим $R_1 = 0.3$, $R_2 = 0.98$, что будет соответствовать случаю, когда первое зеркало не имеет отражающего покрытия, а второе обладает практически полным отражением. С точки зрения технологичности изготовления МЛД такой вариант представляется вполне реальным. Будем считать этот вариант предельной по потерям точкой. Согласно (5), этот набор параметров соответствует максимальной добротности $Q_x \approx 12545$ при $\alpha_{\text{внутр}} = 0 \text{ см}^{-1}$ и $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.078$ нм. Реальной картине работы МЛД соответствует $\alpha_{\text{внутр}} > 0 \text{ см}^{-1}$. Так, если начальные значения внутренних потерь

составят, например, $\alpha_{\text{внутр}} = 5 \text{ см}^{-1}$, то $Q_x \approx 9860$, что будет соответствовать $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.099$ нм, что вполне укладывается в измеренные значения. Тем самым мы определили возможные значения параметров $R_1 = 0.3$, $R_2 = 0.98$, $\alpha_{\text{внутр}} = 5 \text{ см}^{-1}$. Эти значения мы будем использовать в дальнейших оценках.

Каналы генерации — грубый спектр

Мы выяснили, что частотный спектр МЛД состоит из нескольких групп линий, ширина и добротность которых определяются потерями в резонаторе $\alpha_{\text{внутр}}$ и коэффициентами отражения зеркал R_1 и R_2 (5). Каждая спектральная группа соответствует одному из пространственных каналов генерации, число которых $N_{\text{кан}}$ зависит от средней длины когерентности излучения канала $L_{\text{ког}}$ и ширины активной области W [14]:

$$N_{\text{кан}} \approx W \sqrt{\frac{2\pi n_{\text{эфф}}}{\lambda_0 L_{\text{ког}}}}, \quad (6)$$

откуда длина когерентности:

$$L_{\text{ког}} \approx \frac{2\pi n_{\text{эфф}}}{\lambda_0} \left(\frac{W}{N_{\text{кан}}} \right)^2, \quad (7)$$

где $\lambda_0 = 980$ нм — средняя длина волны излучения МЛД в вакууме.

На рис. 1 мы наблюдаем две группы мод излучения, поэтому будем полагать число каналов генерации равным двум. Ширину области генерации мы точно не знаем, но попробуем ее оценить, исходя из следующих соображений. Сначала оценим среднюю длину когерентности излучения МЛД, основываясь на величинах $Q_x = 9860$ и $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.099$ нм:

$$L_{\text{ког}} \approx Q_x \lambda_0, \quad (8)$$

откуда имеем $L_{\text{ког}} = 0.97$ см.

Теперь, исходя из соотношений (6), (7) можно определить ширину каналов генерации и тем самым сделать оценку всей ширины активной области МЛД [14, 15]:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda_0 L_{\text{ког}}}{2\pi n_{\text{эфф}}}}, \quad (9)$$

$$W = N_{\text{кан}} \sqrt{\frac{\lambda_0 L_{\text{ког}}}{2\pi n_{\text{эфф}}}}. \quad (10)$$

Ранее мы выяснили, что в начале исследования число каналов генерации было равно двум ($N_{\text{кан}} = 2$). В результате оценки, исходя из соотношений (5), (9), (10), получается ширина контакта (области генерации) МЛД $W \approx 40$ мкм, а ширина одного канала генерации $w_0 \approx 20$ мкм.

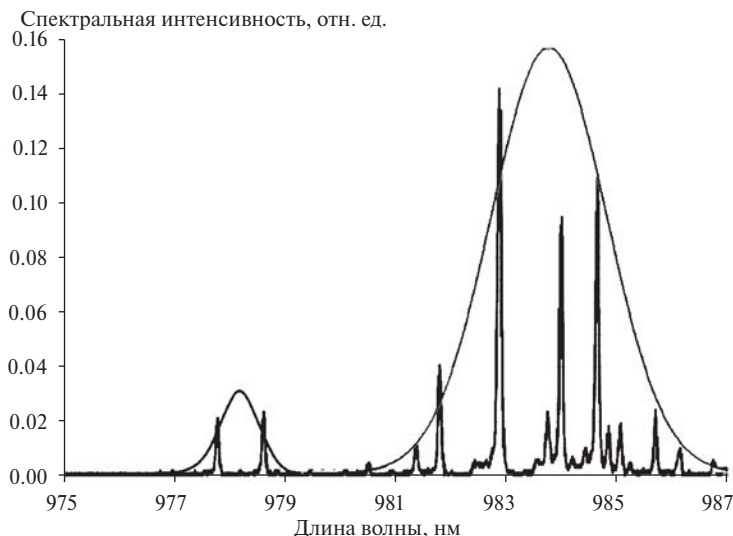


Рис. 1. Спектральные характеристики МЛД 129 модели KLM-N980-120-5 на начальном этапе эксплуатации.

Толщина слоя квантовой ямы

Использование в качестве активного слоя квантовых ям вызвано тем, что энергетическая зона, в которой концентрируются неравновесные носители, выбирается в 10^2 – 10^3 раз тоньше, чем у объемного активного слоя. Толщина квантовой ямы однозначно задает максимальную ширину спектра МЛД. В спектрах, изображенных на рис. 1, 2, эта ширина составляет $\Delta\lambda_{\text{общ}} \approx 8$ – 10 нм, что при рассматриваемых параметрах МЛД соответствует пространственной толщине квантовой ямы $d_{\text{кя}} \approx 18$ – 20 нм.

Таким образом, в данном разделе по экспериментальным данным о спектре лазера (рис. 1) мы приблизительно определили тип МЛД и базовые характеристики его структуры.

СПЕКТР И ПАРАМЕТРЫ МЛД ПОСЛЕ НАРАБОТКИ

Обратимся к рис. 2. Как отмечалось выше, мы наблюдаем несколько основных особенностей, связанных с деградацией МЛД. Во-первых, это появление в спектре большого количества новых пиков, которые образуют уже не две, а четыре группы линий ($N_{\text{кан}} = 4$) излучения, отвечающих за каналы генерации. Во-вторых, одновременно с обогащением спектра происходит уширение спектральных линий продольных мод. В-третьих, появляются неэквидистантные составляющие спектра, отвечающие либо за поперечные латеральные моды, либо за взаимодействие между каналами. Мы остановимся только на первых двух особенностях.

Самое простое объяснение трансформации спектра при деградации МЛД заключается в том, что

постоянный нагрев области квантовой ямы, где происходит генерация излучения, вызывает образование в ее кристаллической структуре и в соседних с ней слоях дислокаций, число которых растет со временем. Это сначала приводит к росту внутренних потерь $\alpha_{\text{внутр}}$, а затем к изменениям значений параметров, рассчитанных в предыдущем разделе.

Величины $W = 40$ мкм, $L = 330$ мкм, $R_1 = 0.3$, $R_2 = 0.98$ измениться не могли. Величины $M = 4995$, $d_{\text{кя}} = 18$ нм и $n_{\text{эфф}} = 3.6$ при оценках имеют средние значения, поэтому изменяются незначительно. Существенные изменения претерпевают лишь величины $\Delta\lambda_{\text{рез}}$ и $N_{\text{кан}}$ и связанные с ними $L_{\text{ког}}$, Q_x , w_0 .

Начнем с $N_{\text{кан}} = 4$. Использование формул (3–10) дает следующие новые значения параметров излучения: $L_{\text{ког}} = 0.68$ см (6), $Q_x = 6900$ (7), $w_0 \approx 10$ мкм (8), $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.142$ нм (4).

Для расчета внутренних потерь воспользуемся формулой, которая получается из предыдущих соотношений (1)–(10):

$$\alpha_{\text{внутр}} = \frac{\lambda_0}{w_0^2} - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}. \quad (11)$$

При выводе соотношения (11) мы использовали также выражение для постоянной распространения β_M фундаментальной продольной моды порядка M [14]:

$$\beta_M = \frac{M\pi}{L} + \frac{i}{2} \left[\alpha_{\text{внутр}} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \right] \quad (12)$$

и еще одно выражение для добротности Q_x :

$$Q_x = \frac{\text{Re}(\beta_M)}{2\text{Im}(\beta_M)}. \quad (13)$$

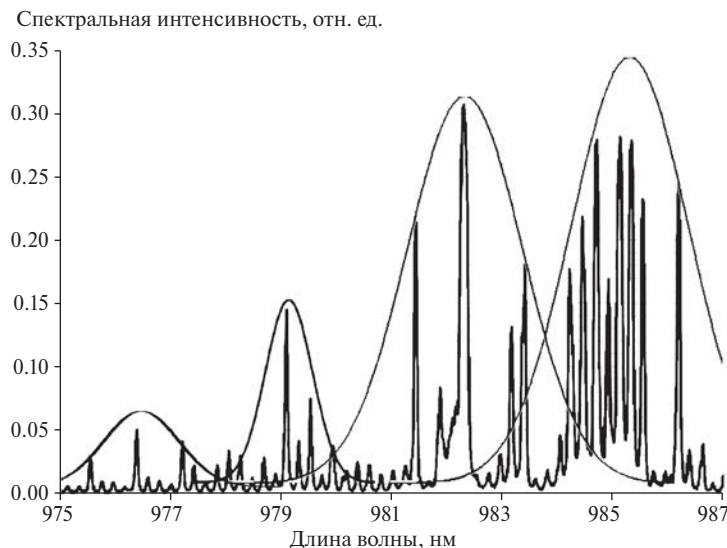


Рис. 2. Спектральные характеристики МЛД 129 модели KLM-N980–120–5 через 90 ускоренных испытаний на старение.

Получаем после наработки МЛД вместо значений $\alpha_{\text{внутр}} = 5 \text{ см}^{-1}$, $Q_x = 9860$ и $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.099 \text{ нм}$ значения $\alpha_{\text{внутр}} = 79 \text{ см}^{-1}$, $Q_x = 6900$ и $\Delta\lambda_{\text{рез}} \approx 0.142 \text{ нм}$. Все указанные величины отвечают экспериментальным данным.

Приведенные выше рассуждения носят приближенный характер, однако при наличии более подробной информации о составе полупроводниковых слоев и геометрии МЛД приведенный в работе комплекс теоретических выкладок даст более точную картину физических процессов и закономерностей, проявляющихся при длительной работе мощных лазеров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, при деградации МЛД происходит существенный рост внутренних потерь, что выражается в ухудшении когерентности излучения, обогащении спектра излучения, появлении новых пространственных структур в виде новых несвязанных по фазе каналов генерации, уширении спектральных линий продольных мод. В данной работе мы продемонстрировали указанные явления экспериментально.

Мы установили два новых фактора, которые можно использовать для быстрой диагностики выработки ресурса лазерного диода по спектру его излучения: это ширина спектра отдельной продольной моды и количество пиков грубой структуры спектра. Одновременное использование двух (с мощностью — трех) критериев старения значительно увеличит степень достоверности и точности определения момента начала неприемлемой для данного прибора деградации и связанной с этой необходимостью замены МЛД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков А.Е. Физика и технология полупроводниковых наноструктур. СПб.: Элмор, 2007. 304 с.
2. Воробьев Л.Е., Софронов А., Фирсов Д. и др. // Фотоника. 2012. Т. 31. № 1. С. 20.
3. Близнюк В.В., Коваль О.И., Паршин В.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 225; Bliznyuk V.V., Koval O.I., Parshin V.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 173.
4. Близнюк В.В., Паршин В.А., Ржанов А.Г., Тарасов А.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 255; Bliznyuk V.V., Parshin V.A., Rzhanov A.G., Tarasov A.E. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 2. P. 184.
5. Близнюк В.В., Паршин В.А., Ржанов А.Г. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 11. С. 1598; Bliznyuk V.V., Parshin V.A., Rzhanov A.G. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 11. P. 1324.
6. Близнюк В.В., Паршин В.А., Ржанов А.Г., Тарасов А.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 7. С. 1008; Bliznyuk V.V., Parshin V.A., Rzhanov A.G., Tarasov A.E. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 7. P. 837.
7. Адамов А.А., Баранов М.С., Храмов В.Н. // Научн.-техн. вестн. ИТМО. 2018. Т. 18. № 3. С. 356.
8. Тарасов И.С. // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 8. С. 661; Tarasov I.S. // Quant. Electron. 2010. V. 40. No. 8. P. 661.
9. Кейси Л., Паниш М. Лазеры на гетероструктурах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 299 с.
10. Мифтахутдинов Д.Р., Богатов А.П., Дракин А.Е. // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 7. С. 583;

- Miftakhutdinov D.R., Bogatov A.P., Drakin A.E.* // Quant. Electron. 2010. V. 40. No. 7. P. 583.
11. *Близнюк В.В., Костина О.О., Крайнов И.В. и др.* // Сб. докл. XXII межд. конф. “Лазеры. Измерения. Информация”. СПб., 2012. С. 224.
12. *Сидоров В.Г., Шмидт Н.М.* // Научн.-техн. вед. СПбГПУ. Физ.-мат. науки. 2013. № 2 (170). С. 71.
13. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 250; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 2. P. 180.
14. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 169; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 220.
15. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 4. С. 510; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 4. P. 588.

Fine and rough structure of the frequency spectrum of high-power laser diodes during slow degradation

V. V. Bliznyuk^{a, *}, V. A. Parshin^a, A. G. Rzhanov^b, O. I. Semenova^a, A. E. Tarasov^a

^a*National Research University “Moscow Power Engineering Institute”, Moscow, 111250 Russia*

^b*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University*

Moscow, 119991 Russia

**e-mail: 40595141@mail.ru*

It is shown that a fine and rough structure can be distinguished in the radiation spectrum of a powerful laser diode. The relationship between the spectrum characteristics and the internal parameters of the laser structure was established and experimentally verified, which was observed during the degradation of the device. The effect of losses in the resonator and coherence of laser radiation on both the fine and rough structure of its radiation spectrum is shown.

Keywords: semiconductor laser, high-power laser diode, frequency spectrum, degradation, coherence.

УДК 621.315.592:621.37

РТ-СИММЕТРИЯ И СТРУКТУРА ИЗЛУЧЕНИЯ МОЩНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ

© 2024 г. А. Г. Ржанов^{1, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: rjanov@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Рассматриваются возможные условия применения квантового формализма РТ-симметрии при решении волнового уравнения в системах с псевдоэрмитовым гамильтонианом для определения структуры оптического поля и спектров излучения современных мощных лазерных диодов. Обсуждаются физические механизмы, влияющие на пространственное и спектральное разделение излучения на отдельные каналы генерации.

DOI: 10.31857/S0367676524010068, EDN: SBСOEN

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы проводились работы по исследованию излучения мощных лазерных диодов (МЛД) с широким контактом (ШК) и квантовой ямой (КЯ) [1–4], в которых исследовалась их деградация с течением времени наработки [5–12]. Было установлено, что определить ресурс конкретного МЛД и необходимость его замены на новый лазер можно по спектру, поляризации и когерентности его излучения [9, 10]. На этом основана возможная диагностика качества МЛД. Спектр излучения МЛД связан с пространственной структурой излучения прибора в ближнем поле. При этом он (спектр) медленно меняется со временем в процессе работы МЛД. Периодическое измерение и анализ спектра излучения приборов дают информацию о перспективах дальнейшей их работоспособности. Для этого требуется понимание того, как формируется распределение излучения в пределах лазерного резонатора МЛД. Следует учесть, что даже в идеальной структуре МЛД с ШК более 50 мкм при длине когерентности излучения в несколько сантиметров [13, 14] происходит распад излучения на каналы генерации (самоорганизация), не связанные между собой по фазе [15–19].

В данной работе мы обсуждаем возможности использования формализма РТ-симметрии для решения волноводной задачи (уравнения Гельмгольца) в лазерном планарном резонаторе со сложной структурой распределения комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon(y)$ по латеральной оси резонатора (ось y). Это распределение при непрерывной генерации лазера определяется прежде

всего нелинейной рефракцией и усилением в резонаторе. Вызвано это явление пространственным “выжиганием” неравновесных носителей $N(y)$ посредством вынужденного излучения (лазерный эффект). В простейшем случае зависимость $\epsilon(N(y))$ имеет вид [11, 15, 18, 19]:

$$\epsilon(N(y)) = \epsilon^0 - A_{\text{нл}}N(y) + j(B_{\text{нл}}N(y) - F), \quad (1)$$

где ϵ^0 , F — действительная и мнимая части эффективной диэлектрической проницаемости лазерного волновода без накачки, $A_{\text{нл}}$, $B_{\text{нл}}$ — дифференциальные коэффициенты нелинейной рефракции и усиления. Отметим, что здесь рассматривается эффективная диэлектрическая проницаемость расширенного волновода МЛД, рассчитанная для фундаментальной трансверсальной моды (по оси x), перпендикулярной слоям лазерной структуры [1], методом эффективного показателя преломления [20].

РТ-СИММЕТРИЯ В ЛАЗЕРНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Рассмотрение РТ-симметричных структур в оптике изложено в обзорах [21–23] и в ссылках к ним. В силу того, что МЛД с ШК в процессе генерации есть самоорганизующаяся оптическая система с компенсированными потерями, то в нем при определенных условиях также должны возникать РТ-симметричные пространственные моды.

Переход от квантово-механической задачи с одномерным стационарным уравнением Шредингера

с РТ-симметричным гамильтонианом происходит следующим образом. РТ-симметричный псевдоэрмитовый гамильтониан имеет вид [21]:

$$H(\vec{p}, \vec{r}, t) = H^*(\vec{p}, -\vec{r}, -t), \quad (2)$$

где \vec{p} — импульс, \vec{r} — координаты частицы.

Для РТ-симметричного гамильтониана частицы в потенциальном поле справедливо в частности:

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V(\vec{r}), \quad (3)$$

$$V(\vec{r}) = V^*(-\vec{r}), \quad (4)$$

где $V(\vec{r})$ — потенциальная энергия частицы.

При переходе к оптической задаче осуществляется замена соответствующих переменных и операторов: $p^2/2m \rightarrow \partial^2/\partial y^2$, $V(y) \rightarrow (\omega/c)^2 \cdot \varepsilon(y)$, $E \rightarrow \beta^2$, где E — энергия частицы, β — продольная постоянная распространения оптического поля, c — скорость света в вакууме, ω — частота моды оптического излучения.

В волноводной и лазерной оптике для определения вида модовой структуры излучения используется одномерное уравнение Гельмгольца [9]:

$$\frac{d^2\psi_j(y)}{dy^2} + \left(\frac{\omega_j^2}{c^2} \varepsilon(y) - \beta^2 \right) \psi_j(y) = 0, \quad (5)$$

где $\psi_j(y)$ — латеральные собственные функции (СФ), j — номер латеральной моды. Для МЛД с ШК данное уравнение можно использовать в пространственных рамках отдельного когерентного канала генерации [16, 19].

Уравнение (5) в случае волноводной задачи (нижний индекс w) совпадает с одномерным стационарным уравнением Шредингера с гамильтонианом (3, 4):

$$H_w(y) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(y) \quad (6)$$

и с собственными значениями (СЗ):

$$E_{wj} = \beta_j^2. \quad (7)$$

Решения уравнения (5) для модели параболического волновода применительно к каналу генерации МЛД были рассмотрены, например, в работе [18].

В случае решения лазерной (резонаторной) задачи (нижний индекс r) СЗ являются комплексные частоты ω_j . В этом случае для того, чтобы свести задачу (5) к аналогу уравнения Шредингера, необходимо сделать несколько предположений, которые выполняются в реальных устройствах МЛД практически всегда:

1. $\frac{\omega_0^2}{c^2} \varepsilon^0 = \text{Re}\beta_0^2$, где ω_0 — средняя частота излучения в канале генерации.

2. $\omega_j = \omega_0 + \delta\omega_j$; $|\delta\omega_j| \ll \omega_0$.

3. $\varepsilon(y) = (\varepsilon^0 - iF) + \delta\varepsilon(y) = (\varepsilon^0 - iF) - j_{\text{нл}}N(y) + iB_{\text{нл}}N(y)$; $|\delta\varepsilon(y)| \ll \varepsilon^0$.

4. $|\text{Im}\beta_0| \ll |\text{Re}\beta_0|$.

С учетом указанных допущений уравнение (5) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\psi_j(y)}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} \delta\varepsilon(y) - \text{Im}\beta_0^2 \right) \psi_j(y) = \\ = \frac{2\omega_0\varepsilon^0}{c^2} \delta\omega_j \psi_j(y), \end{aligned} \quad (8)$$

а гамильтониан $H_r(y)$ и СЗ E_{rj} :

$$H_r(y) = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega_0^2}{c^2} \delta\varepsilon(y) - \text{Im}\beta_0^2 \right), \quad (9)$$

$$E_{rj} = \frac{2\omega_0\varepsilon^0}{c^2} \delta\omega_j. \quad (10)$$

Таким образом, не частота генерации, а величина отклонения частоты $\delta\omega_j$ от некоторой средней величины ω_0 при расчетах будет играть роль СЗ. При непрерывной стационарной генерации МЛД величины $\text{Re}(\delta\omega_j)$ будут задавать дискретный спектр поперечных мод в оптическом канале, а $\text{Im}(\delta\omega_j) = 0$. Кроме того, гамильтониан (9) по сравнению с (6) оказывается другим, что позволяет его варьировать (перенормировать) в определенном интервале значений координаты и частоты для локального выполнения условий РТ-симметрии.

Величина постоянной распространения β_0 в резонаторе МЛД для продольной моды с номером M хорошо описывается выражением [15, 19, 20]:

$$\beta_0 = \frac{M\pi}{L} + \frac{i}{2} \left[\alpha_{\text{внутр}} + \frac{1}{2L} \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) \right], \quad (11)$$

где L — длина лазерного резонатора, R_1 и R_2 — коэффициенты отражения зеркал по мощности, M — номер центральной продольной моды в спектре канала излучения МЛД. При этом величина внутренних потерь $\alpha_{\text{внутр}}$ является определяющей для средней длины когерентности излучения $L_{\text{ког}}$ и ширины канала генерации w_0 [15].

Для подробного рассмотрения всего спектра продольных мод надо принять тот факт, что каждая продольная мода с номером M в отдельном канале генерации имеет очень близко распределенные по пространству СФ (латеральные моды) по отношению к модам с другими значениями индекса M ,

а число таких мод (пиков тонкой структуры спектра МЛД в одном канале) невелико и составляет всего несколько десятков в зависимости от конкретной реализации МЛД. Например, если спектральная ширина канала излучения равна 1.4 нм [9], а спектральный интервал между модами Фабри-Перо при длине резонатора $L = 2$ мм равен $\Delta\lambda_{\text{ФП}} = 0.064$ нм, то это дает 22–23 продольные моды. Такие значения соответствуют экспериментальным данным и аналитическим оценкам [6, 9, 19].

Остановимся подробнее на том, как могут быть реализованы РТ-симметричные структуры поля в МЛД с ШК и КЯ. Основное положение теории РТ-симметричных оптических структур гласит [21], что при условии антисимметрии (нечетности) мнимой части функции диэлектрической проницаемости по латеральной координате волновода МЛД решения уравнения Гельмгольца имеют только дискретный и ограниченный спектр СЗ. Это условие аналогично (4) и записывается как [21]:

$$\text{Im } \delta\epsilon(y) = -\text{Im } \delta\epsilon(-y). \quad (12)$$

Такая реализация стационарного значения диэлектрической проницаемости волновода получается в результате решения самосогласованной задачи, рассмотренной, например, в [15].

Однако стационарное решение уравнения (8) не может быть точно реализовано в реальных структурах МЛД в рамках одного канала генерации даже с помощью компьютерного моделирования. Это происходит потому, что в реальных устройствах в силу сильной нелинейности, присутствия шумов и неустойчивости активной среды резонатора обязательно возникают динамические процессы, которые постоянно нарушают состояние РТ-симметрии в системе. В том числе вполне вероятно возникновение ограниченных хаотических колебаний. В результате мы можем говорить только о каком-то среднем состоянии системы, рассматривая только решения уравнения (8) и приписывая их стационарному случаю, но подразумевая возможность наличия динамики.

Поэтому в данных рассмотренных мы всегда обязаны помнить, что модель, коей является данный подход к описанию поля в МЛД, является грубой моделью, так как не учитывает обязательного присутствия стохастической нелинейной динамики поля в лазере и рассматривает только основные закономерности поведения сложной системы.

Более точный расчет, который был сделан в свое время для лазеров с узкой пространственной областью генерации [15, 24], приводит к выводу о том, что он имеет смысл до некоторого предела точности коэффициентов структуры МЛД, характеризующих лазер. Увеличение точности и уменьшение шага сетки не приводит к адекватному улучшению модели в силу неустойчивости среды и в конце

концов к невыполнению условий устойчивости расчетного алгоритма по Раусу-Гурвицу при компьютерной реализации модели. Поэтому при любой точности коэффициентов модель всегда остается качественной, несмотря на улучшение методов расчета. Соответствие модели и эксперимента становится возможным только в результате сравнения и пошаговой корректировки результатов. Мы приводим в соответствие исходные данные модели и экспериментальные кривые. Если корректировка незначительная и подтверждается неоднократно, то модель считается адекватной и может быть основой для расчета целого класса структур полупроводниковых лазеров.

В силу изложенного мы останавливаемся только на качественном рассмотрении идеализированной модели МЛД и хотим привлечь к решению задачи те же соображения, которые возникли в результате исследования квантово-механических систем с компенсацией затухания усилением. На языке моделирования полупроводниковых лазеров это означает, что мы оставляем в стороне точное решение кинетических (скоростных) уравнений [15], описывающих динамику плотности неравновесных носителей $N(y)$ в активной области и плотности фотонов S в каждой пространственной моде излучения МЛД. При этом мы ищем такие формы распределения $\epsilon(y)$ и $N(y)$, которые бы давали действительное значение СЗ уравнения (8). В простейшем случае фундаментальной латеральной моды такое значение будет единственным для каждого канала генерации.

ПРИМЕР ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РТ-СИММЕТРИИ В МЛД

В уравнениях (8–10), описывающих систему резонаторного типа, СЗ E_{kj} пропорциональны действительным частотам $\text{Re}(\delta\omega_j)$, образующим измеряемый спектр ЛД. Как было отмечено выше, в реальных МЛД обязательно присутствуют шумовые и динамические процессы, обусловленные локальной неустойчивостью активного резонатора лазера, тепловыми фонами и спонтанным излучением активной среды. При этом стационарная генерация на поперечной моде $\psi_j(y)$ в канале присутствует в среднем на временах, существенно больших, чем время жизни фотонов в лазерном резонаторе. Таким образом, фазовый переход второго рода между РТ-симметричными и несимметричными модами в активном резонаторе происходит постоянно в двух направлениях. Это означает присутствие состояния динамического равновесия в системе. Поэтому решение уравнения (8) с действительными СЗ (9) будет адекватным для описания стационарного состояния канала генерации МЛД.

В качестве примера рассмотрим мнимую часть вариации эффективной диэлектрической

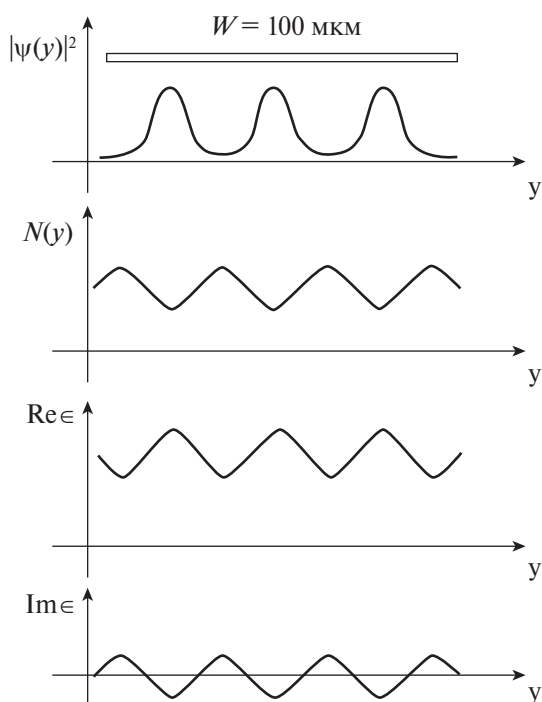


Рис. 1. Периодические профили $|\psi(y)|^2$ волноводных мод нулевого порядка, $N(y)$ — концентрации неравновесных носителей и распределение действительной и мнимой частей $\epsilon(y)$ эффективной диэлектрической проницаемости лазерного волновода, W — ширина активной области МЛД.

проницаемости (1) лазерного волновода $\text{Im}(\delta\epsilon(y))$, вызванную действием инжекции носителей, как гармоническую функцию координаты: $\text{Im}(\delta\epsilon(y)) \sim \sin(2\pi y/w_0)$, где w_0 — ширина канала генерации. Каждый канал генерации мы подразумеваем состоящим из двух пространственных областей: с потерями и с усилением. В пределах одного канала генерации автоматически должно выполняться условие (12). Вместо синуса можно взять любую ограниченную нечетную функцию. На рис. 1 для примера схематически изображены профили действительной и мнимой частей $\epsilon(y)$ эффективной диэлектрической проницаемости лазерного волновода, соответствующие им профили $N(y)$ концентрации носителей и $|\psi(y)|^2$ поперечных мод нулевого порядка ($j=0$). Для моделирования структуры можно пользоваться профилями, для которых существуют аналитические решения задачи (5). Часто в расчетах волноводных структур в оптике используют профиль Эпштейна

$$\epsilon(y) = \epsilon^0 + \frac{\delta\epsilon}{ch^2(2y/w_0)}, \text{ при котором уравнение}$$

(5) имеет аналитическое решение. По своим свойствам этот профиль аналогичен потенциалу Пешля-Теллера в квантовой механике. Данные сообщения годятся и для расчета модовой структуры

отдельных каналов МЛД. При этом расчет полной структуры оптического поля МЛД с ШК с учетом самосогласованности процессов через общую для всех каналов структуру накачки лазера и с учетом отсутствия когерентной фазировки полей между каналами генерации представляет собой нетривиальную задачу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе формулируется задача для расчета оптического поля в канале МЛД с ШК при стационарной генерации с использованием понятия РТ-симметричных оптических структур. Определены условия и рамки постановки задачи, обсуждены возможности применения модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тарасов И.С.* // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 8. С. 661; *Tarasov I.S.* // Quantum Electron. 2010. V. 40. No. 8. P. 661.
2. *Слипченко С.О., Веселов Д.А., Золотарев В.В. и др.* // Квант. электрон. 2022. Т. 52. № 12. С. 1152; *Slipchenko S.O., Veselov D.A., Zolotarev V.V. et al.* // Quantum Electron. 2022. V. 52. No. 12. P. 1152.
3. *Шашкин И.С., Лешко А.Ю., Николаев Д.Н. и др.* // ФТП. 2020. Т. 54. № 4. С. 408; *Shashkin I.S., Leshko A.Yu., Nikolaev D.N. et al.* // Semiconductors. 2020. V. 54. No. 4. P. 484.
4. *Асрян Л.В., Зубов Ф.И., Крыжановская Н.В. и др.* // ФТП. 2016. Т. 50. № 10. С. 1380; *Asryan L.V., Zubov F.I., Kryzhanovskaya N.V. et al.* // Semiconductors. 2016. V. 50. No. 10. P. 1362.
5. *Близнюк В.В., Паршин В.А., Ржанов А.Г., Тарасов А.Е.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 255; *Bliznyuk V.V., Parshin V.A., Rzhhanov A.G., Tarasov A.E.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 2. P. 184.
6. *Близнюк В.В., Коваль О.И., Паршин В.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 225; *Bliznyuk V.V., Koval O.I., Parshin V.A. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 173.
7. *Сидоров В.Г., Шмидт Н.М.* // Научн.-техн. вед. СПбГПУ. Физ.-мат. науки. 2013. № 2 (170). С. 71.
8. *Гаркавенко А.С., Мокрицкий В.А., Маслов О.В. и др.* // Наука и техника. 2020. Т. 19. № 4. С. 311.
9. *Близнюк В.В., Березовская Н.В., Паршин В.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1660; *Bliznyuk V.V., Berезovskaya N.V., Parshin V.A. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 12. P. 1453.
10. *Близнюк В.В., Коваль О.И., Паршин В.А. и др.* // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2018. № 6. С. 1860501-1.

11. Близнюк В.В., Березовская Н.В., Брит М.А. и др. // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2016. № 5. С. 165303-1.
12. Koval O.I., Rzhapov A.G., Solovuyev G.A. // Phys. Wave Phenom. 2013. V. 21. No. 4. P. 287.
13. <http://www.holography.ru/files/holmich.htm#top>.
14. Адамов А.А., Баранов М.С., Храмов В.Н. // Научн.-техн. вестн. ИТМО. 2018. Т. 18. № 3. С. 356.
15. Ржанов А.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 6; Rzhapov A.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 1.
16. Rzhapov A.G. // EPJ Web Conf. 2019. V. 220. Art. No. 02013.
17. Ржанов А.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1508; Rzhapov A.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 11. P. 1371.
18. Ржанов А.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 250; Rzhapov A.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 2. P. 180.
19. Ржанов А.Г. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 220; Rzhapov A.G. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 169.
20. Тамир Т. Волноводная оптоэлектроника. М.: Мир, 1991. 575 с.
21. Зябловский А.А., Виноградов А.П., Пухов А.А. и др. // УФН. 2014. Т. 184. № 11. С. 1177; Zyablovsky A.A., Vinogradov A.P., Pukhov A.A. et al. // Phys. Usp. 2014. V. 57. No. 11. P. 1063.
22. Midya Parto, Yuzhou G.N. Liu, Babak Bahari et al. // Nanophotonics. 2020. V. 9. No. 1. P. 403.
23. Han Zh., Liang Feng. // National. Sci. Rev. 2018. V. 5. P. 183.
24. Близнюк В.В., Брит М.А., Гадаев И.С. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1666; Bliznyuk V.V., Brit M.A., Gadaev I.S. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 12. P. 1458.

PT-symmetry and radiation structure of high-power laser diodes

A. G. Rzhapov^{a, *}

^a Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow, 119991 Russia
*e-mail: rjanov@mail.ru

Possible conditions for the application of the quantum formalism of PT-symmetry in solving the wave equation in systems with pseudo-Hermitian Hamiltonian for determining the structure of the optical field and radiation spectra of modern high-power laser diodes are considered. The physical mechanisms affecting the spatial and spectral separation of radiation into separate generation channels are discussed.

Keywords: laser diode, PT-symmetry, coherence, generation channel.

УДК 535.14

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ ЧЕТНОГО КОГЕРЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ ВВЕРХ

© 2024 г. А. В. Белинский¹, Р. Сингх¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: ranjit.singh@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Теоретически рассмотрена задача переноса состояния четных когерентных состояний с низкой частоты на высокую, используя кристалл с регулярно-доменной структурой. С помощью функции квазивероятностного распределения Вигнера исследована параллельная реализация двух нелинейных процессов: параметрического и генерации суммарных частот.

DOI: 10.31857/S0367676524010072, EDN: SBBWLE

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы регулярно-доменные структуры (РДС) кристаллов все чаще используются для генерации неклассических состояний света и реализации квантовых информационных процессов [1–4]. Основные преимущества их использования по сравнению с обычными нелинейными оптическими кристаллами [3–5] в возможности квазисинхронизма между взаимодействующими волнами, высоком коэффициенте восприимчивости и реализации многомодового взаимодействия оптических пучков.

Ранее исследованы квантовые характеристики мод с помощью квантовых фазовых портретов в случае использования оптических монокристаллов с квадратичной и кубической нелинейностями. Такие фазовые портреты дают более полное описание квантовых состояний по сравнению, например, с простым вычислением шумовых характеристик квадратурных компонент мод [6, 7]. Ранее теоретически и экспериментально исследовано приготовление суперпозиции когерентных состояний (кота Шредингера) в нелинейных средах с квадратичной и кубической нелинейностью [8–11], причем возможность формирования суперпозиции четных и нечетных когерентных состояний была предложена в [12].

В данной работе теоретически исследуется перенос суперпозиции когерентных состояний с моды низкой частоты ω_e (e – необыкновенная волна) на моду с частотой $3\omega_e$ вверх. Качество формирования суперпозиции четных когерентных состояний изучается с использованием квантовых фазовых

портретов с помощью функции квазираспределения Вигнера в случае, когда в РДС-кристалле эффективно реализуются как параметрический процесс ($2\omega_e \rightarrow \omega_e + \omega_e$), так и генерация суммарных частот ($2\omega_e + \omega_e \rightarrow 3\omega_e$). При этом мода накачки \hat{a}_2 частоты $2\omega_e$ предполагается неистоимой, основная мода \hat{a}_1 частоты ω_e находится в состоянии квантовой суперпозиции, а мода \hat{a}_3 частоты $3\omega_e$ – в вакуумном состоянии.

ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Гамильтониан, который описывает взаимодействие трех вырожденных мод \hat{a}_1 , \hat{a}_2 и \hat{a}_3 двух преобразований, имеет следующий вид [3, 4]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \left(g_1 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^+ + g_2 \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ \right) + H.c., \quad (1)$$

где \hbar – постоянная Планка, g_1 и g_2 – коэффициенты связи параметрического процесса и генерации суммарных частот, $H.c.$ – эрмитово сопряжение. Выражение (1) является приближением плоских монохроматических мод при коллинеарном взаимодействии. Поперечная пространственная структура пучков при этом полагается однородной.

Операторные уравнения движения внутри РДС-кристалла в представлении Гейзенберга описываются уравнением:

$$\frac{d\hat{a}_j}{d\xi} = \frac{i}{\hbar} \left[\hat{H}_{\text{int}}, \hat{a}_j \right] (j = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Система операторных уравнений (2) линейризуется в случае, когда мода \hat{a}_2 накачки является неистощимой $\left(\frac{d\hat{a}_2}{dt} = 0, \hat{a}_2 \rightarrow A_2 \right)$, тогда

$$\frac{d\hat{a}_1}{d\xi} = -i\left(\hat{a}_3 + 2\gamma\hat{a}_1^+\right), \quad \frac{d\hat{a}_3}{d\xi} = -i\hat{a}_1, \quad (3)$$

где $\xi = g_2 A_2 t$ — приведенная длина взаимодействия и $\gamma = g_1 / g_2$. Решение системы операторных уравнений (3) можно найти с помощью преобразования Лапласа:

$$\begin{aligned} a_1(\xi) &= -i(q_1 + \gamma q_2)a_1^+(0) + \\ &+ (q_3 + \gamma q_4)a_1(0) + q_4 a_3^+(0) - iq_2 a_3(0), \\ a_3(\xi) &= -q_4 a_1^+(0) - iq_2 a_1(0) + \\ &+ i(q_1 - \gamma q_2)a_3^+(0) + (q_3 - \gamma q_4)a_3(0), \end{aligned} \quad (4)$$

где $q_1 = \cosh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2})\sinh(\xi\gamma)$,

$$q_2 = (-1 + \gamma^2)^{-\frac{1}{2}} \cosh(\xi\gamma)\sinh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}),$$

$$q_3 = \cosh(\xi\gamma)\cosh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}),$$

$$q_4 = (-1 + \gamma^2)^{-\frac{1}{2}} \sinh(\xi\gamma)\sinh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}).$$

Корректность решения (4) проверена выполнением коммутационных соотношений:

$$[a_j(\xi), a_j^+(\xi)] = \delta_{j,j} \quad (j = 1, 3).$$

ФУНКЦИЯ ВИГНЕРА

Обычно для нахождения фазового портрета состояния мод применяются функции квазираспределения Хусими, Глаубера-Сударшана и Вигнера [8–11]. Здесь мы используем функцию Вигнера, поскольку она не сингулярна и визуализирует тонкие квантовые эффекты, например, интерференцию макроскопических когерентных состояний, четных и нечетных. Для вычисления функции Вигнера найдем среднее значение квантовой характеристической функции [6, 7] в случае, когда моды \hat{a}_1 и \hat{a}_3 находятся в суперпозиции когерентных состояний $|\alpha_+\rangle$ и вакуумном состоянии $|0\rangle$ при $\xi = 0$:

$$\begin{aligned} C(\beta_1, \beta_3, \xi) &= \\ &= \text{Tr} \left[\hat{\rho}(0) e^{\beta_1 \hat{a}_1^+(\xi) - \beta_1^* \hat{a}_1(\xi)} e^{\beta_3 \hat{a}_3^+(\xi) - \beta_3^* \hat{a}_3(\xi)} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

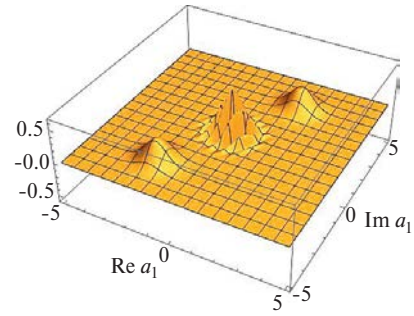


Рис. 1. Фазовый портрет состояния моды \hat{a}_1 . Среднее число фотонов в моде a_1 находится в суперпозиции когерентных состояний (кот Шредингера) и равно $|\alpha_{10}|^2 = 12$, $\varphi_{10} = \pi/3$ при $\xi = 0$. Здесь и далее накачка моды \hat{a}_2 предполагается неистощимой.

где $\hat{\rho}(0) = |\alpha_+\rangle\langle 0| \langle 0| \langle \alpha_+|$, $|\alpha_+\rangle = \eta^{-1}(|\alpha_{10}\rangle + |-\alpha_{10}\rangle)$, $\eta = \sqrt{2(1 + e^{-2|\alpha_{10}|^2})}$.

Квазираспределение функции Вигнера моды \hat{a}_3 имеет вид

$$\begin{aligned} W(\alpha_3, \xi) &= \frac{1}{\pi^4} \times \\ &\times \iiint C(\beta_1, \beta_2, \xi) e^{\beta_1^* \alpha_1 - \beta_1 \alpha_1^* + \beta_3^* \alpha_3 - \beta_3 \alpha_3^*} d^2\beta_1 d^2\beta_3 d^2\alpha_1. \end{aligned} \quad (6)$$

На рис. 1 показан квантовый фазовый портрет суперпозиции когерентных состояний моды \hat{a}_1 при среднем числе фотонов $|\alpha_{10}|^2 = 12$ и $\xi = 0$. На рис. 2 и рис. 3 представлены графики квантовых фазовых портретов состояния моды \hat{a}_3 с использованием (6). Для сравнения на рис. 3 взята приведенная длина взаимодействия $\xi = 0.9$

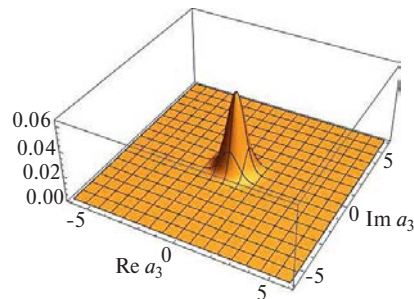


Рис. 2. Фазовый портрет состояния моды \hat{a}_3 , среднее число фотонов $|\alpha_{10}|^2 = 12$, $\varphi_{10} = \pi/3$ в моде \hat{a}_1 находится в суперпозиции когерентных состояний, и мода \hat{a}_3 — в вакуумном состоянии. При этом приведенная длина взаимодействия $\xi = 0$.

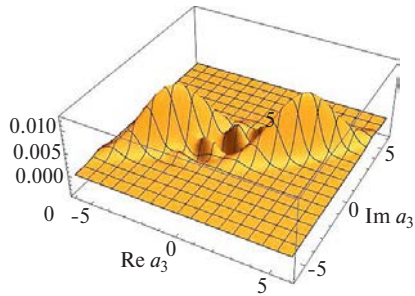


Рис. 3. Фазовый портрет состояния моды \hat{a}_3 , среднее число фотонов $|\alpha_{10}|^2 = 12$, $\phi_{10} = \pi/3$ в моде \hat{a}_1 находится в суперпозиции когерентных состояний, и мода \hat{a}_3 — в вакуумном состоянии. При этом приведенная длина взаимодействия $\xi = 1.2$, а коэффициент связи $\gamma = 0.9$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ фазовых портретов показывает, что формирование суперпозиции квантовых когерентных состояний при приведенной длине взаимодействия $\xi = 1.2$ действительно происходит. Связанные нелинейные процессы дают возможность переноса свойств суперпозиции квантовых когерентных состояний с низкой частоты ω_e на частоту вверх $3\omega_e$ в РДС-кристалле. Такая схема может стать хорошим кандидатом переноса четных состояний (кота Шредингера) и реализации интересных квантовых алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Henry A., Barral D., Zaquine I. et al. // Opt. Express. 2023. V. 31. No. 5. P. 7277.
2. Lenzinet F., Janousek J., Thearle O. et al. // Sci. Advances. 2018. V. 4. No. 12. Art. No. eaat9331.
3. Chirkin A.S., Makeev E.V. // J. Modern Optics. 2006. V. 53. No. 5–6. P. 821.
4. Singh R. // ArXiv:1005.0333. 2010.
5. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
6. Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Наука, 1972.
7. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М.: Мир, 1987.
8. Miranowicz A., Tanas R., Kielich S. // Quant. Optics. 1990. V. 2. P. 253.
9. Nikitin S.P., Masalov A.V. // Quant. Optics. В. 1991. V. 3. No. 2. P. 105.
10. Takase K., A. Kawasaki A., Jeong B. et al. // Opt. Express. 2022. V. 30. P. 14161.
11. Baeva A.V., Losev A.S., Sokolov I.V. // Phys. Lett. A. 2023. V. 466. Art. No. 128730.
12. Dodonov V.V., Malkin I.A., Man'ko V.I. // Physica. 1974. V. 72. No. 3. P. 597.

Frequency up-conversion of an even coherent state

A. V. Belinsky^a, R. Singh^{a, *}

^aFaculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: ranjit.singh@mail.ru

The problem of transferring the state of even coherent states from a low frequency to a high frequency is theoretically considered using a periodically-poled nonlinear crystal. With the help of the Wigner quasi-probability distribution function, a parallel implementation of two nonlinear processes is studied: parametric and sum frequency generation.

Keywords: nonlinear optics, parametric process, sum-frequency generation, periodically poled nonlinear crystal, even coherent states, Schrodinger cat state, superposition of sum of coherent states, Wigner function, frequency-up conversion.

УДК 535.36

О ВЛИЯНИИ ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО САМОРАССЕЯНИЯ НА ДИНАМИКУ ИМПУЛЬСОВ В ГРАДИЕНТНОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2024 г. В. А. Халяпин^{1, 2, *}, А. Н. Бугай³

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта”, Калининград, Россия

²Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования “Калининградский государственный технический университет”, Калининград, Россия

³Международная межправительственная научно-исследовательская организация “Объединенный институт ядерных исследований”, Дубна, Россия

*E-mail: slavasxi@gmail.com

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

На основе метода моментов получена система уравнений на параметры продольно-поперечного импульса. Найдены критерий устойчивости таких сигналов и характерная длина, на которой вынужденное комбинационное рассеяние делает импульс неустойчивым.

DOI: 10.31857/S0367676524010081, EDN: SAXQYH

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что решение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) устойчиво только для одномерного случая $D = 1$, который отвечает чисто пространственным или временным сигналам. При размерности $D = 2$, что соответствует пучкам или планарным пространственно-временным импульсам, и при $D = 3$, соответствующей оптическим пучкам, решения не устойчивы [1]. Для стабилизации сигналов с $D > 1$ были предложены такие механизмы, как насыщающая нелинейность [2], конкурирующие нелинейности [3], дифракция или дисперсия более высокого порядка [4], градиентный волновод [5–7]. Стабилизация импульса для градиентного волновода обусловлена балансом между самофокусировкой, дифракцией и линейной рефракцией в неоднородной среде. В таком волноводе показатель преломления меняется от центра к периферии. В продольной динамике баланс осуществляется за счет дисперсии и кубической нелинейности. Известно, что явление вынужденного комбинационного саморассеяния (ВКС) [8–12] вызывает красный сдвиг спектра импульса. Этот сдвиг частоты в области аномальной дисперсии групповой скорости будет приводить к увеличению вклада дисперсии и выводу системы из квазиравновесия. Настоящая работа посвящена исследованию влияния ВКС на устойчивость

продольно-поперечных импульсов в градиентном волноводе.

МЕТОД МОМЕНТОВ

Процесс распространения продольно-поперечных импульсов в градиентном волноводе описывается уравнением [5–7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \tau^3} - \\ - i\gamma \Psi |\Psi|^2 + \frac{\gamma}{\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} (\Psi |\Psi|^2) + \\ + i\gamma T_R \Psi \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \tau} + q\Psi - \frac{i\mu}{2} \Delta_{\perp} \Psi = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ω — центральная частота сигнала, k_0 — волновое число на центральной частоте ω , z — координата, вдоль которой распространяется сигнал, Δ_{\perp} — поперечный лапласиан, $\tau = t - z/v_g$ — время в сопутствующей системе координат, v_g — групповая скорость на частоте ω , $\mu = c/n_0\omega = 1/n_0k_0$, c — скорость света в вакууме, n_0 — показатель преломления на центральной частоте, β_2 — коэффициент дисперсии групповой скорости (ДГС), β_3 — положительный параметр, определяющий дисперсию третьего порядка, $\gamma = k_0 n_0 n_2 c / 8\pi$ — коэффициент кубической

нелинейности, n_2 — нелинейный показатель преломления, T_R — характеризует вклад ВКС, $q(r)$ определяет линейную рефракцию волновода:

$$q(r) = \frac{\eta r^2}{a^2}, \quad (2)$$

где a — поперечный радиус волновода, r — поперечная координата, $\eta = \omega(n_0^2 - 1) / 2cn_0$.

Анализ динамики параметров импульса проводился на основе метода моментов [11]. Пробное решение выберем в виде:

$$\begin{aligned} \Psi = B \exp & \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\tau - T}{\tau_p} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 + \right. \\ & + i(\phi + \Omega(\tau - T) - \\ & \left. - C \frac{(\tau - T)^2}{2\tau_p^2} - \frac{\varepsilon r^2}{2R^2} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

где B — амплитуда сигнала, τ_p — его длительность, C — параметр, определяющий частотную модуляцию, ϕ — фаза, R — параметр, пропорциональный радиусу сигнала, ε — описывает кривизну волновых поверхностей. Все параметры зависят от координаты z . Определим моменты импульса в виде:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |\Psi|^2 2\pi r dr d\tau, \quad (4)$$

$$T = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \tau |\Psi|^2 2\pi r dr d\tau, \quad (5)$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \tau} \right) 2\pi r dr d\tau, \quad (6)$$

$$\tau_p^2 = \frac{2}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (\tau - T)^2 |\Psi|^2 2\pi r dr d\tau, \quad (7)$$

$$C = \frac{i}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (\tau - T) \times \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \tau} \right) 2\pi r dr d\tau, \quad (8)$$

$$R^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} |\Psi|^2 2\pi r^3 dr d\tau, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (\Psi^* \nabla_{\perp} \Psi - \Psi \nabla_{\perp} \Psi^*) 2\pi r^2 dr d\tau. \quad (10)$$

Следуя методу моментов, получаем систему уравнений:

$$E = \pi^{3/2} B^2 \tau_p R^2 = \text{const}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\zeta} = L_d & \left[-\beta_2 \Omega + \frac{\beta_3}{2} \left(\Omega^2 + \frac{1+C^2}{2\tau_p^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{3\gamma}{2\omega(2\pi)^{3/2} \tau_p R^2} \right], \quad (12) \end{aligned}$$

$$\frac{d\Theta}{d\zeta} = \frac{L_d}{\omega \tau_0} \left(\frac{B_0^2 \gamma T_R}{2\sqrt{2} \tau_0 v^3 \rho^2} - \frac{C}{\omega \tau_0 L_N v^3 \rho^2} \right), \quad (13)$$

$$\frac{dv}{d\zeta} = -\frac{C}{v} (1 + l\Theta), \quad (14)$$

$$\frac{dC}{d\zeta} = -(1+C^2) \frac{(1+l\Theta)}{v^2} + \frac{L_d}{L_N v \rho^2} (1-\Theta), \quad (15)$$

$$\frac{d\rho}{d\zeta} = -\frac{L_d \varepsilon}{L_D \rho}, \quad (16)$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\zeta} = -\frac{L_d}{L_D \rho^2} (1 + \varepsilon^2) + \frac{L_d}{L_N v \rho^2} (1 - \Theta) - \frac{\rho^2 L_d}{L}. \quad (17)$$

В уравнениях (13)–(17) были введены безразмерные параметры $v = \tau_p / \tau_0$, $\rho = R / R_0$, где τ_0 , R_0 — начальные значения соответствующих параметров, $\Theta = \Omega / \omega$, $l = \beta_3 \omega / |\beta_2|$. Характерные дисперсионная, дифракционная, нелинейная и рефрактивная длины определяются следующими выражениями: $L_d = \tau_0^2 / |\beta_2|$, $L_D = R_0^2 / \mu$, $L_N = cn_0 \sqrt{2} / 4\pi \gamma I_0$, $L = a^2 / 2R_0^2 \eta$, где введены обозначения $I_0 = cn_0 B_0^2 / 8\pi$, I_0 , B_0 — начальные значения центральной интенсивности и амплитуды импульса.

КВАЗИСТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ И ЕГО УСТОЙЧИВОСТЬ

Для того чтобы найти параметры квазистационарного состояния и условия его устойчивости, перепишем (14)–(17) в виде:

$$\frac{dv}{d\xi} = \frac{P_v}{m_v}, \quad (18)$$

$$\frac{dP_v}{d\xi} = \frac{1+l\Theta}{v^3} - \frac{L_d}{L_N v^2 \rho^2} (1-\Theta) = -\frac{\partial U}{\partial v}, \quad (19)$$

$$\frac{d\rho}{d\xi} = \frac{P_\rho}{m_\rho}, \quad (20)$$

$$\frac{dP_\rho}{d\xi} = \frac{2L_d}{L_D \rho^3} - \frac{2\rho L_d}{L} - \frac{2L_d}{L_N v \rho^3} (1-\Theta) = -\frac{\partial U}{\partial \rho}. \quad (21)$$

Здесь $P_v = m_v \partial v / \partial \xi = -C / v$, $P_\rho = m_\rho \partial \rho / \partial \xi = -\varepsilon / \rho$, $m_v = 1 / (1 + l\Theta)$, $m_\rho = 2L_D / L_d$, $\xi = z / L_d$. Систему (18)–(21) можно трактовать как механическую аналогию, описывающую движение частицы по поверхности $U(v, \rho)$ с координатными осями v и ρ :

$$U(v, \rho) = \frac{1 + l\Theta}{2v^2} + \frac{L_d}{L_D \rho^2} + \frac{\rho^2 L_d}{L} - \frac{L_d}{L_N v \rho^2} (1 - \Theta) - \left(\frac{1 + l\Theta}{2} + \frac{L_d}{L_D} + \frac{L_d}{L} - \frac{L_d}{L_N} (1 - \Theta) \right). \quad (22)$$

При этом масса частицы зависит от направления движения, а Θ играет роль адиабатического (медленного) параметра. Мы нормировали потенциальную функцию так, что в начальной точке $v, \rho = 1$ она равна нулю. Стационарное решение системы (18)–(21) на входе в среду ($\xi = 0$, $\Theta = 0$) можно записать как:

$$L_d = L_N, \quad (23)$$

$$\frac{1}{L_D} = \frac{1}{L_N} + \frac{1}{L}. \quad (24)$$

Выражения (23), (24) можно переписать в виде:

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}|\beta_2|}{k_0 n_2 I_0}}, \quad (25)$$

$$R_0 = \left(\frac{|\beta_2| a^2}{4\tau_0^2 \eta} \left(\sqrt{1 + \frac{8\tau_0^4 \mu \eta}{|\beta_2|^2 a^2}} - 1 \right) \right)^{1/2}. \quad (26)$$

В качестве среды выберем плавленый кварц. В ближнем инфракрасном диапазоне $\lambda = 1.55$ мкм имеем следующие параметры: $n_0 = 1.5$, $\beta_2 = -2.8 \cdot 10^{-28} \text{ с}^2 / \text{см}$, $\beta_3 = 1.5 \cdot 10^{-42} \text{ с}^3 / \text{см}$, $n_2 = 3.2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2 / \text{В}$, $T_R = 3$ фс. Параметр, характеризующий градиентный волновод, положим равным $a = 0.1$ см [6], а центральную интенсивность сигнала выберем $I_0 = 10^{11} \text{ Вт/см}^2$. При этих значениях находим $L_N = L_d = 2.2$ см, $L_D = 0.13$ см, $L = 0.14$ см, $l = 6.6$, $R_0 = 15$ мкм, $\tau_p = 25$ фс. С учетом того, что $L_D, L < L_N$ (26) можно записать в приближенной форме:

$$R_0 \approx \left(\frac{\mu a^2}{2\eta} \right)^{1/4}. \quad (27)$$

Найдем условие, при котором потенциальная поверхность (22) имеет минимум в стационарной точке (23), (24) на входе в среду ($\xi = 0$, $\Theta = 0$). Легко

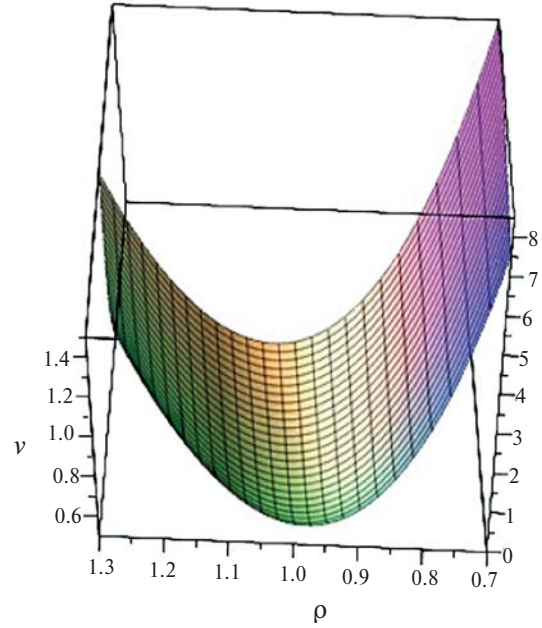


Рис. 1. Потенциальное поле $U(v, \rho)$, определяющее динамику относительной длительности v и радиуса ρ импульса.

получить, что $U_{,vv} = 1$, $U_{,\rho\rho} = 8L_d / L$, $U_{,v\rho} = -2$, где нижние индексы после запятой определяют производные по соответствующим переменным. Условие существования минимума для поверхности определяется неравенствами $U_{,vv} > 0$, $U_{,vv} U_{,\rho\rho} - (U_{,v\rho})^2 > 0$, которые можно переписать в виде:

$$2L_d > L. \quad (28)$$

Потенциальная функция (22) на входе импульса в среду представлена на рис. 1. В точке $v, \rho = 1$ имеется минимум потенциальной функции.

Рассмотрим теперь учет красного сдвига частоты за счет ВКС на устойчивость сигнала. Для этого заметим, что в формуле (21) смещение частоты приводит к медленному уменьшению нелинейного члена, вызывающего фокусировку. Поскольку для выбранных параметров выполняется условие $L < L_N$, то нелинейностью (и ВКС) можно пренебречь по сравнению с линейной рефракцией и положить $\rho = 1$. В свою очередь из (19) видно, что смещение частоты приводит к росту дисперсионного слагаемого, которое увеличивается быстрее, чем уменьшается нелинейное (т.к. $l = \beta_3 \omega / |\beta_2| = 6.6$). По этой причине изменением нелинейного слагаемого с частотой будем в дальнейшем пренебрегать. Из вышесказанного следует, что смещение частоты будет в основном влиять на продольную составляющую v , поэтому мы можем перейти от двумерной динамики к одномерной. Для рис. 1 это означает,

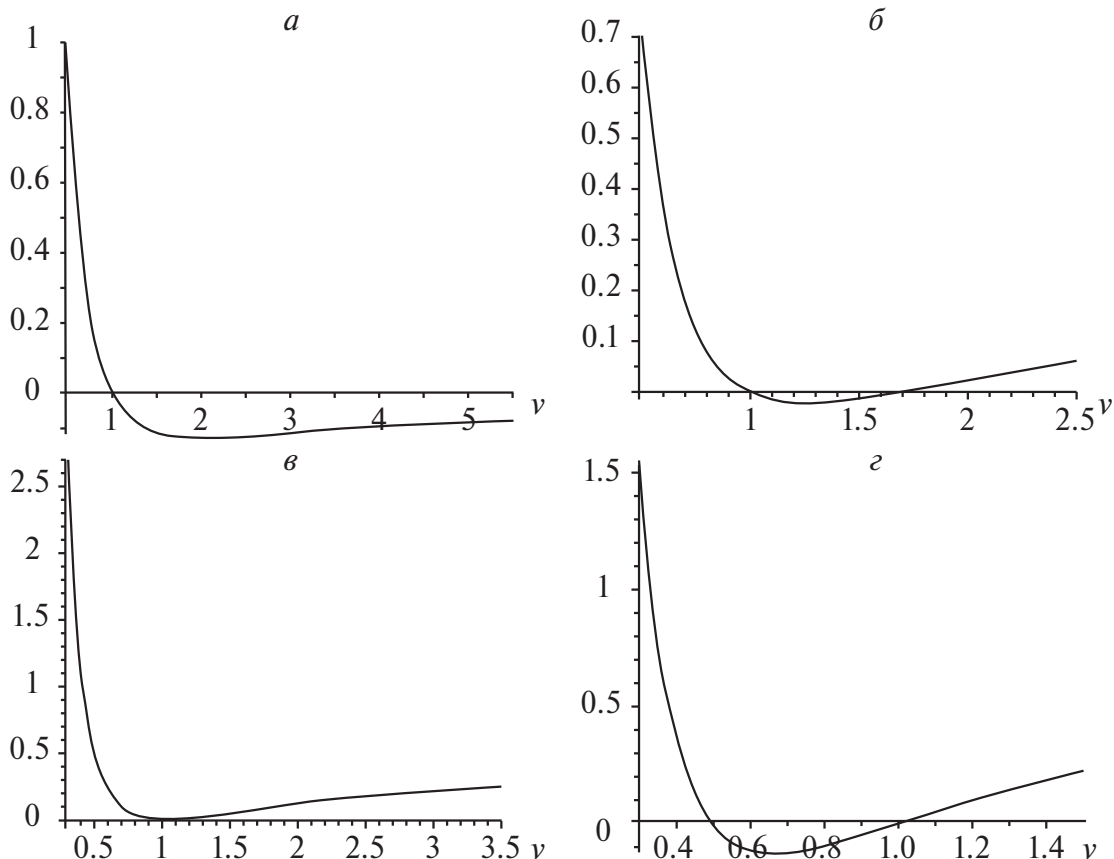


Рис. 2. Качественное изображение потенциальной функции (33) для четырех режимов (а) $0 < L_d / L_N(1 + l\Theta) < 0.5$, (б) $0.5 < L_d / L_N(1 + l\Theta) < 1$, (в) $L_d / L_N(1 + l\Theta) = 1$, (г) $1 < L_d / L_N(1 + l\Theta)$.

что мы будем рассматривать движение “частицы” вдоль сечения $\rho = 1$ потенциальной поверхности. Найдем квазистационарное решение (19), которое соответствует минимуму потенциальной функции при смещении частоты. Для этого приравняем правую часть (19) к нулю и получим зависимость относительной длительности от сдвига частоты:

$$v = 1 + l\Theta. \tag{29}$$

Будем считать, что на входе в среду модуляция сигнала равна нулю $C = 0$. Тогда из (15) с учетом (29) следует, что и в дальнейшем модуляция не будет давать существенного вклада в динамику. Тогда из (13) получаем:

$$\frac{d\Theta}{dz} = \frac{B_0^2 \gamma T_R}{2\sqrt{2}\omega\tau_0^2 v^3}. \tag{30}$$

Отсюда с учетом (29) и (25) находим явные выражения:

$$v = \left(\frac{4z}{L_R} + 1 \right)^{1/4}, \tag{31}$$

$$\Theta = \frac{1}{l} \left[\left(\frac{4z}{L_R} + 1 \right)^{1/4} - 1 \right], \tag{32}$$

где $L_R = \tau_0^4 / \beta_3 T_R$ — характерная длина ВКС. Для выбранных параметров составляет $L_R \approx 82\text{см}$. Из (32) в приближении $4z / L_R < 1$ вытекает формула Гордона для ВКС [13].

Рассмотрим теперь деформацию сечения ($\rho = 1$) потенциальной поверхности (22) вследствие ВКС и определим условия устойчивости сигнала. Профиль сечения (22) с учетом вышеизложенных приближений будет иметь вид:

$$U_1 = (1 + l\Theta) \left(\frac{1}{2v^2} - \frac{L_d}{L_N(1 + l\Theta)v} - \frac{1}{2} + \frac{L_d}{L_N(1 + l\Theta)} \right). \tag{33}$$

Как известно, в области аномальной дисперсии групповой скорости существуют следующие режимы [14]: область I ($0 < L_d / L_N(1 + l\Theta) < 0.5$),

область II ($0.5 < L_d / L_N (1 + l\Theta) < 1$), предельный случай III ($L_d / L_N (1 + l\Theta) = 1$) и область IV ($1 < L_d / L_N (1 + l\Theta)$). Качественная картина функции (33) для этих случаев представлена на рис. 2 а-г. В случаях рис. 2 б-г динамика импульса связанная, а в случае рис. 2а дисперсия доминирует над нелинейностью, и решение перестает быть устойчивым. Значение длительности импульса на входе ($z = 0, \Theta = 0$) (25) соответствует условию $L_d / L_N = 1$, а потенциальная функция имеет вид рис. 2в. По мере распространения сигнала происходит смещение частоты, и когда параметр $L_d / L_N (1 + l\Theta)$ становится равным 0.5, динамика сигнала становится неустойчивой. С учетом (32) отсюда получаем, что импульс будет квазиустойчивым вплоть до $z = 15L_R / 4$, что соответствует примерно трем метрам. При этом длительность импульса удваивается $\nu = 2$, а относительное смещение частоты достигает значения $\Theta = 1 / l \approx 0.15$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью метода моментов проведено аналитическое описание распространения продольно-поперечного импульса в градиентном волноводе с учетом ВКС. Получены аналитические выражения для квазистационарных длительности и поперечного радиуса. Найдены условия квазиустойчивого распространения. Показано, что учет смещения частоты в красную область спектра за счет явления ВКС будет приводить к медленному выходу системы из равновесия.

Работа Халяпина В. А. выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № 075-02-2023-934).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kivshar Yu.S., Agrawal G.P.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. N. Y.: Academic Press Inc., 2003. 540 p.
2. *Edmundson D.E., Enns R.H.* // Opt. Lett. 1992. V. 17. P. 586.
3. *Mihalache D., Mazilu D., Crasovan L.-C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. Art. No. 073902.
4. *Fibich G., Ilan B.* // Opt. Lett. 2004. V. 29. P. 887.
5. *Raghavan S., Agrawal G.P.* // 2000. V. 180. P. 377.
6. *Sazonov S.V.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. Art. No. 043828.
7. *Сазонов С.В.* // Опт. и спектроск. 2020. Т. 128. № 9. С. 1296; *Sazonov S.V.* // Opt. Spectrosc. 2020. V. 128. No. 9. P. 1407.
8. *Дианов Е.М., Карасик А.Я., Мамышев П.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. № 6. С. 242; *Dianov E.M., Karasik A.Ya., Mamyshev P.V. et al.* // JETP Lett. 1985. V. 41. No. 6. P. 294.
9. *Mitschke F.M., Mollenauer L.F.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 659.
10. *Gordon J.P.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 662.
11. *Santhanam J., Agrawal G.* // Opt. Commun. 2003. V. 222. P. 413.
12. *Bugay A.N., Khalyapin V.A.* // Phys. Lett. A. 2017. V. 381. P. 399.
13. *Gordon J.P.* // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 662.
14. *Anderson D.* // Opt. Commun. 1983. V. 48. No. 2. P. 107.

On the influence of intrapulse Raman scattering on the dynamics of pulses in a gradient waveguide

V. A. Khalyapin^{a, b, *}, A. N. Bugay^c

^a*Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, 236016 Russia*

^b*Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, 236001 Russia*

^c*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, 141980 Russia*

*e-mail: slavasxi@gmail.com

Based on the method of moments, a system of equations for the parameters of a longitudinal-transverse pulse is obtained. A criterion for the stability of such signals and the characteristic length at which the intrapulse Raman scattering makes the pulse unstable are found.

УДК 535–14

НЕПЕРТУРБАТИВНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМНЫХ СИСТЕМ С ИНТЕНСИВНЫМИ ЛАЗЕРНЫМИ ПОЛЯМИ

© 2024 г. С. Ю. Стремюхов^{1, 2, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр
“Курчатовский институт”, Москва, Россия

*E-mail: sustrem@gmail.com

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Представлено краткое описание согласованного непertурбативного подхода к расчету отклика ансамбля атомов на воздействие интенсивного многокомпонентного произвольно-поляризованного излучения. Обсуждается его применение к исследованию явлений генерации гармоник высокого порядка и генерации терагерцового излучения в многочастотных лазерных полях.

DOI: 10.31857/S0367676524010094, EDN: SAVPMF

ВВЕДЕНИЕ

С развитием методов генерации ультракоротких (вплоть до одного цикла поля) интенсивных лазерных импульсов [1] ученые получили возможность экспериментального изучения взаимодействия такого излучения с веществом. В результате было обнаружено множество явлений, которые не смогли получить своего теоретического объяснения в рамках существующих в то время подходов, основанных в основном на теории возмущений, феноменологических принципах и методе медленно меняющихся амплитуд и фаз электромагнитного поля. При таких (в первую очередь, фемтосекундных) длительностях импульсов пиковая напряженность лазерного поля перестает быть малой величиной по сравнению с внутриатомной ($E_{\text{ат}} = 5 \cdot 10^9$ В/см) и отклик среды становится существенно нелинейным [2–4], что открывает возможности генерации интенсивного импульсного терагерцового (ТГц) излучения [5] и генерации гармоник высокого порядка (ГГВП) [6–8]. В этом случае применение квантово-механических подходов, основанных на теории возмущений, в которой в качестве малого параметра используется отношение величины напряженности электромагнитной волны к внутриатомной напряженности, оказывается проблематичным. В связи с этим возникла необходимость развития принципиально новых, так называемых непertурбативных подходов, учитывающих энергетическую структуру атомов и молекул и свободных от использования отношения величины напряженности лазерного поля к внутриатомной напряженности в качестве малого параметра. К таковым относится

предложенная в [9] и развиваемая нами непertурбативная теория. Она основана на решении квантово-механической задачи взаимодействия одиночного атома с интенсивными лазерными полями. Последовательный учет симметрии взаимодействия, а также нелинейной задачи взаимодействия одиночного атома с лазерным полем позволяет применять развиваемую теорию к описанию явлений генерации гармоник высокого (и низкого) порядков и генерации ТГц излучения — одних из самых интересных нелинейно-оптических явлений, происходящих в результате взаимодействия интенсивных ультракоротких лазерных импульсов с веществом.

Для разработки удобных для применения методов управления характеристиками генерируемого излучения, а также для интерпретации результатов современных экспериментов необходимо не только с большой точностью уметь рассчитывать отклик одиночного атома на микроскопическом (квантово-механическом) уровне, но и на основе параметров поля отклика одиночного атома уметь рассчитывать макроскопический отклик среды без использования феноменологических предположений о величине нелинейности среды. Это позволяет рассматривать явления ГГВП и генерации ТГц излучения как результат единого процесса движения электрона в суперпозиционном поле многокомпонентного многочастотного произвольно поляризованного лазерного излучения и кулоновского потенциала атома.

До недавнего времени считалось, что природа ГГВП и природа генерации ТГц излучения

находятся на разных пространственных масштабах описания нелинейно-оптического отклика среды на воздействие интенсивного лазерного поля. Так, явление ГГВП является результатом нелинейно-оптического отклика одиночного атома, а макроскопические факторы среды оказывают влияние на условия фазового синхронизма [10]. При обсуждении механизмов генерации ТГц излучения в газовых средах, взаимодействующих с двухчастотными лазерными полями, в основном выделяют вклады фототока, создаваемого движением в лазерном поле ионизованных электронов, и нейтральной среды за счет учета ее тензоров нелинейной восприимчивости [11], компоненты которого, как правило, описаны феноменологически. Вместе с тем экспериментальные исследования демонстрируют общие черты у этих двух явлений [12], что позволяет предположить их единую природу.

Нами предложен единый теоретический подход к описанию указанных явлений, который учитывает динамику изменения населенностей уровней дискретного и непрерывного спектров атомов, распределенных в среде, при их взаимодействии с интенсивными лазерными полями, параметры которых зависят от положения атомов в среде за счет эффектов распространения лазерного излучения. В настоящей работе представлен краткий обзор данного теоретического подхода.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ НЕПЕРТУРБАТИВНОГО ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА К РАСЧЕТУ ОТКЛИКА АТОМА В ИНТЕНСИВНЫХ ЛАЗЕРНЫХ ПОЛЯХ

В [13, 14] представлены основные положения развитого непертурбативного теоретического подхода к описанию отклика одиночного атома на воздействие интенсивного произвольно поляризованного многокомпонентного лазерного поля. В рамках данного подхода предложен метод преобразования исходного нестационарного уравнения Шредингера, описывающего динамику изменения волновой функции $(\psi(\vec{r}, t))$ валентного электрона в дорелятивистском приближении:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \left[\frac{1}{2m} (\vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(t))^2 + U(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}, t),$$

где $\vec{A}(t)$ — векторный потенциал внешней электромагнитной волны, $U(\vec{r})$ — кулоновский потенциал, в систему уравнений для амплитуд населенностей уровней атома $a_{n_1 l_1 m_1}$, характерный вид уравнения которой имеет вид:

$$i\hbar \frac{da_{n_1 l_1 m_1}(t)}{dt} = \sum_{n_2 l_2 m_2, n_3 l_3 m_3} \langle n_1 l_1 m_1 | \hat{V}^{-1} | n_3 l_3 m_3 \rangle \times \times E_{n_3 l_3} \langle n_3 l_3 m_3 | \hat{V} | n_2 l_2 m_2 \rangle a_{n_2 l_2 m_2}(t), \quad (1)$$

где $E_{n_3 l_3}$ — значение энергии уровня атома, соответствующего набору квантовых чисел: n_3 — главное квантовое число, l_3 — орбитальное квантовое число, m_3 — проекция орбитального квантового числа, $\langle n_3 l_3 m_3 | \hat{V} | n_2 l_2 m_2 \rangle$ — матричные элементы оператора $\hat{V} = \exp\left[-i \frac{q}{\hbar c} \vec{A}(t) \vec{r}\right]$, связывающего

волновые функции — точные решения краевой задачи свободного атома и краевой задачи “об атоме в поле”, гамильтониан которой совпадает с гамильтонианом исходного нестационарного уравнения Шредингера. Эти матричные элементы, рассчитанные аналитически как для переходов между уровнями дискретного спектра, так и переходов между уровнями дискретного и непрерывного спектра атома, являются нелинейными функциями параметров лазерного поля. В частности, важным управляющим параметром задачи является

$\mu_0 = \frac{eA_0 a_B}{\hbar c}$ (A_0 и a_B соответственно амплитуда векторного потенциала лазерного излучения и боровский радиус). Благодаря использованию волновых функций краевой задачи “об атоме в поле” удается учесть изменение симметрии системы “атом+поле” в околоатомных ($E \sim E_{at}$) лазерных полях.

Система уравнений для амплитуд населенностей уровней в общем случае содержит в себе бесконечное количество элементов, для ее численного решения был предложен метод оценки полноты базиса учитываемых волновых функций — точных решений краевой задачи “об атоме в поле” [15].

Динамика амплитуд населенностей уровней атома может быть использована для расчета спектра тока атомного отклика:

$$\begin{aligned} \vec{J}(t) &= i \sum_{n_1, l_1, m_1, n_2, l_2, m_2} a_{n_1 l_1 m_1}^*(t) a_{n_2 l_2 m_2}(t) \times \\ &\times \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle, \\ \langle n_1 l_1 m_1 | \vec{J} | n_2 l_2 m_2 \rangle &= \\ &= i \sum_{n_3 l_3 m_3} \sum_{n_4 l_4 m_4} \frac{(E_{n_3 l_3} - E_{n_4 l_4})}{\hbar} \times \\ &\times \langle n_1 l_1 m_1 | V^{-1} | n_3 l_3 m_3 \rangle \langle n_3 l_3 m_3 | \vec{d} | n_4 l_4 m_4 \rangle \times \\ &\times \langle n_4 l_4 m_4 | V | n_2 l_2 m_2 \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{d} — оператор дипольного момента. Это позволяет исследовать характеристики генерируемого когерентного излучения, поскольку в дальней зоне спектр тока атомного отклика $J(\omega)$ совпадает со спектром генерируемого электромагнитного излучения.

В качестве примера применения описанного непертурбативного подхода к расчету отклика

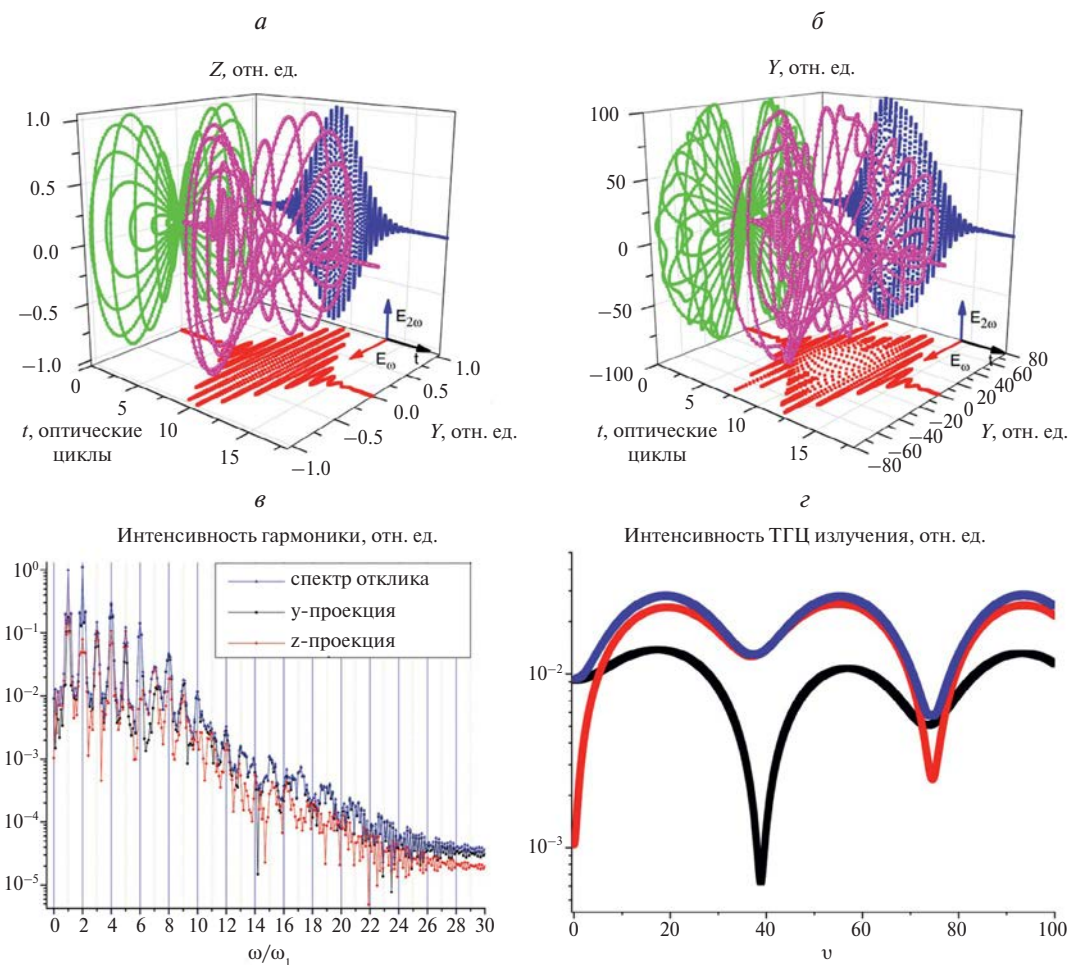


Рис. 1. Временная зависимость двухчастотного лазерного поля (а); рассчитанная с помощью формулы (2) временная зависимость тока атомного отклика на воздействие двухчастотного лазерного поля (б); фотоэмиссионный спектр отклика атома (в) (синяя кривая с треугольниками), его проекции на перпендикулярные оси (черная кривая с квадратами и красная кривая с кружками) и его длинноволновая часть (г). Расчеты проведены для атома аргона (модельная структура уровней атома представлена в [16]), взаимодействующего с двухчастотным лазерным полем, образованным линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера. Параметры поля, используемые в расчетах, имеют вид $\mu_{01} = 0.1$ (амплитуда компоненты двухчастотного поля на основной частоте лазера), $\mu_{02} = 0.1$ (амплитуда компоненты двухчастотного поля на частоте второй гармоники лазера), $\tau_1 = \tau_2 = 26.6$ фс (длительности импульсов), $\theta = \frac{21\pi}{48}$ — угол между направлениями поляризаций компонент двухчастотного поля, $t_{02} - t_{01} = 0$ — временная задержка между импульсами.

одиноким атомом при конкретных параметрах поля на рис. 1 представлены результаты расчета спектра тока отклика атома аргона на воздействие двухчастотного лазерного поля, образованного линейно поляризованными первой и второй гармониками Ti:Sa лазера (см. рис. 1а). Явный вид тока атомного отклика, рассчитанный с помощью формулы (2), представлен на рис. 1б. Видно, что спектр состоит из последовательности четных и нечетных гармоник поля, причем амплитуды каждой из гармоник обладают ненулевыми проекциями на ортогональные оси (см. рис. 1б). Важно отметить, что спектр не ограничивается подбарьерными и околобарьерными гармониками (гармониками, энергия фотона которых

меньше или равна энергии ионизации атома), несмотря на то что модельная структура уровней атома [16] не учитывает динамику населенностей квазиуровней непрерывного спектра атома (рис. 1в). Действительно, энергия ионизации атома аргона составляет величину 15.76 эВ, для излучения Ti: Sa лазера соответствует ~ 10 -й гармонике поля, вместе с тем фотоэмиссионный спектр существенно шире. Кроме того, в спектре излучения присутствует ненулевой сигнал на “нулевой” частоте, который в случае воздействия лазерных импульсов фемтосекундной длительности соответствует ТГц диапазону (рис. 1г). Отклик в ТГц части также имеет ненулевые проекции на перпендикулярные оси.

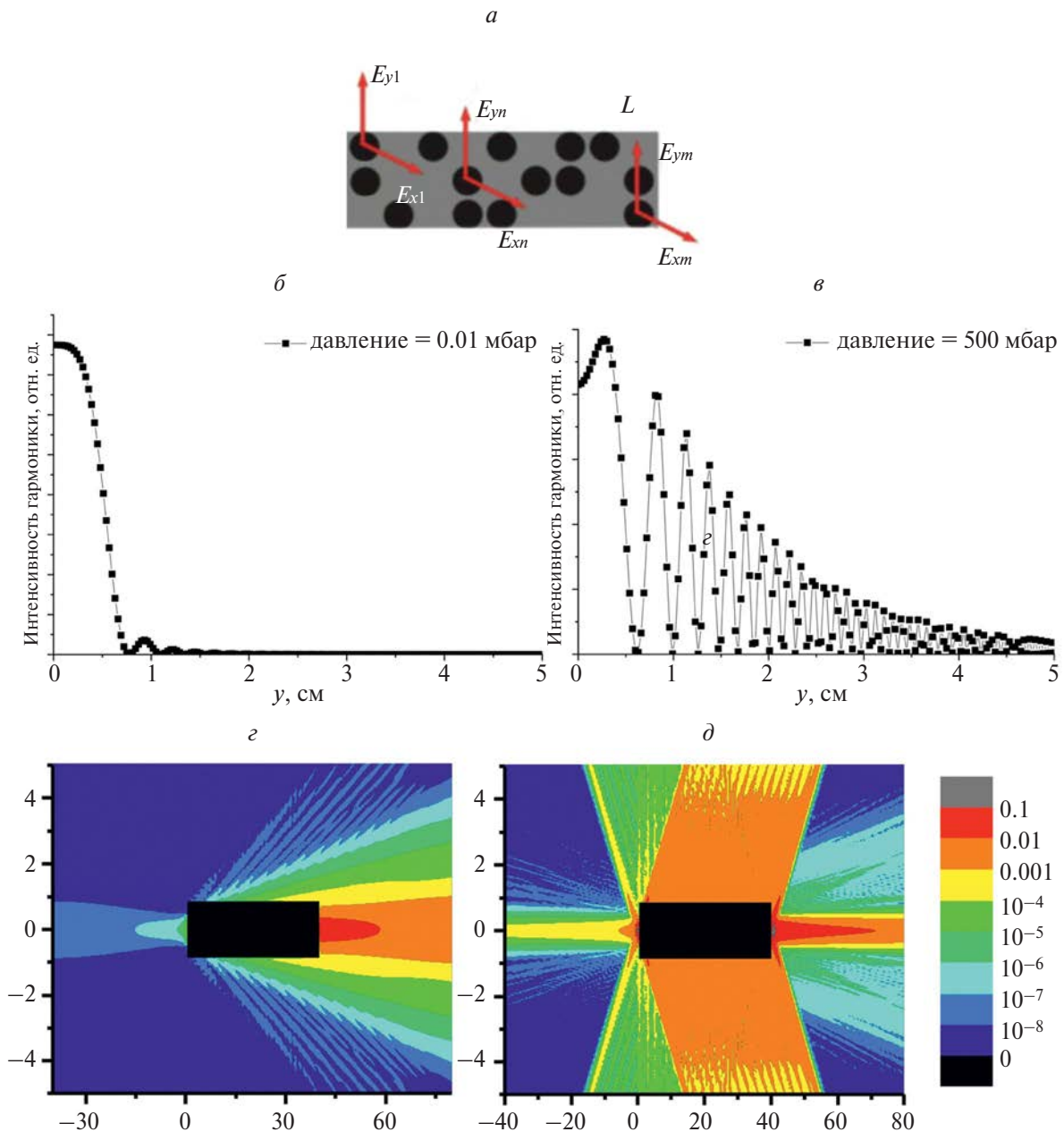


Рис. 2. Схематическое изображение газа (серый прямоугольник) с атомами (черные кружки), генерирующими электромагнитное поле (красные стрелки указывают две его проекции) (а). Радиальное распределение интенсивности 6-й гармоники, рассчитанной для аргонового газа длины 1 см при значении давления 0.01 мбар (б) и 500 мбар (в) в среде. Расчет проводился для лазерного излучения, сформированного из первой и второй гармоник Тi:Са лазера, интенсивность компонент поля $\mu_{01} = 0.1$, $\mu_{02} = 0.1$, длительности импульсов $\tau_1 = \tau_2 = 30$ фс, угол между поляризациями компонент поля $\theta = \frac{\pi}{2}$. Излучение на частотах 1 ТГц (г) и 11 ТГц (д), испускаемое протяженной аргоновой газовой средой. Черный прямоугольник показывает объем газовой камеры (длина 40 см, ширина 1.8 см). Параметры двухчастотного лазерного поля, образованного первой и второй гармониками Тi:Са лазера, имеют вид $\mu_{01} = 0.1$, $\mu_{02} = 0.0147$, $\tau_1 = \tau_2 = 30$ фс, $\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{\pi}{2}$ (разность фаз между компонентами двухчастотного поля). Цветом указана шкала интенсивностей генерируемого излучения в относительных единицах.

ОТКЛИК АНСАМБЛЯ АТОМОВ — ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОТКЛИКА ПРОТЯЖЕННОЙ СРЕДЫ

В протяженных средах при распространении лазерного излучения происходит трансформация профиля лазерного импульса. В случае одночастотного поля накачки это связано с отличием фазовой и групповой скоростей импульса, что приводит к изменению фазы поля и огибающей импульса при распространении. В случае многочастотного поля накачки в дополнение к указанным причинам существенную роль начинает играть дисперсия, приводящая к серьезному изменению как фазовых, так и групповых скоростей, составляющих импульс накачки, важную роль играют также другие эффекты распространения мощного лазерного излучения в среде [17]. В следствие чего вид токов атомных откликов (2) начинает зависеть от положения атома (поскольку параметры лазерного поля, с которым взаимодействует атом, зависят от координаты атома). В рамках предложенной интерференционной модели [18–20] удается рассчитать отклик протяженной газовой среды. Эта модель выглядит следующим образом. Среда представляет собой набор не взаимодействующих друг с другом атомов, расположенных в общем случае в цилиндре, ориентированном вдоль направления распространения лазерного излучения, длины L и радиусом R (двумерная проекция области локализации атомов представлена на рис. 2а). Фотоэмиссионные отклики атомов рассчитываются с помощью представленной выше развитой непертурбативной теории. Спектральные компоненты генерируемого одиночными атомами излучения “суммируются” с помощью следующей формулы при расчете величины поля в определенной точке пространства:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = -\frac{i\omega}{c^2} \sum_i \left[\vec{n}_i \left[\vec{n}_i \vec{J}_i(\omega) \right] \right] \times \times \frac{1}{R_i} \exp\left(i \frac{\omega}{c} R_i\right), \quad (3)$$

где $\vec{R}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$ и $\vec{n}_i = \vec{R}_i/R_i$, \vec{r}_i — радиус-вектор i -го атома, \vec{r} — радиус-вектор точки наблюдения.

Формула (3) учитывает интерференцию вкладов от различных источников поля. Она определяет напряженность поля отклика макроскопического ансамбля атомов в произвольной точке наблюдения, расположенной как внутри ансамбля, так и вне него. Приближения, которые использовались при ее выводе, состоят в том, что (i) размер атомных оболочек много меньше длины волны испускаемого излучения и (ii) расстояние до точки наблюдения много больше размеров атома.

Пример использования интерференционной модели для расчета параметров как ТГц излучения, так и параметров гармоник высокого порядка представлен на рис. 2. При расчете параметров генерируемого ТГц излучения использовалась двумерная среда, расчет параметров гармоник высокого порядка проводился для одномерной цепочки атомов, расположенных на оси распространения лазерного импульса. Рисунок 2а иллюстрирует, что использование интерференционной модели открывает возможность исследовать влияние макропараметров среды (давления, длины среды и др.) на энергетические, поляризационные и частотно-угловые особенности генерируемого излучения.

С помощью разработанного непертурбативного теоретического подхода и интерференционной модели среды были проведены экспериментально ориентированные теоретические расчеты, они продемонстрировали хорошее качественное, а в некоторых случаях и количественное согласование с соответствующими экспериментальными результатами по исследованию особенностей генерации гармоник в газах (Ar, Ne, Xe, Xe+CO₂) [14, 21, 22], в плазме (Ag, In) [23–26], в газокластерных смесях (Ar) [27], а также по генерации ТГц излучения (CO₂) [28]. Это является достоверной верификацией разработанного комплексного теоретического подхода к расчету отклика ансамбля атомов на воздействие интенсивного многокомпонентного произвольно-поляризованного излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представлен краткий обзор разработанного комплексного теоретического подхода к расчету отклика ансамбля атомов на воздействие интенсивного многокомпонентного произвольно-поляризованного излучения. Указанный теоретический подход апробирован при проведении совместных теоретико-экспериментальных исследований. Он может быть использован для исследований отклика протяженной среды и развития новых методов повышения эффективности генерации когерентного излучения различных спектральных диапазонов, управления поляризационными свойствами такого излучения, в частности, в условиях как фазового, так и квази-фазового согласования при генерации ТГц-излучения [29] и ГГВП [30] в двухчастотных лазерных полях, а также при более сложной организации многокомпонентного лазерного поля.

Автор выражает благодарность проф. А. В. Андрееву за полезные обсуждения результатов исследований.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-29-12030.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988. С. 312.
2. Беленов Э.М., Назаркин А.В. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. № 5. С. 252; Belenov E.M., Nazarkin A.V. // JETP Lett. 1990. V. 51. No. 5. P. 288.
3. Маймистов А.И. // Квант. электрон. 2000. Т. 30. № 4. С. 287; Maimistov A.I. // Quant. Electron. 2000. V. 30. No. 4. P. 287.
4. Козлов С.А. // Опт. и спектроск. 1995. Т. 79. № 2. С. 290; Kozlov S.A. // Opt. Spectrosc. 1995. V. 79. No. 2. P. 267.
5. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. С. 746; Sazonov S.V., Sobolevski A.F. // JETP Lett. 2002. V. 75. P. 621.
6. Кучиев М.Ю. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. № 7. С. 319; Kuchiev M.Yu. // JETP Lett. 1987. V. 45. No. 7. P. 404.
7. Corkum P.B. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 1994.
8. Платоненко В.Т. // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 1. С. 55; Platonenko V.T. // Quant. Electron. 2001. V. 31. No. 1. P. 404.
9. Андреев А.В. // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. № 3(9). С. 793; Andreev A.V. // JETP. 1999. V. 116. No. 3. P. 421.
10. Стрелков В.В., Платоненко В.Т., Стержантов А.Ф., Рябикин М.Ю. // УФН. 2016. Т. 86. № 5. С. 449; Strelkov V.V., Platonenko V.T., Sterzhantov A.F., Ryabikin M.Yu. // Phys. Usp. 2016. V. 86. No. 5. P. 425.
11. Borodin A.V., Panov N.A., Kosareva O.G. et al. // Opt. Lett. 2013. V. 38. P. 1906.
12. Zhang D., Lü Z., Meng C. et al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. Art. No. 243002.
13. Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A. // Eur. Phys. J. D. 2012. V. 66. Art. No. 16.
14. Stremoukhov S., Andreev A., Vodungbo B. et al. // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. Art. No. 013855.
15. Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu. // Phys. Rev. A. 2013. V. 87. Art. No. 053416.
16. Andreev A.V., Stremoukhov S.Yu., Shoutova O.A. // J. Opt. Soc. Amer. B. Opt. Phys. 2013. V.30. No. 7. P. 1794.
17. Lvov K.V., Stremoukhov S.Yu., Potemkin F.V. // J. Optics. 2021. V. 23. Art. No. 065502.
18. Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V. // Laser Phys. 2018. V. 28. Art. No. 035403.
19. Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V. // Laser Phys. Lett. 2015. V. 12. Art. No. 015402.
20. Stremoukhov S., Andreev A. // J. Opt. Soc. Amer. B. Opt. Phys. 2017. V. 34. No. 2. P. 232.
21. Migal E., Stremoukhov S., Potemkin F. // Phys. Rev. A. 2020. V. 101. Art. No. 021401(R).
22. Lambert G., Vodungbo B., Gautier J. et al // Nature Commun. 2015. V. 6. P. 6167.
23. Ganeev R.A., Boltaev G.S., Stremoukhov S.Yu. et al. // Eur. Phys. J. D. 2020. V. 74. Art. No. 199.
24. Ganeev R.A., Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V., Alnaser A.S. // Appl. Science. 2019. V. 9. P. 1701.
25. Andreev A.V., Ganeev R.A., Kuroda H. et al. // Eur. Phys. J. D. 2013. V. 67. P. 22.
26. Stremoukhov S.Yu., Ganeev R.A., Andreev A.V. // Spr. Proc. Phys. 2020. V. 241. P. 99.
27. Zhvaniya I.A., Dzhidzhoev M.S., Semenov T.A. et al. // J. Phys. Conf Ser. 2020. V. 1692. Art. No. 012017.
28. Andreev A.V., Angeluts A.A., Balakin A.V. et al. // IEEE Trans. Terahertz. Sci. Technol. 2020. V. 10. No. 1. P. 85.
29. Стрелмоухов С.Ю. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 6. С. 770; Stremoukhov S.Yu. // Bull. Rus. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 6. P. 646.
30. Stremoukhov S.Yu. // J. Opt. Soc. Amer. B. Opt. Phys. 2022. V. 39. No. 4. P. 1203.

Non-perturbative theory of atomic systems interaction with intense laser fields

S. Yu. Stremoukhov^{a, b, *}

^aFaculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

^bNational Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123182 Russia

*e-mail: sustrem@gmail.com

A brief description of a consistent non-perturbative approach to study the response of an ensemble of atoms to the action of intense multi-component arbitrary polarized laser field is presented. Its application to the study of the generation of high-order harmonics and generation of terahertz radiation in multi-color laser fields is discussed.

УДК 535.135

УЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ДИСПЕРСИОННОГО РАСПЛЫВАНИЯ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ, ИНДУЦИРОВАННЫХ МОЩНЫМ ФЕМТОСЕКУНДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

© 2024 г. К. В. Львов^{1, *}, С. Ю. Стремоухов^{1, 2}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

*E-mail: lvov.kv14@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Изучена динамика свободных носителей в зоне проводимости диэлектрика при его возбуждении фемтосекундным лазерным излучением ближнего инфракрасного диапазона. Продемонстрирована необходимость учета дисперсионного слагаемого в уравнении Фоккера-Планка, описывающего такую динамику.

DOI: 10.31857/S0367676524010102, EDN: SAVBFT

ВВЕДЕНИЕ

Решение целого ряда важных научных задач лазерной физики, таких как генерация мощного когерентного излучения, в том числе генерация гармоник высокого порядка, получение сверхкоротких лазерных импульсов, развитие методов модификации поверхности и объема материалов и других задач, невозможно без теоретического исследования процессов генерации свободных носителей и их динамики в зоне проводимости, вызванной действием мощного фемтосекундного лазерного излучения [1–4]. Теоретические расчеты позволяют, например, проанализировать особенности формирования макроскопического тока свободных носителей [5], определить механизмы передачи лазерной энергии твердому телу [6, 7].

Наиболее корректными с физической точки зрения моделями динамики свободных носителей являются статистические модели, основанные на уравнении Больцмана [8, 9], либо его упрощении — уравнении Фоккера-Планка [10, 11]. Согласно последнему, динамика плотности распределения носителей $f(\epsilon, t)$ в зоне проводимости описывается уравнением:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{1}{3} \sigma(\epsilon) E^2(t) f(\epsilon, t) \right) + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \epsilon^2} \left(\frac{4}{3} \epsilon \sigma(\epsilon) E^2(t) f(\epsilon, t) \right) + S_\epsilon(\epsilon, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $S_\epsilon(\epsilon, t)$ — плотность мощности генерации (или рекомбинации) носителей, $E^2(t)$ — квадрат огибающей лазерного поля, ϵ — кинетическая энергия

носителей, $\sigma(\epsilon) = \frac{e^2 v(\epsilon)}{m_e (v^2(\epsilon) + \omega^2)}$ — проводимость носителей, e — заряд электрона, m_e — эффективная масса носителей, $v(\epsilon)$ — эффективная частота столкновений носителей, ω — частота лазерного поля.

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) описывает лазерный нагрев свободных носителей, а второе слагаемое — дисперсию плотности распределения носителей по энергии. Второе слагаемое может быть истолковано как диффузия носителей по энергетическому спектру с характерным “коэффициентом диффузии” $D = \frac{2}{3} \epsilon \sigma(\epsilon) E^2(t)$.

С физической точки зрения оно означает “расплывание” плотности распределения носителей по энергетическому спектру при наличии локальных градиентов, возникающих, например, при фотоионизации или ударной ионизации.

Помимо статистических моделей динамики носителей разработаны также скоростные модели, описывающие распределение носителей по конечному числу дискретных уровней энергии в зоне проводимости: SRE (Single Rate Equation) [12],

MRE (Multiple Rate Equation) [13] и другие модификации [14, 15], учитывающие все более тонкие эффекты.

Ключевой особенностью всех существующих скоростных моделей является учет только первого слагаемого в правой части уравнения (1), описывающего нагрев носителей под действием лазерного излучения.

В данной работе исследуется динамика носителей с учетом энергетического дисперсионного расплывания (второе слагаемое в правой части уравнения (1)), рассчитанная с помощью уравнения Фоккера-Планка. Анализируются особенности энергетического распределения носителей в зоне проводимости диэлектриков под действием фемтосекундного лазерного излучения, а также влияние дисперсионного слагаемого на генерируемую плотность индуцированных носителей и их среднюю кинетическую энергию.

МОДЕЛЬ ФОККЕРА-ПЛАНКА

В уравнении Фоккера-Планка (1) в качестве источника свободных носителей рассматривается фотоионизация, скорость которой $W(\epsilon, I(t))$ зависит от интенсивности лазерного излучения $I(t)$ и описывается формулой Келдыша [16], а также ударная ионизация $v_{imp}(\epsilon)$:

$$S_{\epsilon}(\epsilon, t) = W(\epsilon, I(t)) - v_{imp}(\epsilon)f(\epsilon, t) + 2\beta v_{imp}(\beta\epsilon)f(\beta\epsilon, t). \quad (2)$$

Скорость ударной ионизации $v_{imp}(\epsilon)$ отлична от нуля только для тех носителей, чья энергия превышает критическое значение $\epsilon_{cr} = \left(1 + \frac{m_r}{m_h}\right)E_g$, где m_r — приведенная масса электрона и дырки, чьи эффективные массы равны m_e и m_h , E_g — ширина запрещенной зоны. Выражение для $v_{imp}(\epsilon)$ было получено в работе [17]:

$$v_{imp}(\epsilon) = \rho_{at} \sqrt{\frac{2\epsilon}{m_e}} \cdot 4\pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{E_g}\right)^2 \cdot \frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon} \times \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{cr}}{\epsilon + \epsilon_{cr}}\right)^{3/2} \cdot \left(1 + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{\epsilon_{cr}}{2\epsilon}\right)\right) \times \ln\left(2.7 + \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_{cr}} - 1}\right), \quad (3)$$

где ρ_{at} — плотность атомов, a_0 — боровский радиус, Ry — постоянная Ридберга.

Числовой коэффициент β в (2) показывает, во сколько раз уменьшается энергия электрона, участвующего в одном акте ударной ионизации. В предположении параболичности валентной зоны

и зоны проводимости значение этого коэффициента напрямую следует из законов сохранения энергии и импульса:

$$\beta = \left(\frac{2 - m_r / m_e}{1 - m_r / m_e}\right)^2. \quad (4)$$

Нагрев носителей в лазерном поле определяется проводимостью $\sigma(\epsilon) = \frac{e^2 v(\epsilon)}{m_e (v^2(\epsilon) + \omega^2)}$, при

этом учитываются только электрон-электронные и электрон-нейтральные столкновения, зависимость частоты которых от энергии носителей задается следующими выражениями [18]:

$$v(\epsilon) = v_{ee}(\epsilon) + v_{en}(\epsilon) \\ v_{ee}(\epsilon) = \rho(v)\sigma_{ee} = \frac{32\epsilon_0}{3e^2} \sqrt{\frac{2\pi\epsilon}{3m_e}} \epsilon_{mean}, \quad (5)$$

$$v_{en}(\epsilon) = (\rho_{at} - \rho)(v)\sigma_{en} \approx \sqrt{\frac{16\epsilon}{3\pi m_e}} (\rho_{at} - \rho)\sigma_{en}$$

где v — средняя скорость носителей с энергией ϵ , ϵ_0 — диэлектрическая постоянная, ϵ_{mean} — средняя кинетическая энергия носителей, ρ — полная плотность свободных носителей, $\sigma_{en} \approx 3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ — сечение электрон-нейтральных столкновений. При необходимости в выражение частоты столкновений (5) можно добавить и другие типы столкновений, например, электрон-фононные или электрон-ионные.

В данной работе по результатам расчетов динамики плотности распределения носителей в зоне проводимости вычислялись полная плотность свободных носителей $\rho(t)$:

$$\rho(t) = \int_0^{\infty} f(\epsilon, t) d\epsilon \quad (6)$$

и средняя кинетическая энергия носителей $\epsilon_{mean}(t)$:

$$\epsilon_{mean}(t) = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon f(\epsilon, t) d\epsilon}{\rho(t)}. \quad (7)$$

Для численного решения уравнения Фоккера-Планка (1) была построена 6-точечная разностная схема, которая является явной по времени и неявной по энергии. На каждом шаге по времени методом прогонки вычислялись значения плотности распределения $f(\epsilon, t)$ для каждого значения энергии, при этом граничные условия при $\epsilon \rightarrow \infty$ обеспечивали условие $f(\epsilon \rightarrow \infty, t) \rightarrow 0$, а граничные условия при $\epsilon = 0$ — неизменность полной

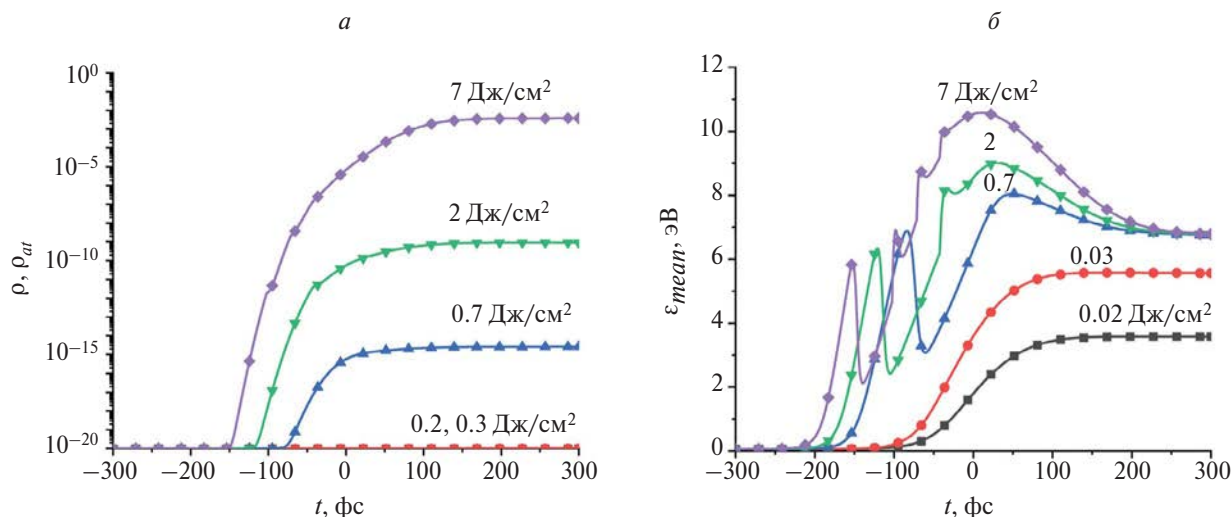


Рис. 1. Плотность свободных носителей, сформированных после действия лазерных импульсов с различными флюенсами (а). Динамика средней кинетической энергии носителей при разных флюенсах лазерного излучения (б).

плотности носителей в отсутствие источников носителей (при $S_e(\epsilon, t) = 0$).

Уравнение Фоккера-Планка, являющееся приближением уравнения Больцмана, справедливо, если средняя энергия, полученная носителями в электрическом поле за среднее время столкновений, меньше энергии носителей [10]:

$$\frac{e^2 E^2 v}{m_e (\omega^2 + v^2)} \cdot \frac{1}{v} < \epsilon. \text{ Из этого условия можно по-}$$

лучить оценку максимальной интенсивности лазерного излучения I_{max} , при которой модель F-P1 остается справедливой:

$$I_{max} = \frac{\epsilon m_e \omega^2 c n_0}{2e^2} \approx 4 \cdot 10^{12} \cdot \frac{E_g [\text{эВ}]}{\lambda^2 [\text{мкм}] \text{см}^2} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}, \quad (8)$$

где c — скорость света в вакууме, n_0 — показатель преломления среды, λ — длина волны лазерного излучения.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В качестве модельной среды нами был выбран фторид кальция CaF_2 с шириной запрещенной зоны 12 эВ, эффективной массой носителей $m_e = m_h = 9.1 \cdot 10^{-31}$ кг, плотностью атомов $\rho_{at} = 5.6 \cdot 10^{22}$ см⁻³. Импульсное лазерное излучение имело длительность 170 фс, длину волны $\lambda = 1.24$ мкм, что соответствует излучению хром-форстеритового лазера, и флюенс до $F = 7$ Дж/см² (условие (8) применимости модели выполнено вплоть до данных значений флюенса). Начальное распределение носителей по зоне проводимости было выбрано экспоненциальным (что

оправдано в силу широкозонности выбранного материала), так чтобы полная плотность носителей составляла величину $\rho_0 = 10^{-20} \rho_{at}$ (что обусловлено возможным наличием примесей и дефектов в решетке диэлектрика), а средняя кинетическая энергия носителей — $\epsilon_{mean} = 0.04$ эВ (что соответствует комнатной температуре).

На рис. 1а представлена динамика плотности свободных носителей, индуцированных лазерным излучением, а на рис. 1б — динамика их средней кинетической энергии, рассчитанной по формуле (7). Даже при самом большом значении флюенса $F = 7$ Дж/см², использованного в работе, плотность свободных носителей после прохождения импульса составляет не более $0.04 \rho_{at}$, что свидетельствует о низком уровне возбуждения среды. Поэтому более тонкие факторы, влияющие на динамику носителей, например, изменение ширины запрещенной зоны или Оже-рекомбинацию, можно не учитывать.

При малых флюенсах лазерного излучения ($F < 0.03$ Дж/см²) средняя кинетическая энергия носителей монотонно увеличивается по мере прохождения лазерного импульса, а плотность свободных носителей изменяется незначительно, что свидетельствует о постепенном нагреве носителей в лазерном поле. Наибольший рост средней кинетической энергии наблюдается в центре импульса — при наибольшей интенсивности лазерного излучения.

Совершенно другая динамика наблюдается при больших флюенсах ($F > 0.3$ Дж/см²). По мере нагрева носителей передним фронтом импульса их средняя кинетическая энергия ϵ_{mean} увеличивается. Однако с ростом интенсивности лазерного излучения фотоионизация активнее доставляет в зону

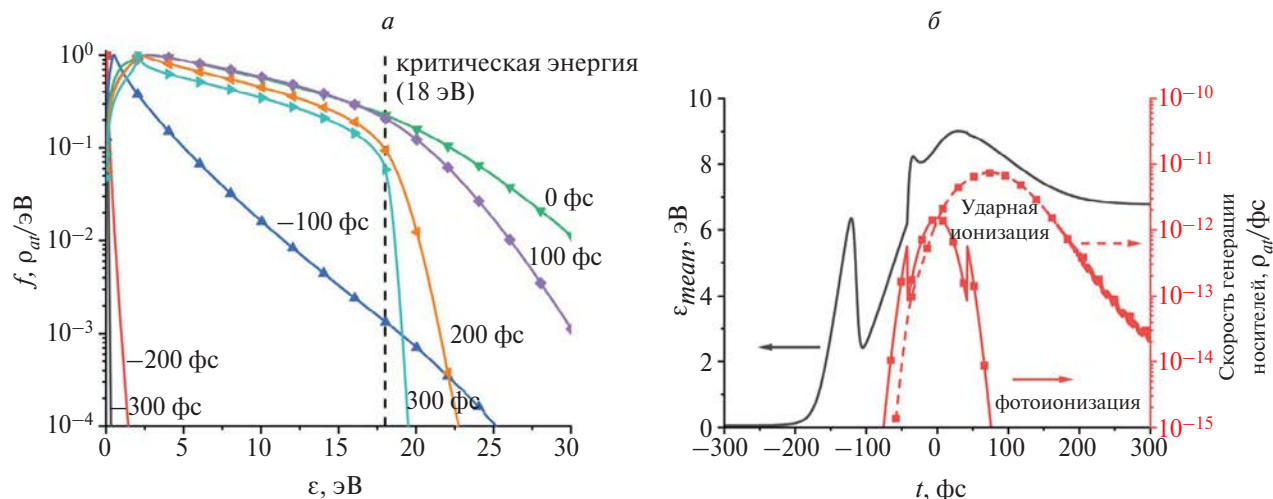


Рис. 2. Плотность распределения носителей по зоне проводимости для разных моментов времени (а). Кривые нормированы на максимальные значения. Сравнение динамики средней кинетической энергии носителей со скоростью их генерации за счет фотоионизации и ударной ионизации (б). Флюенс лазерного излучения $F = 2 \text{ Дж/см}^2$.

проводимости электроны с околонулевой энергией, что резко снижает ϵ_{mean} (кривая $t = -100 \text{ фс}$ на рис. 2б). Это наглядно продемонстрировано также на рис. 2а, на котором изображены плотности распределения носителей по зоне проводимости при возбуждении лазерным импульсом с флюенсом $F = 2 \text{ Дж/см}^2$. Плотность распределения носителей при $t = -100 \text{ фс}$ имеет резко выраженный максимум на 0.5 эВ , что соответствует энергии носителей сразу после фотоионизации. В центре импульса за счет достигнувшей своего максимального значения интенсивности лазерного излучения средняя кинетическая энергия носителей продолжает увеличиваться. Небольшие скачки, заметные на рис. 1б, при $F = 2$ и 7 Дж/см^2 обусловлены изменением порядка многофотонности процесса фотоионизации (см. также рис. 2б) вследствие увеличения эффективной ширины запрещенной зоны [16].

С середины импульса, как только носители достигнут критической энергии (для CaF_2 она составляет $\epsilon_{cr} = 1.5E_g = 18 \text{ эВ}$), и до его окончания активно действует ударная ионизация, создающая высокую плотность носителей с энергией в области 2.1 эВ и понижающая ее в области $> 18 \text{ эВ}$ (рис. 2а). При этом формируется такое распределение носителей по энергии, что их средняя энергия выходит на значение 6.7 эВ , что составляет $\epsilon_{\text{mean}}^f = 0.56E_g$. Примечательным является тот факт, что данное значение средней кинетической энергии ($0.56E_g$) не зависит от параметров лазерного излучения: флюенса (от 0.02 до 7 Дж/см^2 , рис. 1б), длины волны (от 1.24 до 4.4 мкм), длительности (от 80 до 400 фс), а также ширины запрещенной зоны (от 6 до 12 эВ), что было подтверждено дополнительными расчетами.

Данный факт свидетельствует об одинаковом (с точностью до множителя) распределении носителей по энергии на хвосте лазерного импульса, основной причиной формирования которого является ударная ионизация. Действительно, если потребовать, чтобы $\frac{\partial \epsilon_{\text{mean}}}{\partial t} = 0$ при $t \rightarrow \infty$, то, используя формулы (1) и (7), а также полагая $E^2(t) \rightarrow 0$, получим:

$$\int_0^\infty \epsilon S_\epsilon(\epsilon, f) d\epsilon = \epsilon_{\text{mean}}^f \int_0^\infty S_\epsilon(\epsilon, f) d\epsilon, \quad (9)$$

где плотность мощности генерации носителей содержит только ударную ионизацию:

$$S_\epsilon(\epsilon, f) = -v_{\text{imp}}(\epsilon)f(\epsilon, t) + 2\beta v_{\text{imp}}(\beta\epsilon)f(\beta\epsilon, t). \quad (10)$$

Выражения (9) и (10) задают конечное значение средней кинетической энергии носителей и их распределение по окончании действия лазерного излучения и определяются только зависимостью $v_{\text{imp}}(\epsilon)$ и параметром β .

С практической точки зрения указанная выше особенность распределения носителей по энергии указывает на возможность без проведения расчетов полной динамики свободных носителей заряда, возникающей под действием лазерного импульса, использования эффективной частоты столкновений и эффективной энергии носителей (получаемых при усреднении этих величин по энергетическому распределению носителей) для анализа процессов, следующих за фотовозбуждением носителей: электрон-фононной релаксации, люминесценции.

Как было уже отмечено, существующие скоростные модели динамики свободных носителей

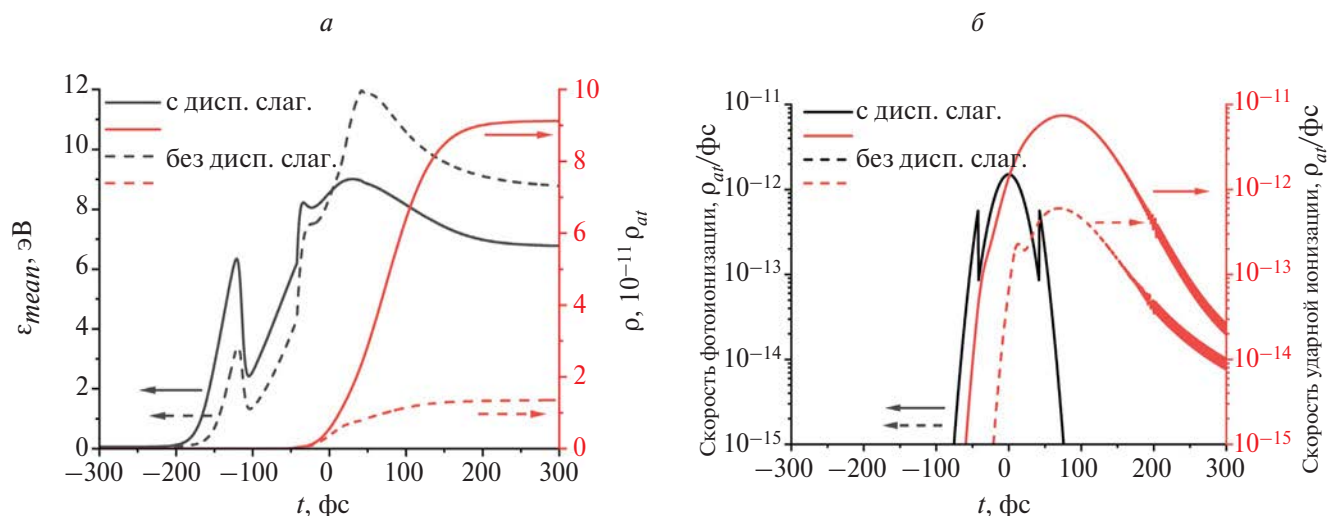


Рис. 3. Влияние энергетического дисперсионного расплывания носителей на динамику плотности свободных носителей и их средней кинетической энергии (а), скорости генерации носителей за счет фотоионизации и ударной ионизации (б). Флюенс лазерного излучения $F = 2 \text{ Дж/см}^2$.

учитывают только лазерный нагрев носителей, но не дисперсионное расплывание носителей по энергии. Чтобы выяснить важность учета этого слагаемого, была проведена серия расчетов, часть результатов которых приведена на рис. 3. Пренебрежение дисперсионным слагаемым приводит к понижению плотности генерируемых свободных носителей в 6.7 раза (при флюенсе лазерного излучения $F = 2 \text{ Дж/см}^2$). Причина этого состоит в сниженном действии ударной ионизации (рис. 3б), из-за чего создается меньшее количество носителей, а их средняя кинетическая энергия становится выше: с $0.56 E_g$ до $0.73 E_g$ при $F = 2 \text{ Дж/см}^2$ (рис. 3а). Ошибка в несколько раз в значении созданной после прохождения лазерного импульса плотности носителей и их средней кинетической энергии может негативно сказаться на предсказательной способности теоретических расчетов процессов релаксации запасенной в электронной подсистеме энергии, например, электрон-фононного рассеяния, объемного и поверхностного микроструктурирования вещества, люминесценции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены результаты расчетов на основе уравнения Фоккера-Планка динамики свободных носителей и их средней кинетической энергии при воздействии фемтосекундного лазерного излучения ближнего инфракрасного диапазона (1.24 мкм) на диэлектрик CaF_2 . Показано, что при флюенсах лазерного излучения, превышающих значение 0.3 Дж/см^2 , по окончании действия лазерного излучения формируется распределение носителей по энергии, не зависящее от параметров

лазерного излучения и ширины запрещенной зоны материала, так что средняя кинетическая энергия носителей становится равной $0.56 E_g$. Такая особенность позволяет использовать эффективные значения частоты столкновений и энергии носителей при дальнейшем анализе релаксации энергии носителей вместо проведения подробных расчетов динамики возбуждения носителей.

Учет энергетического дисперсионного расплывания носителей в уравнении Фоккера-Планка оказывается важным, поскольку пренебрежение им приводит к занижению получаемых значений плотности носителей в несколько раз.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-29-12030). К. В. Львов является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики "Базис".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ghimire S., DiChiara A.D., Sistrunk E. et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. Art. No. 167407.
2. Goulielmakis E., Brabec T. // Nature Photon. 2022. V. 16. P. 411.
3. Стрелков В.В., Платоненко В.Т., Стержантов А.Ф., Рябикин М.Ю. // УФН. 2016. Т. 186. № 5. С. 449; Strelkov V.V., Platonenko V.T., Sterzhantov A.F., Ryabikin M.Yu. // Phys. Usp. 2016. V. 186. No. 5. P. 425.
4. Schubert O., Hohenleutner M., Langer F. et al. // Nature Photon. 2014. V. 8. P. 119.
5. Стремоухов С.Ю., Андреев А.В., Шутова О.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 4. С. 500;

- Stremoukhov S.Yu., Andreev A.V., Shoutova O.A.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 4. P. 455.
6. *Mareev E., Pushkin A., Migal E. et al.* // Sci. Reports. 2022. V. 12. Art. No. 7517.
7. *Гершензон Е.М., Гершензон М.Е., Гольцман Г.Н. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. С. 226; *Gershenzon E.M., Gershenzon M.E., Gol'tsman G.N. et al.* // JETP Lett. 1987. V. 46. P. 226.
8. *Епифанов А.С., Маненков А.А., Прохоров А.М.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 728; *Epifanov A.S., Manenkov A.A., Prokhorov A.M.* // Sov. JETP. 1976. V. 70. P. 728.
9. *Kaiser A., Rethfeld B., Vicanek M., Simon G.* // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. P. 437.
10. *Holway L.H.* // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. P. 677.
11. *Stuart B.C., Feit M.D., Herman S. et al.* // Phys. Rev. B. 1996. V. 53. P. 1749.
12. *Stuart B.C., Feit M.D., Rubenchik A.M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 2248.
13. *Rethfeld B.* // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. Art. No. 18740.
14. *Lvov K.V., Potemkin F.V., Stremoukhov S.Yu.* // Mater. Today Commun. 2023. V. 35. Art. No. 105594.
15. *Medvedev N., Rethfeld B.* // J. Appl. Phys. 2010. V. 108. Art. No. 103112.
16. *Келдыш Л.В.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 1945; *Keldysh L.V.* // Sov. JETP. 1965. V. 47. P. 1307.
17. *Gryziński M.* // Phys. Rev. 1965. V. 138. Art. No. A336.
18. *Balling P., Schou J.* // Rep. Progr. Phys. 2013. V. 138. Art. No. 036502.

Accounting for the energy dispersion of free carriers induced by powerful femtosecond laser radiation in dielectrics

K. V. Lvov^{a, *}, S. Yu. Stremoukhov^{a, b}

^a*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234 Russia*

^b*National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123182 Russia*

**e-mail: lvov.kv14@physics.msu.ru*

Dynamics of free carriers in the conduction band of dielectrics induced by femtosecond near infrared laser radiation is analyzed. It is stressed the importance of accounting for the energy dispersion term in the Fokker-Planck equation describing such dynamics.

Keywords: Fokker-Planck equation, conduction band dynamics, femtosecond laser radiation.

УДК 535.03:519.06

ГЕНЕРАЦИЯ ОПТИКО-ТЕРАГЕРЦОВЫХ СОЛИТОНОВ МАЛОПЕРИОДНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ

© 2024 г. А. А. Калинович^{1, *}, С. В. Сазонов^{1, 2, 3}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”

²Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный
исследовательский центр “Курчатовский институт”

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)”

*E-mail: kalinovich@gmail.com

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Рассмотрена генерация широкополосного терагерцового излучения с помощью малопериодного лазерного импульса большой интенсивности. С помощью численного моделирования обобщенной системы Ядзимы–Ойкавы показано, что при генерации оптико-терагерцового солитона, в отличие от квазимонохроматического случая, для малопериодного импульса важную роль играет керровская нелинейность с учетом ее дисперсии.

DOI: 10.31857/S0367676524010114, EDN: SAOADZ

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитное излучение терагерцовых частот находит применение в различных областях науки и техники. С его помощью проводятся исследования в физике, химии, биологии, медицине и т.д. [1, 2]. В связи с этим возникает необходимость поиска эффективных способов генерации терагерцового излучения. Среди прочих следует выделить нелинейный метод оптического выпрямления как наиболее эффективный [3–5]. Генерируемый терагерцовый импульс является чрезвычайно коротким, то есть содержит порядка одного периода колебаний в соответствующем частотном диапазоне. При таком условии в теоретическом анализе для генерируемого терагерцового сигнала этого процесса неприменимо приближение медленно меняющейся огибающей (ММО).

Механизм оптического выпрямления описан теоретически и реализован экспериментально в работах [3–5]. Для эффективной генерации необходимо выполнение условия синхронизма черенковского вида: $v_g \cos\Theta = v_{ph}$, где v_g – групповая скорость оптического импульса, v_{ph} – фазовая скорость терагерцового сигнала, Θ – угол между направлениями распространения оптического и терагерцового сигналов [3–5]. В коллинеарном режиме ($\Theta = 0$) данное условие переходит в известное условие резонанса Захарова–Бенни (ЗБ) $v_g = v_{ph}$ [6, 7].

Для эффективной генерации терагерцового излучения методом оптического выпрямления используемая для этого среда должна обладать высокой нелинейной оптической восприимчивостью второго порядка $\chi^{(2)}$. Этим свойством обладают только оптически анизотропные среды. В экспериментальных работах [4] и [5] в качестве нелинейных сред использовались соответственно одноосные кристаллы арсенида галлия и ниобата лития, для которых $\chi^{(2)} \sim 10^{-6} - 10^{-7}$ CGSE.

Как отмечено выше, для описания терагерцового сигнала невозможно использовать приближение медленно меняющейся огибающей, широко применимое в оптике. В связи с этим для электрического поля терагерцовой компоненты E_T используется приближение однонаправленного распространения [8]. Электрическое поле оптической составляющей ψ описывается с помощью метода ММА. В результате получается система двух нелинейно-связанных уравнений, эквивалентная интегрируемой системе Ядзимы–Ойкавы (ЯО), полученной ранее для описания взаимодействия ионно-звуковой и ленгмюровской волн в плазме [9]. Также система ЯО применима к описанию генерации терагерцового сигнала с помощью квазимонохроматической оптической накачки в случае резонанса ЗБ [10]. Для данной системы существует солитонное решение, являющееся стационарным связанным состоянием оптической и терагерцовой

компонент. При этом несущая частота оптического импульса сдвигается в “красную” область [10–12].

Физический механизм генерации терагерцового излучения заключается в распаде фотона оптического диапазона на терагерцовый фотон и фотон оптической частоты, несколько меньшей исходной. В работе [13] существование данного “красного” сдвига было подтверждено экспериментально.

Для более эффективной генерации терагерцового излучения необходимо повышать интенсивность оптической накачки, поскольку амплитуда электрического поля генерируемого терагерцового сигнала прямо пропорциональна интенсивности оптической составляющей. Это может быть достигнуто с помощью малопериодного лазерного импульса большой интенсивности. В настоящее время нелинейная оптика малопериодных лазерных импульсов, содержащих до одного периода колебаний, приобретает все большую популярность [14–17]. В случае таких импульсов начинают ярко проявляться эффекты нелинейности и дисперсии высших порядков. Система ЯО была обобщена в [18] на случай интенсивного и короткого оптического сигнала с относительной длительностью всего в несколько световых колебаний. Там же показана интегрируемость полученной обобщенной системы ЯО при жестких ограничениях на коэффициенты соответствующих уравнений и получено солитонное решение. Однако данные ограничения на коэффициенты, как правило, не соответствуют экспериментальным условиям. В настоящей работе численно исследуется обобщенная система ЯО, в которой для оптической компоненты учитывается групповая дисперсия третьего порядка, дисперсия квадратичной оптико-терагерцовой нелинейности и кубическая нелинейность с ее дисперсией. Для терагерцовой составляющей учтены дисперсия электронной и колебательной природы, собственная квадратичная нелинейность и квадратичная нелинейность, несущая информацию о фазе оптического импульса (фазовая нелинейность).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Описание оптико-терагерцового взаимодействия с учетом малопериодности и высокой интенсивности излучения было проведено, в частности, в работе [19]. Однако для более полной картины необходимо также учесть дисперсию кубичной нелинейности оптического поля и дисперсию колебательной природы терагерцовой компоненты, существенные при распространении предельно коротких импульсов. Обобщенная система ЯО, описывающая взаимодействие комплексной амплитуды оптического излучения ψ и терагерцового поля E_T с учетом вышеперечисленных эффектов имеет вид:

$$i \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{z}} = -\frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial \bar{\tau}^2} + i \frac{k_3}{6} \frac{\partial^3 \bar{\psi}}{\partial \bar{\tau}^3} + a \bar{E}_T \bar{\psi} - ib \bar{\psi} \frac{\partial \bar{E}_T}{\partial \bar{\tau}} - i \mu \bar{E}_T \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\tau}} + \varepsilon |\bar{\psi}|^2 \bar{\psi} + h_1 |\bar{\psi}|^2 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\tau}} + h_2 \bar{\psi} \frac{\partial |\bar{\psi}|^2}{\partial \bar{\tau}}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{E}_T}{\partial \bar{z}} = \alpha \frac{\partial^3 \bar{E}_T}{\partial \bar{\tau}^3} - \bar{\gamma} \int_{-\infty}^{\bar{\tau}} \bar{E}_T d\tau' - \beta \bar{E}_T \frac{\partial \bar{E}_T}{\partial \bar{\tau}} - \sigma \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} |\bar{\psi}|^2 + iq \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \left(\bar{\psi}^* \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \bar{\tau}} - \bar{\psi} \frac{\partial \bar{\psi}^*}{\partial \bar{\tau}} \right),$$

$$\bar{\tau} = t - \bar{z} / v_g = t - \bar{z} / v_T.$$

Здесь, $\alpha = \frac{\pi}{c} \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial \omega^2} \right)_{\omega=0}$, $\beta = \frac{4\pi \chi^{(2)}(0;0)}{c}$,

$$\sigma = \frac{4\pi \chi^{(2)}(\omega; -\omega)}{cn_T}, \quad q = \frac{4\pi}{c} \left(\frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial \omega_1} \right)_{\omega_1=-\omega, \omega_2=\omega},$$

$$k_2 = \frac{2\pi}{c} \left(2 \frac{\partial \chi}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 \chi}{\partial \omega^2} \right), \quad k_3 = \frac{2\pi}{c} \left(3 \frac{\partial^2 \chi}{\partial \omega^2} + \omega \frac{\partial^3 \chi}{\partial \omega^3} \right),$$

$$a = \frac{4\pi \omega}{c} \chi^{(2)}(\omega, 0), \quad b = \frac{4\pi}{c} \chi^{(2)}(\omega, 0),$$

$$\mu = \frac{4\pi}{c} \left(\chi^{(2)}(\omega; 0) + \omega \frac{\partial}{\partial \omega} \chi^{(2)}(\omega; 0) \right),$$

$$\varepsilon = \frac{6\pi \omega}{c} \chi^{(3)}(\omega, \omega, -\omega) \cdot \chi, \quad h_1 \sim h_2 = \frac{6\pi \omega}{cn_o} \frac{\partial \chi^{(3)}}{\partial \omega}, \quad \chi^{(2)}$$

и $\chi^{(2)}$ — линейная, квадратичная и кубическая восприимчивости соответственно, ω — несущая частота оптического импульса, $\bar{\gamma}$ — дисперсия колебательной природы терагерцовой компоненты, n_T — терагерцовый показатель преломления, c — скорость света в вакууме.

В правой части первого уравнения (1) первые два слагаемых описывают дисперсию групповой скорости (ДГС) второго и третьего порядков соответственно оптической компоненты. Третье слагаемое описывает квадратичную оптико-терагерцовую нелинейность, а четвертое и пятое слагаемые — дисперсию данной нелинейности. Шестое слагаемое соответствует керровской нелинейности, а седьмое и восьмое — ее дисперсии.

В правой части второго уравнения системы (1) первые два слагаемых описывают дисперсию электронной и колебательной природы [17] терагерцовой компоненты, третье — ее собственную

нелинейность. Четвертое слагаемое задает генерацию терагерцового сигнала и пропорционально интенсивности оптического излучения. Последнее слагаемое описывает фазовую нелинейность терагерцового сигнала [20].

В работе рассматривается генерация оптико-терагерцовых солитонов импульсами малой длительности. Из-за этого они имеют малое число осцилляций электромагнитного поля, которое в ниже следующей системе (2) обозначено параметром $N = \omega\tau_0$, где τ_0 — начальная длительность сигнала. При заданной несущей частоте ω величина N пропорциональна длительности сигнала. Для проведения численного моделирования мы обезразмерили систему (1):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial z} = & iD_{k_2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + \frac{D_{k_3}}{N} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \tau^3} - iE_T \Psi - \\ & - \frac{1}{N} \Psi \frac{\partial E_T}{\partial \tau} - \frac{2}{N} E_T \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \\ & + ip \left(|\Psi|^2 \Psi + \frac{1}{N} |\Psi|^2 \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\tau}} + \frac{1}{N} \Psi \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \bar{\tau}} \right), \quad (2) \\ \frac{\partial E_T}{\partial z} = & \frac{1}{4N^2} \frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} - \gamma N^2 \int_{-\infty}^{\tau} E_T d\tau' - \frac{1}{N} E_T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} - \\ & - D_\sigma \frac{\partial}{\partial \tau} |\Psi|^2 + \frac{i}{N} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \tau} \right). \end{aligned}$$

Коэффициенты в правой части (1) зависят от длительности, поэтому параметр N включен в (2) явно для отслеживания зависимости решения от числа осцилляций исходного оптического импульса. В (2) введены также нормированные параметры $\bar{\Psi} = \Psi \Psi_0$, $\bar{E}_T = E_T \Psi_0$, Ψ_0 — пиковая амплитуда оптического сигнала на входе,

$$\bar{\tau} = \tau \tau_0, \quad \bar{z} = z l_{nl}, \quad l_{nl} = 1/(a\Psi_0), \quad D_{k_2} = \text{sign}(k_2) \frac{l_{nl}}{l_{dis2}},$$

$$D_{k_3} = \frac{l_{nl}}{l_{dis3}}, \quad l_{dis2} = \frac{2\tau_0^2}{|k_2|}, \quad l_{dis3} = \frac{6\tau_0^3}{k_3}, \quad \text{параметр}$$

$$\mu \text{ переходит в } \frac{\mu\Psi_0}{\tau_0} l_{nl} \approx \frac{2}{N}, \quad b \text{ — в } \frac{b\Psi_0}{\tau_0} l_{nl} \approx \frac{1}{N},$$

$$\alpha \text{ — в } \frac{\alpha l_{nl}}{\tau_0^3} \approx \frac{1}{4N^2}, \quad \beta \text{ — в } \frac{\beta\Psi_0}{\tau_0} l_{nl} \approx \frac{1}{N}, \quad \bar{\gamma} \text{ — в } \gamma N^2,$$

$$q \text{ — в } \frac{q\Psi_0}{\tau_0^2} l_{nl} \approx \frac{1}{N}, \quad D_\sigma = \frac{\sigma\Psi_0 l_{nl}}{\tau_0}, \quad p = \frac{\varepsilon\Psi_0^2 l_{nl}}{\tau_0},$$

τ_0 — длительность оптического импульса на входе. В системе (2) использованы соотношения

$$\frac{q}{\sigma} = \frac{b}{a}, \quad \mu = 2b \quad \text{ между коэффициентами системы (1) [18].}$$

На вход среды подается только оптический импульс, начальное условие имеет вид:

$$\Psi(z = 0, \tau) = \Psi_0 \exp(-\tau^2), \quad E_T(z = 0, \tau) = 0. \quad (3)$$

Система (2) обладает интегралом движения:

$$N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 d\tau = \text{const}. \quad (4)$$

Величина N_0 в (4), будучи пропорциональной числу фотонов в оптическом импульсе, сохраняется. Часть энергии каждого из оптических фотонов уходит в терагерцовую область, за счет чего происходит их красное смещение, то есть уменьшение частоты. Число терагерцовых фотонов $N_T = \int_{-\infty}^{+\infty} E_T^2 d\tau$ увеличивается, оно в системе (2) не сохраняется.

Совершая во втором уравнении системы (2) предельный переход $\tau \rightarrow +\infty$ и учитывая, что в этом пределе оптическая и терагерцовая компоненты вместе со всеми своими производными устремляются к нулю, приходим к необходимому условию

$$A_T = \int_{-\infty}^{+\infty} E_T d\tau = 0. \quad (5)$$

Равенство (5) представляет собой частный случай правила сохранения электрической площади широкополосного импульса, установленного в [21, 22].

Таким образом, поскольку на входе (при $z = 0$) в среду терагерцовый импульс отсутствует, его электрическая площадь тождественно равна нулю при любых значениях координаты z .

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Система (2) совместно с начальными условиями (3) решалась численно псевдо-спектральным методом с контролем сохранения интегралов (4) и (5). Проведена серия численных экспериментов, в результате которых были получены оптико-терагерцовые солитоны и широкополосный терагерцовый сигнал. Рассматривались случаи отсутствия кубичной нелинейности ($p = 0$) и фокусирующей кубичной нелинейности ($p = -1$).

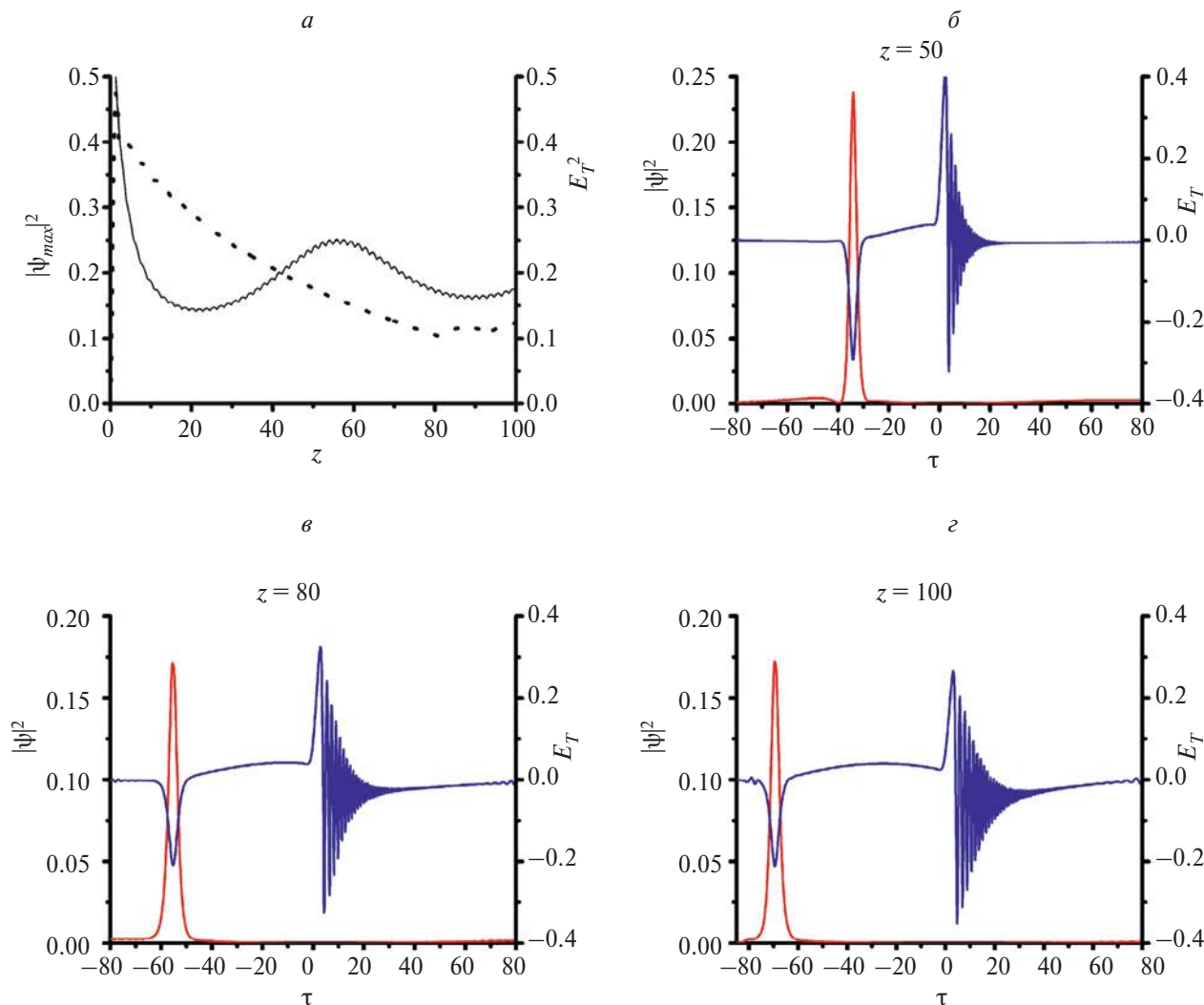


Рис. 1. Пиковые интенсивности (а) оптической (сплошная линия) и терагерцовой (пунктирная линия) компонент, профили оптической (красный) и терагерцовой (синий) компонент на разных расстояниях (б, в, г). Начальная амплитуда $\psi_0 = 1$, коэффициенты дисперсии второго и третьего порядков $D_{k2} = 0.5$, $D_{k3} = 0.5$, дисперсия колебательной природы терагерцового сигнала $g = 10^{-5}$, квадратичная и кубическая нелинейности $D_\sigma = 1$, $p = 0$, число колебаний $N = 10$.

На рис. 1 показан случай генерации при числе осцилляций $N = 10$ и отсутствии кубической нелинейности $p = 0$. Остальные использованные параметры: $\psi_0 = 1$, $D_{k2} = 0.5$, $D_{k3} = 0.5$, $\gamma = 10^{-5}$, $D_\sigma = 1$. Полученная картина аналогична описанной в [19]: возникает оптико-терагерцовый солитон и запаздывающий относительно него широкополосный терагерцовый сигнал. Прослежено устойчивое распространение данного оптико-терагерцового солитона на расстояние в 100 нелинейных длин.

На рис. 2 приведены результаты расчета, аналогичного предыдущему, за исключением наличия фокусирующей кубической нелинейности $p = -1$. Возникающий оптико-терагерцовый солитон

имеет большую интенсивность как оптической, так и терагерцовой компоненты. Это делает материалы с более выраженным эффектом кубической нелинейности более перспективными для генерации терагерцового излучения.

На рис. 3 представлены данные расчета для малопериодного импульса $N = 3$ при отсутствии фокусирующей нелинейности $p = 0$. В этом случае внутри огибающей импульса всего три осцилляции электрического поля, что близко к пределу, когда имеет смысл приближение медленно меняющегося поля. Остальные параметры аналогичны случаю, приведенному на рис. 1. За счет уменьшения числа осцилляций, в соответствии с нормированной системой (2) влияние электронной компоненты дисперсии терагерцового сигнала

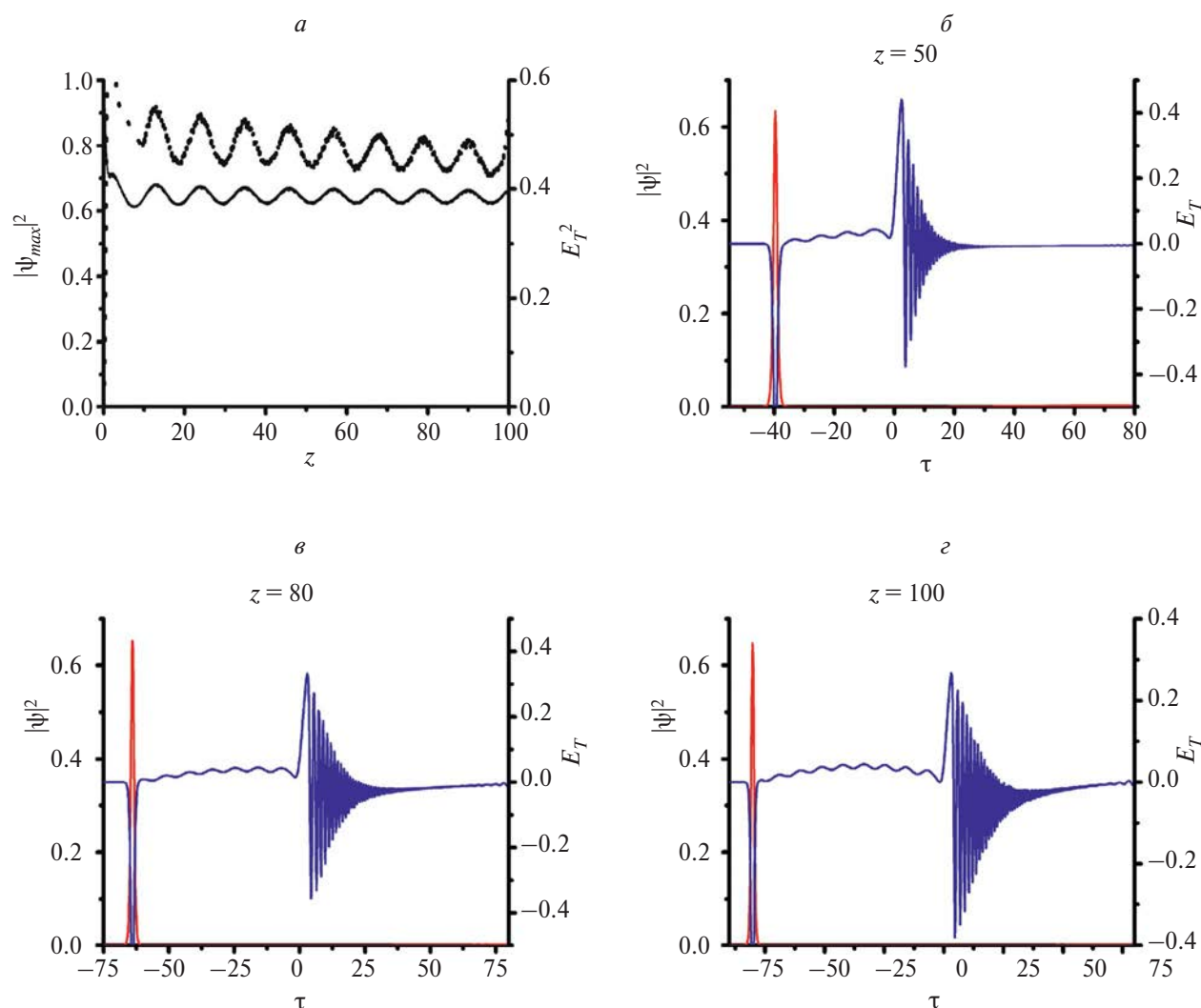


Рис. 2. Аналогично рис. 1, при тех же параметрах, кроме $p = -1$.

возрастает, а колебательной — убывает. Также возрастает роль дисперсии третьего порядка оптической компоненты. На рис. 3а можно видеть, что пиковая амплитуда оптической компоненты убывает с ростом дистанции распространения z . Это говорит о том, что устойчивый оптико-терагерцовый солитон не формируется. На рис. 3б–3г оптический и терагерцовый сигналы взаимодействуют, но их поперечная форма меняется на различных сечениях $z = \text{const}$.

На рис. 4 приведены результаты расчета с параметрами, аналогичными рис. 3, за исключением наличия фокусирующей керровской нелинейности $p = -1$. Пиковая амплитуда оптического сигнала на рис. 4а сохраняется с расстояния $z = 10$. Это свидетельствует о том, что к расстоянию в 10 нелинейных длин уже формируется оптико-терагерцовый солитон, распространение которого прослежено до ста нелинейных длин (см. рис. 4б и 4в). Справа

от этого солитона можно видеть оторвавшийся от солитона терагерцовый сигнал, постепенно меняющий свой профиль.

Сделаем некоторые численные оценки параметров, рассмотренных здесь оптико-терагерцовых импульсов. Используя связь $I_0 = c\psi_0^2 / 4\pi$ между пиковой интенсивностью I_0 входного оптического импульса и его пиковой амплитудой ψ_0 , запишем выражение для нелинейной длины l_{nl} в виде:

$$l_{nl} = \frac{c}{4\pi\omega\chi^{(2)}} \sqrt{\frac{c}{4\pi I_0}}.$$

Взяв для одноосного кристалла ниобата лития $\chi^{(2)} \sim 10^{-7}$ CGSE [23], $\omega \sim 10^{15} \text{ c}^{-1}$, $I_0 \sim 10^{11} \text{ Вт/см}^2$, будем иметь $l_{nl} \sim 0,1 \text{ см}$. Таким образом, отмеченные выше дистанции от 10 до 100 нелинейных

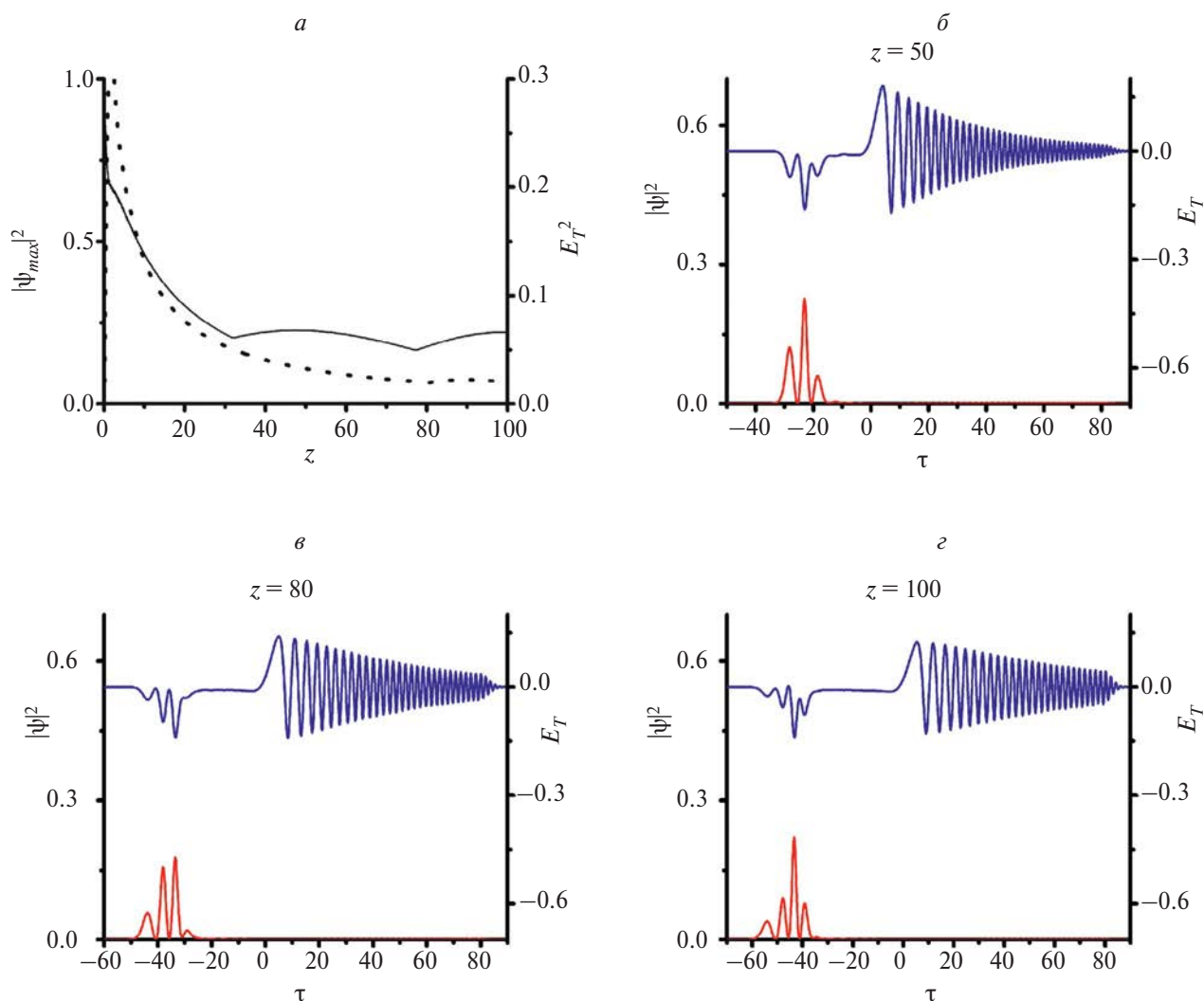


Рис. 3. Пиковые интенсивности (а) оптической (сплошная линия) и терагерцовой (пунктирная линия) компонент, профили оптической (красный) и терагерцовой (синий) компонент на разных расстояниях (б, в, г). Начальная амплитуда $\psi_0 = 1$, коэффициенты дисперсии второго и третьего порядков $D_{k2} = 0.5$, $D_{k3} = 0.5$, дисперсия колебательной природы терагерцового сигнала $\gamma = 10^{-5}$, квадратичная и кубическая нелинейности $D_{\sigma} = 1$, $p = 0$, число колебаний $N = 3$.

длин соответствуют интервалу дистанций в данном кристалле от 1 до 10 см. При этом характерные временные длительности оптического и терагерцового импульсов составляют порядка нескольких десятков фемтосекунд. Как результат, спектры оптического и генерируемого сигналов сближаются друг с другом. Этот процесс сопровождается захватом генерируемым сигналом инфракрасного диапазона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с помощью обобщенной системы Ядзими-Ойкавы проведено численное моделирование генерации оптико-терагерцовых

солитонов и широкополосного терагерцового сигнала малоамплитудным лазерным импульсом. Показано, что фокусирующая оптическая нелинейность способствует формированию оптико-терагерцовых солитонов даже при учете влияния дисперсии нелинейности в случае предельно короткого оптического сигнала, состоящего всего из трех осцилляций электрического поля. В связи с этим материалы, в которых более выражен эффект керровской нелинейности, перспективны для генерации терагерцового излучения.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

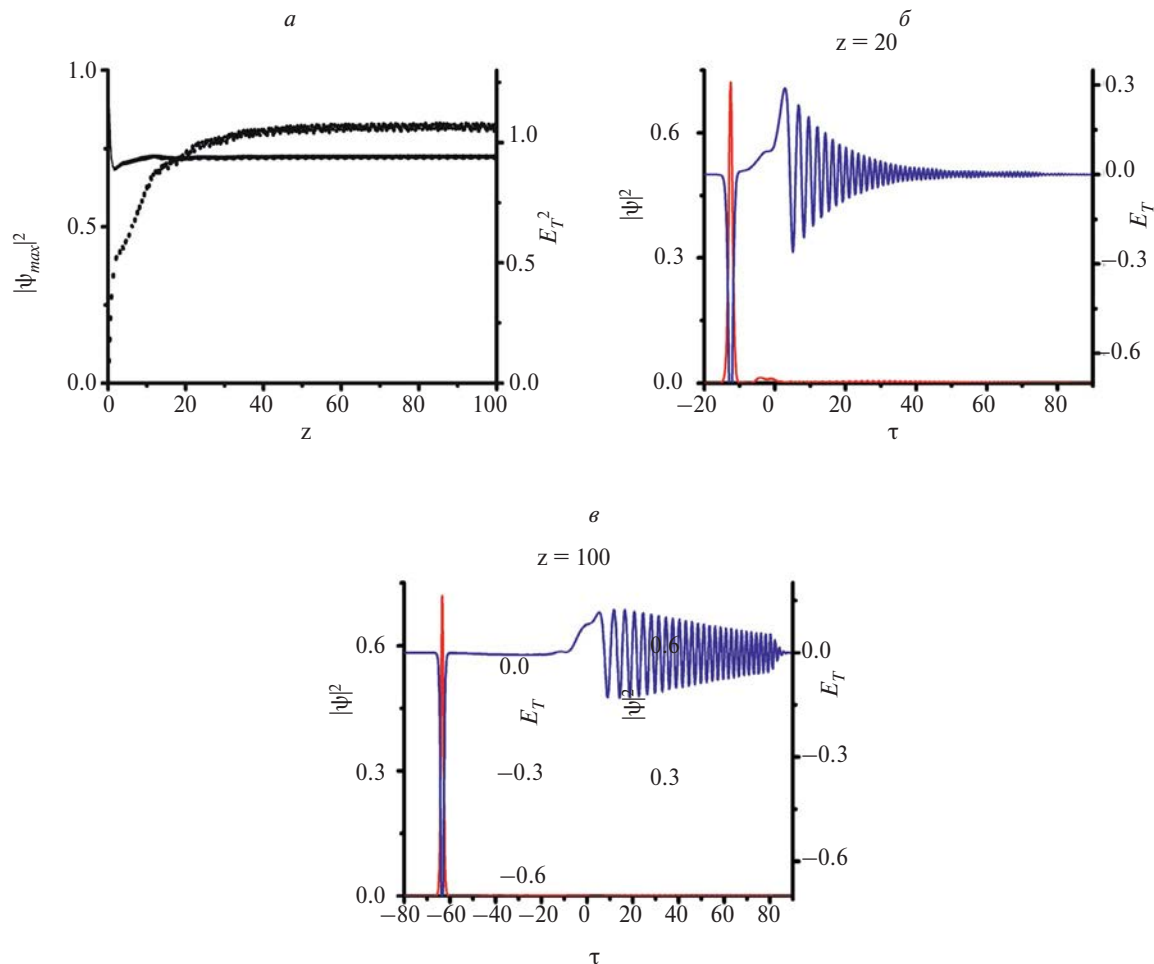


Рис. 4. Аналогично рис. 3, при тех же параметрах, кроме $p = -1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Peiponen K.-E., Zeitler A., Kuwata-Gonokami A. Terahertz spectroscopy and imaging. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013.
2. Smirnov S.V., Grachev Ya.V., Tsytkin A.N. et al. // J. Opt. Technol. 2014. V. 81. No. 8. P. 464.
3. Абдулин У.А., Ляхов Г.А., Руденко О.В., Чиркин А.С. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 4. С. 1295; Abdullin U.A., Lyakhov G.A., Rudenko O.V., Chirkin A.S. // Sov. Phys. JETP. 1974. V. 66. No. 4. P. 633.
4. Багдасарян Б.А., Макарян А.О., Погосян П.С. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 498; Bagdasaryan B.A., Makaryan A.O., Pogosyan P.S. // JETP Lett. 1983. V. 37. P. 594.
5. Auston D.H., Cheung K.P., Valdmanis J.A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1555.
6. Захаров В.Е. // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 5. С. 1745; Zakharov V.E. // Sov. JETP. 1972. V. 62. No. 5. P. 908.
7. Benney D.J. // Studies Appl. Math. 1977. V. 56. No. 1. P. 81.
8. Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Caudrey P.J. et al. // J. Phys. A. Math. Nucl. Gen. 1973. V. 6. P. 1337.
9. Yajima N., Oikawa M. // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.
10. Сазонов С.В., Соболевский А.Ф. // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 12. С. 746; Sazonov S.V., Sobolevskii A.F. // JETP Lett. 2002. V. 75. No. 12. P. 746.
11. Бугай А.Н., Сазонов С.В. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. № 8. С. 470; Bugai A.N., Sazonov S.V. // JETP Lett. 2008. V. 87. No. 8. P. 470.
12. Hattori T., Takeuchi K. // Opt. Express. 2007. V. 15. P. 8076.
13. Степанов А.Г., Мельников А.А., Компанец В.О., Чукалин С.В. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. № 5. С. 279; Stepanov A.G., Mel'nikov A.A., Kompanets V.O., Chekalin S.V. // JETP Lett. 2007. V. 85. No. 5. P. 279.
14. Leblond H., Mihalache D. // Phys. Reports. 2013. V. 523. No. 2. P. 61.

15. *Brabec T., Krausz F.* // Rev. Modern Phys. 2000. V. 71. P. 545.
16. *Krausz F., Ivanov M.* // Rev. Modern Phys. 2009. V. 81. P. 163.
17. *Козлов С.А., Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 404; *Kozlov S.A., Sazonov S.V.* // JETP. 1997. V. 111. No. 2. P. 221.
18. *Сазонов С.В., Сухоруков А.П., Устинов Н.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2014. Т. 100. № 10. С. 703; *Sazonov S.V., Sukhorukov A.P., Ustinov N.V.* // JETP Lett. 2014. V. 100. No. 10. P. 703.
19. *Калинович А.А., Захарова И.Г., Сазонов С.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 12. С. 1678; *Kalinovich A.A., Zakharova I.G., Sazonov S.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2022. V. 86. No. 12. P. 1427.
20. *Сазонов С.В., Сухоруков А.П.* // Письма в ЖЭТФ. 2013. Т. 98. № 12. С. 871; *Sazonov S.V., Sukhorukov A.P.* // JETP Lett. 2013. V. 98. No. 12. P. 871.
21. *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. № 5. P. 761; *Rosanolov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. No. 5. P. 721.
22. *Розанов Н.Н.* Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-. М.: Физматлит, 2011.
23. *Nikogosyan D.N.* Nonlinear optical crystals: a complete survey. Berlin: Springer, 2005.

Generation of optical-terahertz solitons by a few-cycle laser pulse

A. A. Kalinovich^{a, *}, S. V. Sazonov^{a, b, c}

^a*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

^b*National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123182 Russia*

^c*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 123182 Russia*

**e-mail: kalinovich@gmail.com*

The generation of broadband terahertz radiation using an extremely short laser pulse of high intensity is considered. Using numerical simulation of the generalized Yajima-Oikawa system, it is shown that in the generation of an optical-terahertz soliton, in contrast to the quasi-monochromatic case, Kerr nonlinearity plays an important role for a low-period pulse, considering its dispersion.

УДК 535.2

О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СВЕТОВЫХ ПУЛЯХ С МАЛЫМ ЧИСЛОМ КОЛЕБАНИЙ

© 2024 г. К. В. Кошкин^{1, *}, С. В. Сазонов^{1, 2, 3}, А. А. Калинович¹, М. В. Комиссарова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр
“Курчатовский институт”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский
авиационный институт (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия

*E-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

С помощью численного моделирования показана возможность формирования $(2D+1)$ малопериодных (3–5 осцилляций под огибающей) световых пульс в среде с квадратичной нелинейностью и аномальной дисперсией групповой скорости при генерации второй гармоники. Выявлено, что по мере уменьшения числа осцилляций под огибающей параметры таких двухчастотных солитонов изменяются.

DOI: 10.31857/S0367676524010121, EDN: SALGWS

ВВЕДЕНИЕ

Волновые пакеты, локализованные в пространстве и во времени, принято называть пространственно-временными солитонами (ПВС), или световыми пулями (СП). Такие уединенные импульсы могут оставаться устойчивыми по мере распространения в среде за счет баланса линейных (дисперсия, дифракция) и нелинейных эффектов.

Квазимонохроматические СП подробно исследуются в последние годы в средах с различным порядком нелинейности. Большим преимуществом квадратично-нелинейных сред является отсутствие коллапса, характерного для сред с кубической нелинейностью и приводящего к неустойчивости солитонного решения [1]. Важным фактором для формирования СП является знак дисперсии групповой скорости (ДГС). Возможность формирования двухчастотных ПВС при генерации второй гармоники в среде с квадратичной нелинейностью была теоретически предсказана [2, 3] и экспериментально подтверждена [4, 5] более двадцати лет назад. В 2017 г. с помощью аналитического метода усредненного Лагранжиана, а также численного моделирования были исследованы плоские “дышащие” двухчастотные СП при аномальной ДГС [6]. Под “дышащим” режимом подразумевается то, что параметры СП осциллируют вокруг некоторого среднего значения, причем осцилляции для первой и второй гармоник синфазны по каждому из

параметров. В качестве среды, в которой возможно формирование подобных структур, было предложено использовать мелкодисперсные среды [6, 7]. Такие среды состоят из изотропного вещества со статическим показателем преломления, в котором присутствуют гранулы оптически активного вещества, обладающего сильно выраженными дисперсионными свойствами. ДГС в мелкодисперсных средах будет отрицательной именно за счет пространственной дисперсии [7]. Отметим, что отсутствие ДГС на частоте второй гармоники не является препятствием для формирования двухчастотной параметрической СП в среде с квадратичной нелинейностью [8].

Предельно короткие импульсы (ПКИ) и их исследования относятся к актуальным проблемам современной нелинейной оптики [9, 10]. Интерес к ПКИ носит также и прикладной характер, обусловленный развитием систем детектирования объектов и передачи информации. Некоторые методы анализа ПКИ были предложены в работах [11–16]. В работе [12] к импульсам длительностью в несколько периодов осцилляций электромагнитного поля применялось понятие огибающей сигнала. По сравнению с квазимонохроматическими малопериодными двухчастотными СП исследованы существенно меньше. Среди немногих публикаций по этой теме можно отметить работу [17], в которой были исследованы малопериодные СП в присутствии волновода при нормальной ДГС. В настоящей

работе мы изучаем возможность формирования малопериодных СП в однородной анизотропной среде с аномальной ДГС для обеих гармоник.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В книге [18] для ПКИ длительностью меньше одной пикосекунды вводится обобщенное многомерное нелинейное уравнение Шредингера, учитывающее дисперсию и дифракцию высших порядков. В работе [19] по аналогичному алгоритму выведены уравнения, описывающие процесс генерации второй гармоники ПКИ с учетом дисперсии третьего порядка и дисперсии нелинейности. Обобщая результаты [18, 19], можно записать систему уравнений для огибающих A_1 и A_2 электрического поля импульса на основной частоте и на второй гармонике:

$$i \left(\frac{\partial A_1}{\partial z} + \delta \frac{\partial A_1}{\partial \tau} \right) = \frac{-\beta_1}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} + i \frac{\gamma_1}{6} \frac{\partial^3 A_1}{\partial \tau^3} + A_1^* A_2 + ib_1 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^* A_2) + c_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - ic_2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2}; \quad (1)$$

$$i \left(\frac{\partial A_2}{\partial z} - \delta \frac{\partial A_2}{\partial \tau} \right) = \frac{-\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} + i \frac{\gamma_2}{6} \frac{\partial^3 A_2}{\partial \tau^3} + \eta A_1^2 + ib_2 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^2) + \frac{c_1}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} - i \frac{c_2}{4} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2}; \quad (2)$$

где $A_{1,2}$ – медленно меняющиеся амплитуды обеих гармоник, $\tau = t - \frac{z}{2} \left(\frac{1}{v_{g2}} + \frac{1}{v_{g1}} \right) -$

время, z – направление распространения,

$\delta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_{g2}} - \frac{1}{v_{g1}} \right)$ – групповая расстройка,

ка, $\beta_{1,2} = \frac{\partial^2 k_{1,2}}{\partial \omega^2}$ – коэффициенты ДГС,

$\gamma_{1,2} = \frac{\partial^3 k_{1,2}}{\partial \omega^3}$ – коэффициенты дисперсии третьего порядка, $k_{1,2}$ – волновые числа, $\eta = \frac{a_2}{a_1}$,

$a_1 = \frac{4\pi w}{cn_1} \chi^{(2)}(2\omega; -\omega)$, $a_2 = \frac{8\pi\omega}{cn_2} \chi^{(2)}(\omega; \omega)$ – ко-

эффициенты нелинейности,

$$b_1 = \frac{4\pi}{cn_1} \left(\chi^{(2)}(2\omega; -\omega) + w \frac{\partial \chi^{(2)}(2\omega; -\omega)}{\partial w} \right), \quad b_2 = \frac{8\pi}{cn_2} \left(\chi^{(2)}(\omega; \omega) + \omega \frac{\partial \chi^{(2)}(\omega; \omega)}{\partial \omega} \right) - \text{коэффициенты}$$

дисперсии нелинейности, $n_{1,2}$ – показатели преломления, $\chi^{(2)}(\omega, \omega)$, $\chi^{(2)}(2\omega, -\omega)$ – восприимчивости.

Схожим образом эффекты высших порядков учитывались в работе [17]. В работе [6] методом усредненного Лагранжиана при выполнении условий фазового и группового синхронизма был аналитически получен вид квазимонохроматических ПВС. При этом коэффициенты ДГС на частотах основной и второй гармоник были связаны следующим образом:

$$2\beta_1(\omega) = \beta_2(2\omega). \quad (3)$$

БЕЗРАЗМЕРНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для численного эксперимента система (1)–(2) безразмерна следующим образом:

$$i \left(\frac{\partial \Psi_1}{\partial \bar{z}} + D_\delta \frac{\partial \Psi_1}{\partial \bar{\tau}} \right) = \frac{-D_{\beta 1}}{2} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{iD_{\gamma 1}}{6} \frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial \bar{\tau}^3} + \Psi_1^* \Psi_2 + iD_{b1} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} (\Psi_1^* \Psi_2) + D_{c1} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \bar{x}^2} - iD_{c2} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \bar{x}^2}; \quad (4)$$

$$i \left(\frac{\partial \Psi_2}{\partial \bar{z}} - D_\delta \frac{\partial \Psi_2}{\partial \bar{\tau}} \right) = \frac{-D_{\beta 2}}{2} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{iD_{\gamma 2}}{6} \frac{\partial^3 \Psi_2}{\partial \bar{\tau}^3} + \eta \Psi_1^2 + iD_{b2} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} (\Psi_1^2) + \frac{D_{c1}}{2} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \bar{x}^2} - i \frac{D_{c2}}{4} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \bar{x}^2}; \quad (5)$$

где $\Psi_{1,2} = \frac{A_{1,2}}{A_{in}}$, $\bar{z} = \frac{z}{l_{nl}}$, $l_{nl} = \frac{1}{a_1 A_{in}}$, $D_{\beta_{1,2}} =$

$\frac{\beta_{1,2} l_{nl}}{2\tau_{in}^2}$, $D_{\gamma_{1,2}} = \frac{\gamma_{1,2} l_{nl}}{6\tau_{in}^3}$, $\bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_{in}}$, $\bar{x} = \frac{x}{R_{in}}$,

$D_{b_{1,2}} = \frac{4\pi A_{in}}{cn_{1,2} \chi^{(2)}}$, $D_{c_1} = \frac{cl_{nl}}{2\omega n_1 R_{in}^2}$, $D_{c_2} =$

$\frac{cl_{nl}}{2\omega^2 n_1 R_{in}^2 \tau_{in}}$, $D_\delta = \frac{\delta l_{nl}}{\tau_{in}}$, $N = \omega \tau_{in}$, A_{in} – на-

чальная пиковая амплитуда на основной частоте,

R_{in} — начальная ширина импульса, τ_{in} — начальная длительность импульса.

На вход в среду ($\bar{z} = 0$) подаются компоненты на обеих частотах, имеющие гауссовскую огибающую:

$$\psi_1 = \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2], \psi_2 = 0.5 \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2]. \quad (6)$$

МАЛОПЕРИОДНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПУЛИ

Мы подбираем параметры, при которых квазиоднохроматический сигнал с $N = 10$ устойчиво распространяется. Для световой пули наблюдается “дышащий” режим с синфазными колебаниями амплитуд обеих гармоник. Отличительным признаком влияния эффектов высших порядков является возрастающее смещение во времени $\bar{\tau}$ центра сигнала, что соответствует изменению групповых скоростей обеих компонент. Этот эффект обусловлен наличием дисперсии третьего порядка и дисперсии нелинейности, причем если положительный коэффициент дисперсии нелинейности ($D_b > 0$) приводит к положительному сдвигу, то отрицательная дисперсия третьего порядка ($D_\gamma < 0$) — к отрицательному сдвигу.

При уменьшении числа осцилляций до $N = 5$ влияние дисперсии на характер распространения импульса возрастает. Сдвиг в положительном направлении увеличивается, при этом форма сигнала в целом приближенно остается гауссовской, устойчивый режим все еще наблюдается. Если уменьшить число осцилляций до $N = 3$, можно наблюдать серьезные отличия (рис. 1).

Рис. 1а и 1б иллюстрируют изменения соответственно пространственного и временного распределения интенсивности на основной частоте на расстояниях до 500 нелинейных длин при

$N = 3$. Указанные профили существенно изменяются вдоль продольной координаты: по сравнению с $N = 5$ сдвиг во времени еще больше возрастает, ширина и длительность пули увеличиваются, а энергия убывает по мере распространения в среде. Похожим образом изменяется профиль сигнала на частоте второй гармоники.

На рис. 2а приведены зависимости пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте от продольной координаты при различных значениях N . Видно, что при $N = 3$ (короткий пунктир) устойчивый режим распространения световой пули нарушается. Увеличивая параметры $D_{\beta 1,2}$ (отвечающие за конкуренцию ДГС и нелинейности), мы возвращаем устойчивый режим (рис. 2б). Длительность сигнала сначала увеличивается, после осциллирует вокруг некоторого среднего значения, что свидетельствует о формировании СП. Отметим, что параметры такого солитона (амплитуда, длительность, ширина) будут отличаться от параметров той пули, которая получалась первоначально, до модификации параметров. Изменение параметров $D_{\beta 1,2}$ при постоянной входной длительности может осуществляться за счет изменения интенсивности импульса на входе в среду. При этом зафиксировать безразмерные коэффициенты дифракции $D_{\beta 1,2}$ можно путем изменения входной ширины импульса.

Также исследовался случай нулевой ДГС на частоте второй гармоники. Для случаев $N = 10,5$ наблюдался устойчивый режим, что в целом характерно для квазиоднохроматических световых пуль. Для более коротких импульсов $N = 3$ режим остается неустойчивым (рис. 3).

Необходимую для формирования СП отрицательную ДГС для некоторых кристаллов можно найти в инфракрасном диапазоне $\lambda \approx 1$ мкм. Например, для кристаллов KDP и LiNbO₃ ДГС

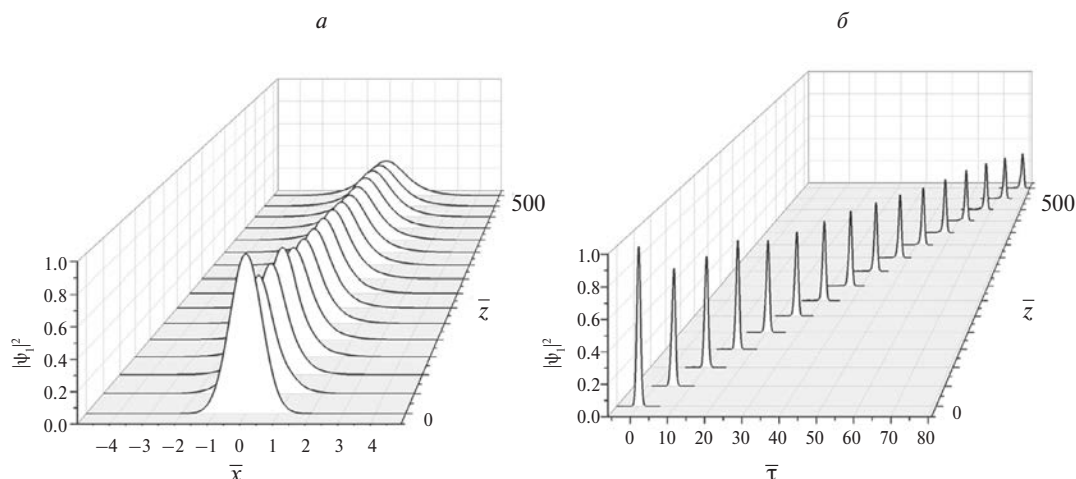


Рис. 1. Пространственный профиль сигнала ($N = 3$) на основной частоте при различных значениях \bar{z} (а). Временной профиль сигнала ($N = 3$) на основной частоте при различных значениях $\bar{\tau}$ (б).

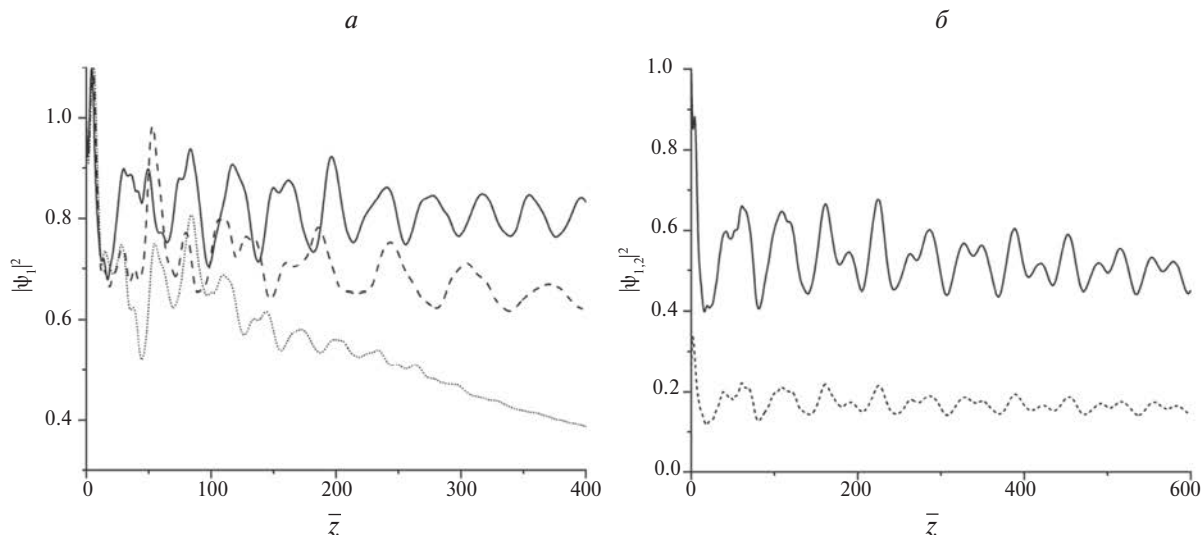


Рис. 2. Зависимость пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте от продольной координаты при разных N . Сплошная линия $N = 4$, пунктирная $N = 3.2$, короткий пунктир $N = 3$ (а). Зависимость пиковых интенсивностей на основной частоте и на второй гармонике (сплошная и пунктирная линии соответственно) от продольной координаты при $N = 3$ (б).

в диапазоне прозрачности можно оценить по формуле Зельмейера [20]. Соответствующая иллюстрация приведена на рис. 4. Однако соотношение (3) между отрицательными коэффициентами ДГС возможно лишь в средах с пространственной дисперсией, например, в микродисперсных неоднородных средах [6, 7].

Рассмотрим изотропную твердотельную матрицу со статическим показателем преломления $n \approx 1$, в которой находятся гранулы некоего оптически

активного вещества, например, LiNbO_3 . Размер гранул меньше расстояния между ними и много меньше длины волны. В этом случае, пренебрегая рассеянием на гранулах, можно учесть пространственную дисперсию. По аналогии с работой [7] волновое число приближенно задается выражением:

$$k(\omega) \approx \frac{n_0\omega}{c} + \alpha_1\omega^3 + \alpha_2\omega^5, \quad (7)$$

где $\alpha_{1,2}$ могут быть отрицательными или положительными величинами. Для дисперсионного соотношения (6) условие (3) может выполняться при отрицательных ДГС. Полагая частоту сигнала $\omega \approx 10^{15}$ Гц, резонансную частоту $\omega_0 \approx 10^{16}$ Гц, $\chi^{(2)} = 10^{-8}$ СГСЭ (для LiNbO_3), можно оценить

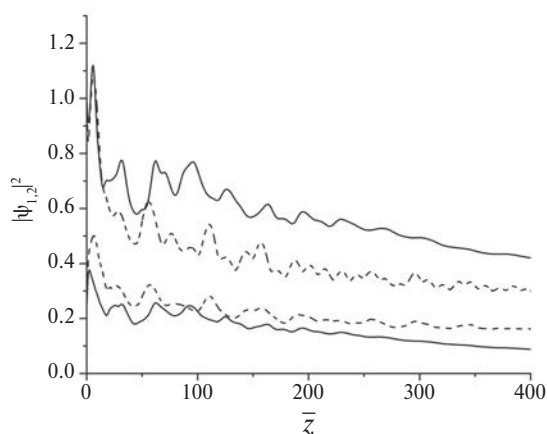


Рис. 3. Зависимость пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте и на второй гармонике (сплошные верхняя и нижняя линии соответственно) от продольной координаты при $N = 3$ ($D_{\beta_1} = -0.1$, $D_{\beta_2} = -0.2$). Пунктирные верхняя и нижняя линии — пиковые интенсивности в случае нулевой ДГС на частоте второй гармоники ($D_{\beta_1} = -0.1$, $D_{\beta_2} = 0$).

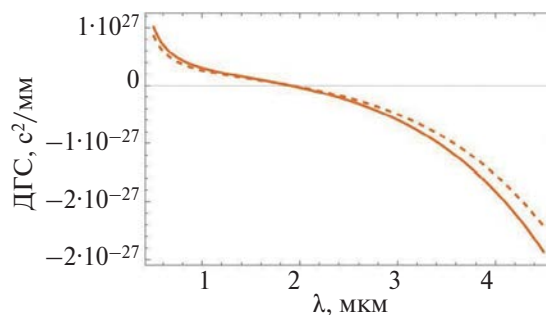


Рис. 4. Зависимость коэффициента ДГС $\beta_{1,2}$ от длины волны для LiNbO_3 . Сплошная и пунктирная линии — ДГС на основной частоте и второй гармонике соответственно.

Табл. 1. Значения для дисперсионных длин

Длительность импульса, фс	Дисперсионная длина l_d , см	Дисперсионная длина l_{d3} , см
10	1.6	48
5	0.4	6
3	0.14	1
2	0.06	0.4

дисперсионные длины $l_d = \frac{2\tau_{in}^2}{\beta_1}$, $l_{d3} = \frac{6\tau_{in}^3}{\gamma_1}$

(табл. 1) [6, 7]. Видно, что при уменьшении длительности импульса роль дисперсии третьего порядка существенно возрастает.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квазиоптическое описание процесса генерации второй гармоники малопериодными импульсами требует учета эффектов высших порядков, таких как дисперсия второго и третьего порядков, квадратичная дисперсия нелинейности и дисперсия дифракции. В ходе численных экспериментов показано, что двухчастотная световая пуля, распространяющаяся устойчиво в квазимонохроматическом режиме (большое число осцилляций под огибающей N), при переходе в малопериодный режим (уменьшение длительности до трех осцилляций под огибающей) изменяет свои основные параметры, но сохраняет возможность устойчивого распространения. Групповые скорости обеих гармоник при этом также изменяются.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kanashov A.A., Rubenchik M.* // Physica D. 1981. V. 4. No. 1. P. 122.
2. *Skryabin D.V., Firth W.J.* // Opt. Commun. 1998. V. 148. P. 79.
3. *Malomed B.A., Drummond P., He H. et al.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 4725.
4. *Liu X., Beckwitt K., Wise F.* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 1328.
5. *Liu X., Qian L., Wise F.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. No. 2. P. 83.
6. *Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Zakharova I.G., Komissarova M.V.* // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. P. 83.
7. *Сазонов С.В.* // Опт. и спектроск. 1995. Т. 79. № 2. С. 282.
8. *Сазонов С.В., Комиссарова М.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111. № 6. С. 355; *Sazonov S.V., Komissarova M.V.* // JETP Lett. 2020. V. 111. No. 6. P. 355.
9. *Brabec T., Krausz F.* // Rev. Modern Phys. 2000. V. 71. No. 2. P. 545.
10. *Желтиков А.М.* Сверхкороткие импульсы и методы нелинейной оптики. М.: Физматлит, 2006.
11. *Архипов Р.М., Архипов М.В., Бабушкин И. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 114. № 5. С. 298; *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I. et al.* // JETP Lett. 2021. V. 114. No. 5. P. 298.
12. *Brabec T., Krausz F.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. No. 17. P. 3282.
13. *Маймистов А.И.* // Квант. электрон. 2000. Т. 30. № 4. С. 287; *Maimistov A.I.* // Quantum. Electron. 2000. V. 30. No. 4. P. 287.
14. *Козлов С.А., Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 404; *Kozlov S.A., Sazonov S.V.* // JETP. 1997. V. 111. No. 2. P. 221.
15. *Маймистов А.И.* // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 9. С. 756; *Maimistov A.I.* // Quant. Electron. 2010. V. 40. No. 9. P. 756.
16. *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. № 5. С. 761; *Rosanolov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. No. 5. P. 721.
17. *Komissarova M.V., Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Zakharova I.G.* // Proc. SPIE. 2019. V. 11026. Art. No. 110260L.
18. *Кившарь Ю.С., Агравал Г.П.* Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам. М.: Физматлит, 2005; *Kivshar Yu.S., Agrawal G.P.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. N. Y.: Academic Press, 2005.
19. *Trofimov V.A., Stepanenko S., Razgulin A.* // PLoS ONE. 2019. V. 14. No. 12. Art. No. e0226119.
20. *Nikogosyan D.N.* Nonlinear optical crystals: a complete survey. Springer Science+Business Media Inc., 2005.

On the parametric few-cycle light bullets

К. В. Koshkin^{a, *}, S. V. Sazonov^{a, b, c}, A. A. Kalinovich^a, M. V. Komissarova^a

^a *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 191991 Russia*

^b *National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia*

^c *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*

**e-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru*

Numerical simulation demonstrates that $(2D+1)$ few-cycle (3–5 oscillations under the envelope) light bullets may form in the medium with quadratic nonlinearity and group velocity anomalous dispersion under conditions of second-harmonic generation. It is shown that as the number of oscillations under the envelope decreases, the parameters of such two-frequency solitons change.

Keywords: few-cycle, light bullet, soliton.

УДК 533.95:537.87

ФОРМИРОВАНИЕ КВАЗИУНИПОЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В НЕРАВНОВЕСНЫХ ЗАМАГНИЧЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫХ КАНАЛАХ

© 2024 г. А. В. Богацкая^{1, 2}, Е. А. Волкова³, А. М. Попов^{1, 2, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Физический институт имени П. Н. Лебедева Российской академии наук”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына, Москва, Россия

*E-mail: alexander.m.popov@gmail.com

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Анализируется возможность управления как спектральными, так и поляризационными свойствами ТГц-импульсов, распространяющихся в сильно неравновесных протяженных замагниченных плазменных каналах, образованных интенсивными УФ фемтосекундными лазерными импульсами в азоте (воздухе). Обсуждается формирование квазиуниполярных импульсов с ненулевой электрической площадью и специфическим состоянием поляризации. Анализируется трансформация таких импульсов при выходе из области статического магнитного поля.

DOI: 10.31857/S0367676524010135, EDN: SANTOE

ВВЕДЕНИЕ

Источники ТГц-излучения в настоящее время широко используются в науке и технике [1–3]. Различные приложения в спектроскопии и материаловедении [1, 4–6] предполагают возможность изменять не только энергию терагерцового импульса, но и его частоту, спектральную ширину и состояние поляризации. Последнее время особый интерес представляют также (квази)униполярные импульсы, характеризующиеся ненулевой площадью электрического импульса [7–10] и вызывающие однонаправленное воздействие на заряженные частицы [11, 12].

Униполярные импульсы, или импульсы с ненулевой площадью электрического импульса, были впервые рассмотрены в [13], где площадь импульса была введена как интегрированная по времени напряженность электрического поля в любой точке пространства:

$$S(\vec{r}) = \int E(\vec{r}, t) dt. \quad (1)$$

Для (квази)униполярных импульсов интеграл (1) имеет ненулевое значение. Такое определение площади импульса широко используется в ряде последних работ [8, 11, 12, 14–16]. С другой стороны,

площадь импульса можно ввести и иначе, как интеграл по пространственным координатам [17]:

$$S(t) = \int E(\vec{r}, t) d^3r. \quad (2)$$

Очевидно, что эти определения не эквивалентны друг другу. Единственным исключением является одномерное распространение электромагнитной волны в недиспергирующей среде. Действительно, любая функция $E(z, t) = E(z \mp ct)$ (c – скорость света в вакууме (или в среде без дисперсии)) от запаздывающего/опережающего аргумента $\zeta = z \mp ct$ является решением волнового уравнения второго порядка:

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Это означает, что для рассматриваемого случая интегралы (1) и (2) связаны соотношением:

$$\int E(z, t) dz = c \int E(z, t) dt, \quad (4)$$

не зависят от времени и пространственной координаты и могут иметь ненулевое значение даже в свободном пространстве.

В трехмерной геометрии ситуация является более сложной. Импульсы с ненулевой площадью могут возникать в различных средах [14–16, 18–22], в то время как в свободном пространстве распространение таких импульсов невозможно [23]. В частности, в [24] было показано, что степень униполярности импульса быстро падает после выхода импульса с ненулевой площадью в свободное пространство из плазменного канала. Поскольку к настоящему времени большая часть теоретических исследований, в которых анализировалось образование и распространение униполярных импульсов, была выполнена для одномерной геометрии, многие из полученных результатов должны быть дополнительно подтверждены для трехмерного случая.

МОДЕЛЬ

В основе данного исследования лежит предложенный в [17, 25] способ управления спектральными и поляризационными характеристиками ТГц-импульса, распространяющегося в канале фотоионизационной неравновесной замагниченной плазмы, создаваемой мощным фемтосекундным УФ лазерным импульсом. Основная идея основана на возможности усиления ТГц-сигнала в плазменном канале с сильно неравновесной функцией распределения электронов по скоростям (ФРЭС) с пиковой структурой, если положение этого пика находится в области растущего с энергией транспортного сечения рассеяния [26, 27]. Такие растущие с энергией электронов транспортные сечения рассеяния в практически важном диапазоне энергий в несколько электронвольт характерны для тяжелых инертных газов, а также для молекулы азота. Дополнительное использование статического магнитного поля, направленного вдоль оси канала, вследствие возможного циклотронного резонанса позволяет перестраивать частоту усиливаемого ТГц-излучения, а также существенно изменять его поляризационные свойства [17, 25]. В отличие от плазменного канала в ксеноне, исследованного в [17, 28], азотная (или воздушная) плазма характеризуется большей величиной усиления ТГц-поля, но при этом гораздо более быстрой релаксацией первоначально сильно неравновесной ФРЭС, что обусловлено наличием низколежащих колебательных состояний молекулы азота. В [27] было показано, что время релаксации ФРЭС в азоте при атмосферном давлении не превышает 10–20 пс. В результате оказывается возможным усиление переднего фронта ТГц-импульса, в то время как его задняя часть не усиливается или даже поглощается. Как результат, оказывается возможным возникновение ТГц-импульсов с ненулевой электрической площадью и необычными поляризационными состояниями, которые не могут быть описаны привычными понятиями линейной, круговой или эллиптической поляризации.

В работе мы используем модель распространения ТГц-импульса в неравновесной замагниченной плазме, предложенную ранее в [17], для случая замагниченной плазмы в ксеноне. Она основана на самосогласованном решении трехмерного волнового уравнения второго порядка в цилиндрической (ρ, z) геометрии (ось z направлена вдоль оси канала) для напряженности электрического поля ТГц-импульса:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial z^2} &= \\ &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{j}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \end{aligned} \quad (5)$$

совместно с системой кинетических уравнений Больцмана для эволюции ФРЭС $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ в различных пространственных точках канала:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\partial t} - \frac{e\vec{E}(\vec{r}, t)}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} - \\ - \frac{e\vec{v} \times \vec{B}_0(\vec{r})}{mc} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = St(f). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\vec{E}(\vec{r}, t)$ — электрическое поле ТГц-импульса, $\vec{B}_0(z)$ — индукция статического магнитного поля, $St(f)$ — интеграл столкновений, включающий себя как упругие, так и неупругие столкновения,

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -eN_e(\vec{r}) \int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad (7)$$

— ток в плазме, индуцированный распространяющимся ТГц-импульсом, $N_e(\vec{r})$ — концентрация электронов в канале, созданная импульсом УФ-излучения. Более детально уравнение Больцмана в двучленном приближении и конкретный вид интеграла столкновений в азотной плазме обсуждаются в [29]. Мы полагали также, что газ находится при атмосферном давлении (концентрация $2.5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$) и температуре 0.025 эВ. ТГц-импульс на входе в канал полагался линейно поляризованным вдоль оси x и задавался в виде:

$$\begin{aligned} E_x(z, \rho, 0) &= E_0 \times \exp\left(-(\rho / \rho_0)^2\right) \times \\ &\times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z - z_0}{z_p}\right)^2\right] \times \\ &\times \left[\cos\left(\frac{\omega_0 z}{c}\right) - \sin\left(\frac{\omega_0 z}{c}\right) \times \left(\frac{z - z_0}{z_p}\right) \right], \\ E_y(z, \rho, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь E_0 — амплитуда электрического поля, ω_0 — несущая частота, ρ_0 — поперечный радиус

импульса, z_p — “полудлина” импульса, а z_0 — положение его центра тяжести относительно лидирующего УФ-импульса, находящегося в точке $z = 0$. Важно отметить, что заданный импульс (8) характеризуется нулевой площадью $\int E_x(\rho, z) \rho d\rho dz = 0$. Радиальное распределение электронной плотности в канале задавалось в виде:

$$N_e = N_e^{(0)} \exp\left(-(\rho / \rho_0)^2\right). \quad (9)$$

Ниже мы полагали $N_e^{(0)} = 7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$. Для создания канала с такой концентрацией электронов необходима интенсивность излучения $\sim 10^{12} \text{ Вт/см}^2$, причем плазма оказывается практически прозрачной для излучения, что позволяет сформировать протяженный канал с однородной вдоль его оси концентрацией электронов на длине не менее $L = 30 \text{ см}$.

Начальная ФРЭС полагалась сферически симметричной и характеризовалась гауссовым распределением центрированным относительно энергии $\epsilon_0 = 1.87 \text{ эВ}$ (такая энергия соответствует трехфотонной ионизации молекулы кислорода излучением третьей гармоники титан-сапфирового лазера) и шириной $\Delta\epsilon = 0.1 \text{ эВ}$.

По аналогии с [17, 24] уравнение (5) решалось численно на сетке,двигающейся вместе с лидирующим УФ-импульсом, координата которого удовлетворяет условию $z - ct = 0$ в любой момент времени. Мы полагали $\rho_0 = 1.5 \text{ см}$, $\omega_0 = 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, параметр $z_p = 0.02356 \text{ см}$, что соответствует полудлительности импульса $\tau_p = z_p / c \approx 7.855 \cdot 10^{-13} \text{ с}$. Начальное положение ТГц-импульса $z_0 = -5z_p \approx -0.117 \text{ см}$.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Использованные нами параметры начального импульса означают, что он содержит практически один период колебания поля волны. Именно такие короткие ТГц-импульсы были получены в недавних экспериментах с использованием двухцветного лазерного излучения [30–32]. Такие импульсы характеризуются широкой спектральной полосой. Именно этот факт позволяет перестраивать в широком диапазоне частоту ТГц-сигнала в процессе усиления затравочного импульса в плазме канала [24]. Мы рассматриваем значения индукции магнитного поля $B_0 = 0 - 4 \cdot 10^5 \text{ Гс}$, что соответствует диапазону циклотронных частот вплоть до $\Omega_B = (eB_0 / mc = 7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1})$. Отметим, что в условиях $\Omega_B > \omega_0$ при усилении импульса его длительность примерно сохраняется. Как результат, число периодов колебаний поля возрастает, импульс становится многоцикловым, а поляризация излучения трансформируется от линейной поляризации к почти круговой [25]. Наоборот, в режиме $\Omega_B < \omega_0$ происходит понижение несущей частоты излучения, что приводит к появлению импульсов

с ненулевой площадью электрического поля (квазиуниполярных импульсов).

Для количественного описания униполярности импульсов обычно вводят фактор униполярности с помощью выражения:

$$U(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{S(t)}{\int |E(\rho, z, t)| \rho d\rho dz}, \quad (10)$$

где $S(t)$ — введенная с помощью (2) площадь импульса. В нашем случае электрическое поле имеет x и y — компоненты, т.е. фактически площадь импульса является векторной величиной:

$$\vec{S}(t) = \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \end{Bmatrix} = 2\pi \int \begin{Bmatrix} E_x(\rho, z, t) \\ E_y(\rho, z, t) \end{Bmatrix} \rho d\rho dz. \quad (11)$$

Естественным обобщением выражения (10) для фактора униполярности в таком случае является выражение:

$$U(t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{|S_x|}{\int |E_x(\rho, z, t)| \rho d\rho dz} + \frac{|S_y|}{\int |E_y(\rho, z, t)| \rho d\rho dz} \right\}, \quad (12)$$

эквивалентное выражению (10) для случая линейной поляризации. Нетрудно видеть, что величина U может изменяться в пределах 0–2.

Результаты расчетов фактора униполярности в зависимости от циклотронной частоты и интенсивности начального ТГц-импульса приведены на рис. 1 и 2 соответственно. Как и ожидалось, фактор униполярности возрастает с увеличением пиковой интенсивности начального импульса, что обусловлено более быстрой релаксацией пиковой структуры начальной ФРЭС. С другой стороны, более эффективно импульсы с ненулевой электрической площадью формируются в относительно слабых полях, когда условие циклотронного резонанса $\Omega_B \approx \omega_0$ навязывает усиление только низкочастотной части спектра затравочного импульса (см. рис. 1). На этом же рисунке построена зависимость, соответствующая конечной длине соленоида, создающего магнитное поле. Эта зависимость будет обсуждаться ниже.

Следует отметить, что поляризационные свойства квазиуниполярных импульсов, возникающих в замагниченной плазме, являются очень необычными [24]. Степень их униполярности возрастает с ростом интенсивности затравочного импульса и уменьшением отношения Ω_B / ω_0 . При этом состоянии поляризации такого импульса нельзя охарактеризовать обычными терминами линейной, круговой или эллиптической поляризации.

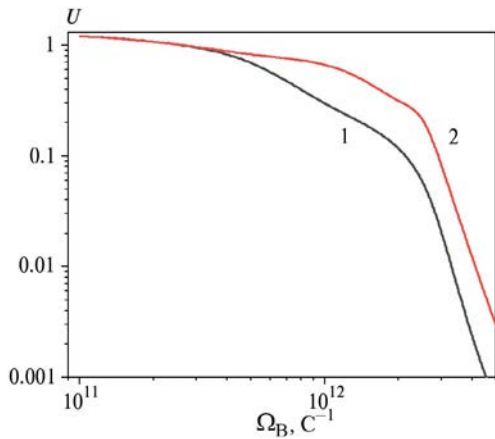


Рис. 1. Фактор униполярности на длине пробега в плазме канала длиной 30 см в однородном магнитном поле без учета (1) и с учетом (2) изменения индукции магнитного поля на выходе из соленоида в зависимости от величины циклотронной частоты. Пиковое значение интенсивности в начальном импульсе 10^4 Вт/см².

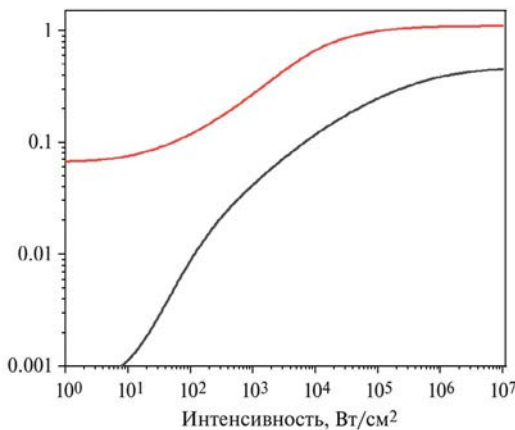


Рис. 2. Фактор униполярности на длине пробега в плазме канала длиной 30 см в однородном магнитном поле в зависимости от пиковой интенсивности начального импульса для значений циклотронной частоты $\Omega_B = 2 \cdot 10^{12}$ с⁻¹ (1) и $\Omega_B = 5 \cdot 10^{11}$ с⁻¹ (2).

В данном случае вектор электрического поля рисует в пространстве довольно сложную кривую, которая демонстрирует действие электрической силы в изменяющемся направлении, что обеспечивает толчок для поступательного и вращательного движения электрона в молекулах. Мы предполагаем, что такие импульсы будут представлять особый интерес для спектроскопии макромолекул и хиральных структур. Необычные поляризационные свойства экстремально коротких импульсов также обсуждаются в обзоре [33], в котором анализируются эксперименты по генерации ТГц-импульсов при оптической накачке кристаллов Bi_2Te_3 .

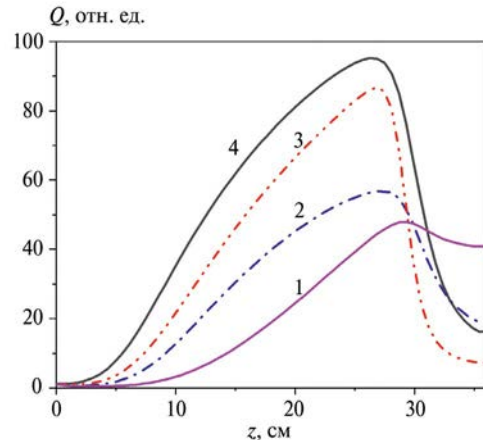


Рис. 3. Зависимость энергии ТГц-импульса в относительных единицах от длины пути в плазменном канале. Граница соленоида находится в точке $z = 30$ см. Пиковая интенсивность в начальном импульсе составляет 10^4 Вт/см². Циклотронные частоты в плазме канала (в обратных секундах) составляют: (1) $5 \cdot 10^{11}$, (2) 10^{12} , (3) $2 \cdot 10^{12}$, (4) $4 \cdot 10^{12}$.

С практической точки зрения важным является вопрос о трансформации параметров импульсов, полученных в замагниченной плазме, при их выходе из области магнитного поля. Если считать, что плазменный канал создавался внутри протяженного соленоида, то на его оси индукция магнитного поля может быть записана в виде:

$$B(z) = 0.5B_0 \left(1 + \frac{L - z}{\sqrt{(L - z)^2 + R^2}} \right), \quad (13)$$

где R — радиус соленоида, а L — координата границы соленоида. В расчетах мы полагали $L = 30$ см и $R = 2$ см. Как видно из (13), магнитное поле резко падает на расстоянии порядка R вблизи границы соленоида. Проведенные расчеты показали, что параметры импульса, полученные в плазменном канале, существенно изменяются при выходе из области магнитного поля. В качестве примера на рис. 3 приведены результаты расчетов энергии импульса Q с заданной начальной энергией при их движении вдоль канала для различных значений циклотронной частоты. Как видно, после выхода из канала наблюдается резкое уменьшение энергии, особенно в области больших значений циклотронной частоты. Это понятно, если вспомнить, что режим усиления в отсутствие магнитного поля реализуется лишь для низких частот $\omega < v_{tr}$, где v_{tr} — транспортная частота столкновений [26]. В частности, при значениях циклотронной частоты большей $5 \cdot 10^{12}$ с⁻¹ на расстоянии $3R = 6$ см от торца соленоида энергия импульса убывает практически до начального значения энергии

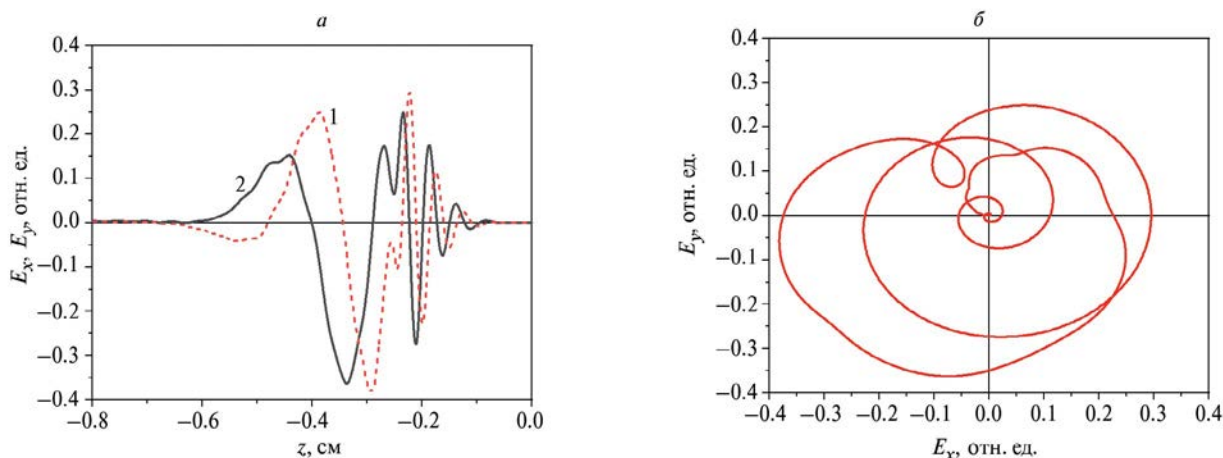


Рис. 4. Приосевые пространственные распределения электрических полей E_x , E_y (а) и зависимость $E_y(E_x)$ (б) в ТГц-импульсе после распространения на расстояние 36 см в замагниченном плазменном канале. Торец канала находится в точке $z = 30$ см. Значение циклотронной частоты в канале $\Omega_B = 4 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, начальное пиковое значение интенсивности 10^4 Вт/см^2 , несущая частота начального импульса $\omega_0 = 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$. Вектор электрического поля вращается против часовой стрелки.

затравочного импульса. С другой стороны, падение полной энергии импульса сопровождается некоторым возрастанием фактора униполярности (см. данные на рис. 1, кривая 2, где приведены данные по изменению этой величины при движении импульса вдоль плазменного канала длиной 30 см как с учетом, так и без учета наличия торца соленоида). Эти изменения особенно заметны в области значений циклотронных частот $\Omega_B \geq 10^{12} \text{ с}^{-1}$, т.е. в диапазоне параметров, когда в отсутствие внешнего магнитного поля эффект усиления отсутствует. Существенно меняются и поляризационные свойства таких импульсов. В качестве примера на рис. 4 представлены приосевые распределения электрического поля волны после выхода из области магнитного поля, соответствующего циклотронной частоте $\Omega_B = 4 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, и поляризационные состояния такого импульса $E_y(E_x)$. Как видно, поглощение высокочастотных спектральных компонент импульса на выходе из области магнитного поля ведет к кардинальному изменению пространственной структуры импульса и изменению его частоты. По-видимому, можно говорить о формировании чирпированного импульса с “красным” чирпом. При этом поляризационное состояние такого импульса (см. рис. 4б) является очень сложным.

В любом случае возможные эксперименты по взаимодействию интенсивных и в том числе квазиуниполярных ТГц-импульсов с различными микроскопическими объектами должны проводиться достаточно близко к торцу соленоида, где индукция магнитного поля еще достаточно велика.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мы рассмотрели особенности генерации квазиуниполярных ТГц-импульсов в неравновесном воздушном (азотном) канале замагниченной плазмы, образованном в результате многофотонной ионизации газа фемтосекундным УФ лазерным импульсом. Изменение индукции статического магнитного поля, направленного вдоль оси канала, обеспечивает возможность перестройки несущей частоты терагерцового импульса в пределах его спектральной ширины и трансформации линейной поляризации импульса в круговую. Полученные (квази)униполярные импульсы могут обладать необычными поляризационными свойствами, не сводящимися к линейной, круговой или эллиптической поляризации. Проведенные исследования актуальны для ТГц-спектроскопии, поскольку предлагают новые подходы к анализу ударного воздействия на квантовые системы как при поступательном, так и при вращательном движении.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-22-00225).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tonouchi M. // Nature Photon. 2007. V. 1. P. 105.
2. Kampfrath T., Tanaka K., Nelson K. // Nature Photon. 2013. V. 7. P. 680.
3. Jepsen P., Cooke D., Koch M. // Laser Photon. Rev. 2011. V. 5. P. 124.
4. Yang X., Zhao X., Yang K. et al. // Trends Biotechnol. 2016. V. 34. No. 10. P. 810.

5. *Hoshina H., Morisawa Y., Sato H. et al.* // Phys. Chem. Chem. Phys. 2011. V. 13. P. 9173.
6. *Katletz S., Pfleger M., Pühringer H. et al.* // Opt. Express. 2012. V. 20. P. 23025.
7. *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. С. 761; *Rosanov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. No. 5. P. 721.
8. *Arkhipov R., Arkhipov M., Pakhomov A. et al.* // Laser Phys. Lett. 2022. V. 19. Art. No. 043001.
9. *Chai X., Ropagnol X., Raeis-Zadeh S.-M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 121. Art. No. 143901.
10. *Sychugin S., Novokovskaya A., Bakunov M.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 105. Art. No. 053528.
11. *Arkhipov R., Pakhomov A., Arkhipov M. et al.* // Opt. Lett. 2019. V. 44. P. 1202.
12. *Pakhomov A., Arkhipov M., Rosanov N., Arkhipov R.* // Phys. Rev. A. 2022. V. 105. Art. No. 043103.
13. *Бессонов Е.Г.* // ЖЭТФ 1981. Т. 80. С. 852; *Bessonov E.G.* // Sov. Phys. JETP 1981. V. 80. P. 433.
14. *Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V. et al.* // Sci. Reports. 2019. V. 9. P. 7444.
15. *Arkhipov M.V., Arkhipov R.M., Pakhomov A.V. et al.* // Opt. Lett. 2017. V. 42. P. 2189.
16. *Bakunov M.I., Maslov A.V., Tsarev M.V.* // Phys. Rev. A 2017. V. 95. Art. No. 063817.
17. *Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2022. V. 31. No. 9. Art. No. 095009.
18. *Tsarev M.V., Bakunov M.I.* // Opt. Express. 2019. V. 27. P. 5154.
19. *Kozlov V.V., Rosanov N.N., Angelis C.D., Wabnitz S.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. Art. No. 023818.
20. *Архипов Р.М., Архипов М.В., Розанов Н.Н.* // Квант. электрон. 2020. Т. 50. № 9. С. 801; *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Rosanov N.N.* // Quant. Electron. 2020. V. 50. No. 9. P. 801.
21. *Shou Y., Hu R., Gong Z., Yu J. et al.* // New J. Physics. 2021. V. 23. Art. No. 053003.
22. *Архипов М.В., Архипов Р.М., Розанов Н.Н.* // Опт. и спектроск. 2021. Т. 129. № 3. С. 1173; *Arkhipov M.V., Arkhipov R.M., Rosanov N.N.* // Opt. Spectrosc. 2021. V. 129. No. 3. P. 1193.
23. *Reimann K.* // Rep. Progr. Phys. 2007. V. 70. P. 1597.
24. *Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M.* // Photonics. 2023. V. 10. P. 113.
25. *Bogatskaya A.V., Gnezdovskaia N.E., Popov A.M.* // Phys. Rev. E. 2020. V. 102. Art. No. 043202.
26. *Богацкая А.В., Попов А.М.* // Письма в ЖЭТФ 2013. Т. 97. № 7. С. 388; *Bogatskaya A.V., Popov A.M.* // JETP Lett. 2013. V. 97. No. 7. P. 388.
27. *Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M.* // J. Physics D. 2014. V. 47. Art. No. 185202.
28. *Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M.* // Phys. Rev. E. 2022. V. 105. Art. No. 055203.
29. *Bogatskaya A.V., Volkova E.A., Popov A.M.* // Phys. Rev. E. 2021. V. 104. Art. No. 025202.
30. *Balčiūnas T., Lorenc D., Ivanov M. et al.* // Opt. Exp. 2015. V. 23. P. 15278.
31. *Seifert T., Jaiswal S., Sajadi M. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 110. Art. No. 252402.
32. *Zhang D., Bai Y., Zeng Y. et al.* // IEEE Photon. J. 2022. V. 14. No. 1. Art. No. 5910605.
33. *Архипов Р.М., Архипов М.В., Пахомов А.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ 2023. Т. 117. № 1. С. 10; *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V. et al.* // JETP Lett. 2023. V. 117. No. 1. P. 8.

Formation of quasi unipolar pulses in nonequilibrium magnetized plasma channels

A. V. Bogatskaya^{a, b}, E. A. Volkova^c, A. M. Popov^{a, b, *}

^a *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991 Russia*

^b *Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

^c *Lomonosov Moscow State University, Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow, 119991 Russia*

*e-mail: alexander.m.popov@gmail.com

The possibility of controlling both the spectral and polarization properties of THz pulses propagating in strongly nonequilibrium extended magnetized plasma channels formed by intense UV femtosecond laser pulses in nitrogen (air) is analyzed. The formation of quasiunipolar pulses with a nonzero electric area and a specific state of polarization is discussed. The transformation of such pulses upon leaving the region of a static magnetic field is analyzed.

Keywords: generation of terahertz radiation in plasma, electron velocity distribution function, magnetized plasma, cyclotron resonance, quasiunipolar pulses, numerical simulation.

УДК 535.3

МНОГОФОТОННАЯ ИОНИЗАЦИЯ В ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА

© 2024 г. Ю. В. Двужилова¹, И. С. Двужиллов¹, *М. Б. Белоненко¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Волгоградский государственный университет”, Волгоград, Россия

*E-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Рассмотрена теоретическая модель взаимодействия одномерного предельно короткого оптического импульса с нелинейной средой полупроводниковых углеродных нанотрубок, которая имеет пространственную модуляцию показателя преломления в направлении распространения импульса (одномерный фотонный кристалл). Показаны результаты зависимости скорости одно- и двухфотонной ионизации от интенсивности коротковолнового импульса. Расчеты выполнены с учетом влияния дополнительных внешних электрического и магнитного полей на скорость фотоионизации.

DOI: 10.31857/S0367676524010148, EDN: SABIFU

ВВЕДЕНИЕ

Фотонный кристалл (ФК) можно определить как электромагнитную среду, в которой показатель преломления имеет периодическую структуру на шкале длины, сравнимой с желаемой рабочей длиной волны. Эти материалы были названы ФК из-за сходства поведения фотонов в нем и электронов в твердых телах [1–3]. Период модуляции показателя преломления в ФК прямо пропорционален длине волны оптического импульса, т.е. можно считать, что происходит сложение внутренних мод излучения и сильное отражение на узлах решетки. Прямые и встречные волны рассматриваются независимо друг от друга, а решетка кристалла обеспечивает их взаимодействие между собой, таким образом, можно использовать теорию связанных мод при условии малости нелинейного изменения показателя преломления [4]. Для построения ФК были выбраны полупроводниковые углеродные нанотрубки (УНТ) [5–7]. Такой выбор обусловлен тем, что их закон дисперсии непараболический, и они обеспечивают идеальную нелинейность, необходимую для устойчивого распространения предельно короткого импульса (ПКИ) [8, 9].

Многофотонная ионизация среды происходит при одновременном поглощении некоторого количества фотонов, что имеет место при высокой интенсивности поля. При сохранении энергии оптического импульса с течением времени в малой области пространства и увеличении его пиковой интенсивности вероятность фотоионизации возрастает [10]. В работах [11–14] было показано, что ПКИ способен устойчиво

распространяться в нелинейной среде УНТ, обладающей пространственно переменным показателем преломления. Таким образом, можно ожидать, что в таких условиях вероятность ионизации коротковолновым оптическим полем существует.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Геометрия задачи предполагает, что ПКИ распространяется вдоль оси ОХ, вдоль этой же оси происходит модуляция показателя преломления. Ось нанотрубок, возникающий в среде ток, напряженность электрического поля импульса и дополнительные внешние электрическое и магнитное поля направлены перпендикулярно оси ОХ.

При построении модели взаимодействия одномерного ФК из УНТ с коротковолновым оптическим импульсом были учтены различные приближения.

Используется приближение сплошной среды (такое приближение можно считать справедливым, поскольку пространственный размер области локализации оптического импульса на несколько порядков меньше расстояний между УНТ).

Длина, на которой меняется показатель преломления ФК, также много больше пространственного размера области локализации импульса.

Скорость многофотонной ионизации масштабируется как I^K , где K – количество поглощенных при ионизации фотонов, I – интенсивность ПКИ [10].

Интенсивность электрического поля выражена в относительных единицах и пропорциональна квадрату напряженности электрического поля импульса. В свою очередь напряженность электрического поля ПКИ связана с его вектор-потенциалом калибровкой Кулона: $\vec{E} = -\text{grad}\vec{A} - \dot{\vec{A}}$. Таким образом, для описания динамики скорости многофотонной ионизации приведем волновое уравнение на вектор-потенциал электрического поля одномерного ПКИ:

$$\vec{A}_{xx} = \frac{n^2(x)}{c^2} \vec{A}_{tt} - \frac{4\pi}{c} \vec{j},$$

$$n(x) = 1 + \alpha \cos(2\pi x / \chi), \quad (1)$$

здесь $\vec{A} = (0, 0, A_z(x, t))$ – вектор-потенциал электрического поля ПКИ; $n(x)$ – пространственно-переменный показатель преломления среды УНТ, т.е. фотонный кристалл; c – скорость света в среде УНТ; $\vec{j} = (0, 0, j_z(x, t))$ – плотность тока. Появление тока обусловлено взаимодействием электрического поля импульса и электронов в зоне проводимости УНТ. Вывод выражения для плотности тока в среде нанотрубок подробно описан, например, в [11] и имеет вид:

$$j_z = \frac{q}{\pi} \sum_s \int v(p_z) f \cdot dp_z,$$

$$v(p_z) = \frac{\partial \epsilon_s(p)}{\partial p}. \quad (2)$$

Здесь q – заряд; f – функция распределения Ферми $f = f(\epsilon_s(\vec{p}))$, функция от $\epsilon_s(\vec{p})$; $\epsilon_s(\vec{p})$ – закон дисперсии π -электронов в полупроводниковых УНТ [6, 15]; p_z – квазиимпульс.

Начальные условия на вектор-потенциал соответствуют гауссовому профилю импульса для

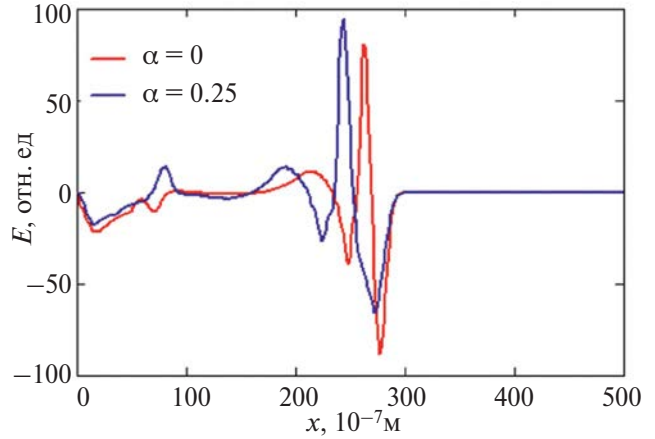


Рис. 1. Зависимость напряженности электрического поля ПКИ от координаты в фиксированный момент времени 10 пс при распространении в среде УНТ: в отсутствие ФК (красная линия), в присутствии ФК (синяя линия).

одного колебания электрического поля и имеют вид:

$$A(x)|_{t=0} = A_0 \exp\left\{-\frac{x^2}{\gamma_x^2}\right\},$$

$$\frac{dA(x)}{dt}\bigg|_{t=0} = A_0 \frac{2v_0 x}{\gamma_x^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{\gamma_x^2}\right\}. \quad (3)$$

Здесь A_0 – амплитуда импульса, γ_x – ширина импульса, v_0 – скорость входа импульса в нелинейную среду УНТ.

Параметры модуляции показателя преломления ФК задавались следующим образом: период

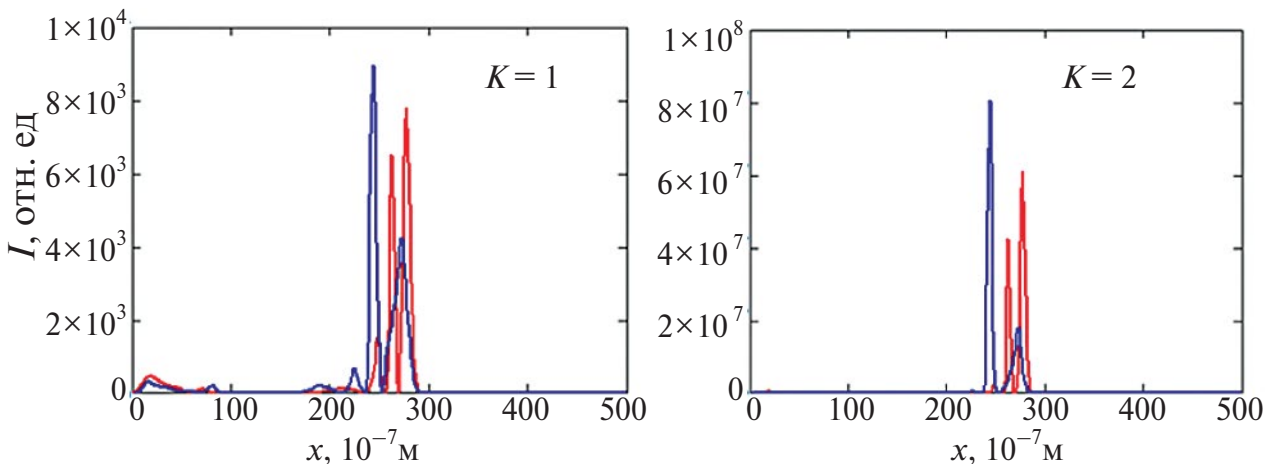


Рис. 2. Зависимость интенсивности ПКИ при однофотонной (слева) и двухфотонной (справа) ионизации в однородной среде УНТ без модуляции показателя преломления (красная линия) и с ней (синяя линия).

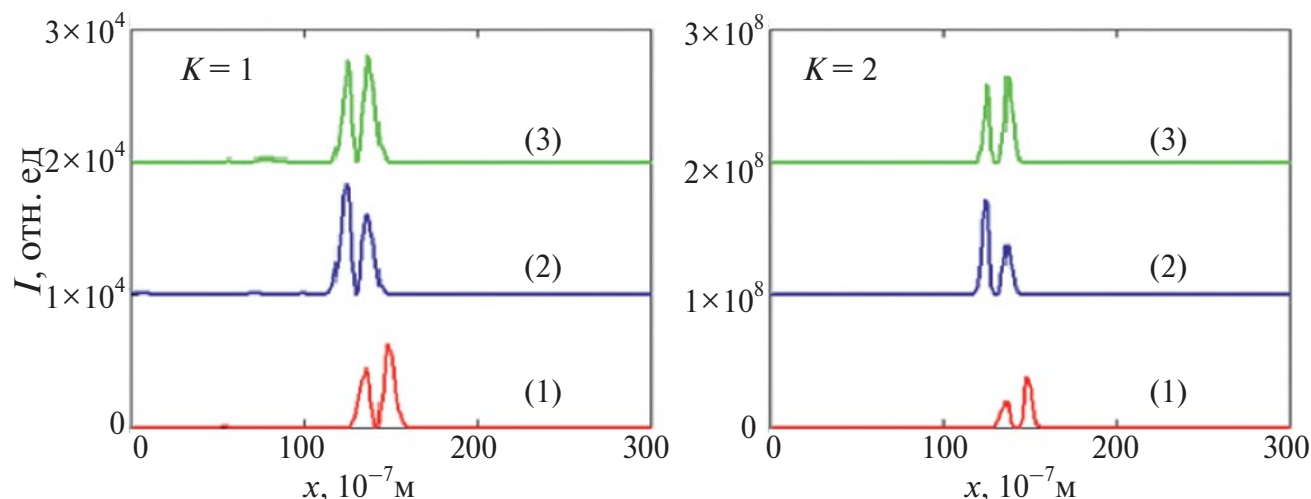


Рис. 3. Зависимость интенсивности ПКИ при однофотонной (слева) и двухфотонной (справа) ионизации (1) – без ФК, (2) – в присутствии ФК при действии внешнего электрического поля, (3) – в присутствии ФК в отсутствие внешнего электрического поля.

модуляции показателя преломления $\chi = 2.5$ мкм, глубина модуляции показателя преломления $\alpha = 0.25$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Присутствие периодической модуляции показателя преломления приводит к изменению формы и интенсивности импульса. Это происходит благодаря интерференции встречных волн, которые испытывают частичное “отражение”. Наличие интерференции также оказывает влияние на групповую скорость волнового пакета импульса, уменьшая ее, что продемонстрировано на рис. 1 [11].

Результаты для скорости многофотонной ионизации в одномерном ФК на основе УНТ при распространении в нем ПКИ показаны на рис. 2.

Из представленного рис. 2 видно, что наличие среды с пространственно переменным показателем преломления (ФК) существенно повышает вероятность многофотонной ионизации и ее скорость при условии устойчивого распространения ПКИ в ней. Следует отметить, что пиковая интенсивность импульса и скорость фотоионизации возрастает при его взаимодействии с ФК, это в свою очередь связано с присутствием интерференции на узлах решетки, т.е. импульс замедляется, но его интенсивность растет. Сдвиг линий также связан с интерференцией импульса на узлах решетки и его замедлением.

Скорость многофотонной ионизации в случае дополнительного приложения внешнего электрического поля показана на рис. 3.

В данном случае действие внешнего электрического поля, приложенного вдоль оси нанотрубки, не

меняет существенно пиковую интенсивность ПКИ и, следовательно, скорость фотоионизации (рис. 3).

Случай приложения внешнего магнитного поля интересен тем, что меняет величину волнового вектора вдоль оси УНТ, дисперсионное соотношение в таком случае имеет вид [6, 7]:

$$\begin{aligned} \epsilon_s(k_x, k_y, \vec{H}) = \\ = \pm \gamma \sqrt{1 + 4 \cos\left(\frac{3ak_z}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}ak_x}{2}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\sqrt{3}ak_x}{2}\right)}, \\ k_x = \frac{2\pi}{\sqrt{3}am} \left(s + \frac{\Phi}{\Phi_0} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $a = 1.4 \text{ \AA}$ – постоянная решетки, k_z – волновой вектор вдоль оси трубки, Φ – магнитный поток через поперечное сечение трубки ($\Phi_0 = \hbar c/e$), $s = 1, 2, \dots, m$, m – количество гексагонов по периметру УНТ. Знак “ \pm ” описывает зону проводимости и валентную зону энергетического спектра.

Скорость многофотонной ионизации в случае дополнительного приложения внешнего магнитного поля показана на рис. 4.

Из представленного рис. 4 видно, что присутствие внешнего постоянного магнитного поля оказывает влияние на скорость многофотонной ионизации, увеличивая ее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании результатов, полученных в рамках данного исследования, можно сделать несколько выводов: во-первых, наличие пространственной

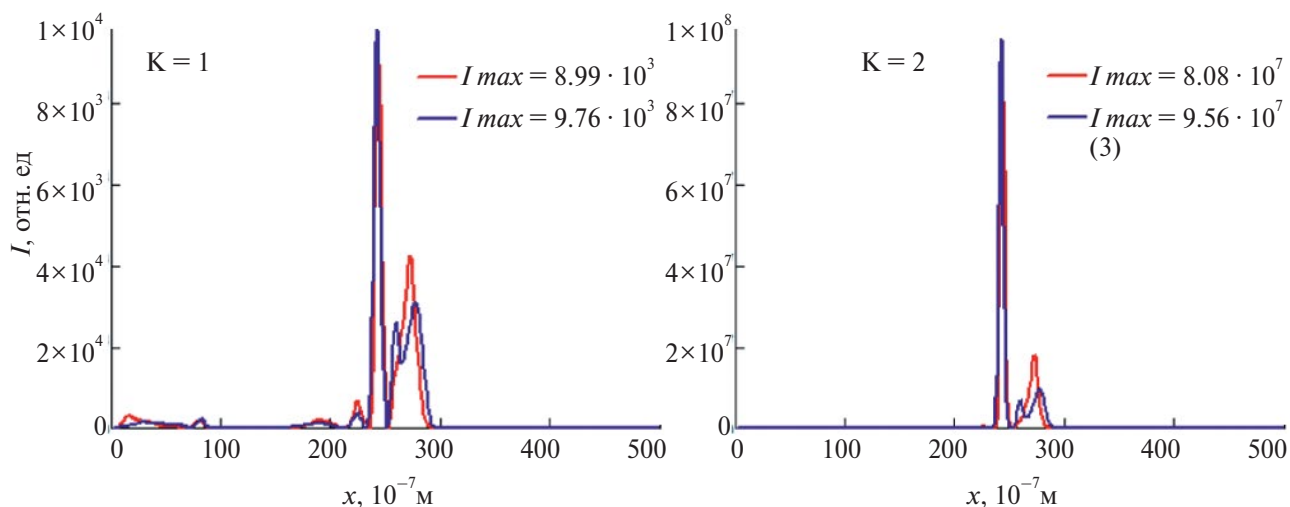


Рис. 4. Зависимость интенсивности ПКИ при однофотонной (слева) и двухфотонной (справа) ионизации в ПК из УНТ без учета внешнего магнитного поля (красная линия) и с учетом внешнего магнитного поля (синяя линия).

модуляции показателя преломления в среде УНТ увеличивает вероятность и скорость многофотонной ионизации в ней, по сравнению со случаем однородной среды при устойчивом распространении одномерного коротковолнового оптического импульса; во-вторых, дополнительное влияние магнитного поля, приложенного параллельно оси УНТ, в ПК немного увеличивает скорость многофотонной ионизации.

Результаты, представленные выше, могут быть полезны для практического применения в области фемтосекундной спектроскопии, а также в различных отраслях фотоники и нанoeлектроники.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (тема “FZUU-2023-0001”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. Let. 1987. V. 58. No. 20. P. 2059.
2. *John S.* // Phys. Rev. Let. 1987. V. 58. No 23. P. 2486.
3. *Joannopoulos J.D., Meade R.D., Winn J.N.*, Photonic crystals. Oxford: Princeton University Press, 1995. 305 p.
4. *Crosignani B., Cutolo A., di Porto P.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 1982. V. 72. P. 515.
5. *Елецкий А.В.* // УФН 1997. Т. 167. № 8. С. 945; *Eletsii A.V.* // Phys. Usp. 1997. V. 167. No. 8. P. 899.
6. *Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C.* Science of fullerenes and carbon nanotubes. San Diego: Academic Press, 1996. 965 p.
7. *Харрис П.*, Углеродные нанотрубы и родственные структуры. Новые материалы XXI века. М.: Техносфера, 2003. 336 с.
8. *Belonenko M.B., Demushkina E.V., Lebedev N.G.* // J. Russ. Laser Res. 2006. V. 27. No 5. P. 457.
9. *Белоненко М.Б., Демушкина Е.В., Лебедев Н.Г.* // ФТТ. 2008. Т. 50. № 2. С. 368; *Belonenko M.B., Demushkina E.V., Lebedev N.G.* // Phys. Solid State. 2008. V. 50. No. 2. P. 383.
10. *Couairona A., Mysyrowicz A.* // Phys. Reports. 2007. V. 441. P. 47.
11. *Белоненко М.Б., Невзорова Ю.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2014. Т. 78. № 12. С. 1626; *Belonenko M.B., Nevzorova J.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2014. V. 78. No. 12. P. 1333.
12. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. et al.* // EPJ D. 2015. V. 69. No. 5. P. 129.
13. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Belonenko M.B. et al.* // Appl. Phys. B. 2017. V. 123. No. 7. P. 196.
14. *Dvuzhilova Y.V., Dvuzhilov I.S., Belonenko M.B.* // J. Nano. Electronic Phys. 2021. V. 13. No 1. P. 1.
15. *Tans S.J., Devoret M.H., Dai H. et al.* // Nature. 1997. V. 386. P. 474.

Multiphoton ionization in a photonic crystal based on carbon nanotubes under the action of a few cycle optical pulse

Yu. V. Dvuzhilova^a, I. S. Dvuzhilov^{a, *}, M. B. Belonenko^a

^aVolgograd State University, Volgograd, 400062 Russia

**e-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru*

We considered a theoretical model of the interaction of a one-dimensional few cycles optical pulse with a nonlinear medium of semiconductor carbon nanotubes, which has a spatial modulation of the refractive index in the direction of pulse propagation (a one-dimensional photonic crystal). The results of the dependence of the rate of one- and two-photon ionization on the intensity of the short-wavelength pulse are shown. The effect of additional external electric and magnetic fields on the photoionization rate is considered.

УДК 621.385.624

ЭЛЕКТРОННАЯ ПУШКА С АВТОЭМИССИОННЫМ КАТОДОМ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК ДЛЯ МОЩНОГО КЛИСТРОНА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

© 2024 г. В. Е. Родякин^{1, *}, В. Н. Аксенов²

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем лазерных и информационных технологий Российской академии наук” – филиал Федерального государственного учреждения “Федеральный научно-исследовательский центр “Кристаллография и фотоника” Российской академии наук”, Шатура, Россия

²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Физический факультет и Международный лазерный центр, Москва, Россия

*E-mail: vrodyakin@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Представлены результаты исследования возможности применения автоэмиссионных катодно-сеточных узлов в электронно-оптической системе клистрона с распределенным взаимодействием миллиметрового диапазона. Приводятся результаты теоретического анализа разработанной конструкции электронной пушки с высокой компрессией.

DOI: 10.31857/S0367676524010158, EDN: SABDGW

ВВЕДЕНИЕ

Полевая эмиссия холодных катодов является ведущим кандидатом на замену действующих термоэлектронных источников электронов в компактных терагерцовых электровакуумных усилителях и генераторах. Основой развития современных компактных вакуумных микроэлектронных систем являются холодные автоэлектронные катоды на основе массивов углеродных нано-трубок (УНТ), которые имеют несколько преимуществ перед термокатадами: отсутствие цепи накала, безинерционность, малые размеры, малый разброс эмиттируемых электронов по энергиям. Тем не менее все еще существуют различные проблемы, мешающие созданию вакуумных устройств с холодным катодом из УНТ. Основной из них является трудность достижения стабильной плотности тока с протяженных катодов выше $1 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}$. Однако в работе [1] сообщается о разработке катода на УНТ с плотностью тока $4.5 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}$.

В обычных сеточных триодах с плоским холодным катодом из УНТ неоднородные распределения электрического поля часто появляются на поверхности катода. Такие устройства демонстрируют большие плотности эмиссионного тока непосредственно под сеткой из-за более высокого локального электрического поля с уменьшенным током

эмиссии в центре отверстий сетки из-за более низкого эффективного электрического поля. В результате возникает большой ток перехвата и, следовательно, потеря электронов. Экспериментальные результаты показали, что низкая прозрачность луча может привести к малому току эмиссии, высоким потерям сетки, образованию дуг и нежелательной деформации сетки [2, 3].

В работе [4] была предложена новая архитектура с полевой эмиссией и двумя сетками на основе холодного катода УНТ. УНТ синтезируются непосредственно на поверхности катода. Первая разделительная сетка прикреплена к поверхности катода УНТ для формирования катодной матрицы УНТ. Вторая разделительная сетка отвечает за контролируемое извлечение электронов из эмиттеров УНТ. Распределение электрического поля на поверхности катода значительно лучше по сравнению с обычными плоскими катодами. Такие триодные катоды являются весьма перспективными для использования в электронных пушках электровакуумных микроэлектронных приборов.

В настоящей работе представлены результаты теоретического исследования конструкции и достижимых параметров электронной пушки с триодным катодом на основе УНТ для мощного клистрона с распределенным взаимодействием

(КРВ) на частоту 105 ГГц при ускоряющем напряжении 15 кВ. Численные исследования проводились с использованием программного комплекса PARS [5]. В результате исследований и оптимизации параметров была разработана конструкция электронно-оптической системы прибора, обеспечивающая формирование электронного потока силой тока 200 мА и его дальнейшую транспортировку с коэффициентом токопрохождения 100% через систему взаимодействия КРВ.

КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПУШКИ

Для детального исследования электронно-оптической системы с катодом на основе УНТ необходим весьма трудоемкий численный анализ с помощью трехмерных программ, позволяющий смоделировать как сам процесс автоэлектронной эмиссии, так и последующую динамику эмитированных электронов в приборе в условиях магнитной фокусировки. Однако для проведения оценочных расчетов можно разделить электронно-оптическую систему на два отдельных модуля. В качестве первого модуля будем рассматривать диодную часть прибора, которая состоит из непосредственно матричного УНТ катода и двух сеток, подобно той конструкции, что была описана в работе [4]. В качестве второго модуля будем рассматривать остальную часть прибора, включающую фокусирующий электрод, анод, магнитно-фокусирующую систему и систему взаимодействия. За счет экранирующего действия сеток первый модуль можно рассматривать отдельно, считая, что электростатические поля из второго модуля не проникают в область первого и не оказывают заметного влияния на движение электронов и автоэлектронную эмиссию в первом модуле. Характеристики электронов на второй сетке диодной пушки, включая плотность тока эмиссии и угловой разброс, могут быть получены либо в результате 3D численного анализа, либо по результатам экспериментальных измерений. В качестве левой границы второго модуля выступает вторая сетка триода, с границы которой эмитируются электроны с заданными плотностью тока и угловым разбросом.

Электронно-оптическая система выбранного для оценки прибора должна обеспечить транспортировку сплошного цилиндрического электронного пучка с током 200 мА в пролетном канале с радиусом 200 мкм. Поскольку требование компактности разрабатываемого КРВ ограничивает применение мощных соленоидов, то для фокусировки сформированного электронного пучка предполагается использовать систему на постоянных магнитах с индукцией магнитного поля на оси прибора $B_z = 0.9$ Тл. Плотность тока в таком электронном пучке должна составлять около $200 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}$. При расчетах предполагалось, что катодный модуль обеспечивает плотность тока $2 \text{ А}\cdot\text{см}^{-2}$. Поэтому разрабатываемая электронная

пушка должна формировать электронный пучок с коэффициентом компрессии 120. Помимо очень высокой компрессии сложность задачи состояла в том, что катодно-сеточный узел имеет плоскую форму и не позволяет использовать классическую сходящуюся оптику пушки Пирса. Также при продвижении в миллиметровый и субмиллиметровый диапазоны проблемы формирования и фокусировки плотных электронных потоков усложняются значительным уменьшением размеров электронно-оптических систем, что затрудняет изготовление электродов электронной пушки с необходимой точностью. По этой причине в конструкции электронной пушки не использовались элементы со сложной для изготовления конфигурацией. Форма электродов пушки и осевое распределение магнитного поля были оптимизированы в результате многочисленных расчетов с помощью программы PARS. В силу аксиальной симметрии конструкции расчеты проводились в квазитрехмерном приближении с учетом радиальной и продольной компонент фокусирующего магнитного поля и электрических полей, а также с учетом всех трех компонент импульса электронов. При этом учитывалось влияние собственного пространственного заряда электронного пучка. При расчетах потенциал фокусирующего электрода и второй сетки, с поверхности которой осуществляется эмиссия электронов, относительно катода составлял 750 В.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На рис. 1 представлены продольное распределение осевого магнитного поля (а), конструкция электронной пушки, эквипотенциали и траектории электронов при начальном нулевом угловом разбросе электронов, эмитированных с катодно-сеточного узла. Катодно-сеточный узел частично экранирован от фокусирующего магнитного поля. Величина индукции продольной компоненты магнитного поля на поверхности второй сетки равна 6.5 мТл. При данных параметрах обеспечивается формирование электронного пучка с максимальным радиусом 170 мкм и его 100% токопрохождение через канал транспортировки прибора.

Данная конструкция была исследована на устойчивость фокусировки к угловому разбросу эмитированных с катодно-сеточного узла электронов. При этом предполагалось, что угловое распределение является однородным, что соответствует результатам, полученным в работе [6]. В результате исследований было установлено, что конструкция позволяет обеспечить 100% токопрохождение в приборе при условии, что начальный угловой разброс эмитированных электронов не превышает 2° . Большой коэффициент компрессии в данной конструкции приводит к сильному влиянию аберрации со стороны электродов электронной пушки

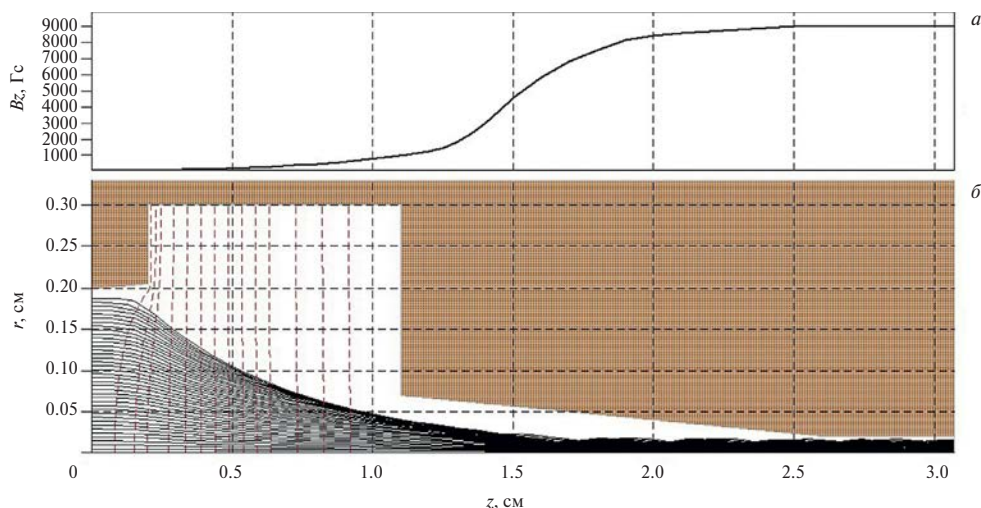


Рис. 1. Распределение продольной компоненты фокусирующего магнитного поля на оси (а). Рассчитанные в программе PARS эквипотенциалы и траектории электронов при нулевом угловом разбросе эмитированных электронов (б).

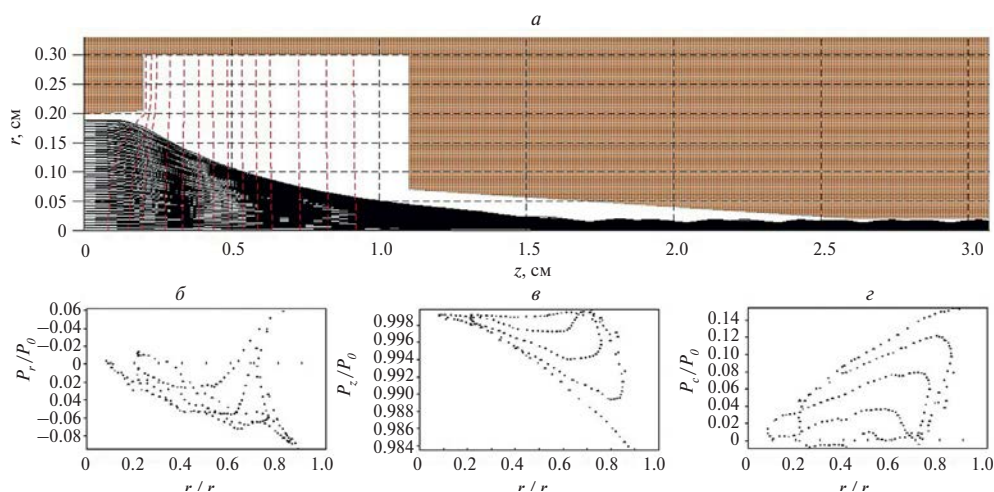


Рис. 2. Рассчитанные в программе PARS эквипотенциалы и траектории электронов (а), распределения продольной (б), поперечной (в) и угловой (z) компонент импульсов электронов в электронном пучке в выходном сечении электронной пушки при угловом разбросе эмитированных электронов 2°.

и снижает стабильность фокусировки. На рис. 2а приведены результаты расчета траекторий электронов пучка для случая углового разброса эмитированных электронов 2°. Максимальный радиус сформированного электронного пучка составляет 190 мкм. Также на рис. 2 представлены распределения радиальной (б), продольной (в), и угловой (г) компонент импульсов электронов в выходном сечении электронной пушки. Величина поперечного эмиттанса пучка, характеризующего его фазовый объем, в этом сечении составляет 40 мрад·мм.

Для проверки полученных с помощью комплекса программ PARS результатов расчета был проведен трехмерный численный анализ формирования и транспортировки электронного пучка через

систему взаимодействия с помощью программы CST Studio Suite [7]. Для этого в среде этой программы была построена теоретическая модель разработанной электронной пушки. На рис. 3а представлен разрез модели электронной пушки без магнитной фокусирующей системы. Траектории электронов, установившиеся в результате итераций по пространственному заряду, для случая начального углового разброса 2° представлены на рис. 3б. Изображенные на рисунке траектории показывают, что в статическом режиме в системе взаимодействия клистрона не происходит оседания электронов на стенки трубы дрейфа. Максимальный радиус сформированного электронного пучка составил 190 мкм, что полностью согласуется с результатами, полученными с помощью программы PARS.

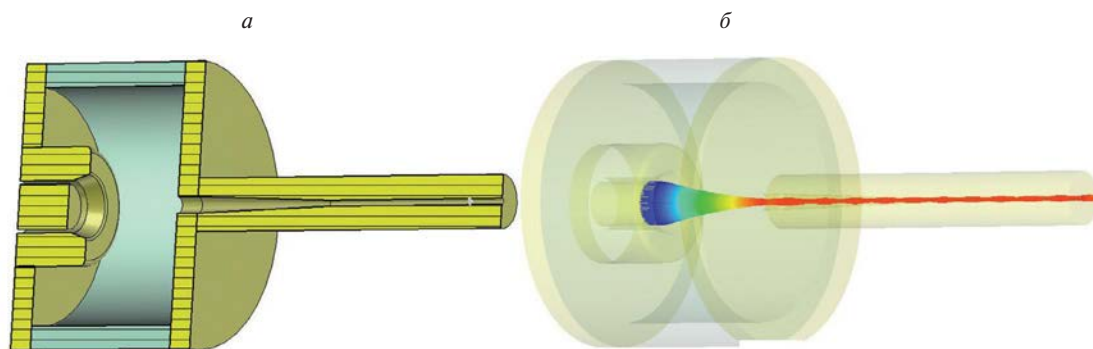


Рис. 3. Конструкция электронной пушки (а) и траектории электронов, рассчитанные с помощью программы CST Studio (б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований разработана конструкция частично магнитно-экранированной электронной пушки с катодом на УНТ с коэффициентом компрессии, равным 120, обеспечивающая формирование и 100% токопрохождение электронного потока с силой тока 200 мА через систему взаимодействия прибора в статическом режиме. Значение полной энергии полученного электронного потока, равное 3 кВт, при разработке эффективной конструкции системы взаимодействия КРВ позволит получить выходную мощность клистрона от 300 до 800 Вт.

Работа выполнена в рамках темы государственного задания ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН (в части “Эффективные мультиспектральные источники излучения и технологии на их основе”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wei W., Yixiong Z., Xinyu Y. et al. // Proc. IVEC-2015. (Beijing, 2015) P. 1.
2. Chen Q., Yuan X., Zhang Y. et al. // J. Nanoelectron. Optoelectron. 2018. V. 13. P. 1265.
3. Yuan X., Zhang Y., Yang H. et al. // IEEE Electron Device Lett. 2015. V. 36. P. 399.
4. Field M., Kimura T., Atkinson J. et al. // IEEE Trans. Electron Devices. 2018. V. 65. No. 6. P. 2122.
5. Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н. // Журн. радиоэлектрон. 2019. № 6. С. 21.
6. Iacobucci S., Fratini M., Rizzo A. et al. // J. Appl. Phys. 2016. V. 120. Art. No. 164305.
7. <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/cst-studio-suite>.

Electron gun with an auto-emission cathode based on carbon nanotubes for a powerful millimeter-range extended interaction klystron

V. E. Rodyakin^{a, *}, V. N. Aksenov^b

^a Institute on Laser and Information Technologies – Branch of the Federal Scientific Research Centre “Crystallography and Photonics” of the Russian Academy of Sciences, Shatura, 140700 Russia

^b Physics Department and International Laser Center, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia
*e-mail: vrodyakin@mail.ru

The possibilities of using auto-emission cathode-gridded module in an electron-optical system of extended interaction klystron of the millimeter wavelength range are investigated. The results of a theoretical analysis of the developed design of an electron gun with high compression ratio are presented. The limits of the angular spread of electrons on the grid, which ensures the complete electron beam transmission through the interaction system of the device, are determined.

УДК 621.385.69

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ НА ТРЕТЬЕЙ ГАРМОНИКЕ В СИЛЬНОТОЧНОМ РЕЛЯТИВИСТСКОМ ГИРОТРОНЕ Ка-ДИАПАЗОНА

© 2024 г. Э. Б. Абубакиров¹, А. Н. Денисенко¹, А. Н. Леонтьев^{1, 2, *},
К. В. Минеев^{1, 2}, Р. М. Розенталь^{1, 2}

¹Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
“Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
имени А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук”, Нижний Новгород, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
“Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
имени Н. И. Лобачевского”, Нижний Новгород, Россия

*E-mail: leontiev@ipfran.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования генерации излучения в режиме умножения частоты на третьей гармонике в сильноточном гиротроне Ка-диапазона. В рамках трехмерного моделирования методом крупных частиц показано, что коэффициент нелинейной трансформации в W-диапазоне может достигать значений 0.5%. Представлены экспериментальные данные по регистрации излучения в данном диапазоне.

DOI: 10.31857/S0367676524010165, EDN: RZVNQX

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время ведется значительное число исследований, направленных на создание мощных источников в коротковолновой части миллиметрового диапазона. При этом наибольшие успехи продемонстрированы в приборах на основе прямолинейных электронных потоков, формируемых катодами взрывоэмиссионного типа. Так, в генераторах поверхностной волны получены импульсы мощностью 25 МВт с длительностью около 5 нс в диапазоне 75 ГГц [1] и свыше 2 МВт с длительностью около 2 нс в диапазоне 0.32–0.35 ТГц [2]. Вместе с тем с точки зрения получения миллиметрового излучения большой мощности существенным потенциалом обладают гиротроны, основанные на взаимодействии винтовых электронных потоков с незамедленными волнами. Расчеты показывают, что при использовании винтового электронного потока с энергией 500 кэВ и током 2 кА могут быть реализованы источники с уровнем 100–150 МВт в диапазоне 90–100 ГГц [3, 4] и более 80 МВт в диапазоне 300 ГГц [5]. Важным преимуществом гиротронов является отсутствие мелкомасштабных по сравнению с длиной волны элементов в электродинамической системе, а также низкая чувствительность к начальному скоростному разбросу частиц [6]. Однако гиротроны обладают и существенным недостатком, связанным

с необходимостью создания сильных магнитных полей, величина которых определяется условием близости частоты излучения ω к циклотронной частоте ω_H (т.н. условие циклотронного резонанса):

$$\omega \approx \omega_H = \frac{|e|H}{mc\gamma}, \quad (1)$$

где H – величина магнитного поля, e , m – заряд и масса электрона, γ – релятивистский гамма-фактор, который в вакуумной СВЧ электронике удобно записать через ускоряющее напряжение U , приложенное к анодному электроду электронно-оптической системы (в случае сильноточных гиротронов необходимо также учитывать эффект “провисания потенциала”, вызванный значительным пространственным зарядом пучка):

$$\gamma = 1 + \frac{eU}{mc^2}. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует весьма неприятная тенденция: в условиях сохранения неизменной частоты генерации гиротрона увеличение энергии электронного потока требует увеличения магнитного поля. Связь этих величин можно проиллюстрировать следующими примерами. Большинство гиротронов работает в области слаборелятивистских энергий порядка 15–30 кэВ [7]. Соответственно,

для них значение релятивистского гамма-фактора составляет $\gamma \approx 1.03-1.06$. Наиболее мощные длинно-импульсные гиротроны используют электронные пучки с энергиями до 70–80 кэВ [8], что соответствует значению $\gamma \approx 1.13-1.16$. При энергиях 250–300 кэВ, при которых были реализованы гиротроны с термоэмиссионными катодами с рекордными значениями выходной мощности и эффективности в X-, Ka- и W-диапазонах [9–11], значение гамма-фактора (2) возрастает до $\gamma \approx 1.5-1.6$. Наконец, для типичных значений энергий порядка 500 кэВ, формируемых электронно-оптическими системами со взрывоэмиссионными катодами, значение гамма-фактора возрастает до $\gamma \approx 2$. В результате, по сравнению со слабoreлятивистскими гиротронами, магнитное поле должно быть увеличено в соответствующее число раз. Более точные расчеты дают несколько меньшее отношение. Так, в диапазоне 300 ГГц рабочее значение магнитного поля в слабoreлятивистском гиротроне с энергией пучка 15 кэВ составляет около 11 Тл [12], в то время как аналогичное расчетное значение для сильноточного релятивистского гиротрона с энергией пучка 500 кэВ составляет около 18 Тл [13]. Таким образом, коэффициент увеличения магнитного поля составляет около 1.6, а не 2, что связано с нелинейным эффектом смещения области максимального КПД в область меньших значений магнитных полей.

Одним из путей преодоления данной проблемы является селективное возбуждение колебаний на гармониках гирочастоты. Наибольшие успехи в этом направлении получены в гиротронах с электронно-оптическими системами, формирующими т.н. “приосевые” винтовые электронные потоки, движущиеся как единое целое вокруг оси системы. В частности, в традиционном гиротроне, работающем на основной гармонике гирочастоты, для получения генерации в диапазоне 1 ТГц требуется создание магнитного поля около 40 Тл [14], что является весьма непростой технологической задачей. Вместе с тем в гиротроне с приосевым электронным пучком генерация в данном диапазоне может быть получена за счет селективного возбуждения колебаний на третьей гармонике гирочастоты, при этом значения магнитных полей уменьшаются до уровня 13–14 Тл [15]. Однако в области релятивистских значений энергий приосевые пучки могут быть сформированы только при относительно малых значениях токов порядка нескольких десятков ампер [16], что не дает возможности создания на их основе генераторов большой мощности.

В связи с этим достаточно привлекательным выглядит механизм одновременной генерации излучения на основной и более высоких гармониках гирочастоты, основанный на эффекте умножения частоты. Данный механизм основан на нелинейных свойствах электронного пучка и подразумевает, что группировка в низкочастотной волне

приводит к тому, что компоненты электронного тока возникают не только на частоте этой волны, то также и на ее гармониках, которые в свою очередь уже инициируют генерацию высокочастотного излучения на соответствующих частотах. Для такого режима, когда высокочастотная волна возбуждается фактически заданным модулированным током, отсутствует проблема конкуренции мод. Вместе с тем существенным недостатком является низкий коэффициент нелинейной трансформации (КНТ), соответствующий отношению мощности излучения на высокой гармонике к мощности излучения на основной гармонике. Это обусловлено, с одной стороны, неэквидистантностью спектра мод цилиндрических волноводов, типично используемых в гиротронах, а с другой – быстрым спаданием коэффициентов связи с увеличением номера гармоники. В частности, проведенные в [17, 18] измерения мощности для гиротрона с рабочей частотой 263 ГГц показали, что значения КНТ на второй циклотронной гармонике составили 10^{-4} (т.е. около 0.01% относительно мощности излучения на первой гармонике, а для третьей – около 10^{-6} (0.0001%)). В то же время хорошо известно, что степень спада коэффициентов связи на гармониках уменьшается с увеличением энергии электронов [19]. За счет этого, как было показано в наших предшествующих работах [20, 21], КНТ в сильноточном релятивистском гиротроне увеличивается на несколько порядков. Однако данные исследования были ограничены рассмотрением процессов излучения только на TE-модах. Вместе с тем, как показано в данной работе, в релятивистской области энергий имеет место эффективное возбуждение и мод TM-типа. В работе также представлены результаты первых экспериментальных исследований генерации излучения на первой и третьей циклотронных гармониках в сильноточном гиротроне Ka-диапазона.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛЬНОТОЧНОГО ГИРОТРОНА КА-ДИАПАЗОНА

Для эффективного умножения излучения в гармонику с номером s необходимо выполнение двух условий. Если гиротрон на основной циклотронной гармонике возбуждается на моде $TE_{m,n}$, то азимутальный индекс M моды на s -й гармонике должен удовлетворять соотношению:

$$M = s \times m. \quad (3)$$

Одновременно должно выполняться условие кратности критических частот:

$$\Omega_c = s \times \omega_c, \quad (4)$$

которое удобно переписать для значений собственных чисел мод:

$$v_M = \frac{R_0 \Omega_c}{c} = s \times v_m = s \frac{R_0 \omega_c}{c}, \quad (5)$$

где R_0 – радиус однородного участка резонатора гиротрона.

В классических гиротронах используются резонаторы в виде отрезка цилиндрического волновода круглого сечения, спектр мод которых является неэквидистантным, в силу чего одновременное выполнение условий (3) и (5) невозможно. Вместе с тем в работе [22] было показано, что для ТЕ мод круглого волновода действует асимптотическое соотношение, в соответствии с которым собственное число моды $TE_{M,N}$ при увеличении индекса M стремится к пятикратному значению собственного числа моды $TE_{m,n}$ при условии:

$$M = 5m, N = 5n - 3. \quad (6)$$

Как показано в работе [23], этот эффект позволяет рассчитывать на получение в современных мощных 250 ГГц гиротронах импульсов излучения в диапазоне 1.25 ТГц с ваттным уровнем мощности.

Однако для релятивистских гиротронов можно использовать еще одно асимптотическое соотношение, связывающее собственные числа ТЕ- и ТМ-мод, в соответствии с которым собственное число моды $TM_{M,N}$ при увеличении индекса M стремится к трехкратному значению собственного числа моды $TE_{m,n}$ при условии:

$$M = 3m, N = 3n - 2. \quad (7)$$

Дело в том, что в релятивистских областях энергий существенно возрастают коэффициенты связи пучка с ТМ-волнами. При этом в условиях подавления мод ТЕ-типа гиротроны на ТМ-модах являются весьма перспективными источниками мощного СВЧ излучения миллиметрового диапазона [24, 25].

Исследование эффектов умножения частоты было выполнено на основе трехмерного PIC-моделирования методом крупных частиц с использованием программы CST Particle Studio. В моделировании винтовой электронный пучок с начальной энергией 500 кэВ, током 2 кА и разбросом по скоростям около 20% возбуждал моду $TE_{-4,2}$ резонатора гиротрона на частоте 35 ГГц. Использовалось около 300 тысяч макрочастиц, количество узлов сетки составляло около 25 млн. После окончания взаимодействия электронный пучок высаживался на стенку электродинамической системы в спадающем магнитном поле. На рис. 1а представлена геометрия пространства взаимодействия, мгновенное положение макрочастиц и их распределение по энергиям.

На рис. 1б показана зависимость мощности излучения от величины магнитного поля на основной рабочей моде $TE_{-4,2}$ и моде $TM_{-12,4}$, для которых лучшим образом выполняются условия (3), (5)

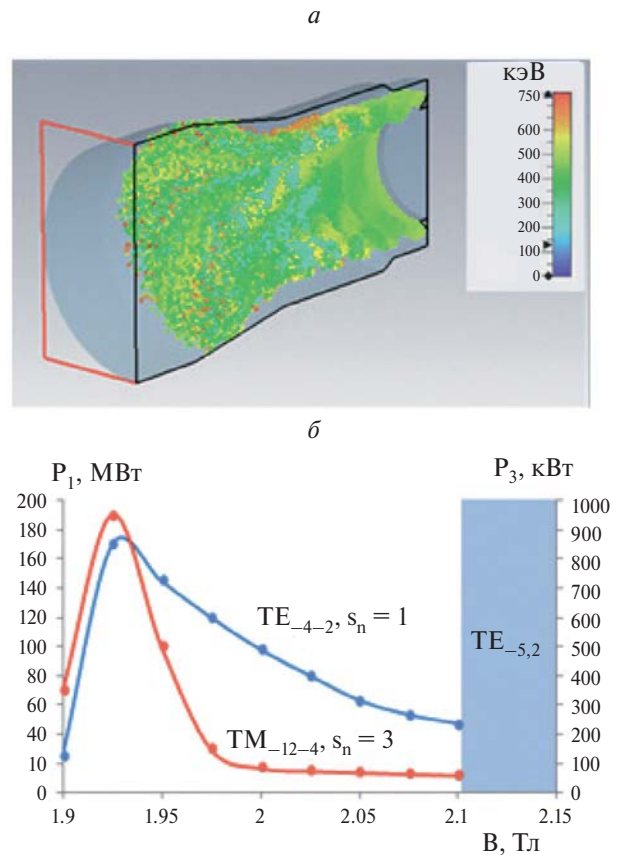


Рис. 1. Геометрия пространства взаимодействия в трехмерном моделировании методом крупных частиц, мгновенное положение макрочастиц и их распределение по энергиям (а). Расчетная зависимость мощности на основной гармонике (мода $TE_{-4,2}$) и на третьей гармонике гирочастоты (мода $TM_{-12,4}$) от величины магнитного поля (б).

в соответствии с асимптотическим соотношением (7). Видно, что максимум излучения на третьей гармонике достигает значения около 1 МВт.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИРОТРОНА

Гиротрон Ка-диапазона был разработан в ИПФ РАН на основе сильноточного ускорителя Синус-6, формирующего электронный пучок с током до 5 кА при ускоряющем напряжении до 600 кВ в импульсах длительностью 20 нс. Внешний вид гиротрона представлен на рис. 2.

На рис. 3 представлена схема измерения параметров излучения. Основная часть излучения, проходящего через выходное вакуумное окно, поступала в калориметр, осуществляющий измерение поглощенной энергии с точностью $\pm 20\%$. Небольшая часть излучения перехватывалась волноводами Ка и W-диапазонов, ослаблялась аттенюаторами



Рис. 2. Внешний вид экспериментального макета релятивистского сильноточного гиротрона.

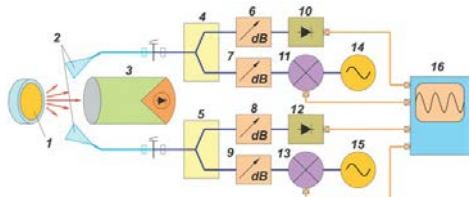


Рис. 3. Схема измерения параметров излучения гиротрона в Ka- и W-диапазонах. 1 – выходное окно гиротрона, 2 – волноводы, 3 – калориметр; 4, 5 – направленные ответвители; 6, 7, 8, 9 – аттенюаторы; 10, 12 – микроволновые детекторы; 11, 13 – смесители; 14, 15 – гетеродины; 16 – осциллограф.

и поступала на микроволновые детекторы, регистрирующие форму огибающей сигнала, и смесители. Сигналы с гетеродинов, работающих на частоте, примерно на 0.5–1 ГГц ниже предполагаемой частоты генерации гиротрона на основной и третьей гармониках, также подавались на смесители, промежуточная частота с выхода которых использовалась для расчета спектров. Для регистрации сигнала с детекторов и смесителей использовался осциллограф с рабочей полосой 4 ГГц и частотой дискретизации 20 млрд выборок в секунду.

Для оценки мощности выходного излучения использовался импульсный терморпный калориметр, который измерял полную энергию излучения гиротрона, большую часть которой составлял сигнал на основной гармонике. Таким образом, на данном этапе исследований мощность высокочастотного сигнала отдельно не измерялась.

В расчетных областях магнитных полей были зарегистрированы режимы генерации с характерной длительностью импульсов порядка 5 нс (рис. 4а) и частотой генерации примерно 35.7 ГГц (рис. 4б), что близко к расчетному значению

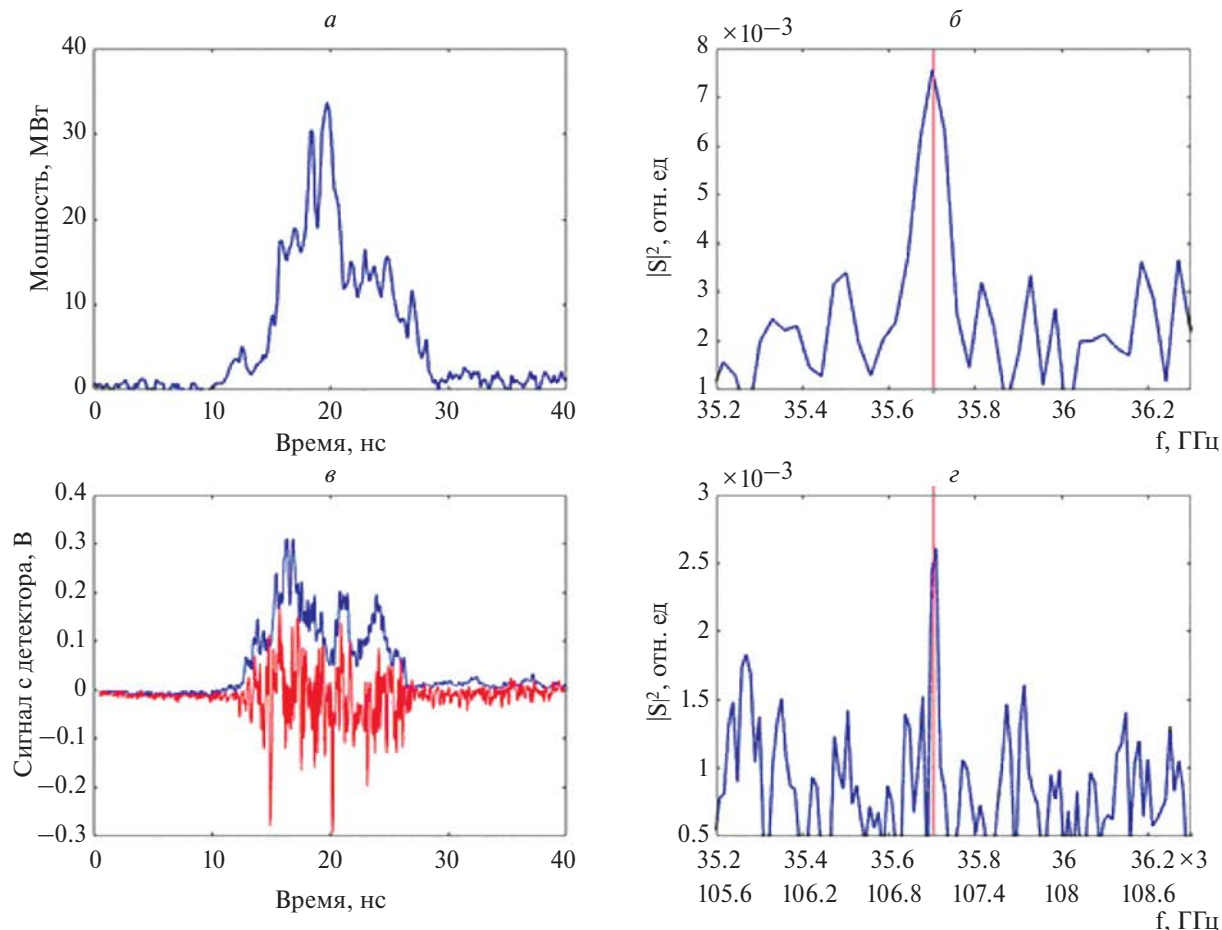


Рис. 4. Экспериментально измеренные формы импульсов на основной (а) и третьей (в) гармониках гирочастоты и соответствующие спектры (б) и (г).

частоты генерации моды $TE_{-4,2}$. Мощность полученных импульсов оценивалась по результатам калориметрических измерений и достигала значений 35–40 МВт.

На рис. 4в представлен сигнал с детектора W-диапазона. Его форма в достаточно хорошей степени соответствовала форме импульса излучения, зарегистрированного детектором Ka-диапазона. В свою очередь, частота сигнала W-диапазона в точности соответствовала утроенной частоте сигнала, наблюдаемого в Ka-диапазоне (рис. 4г). В совокупности эти данные свидетельствуют о том, что зарегистрированный сигнал W-диапазона действительно появляется вследствие эффекта умножения частоты. Согласно теоретическим расчетам, коэффициент нелинейной трансформации в такой системе может достигать значений 0.5%, что дает оценку верхнего значения уровня мощности в W-диапазоне порядка 200 кВт.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сильноточные релятивистские гиротроны представляются перспективными источниками мощного излучения миллиметрового диапазона. Вместе с тем первые экспериментальные исследования демонстрируют серьезное расхождение между расчетными и измеренными параметрами излучения. В частности, максимальная мощность на основной гармонике гирочастоты не превышала 40 МВт, что существенно меньше расчетных значений [13]. Одной из причин подобного поведения системы может являться нагрев проводящей оболочки индукционными токами: после нескольких десятков импульсов температура магнитного экрана достигала значений 50–60 °С. При таком изменении температуры происходит заметное уменьшение проводимости меди: со значения $5.8 \cdot 10^6$ См/м при комнатной температуре до значения около $4.8 \cdot 10^6$ См/м. Согласно расчетам, магнитное поле в области формирования пучка при этом увеличивается примерно на 14%. Одновременно с этим происходит изменение его профиля по продольной координате, что приводит к неоптимальному расположению катушки кикера. Как результат, питч-фактор пучка на входе в резонатор гиротрона уменьшается со значений около 1.0 до 0.6, что приводит к значительному снижению КПД. В свою очередь, увеличение тока кикера в этой ситуации хотя и дает увеличение питч-фактора пучка, но вместе с этим приводит к увеличению позиционного разброса ведущих центров электронов в пучке, что также не позволяет достичь высоких значений КПД.

Вместе с тем, несмотря на значительные расхождения экспериментально зарегистрированных значений мощности с результатами расчетов для

фундаментальной гармоники, регистрация излучения в W-диапазоне подтверждает возможность реализации режима умножения частоты в сильно-точном релятивистском гиротроне с потенциально высоким КНТ. Предполагается, что оптимизация режима генерации на фундаментальной гармонике приведет также к стабилизации и увеличению мощности на высоких гармониках в соответствии с расчетными значениями.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-12-00161).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Palitsin A.V., Rodin Yu.V., Goykhman M.B. et al.* // IEEE Electron Device Lett. 2022. V. 44. No. 2. P. 317.
2. *Wang J., Wang G., Wang D. et al.* // Sci. Reports. 2018. V. 8. No. 1. Art. No. 6978.
3. *Данилов Ю.Ю., Леонтьев А.Н., Малкин А.М. и др.* // ДАН. Физ.-техн. науки. 2022. Т. 504. С. 3.
4. *Данилов Ю.Ю., Денисенко А.Н., Леонтьев А.Н. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. Т. 65. № 5–6. С. 448.
5. *Rozental R.M., Danilov Yu. Yu., Leontyev A.N. et al.* // IEEE Trans. Electron Dev. 2022. V. 69. No. 3. P. 1451.
6. *Завольский Н.А., Запевалов В.Е., Мусеев М.А.* // Изв. вузов. Радиофизика. Т. 44. № 4. С. 345.
7. *Thumm M.* // J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 2020. V. 41. No. 1. P. 1.
8. *Thumm M., Denisov G.G., Sakamoto K., Tran M.Q.* // Nucl. Fusion. 2019. V. 59. No. 7. Art. No. 073001.
9. *Zaitsev N.I., Ginzburg N.S., Ilyakov E.V. et al.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. No. 3. P. 840.
10. *Зайцев Н.И., Завольский Н.А., Запевалов В.Е. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 10. С. 914.
11. *Abubakirov E.B., Chirkov A.V., Denisov G.G. et al.* // IEEE Trans. Electron Dev. 2017. V. 64. No. 4. P. 1865.
12. *Запевалов В.Е., Лыгин В.К., Малыгин О.В. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50. № 6. С. 461.
13. *Абубакиров Э.Б., Денисенко А.Н., Конюшков А.П. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 56; *Abubakirov E.B., Denisenko A.N., Konyushkov A.P. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 48.
14. *Glyavin M. Yu., Luchinin A.G., Golubiatnikov G. Yu.* // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. No. 1. Art. No. 015101.
15. *Bratman V.L., Kalynov Yu.K., Manuilov V.N.* // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. No. 24. Art. No. 245101.
16. *Bratman V.L., Fedotov A.E., Kalynov Yu.K. et al.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. V. 27. No. 2. P. 456.
17. *Glyavin M., Zotova I., Rozental R. et al.* // J. Infrared Millim. THz Waves. 2020. V. 41. P. 1245.
18. *Golubiatnikov G. Yu., Koshelev M.A., Tsvetkov A.I. et al.* // IEEE Trans. THz Sci. Tech. 2020. V. 10. No. 5. P. 502.

19. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Нусинович Г.С. и др. // В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 157.
20. Леонтьев А.Н., Розенталь Р.М., Гинзбург Н.С. и др. // Письма в ЖТФ. 2022. Т. 48. № 24. С. 11.
21. Леонтьев А.Н., Розенталь Р.М., Гинзбург Н.С. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 57; Leontyev A.N., Rozental P.M., Ginzburg N.S. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 46.
22. Denisov G.G., Zotova I.V., Malkin A.M. et al. // Phys. Rev. E. 2022. V. 106. No. 2. Art. No. L023203.
23. Denisov G., Zotova I., Zheleznov I. et al. // Appl. Science. 2022. V. 12. Art. No. 11370.
24. Danilov Yu.Yu., Leontyev A.N., Leontyev N.V. et al. // IEEE Trans. Electron Dev. 2021. V. 68. No. 4. P. 2130.
25. Данилов Ю.Ю., Денисенко А.Н., Леонтьев А.Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2022. Т. 65. № 5–6. С. 448.

Investigation of the third harmonic generation in a high-current relativistic Ka-band gyrotron

E. B. Abubakirov^{a, *}, A. N. Denisenko^a, A. N. Leontyev^a, K. V. Mineev^{a, b}, R. M. Rozental^{a, b}

^a*Federal Research Center Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*

^b*Lobachevsky National Research Nizhny Novgorod State University, Nizhny Novgorod, 603022 Russia*

^{*}*e-mail: leontiev@ipfran.ru*

Theoretical and experimental investigations of radiation generation in the frequency multiplication mode at the third harmonic in a high-current Ka-band gyrotron have been carried out. Within the framework of three-dimensional PIC-simulation, it is shown that the nonlinear transformation coefficient in the W-band can reach values of 0.5%. Experimental data on registration of radiation in this range are presented.

Keywords: gyrotron, high-current relativistic beams, high order cyclotron harmonics.

УДК 621.385.69

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ГИРОТРОНА ДИАПАЗОНА 300 ГГц

© 2024 г. Ю. Ю. Данилов¹, А. Н. Леонтьев¹*, А. М. Малкин¹, О. П. Планкин¹,
Р. М. Розенталь¹, Е. С. Семенов¹

¹Федеральное государственное бюджетное научное учреждение “Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики имени А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук”, Нижний Новгород,
Россия

*E-mail: leontiev@ipfran.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Выполнены расчеты трехэлектродной магнетронно-инжекторной пушки с термоэмиссионным катодом для релятивистского гиротрона диапазона 300 ГГц, обеспечивающей формирование винтового пучка с энергией 250 кэВ, током 100–300 А и пичч-фактором 1.1. В рамках трехмерного моделирования методом крупных частиц показана возможность генерации излучения с мощностью более 8 МВт в гиротроне с резонатором продольно-щелевого типа.

DOI: 10.31857/S0367676524010173, EDN: RZUOVA

ВВЕДЕНИЕ

Генерация мощного излучения в терагерцовом диапазоне представляет интерес для целого ряда приложений. При этом практически единственным способом является использование вакуумных генераторов с электронными потоками. В настоящее время в лампах обратной волны, запитываемых электронными импульсами наносекундной длительности, получено излучение с мощностью около 600 кВт в диапазоне 0.34 ТГц [1]. В генераторах поверхностной волны получена мощность около 2 МВт в диапазоне 0.32–0.35 ТГц при длительности импульса 2 нс [2]. Излучение в широком частотном интервале от 0.1 до 0.5 ТГц с уровнем мощности в десятки мегаватт получено в экспериментах с замагниченной плазмой при релаксации в ней сильнооточного релятивистского электронного пучка [3]. В гиротронах в диапазоне 0.67 ТГц получены импульсы длительностью в десятки микросекунд с мощностью в несколько сотен киловатт [4]. Ведется разработка гиротронов, рассчитанных на квазинепрерывную генерацию излучения в диапазоне 0.3 ТГц мегаваттной мощности [5].

Следует отметить, что гиротроны представляются наиболее перспективными приборами с точки зрения освоения терагерцового диапазона. Так, в работе [6] было показано, что на основе сильнооточных релятивистских электронных потоков может быть достигнута мощность порядка 80 МВт в диапазоне 0.3 ТГц. Однако сильнооточные электронные потоки, как правило, формируемые

взрывоэмиссионными катодами, обладают существенным недостатком, связанным с малой длительностью импульсов. Обычно длительность ускоряющего напряжения не превышает нескольких десятков наносекунд, в редких случаях доходя до значений в сотни и более наносекунд. Кроме того, при больших длительностях становится практически невозможно обеспечить стабильные параметры инжекции, что, в свою очередь, сказывается на стабильности генерируемого излучения. В этой связи представляет интерес использование термоэмиссионных катодов, способных формировать электронные потоки со стабильными параметрами. При этом длительность таких потоков в релятивистских областях энергий может составлять десятки микросекунд.

Ранее в ИПФ РАН были успешно реализованы релятивистские гиротроны с электронно-оптическими системами на основе термоэмиссионных катодов с выходной мощностью 5–10 МВт в X-, Ka- и W-диапазонах [7–9]. На новом этапе исследований выполнено моделирование электронно-оптической системы (ЭОС) гиротрона диапазона 300 ГГц. Также показано, что с помощью полученного винтового пучка можно обеспечить режим одномодовой генерации с мощностью более 8 МВт в гиротроне с резонатором продольно-щелевого типа, основанного на связи мод с кратными азимутальными индексами.

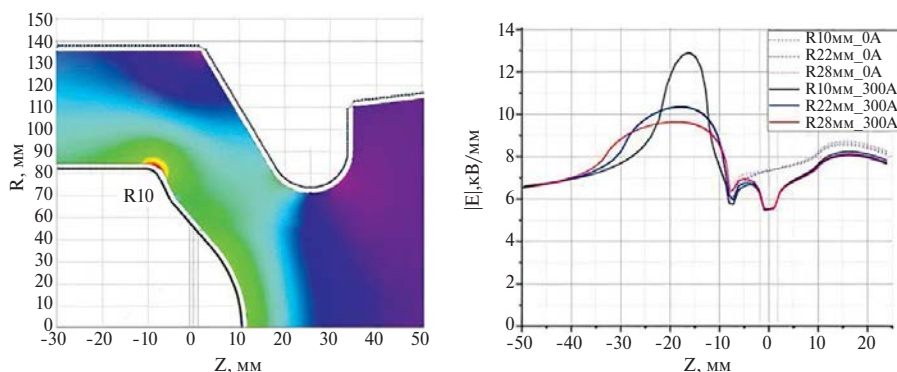


Рис. 1. Геометрия электродов исходного варианта ЭОС и карта распределения напряженности электрического поля (слева), зависимости напряженности электрического поля при различных радиусах скругления катода для работы с током пучка 300 А (сплошные кривые) и без тока пучка (пунктирные кривые) (справа).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ГИРОТРОНА

Расчеты ЭОС осуществлялись с помощью программного комплекса ANGEL (ANalyzer of a Gyating ELections) [10], разработанного в Институте прикладной физики РАН. В его основе лежат традиционные алгоритмы анализа на базе методов трубок тока и дискретных источников [11].

В качестве исходного варианта для расчета была использована магнетронно-инжекторная пушка (МИП) релятивистского гиротрона диапазона 95 ГГц [9]. Данная МИП построена по трехэлектродной схеме, в которой напряжение на первом аноде формируется из полного ускоряющего напряжения с помощью активного делителя. Пушка рассчитана на формирование винтового электронного потока с энергией 250–300 кэВ, током 80–100 А и питч-фактором (отношение поперечной скорости электронов к продольной) порядка 1.3. На основе этой МИП был реализован гиротрон с выходной мощностью около 5 МВт, что соответствовало КПД около 20%.

Предварительные оценки показали, что при переходе в диапазон 300 ГГц эффективность релятивистского гиротрона будет снижаться до уровня 5% за счет значительного возрастания омических потерь и снижения коэффициента связи с рабочей модой в силу увеличения сверхразмерности системы. В этой связи представляет интерес возможность увеличения рабочего тока пучка до уровня 300–400 А, чтобы обеспечить получение выходной мощности на уровне 5–10 МВт.

Расчеты показали, что основным препятствием на пути повышения тока пучка является высокое значение напряженности электрического поля на участке плавного перехода между цилиндрической и конической частью катода (рис. 1). В существующей конфигурации данный переход сделан в виде дуги окружности с радиусом

$R = 10$ мм. В результате при фиксированном питч-факторе пучка $g = 1.1$ с увеличением тока необходимо увеличивать и анодное напряжение, поэтому уже при токе 100 А напряженность поля достигает значений 11.4 кВ/мм, а при токе 300 А – почти 13 кВ/мм (рис. 1).

Вместе с тем в предшествующих экспериментальных исследованиях было установлено, что предельное значение напряженности поля, выше которого начинается развитие пробойных явлений, составляет величину 9–10 кВ/мм. Снижение величины электрического поля на участке перехода может быть достигнуто путем увеличения радиуса скругления R . Так, выбирая $R = 22$ мм, можно снизить значения электрического поля при токе 100 и 300 А до уровня 9.3 и 10.3 кВ/мм соответственно. Значение питч-фактора пучка при этом составляет около 1.1, значение относительного разброса электронов по поперечным скоростям – порядка 40%. При дальнейшем увеличении радиуса до $R = 28$ мм максимальная величина электрического поля снижается до значений 9.3 кВ/мм. Однако при этом происходит некоторое ухудшение качества пучка, заключающееся в возрастании разброса по поперечным скоростям. На рис. 2 представлена

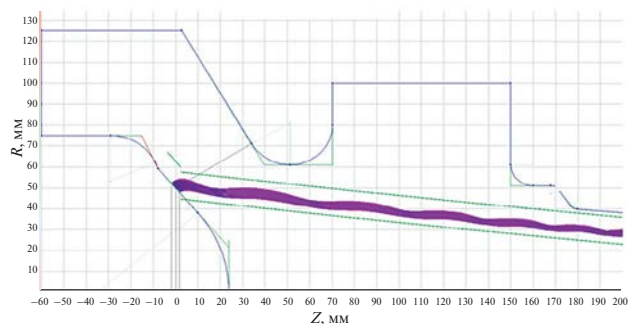


Рис. 2. Геометрия оптимизированного варианта ЭОС и траектории движения электронов.

геометрия оптимизированного варианта и траектории движения электронов.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РЕЗОНАТОРЕ ГИРОТРОНА

Для релятивистских гиротронов существенной проблемой является селективное возбуждение рабочей моды. Одним из возможных решений является использование продольно-щелевых резонаторов, основанных на одновременном возбуждении мод с кратными азимутальными индексами [6]. Принцип селекции колебаний в таком резонаторе можно проиллюстрировать следующим образом: предположим, что в резонаторе круглого сечения одновременно возбуждается две моды на одной частоте, имеющие m и $2m$ вариаций по азимуту, с одинаковой амплитудой полей на границе волновода. Суммарное поле таких мод на границе волновода будет иметь m вариаций с удвоенной амплитудой и m вариаций с половинной амплитудой. Если при этом в стенке волновода сделать m азимутальных разрывов, то такое сочетание мод будет иметь преимущество по отношению к другим модам, с точки зрения величины дифракционных потерь.

В первом приближении можно положить, что по азимутальной координате боковая поверхность указанного резонатора эквивалентна гофрировке, обеспечивающей селективную связь между двумя H -модами. Магнитный ток, создаваемый собственной модой резонатора с азимутальным индексом m_1 на прямоугольном гофре, обладает гармоникой, синхронной собственной моде резонатора с азимутальным индексом m_2 при условии:

$$m_2 - m_1 = qM, \quad (1)$$

где q – натуральное нечетное число, M – число заходов гофра (в нашем случае это число щелей). Селективную связь H -мод с кратными азимутальными индексами m и $2m$ обеспечивает структура с M щелями. Винтовой электронный пучок со специально подобранным радиусом инжекции возбуждает моду $H_{2m, n}$ с определенным направлением азимутального вращения. Эта мода возбуждает сонаправленно вращающуюся моду $H_{m, q}$ посредством связи на 1-й гармонике гофра. Моды $H_{2m, n}$ и $H_{m, q}$ противоположного направления вращения возбуждаются посредством связи на 3-й гармонике гофра. В результате в резонаторе возбуждается комбинация двух связанных H -мод с кратными азимутальными индексами m и $2m$ и близкими корнями производной функции Бесселя. Паразитные осесимметричные моды $H_{0, 1}$ не войдут в рабочее колебание посредством связи на 1-й гармонике гофра только при существенном отличии их корней производной функции Бесселя от корней двух связанных H -мод.

В рамках дипольного приближения [12] можно оценить добротность резонаторной H -моды Q_{slit} , обусловленную излучением через щели продольной компоненты магнитного поля H_z . Значение добротности находится посредством решения самосогласованной системы уравнений для резонаторной моды и волноводных мод в щелях и имеет вид:

$$Q_{slit} \approx \frac{2}{f(m)} \frac{a^3 b R_0^2 L}{\lambda \kappa^2} \left(1 - \frac{m^2}{\mu_{mp}^2} \right) \times \times \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} \times \frac{1}{L} \int_0^L F^2(z) dz, \quad (2)$$

где a, b – длина и ширина щели, R_0 и L – радиус и длина цилиндрического участка резонатора, λ – рабочая длина волны, m – азимутальный индекс рабочей моды резонатора, μ_{mp} – p -й корень производной функции Бесселя 1-го рода m -го порядка, $F(z)$ – нормированное распределение продольной компоненты поля собственной моды регулярного резонатора. Коэффициент магнитной поляризуемости κ для прямоугольных щелей с поперечными размерами $b/a \ll 1$ составляет [13]:

$$\kappa = \frac{\pi a^3}{24 \left(\ln \left(\frac{4a}{b} \right) - 1 \right)}. \quad (3)$$

Для осесимметричных или вращающихся по азимутальной координате мод множитель $f(M)$, описывающий поляризацию рабочей моды резонатора, принимает значение $f(M) = M$ [14]. В свою очередь, для комбинации двух стоячих мод с кратными азимутальными индексами m и $2m$ и близкими по значению корнями производной функции Бесселя данный множитель запишется в следующем виде:

$$f(M) = 2 \sum_{p=1}^M \left(\cos(m\phi_p) + \cos(2m\phi_p) \right)^2 = = 8 \sum_{p=1}^M \left(\cos \left(\frac{m\phi_p}{2} \right) \cos \left(\frac{3m\phi_p}{2} \right) \right)^2, \quad (4)$$

где ϕ_j – азимутальная координата щели на боковой стенке.

Легко видеть, что в последнем случае при прорезании $M = m$ продольных щелей в боковой стенке резонатора фактор $f(M)$ принимает нулевое значение. В свою очередь, добротность Q_{slit} при этом устремляется к бесконечности, что означает минимизацию потерь на излучение собственной моды, образованной парциальными модами с кратными азимутальными индексами. Среди H -мод с кратными азимутальными индексами можно выделить следующие комбинации с близкими значениями

μ_{mp} : $H_{6,4}$ и $H_{12,2}$ (различие значений μ_{mp} составляет 0.6%), $H_{8,7}$ и $H_{16,4}$ (0.8%), $H_{11,9}$ и $H_{22,5}$ (0.6%) и т.д.

В диапазоне 300 ГГц подходящей является последняя связка мод, для которой радиус пучка оказывается близок к максимуму эффективного коэффициента связи пучка с волной. Полученные при расчете ЭОС параметры пучка были использованы в трехмерном моделировании релятивистского гиротрона с использованием PIC-кода KARAT [15]. Для снижения поперечных дифракционных потерь использовалась двухслойная конфигурация резонатора, в которой внешняя щелевая оболочка смещена относительно внутренней на величину углового размера щелей [16]. На рис. 3 представлена геометрия пространства взаимодействия и мгновенное положение макрочастиц.

Известно, что в гиротронах на высоких модах большое значение имеет место изменчивость параметров пучка на фронте импульса ускоряющего напряжения, определяющая т.н. “сценарий включения” – последовательность возбуждения и срывов паразитных осцилляций и установление колебаний на рабочей моде. В реальных условиях длительность фронта составляет около 1.5 мкс, что не позволяет в настоящее время осуществить полноценное трехмерное моделирование в силу огромных затрат вычислительного времени. Если бы речь шла только об определении эффективности взаимодействия, то можно было бы уменьшить размерность задачи путем моделирования электронно-волнового взаимодействия с эквивалентной осесимметричной модой [17]. Однако для исследования процессов конкуренции мод такой подход неприменим. В этой связи в моделировании длительность фронта импульса ускоряющего напряжения была снижена на порядок до значения $\tau = 150$ нс (рис. 4а). Такая замена может считаться допустимой при условии существенного превышения данного временного интервала над характерным временем спада поля в резонаторе τ_0 :

$$\tau \gg \tau_0 = \frac{Q}{2\pi f}, \quad (5)$$

где f – частота генерации, Q – добротность рабочей моды, которую для открытых резонаторов гиротронов можно оценить по формуле [18]:

$$Q \approx 4\pi \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2, \quad (6)$$

где L – длина однородного участка резонатора, λ – рабочая длина волны. В моделировании длина однородного участка резонатора составляла $L = 10\lambda$, что дает оценку для времени спада поля $\tau_0 \sim 1/3$ нс. Таким образом, можно полагать, что значительное укорочение длительности фронта моделирования не оказывает существенного влияния на

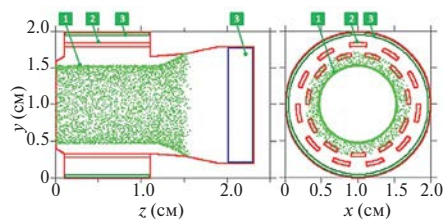


Рис. 3. Геометрия пространства взаимодействия релятивистского гиротрона и мгновенное положение макрочастиц в PIC-моделировании: 1 – винтовой электронный пучок, 2 – продольно-щелевой резонатор, 3 – слой поглотителя.

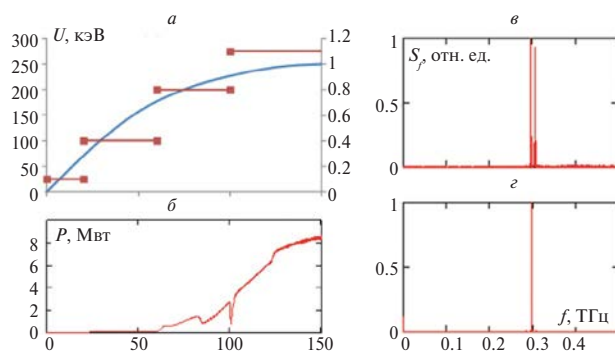


Рис. 4. Зависимость энергии макрочастиц (плавная линия) и питч-фактора (горизонтальные линии) от времени (а). Зависимость выходной мощности от времени (б). Спектры выходного излучения на участке 0–100 нс (в) и 100–150 нс (г).

динамику процессов конкуренции мод. В силу ряда программных ограничений величина питч-фактора пучка на фронте менялась скачкообразно от значений $g = 0.1$ в нулевой момент времени до значения $g = 1.1$ (рис. 4а).

Результаты моделирования показывают, что на временах от 0 до 100 нс происходит возбуждение более высокочастотной паразитной моды (рис. 4в) и последующее ее подавление рабочей модой на частоте около 300 ГГц (рис. 4г). На временах более 100 нс в спектре излучения присутствует единственная частота, при этом выходная мощность плавно нарастает до значений, превышающих 8 МВт (рис. 4б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что при определенной модификации, заключающейся в увеличении плавности сочленения цилиндрической и конической части катодного узла, существующая магнетронно-инжекторная пушка релятивистского гиротрона W-диапазона может быть использована для формирования винтового электронного потока для гиротрона диапазона 300 ГГц. Трехмерное моделирование методом

крупных частиц процессов конкуренции мод на фронте импульса ускоряющего напряжения подтвердило возможность получения одномодовой генерации в указанном диапазоне с выходной мощностью более 8 МВт.

Исследование выполнено при финансовой поддержке проектов ИПФ РАН FFUF-2021-0001, FFUF-2022-0007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hu L., Song R., Ma G. et al.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2018. V. 65. No. 6. P. 2149.
2. *Wang J., Wang G., Wang D. et al.* // Sci. Reports. 2018. V. 8. No. 1. P. 1.
3. *Arzhannikov A.V., Sinitsky S.L., Popov S.S. et al.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2022. V. 50. No. 8. P. 2348.
4. *Глявин М.Ю., Лучинин А.Г., Богдашов А.А. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 8. С. 550.
5. *Mondal D., Yuvaraj S., Rawat M. et al.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2022. V. 69. No. 3. P. 1442.
6. *Rozental R.M., Danilov Yu. Yu., Leontyev A.N. et al.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2022. V. 69. No. 3. P. 1451.
7. *Zaitsev N.I., Ginzburg N.S., Ilyakov E.V. et al.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. No. 3. P. 840.
8. *Зайцев Н.И., Завольский Н.А., Заневалов В.Е. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 10. С. 914.
9. *Abubakirov E.B., Chirkov A.V., Denisov G.G. et al.* // IEEE Trans. Electron Devices. V. 64. No. 4. P. 1865.
10. *Планкин О.П., Семенов Е.С.* // Вестн. НГУ. Сер. физ. 2013. Т. 8. № 2. С. 44.
11. *Семенов Е.С., Планкин О.П., Розенталь Р.М.* // Изв. вузов “ПНД”. 2015. Т. 23. № 3. С. 94.
12. *Danilov Yu. Yu., Leontyev A.N., Leontyev N.V. et al.* // IEEE Trans. Electron Dev. 2021. V. 68. No. 4. P. 2130.
13. *Харвей А.Ф.* Техника сверхвысоких частот. Т. 1. М.: Советское радио, 1965. 784 с.
14. *Ваганов Р.Б., Матвеев Р.Ф., Мериакри В.В.* Многоволновые волноводы со случайными нерегулярностями. М.: Советское радио, 1972. 232 с.
15. *Tarakanov V.P.* // EPJ Web Conf. 2017. V. 149. Art. No. 04024.
16. *Rozental R.M., Danilov Yu. Yu., Leontyev A.N.* // J. Infrared Millimeter. Terahertz Waves. 2022. V. 43. No. 8. P. 654.
17. *Rozental R.M., Tarakanov V.P.* // J. Infrared Millimeter. Terahertz Waves. 2022. V. 43. No. 6. P. 479.
18. *Власов С.Н., Жислин Г.М., Орлова И.М. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 8. С. 1236.

Simulation of electron-optical system for 300 GHz relativistic gyrotron

**Yu. Yu. Danilov^a, A. N. Leontyev^{a,*}, A. M. Malkin^a, O. P. Plankin^a,
R. M. Rozental^a, E. S. Semenov^a**

^a *Federal Research Center Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, 603950 Russia*
*e-mail: leontiev@ipfran.ru

Calculations were made for a three-electrode magnetron-injector gun with a thermionic cathode for a relativistic gyrotron in the 300 GHz range, which provides the formation of a helical beam with an energy of 250 keV, a current of 100–300 A, and a pitch factor of 1.1. The possibility of generating radiation with a power of more than 8 MW in a gyrotron with a longitudinally slotted cavity has been shown within the framework of three-dimensional PIC-simulations.

Keywords: gyrotron, magnetron-injection gun, sub-terahertz radiation.

УДК 537.86:535.016

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ СО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫМ ЗОНДИРУЮЩИМ СИГНАЛОМ

© 2024 г. В. В. Кулагин^{1, *}, В. В. Валув^{2, 3}, В. Н. Корниенко⁴, В. А. Черепенин⁴

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова”, Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга, Москва, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия

³Закрытое акционерное общество Научно-технический центр “Модуль”, Москва, Россия

⁴Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: victorvkulagin@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

С помощью численных моделирований исследованы характеристики сверхширокополосной распределенной зондирующей системы для различных конфигураций сети и предложена ее оптимальная конфигурация. Показано, что разрешения по дальности и поперечной координате определяются характеристиками зондирующего импульса и могут достигать 2–3 сантиметров, что соответствует эффективному угловому разрешению в несколько десятков микро радиан.

DOI: 10.31857/S0367676524010187, EDN: RZNZPK

ВВЕДЕНИЕ

Ключевой тенденцией развития современных радиолокационных систем является расширение полосы зондирующего сигнала, что при достаточной ее ширине позволяет достичь сантиметрового разрешения по дальности. Сверхширокополосные системы могут быть реализованы с помощью применения радиофотонных технологий. Во многих странах активно разрабатываются новые типы радиофотонных радаров, такие как радиолокаторы с низкой вероятностью перехвата сигналов, в которых несущая частота радиолокационных сигналов может не только перестраиваться в процессе работы в широких пределах, но и одновременно могут излучаться зондирующие сигналы на нескольких несущих из разных диапазонов [1–6]. Наибольшие перспективы имеют распределенные в пространстве зондирующие комплексы [6–8] с когерентной совместной обработкой информации (MIMO в англоязычной литературе – multiple inputs, multiple outputs – много входов, много выходов). Это позволяет реализовать наблюдение целей с разных точек зрения, улучшить обнаружение и распознавание сложных целей, повысить отношение сигнал/шум и разрешение по дальности и поперечным координатам (по углам).

Наиболее интересна реализация в радиофотонных радаров режима радиовидения, т.е. получения изображения лоцируемого объекта в СВЧ диапазоне и автоматическое распознавание целей в реальном масштабе времени [6–9]. Эти возможности радиолокационных комплексов особенно важны для дистанционного высокоточного определения параметров целей. Такие комплексы могут применяться во многих областях, где требуется точный и детальный контроль окружающего пространства, в частности, в городах, на аэродромах, в морских и речных портах, на автомобильных дорогах, на поле боя и др. В то же время обеспечение вышеперечисленных функций оказалось практически невозможным в современных зондирующих системах, построенных на основе традиционных радиоэлектронных компонентов. Все эти качества могут быть наиболее полно реализованы только в радиофотонных зондирующих комплексах с возможностью оптической синхронизации всех процессов в различных частях распределенной системы.

Точность оценки координат одиночной цели и разрешение двух близких целей являются одними из наиболее важных параметров распределенных зондирующих систем. Полная ошибка позиционирования цели оказывается обратно пропорциональна произведению числа приемников на число

излучателей [10], что стимулирует увеличивать их число. Вместе с тем важным критерием для несопадающих положений приемника и передатчика является учет геометрического фактора – уменьшения чувствительности времени задержки сигнала к смещению цели при ее приближении к линии, соединяющей передатчик и приемник. Действительно, если цель находится непосредственно на этой линии, то время задержки сигнала не меняется при смещении цели вдоль линии, и ошибка позиционирования растет. В этом смысле максимальную чувствительность времени задержки сигнала к смещению цели обеспечивает расположение приемника вблизи передатчика, чтобы регистрировать отраженный в сторону передатчика сигнал. К сожалению, в распределенной системе это условие не всегда может быть выполнено. В [10] показано, что для числа передатчиков три и более оптимальным расположением при наблюдении единственной цели является их равномерное распределение на окружности, в центре которой находится цель (все дуги между передатчиками имеют одинаковый угловой размер). То же относится и к расположению приемников, при этом число передатчиков и приемников может быть различным. Более того, также оптимальными будет размещение нескольких различных наборов приемников и передатчиков, если в каждом наборе они расположены оптимальным образом, причем угол поворота разных наборов относительно друг друга роли не играет. Для оптимальных конфигураций с меньшим набором элементов, чем три передатчика плюс три приемника, аналитические выражения отсутствуют, в то же время наибольший практический интерес представляет оценка характеристик системы для умеренного числа передатчиков и приемников, поэтому численные моделирования играют здесь особую роль. Целью настоящей работы является численное исследование характеристик распределенной системы для различных конфигураций сети, содержащей один излучатель и несколько приемников.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СЕТИ

Математическая модель трехмерной распределенной сети передающих и приемных станций и код для проведения численных моделирований распространения и отражения зондирующих импульсов от различных целей разработаны в [11, 12]. Алгоритм формирования отраженных сигналов базируется на следующих предположениях:

1. Каждый элементарный объект, отражающий электромагнитную волну, представляет собой точечный рассеиватель (“блестящая точка”) с заданной ЭПР, которая может зависеть от направления

рассеивания. Сложный объект моделируется набором точечных рассеивателей.

2. Объект может перемещаться в трехмерном пространстве по заданному закону.

3. Источник электромагнитного поля предполагается изотропным (сферическая волна) с произвольно сложным временным профилем.

4. Количество приемников и их взаимное расположение может быть произвольным.

5. Множественные переотражения сигнала от нескольких целей не учитываются.

Алгоритм численного симулятора реализован с использованием объектно-ориентированного программирования, где введены классы “источник”, “приемник”, “рассеиватель”. Такой подход позволяет не только легко модифицировать и расширять наборы исследуемых объектов и их параметров, но также и конструировать сложные отражающие объекты, необходимые для моделирования реальных целей и их окружения. Для обработки принимаемых сигналов использовался корреляционный алгоритм. С помощью усреднения выделялась огибающая функции корреляции и находились ее максимумы, временное положение которых определялось суммой расстояний “источник – рассеиватель” и “рассеиватель – приемник”. Решая систему уравнений эллипсоидов для источника, всех приемников и максимумов, можно получить координаты блестящих точек.

В численных моделированиях распределенной сети для простоты рассматривалась двумерная конфигурация системы (дальность и одна поперечная координата, которая соответствует, например, азимуту), при этом сеть содержала один излучатель и три приемника (все изотропные цели также были изотропными отражающими точками). Такой набор является минимальным для двумерной конфигурации. Действительно, если приемник измеряет время задержки отраженного от цели сигнала, то это означает, что цель должна лежать на эллипсе, в фокусах которого располагаются приемник и излучатель (если приемник и излучатель находятся в одной и той же точке, то эллипс вырождается в окружность). В идеальном случае без шумов три приемника позволяют определить единственную точку на плоскости, где и находится цель.

В моделированиях использовалась модель гауссовского аддитивного шума, интенсивность которого определялась реальными шумами в системе, что позволяло исследовать характеристики системы в зависимости от величины шума. Поскольку с шумами система из трех уравнений с тремя неизвестными могла не иметь решений, точка пересечения трех эллипсов искалась на сетке, размер ячейки которой (2 см в моделированиях) определял минимальную ошибку найденного решения. Такой метод нахождения решений обеспечивал высокую

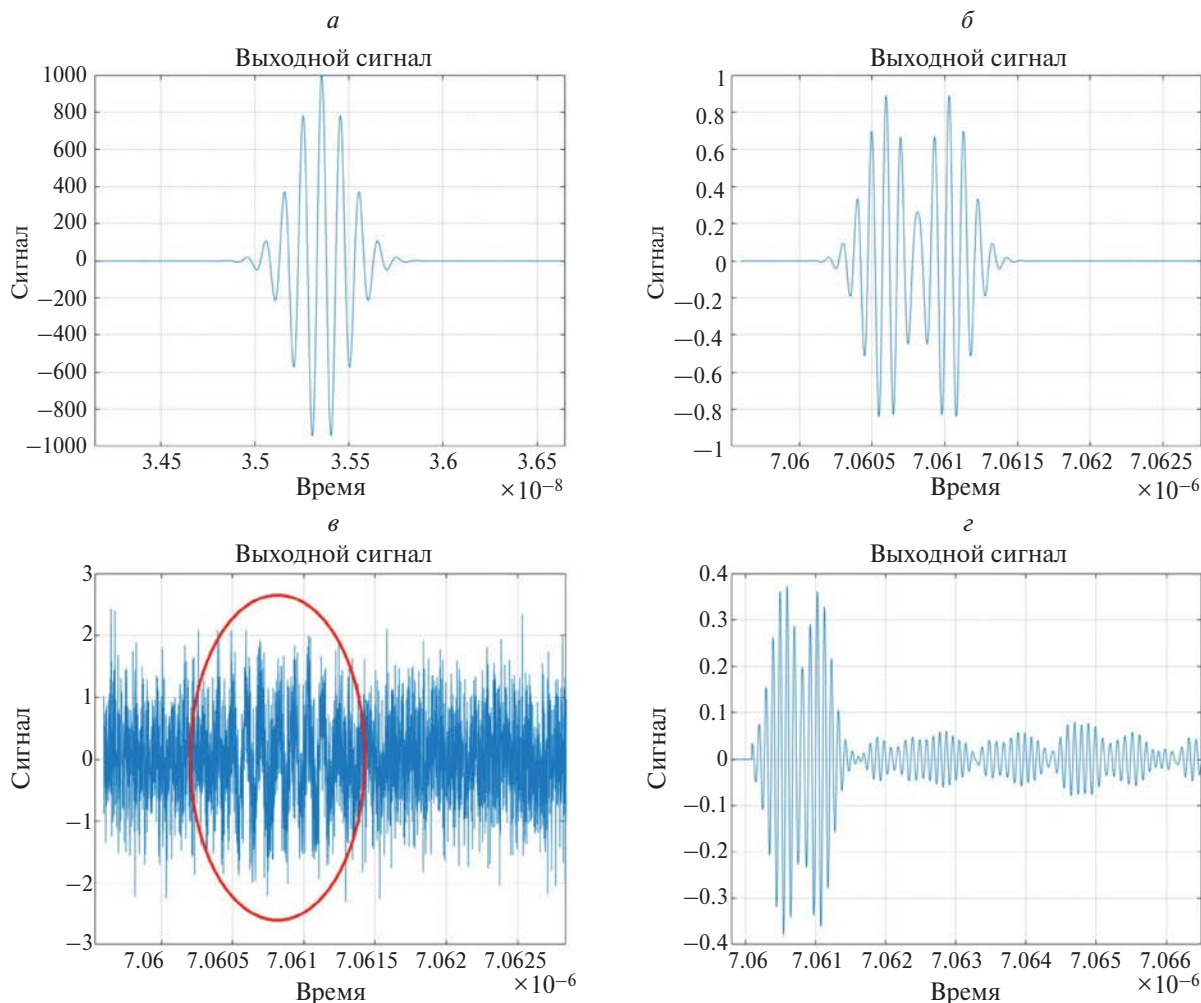


Рис. 1. Характерный вид сигналов (амплитуда в относительных единицах, время в секундах) на выходах излучателя, приемника и системы обработки для двух близко расположенных целей: выходной сигнал излучателя (*а*), выходной сигнал приемника в отсутствие шума (*б*), выходной сигнал приемника с шумом (область сигнала выделена эллипсом) (*в*), сигнал на выходе корреляционной системы обработки (*г*).

скорость, что в сочетании с радиофотонной реализацией оптимальных приемников [13] позволяет существенно снизить требования к вычислительной аппаратуре.

Для моделирований использовался импульс с несущей частотой 10 ГГц и полной длительностью 0.4 нс по уровню $1/e$ (рис. 1а). Характерный вид сигнала на выходе приемников для двух близко расположенных целей представлен без шума на рис. 1б, а на рис. 1в – с шумом. На рис. 1г показан сигнал на выходе корреляционной системы обработки. Величина шума во всех конфигурациях сети выбиралась таким образом, чтобы отношение сигнал/шум на всех приемниках составляло от 3 до 5–7 (несколько децибел). После приема отраженных сигналов проводилась их совместная корреляционная обработка и определялось наличие и положение целей. Для использованных параметров

величина теоретического разрешения по дальности составляла 2–3 см.

КОНФИГУРАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ И ОШИБКА ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ЦЕЛИ

Были исследованы три варианта размещения приемных станций – два с близкой целью, когда расстояния между излучателем и приемниками сравнимы с расстоянием до цели (1 км, рис. 2а, б), и один с относительно удаленной целью, когда расстояние до цели (в данном случае 10 км) значительно (как минимум, на порядок) больше, чем расстояния между излучателем и приемниками (1 км, рис. 2в). Расположение приемников было симметричным относительно оси x , излучатель

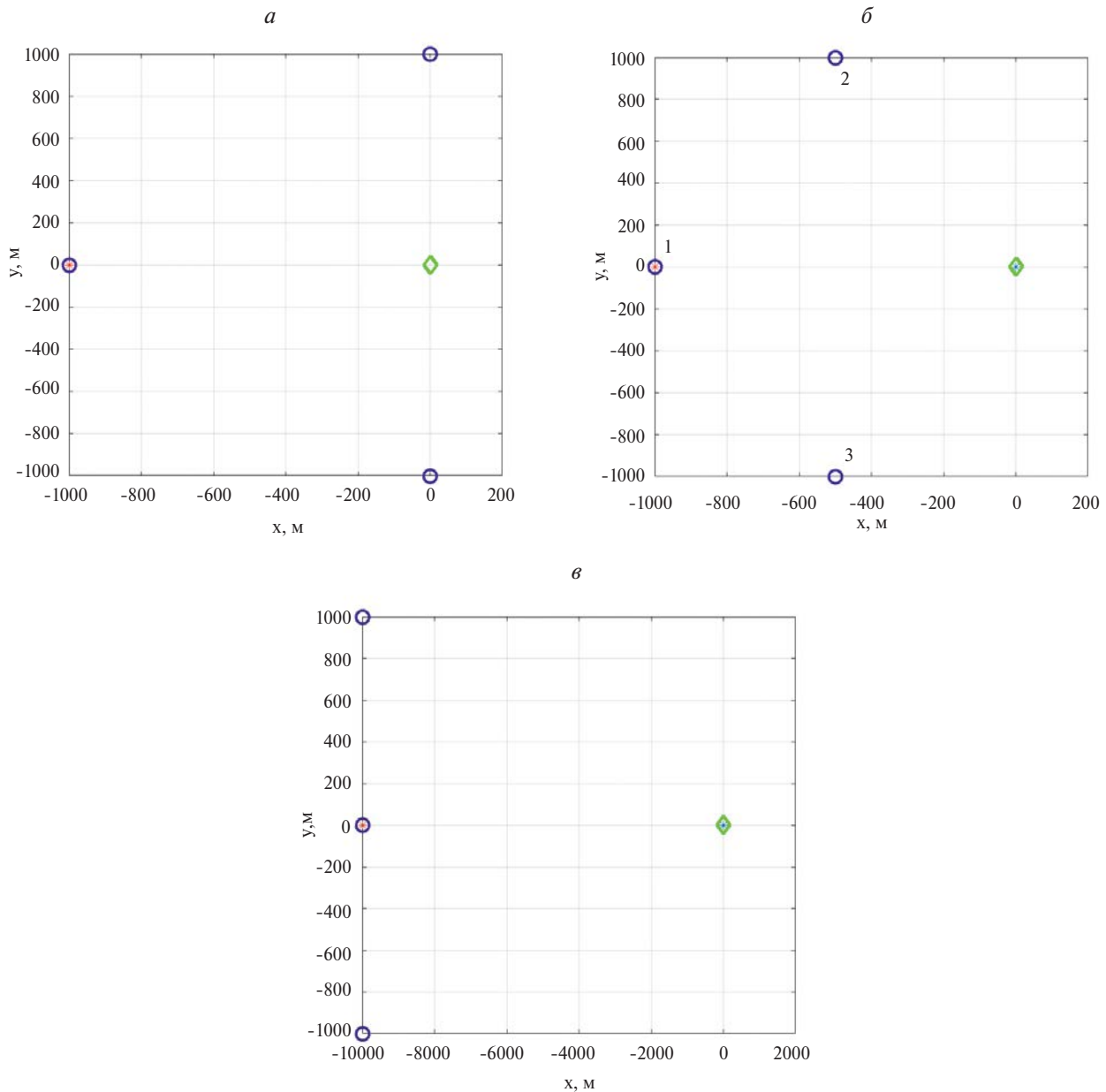


Рис. 2. Варианты размещения передающей и приемных станций: расстояние между излучателем и приемниками сравнимы с расстоянием до цели (*a*), (*b*), расстояние до цели на порядок больше, чем расстояния между излучателем и приемниками (по осям x и y разный масштаб) (*v*). Синие окружности – приемники, красная звезда – излучатель, зеленый ромб – истинное положение цели, синяя звезда (внутри ромба на рис. *b* и *v*) – формируемая по сигналам приемников отметка цели.

также располагался на оси x , цель находилась вблизи начала координат.

Численные моделирования показали, что одиночная цель хорошо определяется для всех вариантов размещения приемных станций. Отметка о цели имеет размер 2 см по оси y и 2 см по оси x даже с шумом (рис. 3*a*) для вариантов размещения на рис. 2*a* и 2*b*, т.е. фактически определяется размером ячейки сетки), а для конфигурации системы

на рис. 2*v* размер отметки по оси y увеличивается до 56 см без шума (центр отметки совпадает с положением цели). Наличие шума в последнем случае приводит к укорочению отметки до 46–52 см и смещению ее центра относительно истинного положения цели до 10 см по вертикали (рис. 3*б*), при этом размер отметки по оси x остается прежним, т.е. определяется ячейкой сетки (смещения и увеличения отметки о цели нет). Таким образом,

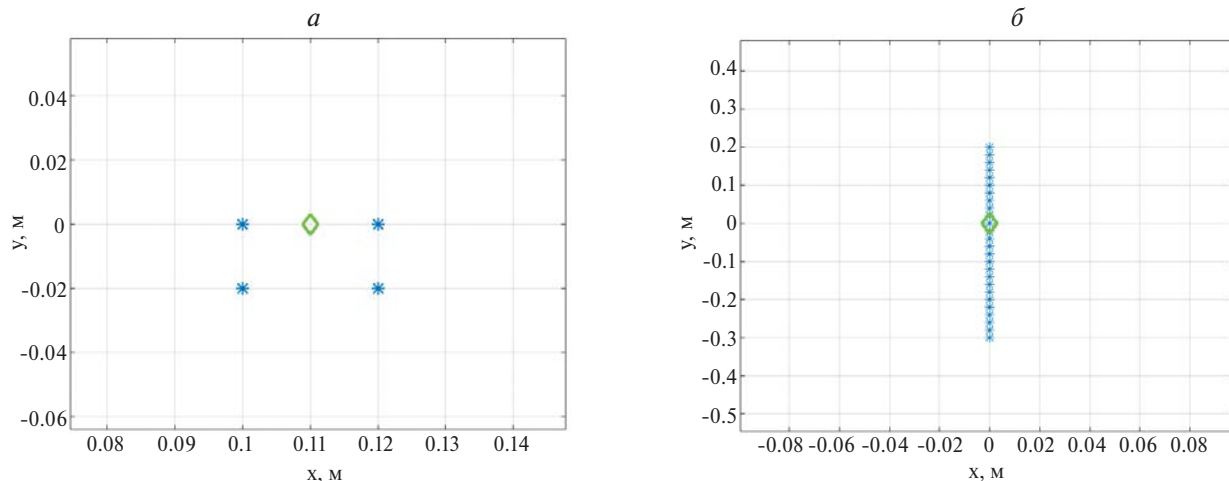


Рис. 3. Ошибка позиционирования одиночной цели: близкая цель (конфигурации на рис. 2а и 2б) (а); далекая цель (конфигурация на рис. 2в) (б).

для одиночной цели в вариантах 2а и 2б (близкая цель) ошибка по дальности и поперечной координате составляют 2 см (что соответствует эффективной ошибке по азимуту 40 микрорадиан с учетом дальности до цели). В варианте 2в ошибка по углу возрастает до 56 микрорадиан, причем возникает смещение центра отметки цели по углу на 10 микрорадиан (необходимо отметить, что в моделированиях общий размер приемной системы по оси y составляет 2 км, что и определяет такое эффективное угловое разрешение). Очевидно, что последний случай вряд ли окажется пригодным для реализации режима радиовидения цели.

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАЗРЕШЕНИЕ ДВУХ БЛИЗКИХ ЦЕЛЕЙ

Разрешающая способность распределенной зондирующей сети также исследовалась с помощью численных моделирований. Две цели удалялись друг от друга, пока не фиксировалось появление провала в функции корреляции на выходе системы обработки сигнала, что говорило о различении двух близких отражающих точек, при этом запаздывания сигналов определялись по положениям максимумов корреляционной функции. Для варианта на рис. 2а две близкие цели с одинаковой эффективной поверхностью рассеяния разрешались, если расстояние между ними становилось 8 см и более при их расположении как вдоль оси x , так и вдоль оси y , причем разрешение с шумом и без шума было приблизительно одинаковым (рис. 4а и 4б, разрешение с шумом). При меньшем расстоянии между целями отображалась только одна отметка, находящаяся между истинными положениями целей. Для варианта на рис. 2б разрешение по y оставалось прежним, а разрешение по

x ухудшалось до 9 см (около 10%). Эти значения согласуются с оценкой возможного разрешения, полученной исходя из длительности и формы зондирующего импульса.

Хорошее разрешение по y обеспечивается сильным разнесением приемников по этой оси. На качественном уровне это может рассматриваться как эффективное измерение дальности не только по оси x , но и по оси y с соответствующим разрешением, определяемым характеристиками импульса. Поэтому распределенная система имеет намного лучшее разрешение по поперечным координатам по сравнению с одиночными локаторами с фазированной антенной решеткой (ФАР), и только при увеличении размера ФАР до поперечного (по оси y) размера распределенной системы разрешение по y оказываются сравнимы. При этом необходимо подчеркнуть, что в случае распределенной системы общее количество приемников может быть на порядки меньшим, чем для ФАР (так называемая разреженная ФАР).

Для варианта на рис. 2в разрешение близких целей, расположенных вдоль оси x , осуществляется при расстоянии между ними 9 см (рис. 4в), что приблизительно соответствует вариантам на рис. 2а и 2б. Для целей, расположенных вдоль оси y , разрешение наступает при расстоянии между ними 75 см (рис. 4г), при этом смещение центра отметок целей по вертикали достигает в последнем случае 40 см, а длина отметки составляет около 54 см, как и для одиночной цели. Замечен эффект мерцания, когда при раздвижении целей появляется то одна, то две отметки, пока расстояние между целями не станет достаточно большим, что связано с интерференцией отраженных от целей импульсов. Условная процедура обработки, в частности, учитывающая ширину корреляционного пика от двух целей

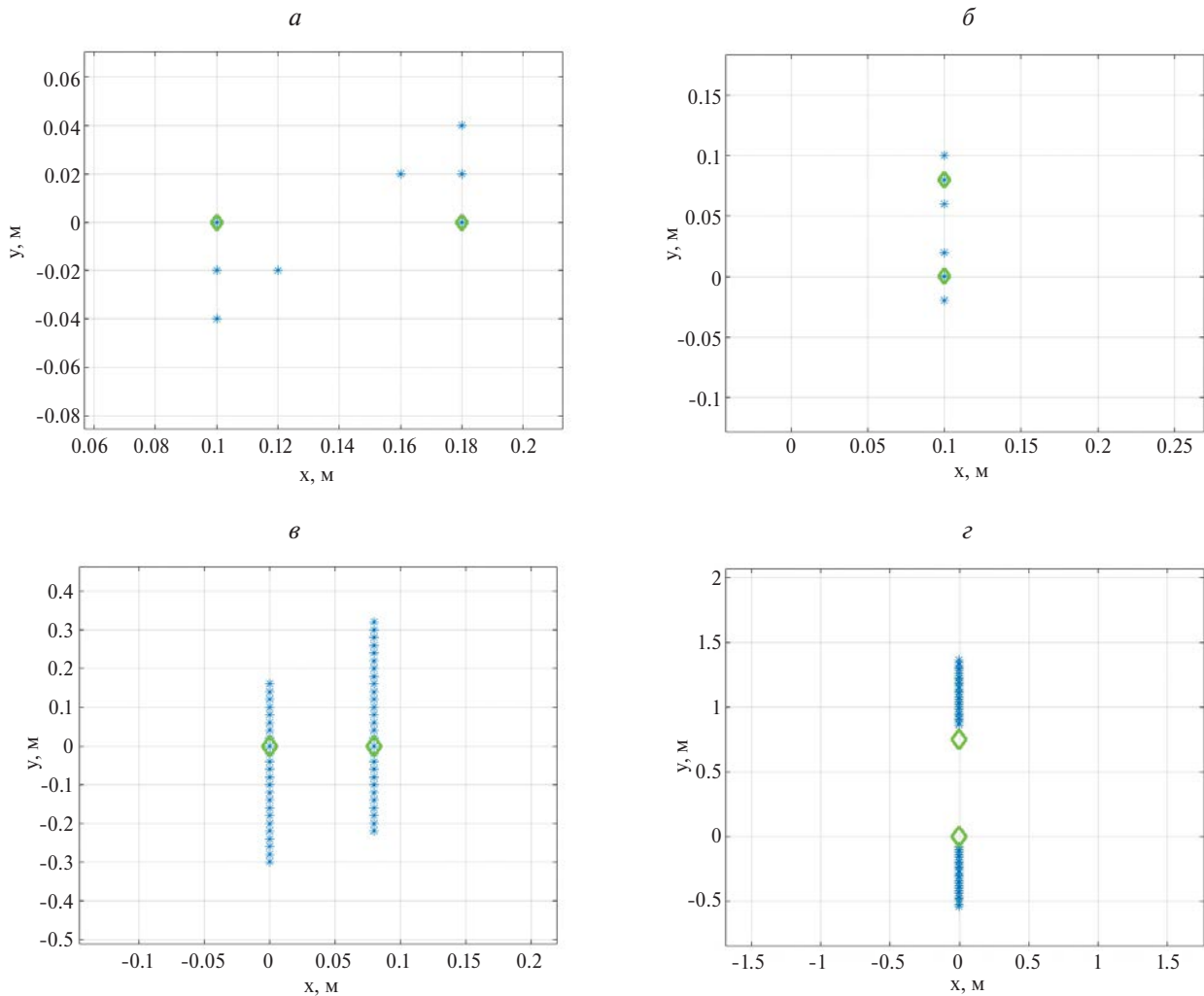


Рис. 4. Разрешение двух близких целей с одинаковой эффективной поверхностью рассеяния: конфигурация на рис. 2а (а и б); конфигурация на рис. 2в (в и г); цели расположены вдоль оси x (а и в); цели расположены вдоль оси y (б и г).

или определяя корреляцию принятого сигнала не с одиночным импульсом, а с двойным импульсом, который является суммой двух одиночных отраженных импульсов от близких целей с определенным расстоянием между ними, разрешение можно еще повысить при умеренных шумах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы характеристики распределенной сети передающих и приемных станций и показано, что такая система является эффективным средством обнаружения и различения целей, в том числе состоящих из набора близких блестящих точек. Надежное распознавание целей с малой эффективной поверхностью рассеяния и определение их параметров может базироваться на построении распределенной многоконтурной сети достаточного размера, состоящей из приемников

и передатчиков, каждый из которых будет иметь ограниченный радиус действия. При этом общие высокие характеристики внутри каждого контура и на всей площади распределенной сети будут достигаться требуемым количеством ее контуров и узлов. Размер и параметры отдельного контура (мощность излучателей, чувствительность приемников) определяются характеристиками цели, при этом мощность передатчиков может быть снижена при уменьшении размеров отдельного контура. Кроме того, возможно построение неоднородной сети, когда размер контура выбирается в зависимости от окружающей обстановки (городская застройка – поле или лес) и меняется при переходе от одной части сети к другой. Также в урбанизированном окружении возможно применение приемников, расположенных на беспилотных летательных аппаратах, что существенно повышает мобильность и другие характеристики системы,

а также возможность ее адаптации под возникающие потребности (координаты мобильных приемников могут определяться с помощью стационарных узлов сети).

Для оптимальной конфигурации распределенной сети (близкая цель) ошибка позиционирования одиночной цели по дальности и поперечной координате определяется шириной полосы зондирующего импульса и может достигать 2–3 сантиметра для полосы порядка 3 ГГц. При этом разрешение двух близких целей оказывается несколько хуже (8–10 см) и зависит еще и от других параметров зондирующего импульса (форма и т.п.). Эффективное угловое разрешение такой системы может составлять 40 микрорадиан и лучше, что значительно превышает угловые разрешения современных зондирующих комплексов с ФАР. При этом сети со сравнимыми размерами и с симметричным относительно направления на цель расположением приемных станций имеют близкие характеристики, если цель находится на одинаковой дальности. Для дальних целей разрешение по дальности по-прежнему определяется шириной полосы зондирующего импульса, а разрешение по поперечной координате существенно зависит от размера распределенной сети. Существенно, что использованный алгоритм вычисления положения цели является устойчивым, т.е. наличие шума слабо влияет на обнаружение и различение целей при отношении сигнал/шум порядка 6–10 дБ и выше.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-29-06108-МК).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ghelfi P., Laghezza F., Scotti F. et al. // Nature. 2014. V. 507. P. 341.
2. Ghelfi P., Laghezza F., Scotti F. et al. // J. Light Technol. 2016. V. 34. No. 2. P. 500.
3. Zhang F., Guo Q., Pan S. // Sci. Reports. 2017. V. 7. No. 1. P. 1.
4. Xiao X., Li S., Peng S. et al. // Opt. Express. 2018. V. 26. No. 26. P. 33783.
5. Serafino G., Scotti F., Lemb L. et al. // J. Light Technol. 2019. V. 37. No. 2. P. 643.
6. Pan S., Zhang Y. // J. Light Technol. 2020. V. 38. P. 5450.
7. Fan B., Zhang F., Ma C. et al. // IEEE Photon Technol. Lett. 2020. V. 32. No. 21. P. 1397.
8. Dong J., Zhang F., Jiao Z. et al. // Opt. Express. 2020. V. 28. No. 13. P. 19113.
9. Zhang F., Guo Q., Wang Z. et al. // Opt. Express. 2017. V. 25. No. 14. P. 16274.
10. Godrich H., Haimovich A.M., Blum R.S. // IEEE Trans. Inform. Theory. 2010. V. 56. P. 2783.
11. Корниенко В.Н., Кулагин В.В. // Сб. тр. “Волны-2021. Физика и применение микроволн”. М., 2021. С. 13.
12. Корниенко В.Н., Кулагин В.В. // Сб. тр. “Волны-2022. Физика и применение микроволн”. М., 2022. С. 33.
13. Кулагин В.В., Валуев В.В., Буркитбаев Д. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 49; Kulagin V.V., Valuev V.V., Burkitbaev D. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 40.

Characteristics of a distributed location system with an ultra-wideband probing signal

V. V. Kulagin^{a, *}, V. V. Valuev^{b, c}, V. N. Kornienko^d, V. A. Cherepenin^d

^a Lomonosov Moscow State University, Sternberg State Astronomical Institute, Moscow, 119991 Russia

^b National Research Nuclear University MEPHI, Moscow, 115409 Russia

^c Research Centre “Module”, Moscow, 125190 Russia

^d Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia

*e-mail: victorvkulagin@yandex.ru

Using numerical simulations, the characteristics of an ultra-wideband distributed probing system for various network configurations are investigated and its optimal configuration is proposed. It is shown that the range and transverse coordinate resolutions in this case are determined by the characteristics of the probing pulse and can reach 2–3 centimeters, which corresponds to an effective angular resolution of several tens of microradians.

Keywords: ultra-wideband distributed probing system, optimal network configuration, target positioning error, resolution of two close targets.

УДК 538.955

ШИРОКОПОЛОСНОЕ ВЫПРЯМЛЕНИЕ МИКРОВОЛНОВОГО ТОКА В МАГНИТНЫХ ТУННЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДАХ С ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

© 2024 г. К. В. Киселева^{1, 2, *}, Г. А. Кичин¹, П. Н. Скирдков^{1, 3}, К. А. Звездин^{1, 3}

¹Общество с ограниченной ответственностью “Новые спинтронные технологии”, Сколково, Россия

²Автономная некоммерческая образовательная организация высшего образования “Сколковский институт науки и технологий”, Сколково, Россия

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр “Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: ksenia.kiseleva@skoltech.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Экспериментально исследован эффект широкополосного выпрямления микроволнового тока в магнитных туннельных переходах с перпендикулярной магнитной анизотропией методом спин-трансферного ферромагнитного резонанса в планарном внешнем магнитном поле. Установлено, что параметры широкополосного выпрямления (диапазон частот, значение выпрямленного напряжения и область существования моды ферромагнитного резонанса) зависят от размера образца и его формы. Максимальное значение выпрямленного напряжения было продемонстрировано на слабо эллиптическом образце 100×150 нм. При этом на сильно эллиптическом образце 75×250 нм наблюдался самый большой диапазон рабочих частот примерно 2 ГГц.

DOI: 10.31857/S0367676524010192, EDN: RZNHND

ВВЕДЕНИЕ

Растущий интерес к системам автоматизации и мониторинга процессов требует большого количества сенсоров и датчиков контроля. При уменьшении размеров датчиков проблемой становится эффективность энергоснабжения таких систем. Для решения данной проблемы важной задачей является поиск новых подходов к созданию автономных, маломощных сенсоров и датчиков.

Структуры на основе магнитного туннельного перехода (МТП), состоящего из двух слоев ферромагнетика с закрепленной намагниченностью и со свободной намагниченностью, разделенных слоем диэлектрика, могут стать решением проблемы энергоэффективности. Ранее было показано, что при приложении высокочастотного тока $I_{RF}(t) = I_{RF} \sin(\omega t)$ к МТП в результате эффекта переноса спина намагниченность свободного слоя начинает прецессировать. Частота этой прецессии и, как следствие, частота осцилляции сопротивления за счет эффекта туннельного магнетосопротивления совпадает с частотой приложенного тока, в результате чего на выходе появляется постоянная компонента напряжения $U_{DC} = I_{RF}(t)R(t)$. Это

явление получило название спин-трансферного диодного эффекта [1].

Недавно было показано, что МТП с поверхностной перпендикулярной магнитной анизотропией (ПМА) имеют большую чувствительность [2, 3] по сравнению с образцами, где намагниченность свободного слоя лежит в плоскости [4]. В первую очередь это обусловлено тем, что в МТП с ПМА наблюдается легко-конусное состояние намагниченности, при котором намагниченность свободного слоя имеет некоторый угол относительно плоскости, что делает магнитное состояние менее стабильным и, как следствие, повышает чувствительность [5]. Помимо этого, при превышении некоторого порогового значения мощности в подобных системах эффект выпрямления приобретает нерезонансный характер, в результате чего можно наблюдать ненулевое постоянное напряжение в широком диапазоне частот. В теоретической работе [6] было предсказано наличие широкополосного выпрямления при приложении перпендикулярного магнитного поля [5]. Диапазон рабочих частот широкополосного режима был от 1 до 2.3 ГГц в то время, как рабочие частоты для резонансного режима находились в пределах от 2.8 до 3.3 ГГц. При таком широкополосном режиме

спин-трансферного диодного эффекта намагниченность, изначально находящаяся в легко-конусном магнитном состоянии, начинает прецессировать вокруг нормали к поверхности образца. Экспериментально такой широкополосный режим спин-трансферного диодного эффекта наблюдался в образцах с ПМА [2, 3].

В данной статье методом спин-трансферного ферромагнитного резонанса были изучены МТП с ПМА. Были измерены образцы разного размера и формы в планарном внешнем поле. Экспериментально было обнаружено наличие легко-конусного магнитного состояния в МТП с ПМА. При приложении планарного магнитного поля выпрямление высокочастотного тока происходило в широком диапазоне частот. С увеличением эллиптичности образцов наблюдалось увеличение диапазона рабочих частот.

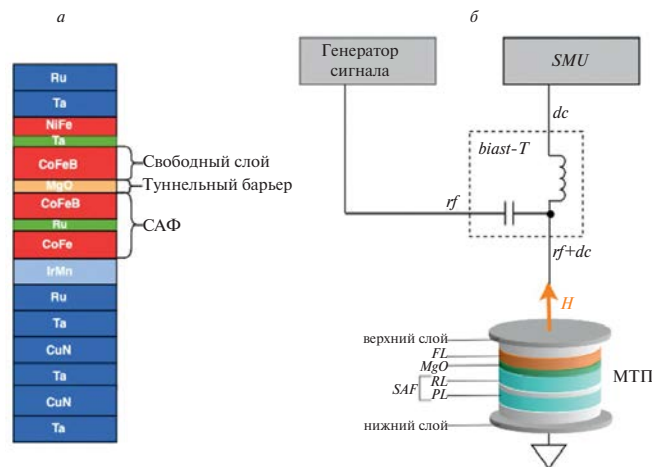


Рис. 1. Состав магнитного туннельного перехода (а); Схема метода спин-трансферного ферромагнитного резонанса (б).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Образцы представляют собой цилиндрические наностолбики со следующим составом слоев CoFe30 (2.6) / Ru (0.7) / CoFe40B20 (1.8) / MgO / CoFe40B20 (1.5) (рис. 1а). Нижние три слоя выступают в роли синтетического антиферромагнетика (САФ), нижний слой CoFeB – слой с закрепленной намагниченностью (поляризатор), MgO – туннельный барьер, верхний слой CoFeB – свободной слой. Исследовались образцы с круглыми основаниями

диаметрами 125 и 200 нм и эллиптическими основаниями 100×150 и 75×250 нм².

Эффект выпрямления внешнего высокочастотного тока изучался методом спин-трансферного ферромагнитного резонанса (рис. 1б). Тройник смещения (bias T) используется для пропускания высокочастотного тока (0.5–6 ГГц) мощностью 0.1 мВт через МТП и измерения выпрямленного напряжения. Выпрямленное напряжение измерялось источником-измерителем (SMU). Измерения

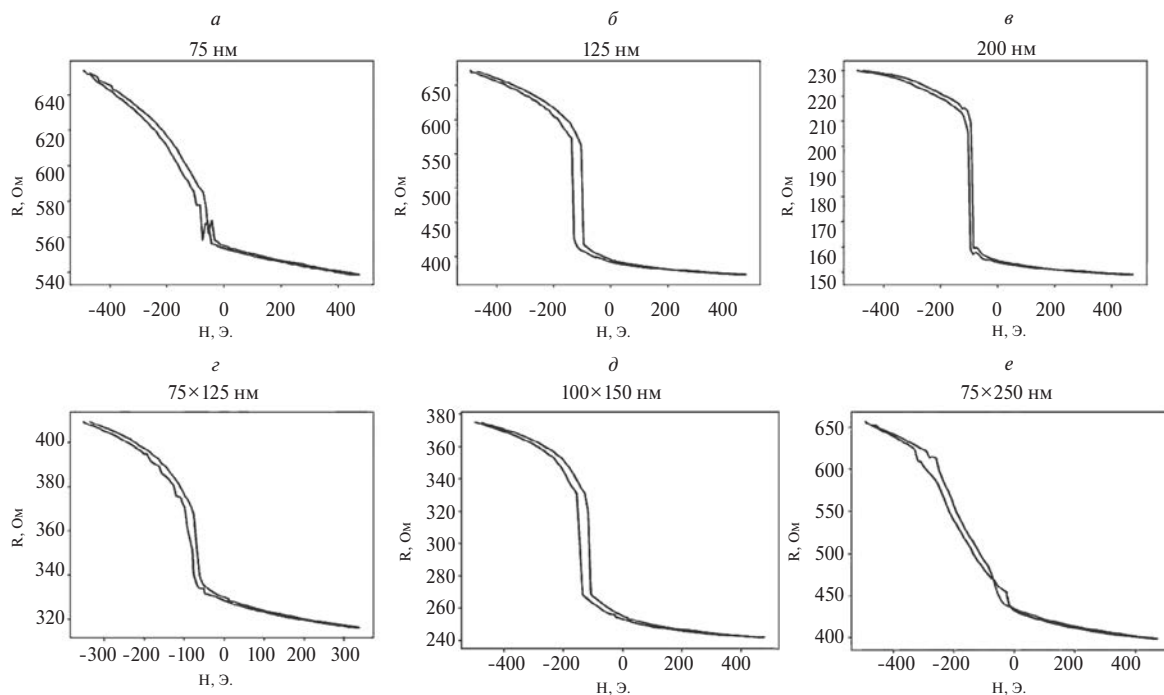


Рис. 2. Графики зависимости сопротивления от поля для МТП круглого диаметром 75 нм (а), круглого диаметром 125 нм (б), круглого диаметром 200 нм (в), эллиптического диаметром 75×125 нм² (д), эллиптического диаметром 100×150 нм² (е), эллиптического диаметром 75×250 нм² (е).

проводились в планарном внешнем магнитном поле в диапазоне от -500 до 500 Э.

Перед измерением методом спин-трансферного ферромагнитного резонанса на образце измерялась зависимость сопротивления от внешнего поля и из него вычислялось туннельное магнетосопротивление (ТМР). Для образцов, продемонстрировавших высокие значения выпрямленного напряжения, характерные значения ТМР превышали 60%.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Зависимости сопротивления от поля (рис. 2) для круглых и эллиптических образцов в планарном внешнем поле имели вид гистерезисов, свойственный МТП с легко-конусным магнитным состоянием, при котором намагниченность свободного слоя имеет некоторый угол наклона относительно нормали к плоскости. В зависимости от размера образца наблюдался различный наклон графика сопротивления. Так круглые образцы с диаметром 75 нм и эллиптические образцы с малой полуосью 75 нм продемонстрировали медленно меняющуюся с полем зависимость сопротивления. Подобный характер гистерезисов позволяет утверждать, что в таких МТП угол наклона намагниченности относительно нормали был меньше, чем в больших образцах. В результате легко-конусное магнитное состояние было ближе к вертикально направленной намагниченности.

В результате измерения методом спин-трансферного ферромагнитного резонанса на всех упомянутых образцах было обнаружено широкополосное выпрямление с характерным диапазоном рабочих частот от 500 МГц до 1.5 ГГц и более. При этом на эллиптических образцах спин-трансферный диодный эффект имел более широкий диапазон рабочих частот, чем для круглых образцов. Было замечено, что чем шире был диапазон рабочих частот, тем меньшее значение выпрямленного напряжения регистрировалось на выходе. Самое высокое значение выпрямленного напряжения 2.96 мВ для высокочастотного тока мощностью 0.1 мВт было для эллиптического образца 100×150 нм (рис. 3в), тогда как диапазон рабочих частот от 0.5 до 1.5 ГГц был самым маленьким (рис. 4б). Самый широкий диапазон рабочих частот от 0.5 до 2.5 ГГц. (рис. 4е) был на эллиптическом образце 75×250 нм (рис. 3е) с максимальным значением выпрямленного напряжения 1.29 мВ для высокочастотного тока такой же мощности.

Как на эллиптических (рис. 4), так и на круглых образцах (рис. 5) маленького диаметра область широкополосного выпрямления по частоте сильнее увеличивается при изменении поля, чем для образцов большего диаметра, где ширина по частоте практически не изменялась.

На эллиптических образцах чаще наблюдалось наличие одного основного пика выпрямления (рис. 4), который фактически определяет границу

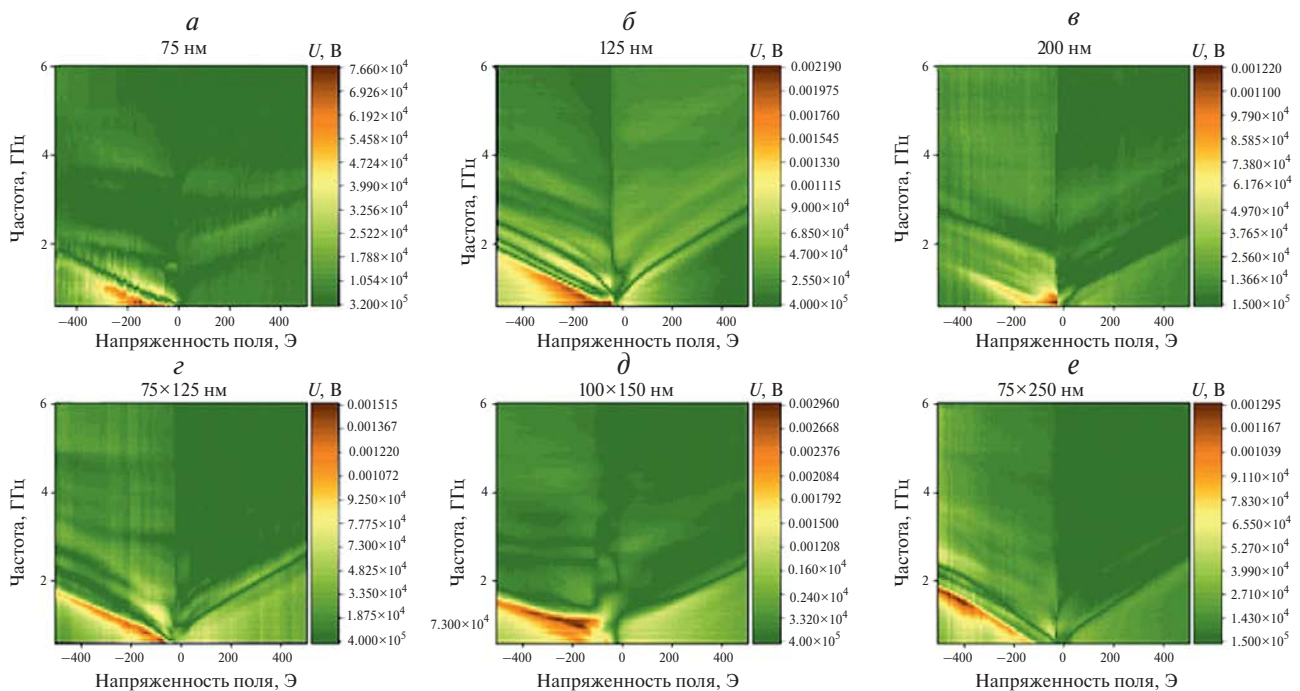


Рис. 3. Графики зависимости выпрямленного напряжения от частоты микроволнового тока и внешнего поля для МТП круглого диаметром 75 нм (а), круглого диаметром 125 нм (б), круглого диаметром 200 нм (в), эллиптического размером 75×125 нм² (г), эллиптического размером 100×150 нм² (д), эллиптического размером 75×250 нм² (е).

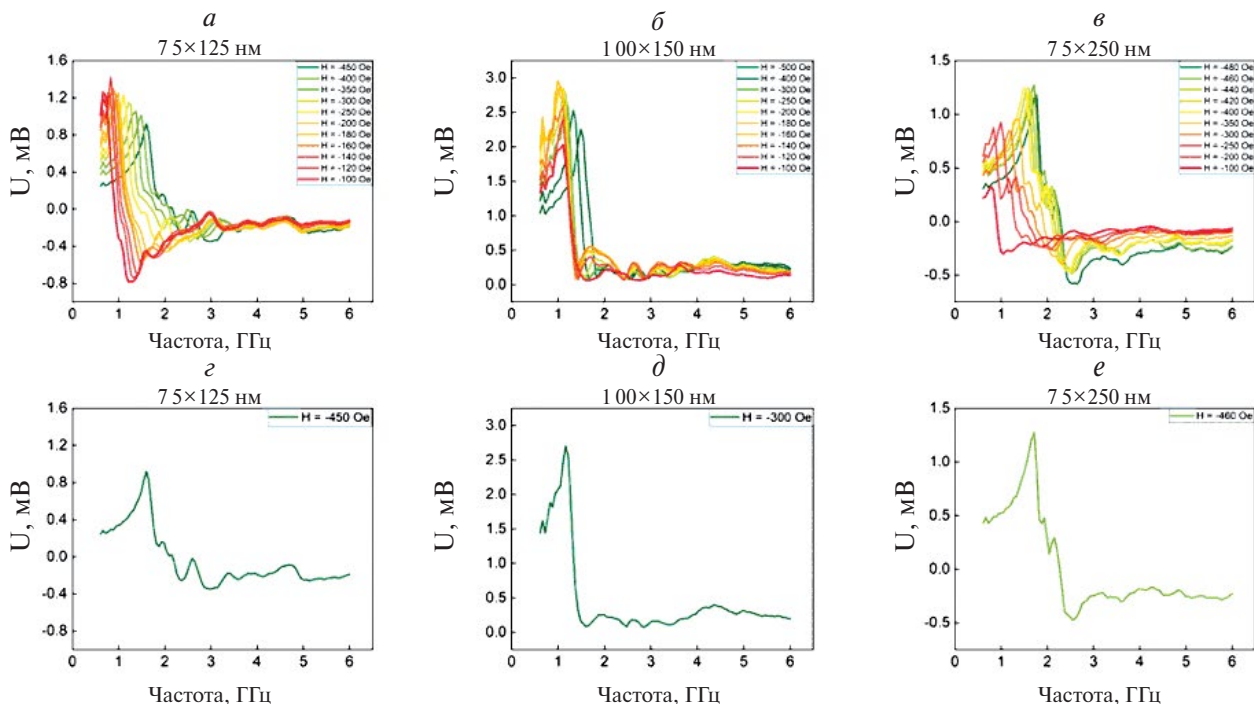


Рис. 4. Графики зависимости выпрямленного напряжения от частоты микроволнового тока при фиксированных значениях внешнего поля для эллиптических МТП размером $75 \times 125 \text{ нм}^2$ (а), $100 \times 150 \text{ нм}^2$ (б), $75 \times 250 \text{ нм}^2$ (в), $75 \times 125 \text{ нм}^2$ (г) при напряженности поля $H = -450 \text{ Э}$, $100 \times 150 \text{ нм}^2$ при $H = -300 \text{ Э}$ (д), $75 \times 250 \text{ нм}^2$ при $H = -460 \text{ Э}$ (е).

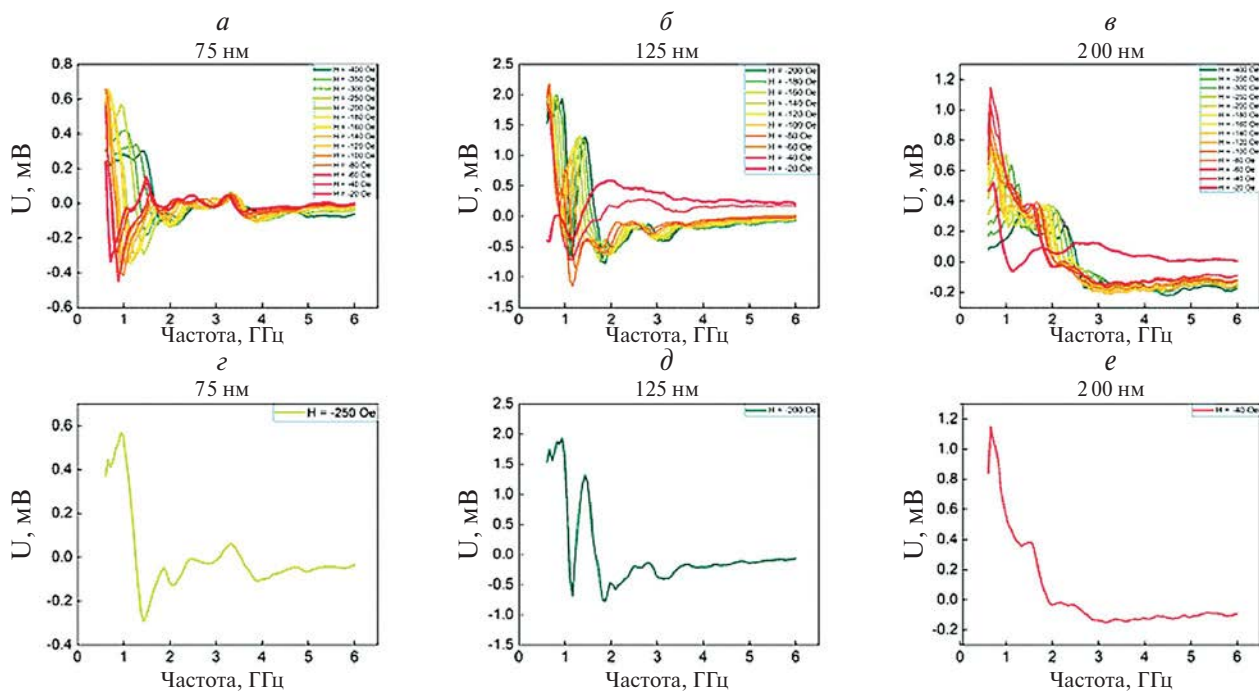


Рис. 5. Графики зависимости выпрямленного напряжения от частоты микроволнового тока при фиксированных значениях внешнего поля для круглых МТП диаметром 75 нм (а), 125 нм (б), 200 нм (в), 75 нм при напряженности поля $H = 250 \text{ Э}$ (д), 125 нм при $H = -200 \text{ Э}$ (д), 200 нм при $H = -40 \text{ Э}$ (е).

области широкополосного выпрямления и является основной ФМР модой свободного слоя. Тогда как на круглых образцах, помимо основного пика, сразу после него наблюдались дополнительные моды выпрямления (рис. 5). Явно эти моды наблюдались для образцов диаметром 125 (рис. 5б и 5д) и 200 нм (рис. 5в и 5е).

По сравнению с круглыми образцами, где основная ФМР мода наблюдалась на отрицательных полях до 250 Э (рис. 5г, 5д, 5е), в эллиптических образцах она наблюдалась в больших значениях внешнего магнитного поля (рис. 4г, 4д, 4е).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, был изучен эффект широкополосного выпрямления микроволнового тока в магнитных туннельных переходах разной геометрии в планарном магнитном поле. В зависимости от размера образца легко-конусное магнитное состояние имело разный угол наклона намагниченности к нормали, что было подтверждено результатами измерений гистерезисов. Так, круглые МТП с диаметром 75 нм и эллиптические МТП с малой полуосью 75 нм имели меньший угол наклона относительно нормали, чем образцы большего диаметра. Самый широкий диапазон рабочих частот от 0.5 до 2.5 ГГц наблюдался на эллиптических образцах с малой полуосью 75 нм. При этом самое большое значение выпрямленного напряжения и самый маленький диапазон рабочих частот

наблюдался на округлом эллиптическом образце размером 100×150 нм. Для круглых образцов диапазон полей, в котором существовала ФМР мода и широкополосное выпрямление, располагался ниже 250 Э, тогда как для эллиптических образцов – выше 300 Э. Таким образом, была показана возможность управления параметрами широкополосного выпрямления (диапазоном частот, значением выпрямленного напряжения и областью существования ФМР моды по полю) за счет правильного подбора формы и размера МТП.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00432).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tulapurkar A., Suzuki Y., Fukushima A. et al. // Nature. 2005. V. 438. No. 7066. P. 339.
2. Fang B., Carpentieri M., Hao X. et al. // Nature Commun. 2016. V. 7. Art. No. 11259.
3. Zhang L., Fang B., Cai J. et al. // Appl. Phys. Lett. 2018. V. 113. Art. No. 102401.
4. Wang C., Cui Y.-T., Sun J.Z. et al. // J. Appl. Phys. 2009. V. 106. Art. No. 053905.
5. Buzdakov A.G., Skirdkov P.N., Zvezdin K.A. // J. Physics D: Appl. Phys. 2022. V. 55. No. 11. Art. No. 115001.
6. Prokopenko O., Krivorotov I.N., Bankowski E. et al. // J. Appl. Phys. 2012. V. 111. Art. No. 123904.

Broadband rectification of microwave current in magnetic tunnel junctions with perpendicular magnetic anisotropy

K. V. Kiseleva^{a, b, *}, G. A. Kichin^a, P. N. Skirdkov^{a, c}, K. A. Zvezdin^{a, c}

^a New Spintronic Technologies LLC, Russian Quantum Center, Skolkovo, 143026 Russia

^b Skolkovo Institute of Science and Technology (Skoltech), Skolkovo, 143026 Russia

^c Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Science, Moscow, 119991 Russia

*e-mail: kseniia.kiseleva@skoltech.ru

We experimentally studied the effect of broadband rectification of microwave current in magnetic tunnel junctions with perpendicular magnetic anisotropy with using the method of spin-transfer ferromagnetic resonance in a planar external magnetic field. It was found that the parameters of broadband rectification (frequency range, rectified voltage value and the region of existence of the ferromagnetic resonance mode) depend on the size of the sample and its shape. The maximum value of the rectified voltage was on a round elliptical sample of 100×150 nm. At the same time, the widest operating frequency range of approximately 2 GHz was observed on strongly elliptical MTJs with the size of 75×250 nm.

Keywords: magnetic tunnel junction (MTJ), spin-transfer ferromagnetic resonance (ST-FMR), easy-cone state, spin-transfer diode effect (STDE), surface perpendicular magnetic anisotropy.

УДК 537.622.6

ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ФЕРРИМАГНЕТИКОВ С ПОВЕРХНОСТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ КОМПЕНСАЦИИ

© 2024 г. В. В. Юрлов^{1, 2, *}, К. А. Звездин^{1, 2, 3}, А. К. Звездин^{1, 2, 3}

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)”, Долгопрудный, Россия

²Общество с ограниченной ответственностью “Новые спинтронные технологии”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр “Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: yurlov.vv@phystech.edu

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Предложена теоретическая модель для расчета фазовых Н-Т диаграмм редкоземельного ферримагнетика, которая учитывает влияние каждой из магнитных подрешеток и наведенной поверхностной анизотропии. Численно рассчитаны магнитные фазовые диаграммы. Наличие поверхностной анизотропии приводит к размытию линий фазового перехода второго рода между коллинеарными и угловой фазами, смещению трикритической точки, а также к возможности образования новых линий фазовых переходов.

DOI: 10.31857/S0367676524010202, EDN: RZMNHT

ВВЕДЕНИЕ

Соединения типа редкоземельный ион-переходный металл (РЕ – ПМ) – это класс магнитных материалов, который привлекает все больше и больше внимания в широком спектре областей, таких как спинтроника [1, 2], оптоспинтроника [3], сверхбыстрый магнетизм [4] и многие другие. Данный интерес связан прежде всего с тем фактом, что характерные скорости спиновой динамики в ферримагнетиках заметно превышают аналогичные физические параметры в ферромагнитных пленках. Этот факт делает данные материалы перспективными с точки зрения создания новых логических запоминающих устройств [5] или иных приборов современной спинтроники [6–8].

В зависимости от состава ферримагнитные пленки могут иметь точку компенсации намагниченности T_M , где антиферромагнитно-связанные намагниченности РЕ и ПМ подрешеток компенсируют друг друга [9]. Вблизи данной критической точки особенности динамики намагниченности и спин-ориентационные переходы наблюдаются особенно ярко [10–12]. Так, например, недавние эксперименты с ферримагнетиками, такими как GdFeCo, GdCo и TbFe, демонстрируют аномальные петли гистерезиса вблизи точки компенсации намагниченности [13–17]. В частности,

в ферримагнетике GdFeCo наблюдаются тройные петли гистерезиса выше температуры компенсации намагничивания [13]. В то же время, эксперименты с TbFeCo, поверхность которого модифицирована слоем Ta, показывают, что тройные петли могут появляться слева от точки компенсации [15].

Чтобы объяснить подобные экспериментальные результаты, были построены теоретические модели [16], в которых приповерхностные обменные взаимодействия и анизотропии обеих магнитных подрешеток приводили к модификации фазовых диаграмм. Однако, толщина и финитный размер ферримагнитной пленки также могут оказывать влияние на спин-ориентационные переходы и изменять фазовую диаграмму. Теоретические [18, 19] и экспериментальные исследования [20] влияния поверхности на динамику намагниченности были проведены, например, для нанопроволок [21] и различных ферримагнитных материалов [22, 23]. Однако, учитывая новые экспериментальные и теоретические результаты, эта область требует дальнейшего изучения. И одним из возможных направлений является более подробное изучение влияния поверхностных эффектов на фазовые диаграммы.

В данной работе были изучены магнитные фазовые диаграммы для ферримагнитной пленки с учетом анизотропии обеих магнитных подрешеток

и наведенной поверхностной анизотропии, возникающей как следствие приповерхностных взаимодействий или сильной поверхностной неоднородности магнитной пленки. С использованием значений свободной энергии двухподрешеточного ферримагнетика, были получены линии потери устойчивости коллинеарных фаз для двух различных направлений внешнего магнитного поля относительно легкой оси ферримагнетика. Влияние поверхностной анизотропии может быть учтено путем введения безразмерного параметра, который изменяет эффективную анизотропию ферримагнетика. С помощью численных методов были получены магнитные фазовые диаграммы для двух направлений внешнего магнитного поля: параллельного и перпендикулярного относительно легкой оси. В том случае, когда магнитное поле направлено вдоль легкой оси, было показано, что наличие поверхностной анизотропии приводит к смещению трикритической точки в область низких магнитных полей и сближению с линией фазового перехода первого рода между коллинеарными фазами. В случае, когда магнитное поле приложено перпендикулярно легкой оси, поверхностная анизотропия может обеспечить наличие фазового перехода первого рода между двумя коллинеарными фазами.

МОДЕЛЬ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для получения магнитной фазовой диаграммы ферримагнетика с поверхностной анизотропией мы воспользуемся эффективным термодинамическим потенциалом в предположении, что переходный металл (d-подрешетка или железная подрешетка) намагничен до насыщения (обменное поле взаимодействия железной подсистемы d-d составляет порядка $10^6 - 10^7$ Э), а редкоземельный ион (f-подрешетка или редкоземельная подрешетка) рассматривается как парамагнетик, помещенный в эффективное магнитное поле, создаваемое железной подрешеткой и внешним магнитным полем. Применимость этой модели обосновывается иерархией обменных взаимодействий в ферримагнитных материалах. Таким образом, эффективный термодинамический потенциал без учета поверхностной анизотропии можно записать в виде [16, 17]:

$$\Phi = -\vec{M}_d \vec{H} - \int_0^{H_{eff}} M_f(x) dx - K_a + \Phi_{ex}, \quad (1)$$

где \vec{M}_d – намагниченность железной подрешетки, \vec{M}_f – намагниченность редкоземельной подрешетки, $H_{eff} = H - \lambda M_d$ – эффективное магнитное поле, λ – константа обменного f-d взаимодействия, \vec{H} – внешнее магнитное поле, K_a – энергия магнитной анизотропии и Φ_{ex} – энергия неоднородного обмена. Выбранная нами модель описания ферримагнитной системы позволяет записать намагниченность f-подрешетки как функцию Бриллюэна $M_f(x) = \mu_B g J B_J \left(\frac{g J \mu_B x}{kT} \right)$,

где g – g-фактор Ланде, J – полный угловой момент редкоземельных ионов, μ_B – магнетон Бора. Энергия анизотропии ферримагнитной пленки записывается в виде:

$$K_a = K_d \sin^2 \psi + K_f \left(\frac{\lambda M_d \sin \psi}{H_{eff}(\psi)} \right)^2, \quad (2)$$

где K_d и K_f – константы одноосной анизотропии d- и f-подрешеток соответственно, ψ – угол между намагниченностью d-подрешетки и легкой осью пленки. Энергия неоднородного обмена может быть записана как $\Phi_{ex} = A(\nabla\psi)^2$, где A – константа неоднородного обмена.

Теперь мы должны принять во внимание поверхностные эффекты. Предположим, что в результате неидеальности технологического производства или иных поверхностных взаимодействий в рамках магнитных гетероструктур происходит закрепление спинов на поверхности магнитной пленки. Одним из возможных следствий закрепления спинов на поверхности пленки может быть появление наведенной поверхностной анизотропии, что будет выражаться в модификации краевых условий на поверхности пленки. Прежде чем записать вид данной энергии, сделаем ряд предположений для дальнейшего описания задачи. Рассмотрим пленку толщиной $|z| < d$, причем наведенная поверхностная анизотропия одинакова на краях пленки $k_d(-d) = k_d(d)$ и $k_f(-d) = k_f(d)$, где k_d и k_f – константы поверхностной магнитной анизотропии d- и f-подрешеток. Для простоты будем считать, что намагниченность равномерно распределена в плоскости пленки. Данные предположения применимы для большинства экспериментальных материалов большого размера. Таким образом, можно отметить, что при наличии неоднородности вдоль оси z симметричное распределение является наиболее выгодным и $(d\psi/dz)|_0 = 0$. После сделанных предположений запишем выражение для свободной энергии поверхностной анизотропии в виде $\mathcal{F}_\& = k_d \sin^2 \psi_s + k_f (\lambda M_d \sin \psi_s)^2 / H_{eff}^2(\psi_s)$, где ψ_s – величина угла ψ на поверхности пленки. Наконец, запишем свободную энергию ферримагнетика путем интегрирования (1) по оси z :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & \int_0^d \{ A(\nabla\psi)^2 - M_d H - \\ & - \int_0^{H_{eff}} M_f(x) dx + K_d \sin^2 \psi + \\ & + K_f \left(\frac{\lambda M_d \sin \psi}{H_{eff}(\psi)} \right)^2 \} dz + k_d \sin^2 \psi_s + \\ & + k_f \left(\frac{\lambda M_d \sin \psi_s}{H_{eff}(\psi_s)} \right)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Свободная энергия, записанная в виде (3), описывает различные состояния ферромагнитной системы в зависимости от температуры, внешнего магнитного поля, а также поверхностной анизотропии.

МАГНИТНЫЕ ФАЗОВЫЕ ДИАГРАММЫ

Воспользуемся выражением свободной энергии ферромагнитной пленки (2) для того, чтобы аналитически получить линии потери устойчивости коллинеарных фаз с учетом поверхностных эффектов. Мы рассмотрим два случая с разными направлениями внешнего магнитного поля \vec{H} : (а) магнитное поле приложено вдоль легкой оси и (б) магнитное поле перпендикулярно легкой оси. Для случая (а) справедливо, что $\psi = \theta$, а для случая (б) $\psi = \pi/2 - \theta$, где θ – угол между намагниченностью d-подрешетки и легкой осью ферромагнетика. Не теряя общности, мы рассмотрим только случай (а), когда магнитное поле направлено вдоль легкой оси. Для случая (б) выводы, приведенные ниже, можно провести аналогичным образом.

В результате варьирования свободной энергии (3) получим уравнения Эйлера-Лагранжа и граничные условия для данной вариационной задачи:

$$\Delta\theta = \frac{M_d H}{2A} \left[\begin{aligned} & 1 - \lambda\chi(\theta) + \frac{K_f}{M_d H} \left(\frac{\lambda M_f}{H_{eff}(\theta)} \right)^2 \times \\ & \times \left(2\cos\theta - \frac{\lambda M_d H \sin^2\theta}{H_{eff}^2(\theta_s)} \right) + \frac{K_d}{M_d H} \cos\theta \end{aligned} \right],$$

$$\left(\frac{d\theta}{dz} \right)_s = -\frac{k_f}{2A} \left(\frac{\lambda M_d}{H_{eff}(\theta_s)} \right)^2 \sin\theta_s \times$$

$$\times \left(2\cos\theta_s - \frac{\lambda M_d H \sin^2\theta_s}{H_{eff}^2(\theta_s)} \right) - \frac{k_f}{2A} \sin 2\theta_s,$$

$$\left(\frac{d\theta}{dz} \right)_0 = 0,$$

где $\chi = M_f(\theta) / H_{eff}(\theta)$, индекс s во втором уравнении используется в качестве обозначения границ пленки по оси z . В нулевом приближении, которое выражается в отсутствии поверхностной анизотропии, фазовая диаграмма ферромагнетика выделяет коллинеарные (намагниченности подрешеток параллельны друг другу) и неколлинеарную области, отделенные друг от друга линиями потери устойчивости. Данные линии в нулевом приближении отвечают углам $\theta = 0$ и $\theta = \pi$, которые являются минимумами эффективного термодинамического потенциала в коллинеарных областях диаграммы. В связи с этим линеаризуем уравнения (4) вблизи

линий потери устойчивости. Приведем аналитические выражения только для случая $\theta = 0$. Далее попытаемся отыскать решение линеаризованных уравнений в виде:

$$\theta = \bar{\theta}(z) \exp i \{ \varkappa_x x + \varkappa_y y \}, \quad (5)$$

где $\vec{\varkappa}$ – вектор, лежащий в плоскости магнитной пленки. После подстановки (5) в линеаризованные уравнения Эйлера-Лагранжа (4) мы получим краевую задачу на собственные значения типа Штурма-Лиувилля. В результате некоторых математических преобразований легко получить трансцендентное выражение на вектор $\vec{\varkappa}$:

$$d\sqrt{\kappa^2 + \varkappa^2} \tanh d(\kappa^2 + \varkappa^2) =$$

$$= -\frac{d}{A} \left\{ k_f \left(\frac{\lambda M_f}{H_{eff}(0)} \right)^2 + k_d \right\}, \quad (6)$$

где $\kappa^2 = (M_d H / 2A) \cdot \{ 1 - \lambda\chi(0) + 2(K_f / M_d H) (\lambda M_d / H_{eff}(0))^2 + 2K_d / (M_d H) \}$. Условием устойчивости коллинеарных фаз (когда намагниченности обеих подрешеток параллельны и $\theta = 0$ или $\theta = \pi$) является то, что уравнение (6) не имеет действительных решений. Принимая это во внимание, а также что правая часть уравнения не зависит от \varkappa , можем переписать уравнение устойчивости как $|\delta_s| = (\sigma / h_{eff})^{1/2} \tanh^{-1}(\sigma / h_{eff})^{(1/2)}$ где введены следующие параметры: $\delta_s = k_{eff} d / A$ – величина, характеризующая отношение толщины пленки d к длине локализации неоднородности A / k_{eff} , где $k_{eff} = k_f (\lambda M_d / H_{eff})^2 + k_d < 0$; $\sigma = k_{eff}^2 / K_{eff}(0) A > 0$ – величина, выражающая собой некоторую характеристику материала, связанную с его поверхностью, $K_{eff} = K_f (\lambda M_d / H_{eff})^2 + K_d$; $h_{eff} = \kappa^2 A / K_{eff}(0)$ – параметр, который определяется уравнением устойчивости. Таким образом, легко выразить линии потери устойчивости через эффективный параметр h_{eff} для $\theta = 0$ через выражение для $K_{eff}(0)$. Причем появление данного параметра есть следствие наличия приповерхностной анизотропии. Проводя аналогичные рассуждения для $\theta = \pi$, получим линии потери устойчивости коллинеарных фаз:

$$(B'E') : 1 - \lambda\chi(0) - \frac{K_{eff}(0)}{M_d H} (1 - h_{eff}) = 0, \quad (7)$$

$$(A'C') : 1 - \lambda\chi(\pi) - \frac{K_{eff}(\pi)}{M_d H} (1 - h_{eff}) = 0,$$

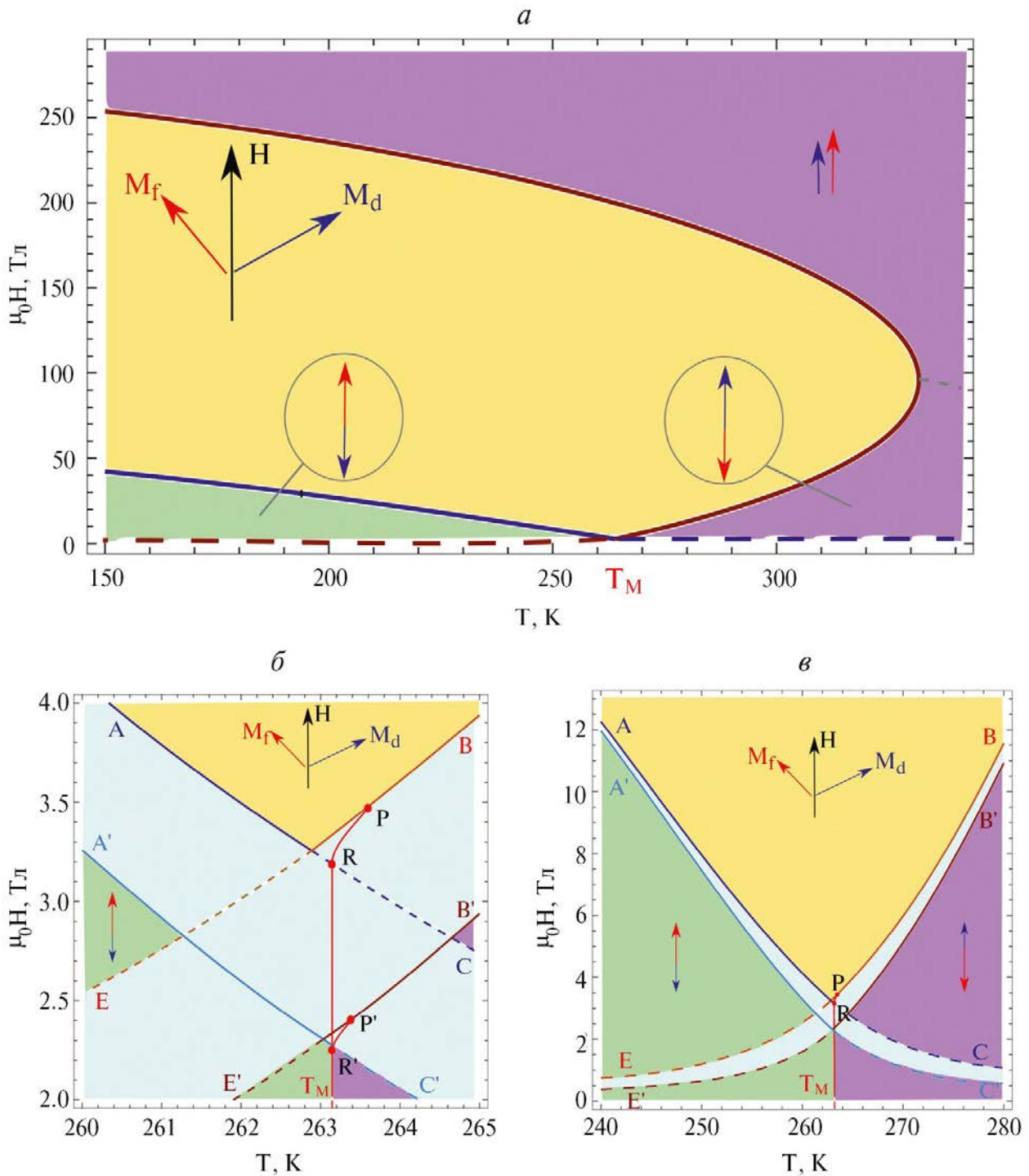


Рис. 1. Фазовая H - T диаграмма ферримагнетика в магнитном поле, приложенном вдоль легкой оси в широком диапазоне полей; сплошные линии и штриховые линии обозначают фазовый переход второго рода между коллинеарной и угловой фазами и фазовый переход второго рода между коллинеарными фазами соответственно (а). Увеличенная фазовая диаграмма вблизи трикритических точек P и P' ; прямая $T_M R'R$ показывает фазовый переход первого рода между коллинеарными фазами, кривые RP и $R'P'$ показывают фазовый переход первого рода между угловой и коллинеарной фазами (б). Уменьшенная фазовая диаграмма вблизи температуры компенсации намагничивания T_M (в). AC и BE – линии потери устойчивости в условии отсутствия поверхностной анизотропии; $A'C'$ и $B'E'$ – линии потери устойчивости при наличии анизотропии поверхности. Все диаграммы построены для $0 < h_{eff} < 1, K_{eff} > 0, k_{eff} < 0$.

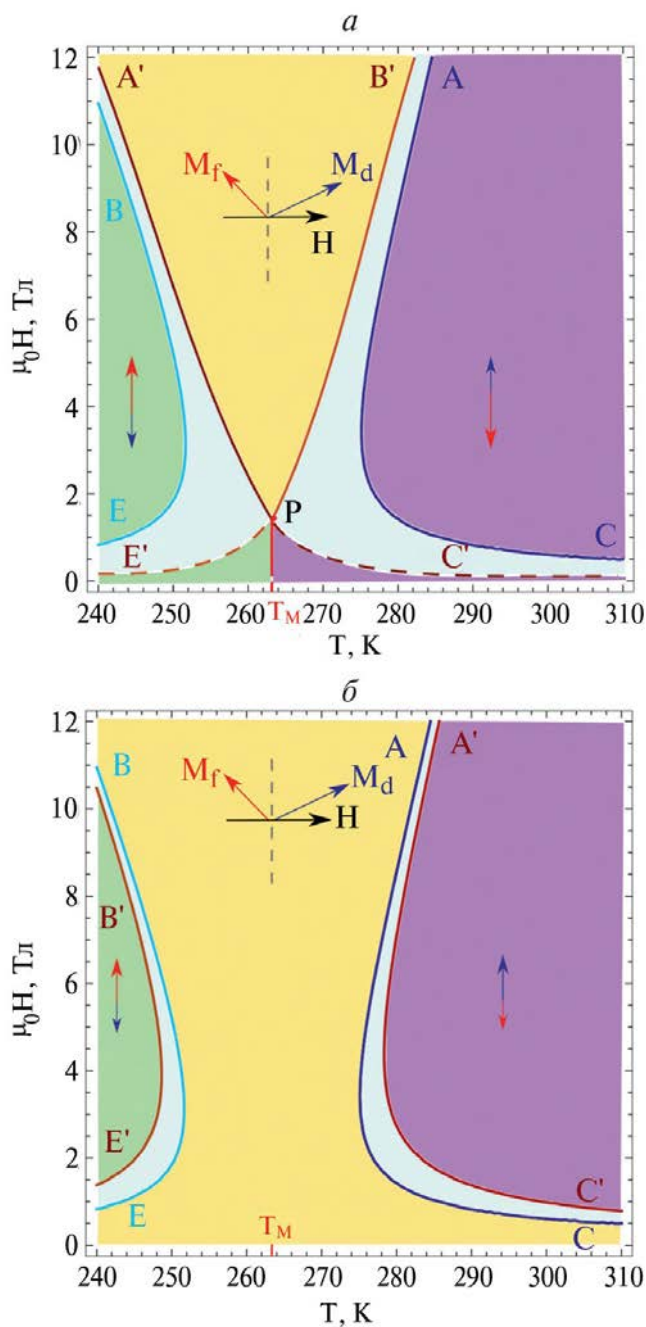


Рис. 2. Фазовая H-T диаграмма ферримагнетика в магнитном поле, направленном перпендикулярно легкой оси вблизи точки компенсации намагниченности; сплошные линии показывают фазовый переход второго рода между коллинеарной и угловой фазами, штриховые линии показывают фазовый переход второго рода между коллинеарными фазами; AC и BE – линии потери устойчивости при нулевой поверхностной анизотропии; A'C' и B'E' – линии потери устойчивости при наличии поверхностной анизотропии; диаграмма построена при $h_{eff} < -1, K_{eff} > 0, k_{eff} < 0$ (a). Магнитная фазовая диаграмма вблизи температуры компенсации T_M ; диаграмма построена при $h_{eff} > 1, K_{eff} > 0, k_{eff} > 0$ (б).

Аналогично можно получить линии потери устойчивости для случая, когда внешнее магнитное поле перпендикулярно легкой оси ферримагнетика:

$$(B'E') : 1 - \lambda\chi(0) - \frac{K_{eff}(0)}{M_d H} (1 + h_{eff}) = 0, \tag{8}$$

$$(A'C') : 1 - \lambda\chi(\pi) - \frac{K_{eff}(\pi)}{M_d H} (1 + h_{eff}) = 0.$$

Здесь мы должны отметить, что данная теория применима в микроскопическом диапазоне для толщин пленок $d \sim 10^{-7} - 10^{-6}$ м. В наноразмерном диапазоне поверхностные эффекты несущественно влияют на фазовую диаграмму, что легко получить из (3) путем усреднения по характерному объему элементарной ячейки.

Используя уравнения (7), уравнения Эйлера-Лагранжа (4), свободную энергию (3), получим магнитную фазовую H-T диаграмму ферримагнитной пленки, модифицированную введенной поверхностной анизотропией. Для численных расчетов мы используем параметры GdFeCo: $M_d(0) = 4.5\mu_B$ / ион, $M_f(0) = 7\mu_B$ / ион, $K_d = 0.1 \cdot 10^5$ эрг/см³, $K_f = 0.9 \cdot 10^5$ эрг/см³, $H_{ex} = \lambda M_d \sim 10^6$ Э, $T_M \sim 263$ К. Здесь стоит отметить значимость того факта, что анизотропия редкоземельной подрешетки может быть больше, чем анизотропия железной подрешетки [16]. На практике это проявляется в появлении фазового перехода первого рода между коллинеарной и угловой фазами справа от точки компенсации. На рис. 1 и 2 представлены магнитные фазовые диаграммы ферримагнетика, учитывающие наличие поверхностной анизотропии. Области, где $\theta = 0$ (фиолетовая область на рис. 1 и 2) и $\theta = \pi$ (зеленая область на рис. 1 и 2), отвечают коллинеарным фазам ферримагнетика, неколлинеарная фаза $\theta = \theta(T, H)$ на рис. 1 и 2 выделена желтым цветом. Синяя область на рис. 1 и 2 показывает смещение линий фазового перехода второго рода при включении поверхностной анизотропии.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Магнитные фазовые диаграммы на рис. 1 и 2 демонстрируют три основные области, отвечающие разным взаимным ориентациям намагниченности двух подрешеток. Этими фазами являются: коллинеарная фаза в области высоких температур ($\theta = 0$ фиолетовая область), коллинеарная фаза в области низких температур ($\theta = \pi$ зеленая область) и неколлинеарная фаза $\theta = \theta(T, H)$, которая обозначается желтым цветом.

Для начала обсудим случай (а), когда внешнее магнитное поле параллельно легкой оси ферримагнетика. На рис. 1a изображена фазовая

диаграмма в широком диапазоне магнитных полей. Штриховыми линиями обозначается фазовый переход второго рода между двумя коллинеарными фазами. На рис. 1б и 1в демонстрируется область фазовой диаграммы вблизи температуры компенсации намагниченности. Линии *АС* и *ВЕ* являются линиями потери устойчивости коллинеарных фаз в отсутствие поверхностных эффектов ($h_{eff} = 0$). Обратим внимание, что сплошные линии обозначают фазовый переход второго рода между коллинеарной и угловой фазами. Штриховые линии указывают на фазовый переход между двумя коллинеарными фазами, причем область под штриховой линией отвечает области сосуществования двух коллинеарных фаз. Выделенная зеленым цветом линия на рис. 1а демонстрирует ситуацию, когда $H_{eff}(T) = 0$. При пересечении данной линии наиболее выгодным становится ферромагнитное упорядочивание подрешеток. При включении поверхностных эффектов эффективная анизотропия K_{eff} изменяется, как следует из (7), и линии *АС* и *ВЕ* превращаются в *А'С'* и *В'Е'*. На рис. 1б и 1в синий цвет указывает на разницу между двумя случаями, описанными выше. С увеличением величины магнитного поля линии *АС*, *ВЕ* и *А'С'*, *В'Е'* быстро приближаются друг к другу, переходя друг в друга. Прямая $T_M R'R$ на рис. 1б показывает линию фазового перехода первого рода между коллинеарными фазами, где $\mathcal{F}(0) = \mathcal{F}(\pi)$. Линия *RP* является линией фазового перехода первого рода между угловой и коллинеарной фазами $\theta = 0$. Символом *P* обозначается трикритическая точка ферримагнетика. Обращаем внимание, что данная точка расположена справа от точки компенсации намагниченности T_M из-за влияния анизотропии редкоземельной подрешетки. Линия *RP* преобразуется в *R'P'* из-за наведенной поверхностной анизотропии и, как следствие, область фазового перехода первого рода между коллинеарной и угловой фазами существенно сокращается, а трикритическая точка стремится к линии фазового перехода первого рода между коллинеарными фазами. Таким образом, рис. 1б и 1в показывают, что анизотропия поверхности играет значительную роль вблизи магнитного поля, $H^* \sim (2K_{eff}\lambda)^{1/2}$ – критическое поле в окрестности точки компенсации намагниченности. В результате наведенные поверхностные эффекты способны перемещать трикритическую точку как в высокотемпературную, так и в низкотемпературную области. В частности, поверхностные явления позволяют наблюдать трикритическую точку слева от точки компенсации при учете влияния поверхностных обменных взаимодействий, что продемонстрировано в работе [15]. Однако, учитывая возможную связь параметров анизотропии и констант поверхностной анизотропии, можно сделать вывод о том, что трикритическая точка может перемещаться

в низкотемпературную область фазовой диаграммы под воздействием иных поверхностных эффектов.

Аналогичная ситуация имеет место в случае (б), когда магнитное поле перпендикулярно легкой оси ферримагнетика. Рисунок 2б показывает, что область угловой фазы расширяется из-за наличия поверхностной анизотропии в случае, когда $h_{eff} > 0$. Однако наиболее интересный эффект можно увидеть, если $h_{eff} < 0$. В этом случае спины жестко закрепляются на поверхности магнетика, что может приводить к образованию зародышей новых фаз. В результате переход между коллинеарными фазами в области низких полей может происходить посредством фазового перехода первого рода. Этот эффект продемонстрирован на рис. 2а. В случае, описанном выше, линии *АС* и *ВЕ* превращаются в *А'С'* и *В'Е'*. Также следует отметить, что если анизотропия d-подрешетки выше анизотропии f-подрешетки, то возможен фазовый переход первого порядка между коллинеарной фазой $\theta = \pi$ и угловой фазой, поскольку трикритическая точка в этом случае будет расположена ниже температуры компенсации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучена магнитная фазовая диаграмма ферримагнетика GdFeCo при наличии поверхностной магнитной анизотропии для двух различных случаев: внешнее магнитное поле параллельно и перпендикулярно легкой оси ферримагнетика. Линии потери устойчивости получены из свободной энергии ферримагнетика в предположении, что анизотропия f-подрешетки больше, чем анизотропия d-подрешетки. В данном конкретном случае трикритическая точка находится выше температуры компенсации. Численными методами была получена фазовая диаграмма ферримагнетика, а также проанализированы возможные фазовые переходы в магнитном материале. Мы показали, что в случае, когда магнитное поле параллельно легкой оси, линии потери устойчивости и трикритическая точка движутся в сторону низких полей из-за наличия поверхностной анизотропии. Более того, область фазового перехода первого рода между угловой и коллинеарной фазами сужается из-за поверхностных эффектов. В другом случае, когда магнитное поле перпендикулярно легкой оси, мы продемонстрировали возможность реализации фазового перехода первого рода между коллинеарными фазами из-за наличия поверхностных эффектов. Данные результаты могут быть полезны для теоретического и экспериментального изучения спин-ориентационных переходов в ферримагнитных пленках.

Это исследование было поддержано Российским научным фондом (проект № 22-12-00367).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Žutić I., Fabian J., Das Sarma S.* // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 110. No. 7. P. 323.
2. *Bader S.D., Parkin S.S.P.* // *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 2010. V. 1. No. 1. P. 71.
3. *Huisman T.J., Ciccarelli C., Tsukamoto et al.* // *Appl. Phys. Lett.* 2017. V. 110. No. 7. Art. No. 072402.
4. *Kirilyuk A., Kimel F.V., Rasing T.* // *Rev. Mod. Phys.* 2010. V. 82. No. 3. P. 2731.
5. *Wilson R.B., Gorchon J., Yang Y. et al.* // *Phys. Rev. B.* 2017. V. 95. No. 18. Art. No. 180409.
6. *Fert A., Piraux L.* // *J. Magn. Magn. Mater.* 1999. V. 200. No. 1. P. 338.
7. *Srinivasan G., Rao B.U.M., Zhao J., Seehra M.S.* // *Appl. Phys. Lett.* 1991. V. 59. No. 3. P. 372.
8. *Tabata H., Kawai T.* // *Appl. Phys. Lett.* 1997. V. 70. No. 3. P. 321.
9. *Moreno R., Ostler T.A., Chantrell R.W., Chubykalo-Fesenko O.* // *Phys. Rev.* 2017. V. 96. No. 1. Art. No. 014409.
10. *Kimel A.V., Li Mo* // *Nature Rev. Mater.* 2019. V. 4. No. 3. P. 189.
11. *Stanciu C.D., Tsukamoto A., Kimel A.V. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. No. 21. Art. No. 217204.
12. *Yurlov V.V., Zvezdin K.A., Kichin G.A. et al.* // *Appl. Phys. Lett.* 2020. V. 116. No. 22. Art. No. 222401.
13. *Okamoto K., Miura N.* // *Physica B. Cond. Matter.* 1989. V. 155. No. 1. P. 259.
14. *Tu Ch., Malmhäll R.* // *J. Magn. Magn. Mater.* 1983. V. 35. No. 1. P. 269.
15. *Davydova M.D., Skirdkov P.N., Zvezdin K.A. et al.* // *Phys. Rev. Appl.* 2020. V. 13. No. 3. Art. No. 034053.
16. *Davydova M.D., Zvezdin K.A., Becker J. et al.* // *Phys. Rev. B.* 2019. V. 100. No. 6. Art. No. 064409.
17. *Becker J., Tsukamoto A., Kirilyuk A. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2017. V. 118. No. 11. Art. No. 117203.
18. *Sayko G.V., Utochkin S.N., Zvezdin A.K.* // *J. Magn. Magn. Mater.* 1992. V. 113. No. 1. P. 194.
19. *Wei Jiang, Jun-Nan Ch., Ben M., Zan W.* // *Physica E. Low-Dimens.* 2014. V. 61. P. 101.
20. *Noh Seung-Hyun, Na Wonjun, Jang Jung-Tak et al.* // *Nano Lett.* 2012. V. 12. No. 7. P. 3716.
21. *Wei Jiang, Fan Zhang, Xiao-Xi Li et al.* // *Physica E. Low-Dimens.* 2013. V. 47. P. 95.
22. *Slonczewski J.C.* // *J. Magn. Magn. Mater.* 1992. V. 117. No. 3. P. 368.
23. *Zhang K., Fredkin D.R.* // *J. Appl. Phys.* 1996. V. 79. No. 8. P. 5762.

Phase transitions in rare-earth ferrimagnets with surface anisotropy near the magnetization compensation point

V. V. Yurlov^{a, b, *}, K. A. Zvezdin^{a, b, c}, A. K. Zvezdin^{a, b, c}

^a *Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141700 Russia*

^b *New Spintronic Technologies LLC, Moscow, 121205 Russia*

^c *Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

*e-mail: yurlov.vv@phystech.edu

Theoretical model is proposed for calculating the phase H-T diagrams of a rare-earth ferrimagnet, considering the effects of each of the magnetic sublattices and surface anisotropy. Magnetic phase diagrams are numerically calculated. The presence of surface anisotropy leads to blurring of the second-order phase transition lines between the collinear and angular phases, displacement of the tricritical point, as well as the possibility of the formation of new phase transition lines.

Keywords: magnetism, ferromagnets, phase transitions, phase diagrams, tricritical point, surface anisotropy.

УДК 534.2:551.463.284

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ГАЗОНАСЫЩЕННЫХ ОСАДКОВ МЕЛКОВОДНОЙ АКВАТОРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕКТОРНОГО ПРИЕМНИКА

© 2024 г. М. А. Иванов¹, П. Ю. Муханов¹, А. С. Шуруп^{1, 2, 3, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”,
физический факультет, кафедра акустики, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
“Институт океанологии имени П. П. Ширинова Российской академии наук”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
“Институт физики Земли имени О. Ю. Шмидта Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: shurup@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Предложена и апробирована на экспериментальных данных схема оценки параметров газонасыщенных осадков мелководных акваторий по данным от движущегося шумового источника. Показаны преимущества совместного использования информации о давлении и вертикальной компоненте колебательной скорости при решении рассматриваемой задачи.

DOI: 10.31857/S0367676524010216, EDN: RZLJYZ

ВВЕДЕНИЕ

Восстановление скорости звука в дне водоема является важной задачей как для акустического мониторинга акваторий [1], так и для построения моделей распространения акустических волн в волноводе, например, для экологического контроля уровней звука при изучении воздействия антропогенного шума на морские живые организмы [2]. Известно [3], что в мелководных пресноводных акваториях скорость звука в дне существенно меньше, чем скорость звука в воде. Это связано с тем, что донный грунт пресноводных водоемов, а также ряда шельфовых районов морей часто содержит газонасыщенные осадочные породы с некоторым количеством нерастворимых газов [4]. При наличии газовых пузырьков средняя плотность уменьшается незначительно, а сжимаемость увеличивается многократно, что и приводит к уменьшению скорости [3]. От изменения значений скорости звука в дне в существенной степени зависит величина пространственного затухания звукового поля [5]. Этот факт может быть использован для восстановления параметров волновода по данным в виде пространственного затухания различных составляющих акустического поля. Ранее такая возможность была продемонстрирована на основе рассмотрения пространственного затухания давления как в рамках

численного моделирования, так и при обработке экспериментальных данных с цепочки гидрофонов [6]. В настоящей работе для решения этой задачи используются данные с одиночного комбинированного приемного модуля (КПМ), позволяющего проводить одновременные измерения давления и ортогональных компонент колебательной скорости [7, 8]. Следует отметить, что в настоящее время наблюдается повышенный интерес к использованию подобных модулей для решения задач геоинверсии [9].

Работа имеет следующую структуру. Вначале рассматривается помехоустойчивость оценок скорости звука в дне при использовании информации о пространственном затухании различных составляющих акустического поля. Далее описывается схема решения обратной задачи и приводятся результаты ее применения для восстановления параметров волновода при обработке экспериментальных данных, измеренных на гидроакустическом полигоне МГУ [5, 8]. Этот полигон достаточно хорошо изучен [6, 8, 10], характеризуется присутствием газонасыщенного дна, возможности восстановления параметров которого рассматриваются в настоящей работе. В заключении приводятся основные результаты и выводы работы.

ОЦЕНКА СКОРОСТИ ЗВУКА В ГАЗОНАСЫЩЕННОМ ДНЕ ПО ДАННЫМ О ПРОСТРАНСТВЕННОМ ЗАТУХАНИИ

При численном моделировании использовалась упрощенная модель волновода в виде изокоростного водного слоя, лежащего на жидком однородном полупространстве со скоростью звука c_b , меньшей, чем в водном слое c . В случае $c_b \ll (0.1-0.4)c_0$ выражение для потенциала скорости φ на горизонтальном удалении r между точками излучения и приема при временной зависимости $\sim \exp(i 2\pi f t)$, f – частота в Гц, может быть записано в виде [10]:

$$\varphi = -\frac{2\pi i}{H} \sum H_0^{(2)}(x_l r) \times \sin(y_l z_s) \sin(y_l z_r), \quad (1)$$

где $y_l = \frac{\pi l}{H} \left(1 + i \frac{\rho_b c_b}{2\pi f \rho_0 H} \right)$, $x_l = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi l}{H} \right)^2} + \left(\frac{\rho_b c_b l}{2\rho_0 f H^2} \right)^2 - i \frac{\pi \rho_b c_b l^2}{\rho f H^3}$ – комплексные вер-

тикальная и горизонтальная компоненты волнового вектора для заданного номера моды l соответственно; суммирование проводится по номерам l распространяющихся мод; H – глубина водного слоя; $H_0^{(2)}$ – функция Ханкеля нулевого порядка второго рода; z_s, z_r – глубины погружения излучателя и приемника; ρ_b, c_b – плотность и скорость звука в подстилающей среде; ρ_0, c_0 – плотность и скорость звука в воде; $k_0 = 2\pi f/c_0$; i – мнимая единица.

В качестве исходных данных для решения обратной задачи используется пространственное затухание давления P , вертикальной компоненты колебательной скорости V_z (P и V_z могут быть вычислены на основе φ стандартными методами [3]) и вертикальной составляющей потока акустической мощности $W_z = \frac{1}{4}(P V_z^* + P^* V_z)$, “*” означает комплексное сопряжение. В качестве величины, характеризующей пространственное затухание, рассчитывается относительный уровень $L(r)$:

$$L(r) = 10 \lg \left[\frac{\langle g^2(r, f) \rangle_{\Delta f}}{\langle g^2(r_0, f) \rangle_{\Delta f}} \right], \text{ где } \langle \dots \rangle_{\Delta f} \text{ обозначает}$$

усреднение по рассматриваемой полосе частот Δf , а в качестве функции $g(r, f)$ используются значения $|P(r, f)|$, $|V_z(r, f)|$ или $\sqrt{|W_z(r, f)|}$, вычисленные для заданных r и f на основе (1); r_0 – минимальное из рассматриваемых расстояний между источником и приемником. Выбор исходных данных для

решения обратной задачи в виде пространственного затухания связан с тем, что зачастую в ходе экспериментальных работ регистрируются не абсолютные значения составляющих акустического поля, а их относительные уровни, как правило, в децибелах (дБ). Тем самым информация о фазе теряется, однако сохраняется зависимость относительных уровней от расстояния до источника, то есть информация о пространственном затухании. Такая ситуация характерна, например, для проведения экологических измерений уровней антропогенных шумов с использованием сертифицированного оборудования [2].

Рассматриваемая обратная задача сводится к минимизации многомерной невязки $\varepsilon(\vec{m}) = \|L_{\text{obs}} - L(\vec{m})\| / \|L_{\text{obs}}\|$ между экспериментальными L_{obs} и модельными $L(\vec{m})$ данными, численно рассчитанными для волновода с параметрами \vec{m} ; при вычислении $\varepsilon(\vec{m})$ используется L_2 норма. Вектор параметров \vec{m} в общем случае может содержать произвольный набор характеристик как среды распространения (глубина волновода, скорость звука и плотность дна и др.), так и характеристик источника (глубина погружения, дальность, скорость перемещения и др.). За оценку \vec{m}^{est} параметров \vec{m} принимается тот вектор, который обеспечивает

минимум невязки $\varepsilon(\vec{m})$: $\varepsilon(\vec{m}^{\text{est}}) = \min_{\vec{m}} \varepsilon(\vec{m})$. В текущем разделе рассматривается простейший случай, когда неизвестной является только скорость звука в дне c_b .

При численном моделировании использовались следующие параметры задачи, близкие к условиям эксперимента [5, 8]: $H = 8$ м, $z_s = 0.3$ м (приповерхностный источник), $z_r = 7.5$ м (приемный модуль располагается вблизи дна), $\rho_b = 1700$ кг/м³, $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $c_0 = 1500$ м/с. Расстояние между источником и приемником k изменялось от 26 м до 52 м с шагом 0.5 м ($r_0 = 26$ м). Вычислялись уровни $L(r)$ для давления P и вертикальных компонент $V_z, W_z - L_P(r), L_{V_z}(r), L_W(r)$ соответственно. При восстановлении использовались исходные данные отдельно в виде $L_P(r), L_{V_z}(r)$ и $L_W(r)$. Дополнительно рассматривался одновременный учет пространственных затуханий $L_P(r)$ и $L_{V_z}(r)$ (в этом случае суммарная невязка вычислялась как среднеарифметическое невязок ε_P и ε_{V_z} , полученных отдельно для $L_P(r)$ и $L_{V_z}(r)$ соответственно: $\varepsilon_{P+V_z} = (\varepsilon_P + \varepsilon_{V_z})/2$), а также объединенная оценка для всех трех функций $L_P(r), L_{V_z}(r), L_W(r)$ (в этом случае итоговая невязка $\varepsilon_{P+V_z+W_z} = (\varepsilon_P + \varepsilon_{V_z} + \varepsilon_{W_z})/3$). Для анализа помехоустойчивости получаемых оценок c_b к модельным данным $P(r, f)$ и $V_z(r, f)$ независимо на разных частотах f и дальностях r добавлялась нормально распределенная случайная шумовая помеха с нулевым средним и среднеквадратичным

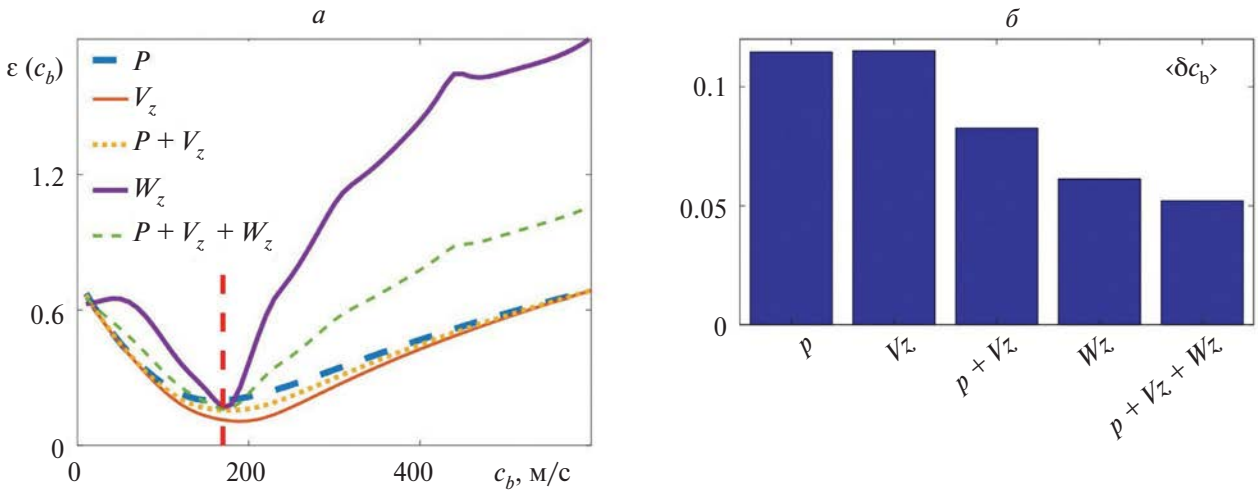


Рис. 1. Пример зависимостей $\varepsilon(c_b)$, полученных в присутствии шумов (задавался уровень шума 30%), при использовании различных комбинаций исходных данных (а); усредненные по 500 реализациям шума значения относительных отклонений $\langle \delta c_b \rangle$ восстановленных и истинных значений скорости звука в дне (б).

амплитудным отклонением, составляющим 30% от значений $P(r, f)$ и $V_z(r, f)$. В реальной ситуации отношение сигнал/помеха зависит от дальности и частотного диапазона, шумы могут быть коррелированными, то есть рассматриваемая модель шумов весьма упрощенная. Детальное рассмотрение возможных моделей шумов выходит за рамки настоящей работы. Примеры расчетов зависимостей $\varepsilon(c_b)$ при использовании различных комбинаций исходных данных представлены на рис. 1а. Как видно на рис. 1а, невязка $\varepsilon(c_b)$ имеет минимум вблизи истинного значения $c_b = 170$ м/с. Однако оценка скорости c_b^{est} , соответствующая этому минимуму, не совпадает с истинным значением c_b , причем величина этого отличия разная при использовании различных исходных данных. Наиболее точные результаты удается получить при совместном использовании информации о пространственном затухании P, V_z, W_z . Были последовательно произведены вычисления невязок для 500 различных реализаций шума при постоянном его уровне в 30%. Усреднен-

V_z, W_z . Второе по возрастанию значение ошибки $\langle \delta c_b \rangle$ дает способ расчета невязки с использованием вертикальной компоненты потока акустической мощности W_z . Следует отметить, что зависимость $\varepsilon(c_b)$, полученная для W_z , имеет большие градиенты вблизи минимума (рис. 1а), по сравнению с одновременным использованием P, V_z, W_z , когда минимум невязки $\varepsilon(c_b)$ оказывается более пологим. Это является преимуществом при поиске глобального минимума многомерной невязки $\varepsilon(\vec{m})$ методами типа градиентного спуска по зашумленным данным. В следующем разделе при обращении экспериментальных данных будет использоваться информация о пространственном затухании W_z .

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ АКВАТОРИИ

Экспериментальные работы проводились на гидроакустическом полигоне МГУ, в акватории Клязьминского водохранилища [5, 8]. Комбинированный приемный модуль (рис. 2а) располагался в металлической рамке вблизи дна, а регистрируемые им сигналы передавались по кабелю на борт лодки, которая была заякорена вблизи места постановки (рис. 2б). Рассматривался отрезок записи, в котором присутствует сигнал от одиночного катера, проходящего мимо места постановки КПМ. Горизонтальное расстояние r между катером и КПМ определялось с помощью лазерного дальнометра. По экспериментально зарегистрированным данным $P(r, t), V_z(r, t)$ рассчитывались значения $W_z(r, t)$ и вычислялся относительный уровень

ные по множеству реализаций шума значения невязок $\langle \delta c_b \rangle \equiv \left\langle \frac{|c_b - c_b^{est}|}{c_b} \right\rangle$ представлены на рис. 1б.

Как видно на рис. 1б, минимальное значение $\langle \delta c_b \rangle$ достигается при совместном использовании информации о пространственном затухании P, V_z, W_z . При этом пространственное затухание только давления P дает ошибку оценки скорости, более чем в два раза превышающую аналогичное значение, полученное при совместном рассмотрении $P,$



Рис. 2. Используемый в эксперименте комбинированный приемный модуль (КПМ) (а); условная схема проведенных измерений на гидроакустическом полигоне МГУ с движущимся катером (б).

$$L_{\text{obs}}(r) : L_{\text{obs}}(r) = 10 \lg \left[\frac{\langle W_z(r, t) \rangle_{\Delta t}}{\langle W_z(r_0, t) \rangle_{\Delta t_0}} \right], \text{ где } \langle \dots \rangle_{\Delta t}$$

обозначает усреднение по временному интервалу Δt , соответствующему дальности r ; r_0 – траверзное расстояние, проходимое источником за время Δt_0 .

При решении обратной задачи рассматривался следующий набор неизвестных параметров, входящих в (1): $\vec{m} = \{c_b, \rho_b, H, z_s, z_r\}$. Характеристики водного слоя полагались известными $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 1500 \text{ м/с}$; использовался частотный диапазон от 900 до 1000 Гц, в котором преобладал сигнал источника. Важным этапом решения обратной задачи является задание области поиска минимума невязки $\varepsilon(\vec{m})$, т.е. априорное задание областей определения искомых параметров c_b, ρ_b, H, z_s, z_r . Исходя из известных данных о полигоне, а также с учетом условий эксперимента были выбраны следующие интервалы значений: $c_b \in [50, 500] \text{ м/с}$, $\rho_b \in [1.1, 1.8] \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $H \in [7, 9] \text{ м}$, $z_s \in [0.1, 1] \text{ м}$, $z_r \in [7, 7.9] \text{ м}$. Для поиска минимума невязки $\varepsilon(\vec{m})$ использовался алгоритм “имитации отжига” (simulated annealing – SA) [11], зарекомендовавший себя при решении задачи геоинверсии [12]. Отличительной особенностью этого алгоритма является вероятностный характер поиска решения [11], что позволяет получать различные реализации значений параметров \vec{m}^{est} . В рассматриваемой работе алгоритм “имитации отжига” запускался 1000 раз при фиксированных экспериментальных данных L_{obs} . При каждом запуске достигалась сходимость итерационной процедуры алгоритма. В результате

был получен ансамбль из 1000 различных реализаций параметров \vec{m}^{est} , каждый из которых описывает экспериментальные данные L_{obs} с точностью не хуже 9%: $\varepsilon(\vec{m}^{\text{est}}) < 0.09$. При этом минимальное значение невязки в полученном ансамбле оказалось равным $\varepsilon_{\text{min}} \approx 0.05$, а среднее арифметическое по ансамблю значение $\langle \varepsilon \rangle \approx 0.06$. Эта точность приближенно характеризует ошибку, с которой были оценены L_{obs} , а также говорит о неидеальности используемой модели волновода, что не позволяет описать экспериментальные данные точно. При численном моделировании использовалась программная реализация алгоритма “имитации отжига” [13], параметры которой выбирались по умолчанию. Изменения параметров алгоритма практически не влияли на значения итоговых оценок. Используя полученный набор из 1000 реализаций параметров \vec{m}^{est} , можно рассчитать средние

значения $\bar{x} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k$ и средние квадратические

отклонения $\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (x_k - \bar{x})^2}$, $K = 1000$ по

полученному ансамблю (здесь x обозначает c_b, ρ_b, H, z_s, z_r). Результаты этих вычислений представлены в таблице 1. Дальнейшее увеличение количества рассматриваемых реализаций \vec{m}^{est} практически не влияло на значения получаемых оценок. Следует отметить, что детальное исследование статистических характеристик параметров \vec{m} требует более аккуратного выбора элементов ансамбля их реализаций, что может быть выполнено алгоритмами

Таблица 1. Результаты восстановления по экспериментальным данным: средние значения \bar{x} и средние квадратические отклонения $\bar{\sigma}_x$, здесь x обозначает c_b , ρ_b , H , z_s , z_r , полученные для ансамбля из 2500 реализаций искомых параметров $\vec{m} = \{c_b, \rho_b, H, z_s, z_r\}$, а также значения $\vec{m}_{\min}^{\text{est}}$, соответствующие минимальной в рассматриваемом ансамбле невязке $\varepsilon(\vec{m}_{\min}^{\text{est}}) \approx 0.05$.

	\bar{x}	$\bar{\sigma}_x$	$\vec{m}_{\min}^{\text{est}}$
Скорость звука в дне, c_b , м/с	$1.5 \cdot 10^2$	$0.5 \cdot 10^2$	$1.7 \cdot 10^2$
Плотность дна, ρ_b , кг/м ³	$1.4 \cdot 10^3$	$0.2 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^3$
Толщина водного слоя, H , м	8.8	0.1	8.8
Глубина КПМ, z_r , м	7.6	0.2	7.7
Глубина источника, z_s , м	0.6	0.2	0.7

типа МСМС (Monte Carlo Markov Chain) [12], но выходит за рамки настоящей работы. Если в качестве решения обратной задачи рассматривать те параметры $\vec{m}_{\min}^{\text{est}}$, которые обеспечивают наименьшее значение невязки $\varepsilon_{\min} = \varepsilon(\vec{m}_{\min}^{\text{est}})$ в полученном ансамбле, то получаются значения, которые также представлены в таблице 1. Как видно из таблицы 1, значения $\vec{m}_{\min}^{\text{est}}$ близки к значениям \bar{x} с учетом оцененных отклонений $\bar{\sigma}_x$. Восстановленные параметры волновода, представленные в таблице 1, соответствуют физически реализуемым для рассматриваемого полигона [6, 8, 10], что указывает на достоверность полученных оценок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена новая схема экспериментальной оценки параметров мелководной акватории, отличительной особенностью которой является использование в качестве исходных данных для решения обратной задачи информации о пространственном затухании различных составляющих акустического поля. При обработке экспериментальных данных использовалось затухание вертикальной компоненты потока акустической мощности. Для практической реализации удобно, что в качестве источника может рассматриваться проходящее мимо судно, а не специальный контролируемый излучатель. Однако в предложенной схеме требуется дополнительно измерять дальность r до судна-источника, что не всегда удобно в эксперименте. Локализация шумового источника может быть осуществлена независимыми методами [14], что позволит еще более упростить обсуждаемый подход. Также представляет интерес рассмотрение различных частотных диапазонов при решении обратной задачи. Увеличение объема исходных данных в этом случае может благоприятно влиять на точность и помехоустойчивость получаемых оценок. Отмеченные аспекты относятся к перспективам дальнейших

исследований. Полученные на текущем этапе исследований результаты обработки экспериментальных данных указывают на практическую реализуемость рассматриваемого подхода.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271, <https://rscf.ru/project/23-27-00271/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончаренко Б.И., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 777.
2. Vedenev A.I., Kochetov O.Yu., Lunkov A.A. et al. // J. Mar. Sci. Eng. 2023. V. 11. Art. No. 1079.
3. Рожин Ф.В., Тонаканов О.С. Общая гидроакустика. М.: МГУ, 1988. 160 с.
4. Petnikov V.G., Grigorev V.A., Lunkov A.A., Sidorov D.D. // J. Acoust. Soc. Amer. 2022. V. 151. No. 4. P. 2297.
5. Гончаренко Б.И., Веденев А.И., Медведева Е.В., Шуруп А.С. Докл. XVII школы-семина. им. акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XXXIII сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2020. С. 85.
6. Луньков А.А., Петников В.Г., Черноусов А.Д. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 745; Lun'kov A.A., Petnikov V.G., Chernousov A.D. // Acoust. Phys. 2015. V. 61. No. 6. P. 707.
7. Гордиенко В.А. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007.
8. Медведева Е.В., Гончаренко Б.И., Шуруп А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 278; Medvedeva E.V., Goncharenko B.I., Shurup A.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 220.
9. Guarino A. G. L. Geoacoustic inversion techniques utilizing acoustic vector sensors and results from the Monterey bay shelf. PhD diss. Monterey, 2022.

10. Гончаренко Б.И., Захаров Л.Н. // Акуст. журн. 1974. Т. 25. № 4. С. 531.
11. Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P. // Science. 1983. V. 220. P. 671.
12. Sambridge M., Mosegaard K. et al. // Rev. Geophys. 2002. V. 40. Art No. 1009.
13. Ingber L. // Control. Cybern. 1996. V. 25. No. 1. P. 33.
14. Pereselkov S.A., Kuz'kin V.M. // J. Acoust. Soc. Amer. 2022. V. 151. No. 2. P. 666.

Estimation of gas saturated sediments parameters in shallow water using vector receiver

M. A. Ivanov^a, P. Yu. Mukhanov^a, A. S. Shurup^{a, b, c, *}

^a Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

^b Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences, Moscow 117218 Russia

^c The Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 123995 Russia

*e-mail: shurup@physics.msu.ru

A scheme for estimating parameters of gas-saturated sediments in shallow waters based on signals from moving noise source is proposed and tested on experimental data. Advantages of joint use of information about pressure and vertical component of particle velocity in solving the considered problem are discussed.

УДК 534.292

ВЛИЯНИЕ ТРАЕКТОРИИ ОБЛУЧЕНИЯ НА СКОРОСТЬ ТЕПЛОЙ АБЛЯЦИИ И ОБЪЕМ РАЗРУШЕННОЙ БИОТКАНИ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ФОКУСИРОВАННЫМ УЛЬТРАЗВУКОМ

© 2024 г. П. А. Пестова¹*, П. В. Юлдашев¹, В. А. Хохлова¹, М. М. Карзова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Физический факультет, Лаборатория медицинского и промышленного ультразвука, Москва, Россия

*E-mail: pestova.pa16@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

В численном эксперименте сравниваются скорости тепловой абляции и формы объемных разрушений биоткани при воздействии на нее мощным фокусированным ультразвуком в ударно-волновых импульсно-периодических режимах в случае трех различных последовательностей облучения дискретных фокусов, расположенных внутри целевого слоя на равномерной сетке.

DOI: 10.31857/S0367676524010225, EDN: RZJYQU

ВВЕДЕНИЕ

В неинвазивной хирургии технология HIFU (от англ. аббревиатуры High Intensity Focused Ultrasound) применяется для создания тепловых разрушений биоткани с помощью ее локального нагрева фокусированными ультразвуковыми волнами [1–3]. Несмотря на достигнутые успехи применения данной технологии в клинической практике, у нее выделяют некоторые ограничения, среди которых невысокая скорость тепловой абляции и возможность нежелательного перегрева близко расположенных к целевой зоне областей [4, 5]. Неопределенность конечного размера теплового разрушения возникает за счет проявления эффектов диффузии тепла. Так, в клинической HIFU-системе Sonalleve (Profound Medical Corp., Canada) для создания объемных разрушений фокус фазированной решетки перемещают электронным образом по дискретной траектории в плоскости, перпендикулярной оси ультразвукового пучка [3, 6]. Используются квазигармонические режимы облучения и многократное воздействие на дискретные фокусы траектории, расположенные на концентрических окружностях [3, 6]. При этом эффекты диффузии проявляются в виде удлинения формы объемного разрушения вдоль оси излучателя [7].

Для преодоления указанных ограничений было предложено использовать импульсно-периодические ударно-волновые режимы облучения, сопровождающиеся формированием ударного

фронта в фокальном профиле волны [8]. На образовавшемся разрыве происходит резкое поглощение энергии ультразвукового пучка, что приводит к формированию единичного теплового разрушения в течение миллисекундного воздействия [9]. При облучении в ударно-волновых режимах формирование единичных разрушений происходит в результате однократного воздействия, поэтому устраняется необходимость в повторном облучении каждого дискретного фокуса [8–10]. В работе [11] было предложено использовать траектории однократного ударно-волнового воздействия на дискретные фокусы, расположенные на равномерной сетке внутри планируемой формы разрушения. Однако остается актуальным вопрос, влияет ли порядок облучения фокусов на окончательный объем и форму создаваемого разрушения, а также на скорость тепловой абляции и пространственные распределения температурного поля. Наиболее выигрышным представляется случай, когда разрушение имеет четкие границы, внутри которых распределение температуры наиболее равномерно.

Целью настоящей работы являлось сравнение вышеуказанных параметров создаваемого объемного теплового разрушения при облучении ткани в ударно-волновых режимах с использованием трех различных последовательностей облучения дискретных фокусов (“спиралевидная”, “клиническая”, “змейка”).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе было проведено численное моделирование, имитирующее физический эксперимент по облучению образца ткани говяжьей печени с помощью 256-элементной терапевтической решетки клинической системы MRgHIFU Sonalleve V1 с рабочей частотой 1.2 МГц, апертурой 128 мм и фокусным расстоянием $F = 120$ мм (рис. 1а) [12, 13]. Ультразвуковой пучок проходил через согласующую среду (воду) и фокусировался на глубину $h = 2.5$ см в образец биоткани. Для получения объемных тепловых разрушений фокус фазированной решетки перемещался в фокальной плоскости по дискретным точкам траектории, ограниченной внешним контуром в виде окружности с радиусом 4 мм (рис. 1б), с пространственным шагом Δx . Были рассмотрены три различные последовательности облучения единичных фокусов (показано с помощью нумерации на рис. 1б внизу): “спиралевидная” (слева), “клиническая” (в центре) и “змейка” (справа). В “клинической” последовательности, характерной для HIFU-системы Sonalleve, последовательно облучаемые равноудаленные от центра точки были максимально отдалены друг от друга, в то время как в “спиралевидной” последовательности они идут друг за другом против часовой стрелки. В “змейке” облучение фокусов происходит построчно сверху вниз. Время перемещения фокуса излучателя между двумя

точками дискретной траектории составляло 20 мс, что является минимально возможным интервалом электронной перефазировки элементов в клинической системе Sonalleve V1.

В работе было рассмотрено два характерных ударно-волновых импульсно-периодических режима облучения с постоянной средней по времени мощностью. Первый режим является предельно достижимым в исследовательских целях в системе Sonalleve V1 и соответствует пиковой интенсивности на элементах решетки $I_0 = 15$ Вт/см², пиковой акустической мощности 1.3 кВт, длительности облучения единичного фокуса $t_{\text{heat}} = 1.6$ мс. Данный режим находится в области мощностей, соответствующих нелинейному насыщению пиковых давлений в фокальном профиле волны [13, 14], при этом амплитуда разрыва в фокусе составляла $A_{\text{sh}} \cong 120$ МПа (рис. 2а, левый столбец). В нелинейных режимах распространения ультразвука на ударных фронтах происходит сильное тепловыделение, пропорциональное кубу амплитуды разрыва A_{sh} [15]. Пространственная структура плотности мощности тепловых источников Q , представленная в аксиальной плоскости на рис. 2а (средний столбец), отражает область формирования ударных фронтов в профиле волны. Теоретическая оценка времени вскипания ткани t_{boil} для образца с теплоемкостью $C_v = 3.0610^6$ Дж/м³ °С и нагреве ΔT от 20 °С составила для выбранного режима

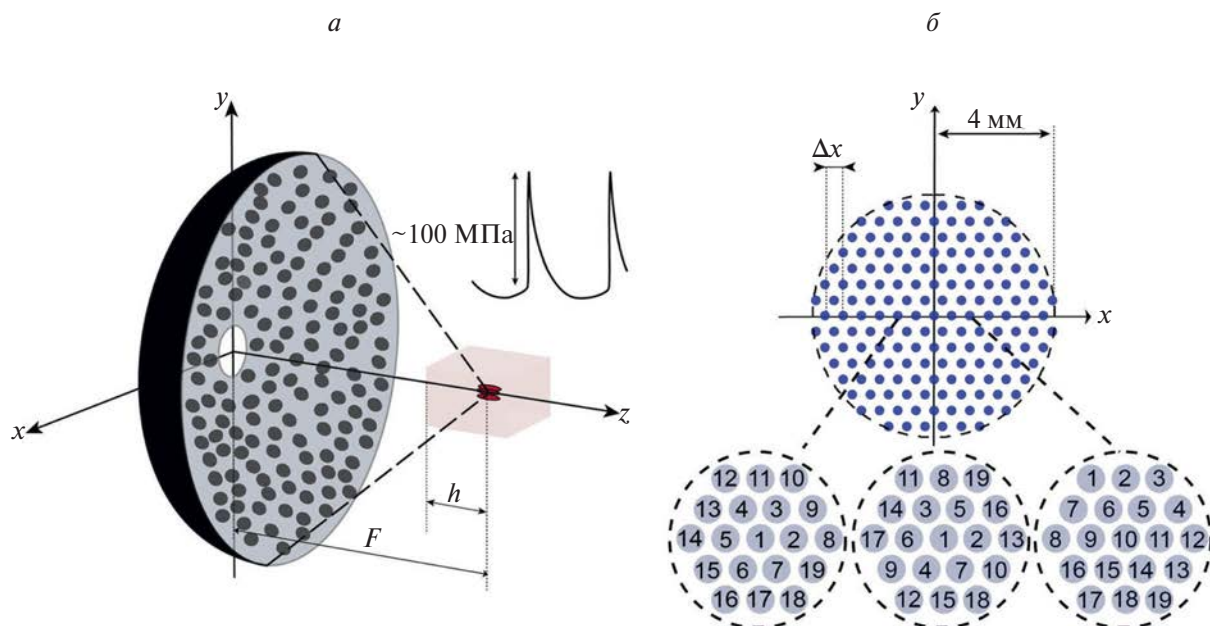


Рис. 1. Геометрия задачи: ультразвуковой пучок создается HIFU-решеткой (256 элементов диаметром 6.6 мм, частота 1.2 МГц) и фокусируется в образец ткани говяжьей печени (а). Траектория однократного ударно-волнового воздействия с равномерным расположением дискретных фокусов (наверху) и три последовательности перемещения фокуса излучателя (внизу; показано цифрами): “спиралевидная” (слева), “клиническая” (в центре), “змейка” (справа) (б).

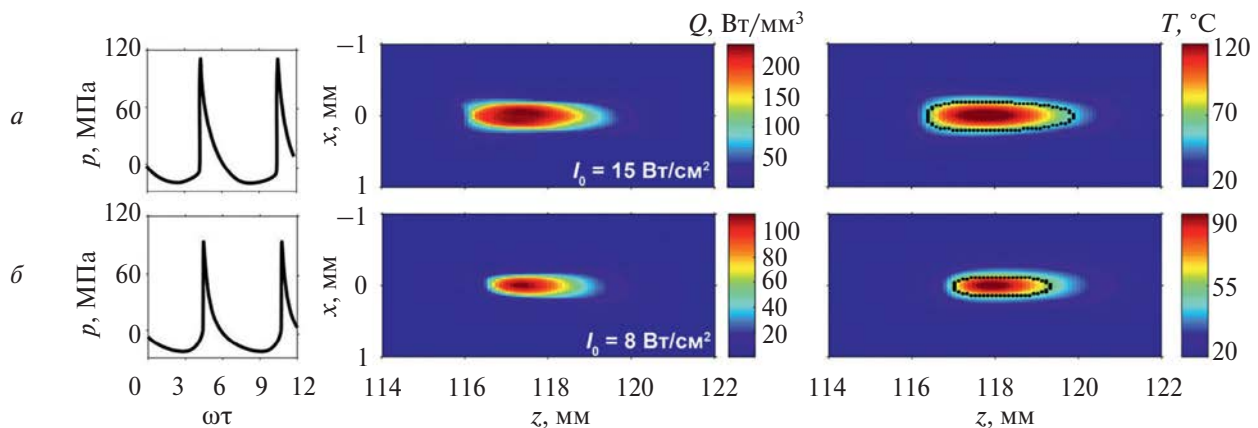


Рис. 2. Профили давления в фокусе (левый столбец), пространственные распределения плотности мощности тепловых источников в ткани (средний столбец) и температурные распределения (правый столбец) на момент перемещения фокуса (20 мс) в аксиальных xz плоскостях пучка для (а) режима насыщения ($I_0 = 15$ Вт/см²) и (б) режима с формированием развитого разрыва ($I_0 = 8$ Вт/см²). Черным контуром обозначена область теплового разрушения.

насыщения $t_{\text{boil}} = C_V \Delta T / Q = 1.2$ мс [15, 16]. Таким образом, за время нагрева $t_{\text{heat}} = 1.6$ мс, превышающее время вскипания ткани $t_{\text{boil}} = 1.2$ мс, удавалось получить единичное разрушение с размерами $0.4 \times 0.4 \times 3.5$ мм, границы которого определялись по пороговому значению тепловой дозы (рис. 2а, справа).

Второй рассматриваемый в данной работе ударно-волновой режим облучения соответствовал режиму формирования развитого разрыва с амплитудой $A_{\text{sh}} \cong 90$ МПа в фокальном профиле давления волны (рис. 2б, левый столбец) [13, 17]. В этом режиме начальная пиковая интенсивность на элементах решетки составляла $I_0 = 8$ Вт/см², а пиковая мощность 700 Вт. Для сохранения такой же средней по времени мощности, как в режиме насыщения (105 Вт), длительность облучения единичного фокуса была выбрана $t_{\text{heat}} = 3$ мс. Стоит отметить, что явление формирования развитого разрыва соответствует наиболее эффективной фокусировке и, как следствие, наименьшей области максимального тепловыделения (рис. 2б, средний столбец). По сравнению с режимом насыщения, в режиме формирования развитого разрыва наблюдается снижение максимального значения плотности мощности тепловых источников Q в 2 раза. Оценка времени вскипания t_{boil} в данном режиме составила 2.9 мс, что также позволило получить единичное разрушение размером $0.25 \times 0.25 \times 2.3$ мм (рис. 2б, правый столбец) в результате однократного воздействия.

Размеры получаемых в двух рассматриваемых режимах единичных разрушений учитывались при построении траектории однократного воздействия путем выбора межфокусного расстояния Δx . В данной работе результаты представлены для

оптимального выбора пространственного шага между точками на траектории: $\Delta x = 0.5$ мм для случая $I_0 = 8$ Вт/см² и $\Delta x = 0.6$ мм для $I_0 = 15$ Вт/см². Для режима $I_0 = 8$ Вт/см² траектория облучения состояла из 241 дискретного фокуса в плоскости xu , а для режима $I_0 = 15$ Вт/см² – из 163 точек.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Теоретическая и численная модели детально описаны в предыдущих работах [8, 11–13, 18, 19]. Расчет трехмерного ударно-волнового акустического поля проводился на основе уравнения Вестервелта, учитывающего нелинейные и дифракционные эффекты, а также поглощение в ткани [12, 19]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \Delta p + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + L(p), \quad (1)$$

где $p = p(x, y, z, \tau)$ – акустическое давление, z – координата, вдоль которой происходит фокусировка пучка, $\tau = t - z / c_0$ – время в сопровождающей системе координат, t – время, Δ – оператор Лапласа, параметры c_0, β, ρ_0 и δ – скорость звука, коэффициент нелинейности, плотность среды и коэффициент термовязкого поглощения в среде соответственно, $L(p)$ – оператор, учитывающий степенное поглощение и логарифмический закон дисперсии в ткани. Значения физических параметров для воды составляли $\rho_0 = 998$ кг/м³, $c_0 = 1485$ м/с, $\beta = 3.5$, а для биоткани $\rho_0 = 1050$ кг/м³, $c_0 = 1580$ м/с, $\beta = 4.0$ [20]. Коэффициент термовязкого поглощения в обеих средах был выбран одинаковым $\delta = 4.33 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Граничное условие в моделировании соответствовало клинической решетке Sonalleve VI [12, 13]. Результаты акустических расчетов использовались

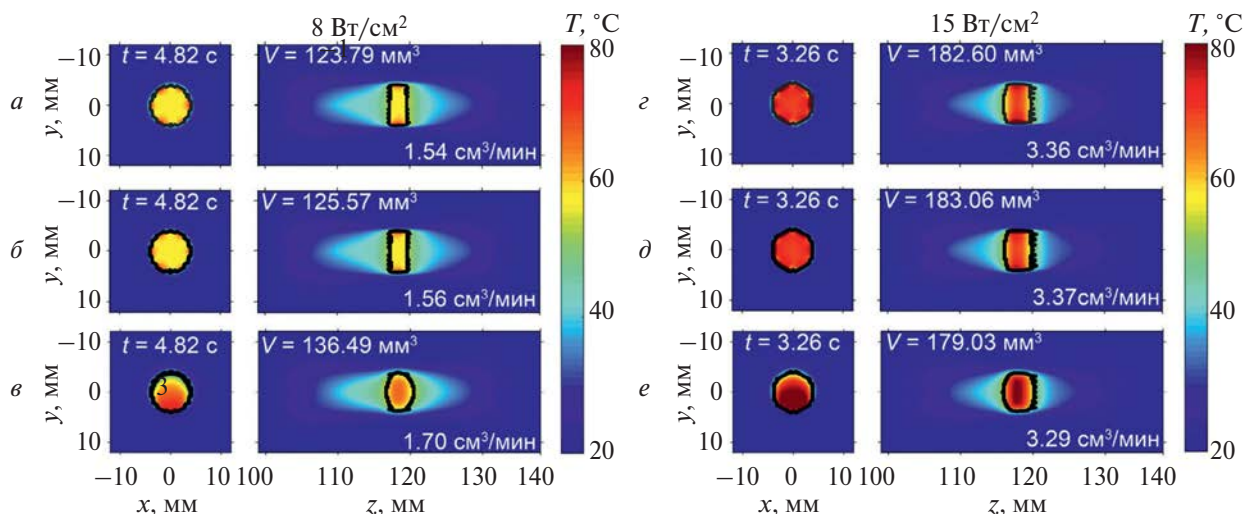


Рис. 3. Пространственные распределения температуры в момент окончания облучения ткани по траектории с различными последовательностями переключения фокусов: “клинической” (а, з), “спиралевидной” (б, д), “змейкой” (в, е) для режимов $I_0 = 8$ Вт/см² (левый столбец, а–в) и $I_0 = 15$ Вт/см² (правый столбец, з–д). Черным контуром обозначена область, внутри которой тепловая доза превысила свое пороговое значение после остывания образца. На каждом пространственном распределении температуры показаны время окончания нагрева, достигнутый размер теплового разрушения и скорость тепловой абляции.

для нахождения пространственных распределений плотности мощности тепловых источников $Q(x, y, z)$ в ткани. Затем полученные распределения Q использовались для нахождения температурного поля при моделировании неоднородного уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{Q}{C_v}, \quad (2)$$

где T – температура, χ – коэффициент температуропроводности ($\chi = 1.93 \times 10^{-7}$ м² / с) [20]. Начальная температура образца была принята равной 20 °С. Границы разрушения определялись после остывания образца по пороговой величине тепловой дозы, соответствующей тепловому некрозу ткани [1, 21].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Сравнение характера распределения температурного поля, а также формы и объема полученных разрушений не выявило принципиальных различий при облучении образца по траекториям с “клинической” и “спиралевидной” последовательностями обхода дискретных фокусов (рис. 3а, 3б, 3г и 3д). В обоих ударно-волновых режимах незначительное различие температурных распределений, получаемых на момент окончания нагрева, в случае “клинической” и “спиралевидной” последовательностей наблюдается только в фокальной плоскости в виде визуально различных

локализаций шести последних единичных облучений. По убывающей “яркости” температурных пятен от этих последних шести облучаемых точек можно сделать вывод о выбранной последовательности облучения, в то время как тепловое поле от более ранних воздействий успевает расплыться по объему образца. При этом в аксиальной плоскости температурные распределения для “клинической” и “спиралевидной” последовательностей практически идентичны, поскольку тепло от удаленных от оси излучателя последних облучаемых точек траектории не успевает распространиться к указанной плоскости. Различия в скорости тепловой абляции и объемах полученных разрушений при облучении по первым двум рассматриваемым траекториям составили меньше 1% для каждого из выбранных ударно-волновых режимов. Таким образом, при выборе траектории, в которой обход единичных фокусов направлен из центра планируемого разрушения с постепенным движением к его границам, последовательность облучения единичных равноудаленных от центра фокусов оказалась неважна, а температурное поле “помнит” последовательность шести последних единичных воздействий. Данный результат согласуется с полученным в работе [10] выводом о влиянии траектории облучения в режимах гистотрипсии с кипением, отличающимся на порядок меньшим коэффициентом заполнения импульсов (1% против 8–15%), и состоящим в том, что температурное поле “помнит” последовательность от трех до шести последних единичных облучений.

В случае использования последовательности “змейка” наблюдается неравномерное относительно центра разрушения распределение температурного поля: последние “строки” оказываются перегретыми, в то время как первые облучаемые фокусы успевают остыть (рис. 3в и 3е, слева). Форма разрушения вытягивается вдоль оси пучка и становится менее предсказуемой за счет более выраженного проявления эффектов тепловой диффузии (рис. 3в и 3е, справа). При этом отличия в значениях скоростей тепловой абляции для последовательности “змейка”, “клинической” и “спиралевидной” последовательностей не превышают 10% в режиме формирования развитого разрыва ($I_0 = 8 \text{ Вт/см}^2$) и 3% в режиме насыщения ($I_0 = 15 \text{ Вт/см}^2$).

Интересно отметить, что в режиме формирования развитого разрыва использование последовательности “змейка” увеличивает скорость тепловой абляции по сравнению с “клинической” и “спиралевидной” последовательностями (с $1.5 \text{ см}^3/\text{мин}$ до $1.7 \text{ см}^3/\text{мин}$), в то время как для режима насыщения, наоборот, уменьшает (с $3.4 \text{ см}^3/\text{мин}$ до $3.3 \text{ см}^3/\text{мин}$). Данную особенность можно объяснить различиями в проявлении тепловой диффузии. В режиме $I_0 = 8 \text{ Вт/см}^2$ формирование объемного разрушения из единичных хотя и происходит за счет эффектов тепловой диффузии, их проявление незначительно при облучении по первым двум траекториям (рис. 3а и 3б): аксиальный размер объемных разрушений (2.4 мм) повторяет соответствующий размер единичного разрушения (2.3 мм). Подавление эффектов тепловой диффузии позволяет в этих случаях получать хорошо локализованный тонкий слой разрушения заданной формы. При использовании траектории “змейка” накопление тепла от последовательно облучаемых соседних фокусов приводит к более выраженному проявлению эффектов тепловой диффузии, ускорению тепловой абляции и вытягиванию вдоль оси пучка формы объемного разрушения.

В режиме насыщения $I_0 = 15 \text{ Вт/см}^2$ тепловая диффузия практически в равной степени проявляется для всех трех последовательностей облучения единичных фокусов. Аксиальные размеры полученных объемных разрушений (4 мм) в большей степени превышают соответствующий размер единичного разрушения (3.5 мм), чем в случае режима формирования развитого разрыва, а значит, эффекты тепловой диффузии также выражены сильнее. Однако при движении фокуса ультразвукового пучка из центра траектории в направлении к границе симметричное распространение тепла от предыдущих воздействий в области еще не облученных точек траектории позволяет получить однородное разрушение с ровными передними и задними стенками в аксиальной плоскости. Таким образом, в режиме насыщения эффекты диффузии тепла удается предсказуемым образом использовать для ускорения тепловой абляции и получения

объемного разрушения требуемой формы ровного слоя. В случае использования последовательности “змейка” область перегрева оказывается асимметрична относительно центра слоя, что незначительно снижает скорость тепловой абляции. Стоит отметить, что конечные формы объемных разрушений в фокальной плоскости повторяли геометрию траектории во всех рассматриваемых случаях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что предпочтительными в смысле равномерности нагрева являются ударно-волновые протоколы с последовательностью облучения фокусов в направлении из центра к границам целевой области, при этом последовательность облучения равноудаленных от центра фокусов неважна. Однако на практике при использовании одиночных излучателей и механического перемещения фокуса допустимо использование наиболее простой в реализации последовательности “змейка”, поскольку различие в скорости тепловой абляции не превышает 10% по сравнению с “клинической” и “спиралевидной” последовательностями. Для получения хорошо локализованного и предсказуемого разрушения с жесткими критериями на параллельность границ слоя разрушения рекомендуется использовать режим формирования развитого разрыва в профиле давления волны ($I_0 = 8 \text{ Вт/см}^2$) с “клинической” либо “спиралевидной” последовательностями обхода фокусов. В случаях, когда требуется получить предсказуемое объемное тепловое разрушение без жестких критериев на форму его стенок, предпочтительным является облучение в режиме насыщения ($I_0 = 15 \text{ Вт/см}^2$), так как скорость тепловой абляции в этом случае превышает соответствующее значение в режиме развитого разрыва в 2 раза.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-72-00047).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хилл К.Р., Бэмбер Дж., тер Хаар Г. Ультразвук в медицине. Физические основы применения. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2008. 544 с.
2. Гаврилов Л.Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. М.: Фазис, 2013.
3. Köhler M.O., Mougnot C., Quesson B. et al. // Med. Physics. 2009. V. 36. No. 8. P. 3521.
4. Kim Y.S., Keserci B., Partanen A. et al. // Eur. J. Radiol. 2012. V. 81. No. 11. P. 3652.
5. Mougnot C., Köhler M.O., Enholm J. et al. // Med. Physics. 2011. V. 38. P. 272.
6. Mougnot C., Salomir R., Palussière J. et al. // Magn. Reson. Med. 2004. V. 52. P. 1005.

7. *Enholm J.K., Köhler M.O., Quesson B. et al.* // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2010. V. 57. No. 1. P. 103.
8. *Андряхина Ю.С., Карзова М.М., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 1; *Andriyakhina Y.S., Karzova M.M., Yuldashev P.V., Khokhlova V.A.* // Acoust. Phys. 2019. V. 65. No. 2. P. 141.
9. *Филоненко Е.А., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 541; *Filonenko E.A., Khokhlova V.A.* // Acoust. Phys. 2001. V. 47. No. 4. P. 541.
10. *Пестова П.А., Карзова М.М., Юлдашев П.В. и др.* // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 3. С. 250; *Pestova P.P., Karzova M.M., Yuldashev P.V. et al.* // Acoust. Phys. 2021. V. 67. No. 3. P. 250.
11. *Пестова П.А., Карзова М.М., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Сб. тр. XXXIV сессии РАО. (Москва, 2022). С. 927.
12. *Kreider W., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2013. V. 60. No. 8. P. 1683.
13. *Karzova M.M., Kreider W., Partanen A. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2023. V. 70. No. 6. P. 521.
14. *Карзова М.М., Аверьянов М.В., Сапожников О.А., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 93; *Karzova M.M., Averiyanov M.V., Sapozhnikov O.A., Khokhlova V.A.* // Acoust. Phys. 2012. V. 58. No. 1. P. 81.
15. *Canney M.S., Khokhlova V.A., Bessonova O.V. et al.* // Ultrasound Med. Biol. 2009. V. 36. No. 2. P. 250.
16. *Khokhlova T.D., Canney M.S., Khokhlova V.A. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2011. V. 130. No. 5. P. 3498.
17. *Rosnitskiy P.B., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2017. V. 64. No. 2. P. 374.
18. *Maxwell A.D., Yuldashev P.V., Kreider W. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2017. V. 64. No. 10. P. 1542.
19. *Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 337; *Yuldashev P.V., Khokhlova V.A.* // Acoust. Phys. 2011. V. 57. No. 3. P. 333.
20. <https://itis.swiss/virtual-population/tissue-properties/database/acoustic-properties>.
21. *Sapareto S.A., Dewey W.C.* // Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys. 1984. V. 10. No. 6. P. 787.

Impact of treatment trajectory on the thermal ablation rate and biological tissue volumetric lesion during irradiation by shock-wave focusing ultrasonic beam

P. A. Pestova^{a, *}, P. V. Yuldashev^a, V. A. Khokhlova^a, M. M. Karzova^a

^a *Physics Faculty, Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: pestova.pa16@physics.msu.ru*

Thermal ablation rates and the shapes of volumetric biological tissue lesion are compared in a numerical experiment, in which biological tissue is exposed to pulsed periodic shock-wave high intensity focused ultrasound. The comparison is performed across three different irradiation sequences of discrete foci placed uniformly within the target area.

Keywords: high intensity focused ultrasound, shock-wave fields, heat diffusion, thermal ablation, treatment trajectory.

УДК 534.2

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОЛЕЙ, РАССЕЯННЫХ НА НЕОДНОРОДНОЙ ОБЛАСТИ С БОЛЬШИМ ВОЛНОВЫМ РАЗМЕРОМ

© 2024 г. Д. И. Зотов¹, О. Д. Румянцева^{1, *}, А. С. Черняев¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Физический факультет, кафедра акустики, Москва, Россия

*E-mail: burov@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Предложен метод нахождения акустических полей, рассеянных на неоднородной области пространства с большим волновым размером. В этом случае объема оперативной памяти персональной ЭВМ недостаточно, чтобы решить прямую задачу сразу во всей исследуемой области. Тогда область разбивается на подобласти и организуется итерационная процедура на основе решения задачи в каждой отдельной подобласти.

DOI: 10.31857/S0367676524010235, EDN: RZFWU

ВВЕДЕНИЕ

Пусть имеется однородная непоглощающая среда, в которой скорость звука постоянна и равна c_0 . В этой среде, которая будет называться фоновой, имеется область \mathfrak{R} с конечными размерами – так называемая область рассеяния. Область \mathfrak{R} неоднородна по своим акустическим характеристикам – скорости звука $c(\vec{r})$ и амплитудному коэффициенту поглощения $\alpha(\vec{r}, \omega)$. Будет рассматриваться монохроматический случай с частотой ω , однако приводимые ниже соотношения обобщаются на импульсный или многочастотный режим зондирования с помощью фурье-преобразования по частотам. Вне \mathfrak{R} находятся первичные источники $F_0(\vec{r}, \vec{x})$, которые создают в фоновой среде падающее поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$; \vec{r} – произвольная точка пространства. Зависимость от ω в аргументах источников и полей будет опускаться в силу монохроматического режима. Радиус-вектор \vec{x} здесь условно играет роль параметра, задающего падающее поле, которое может быть произвольным. Например, если излучатель квазиточечный, то \vec{x} – это радиус-вектор центра излучателя. Поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$ падает на область \mathfrak{R} и рассеивается на неоднородностях скорости звука и коэффициента поглощения. В результате получается поле $u(\vec{r}, \vec{x})$, удовлетворяющее уравнению [1]:

$$\nabla^2 u(\vec{r}, \vec{x}) + k_0^2 u(\vec{r}, \vec{x}) = F_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) u(\vec{r}, \vec{x}). \quad (1)$$

Здесь $k_0 = \omega/c_0$; $v(\vec{r})$ – функция рассеивателя, которая описывает неоднородности и имеет вид:

$$v(\vec{r}) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \right) - 2i\omega \frac{\alpha(\vec{r}, \omega)}{c(\vec{r})} \quad (2)$$

при временной зависимости полей $\sim \exp(-i\omega t)$. Если в области \mathfrak{R} присутствуют еще неоднородности плотности среды, то в правой части выражения (2) добавляется еще одно слагаемое. Это не изменяет сути последующего изложения. Поскольку вне \mathfrak{R} находится фоновая среда, то $v(\vec{r}) \equiv 0$ при $\vec{r} \notin \mathfrak{R}$.

Рассматривается прямая задача рассеяния, а именно неоднородности в области \mathfrak{R} (т.е. рассеиватель), и, следовательно, функция $v(\vec{r})$ считаются известными. Падающее поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$ тоже известно. Нужно найти поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ и в том числе поле, регистрируемое приемниками. Решение прямой задачи востребовано во многих практических приложениях. Во-первых, это задачи, связанные с отслеживанием структуры поля, распространяющегося через заданную неоднородную среду. Во-вторых, это обратные задачи томографического типа. В них надо восстановить функции, описывающие неизвестные неоднородности, на основе тех или иных характеристик полей, которые измеряются вне области \mathfrak{R} при различных заданных падающих полях u_0 [1]. Чтобы апробировать алгоритмы обработки экспериментальных данных в таких обратных задачах, сначала нужны модельные данные, которые как раз являются решением прямой задачи. Более того, в ряде алгоритмов решения обратной задачи требуется уметь решать прямую задачу в качестве вспомогательной. Однако на практике для области \mathfrak{R} с большим волновым размером при решении прямой задачи могут возникать принципиальные трудности чисто вычислительного характера, если требуется обеспечить очень высокую точность решения. Это приводит к необходимости

видоизменения способов решения прямой задачи, и один из них предлагается ниже. В разделе “Заключение” настоящей работы будет дано сравнение предлагаемого способа с решением, которое в настоящее время широко применяется благодаря библиотеке программ “K-Wave”.

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ РАЗБИЕНИЕМ НА ПОДОБЛАСТИ

Поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ в произвольной точке \vec{r} подчиняется уравнению [1]:

$$u(\vec{r}, \vec{x}) = u_0(\vec{r}, \vec{x}) + \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{r}, \vec{r}') v(\vec{r}') u(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', \quad (3)$$

где $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$ – известная функция Грина фоновой среды. При решении прямой задачи совокупность уравнений (3), рассматриваемых для всех точек $\vec{r} \in \mathfrak{R}$, позволяет при каждом фиксированном падающем поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$ найти поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ внутри области \mathfrak{R} . С другой стороны, прямую задачу можно сначала решать в терминах так называемых вторичных источников $I(\vec{r}, \vec{x}) \equiv v(\vec{r}) u(\vec{r}, \vec{x})$, которые возникают в области \mathfrak{R} в ответ на поле в каждой точке $\vec{r} \in \mathfrak{R}$. Уравнение для них получается умножением соотношения (3) на $v(\vec{r})$:

$$I(\vec{r}, \vec{x}) = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', \quad \vec{r} \in \mathfrak{R}. \quad (4)$$

Оба варианта решения – в форме (3) или в форме (4) – равноправны и имеют единственное решение для пассивных сред [1]. Поскольку функция рассеивателя $v(\vec{r})$ известна, задача линейна относительно искомого функций $u(\vec{r}, \vec{x})$ или $I(\vec{r}, \vec{x})$, которые в обоих вариантах ищутся при $\vec{r} \in \mathfrak{R}$.

После нахождения $u(\vec{r}, \vec{x})$ или $I(\vec{r}, \vec{x})$ уравнение (3) позволяет непосредственно рассчитать поля $u(\vec{r}, \vec{x})$ уже в произвольной точке \vec{r} – как внутри области \mathfrak{R} , так и вне нее. В частности, могут быть рассчитаны поля в точках приема, которые характеризуются радиус-вектором \vec{y} :

$$u(\vec{y}, \vec{x}) = u_0(\vec{y}, \vec{x}) + \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{y}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}'. \quad (5)$$

Для определенности ниже обсуждается процедура нахождения вторичных источников $I(\vec{r}, \vec{x})$ на основе уравнения (4), которое можно переписать в виде:

$$\int_{\mathfrak{R}} \{ \delta(\vec{r} - \vec{r}') - v(\vec{r}) G_0(\vec{r}, \vec{r}') \} \times I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}' = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}), \quad (6)$$

где $\delta(\vec{r} - \vec{r}')$ – дельта-функция Дирака. Дискретизованная система уравнений (6) решается при каждом фиксированном \vec{x} . Однако в ряде

прикладных задач область \mathfrak{R} с линейным размером L имеет большой волновой размер $k_0 L \gg 1$, т.е. L составляет десятки длин волн и более. Тогда при решении системы (6) возникают принципиальные трудности вычислительного характера, которые заключаются в следующем. Пусть искомыми вторичными источниками $I(\vec{r}, \vec{x})$ при фиксированном \vec{x} описываются дискретными значениями $I(\vec{r}_n, \vec{x})$, которые соответствуют N дискретным пространственным отсчетам $\vec{r}_n \in \mathfrak{R}$ в пространстве любой размерности. Тогда N искомого неизвестных $I(\vec{r}_n, \vec{x})$ формируются в виде столбца при решении линейной дискретизованной системы (6). В то же время матрица при неизвестных соответствует в (6) интегральному оператору с ядром $\{ \delta(\vec{r} - \vec{r}') - v(\vec{r}) G_0(\vec{r}, \vec{r}') \}$ и описывается дискретизованными аргументами (\vec{r}, \vec{r}') . Эта матрица будет иметь формат $N \times N$. Например, патологии молочной железы диагностируются в акустических томографах с помощью ультразвука в наиболее часто используемом диапазоне частот 0.5–2 МГц [1–4]. Линейный размер L области \mathfrak{R} , соответствующей молочной железе, составляет 0.1–0.2 м, т.е. $(50–200)\lambda_0$, где $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ – длина волны в фоновой среде. В целях ранней диагностики необходимо учитывать тонкую структуру рассеивателя – детали с линейным размером $(0.2–0.5)\lambda_0$, и тогда вспомогательную прямую задачу требуется решать с очень высокой точностью (погрешность менее 1%). Как следствие, шаг пространственной дискретизации не должен превышать $(0.1–0.2)\lambda_0$, и количество дискретных отсчетов по одному измерению может достигать, по порядку величины, $\cong 10^3$. Тогда общее количество двумерных неизвестных составляет $N \cong 10^6$, и формат матрицы при неизвестных становится порядка $10^6 \times 10^6$. Выделение места для такой матрицы вызывает переполнение оперативной памяти даже очень мощной персональной ЭВМ, и решить систему (6) непосредственно становится невозможным. В то же время использование вычислительных кластеров нежелательно, поскольку вычислительные средства должны быть доступны любому медицинскому учреждению.

В связи с обозначенной проблемой предлагается итерационный метод решения прямой задачи рассеяния. Исследуемая область \mathfrak{R} разбивается на совокупность подобластей \mathfrak{R}^m , решение прямой задачи находится в каждой отдельной подобласти и потом итерационно уточняется. Здесь $m = 1, 2, 3, \dots, M$ – номер подобласти. Объединение всех подобластей \mathfrak{R}^m дает полную область \mathfrak{R} . Подобная идея уже использовалась ранее для нахождения термоакустических источников [5, 6], и ниже предлагаемый метод рассматривается подробнее.

Чтобы начать итерационный процесс (j – номер итерации) для решения прямой задачи рассеяния, сначала ($j = 0$) задается начальное приближение

$\hat{I}_{(j=0)}(\vec{r}, \vec{x})$ для оценки вторичных источников $I(\vec{r}, \vec{x})$. В простейшем случае можно использовать оценку вторичных источников в приближении Борна, когда неизвестное поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ внутри области \mathfrak{R} заменяются на известное падающее поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$: $\hat{I}_{(0)}(\vec{r}, \vec{x}) = v(\vec{r})u_0(\vec{r}, \vec{x})$. Однако на практике наиболее часто встречаются рассеиватели, которые сильно искажают падающее на них поле. Для таких рассеивателей начальное приближение в виде борновской оценки не будет гарантировать сходимость итерационной процедуры, и целесообразно использовать более точное начальное приближение. Например, при $j = 0$ вторичные источники (\vec{r}, \vec{x}) дискретизируются по $\vec{r} \in \mathfrak{R}$ с таким крупным (грубым) шагом, чтобы матрица при неизвестных системы (6) не вызывала переполнения оперативной памяти ЭВМ. Тогда решение системы (6) сразу во всей области \mathfrak{R} даст начальную оценку $\hat{I}_{(0)}(\vec{r}, \vec{x})$.

Далее задается и фиксируется более мелкий шаг пространственной дискретизации. Оценка $\hat{I}_{(0)}(\vec{r}, \vec{x})$ предварительно интерполируется на сетку пространственных отсчетов, которая соответствует выбранному мелкому шагу. При таком шаге прямая задача уже не может быть решена сразу для всей области \mathfrak{R} , и рассматриваются подобласти \mathfrak{R}^m . Начинается итерационный цикл ($j \geq 1$), в котором заданный шаг дискретизации остается неизменным. На каждой итерации с фиксированным номером j поочередно рассматриваются все подобласти \mathfrak{R}^m , $m = 1, 2, 3, \dots, M$. Для каждой фиксированной подобласти \mathfrak{R}^m интеграл по области \mathfrak{R} в (4) представляется в виде суммы интегралов по выбранной подобласти \mathfrak{R}^m и оставшейся части $\mathfrak{R} \setminus \mathfrak{R}^m$. Тогда система (4) переписывается в виде:

$$\begin{aligned} I(\vec{r}, \vec{x}) - v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}' &= \\ = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R} \setminus \mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', & \\ \vec{r} \in \mathfrak{R}^m. & \end{aligned} \quad (7)$$

Система (7) дискретизируется и решается относительно неизвестных $I(\vec{r}, \vec{x})$ только в данной подобласти $\vec{r} \in \mathfrak{R}^m$. Эти неизвестные стоят в левой части (7). При этом правая часть системы (7) должна быть известной. С этой целью в правой части (7) вместо неизвестных точных значений $I(\vec{r}', \vec{x})$ используется их текущая оценка $\hat{I}_{j|m}(\vec{r}', \vec{x})$, которая формируется из уже ранее полученных оценок вторичных источников $\hat{I}(\vec{r}', \vec{x})$ при $\vec{r}' \notin \mathfrak{R}^m$. Конкретное выражение для $\hat{I}_{j|m}(\vec{r}', \vec{x})$ приводится ниже в (9).

Таким образом, для фиксированной итерации с номером j и текущей подобласти с номером m вместо строгих уравнений (7) используется следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} I_{(j)}(\vec{r}, \vec{x}) - v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I_{(j)}(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}' &= \\ = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R} \setminus \mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') \hat{I}_{j|m}(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', & (8) \\ \vec{r} \in \mathfrak{R}^m. & \end{aligned}$$

Здесь оценка $\hat{I}_{j|m}(\vec{r}', \vec{x})$, $\vec{r}' \notin \mathfrak{R}^m$, для фиксированной итерации с номером j и текущей подобласти с номером m строится по принципу:

$$\hat{I}_{j|m}(\vec{r}', \vec{x}) = \begin{cases} \hat{I}_{(j)}(\vec{r}', \vec{x}) & \text{при } \vec{r}' \in \mathfrak{R}^k, k = 1, 2, \dots, (m-1); \\ \hat{I}_{(j-1)}(\vec{r}', \vec{x}) & \text{при } \vec{r}' \in \mathfrak{R}^k, k = (m+1), (m+2), \dots, M. \end{cases} \quad (9)$$

Система (8) решается при каждом фиксированном \vec{x} относительно дискретизованных значений $I_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ в подобласти $\vec{r} \in \mathfrak{R}^m$. Найденное решение $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ используется далее в качестве уточненной оценки вторичных источников в данной подобласти $\vec{r} \in \mathfrak{R}^m$. При переходе к новой подобласти решается своя система (8), которая формируется для новых точек \vec{r} при участии уточненной оценки (9). После решения системы (8) для всех подобластей $m = 1, 2, 3, \dots, M$ получается оценка $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$, итоговая для данной итерации j , уже в полной области $\vec{r} \in \mathfrak{R}$.

Начинается новая итерация $j + 1$. Шаг пространственной дискретизации не изменяется. Все подобласти перебираются заново, и предыдущая

оценка $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ в каждой подобласти заменяется на уточненную оценку $\hat{I}_{(j+1)}(\vec{r}, \vec{x})$. Итерации при фиксированном шаге дискретизации продолжают до их сходимости, и итерационный цикл завершается.

Если шаг пространственной дискретизации, использованный в итерационном цикле, был крупнее, чем ожидаемая разрешающая способность для итоговых оценок $\hat{I}(\vec{r}, \vec{x})$ искомым функций $I(\vec{r}, \vec{x})$, то шаг дискретизации опять уменьшается. С таким фиксированным шагом выполняется новый итерационный цикл. Начальным приближением для этого цикла служит оценка вторичных источников $\hat{I}(\vec{r}, \vec{x})$, полученная в итоге предыдущего итерационного цикла. Как уже упоминалось, прямая задача имеет единственное решение, однако требуется

обеспечить сходимость итераций. Поэтому прием постепенного уменьшения шага дискретизации целесообразно использовать как раз для обеспечения сходимости итерационного процесса.

Сходимость итераций в каждом итерационном цикле может контролироваться с помощью следующего критерия. После окончания каждой фиксированной итерации j , т.е. после перебора всех подобластей, считается невязка $\varepsilon_j(\vec{x})$ между текущей оценкой $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ и оценкой $\hat{I}_{(j-1)}(\vec{r}, \vec{x})$, полученной на предыдущей (или еще более ранней) итерации $\hat{I}_{(j-1)}(\vec{r}, \vec{x})$:

$$\varepsilon_j(\vec{x}) = \sqrt{\frac{\int_{\mathfrak{R}} \left| \hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x}) - \hat{I}_{(j-1)}(\vec{r}, \vec{x}) \right|^2 d\vec{r}}{\int_{\mathfrak{R}} \left| \hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x}) \right|^2 d\vec{r}}}. \quad (10)$$

Итерации прекращаются, когда невязка становится меньше наперед заданного числа ε : $\varepsilon_j(\vec{x}) < \varepsilon$ для всех \vec{x} , т.е. для всех падающих полей. Конкретное значение ε определяется точностью, с которой нужно решить прямую задачу при выбранном шаге дискретизации.

Найденная итоговая оценка вторичных источников $I(\vec{r}, \vec{x})$ позволяет найти поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ в произвольной точке \vec{r} , согласно (3):

$$u(\vec{r}, \vec{x}) = u_0(\vec{r}, \vec{x}) + \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}'$$

и, в частности, поле на приемниках (5).

АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

Численное моделирование итерационного метода было выполнено с помощью рефракционно-поглощающих неоднородностей, описываемых функцией рассеивателя (2). Для определенности рассматривался двумерный случай, хотя сам алгоритм может применяться в пространстве произвольной размерности. Задаваемые параметры были близки к параметрам ультразвукового томографа [1, 3, 4]. Квазиточечные приемоизлучающие преобразователи располагались равномерно на окружности радиуса 0.1536 м. При частоте 1.25 МГц и $c_0 = 1500$ м/с длина волны в фоновой среде составляла $\lambda_0 = 1.2 \cdot 10^{-3}$ м.

Сила рассеивателя оценивается, во-первых, с помощью дополнительного (по сравнению с фоновой средой) набега фазы $\Delta\psi$. Он порождается неоднородностями скорости звука при прохождении волны вдоль какой-либо заданной траектории $l_{\mathfrak{R}}$:

$$\Delta\psi \equiv \int_{l_{\mathfrak{R}}} \left(\frac{\omega}{c_0} - \frac{\omega}{c(\vec{r})} \right) dl_{\vec{r}} = \int_{l_{\mathfrak{R}}} \frac{\Delta c(\vec{r}) / c_0}{1 + \Delta c(\vec{r}) / c_0} dl_{\vec{r}}. \quad \text{Здесь}$$

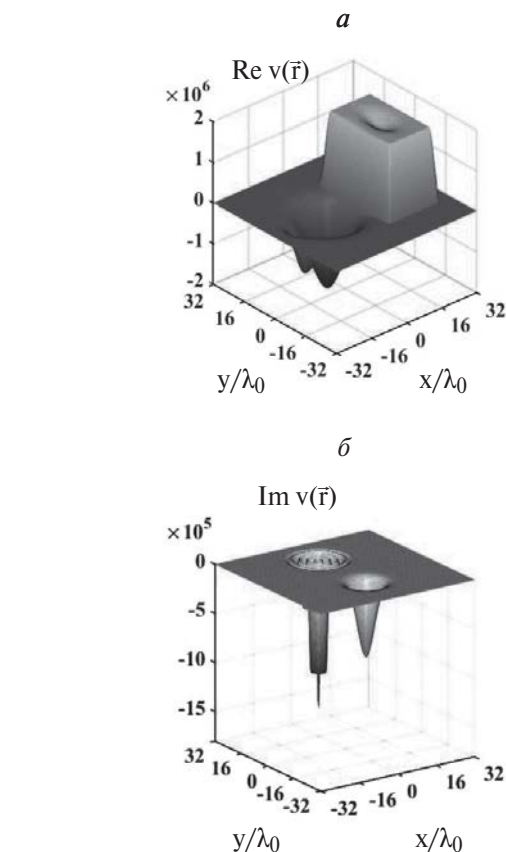


Рис. 1. Модель рефракционно-поглощающей неоднородности: общий вид действительной части (а) и мнимой части (б) функции рассеивателя.

$dl_{\vec{r}}$ – длина элемента траектории в окрестности точки \vec{r} ; $\Delta c(\vec{r}) = c(\vec{r}) - c_0$ – контраст скорости звука. Во-вторых, сила рассеивателя зависит от поглощения в области \mathfrak{R} . Так, суммарный коэффициент поглощения вдоль траектории $l_{\mathfrak{R}}$ оценивается как $\int_{l_{\mathfrak{R}}} \alpha(\vec{r}, \omega) dl_{\vec{r}}$; следовательно, амплитуда волны за счет поглощения уменьшается в $\exp\left(\int_{l_{\mathfrak{R}}} \alpha(\vec{r}, \omega) dl_{\vec{r}}\right)$ раз.

Для модели, представленной на рис. 1, рассматривалась область \mathfrak{R} с размером $64\lambda_0 \times 64\lambda_0$. Дополнительный набег фазы волны при прохождении вдоль оси OX (сечение $y = 0$, рис. 3а) составляет: $\Delta\psi \approx 1.4\pi$ на участке с положительным контрастом $\Delta c(\vec{r}) > 0$, где $\text{Re } v(\vec{r}) > 0$; $\Delta\psi \approx -1.1\pi$ – на участке с отрицательным контрастом $\Delta c(\vec{r}) < 0$, где $\text{Re } v(\vec{r}) < 0$. В то же время при прохождении волны вдоль разных сечений, параллельных оси OY , наибольший (по сечениям) дополнительный набег фазы составляет $\Delta\psi \approx 2.3\pi$ на участке с положительным контрастом и $\Delta\psi \approx -0.9\pi$ на участке с отрицательным контрастом. Максимальное суммарное поглощение, приводящее к уменьшению амплитуды волны в ≈ 4 раза, соответствует

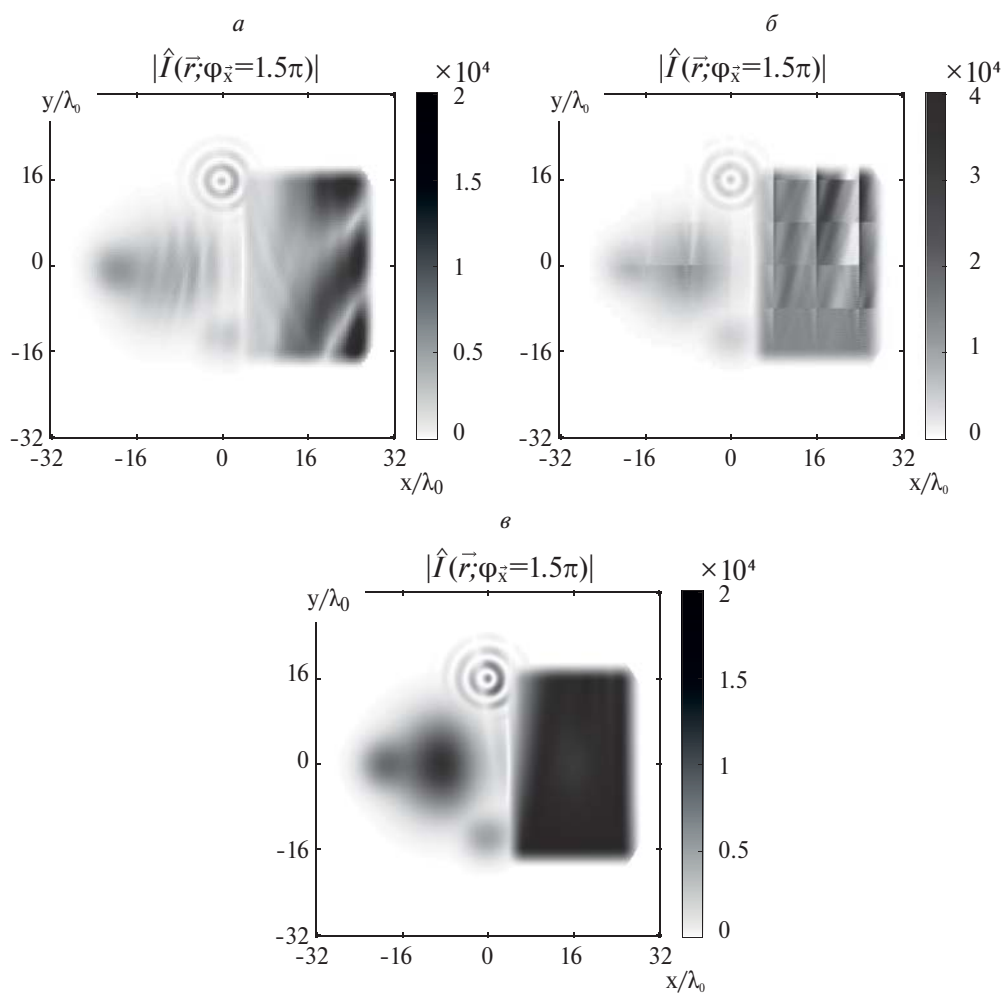


Рис. 2. Абсолютные значения оценки вторичных источников: грубая оценка с пространственным разрешением $\lambda_0/2$ (а) и оценка с высоким разрешением $\lambda_0/8$ после первой итерации (б) и итоговой пятнадцатой итерации (в).

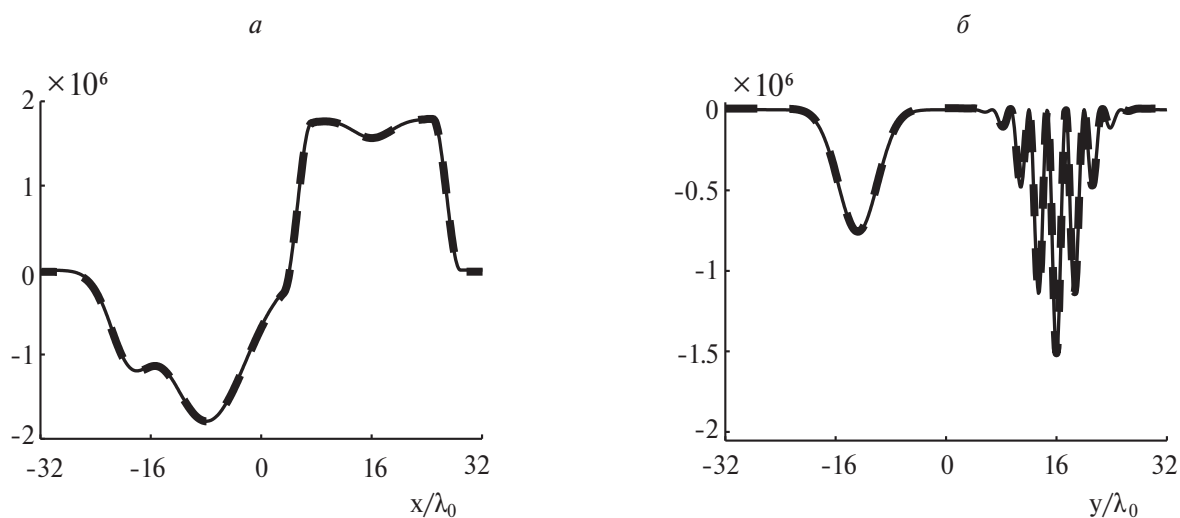


Рис. 3. Контрольное восстановление рассеивателя: сечение $y = 0$ действительной части (а) и сечение $x = 0$ мнимой части (б) для истинного рассеивателя v (тонкая линия) и для его восстановленной оценки \hat{v} (толстая пунктирная линия).

прохождению волны вдоль оси OY (сечение $x = 0$, рис. 3б). Тем самым рассеиватель достаточно сильно искажает падающие на него поля, т.е. эффекты перераспределения волн сильны.

Прямая задача решалась для 512 преобразователей. Для задания начального приближения $I_{(0)}(\vec{r}, \vec{x})$ оценки вторичных источников задавался укрупненный шаг дискретизации $\lambda_0/2$ вдоль каждой декартовой оси вместо итогового мелкого шага $\lambda_0/8$. Тогда количество дискретизованных неизвестных для выбранной модели составляло $N = 2^{14}$. Это позволило решить систему (4) сразу во всей области \mathfrak{R} . Надо отметить, что переполнение оперативной памяти ЭВМ вызывают матрицы при неизвестных, когда количество неизвестных становится $N > 2^{16}$. Абсолютные значения полученной оценки $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ изображены на рис. 2а для излучателя, положение которого характеризуется углом $\varphi_{\vec{x}} = 1.5\pi$ в полярной системе координат.

При задании конечного шага дискретизации $\lambda_0/8$ вся область \mathfrak{R} разбивалась на 8^2 подобластей, каждая размером $8\lambda_0 \times 8\lambda_0$. Использовался итерационный алгоритм (8), (9). Относительная итоговая точность для выполнения критерия сходимости (10) задавалась высокой: $\varepsilon = 10^{-4}$. Оценка $\hat{I}_{(j)}(\vec{r}, \vec{x})$ после первой итерации (рис. 2б) содержит резкие перепады значений на границах подобластей. В итоговой оценке (после 15 итераций) такие перепады отсутствуют (рис. 2в). Принимаемые поля рассчитывались, согласно (5), для всех 512 угловых положений как излучателей, так и приемников.

Правильность решения прямой задачи контролировалась следующим образом. На основе всей совокупности рассчитанных принятых полей решалась уже обратная задача, в которой восстанавливалась оценка $\hat{\nu}(\vec{r})$ функции рассеивателя $\nu(\vec{r})$. Для решения использовался функциональный алгоритм [7–9], который строго учитывает эффекты многократного рассеяния волн на неоднородностях среды. Для уменьшения погрешности восстановления, связанной с эффектами дискретизации, значения полей от 512 преобразователей предварительно интерполировались на значения для 2048 преобразователей. Полученная оценка $\hat{\nu}(\vec{r})$ практически совпала с истинной функцией $\nu(\vec{r})$ (рис. 3). Это свидетельствует о работоспособности и высокой точности предложенного итерационного алгоритма решения прямой задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время широко распространены методы решения прямой задачи рассеяния на основе конечно-разностных схем. Например, один из наиболее популярных пакетов программ “K-Wave”

(среда программирования Matlab) использует методы Фурье-преобразования по пространственным координатам и введение специального фактора коррекции, что существенно ускоряет вычисления [10–12]. Программы “K-Wave” апробированы в различных прикладных задачах [2, 13]. В то же время при выборе того или иного метода решения прямой задачи надо учитывать прежде всего требуемую точность решения и общее время счета. Так, программы “K-Wave” позволяют учитывать присутствующие неоднородности скорости звука и коэффициента поглощения только в виде значений, определенным образом усредненных. Это приводит к ограничениям на силу неоднородностей и на точность решения [10, 11]. Во многих практических задачах, в том числе в целях терапии или хирургии, точность 5–10% является вполне достаточной [13]. При этом прямую задачу нужно решать для единственного излучателя, который состоит из нескольких сотен элементов, излучающих, однако, одновременно [13]. С другой стороны, в медицинских задачах томографического типа исследуемый объект даже в двумерном случае необходимо облучать поочередно с 200–300 направлений как минимум [1–4]. Тогда прямую задачу (которая является вспомогательной при томографии) нужно решить программами “K-Wave” также 200–300 раз, что существенно увеличивает общее время счета. В то же время вышеизложенный итерационный метод позволяет получать решения сразу для всех излучателей.

Что касается точности решения, то итерационный метод, в отличие от программ “K-Wave”, остается строгим вне зависимости от контраста и размера неоднородностей. Он позволяет максимально точно учитывать все виды неоднородностей и их тонкую структуру, включая неоднородности показателя степени частотной зависимости коэффициента поглощения [1, 14] (в программах “K-Wave” показатель степени постоянен). Тем самым использование итерационного метода особенно целесообразно, когда требуется получить максимально точное решение. При этом представляется перспективным сочетание программ “K-Wave” с последующим дополнительным уточнением решения итерационным методом за очень малое количество итераций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буров В.А., Румянцев О.Д. Обратные волновые задачи акустической томографии. Часть 2. Обратные задачи акустического рассеяния. М.: ЛЕНАНД, 2021. 768 с.
2. Ali R., Mitcham T., Duric N. // Proc. SPIE. 2023. V. 12470. Art. No. 124700J.

3. *Дмитриев К.В., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1014; *Dmitriev K.V., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 8. P. 915.
4. *Зотов Д.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 36; *Zotov D.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 30.
5. *Буров В.А., Касаткина Е.Е., Марьин А.О. и др.* // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 4. С. 580; *Burov V.A., Kasatkina E.E., Mar'in A.O. et al.* // Acoust. Phys. 2007. V. 53. No. 4. P. 508.
6. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Часть 1. Обратные задачи излучения в акустике. М.: ЛЕНАНД, 2021. 384 с.
7. *Novikov R.G.* // Phys. Lett. A. 1998. V. 238. No. 2-3. P. 73.
8. *Буров В.А., Шуруп А.С., Румянцева О.Д. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. № 12. С. 1524; *Burov V.A., Shurup A.S., Rumyantseva O.D. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2012. V. 76. No. 12. P. 1365.
9. *Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И. и др.* // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391; *Burov V.A., Shurup A.S., Zotov D.I. et al.* // Acoust. Phys. 2013. V. 59. No. 3. P. 345.
10. *Treeby B.E., Jaros J., Rendell A.P. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2012. V. 131. No. 6. P. 4324.
11. *Treeby B.E., Wise E.S., Cox B.T.* // Commun. Comput. Phys. 2018. V. 24. No. 3. P. 623.
12. *Treeby B.E., Wise E.S., Kuklis F. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2020. V. 148. No. 4. P. 2288.
13. *Rosnitskiy P.B., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2019. V. 146. No. 3. P. 1786.
14. *Зотов Д.И., Румянцева О.Д., Шуруп А.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 41; *Zotov D.I., Rumyantseva O.D., Shurup A.S.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 35.

Calculation of fields scattered by inhomogeneous area with a large wave size

D. I. Zotov^{a,*}, O. D. Rumyantseva^a, A. S. Cherniaev^a

^a*Department of Acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: burov@phys.msu.ru*

A method is proposed for finding acoustic fields scattered by an inhomogeneous area of space with a large wave size. In this case, the RAM of a personal computer is not enough to solve the direct problem at once in the entire study area. Then the area is divided into sub-areas, and the iterative procedure is organized based on problem solution in each individual sub-area.

УДК 620.193.013

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТРЕХ ИНВАРИАНТОВ В ВОЛНОВЫХ ЗАДАЧАХ ГИДРОДИНАМИКИ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

© 2024 г. В. М. Овсянников^{1, *}

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Российский университет транспорта”, Академия водного транспорта, Москва, Россия

*E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

В теории деформаций, общей для теории упругости, гидродинамики и электродинамики, закон сохранения для деформации контрольной фигуры содержит линейный, квадратичный и кубичный инварианты. Предельные переходы вывода уравнения неразрывности уничтожают квадратичный и кубичный инварианты в формуле коэффициента объемного расширения и в уравнении неразрывности. Из-за этого упрощения могут теряться описания некоторых режимов движения жидкостей и описания возможного поведения электромагнитных полей. Излагается процедура учета всех трех инвариантов в уравнениях гидродинамики и электродинамики. Для описания движений жидкости и поведения напряженности магнитного поля с учетом квадратичного и кубичного инвариантов предлагается использовать волновые дифференциальные уравнения второго и третьего порядков по времени.

DOI: 10.31857/S0367676524010249, EDN: RZAYZF

ВВЕДЕНИЕ

Центральным принципом математической физики является принцип сохранения. Он относится и к сохранению количества вещества, и к сохранению количества движения, и к сохранению энергии, и еще к ряду характеристик движения. Несмотря на очень частое его использование и обсуждение, вопрос сохранения и несохранения нельзя считать полностью изученным.

Во-первых, сохранение и несохранение может быть интегральным, относящимся к одному большому множеству, или дифференциальным, относящимся к большому числу объектов, окруженных со всех сторон такими же объектами, с которыми возможен обмен веществом или количеством энергии. Или речь может идти о локальном сохранении или несохранении для объектов, которых много, которые окружены со всех сторон подобными объектами. Но объекты при локальном сохранении или несохранении имеют малый, но конечный размер. Все геометрические построения производятся с объектами конечного размера. И только потом, использованием предельных переходов получают дифференциальные уравнения, связывающие некоторые свойства объектов. С бесконечно малыми объектами проводить геометрические построения нельзя. Поэтому конечно-разностное выражение

для закона сохранения или уравнения неразрывности следует рассматривать более обоснованным, первородным, исходным и точным, чем дифференциальное уравнение, получаемое из этого конечно-разностного уравнения предельными переходами с утратой некоторых членов высокого порядка малости и большой информативности о движении. Решение задачи с использованием дифференциальных уравнений более высокого порядка является одним из возможных способов решения задачи. Имеется и другой способ, который сводится к решению конечно-разностных уравнений.

Во-вторых, не при всех лагранжевых законах движения жидкой частицы объем деформированной в процессе течения контрольной фигуры останется постоянным, не зависящим от времени. Точнее говоря, только для экспоненциального лагранжева закона движения жидкой частицы объем контрольной фигуры останется постоянным по времени и даст общеизвестный вид уравнения неразрывности из трех слагаемых оператора дивергенции. При всех других видах лагранжева закона движения жидкой частицы к дивергенции вектора скорости добавляются члены высокого порядка малости, нарушающие сохранение. С такой ситуацией столкнулся Эйлер, использовав линейную по времени формулу Коши–Гельмгольца в качестве

лагранжева закона движения жидкой частицы при выводе уравнения неразрывности в 1752 г.

В результате Эйлер получил кубическую по времени зависимость объема контрольной фигуры вместо постоянной функции. Чтобы учесть, хотя бы приближенно, эффект сохранения, Эйлеру пришлось взять производную по времени от уравнения баланса количества вещества несжимаемой жидкости, понизив степень зависимости от времени и перейдя к уравнению неразрывности, а потом предельными переходами исключить оставшиеся слагаемые с приращением времени в первой и во второй степенях.

Об этом упрощении, не преодоленном до настоящего времени, напомнил Л. И. Седов в своем знаменитом курсе механики сплошной среды, посвященном трем дисциплинам: теории упругости, гидродинамике и электродинамике. Общей в этих курсах является теория деформаций. Она основана на использовании тензора деформаций для теории упругости и тензора скоростей деформаций для гидродинамики и электродинамики. Различие тензоров состоит только в домножении компонент тензора скоростей деформаций в стационарном течении на приращение времени $t - t_0$, чтобы получить компоненты тензора деформаций.

Рассмотрим один из лучших и полных курсов механики сплошной среды Л. И. Седова [1]. В первом томе учебника в параграфе 5 главы 2 получена формула (5.37) для коэффициента кубического расширения θ для тензора деформаций, зависящая от трех инвариантов I_1, I_2, I_3 :

$$\theta = (1 + 2I_1 + 4I_2 + 8I_3)^{1/2} - 1,$$

и на этой же странице она упрощена до приближенной формулы:

$$\theta \approx I_1,$$

учитывающей только первый инвариант с отбрасыванием второго I_2 и третьего I_3 инвариантов. То же самое делается с упрощением тензора скоростей деформаций в формуле (7.28) параграфа 7 главы 2 книги [1]. В этой формуле для скорости относительного изменения объема жидкости учтен только первый инвариант I_1 . В такой форме гидродинамические уравнения передаются сейсмологам и гидроакустикам. У сейсмологов и гидроакустиков много своих проблем в методах измерений, и они не обязаны разбираться в тонкостях и трудностях построения предлагаемого им математического аппарата гидродинамики. Таким образом, имеются возможности проявления жидкостью новых не изученных нами свойств. Исследования возможных решений уравнений гидродинамики с учетом членов высокого порядка малости необходимы, чтобы увидеть их возможное проявление в экспериментах.

Уравнения электродинамики написаны Максвеллом с привлечением гидродинамического уравнения неразрывности для описания поведения поля электрической и магнитной напряженности. Несколько лет назад физики не знали тонкостей поведения молний, радиотехнических всплесков FRB. Как было бы полезно знать раньше до этих экспериментальных открытий физический смысл неучтенных в электродинамике высших инвариантов I_2 и I_3 . Хотя бы качественное (а не количественное) представление о решениях волнового уравнения, выведенного с учетом этих инвариантов, помогло бы правильно поставить и продолжить эксперименты. Дорогостоящие сложные токамаки с большой неустойчивостью высокотемпературной плазмы проектируются по уравнениям, из которых удалены инварианты, контролирующие неустойчивость и устойчивость. Учет высших инвариантов нужен и в этой поисковой деятельности.

Эйлер в 1752 г. в классической работе *Principia motus fluidorum* [2], [3], [4] геометрически тоже вывел уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости с 15-ю слагаемыми,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \times \\ & \times \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + (t - t_0)^2 \frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)} = 0, \end{aligned}$$

а затем откинул предельными переходами 12 из них, оставив только три, вошедшие в оператор дивергенции. Физического смысла откинутых слагаемых от Л. Эйлера до Л. И. Седова никто не исследовал. В гидродинамике и в электродинамике в полном уравнении неразрывности второй инвариант домножен на приращение времени в первой степени, а третий инвариант домножен на приращение времени во второй степени. При выводе волнового уравнения гидродинамики методом Лайтхилла акустической аналогии в его неоднородной части образуются степенные функции времени, которые меняют вид решения дифференциального волнового уравнения.

Добавление в уравнение неразрывности для напряженности магнитного поля системы уравнений электродинамики членов со вторым и третьим инвариантами тоже при выводе стандартным методом Максвелла дает неоднородное волновое уравнение со степенными функциями времени в неоднородной части уравнения. Решение волнового уравнения гидродинамики даст генерацию потоком звуковых периодических волн плотности и давления, а также аналога гидравлического удара Жуковского для трехмерного течения. Решение волнового уравнения для напряженности магнитного поля дает

генерацию магнитных волн двух типов. Это гармонические сравнительно слабые волны магнитной напряженности и круто возрастающая волна типа солитона.

На пути расчета интенсивности электромагнитных волн возникает препятствие в неодинаковой размерности слагаемых неоднородной части волнового уравнения. Но полезным для физики результатом будет даже качественное, а не количественное решение о возможности появления нестационарности по времени напряженности магнитного поля за счет нелинейности стационарного распределения компонент напряженности H_x , H_y , H_z по пространственным координатам x , y , z при учете второго I_2 и третьего I_3 инвариантов уравнения неразрывности.

УРАВНЕНИЕ НЕРАЗРЫВНОСТИ С ТРЕМЯ ИНВАРИАНТАМИ

Даламбер в 1747 г. при решении задачи о приливах, происходящих в воздушной атмосфере под воздействием Луны, использовал соотношение для сохранения количества вещества в контрольной фигуре. В 1752 г. Эйлер вывел отвлеченное от конкретной задачи дифференциальное уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. На промежуточной стадии вывода оно имело большое количество слагаемых. При переводе [3] работы Эйлера с латыни на английский язык К. Трусделл объединил их в три якобиана второго порядка и один якобиан третьего порядка. Сумма трех якобианов второго порядка дает квадратичный инвариант I_2 . Якобиан третьего порядка дает кубичный инвариант I_3 . А оператор дивергенции, примененный к вектору скорости, дает линейный инвариант I_1 .

В первоначальном варианте 1752 г. работы Эйлера *Principia motus fluidorum* приведено выражение для оператора дивергенции, содержащее 15 слагаемых вместо трех, используемых всеми. Эти 12 дополнительных слагаемых оператора дивергенции, учтенные в волновом уравнении электродинамики Максвелла, суммируются со слагаемым индукции Фарадея и приводят к описанию дополнительного возникновения ЭДС. В некоторых физических явлениях экспериментально наблюдается турбулентность магнитного поля. Наблюдатели склонны ее связывать с проявлением гидродинамической турбулентности, порождающей неравномерности и пульсации магнитной напряженности. Приводящийся ниже вывод неоднородного волнового уравнения для напряженности магнитного поля с учетом вычисленных Эйлером дополнительных членов уравнения неразрывности дает основание говорить о турбулизации самого магнитного поля даже при ламинарности сопровождающих

его гидрогазодинамических течений. Показана возможность образования уединенной волны напряженности магнитного поля, возрастающей во времени по степенному закону.

Дополнение гидрогазодинамического уравнения неразрывности членами высокого порядка малости дало возможность решить около десятка гидрогазодинамических задач с получением правдоподобных результатов. В этой статье делается проверка возможности использования членов высокого порядка малости в задачах электродинамики.

В магистерской диссертации Н. Е. Жуковского [5], [6] В. А. Бубнов [7] обнаружил вычисленные члены второго порядка малости уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости. Позже, в 2006 г. автором статьи слагаемые высокого порядка малости были найдены в выводе Эйлера 1752 г. уравнения неразрывности [2], давшего понятие оператора дивергенции. К. Трусделл [3] в 1954 г., переводя с латыни на английский язык работу Эйлера [2] по его докладу 1752 г. в Берлинской АН, объединил дополнительные слагаемые второго и третьего порядка малости уравнения неразрывности в три якобиана второго порядка и в один якобиан третьего порядка. Уравнение неразрывности Эйлера для несжимаемой жидкости получило вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \times \\ & \times \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + (t - t_0)^2 \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0 \end{aligned}$$

или

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) I_2 + (t - t_0)^2 I_3 = 0.$$

Здесь u , v , w — компоненты скорости вдоль осей координат x , y , z ; $\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)}$ и $\partial(u, v, w) / \partial(x, y, z)$ — якобианы поля скорости второго и третьего порядков соответственно; t — время; t_0 — время начала деформации контрольной фигуры. Уравнение неразрывности получается взятием производной от уравнения баланса количества вещества по времени. Поэтому члены второго порядка малости уравнения баланса количества вещества, содержащие якобианы второго порядка, становятся членами первого порядка малости по времени уравнения неразрывности. Но мы будем именовать их по-прежнему членами второго порядка малости, относя степень малости к исходному уравнению баланса количества вещества.

Известно два подхода к описанию течения жидкости: лагранжев подход описания движения жидкой частицы во времени и эйлеров подход описания поля скорости жидкости. Разным лагранжевым законам движения жидкой частицы соответствуют разные эйлеровы поля скорости и разные уравнения неразрывности, отличающиеся видом добавок к оператору дивергенции вектора скорости. Эйлер, выводя закон сохранения, использовал линейный лагранжев закон движения жидкой частицы от времени, использующий формулы Коши–Гельмгольца:

$$x = (1 + at)x_b + bty_b, \quad y = ctx_b + (1 + kt)y_b.$$

Понятно, что при линейном по времени увеличении линейного размера контрольной фигуры ее площадь будет изменяться по квадратной зависимости от времени, а объем – по кубической. И это объясняет происхождение членов в уравнении неразрывности, нарушающих сохранение.

Рассмотрим другой лагранжев закон движения жидкой частицы от времени – экспоненциальный. Формула Коши–Гельмгольца, использованная Эйлером, в двухмерном плоском течении соответствует такая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = ax_b + by_b, \quad \frac{dy}{dt} = cx_b + ky_b.$$

При использовании экспоненциального по времени лагранжева закона движения жидкой частицы уравнение неразрывности не будет иметь членов высокого порядка малости, но получит другую неточность. Сделаем в приведенной выше системе дифференциальных уравнений замену начальных значений x_b, y_b на текущие значения координат x, y . Она примет вид:

$$\frac{dx}{dt} = ax + by, \quad \frac{dy}{dt} = cx + ky.$$

Ее решение дает экспоненциальный лагранжев закон движения жидкой частицы от времени. При деформации плоской контрольной фигуры одна сторона растягивается по экспоненциальному закону от времени, а другая сторона сжимается в такое же число раз. Площадь остается постоянной по времени. Уравнение неразрывности имеет классический вид без дополнительных членов. Однако экспоненциальному лагранжеву закону движения жидкой частицы будет соответствовать линейное по координатам эйлерово поле скоростей с постоянными значениями коэффициентов a, b, c, k и производных компонент скорости по координатам вида $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$.

Мы получаем, что в местах строгой линейности компонент скорости уравнение неразрывности

будет иметь общепринятый вид и генерации волн плотности и давления возникать не будет. Места же отличия поля компонент скорости от линейных будут генерировать волны.

Реальное поле скорости не может обойтись только линейными полями. Каждому лагранжеву закону движения жидкой частицы соответствуют свои добавки в уравнение неразрывности. Но дополнительные члены с высшими инвариантами I_2 и I_3 должны давать ориентировочную оценку интенсивности волнообразования. Действительное течение находится, возможно, где-то между этими двумя случаями линейного и экспоненциального лагранжева закона движения жидкой частицы.

Как было установлено, в решениях волнового уравнения для ряда гидродинамических задач дополнительные слагаемые высокого порядка малости приводят к самопроизвольному возникновению автоколебаний и гидравлическому удару. Это является причиной аварийных ситуаций. Поэтому допустимо использовать вычисленные Эйлером дополнительные слагаемые уравнения неразрывности для получения верхней оценки возможности опасного аварийного эффекта. Эти соображения относятся как к гидрогазодинамике, так и к электродинамике Максвелла.

ВЫВОД ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ ЧЛЕНОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ УРАВНЕНИЯ НЕРАЗРЫВНОСТИ

Введение в уравнение неразрывности электродинамики Максвелла членов высокого порядка малости обсуждалось на конференции [8]. Построения волнового уравнения электродинамики напряженности магнитного поля сделаем, исходя из уравнения неразрывности для сжимаемой жидкости [9] с членами высокого порядка малости, содержащими высшие инварианты:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0)\rho \times \\ & \times \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + (t - t_0)^2 \rho \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0, \end{aligned}$$

где ρ – плотность, и уравнений Максвелла для среды, не обладающей сегнетоэлектрическими и ферромагнитными свойствами:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu\epsilon_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{H} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}, \quad \text{div } \vec{E} = 0, \\ \text{div } \vec{H} &= 0, \quad \text{где } \vec{E}, \vec{H} - \text{ напряженности электрического и магнитного полей, } c - \text{ скорость света, } \epsilon_0 \text{ и } \mu_0 - \text{ электрическая и магнитная постоянные,} \end{aligned}$$

ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, \vec{J} – вектор плотности электрического тока.

Для вывода волнового уравнения для напряженности магнитного поля H_x возьмем первое уравнение Максвелла для компоненты ротора напряженности электрического поля E_x по оси x :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

и возьмем производную по времени t от обеих его частей. Получим:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial \left[\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right]}{\partial t}.$$

Сделав перестановку порядка взятия производных в правой части уравнения, получим:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = -\frac{\partial \left[\frac{\partial E_z}{\partial t} \right]}{\partial y} + \frac{\partial \left[\frac{\partial E_y}{\partial t} \right]}{\partial z}.$$

Используя приведенные ниже формулы

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = J_z + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = J_y + \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t},$$

это уравнение можно переписать так:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\partial J_y}{\partial z} + \frac{\partial J_z}{\partial y} + \\ & \frac{\partial \left[\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]}{\partial y} + \\ & \frac{\partial \left[\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right]}{\partial z} \end{aligned} \right\}.$$

Раскрыв скобки, получим:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\partial J_y}{\partial z} + \frac{\partial J_z}{\partial y} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \\ & \frac{\partial \left[\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right]}{\partial x} \end{aligned} \right\}.$$

Запишем четвертое уравнение Максвелла

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$$

в более полном виде, добавив члены с якобианами второго и третьего порядков, аналогичные полученным Эйлером точным геометрическим расчетам:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \\ & + \left[\begin{aligned} & \frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \\ & + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \end{aligned} \right] \times \\ & \times (t - t_0) + \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} (t - t_0)^2 = 0. \end{aligned}$$

Волновое уравнение для напряженности магнитного поля H_x в направлении оси x примет вид:

$$\begin{aligned} \mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = & \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left[\begin{aligned} & -\frac{\partial J_y}{\partial z} + \frac{\partial J_z}{\partial y} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \\ & + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} \end{aligned} \right] + \\ & + \frac{(t - t_0)}{\varepsilon\varepsilon_0} \left\{ \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right]}{\partial x} \right\} + \\ & + \frac{(t - t_0)^2}{\varepsilon\varepsilon_0} \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial x} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - (t - t_0) \times \\ \times \left\{ \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right]}{\partial x} \right\} - \\ - (t - t_0)^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial x}. \end{aligned}$$

Аналогично выписываем волновое уравнение для напряженности магнитного поля по оси y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_z}{\partial x} - \frac{\partial J_x}{\partial z} - (t - t_0) \times \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right]}{\partial y} - (t - t_0)^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial y} \right\}$$

и по оси z:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_x}{\partial y} - \frac{\partial J_y}{\partial x} - (t - t_0) \times \\ \times \left\{ \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right]}{\partial z} - (t - t_0)^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial z} \right\} \end{aligned}$$

Согласно полученным формулам, если в выводе волнового уравнения для напряженности магнитного поля учесть плотность электрического тока, то составляющие ротора плотности электрического тока могут генерировать гармонические волны напряженности магнитного поля. В случае отсутствия электрических токов аналогичную роль генерации волн напряженности магнитного поля могут взять на себя члены второго и третьего порядков малости оператора дивергенции, отражающие неравномерность распределения магнитостатического поля в пространстве. Здесь проявляется сходство роли дополнительных членов оператора дивергенции с производной по времени от плотности электрического тока закона индукции Фарадея 1831 г.

Недостатком полученных волновых уравнений является неодинаковость размерности членов, содержащих уединенные компоненты напряженности вида H_x , попарные произведения вида $H_x H_y$ и тройные произведения вида $H_x H_y H_z$. Неодинаковость размерностей возникла из-за использования видоизмененного четвертого уравнения Максвелла с неуравненной размерностью слагаемых.

УРАВНИВАНИЕ РАЗМЕРНОСТИ ЧЛЕНОВ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ С ОСНОВНЫМИ ЧЛЕНАМИ

Рассмотрим способ приравнять по размерности слагаемые с якобианами второго и третьего порядков к размерности основных членов, чтобы

получить хотя бы качественное (если не количественное) приближенное решение полученных волновых уравнений турбулизации напряженности магнитного поля. Напряженность магнитного \vec{H} и электрического \vec{E} полей имеет одинаковую размерность $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Эта размерность более сложная, чем для скорости V с размерностью $[L T^{-1}]$, присутствующей под знаком дивергенции в геометрических построениях Эйлера 1752 г. при выводе полного уравнения неразрывности

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \times \\ \times \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + \\ + (t - t_0)^2 \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0 \end{aligned}$$

для несжимаемой жидкости. При переписывании [9] этого уравнения в 2006 г. для сжимаемого газа и сжимаемой жидкости, для которых вместо объемного расхода SV сохраняется массовый расход ρSV , введение плотности ρ было сделано так, чтобы геометрические построения Эйлера оставить нетронутыми, а отличие в размерности учесть множителем. При записи уравнения неразрывности для сжимаемой среды плотность ρ была введена под знак дивергенции для каждой компоненты скорости, а члены с якобианами второго и третьего порядков были домножены на плотность ρ целиком. Уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости и газа приняло вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0) \rho \times \\ \times \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + \\ + (t - t_0)^2 \rho \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0. \end{aligned}$$

Итак, массовый расход сжимаемой жидкости или газа ρSV был разбит на произведение плотности ρ и объемного расхода SV для струйки с площадью единичного поперечного сечения $S = 1$.

Поступим аналогично с напряженностью магнитного поля H , выделив из размерности $(кг/м)^{0.5} с^{-1}$ в качестве множителя скорость:

$$(кг/м)^{0.5} с^{-1} = (кг/м^3)^{0.5} м/с.$$

Наводящим соображением для введения физического понятного множителя, характеризующего электромагнитное поле, является аналог плотности с размерностью $кг/м^3$, находящийся в непривычной степени 0.5. Его аналогом для электромагнитного поля может служить объемная плотность

электрического заряда q , измеряющаяся в кулонах на кубометр или $[L^{-3/2}M^{1/2}T^{-1}]$. Выражая массу в кг, линейный масштаб в м, а время в секундах, получаем $(\text{кг}/\text{м}^3)^{0.5} \text{с}^{-1} = \text{Кл}/\text{м}^3$, откуда $(\text{кг}/\text{м}^3)^{0.5} = (\text{Кл}/\text{м}^3) \text{сек}$. Таким образом,

$$[H] = [G][V].$$

Коэффициент G имеет размерность объемной плотности электрического заряда, умноженной на время. Разложение размерности напряженности магнитного поля H на необходимые сомножители имеет вид:

$$[H] = [q][\tau][V] = [G][V] = (\text{Кл}/\text{м}^3) \text{с} (\text{м}/\text{с}).$$

Здесь

$$[G] = [q][\tau] = (\text{Кл}/\text{м}^3) \text{с}.$$

Выражение для четвертого обобщенного уравнения электродинамики будет вместо $(\text{div } \vec{H} = 0)$ иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial H_z}{\partial z} + (t - t_0)G \times \\ & \times \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + (t - t_0)^2 G^2 \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} = 0. \end{aligned}$$

Для конкретизации величины q сделаем предположение, что она совпадает с плотностью электрического заряда в точке, где по волновому уравнению рассчитывается напряженность магнитного поля \vec{H} . Теперь можно произвести сокращение коэффициентов G с вынесением их из-под знаков якобианов. Получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \left[\frac{(t - t_0)G}{G^2} \right] \times \\ & \times \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + \left[\frac{(t - t_0)^2 G}{G^3} \right] \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} = 0. \end{aligned}$$

Сократим вынесенные коэффициенты G и раскроем их как $G = q\tau$. Получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \left[\frac{(t - t_0)}{\tau q} \right] \times \\ & \times \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + \left[\frac{(t - t_0)^2}{(\tau q)^2} \right] \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} = 0. \end{aligned}$$

Для конкретизации параметра τ , имеющего размерность времени, можно пойти двумя путями: считать его совпадающим с текущим временем $(t - t_0)$ или выбрать для него постоянное фиксированное значение, исходя из рассматриваемого физического процесса. В первом случае $(t - t_0)$ и τ можно сократить. Второй случай обсуждается в следующем разделе.

Сократив время в коэффициентах перед якобианами, получим для обобщенного четвертого уравнения электродинамики выражение, не содержащее времени:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{1}{q} \times \\ & \times \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] + \\ & + \frac{1}{q^2} \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} = 0. \end{aligned}$$

Используя это уравнение для вывода волнового уравнения, получим волновое уравнение, в котором не изменяются по времени коэффициенты перед якобианами второго и третьего порядков.

Волновое уравнение по оси x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \epsilon\epsilon_0\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \\ & = \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - \frac{1}{q} \times \\ & \times \left\{ \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \frac{\partial}{\partial x} \right\} - \\ & - \left(\frac{1}{q} \right)^2 \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \frac{\partial}{\partial x}, \end{aligned}$$

по оси y :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_z}{\partial x} - \frac{\partial J_x}{\partial z} - \frac{1}{q} \times \\ \times \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} - \\ - \left(\frac{1}{q} \right)^2 \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right] \end{aligned}$$

по оси z:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_x}{\partial y} - \frac{\partial J_y}{\partial x} - \frac{1}{q} \times \\ \times \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} - \\ - \left(\frac{1}{q} \right)^2 \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right] \end{aligned}$$

Правая часть каждого из уравнений накладывает на стационарное поле магнитной напряженности гармонические колебания, интенсивность которых пропорциональна производным якобианов квазистационарного поля по геометрическим координатам. Эти синусоидальные колебания могут рассматриваться начальной фазой турбулентности магнитного поля. Например, это волны турбулентности, заметные визуально по мерцанию полярных сияний, накладываемые на стационарное поле магнитной напряженности, генерируемой за счет конвекции проводящей среды при вращении планеты.

ОБРАЗОВАНИЕ ВОЛНЫ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ВОЗРАСТАЮЩЕЙ ВО ВРЕМЕНИ ПО СТЕПЕННОМУ ЗАКОНУ

Использованный при решении гидродинамических задач метод последовательных приближений предполагает, что в правой неоднородной части волнового уравнения используются известные стационарные решения, а левая часть волнового уравнения содержит "акустическое, звуковое давление", вычисляемое методом запаздывающего потенциала решения дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Аналогичный

подход предлагается применить к решению выведенных волновых уравнений электродинамики.

Вторая возможность выбора для параметра τ постоянного фиксированного значения, исходя из рассматриваемого физического процесса, приводит к сохранению переменной времени t в правых неоднородных частях волновых уравнений.

Волновое уравнение принимает вид по оси x:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - \frac{(t - t_0)}{\tau q} \times \\ \times \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} - \\ - \left[\frac{(t - t_0)}{\tau q} \right]^2 \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right] \end{aligned}$$

по оси y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_z}{\partial x} - \frac{\partial J_x}{\partial z} - \frac{(t - t_0)}{\tau q} \times \\ \times \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} - \\ - \left[\frac{(t - t_0)}{\tau q} \right]^2 \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right] \end{aligned}$$

по оси z:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = \\ = \frac{\partial J_x}{\partial y} - \frac{\partial J_y}{\partial x} - \frac{(t - t_0)}{\tau q} \times \\ \times \left\{ \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] \right\} - \\ - \left[\frac{(t - t_0)}{\tau q} \right]^2 \partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right] \end{aligned}$$

Это приводит к решениям волнового уравнения с образованием уединенной волны напряженности магнитного поля, возрастающей во времени по степенному закону. За счет членов с производными по координатам от якобианов второго порядка получается волна, возрастающая пропорционально третьей степени времени. За счет членов с производными по координатам от якобианов третьего порядка генерируется более крутая волна, возрастающая пропорционально четвертой степени времени.

Наложение степенной возрастающей функции на периодические колебания можно использовать в моделировании ухода Северного магнитного полюса с территории Канады в направлении Сибири. Согласно современным исследованиям, на совершившиеся ранее суточные вращения магнитного полюса по овалу с размером большой оси 85 км последние два десятилетия стало накладываться перемещение полюса в направлении Сибири с увеличивающейся скоростью от 15 км/год в 2000 г. до 55 км/год в 2019 г. Использование дополнительных слагаемых оператора дивергенции, вычисленных Эйлером, может быть, поможет прояснить причины наблюдаемого явления.

Если пойти на дальнейшее углубление схожести поведения поля скорости и поля напряженности магнитного поля, то получим, что на линейных полях компонент магнитного поля производные компонент напряженности магнитного поля по координатам будут постоянными, якобианы напряженности магнитного поля будут иметь тоже постоянные значения. Поэтому производные по координатам от якобианов будут нулевыми. Дополнительные неоднородные члены волнового уравнения пропадут. На линейных полях компонент магнитного поля турбулизации магнитного поля не будет. Генерацию волн напряженности можно ожидать в местах большого отличия полей компонент магнитного поля от линейных и в трехмерных полях напряженности магнитного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложен способ учета всех трех инвариантов в уравнениях гидродинамики и электродинамики.

Для описания движений жидкости и поведения напряженности магнитного поля с учетом квадратичного и кубичного инвариантов предлагается

использовать волновые дифференциальные уравнения второго и третьего порядка по времени. В неоднородную часть этих уравнений войдут квадратичный и кубичный инварианты.

Показана возможность турбулизации напряженности магнитного поля за счет учета в уравнениях электродинамики Максвелла геометрических построений Эйлера по выводу уравнения неразрывности с учетом членов высокого порядка малости.

Установлен закон сложения выведенных Эйлером дополнительных слагаемых оператора дивергенции со слагаемым Фарадея электромагнитной индукции в волновом уравнении для магнитного поля. Он позволяет заключить, что дополнительные слагаемые оператора дивергенции описывают создание дополнительной электродвижущей силы ЭДС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Седов Л.И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1970. 492 с.
2. *Euler L.* Principia motus fluidorum. Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae. V. 6. 1761. P. 271.
3. *Euleri L.* Commentationes Mechanicae ad theoriam corporum pertinentes. Volumen prius. Lausannae, 1954.
4. *Эйлер Л.* Принципы движения жидкостей. Перевод с латыни начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской Академии наук Ивановой Е.В., Овсянникова В.М. М.: Спутник +, 2020. 203 с.
5. *Жуковский Н.Е.* Кинематика жидкого тела Н.Е. Жуковского. Москва. В Унив. типогр. (Катковъ). На Страстном бульваре, 1876.
6. *Жуковский Н.Е.* Полное собрание сочинений. Т. 2. Гидродинамика. М.-Л.: ОНТИ. НКТП СССР, 1935.
7. *Vubnov V.A.* Convective heat and mass transfer in an insulated trailing swirl. N. Y.: Begell House Inc. Publ., 1998. 174 p.
8. *Овсянников В.М.* // Сб. Мат. шк. "Волны и вихри в сложных средах". 12 Междунар. конф. шк. мол. учен. М., 2021. С. 175.
9. *Овсянников В.М.* // В сб. "Проблемы аксиоматики в гидрогазодинамике". 2006. № 15. С. 19.

Use of geometric properties of three invariants in wave problems of hydrodynamics and electrodynamics

V. M. Ovsyannikov^{a, *}

^a *Russian University of Transport MIIT, Academy of Water Transport, Moscow, 127994 Russia*

^{*}*e-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru*

The theory of deformations is common to the theory of elasticity, hydrodynamics and electrodynamics. The conservation law for the deformation of the control figure contains linear, quadratic and cubic invariants. Passing to the limit of the derivation of the continuity equation destroys the quadratic and cubic invariants in the formula for the volume expansion coefficient. This simplification can lead to the loss of some fluid motion modes. This simplification can lead to the loss of some modes of behavior of electromagnetic fields. A method for taking into account three invariants in the solutions of the equations of hydrodynamics and electrodynamics is presented. For this, wave differential equations of the second and third order in time are used.

Keywords: continuity equation, high-order terms of smallness, Maxwell's equations of electrodynamics, wave equation, magnetic field.

УДК 532.59

О ПОРОГОВОМ ЗНАЧЕНИИ АМПЛИТУДЫ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ, ВЫЗЫВАЮЩИХ РЯБЬ ФАРАДЕЯ НА ЗАРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2024 г. Д. Ф. Белоножко¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Ярославский государственный университет имени П. Г. Демидова”, Ярославль, Россия

*E-mail: belonozhko@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

В рамках приближения возмущений малой амплитуды изучено влияние поверхностного электрического заряда на закономерности образования ряби Фарадея на горизонтальной заряженной поверхности вязкой жидкости. Установлены характерные горизонтальные размеры ряби Фарадея, на формировании которых изменение поверхностной плотности заряда и вязкости сказывается наиболее существенно.

DOI: 10.31857/S0367676524010258, EDN: RYVENX

ВВЕДЕНИЕ

В год открытия закона электромагнитной индукции (1831 г.) М. Фарадей опубликовал еще одну любопытную работу [1], в которой описал образование периодических ячеек, слабо искажающих горизонтальную свободную поверхность жидкости, находящейся в вертикально осциллирующем контейнере. Феномен стали называть “неустойчивость Фарадея”, а картину искажений свободной поверхности — “рябь Фарадея”. Характерный размер ряби напрямую связан с интенсивностью инициируемых в объеме конвективных течений, существенно влияющих на протекание различных природных и технологических процессов. Феномен довольно просто моделируется в рамках модели идеальной жидкости [2]. Учет же диссипации и разработка способов управления характерными размерами ряби, особенно в терминах, доступных для качественного и прикладного анализа явления, до сих пор требуют совершенствования расчетных методов [3–5].

В настоящей работе в приближении возмущений малой амплитуды решена задача обнаружения волновых искажений, отвечающих за образование ряби Фарадея на заряженной горизонтальной поверхности вязкой (в том числе сильно вязкой) жидкости. Исследовалось влияние поверхностного электрического заряда на условия образования ряби Фарадея.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ с осью Oz , направленной вертикально вверх, против направления действия поля силы тяжести \mathbf{g} . Нижнее полупространство $z < 0$ полагалось заполненным идеально проводящей несжимаемой жидкостью с плотностью ρ , коэффициентом поверхностного натяжения γ и кинематической вязкостью ν . Считалось, что система координат $Oxyz$ вместе с жидкостью совершает малые гармонические колебания с амплитудой a и циклической частотой 2ω относительно некоторой земной инерциальной системы. На плоской равновесной свободной поверхности жидкости задавалось равномерное распределение поверхностного электрического заряда, создающего в верхнем полупространстве перпендикулярное к поверхности однородное электрическое поле с напряженностью E_0 . Исследовалась устойчивость равновесного состояния системы по отношению к малым волновым возмущениям свободной поверхности жидкости $z = \xi(t, x)$ (символ t обозначает время). Для простоты полагалось, что поля скоростей, давления и возмущения электрического потенциала зависят только от горизонтальной координаты x и не зависят от y .

Для решения использовались безразмерные переменные, в которых $\rho = g = \gamma = 1$. По времени осуществлялся переход к вспомогательному

параметру $\tau = \omega t$. Математическая формулировка задачи расчета возмущенного поведения системы состоит из уравнений электрогидродинамики вязкой несжимаемой жидкости и соответствующих граничных условий. В первом приближении по амплитуде волнового возмущения $\xi \sim \exp(ikx)$ волновым числом k математическая формулировка задачи имеет вид [4, 5]:

$$z > 0 : \partial_{xx}\varphi + \partial_{zz}\varphi = 0; \quad (1)$$

$$z < 0 : \omega \partial_\tau u + \partial_x p - v(\partial_{xx} u + \partial_{zz} v) = 0; \quad (2)$$

$$\omega \partial_\tau v + \partial_z p - v(\partial_{xx} v + \partial_{zz} v) = 0; \quad (3)$$

$$\partial_x u + \partial_z v = 0; \quad (4)$$

$$z = 0 : \varphi - E_0 \xi = 0; \quad (5)$$

$$\omega \partial_x \xi = v; \quad (6)$$

$$\partial_z u + \partial_x v = 0; \quad (7)$$

$$-\xi + 4a\omega^2 \cos(2\tau) + p - 2\rho v \partial_z v - E_0 \partial_z \varphi = -\partial_{xx} \xi; \quad (8)$$

$$z \rightarrow \infty : \partial_x \varphi \rightarrow 0; \quad \partial_z \varphi \rightarrow 0; \quad (9)$$

$$z \rightarrow -\infty : u \rightarrow 0; \quad v \rightarrow 0. \quad (10)$$

Здесь $u \equiv u(t, x, z)$ и $v \equiv v(t, x, z)$ – безразмерные горизонтальная и вертикальная компоненты поля скоростей; $p \equiv p(t, x, z)$ – безразмерная добавка к равновесному значению давления $P_0 = -gz$; $\varphi \equiv \varphi(t, x, z)$ – возмущение равновесного электрического потенциала $\Phi_0 = -E_0 z$. Все безразмерные физические величины измеряются в единицах своих характерных масштабов. Характерным масштабом длины является капиллярная постоянная $l_* = \alpha = \sqrt{\gamma / (\rho g)}$, а времени – величина $t_* = \sqrt[4]{\gamma / (\rho g^3)}$. Остальные масштабы строятся естественным образом. Например, для вязкости, измеряемой в СГС в Стоксах: $\text{Ст} = \text{см}^2/\text{с}$, характерный масштаб равен $v_* = l_*^2 / t_* = \sqrt[4]{\gamma^3 / (\rho^3 g)}$. Так, вода при нормальных условиях обладает размерной вязкостью 0.01 Ст . Характерный масштаб вязкости при $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, $\gamma = 72 \text{ дин/см}$ и $g = 981 \text{ см/с}^2$ составляет 4.4 Ст . Значит, безразмерная вязкость равна $\nu = 0.01 \text{ Ст} / 4.4 \text{ Ст} = 0.0022$.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В системе соотношений (1)–(9), помимо постоянных коэффициентов при неизвестных и их производных, присутствует коэффициент $\sim \cos(2\tau)$. Это означает, что рассматривается динамическая система с параметрической раскачкой. Согласно теории Флоке [4–6], переходный режим

(нейтральная устойчивость по отношению к параметрической раскачке) между устойчивым состоянием динамической системы и состоянием с нарастающей амплитудой начального возмущения выделяется среди прочих решений присущим только ему отличительным свойством. В режиме нейтральной устойчивости все неизвестные функции периодически зависят от параметра τ . Одному типу таких решений соответствует период π , а другому – вдвое больший. При этом закон эволюции волнового возмущения с волновым числом k раскладывается в ряд Фурье:

$$\xi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\tau - ikx). \quad (11)$$

Для других неизвестных u, v, p, φ необходимо еще учесть зависимость коэффициентов разложения от вертикальной координаты z :

$$u = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(z) \exp(in\tau - ikx); \quad (12)$$

$$v = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(z) \exp(in\tau - ikx);$$

$$p = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_n(z) \exp(in\tau - ikx);$$

$$\varphi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n(z) \exp(in\tau - ikx).$$

Подставляя (11) в (1)–(3) и учитывая условия (8), (9), несложно уточнить вид входящих в (11) функций от z :

$$f_n(z) = A_n \exp(kz) + B_n \exp(Q_n z);$$

$$F_n(z) = i A_n \exp(kz) + \frac{ik}{Q_n} B_n \exp(Q_n z);$$

$$G_n(z) = \frac{\omega n}{k} A_n \exp(kz); \quad H_n(z) = R_n \exp(kz);$$

$$Q_n = \sqrt{k^2 + \frac{in\omega}{\nu}}. \quad (13)$$

Для затухания движения с глубиной при вычислении квадратного корня здесь и далее следует брать его ветвь с положительной действительной частью.

Подставляя (10)–(12) в граничные условия (4)–(7), несложно получить систему однородных линейных уравнений для определения констант A_n, B_n, G_n, H_n и c_n . Постоянные A_n, B_n, G_n, H_n легко

исключаются. Остается бесконечная система линейных однородных уравнений относительно c_n :

$$M_n c_n - q(c_{n-2} + c_{n+2}) = 0; \tag{13}$$

$$n = -\infty \dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots \infty;$$

$$M_n = (\Omega^2 - n^2 + 4in\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2}\sqrt{\delta + in}); \tag{14}$$

$$\Omega^2 = \frac{k(1 + k^2 - kW)}{\omega^2}; \quad W = \frac{E_0^2}{4\pi\sqrt{\rho g \gamma}}; \tag{15}$$

$$\delta = \frac{\nu k^2}{\omega}; \quad q = 2ak.$$

Безразмерный параметр W пропорционален квадрату поверхностной плотности электрического заряда $\sigma_0^2 \sim E_0^2$. Он характеризует отношение электрических и капиллярных сил на гребнях волновых возмущений. Известно [7], что при $W < 2$ капиллярные силы преобладают и стабилизируют свободную поверхность по отношению к действию электрических сил. При $W = 2$ среди волновых возмущений принципиально выделяется возмущение с безразмерным волновым числом $k = 1$. На гребнях этого возмущения электрические и лапласовские силы в точности сбалансированы. Но даже исчезающе малая закритичность $W > 2$ нарушает баланс в пользу электрических сил [7, 8]. С ростом надкритичности к разбалансировке подключаются сначала совсем близкие к значению $k = 1$ волновые возмущения, а затем и “соседи” из более широкой окрестности значения $k = 1$. При росте $W > 2$ вокруг $k = 1$ формируется целый диапазон волновых чисел (тем более широкий, чем больше W), участвующих в развитии неустойчивости поверхности по отношению к избытку электрического заряда. Она известна как неустойчивость Тонкса-Френкеля [7, 8] (НТФ). На практике на закритически заряженной поверхности жидкости (даже в отсутствие вибрации) наблюдается формирование конусообразных выступов – конусов Тейлора [9]. С их вершин избыточный заряд сбрасывается в виде маленьких сильно заряженных капелек. Соответствующая безразмерному значению $k = 1$ длина волны равна $2\pi\alpha$ – мода с длиной волны примерно в шесть капиллярных постоянных оказывается наиболее чувствительной к НТФ. Настоящее исследование ограничивается изучением неустойчивости, вызванной параметрической раскачкой системы. Во всех расчетах параметр W оставался в пределах, гарантирующих преобладание лапласовских сил над электрическими: $0 \leq W < 2$. Для воды это соответствует изменению значений напряженности электрического поля, перпендикулярного заряженной поверхности от нуля до примерно 25 кВ/см.

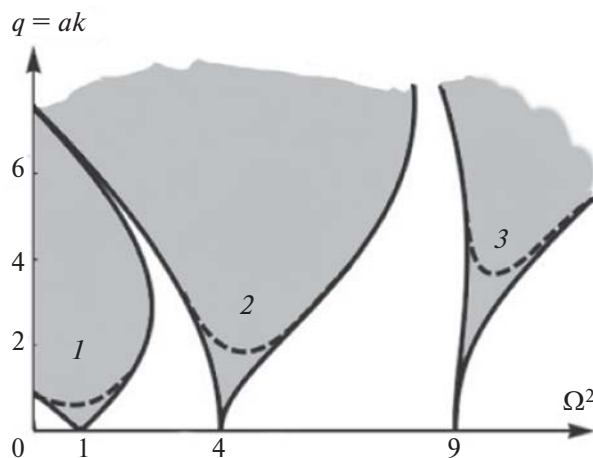


Рис. 1. Зоны неустойчивости уравнения Матье на плоскости параметров (Ω^2, q) .

В условиях параметрической раскачки связь параметров задачи в состоянии нейтральной устойчивости определяется условием разрешимости системы (13). При нулевой вязкости система упрощается:

$$(\Omega^2 - n^2)c_n - q(c_{n-2} + c_{n+2}) = 0. \tag{16}$$

Точно такая же система получается, если идею периодичности нейтрально устойчивого состояния применить к известному уравнению Матье:

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} + (\Omega^2 - 2q \cos(2\tau))\zeta = 0. \tag{17}$$

Считая в (17) неизвестную $\zeta \equiv \zeta(\tau)$ периодической по своему аргументу и представляя ее рядом Фурье $\zeta = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\tau)$, легко выяснить, что для коэффициентов разложения c_n получается в точности система (16).

Таким образом, в пределе нулевой вязкости все сводится к известным результатам, подробно разобранным для уравнения Матье (17) [2, 10]. Области неустойчивости решений уравнения (17) изображаются на плоскости параметров (q, Ω^2) [10] (см. рис. 1). Это клинообразные плоские фигуры, которые при $q = 0$ вонзаются своими заострениями в точки оси Ω^2 : $\Omega^2 = 1; 2^2; 3^2; \dots$. Выделяют первую, вторую, третью и следующие за ними области неустойчивости. Параметр $q = ak$ пропорционален амплитуде вертикальных вибраций. Поэтому из равенства $q = 0$ следует, что в условиях параметрического резонанса – при $\Omega^2 = 1; 2^2; 3^2; \dots$ – даже исчезающе малая амплитуда a вибрации системы инициирует образование ряби Фарадея.

Система (13) отличается от своего простого предела (17) наличием слагаемых с вязкостью. В работах [4, 5, 11] отмечено, что вязкость влияет на форму и размер областей неустойчивости. При наличии диссипации заостренные минимумы границ зон неустойчивости скругляются. На рис. 1 это схематически изображено пунктирными линиями (изображение сугубо условное и не связано с конкретным значением вязкости). Положение минимумов располагается на некоторой высоте $q_{\min} > 0$ над осью Ω . Теперь условием параметрического резонанса являются значения Ω_{\min} , при которых граница области неустойчивости достигает минимума $q_{\min} = a_{\min}k > 0$. Ничтожно малая по амплитуде вибрация уже не способна раскачать малые волновые возмущения и заставить их формировать рябь Фарадея. Теперь необходимо, чтобы амплитуда a вертикальных вибраций системы превысила пороговое значение $a_{\min} = q_{\min} / k$. Задача определения порогового значения амплитуды вибраций при заданной вязкости сводится к вычислению значений минимумов кривых, задающих границы зон параметрической неустойчивости. Последние

рассчитываются через условие разрешимости системы (13).

Система уравнений (13) распадается на две независимые подсистемы [4]. Первая формируется при нечетных значениях n , а вторая – при $n = 0$ и четных n . Чтобы ряд (10) сходился, его коэффициенты должны стремиться к нулю при $|n| \rightarrow \infty$. Поэтому условия разрешимости обеих систем записываются в виде стремления к нулю двух последовательностей определителей нарастающего порядка [4] (по числу учтенных на данном шаге уравнений).

Наиболее важной является первая зона неустойчивости. Она менее чувствительная к диссипации и четко проявляется в эксперименте [2, 4, 5, 11]. Именно ее минимум определяет пороговое значение амплитуды вертикальных вибраций, которое необходимо превысить для образования на свободной поверхности ряби Фарадея. Для других зон этот порог выше [11]. В главном приближении уравнение первой зоны неустойчивости на плоскости параметров $q, (\Omega^2)$ строится с помощью определителя второго порядка (подробнее см. [4]):

$$\begin{vmatrix} \Omega^2 - 1 + 4i\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2}\sqrt{\delta+i} & -q \\ -q & \Omega^2 - 1 - 4i\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2}\sqrt{\delta-i} \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

Несложно привести (18) к действительной форме, аналитически определить положение минимума Ω_{\min} и его значение q_{\min} . После подстановки в полученные соотношения явных выражений для q, δ , и Ω^2 (см. (19)) возникают уравнения:

Уравнение (21) решалось численно относительно ω при фиксированных значениях k, W и других параметров. Результат решения вместе со значением k подставлялся в (20). В итоге для заданных значений k и W получалось пороговое значение амплитуды вибраций a_{\min} , ниже которого рябь Фарадея с характерным масштабом $\sim \lambda = 2\pi / k$ образуется.

$$a_{\min} = \frac{1}{2k} \left(16 \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2 - 8 \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^4 + 8 \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^3 \times \sqrt{1 + \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2} - 16\sqrt{2} \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^{5/2} \times \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2} - \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (20)$$

$$\frac{k(1+k^2-kW)}{\omega^2} = 1 - 4 \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2 + 2\sqrt{2} \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^{3/2} \sqrt{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu k^2}{\omega} \right)^2} + \frac{\nu k^2}{\omega}} \quad (21)$$

Уравнение (21) является трансцендентным. Его решение при заданном значении k определяет резонансное для данного возмущения значение ω .

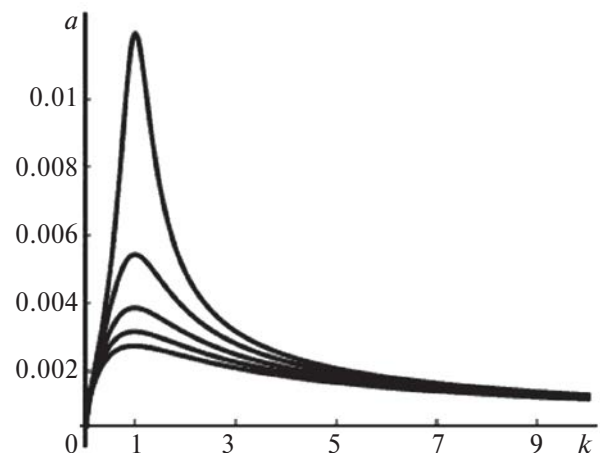


Рис. 2. Зависимость безразмерного порогового значения амплитуды вертикальных вибраций a от безразмерного волнового числа при значении безразмерной вязкости $\nu = 0.002$ и различных значениях параметра Тонкса-Френкеля: 1 – $W = 0$; 2 – $W = 0.5$; 3 – $W = 1.0$; 4 – $W = 1.5$; 5 – $W = 1.9$.

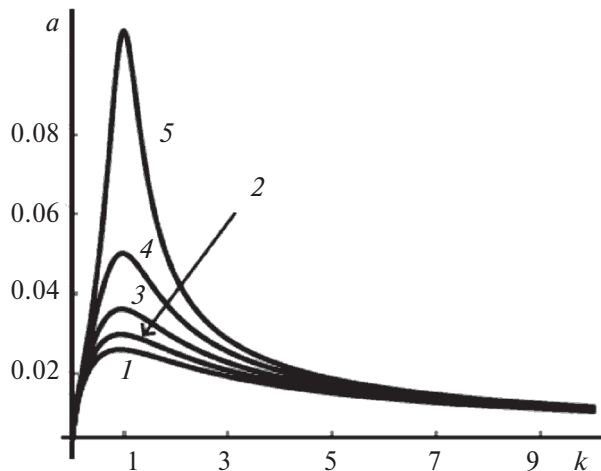


Рис. 3. Зависимости, аналогичные рис. 2, но построенные при безразмерном значении вязкости $\nu = 0.02$.

Безразмерное пороговое значение a_{\min} определялось в долях капиллярной постоянной жидкости.

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На рис. 2 показаны зависимости порогового значения амплитуды вибраций от волнового числа возмущения, вызывающего рябь Фарадея. Зависимости рассчитаны при безразмерной вязкости $\nu = 0.0022$, что соответствует воде при нормальных условиях. Разные кривые отвечают различным значениям поверхностной плотности электрического заряда, характеризуемой параметром $0 \leq W < 2$. Расчеты показали, что вне диапазона волновых чисел $D_k = \{k : 0.1 < k < 10\}$ пороговые значения амплитуды вибраций при различных значениях $0 \leq W < 2$ отличаются друг от друга менее чем на десятые доли максимальной величины. Внутри диапазона D_k влияние поверхностного заряда весьма отчетливо. Из рис. 2 видно, что наиболее существенно поверхностный заряд влияет на пороговое значение волновой моды с $k = 1$ и окрестные значения, что соответствует масштабу ряби Фарадея $2\pi a$ — примерно шесть капиллярных постоянных. Эта же волновая мода наиболее чувствительна к возбуждению НТФ — неустойчивости по отношению к избытку поверхностного электрического заряда. Дело в том, что увеличение поверхностной плотности заряда стремится инициировать рост амплитуды возмущений по аperiodическому сценарию [7]. Тем самым НТФ препятствует развитию вибрационной неустойчивости, подразумевающей нарастание амплитуды колебательных движений. Амплитудный порог вибрационной неустойчивости заметно растет с увеличением поверхностной плотности заряда и особенно для моды с $k = 1$, наиболее чувствительной к НТФ.

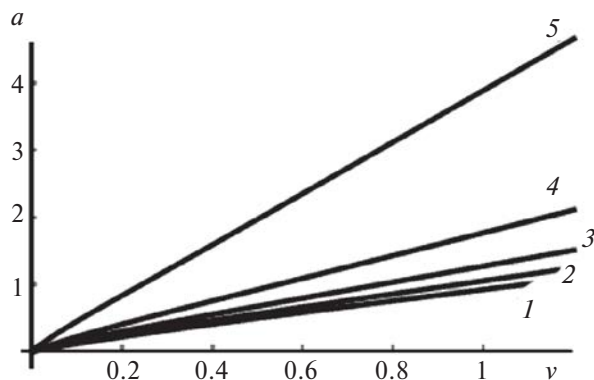


Рис. 4. Зависимость безразмерного порогового значения амплитуды вертикальных вибраций от безразмерной вязкости при значении безразмерного волнового числа $k = 1$ и различных значениях параметра Тонкса-Френкеля: 1 — $W = 0$; 2 — $W = 0.5$; 3 — $W = 1.0$; 4 — $W = 1.5$; 5 — $W = 1.9$.

На рис. 3 можно видеть те же зависимости, что и на рис. 2, но рассчитанные при на порядок большем значении безразмерной вязкости. Хотя форма кривых не изменилась, масштаб по вертикальной оси стал на порядок грубее. Расчеты показали, что при увеличении безразмерной вязкости и фиксированном значении остальных параметров пороговое значение амплитуды вибраций растет по закону, близкому к линейному. Закономерность сохраняется даже при большой вязкости, характерной, например, для глицерино-содержащих рабочих жидкостей [12]. Рис. 4 иллюстрирует, как изменяются пороговые значения амплитуды вибраций в зависимости от вязкости для моды с $k = 1$ при различных значениях W .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Индексирование на свободной поверхности жидкости электрического заряда оказывает влияние на чувствительность этой поверхности к малым вертикальным вибрациям, вызывающим появление ряби Фарадея. Увеличение поверхностной плотности заряда приводит к увеличению порогового значения амплитуды вибраций, ниже которого образованию ряби Фарадея препятствует диссипация. Особенно действенно — до увеличения амплитудного порога вибраций на порядок — поверхностный электрический заряд подавляет процесс образования ячеек с размером порядка шести капиллярных постоянных и смежные масштабы. При любой докритической (в смысле реализации неустойчивости по отношению к избытку электрического заряда) поверхностной плотности заряда пороговое значение амплитуды вертикальных

вibrаций линейно зависит от вязкости, в том числе для сильно вязких жидкостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Faraday M.* // Phil. Trans. Royal Soc. London. 1831. V. 121. P. 209.
2. *Benjamin T.B.* // Proc. Royal Soc. London. A. 1954. V. 225. No. 1163. P. 505.
3. *Yuan S., Zhang Y., Gao Y.* // Phys. Rev. Fluids. 2022. V. 7. No. 3. Art. No. 033902.
4. *Белоножко Д.Ф., Апарнева А.В.* // Динам. сист. 2018. Т. 8(36). № 1. С. 51.
5. *Белоножко Д.Ф., Апарнева А.В.* // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2017. № 6. С. 1760401.
6. *Карлов Н.В., Кириченко Н.А.* Колебания, волны, структуры. М.: Физматлит, 2003. 496 с.
7. *Френкель Я.И.* // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348.
8. *Tonks L.* // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 562.
9. *Taylor G.I., McEwan A.D.* // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. No. 1. P. 1.
10. *Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С.* Теория колебаний. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 272 с.
11. *Любимов Д.В., Любимова Т.П., Черепанов А.А.* Динамика поверхности раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003. 216 с.
12. *Пильгунов В.Н., Ефремова К.Д.* // Радиостроение. 2020. № 06. С. 1.

On the threshold value of the vertical vibrations amplitude causing Faraday ripples on the charged surface of a viscous liquid

D. F. Belonozhko^{a, *}

^a Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, 150003 Russia

*e-mail: belonozhko@mail.ru

The influence of the surface electric charge on the regularities of the formation of Faraday ripples on the horizontal surface of a viscous liquid is studied on the base of the approximation of small-amplitude perturbations. The typical horizontal dimensions of the Faraday ripples are established which is most significantly affected by the surface charge density and viscosity.

УДК 532.59

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В КОНЦЕНТРАЦИОННО СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2024 г. А. А. Очиров¹, *

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Институт проблем механики имени
А. Ю. Ишлинского Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: otchirov@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Изучено распространение двумерных периодических капиллярно-гравитационных периодических возмущений свободной поверхности в вязкой равномерно стратифицированной жидкости, плотность которой зависит от солености. Показано, что существуют дополнительные компоненты течения, отсутствующие в модели идеальной жидкости. Получены выражения, описывающие тонкую структуру течения. Полученные дисперсионные соотношения равномерно сходятся к известным выражениям в предельных случаях.

DOI: 10.31857/S0367676524010262, EDN: RYULMY

ВВЕДЕНИЕ

Исследование периодических течений на поверхности жидкости исследуется экспериментально и теоретически на протяжении более трех веков. Современные представления собраны в классических обобщающих работах [1–3]. Начиная с XX в., исследователи стали изучать движение вязкой жидкости. Периодическому движению в вязкой жидкости посвящено большое количество обзорных работ и оригинальных теоретических и экспериментальных исследований [4–7]. Периодические течения в однородных и стратифицированных жидкостях имеют большой академический и прикладной интерес. В недавних работах анализировались волны, которые сгенерированы подводными лодками [8], судами на подводных крыльях [9]. Исследование [10] посвящено экспериментальному анализу поведения илового слоя под воздействием поверхностных периодических возмущений жидкости.

В экспериментальных исследованиях импакта капли можно заметить сложную структуру течения, включающую в себя капиллярно-гравитационные волны, вихри, струи и тонкие волокна на всех этапах развития процесса [11–12]. В работах [13–14] были проанализированы волны, возникающие в идеальных стратифицированных однослойных и двухслойных средах. Дисперсионные уравнения и их анализ для разных компонентов, в том числе определяющих тонкую структуру течения в вязких однородных

и стратифицированных жидкостях без указания природы стратификации, проведены в [15–16]. В настоящей работе проведен анализ распространения поверхностных периодических возмущений в вязкой экспоненциально стратифицированной жидкости, в которой стратификация связана с неравномерным распределением концентрации примеси. Исследованы периодические течения солености, возникающие при распространении периодических возмущений свободной поверхности жидкости.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим полубесконечную неограниченную вязкую жидкость с кинематической вязкостью ν и коэффициентом поверхностного натяжения σ , находящуюся в поле сил тяжести $\vec{g} = (0, 0, -g)$, занимающую нижнее полупространство $z < 0$ в декартовой системе координат $Oxuz$, в которой ось Oz направлена вертикально вверх, а плоскость Oxu совпадает с равновесным положением свободной поверхности жидкости. Рассмотрим плоские периодические возмущения свободной поверхности жидкости $z = \zeta(x, t)$, а движение жидкости при этом будем считать независимым от горизонтальной координаты u . В естественных условиях в жидкости присутствует стратификация по плотности, связанная с естественными процессами. В настоящей работе рассматривается модель, учитывающая стратификацию, связанную с неравномерностью

концентрации примеси, при этом плотность ρ определяется выражением:

$$\rho = \rho_0(z) \left(1 + \alpha_S (S(x, z, t) - S_0) \right). \quad (1)$$

Здесь $\rho_0(z) = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda)$ – функция, задающая исходную стратификацию, $\Lambda = |\text{dln } \rho / \text{d}z|^{-1}$ – масштаб стратификации, ρ_{00} – значение плотности на равновесном уровне $z = 0$, α_S – коэффициент солевого уплотнения, $S(x, z, t) = S_0 + \tilde{S}(x, z, t)$ – функция, определяющая соленость, S_0 – равновесное значение, а \tilde{S} – периодическое возмущение солености. Математическая формулировка задачи базируется на упрощенной системе фундаментальных уравнений [1, 17], в которой пренебрегается эффектами, связанными с переносом тепла, и включает помимо выражения (1) уравнение Навье-Стокса, уравнение неразрывности и уравнение диффузии для функции солености:

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho(\partial_t \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) = \rho \nu \Delta \vec{u} - \nabla P + \rho \vec{g} \\ \partial_t \rho + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \text{div } \vec{u} = 0 \\ \partial_t S + \vec{u} \cdot \nabla S - \kappa_S \Delta S - Q_S = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь символом \vec{u} обозначается поле скоростей, которое в двумерном случае представляется в виде $\vec{u} = u \vec{e}_x + w \vec{e}_z$, κ_S – коэффициент диффузии, Q_S – функция источников, а функция $\zeta = \zeta(x, t)$

определяет отклонение свободной поверхности жидкости от равновесного положения $z = 0$. Давление жидкости P представляется в виде суммы атмосферного P_0 и гидростатического давления и поправки \tilde{P} , связанной с периодическим движением:

$$P = P_0 + \int_z^\zeta \rho(x, \xi, t) g d\xi + \tilde{P}(x, z, t) \quad (3)$$

Задача (2) характеризуется набором собственных параметров, которые определяют временные и пространственные масштабы наблюдаемых явлений. Набор собственных параметров задачи и их значения для жидкости с параметрами воды в моделях сильно- и слабо стратифицированных жидкостей, а также в моделях актуально- и потенциально однородных жидкостей представлен в таблице 1.

Задача (1)–(3) дополняется стандартными граничными условиями на свободной поверхности жидкости $z = \zeta$:

$$z = \zeta : \partial_t(z - \zeta) + \vec{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0 \quad (4)$$

$$P - P_0 - \sigma \nabla \cdot \vec{n} - 2\rho \nu \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla \vec{u}) = 0 \quad (5)$$

$$\vec{\tau} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla \vec{u}) + \vec{n} (\vec{\tau} \cdot \nabla \vec{u}) = 0 \quad (6)$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}} \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{e}_x + \partial_x \zeta \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}$$

Таблица 1. Характерные масштабы рассматриваемых сред

Параметр	Жидкость			
	Стратифицированная		Однородная	
	Сильно	Слабо	Потенциально	Актуально
Частота плавучести N, c^{-1}	1	0.01	0.00001	0.0
Период плавучести T_b	10 с	10 мин	10 дней	∞
Капиллярно-вязкий временной масштаб $\tau_{vg}^\gamma = \gamma(\nu g)^{-1}, c$	7	7	7	7
Капиллярно-диффузионный временной масштаб $\tau_{\kappa_S g}^\gamma = \gamma(\kappa_S g)^{-1}, c$	7000	7000	7000	7000
Масштаб стратификации Λ	10 м	100 км	10^8 км	∞
Вязкий волновой масштаб $\delta_N^{gv} = (g\nu)^{1/3} N^{-1}, \text{ см}$	2	200	$2 \cdot 10^6$	∞
Диффузионный волновой масштаб $\delta_N^{\kappa_S} = (g\kappa_S)^{1/3} N^{-1}, \text{ см}$	0.2	20	$2 \cdot 10^5$	∞
Микромасштаб Стокса $\delta_N^\nu = \sqrt{\nu/N}, \text{ см}$	0.1	1	30	∞
Диффузионный микромасштаб $\delta_N^{\kappa_S} = \sqrt{\kappa_S/N}, \text{ см}$	0.003	0.03	1	∞
Капиллярная постоянная $\delta_g^\gamma = \sqrt{\gamma/g}, \text{ см}$	0.3	0.3	0.3	0.3

Здесь символами \vec{n} и $\vec{\tau}$ обозначены вектор нормали и касательной к свободной поверхности соответственно.

Рассмотрим задачу в приближении Буссинеска в отсутствие источников $Q_S = 0$. В этом случае жидкость считается несжимаемой и с учетом сделанных упрощений можно ввести функцию тока ψ , производные которой характеризуют компоненты скорости:

$$u = \partial_z \psi, \quad w = -\partial_x \psi. \quad (7)$$

В линейном приближении по малому параметру, имеющему смысл отношения амплитуды к длине волны после проведения процедуры снесения граничных условий на равновесную поверхность $z = 0$ задача запишется в виде:

$$z < 0 : \partial_{tt} \Delta \psi - \nu \partial_t \Delta \Delta \psi + N^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \partial_{xx} \psi = 0, \quad (8)$$

$$\partial_t \tilde{S} - \kappa_S \Delta \tilde{S} = 0, \quad (9)$$

$$z = 0 : \partial_t \zeta + \partial_x \psi = 0, \quad (10)$$

$$\nu \partial_{tz} \Delta \psi - \partial_{tzz} \psi + g \partial_{xx} \psi + 2\nu \partial_{txz} \psi - \gamma \partial_{xxxx} \psi = 0, \quad (11)$$

$$\partial_{zz} \psi - \partial_{xx} \psi = 0, \quad (12)$$

$$z \rightarrow -\infty : \partial_z \psi \rightarrow 0, \quad \partial_x \psi \rightarrow 0. \quad (13)$$

Здесь символом $N = \sqrt{g/\Lambda}$ обозначена частота плавучести, которая в настоящей модели не зависит от глубины, а символом $\gamma = \sigma/\rho_{00}$ обозначен нормированный на равновесную плотность коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Будем искать решение задачи (8)–(13) для функции тока и возмущения солёности в виде периодических возмущений:

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \tilde{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_m \exp(k_z z) \\ S_m \exp(k_z z) \end{pmatrix} \exp(ik_x x - i\omega t) + C.C. \quad (14)$$

Здесь Y_m, S_m – амплитуды соответствующих величин, а символом $C.C.$ обозначены комплексно-сопряженные слагаемые. Положительно определенная частота периодического движения обозначена символом $\omega > 0$, а символами $k_{x,z,S}$ обозначены компоненты волновых векторов, которые могут быть комплексными. Подставляя вид решения (14) в уравнения (8)–(9), получим дисперсионные соотношения, связывающие компоненты волновых векторов для функции тока и возмущений солёности:

$$\begin{aligned} \omega(k_x^2 - k_z^2) \left(i\nu(k_x^2 - k_z^2) + \omega \right) - \\ - N^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) k_x^2 = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\kappa_S(k_x^2 - k_{zS}^2) - i\omega = 0. \quad (16)$$

Уравнения (15)–(16) удобно анализировать в безразмерном виде, в качестве параметров безразмеривания выбрав собственные масштабы задачи. В качестве временного масштаба – обратную частоту плавучести $\tau_N = N^{-1}$, а в качестве пространственного масштаба – вязкий волновой масштаб δ_N^v [16]. При выбранных параметрах безразмеривания естественным образом возникает малый параметр $\varepsilon = \delta_g^v / \delta_N^{gv} = N\nu^{1/3} / g^{2/3}$, определяющий отношение собственного вязкого масштаба к вязкому волновому. В безразмерном виде дисперсионные уравнения (15)–(16), определяющие связь между безразмерной частотой ω_* и безразмерными компонентами волновых векторов $k_{*x,z,S}$, выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_* (k_{*x}^2 - k_{*z}^2) \left(i\varepsilon(k_{*x}^2 - k_{*z}^2) + \omega_* \right) - \\ - \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) k_{*x}^2 = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{\varepsilon}{Sc} (k_{*x}^2 - k_{*zS}^2) - i\omega_* = 0. \quad (18)$$

Здесь $Sc = \nu/\kappa_S$ – число Шмидта. Для широкого класса жидкостей число Шмидта можно считать большим. Уравнения (17)–(18) решаются при помощи теории сингулярных возмущений [18]. Для различия вида корней сингулярные решения для волновых чисел, определяющих возмущения функции тока, переобозначены k_{*l} :

$$\begin{aligned} k_{*z} &= \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \\ &\approx \pm k_{*x} \frac{\sqrt{\omega_*^2 - \exp(-z/\Lambda)}}{\omega_*}, \\ k_{*l} &= \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \\ &\approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*}. \\ k_{*zS} &= \pm \sqrt{k_{*x}^2 - i\frac{Sc}{\varepsilon} \omega_*} \approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Sc}{\varepsilon}} \omega_*. \end{aligned} \quad (19)$$

В решениях (19) регулярные компоненты при положительной определенной частоте имеют малую мнимую часть по сравнению с действительной. Такие компоненты течения описывают волны на поверхности жидкости. У сингулярных компонентов течения мнимая и действительная часть сравнимы по модулю. Такие компоненты течения определяют

лигаменты – тонкую структуру течения, проявляющуюся в виде тонких струй, присоединенных к волне. С учетом выражений (18) решение задачи необходимо искать в виде:

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \tilde{S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_m (\exp(k_z z) + \beta \exp(k_l z)) \\ S_m \exp(k_z z) \end{pmatrix} \times \exp(ik_x x - i\omega t) + C.C. \quad (20)$$

Граничные условия (10)–(12) определяют связь между амплитудами и задают дисперсионное уравнение, связывающее компоненты волновых векторов с частотой и другими параметрами задачи. Подстановка (20) в граничные условия приводит к соотношению:

$$\beta = -\frac{k_x^2 + k_z^2}{k_x^2 + k_l^2} \quad (21)$$

и условию совместности:

$$\begin{aligned} & (k_x^2 + k_z^2) \left(k_l \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + i\omega v k_l (3k_x^2 - k_l^2) \right) - \\ & - (k_x^2 + k_l^2) \left(k_z \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + i\omega v k_z (3k_x^2 - k_z^2) \right) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

В безразмерном виде дисперсионное уравнение (22) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & (k_{*l}^2 + k_{*x}^2) \left(\delta^2 \varepsilon k_{*x}^4 + i\varepsilon^2 \omega_* k_{*z} \times \right. \\ & \left. \times (k_{*z}^2 - 3k_{*x}^2) + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*z} \omega_*^2 \right) - \\ & - (k_{*z}^2 + k_{*x}^2) \left(\delta^2 \varepsilon k_{*x}^4 + i\varepsilon^2 \omega_* k_{*l} \times \right. \\ & \left. \times (k_{*l}^2 - 3k_{*x}^2) + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*l} \omega_*^2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь символом $\delta = \delta_g^y / \delta_N^y = \sqrt{N\gamma/vg}$ обозначен безразмерный параметр, характеризующий отношение капиллярной постоянной к микромасштабу Стокса. Подставляя в (23) приближенные значения (19), получим дисперсионное уравнение:

$$\begin{aligned} & k_{*x} \left(\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*} - k_{*x} \frac{\sqrt{\omega_*^2 - 1}}{\omega_*} \right) \times \\ & \times \left[\frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*} k_{*x} + \frac{\sqrt{\omega_*^2 - 1}}{\omega_*} k_{*x}^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \delta^2 \sqrt{\omega_*} k_{*x}^3 - \frac{1-i}{\sqrt{2}} \omega_*^{3/2} \sqrt{\omega_*^2 - 1} \right) \sqrt{\varepsilon} + \right. \\ & \left. + \left(k_{*x} (1 - \omega_*^2) + \frac{\delta^2 \sqrt{\omega_*^2 - 1}}{\omega_*} k_{*x}^4 \right) \varepsilon \right] = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Порядок дисперсионного уравнения (24) соответствует порядку исходной системы уравнений. Нетривиальные решения дисперсионного уравнения здесь не приводятся в силу своей громоздкости. Для физически реализуемых корней должно выполняться условие затухания движения с глубиной (13). Следовательно, решения дисперсионных уравнений (24) должны удовлетворять критериям отбора корней:

$$\text{Re}(k_{z,l}) > 0. \quad (25)$$

Решения уравнений (24) и (19) с учетом условия (25) определяют течение в вязкой стратифицированной жидкости, в том числе периодическое течение физических величин (солености).

ДИСПЕРСИОННЫЕ ОТНОШЕНИЯ

Рассмотрим зависимости пространственных масштабов компонентов, формирующих течение, от частоты периодического возмущения. Регулярный компонент течения описывается длиной волны, которую можно определить следующим образом:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{Re}(k_x)^2 + \text{Im}(k_z)^2}}. \quad (26)$$

По аналогии определяется толщина лигамента, описывающего сингулярный компонент течения:

$$\delta_l = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{Re}(k_x)^2 + \text{Im}(k_l)^2}}. \quad (27)$$

Примечательно, что периодическое движение солености определяется только лигаментом (19) с толщиной:

$$\delta_S = \frac{2\pi}{\sqrt{\text{Re}(k_x)^2 + \text{Im}(k_{zS})^2}}. \quad (28)$$

Построим зависимости (26)–(28) от частоты периодического движения для жидкости с параметрами воды $\rho_{00} = 1 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$, $g = 981 \text{ см}\cdot\text{с}^{-2}$, $\sigma = 72 \text{ эрг}\cdot\text{см}^{-2}$, $\nu = 0.01 \text{ см}^2\cdot\text{с}^{-1}$ с растворенной в ней NaCl с концентрацией $n = 5 \text{ моль}\cdot\text{л}^{-1}$. Коэффициент диффузии при этом примет значение $\kappa_S = 1.49 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2\cdot\text{с}$ [19]. При построении всех графиков будем считать, что частота плавучести принимает значение $N = 1 \text{ с}^{-1}$. На рис. 1 представлены зависимости линейных масштабов компонентов течения от частоты периодического движения.

Интересно рассмотреть зависимость скорости переноса энергии (групповой скорости) и фазы (фазовой скорости) для всех компонентов периодического поверхностного течения. На рис. 2 построены зависимости групповых c_{gr} (сплошные линии) и фазовых c_{ph} (пунктирные линии) скоростей для регулярных компонентов течения и их аналогов для лигаментов

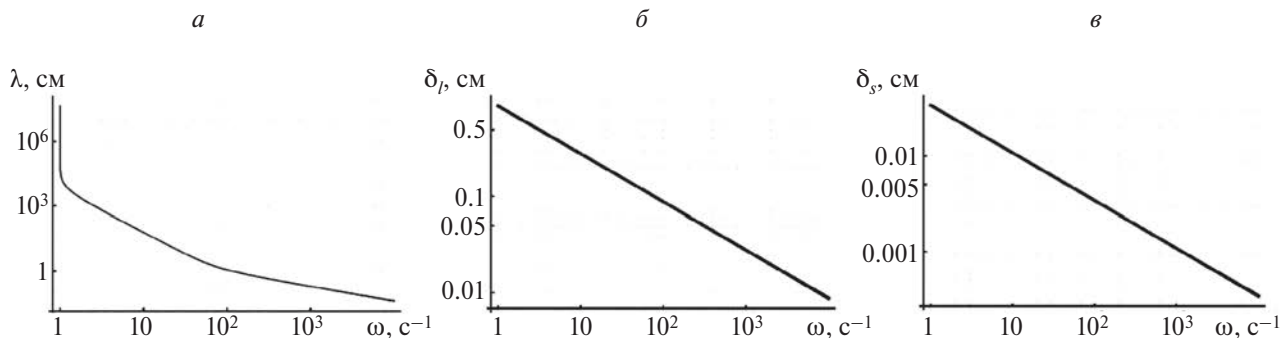


Рис. 1. Зависимость линейного масштаба компонентов течения от частоты периодического движения (а) длины волны, (б) лиганента поля скоростей, (в) лиганента солености.

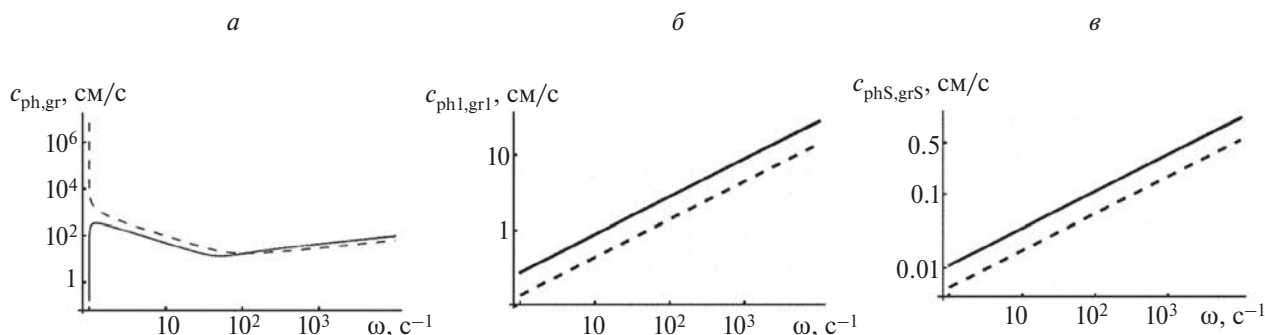


Рис. 2. Зависимость фазовой (пунктирные линии) и групповой (сплошные линии) скорости от частоты периодического движения (а) длины волны, (б) лиганента поля скоростей, (в) лиганента солености.

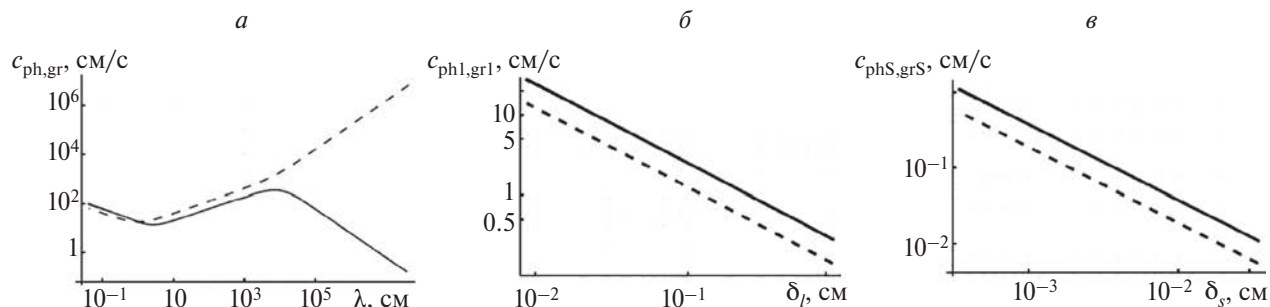


Рис. 3. Зависимость фазовой (пунктирные линии) и групповой (сплошные линии) скорости от (а) длины волны, (б) лиганента поля скоростей, (в) лиганента солености.

поля скоростей c_{gr1} и c_{ph1} и лиганентов солености c_{grS} и c_{phS} от частоты. На рис. 3 представлены зависимости групповых (сплошные линии) и фазовых (пунктирные линии) скоростей для регулярных компонентов течения и их аналогов для лиганентов поля скоростей и лиганентов солености от масштаба соответствующего компонента течения (длины волны или толщины лиганента).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы дисперсионные соотношения, определяющие поведение компонентов

поверхностных периодических течений в вязкой равномерно стратифицированной жидкости, плотность которой зависит от солености. Полученные дисперсионные соотношения согласуются с порядком полной системы уравнений. Выполняются предельные переходы к известным случаям. Регулярные компоненты решения дисперсионных соотношений для поля скоростей описывают капиллярно-гравитационные волны. Сингулярные компоненты решения дисперсионных уравнений для поля скоростей описывают поведение лиганентов – высокоградиентных компонентов течения, проявляющихся в виде тонких сопутствующих струй. Периодические движения

солености определяются только сингулярными компонентами. Следовательно, лигаменты играют важную роль в переносе физически наблюдаемых величин. Характерные собственные масштабы задачи диктуют требования к экспериментальному наблюдению процессов на поверхности жидкости: временные и пространственные разрешения и области наблюдения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00598-П “Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью”, <https://rscf.ru/project/19-19-00598/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 638 с; *Whitham G.B.* Linear and nonlinear waves. N. Y.: Wiley-Interscience, 1999.
3. Лэмб Г. Гидродинамика. М.-Л.: ГИТТЛ, 1949. 928 с.
4. *Longuet-Higgins M.S.* // Phil. Trans. Royal. Soc. London. Ser. A. 1953. No. 245. P. 535.
5. Сретенский Л.Н. // Труды ЦАГИ. 1941. № 541. С. 1.
6. Калиниченко В.А. // Прикл. матем. и мех. 2022. Т. 86. № 3. С. 370.
7. *Chashechkin Yu.D., Ilinykh A.Yu.* // Axioms. 2023. V. 12. No. 4. P. 374.
8. *Huang F., Meng Q., Cao L. et al.* // Ocean Eng. 2022. V. 250. Art No. 111062.
9. *Zheng M.M., Liu Y.D., Tang Y.Y. et al.* // Ocean Eng. 2022. V. 263. Art No. 112366.
10. *Aleebrahim M.A., Jamali M.* // Phys. Fluids. 2022. V. 34. No. 3. Art. No. 036602.
11. *Ильиных А.Ю., Чашечкин Ю.Д.* // Изв. РАН. Мех. жидкости и газа. 2023. № 1. С. 54; *Ilinykh A.Yu., Chashechkin Yu.D.* // Fluid Dynamics. 2023. V. 58. No. 1. P. 31.
12. *Ильиных А.Ю.* // Прикл. матем. и мех. 2019. Т. 83. № 3. С. 413; *Ilinykh A.Yu.* // Fluid Dynam. 2019. V. 83. No. 3. P. 927.
13. *Очилов А.А., Чашечкин Ю.Д.* // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2022. Т. 58. № 5. С. 524; *Ochirov A.A., Chashechkin Yu.D.* // Izv. Atmosph. Oceanic Phys. 2022. V. 58. No. 5. P. 450.
14. *Чашечкин Ю.Д., Очилов А.А., Лапшина К.Ю.* // Физ-хим. кинетика в газовой динамике. 2022. Т. 23. № 6. DOI: 10.33257/PhChGD.23.6.1028.
15. *Очилов А.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 94; *Ochirov A.A.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 79.
16. *Chashechkin Yu.D., Ochirov A.A.* // Axioms. 2022. V. 11. No. 8. P. 1.
17. *Chashechkin Yu.D.* // Axioms. 2021. V. 10. No. 4. P. 286.
18. *Найфэ А.* Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.; *Nayfeh A.H.* Introduction to perturbation technique. N. Y.: John Wiley & Sons, 1993.
19. *Кикоин И.К.* Таблицы физических величин. Справочник. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.

Periodic surface disturbances in the concentration-stratified viscous fluid

A. A. Ochirov^{a, *}

^a *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119526 Russia*
^{*}*e-mail: otchirov@mail.ru*

The propagation of two-dimensional periodic capillary-gravitational periodic disturbances of a free surface in a viscous uniformly stratified liquid is investigated. Dispersion relations describing periodic surface flows of physical quantities are obtained. It is shown that there are additional flow components that are absent in the model of an ideal fluid. The obtained dispersion relations uniformly converge to the known expressions in the limit transitions.

УДК 53.047-57.03

ДИНАМИКА ВОЛНОВЫХ РИТМОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПРЕДСКАЗЫВАЕТ СКОРОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ КОГНИТИВНЫХ ЗАДАЧ

© 2024 г. Н. А. Брусинский^{1,*}, А. А. Бадарин¹, А. В. Андреев¹,
В. М. Антипов¹, С. А. Куркин¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
“Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта”, Балтийский центр нейротехнологий
и искусственного интеллекта, Калининград, Россия с

*E-mail: nikita@brusinskii.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Изучены физиологические и поведенческие характеристики детей в возрасте 9–10 лет во время нейрофизиологического эксперимента, направленного на выполнение заданий, базирующихся на парадигме Штернберга. Был проведен статистический анализ стабильности волновых ритмов, а также корреляционный анализ между ними и средним временем реакции, на основе которых было показано, что индекс стабильности ритмов головного мозга может выступать в качестве биомаркера эффективности выполнения задания на рабочую память.

DOI: 10.31857/S0367676524010276, EDN: RYSSHH

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос изучения принципов и физических закономерностей работы головного мозга представляет высокий интерес для современной науки. Одним из наиболее популярных и доступных методов анализа активности головного мозга является электроэнцефалограмма (ЭЭГ) [1, 2]. Этот метод позволяет измерить электрическую активность мозга и открывает уникальные возможности для оценки и анализа когнитивных процессов.

При анализе сигналов ЭЭГ обычно выделяют периодические колебания в различных частотных диапазонах, которые называют волновыми ритмами. Эти волновые ритмы представляют собой особые паттерны электрической активности и являются проявлением коллективной динамики работы нейронов головного мозга. Известно, что изменения в амплитуде и частоте волновых ритмов могут отражать различные состояния мозга. В частности, в недавней работе [3] выявили связь между энергией в тета-диапазоне в лобной и центральной областях мозга и успешностью выполнения экспериментального задания.

Изменения энергии в различных волновых ритмах часто применяются в качестве биомаркера при разработке различных интерфейсов мозг-компьютер [4, 5]. Эти изменения энергии используются для анализа и извлечения информации о состоянии и активности мозга.

Настоящая работа является продолжением работы [6] и направлена на изучение предложенного биомаркера в рамках задачи на рабочую память.

МЕТОДЫ

Был проведен нейрофизиологический эксперимент на тестирование элементарных когнитивных функций и способность их одновременного использования в задаче. Для проведения исследования была собрана группа из 24 детей в возрасте 9–10 лет без проблем со здоровьем. Добровольцы и их родители были заранее ознакомлены с процедурой проведения эксперимента и имели возможность задать интересующие вопросы и получить на них ответы. Эксперимент состоял из трех частей, разделенных пятиминутными перерывами.

Каждая часть эксперимента содержала блок заданий на рабочую память, базирующихся на парадигме Штернберга [7], с длительностью каждого задания примерно 10–12 с. Испытуемому показывали набор из 7 элементов, расположенных в 2 ряда, 2 или 3 из которых являлись двузначными числами, которые нужно запомнить, а остальные – символом “*”. Далее шла пауза продолжительностью около 3 секунд, после которой демонстрировалось целевое число, и было необходимо ответить, было ли данное число среди показанных ранее.

В данной работе исследовался биомаркер, основанный на взаимосвязи стабильности волновых ритмов и среднего времени ответа. Существует 3 основных подхода, на основе которых происходит разбиение на временные интервалы. Один из них – разбиение на заранее определенное количество частей. Другой – разбиение на временные интервалы заранее заданной длительности. И третий заключается в привязке к триалам, когда каждой из частей соответствует одно выполнение задания. В данной работе был использован первый подход, поскольку он наиболее эффективен согласно предыдущим исследованиям [6].

Была записана 64-канальная ЭЭГ с помощью электродов, размещенных по международной схеме 10–10. Частота дискретизации сигналов ЭЭГ при записи составляла 500 Гц. Сигналы фильтровались режекторным фильтром 50 Гц для исключения шума от электросетей. Регистрация сигналов производилась с помощью электроэнцефалографа LiveAmp 64.

Расчет стабильности ритмов производился следующим образом. Сначала каждый из трех блоков заданий делился на 10 равных (с точностью до 2 мс) временных интервалов. К этим интервалам с обеих сторон было добавлено по 2 секунды для компенсации в дальнейшем влияния области краевых явлений.

После этого была рассчитана вейвлетная поверхность на основе формул, указанных в [6].

Вейвлетное преобразование проводилось отдельно в 4 частотных диапазонах: 1–4 Гц (дельта), 4–8 Гц (тета), 8–14 Гц (альфа), 14–30 Гц (бета).

После этого полученные поверхности усреднялись по времени и частоте, однако во избежание краевых эффектов с обоих концов временных рядов было исключено по 1000 точек (2 секунды),

которые были заранее дополнительно добавлены на предыдущем этапе.

Из частотно-временного вейвлетного спектра были рассчитаны усредненные по частоте энергии в стандартных диапазонах. Для расчета их дисперсии использовался следующий подход: каждый блок заданий был разделен на 10 равных по времени частей, после чего для каждого из ритмов по отдельности рассчитывались дисперсии между этими 10 величинами.

Полученные значения были затем скоррелированы со значениями среднего времени ответа. Анализ корреляций внутри первого блока заданий для изучения связи между людьми был проведен с помощью корреляций Спирмена. Для изучения же динамики эксперимента и поиска взаимосвязей между блоками был использован метод повторных корреляций. Данные на каждом канале электроэнцефалограммы тестировались отдельно друг от друга.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Поскольку полученные значения отличались на порядки, что было обусловлено формулами расчета величин и их происхождением, а также для уменьшения вариабельности между людьми к экспериментальным данным была применена процедура z-score [8]. Далее к полученным результатам был применен дисперсионный анализ повторных измерений (RM-ANOVA) [9]. Он показал статистически значимые различия между каналами для всех частотных диапазонов, а также между блоками для альфа, бета и тета диапазонов (таблица 1).

Далее был проведен анализ повторных корреляций времени отклика с дисперсией каналов. И корреляции были обнаружены во всех диапазонах, кроме альфа (таблица 2).

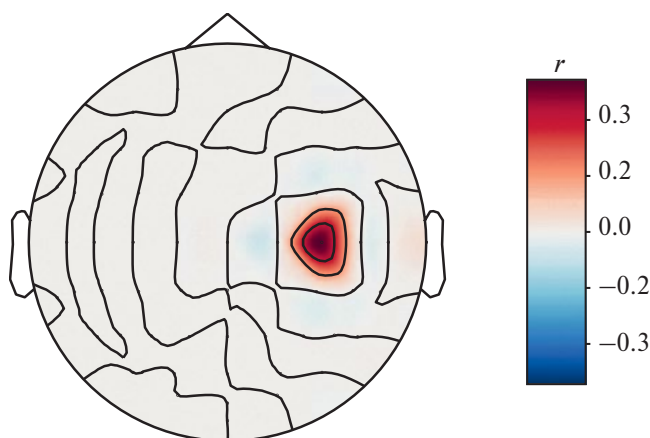


Рис. 1. Топографическая карта корреляций между стабильностью альфа-ритмов и средним временем отклика.

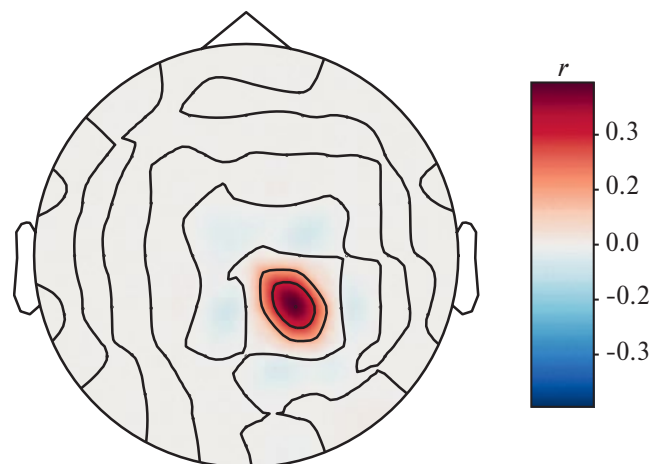


Рис. 2. Топографическая карта корреляций между стабильностью дельта-ритмов и средним временем отклика.

Таблица 1. P-value теста RM-ANOVA дисперсии волновых ритмов во время выполнения задания на рабочую память.

	block	channels	block: channels
alpha	0.00	0.00	0.29
beta	0.01	0.00	0.90
delta	0.15	0.01	0.80
theta	0.02	0.00	0.17

Таблица 2. Повторные корреляции RT с дисперсией в различных каналах

	Каналы, r
alpha	Не обнаружено
beta	FT7, $r = -0.41$ FT8, $r = -0.40$
delta	Oz, $r = 0.50$ F8, $r = 0.50$ POz, $r = 0.49$ TP10, $r = 0.40$ FT8, $r = -0.46$
theta	Fz, $r = -0.47$ TP9, $r = -0.42$ F4, $r = -0.41$ AF3, $r = -0.43$ AFz, $r = -0.43$ F1, $r = -0.41$ AF4, $r = -0.41$ F2, $r = -0.40$

Также для первого блока заданий был проведен анализ корреляций Спирмена между дисперсией каналов и средним временем отклика. Было обнаружено, что в случае альфа-частот корреляция есть лишь в канале C4, а в случае дельта-частот — в канале CP2 (рис. 1 и 2). Для двух других частотных диапазонов корреляций обнаружено не было. Это может позволить предугадывать среднее время отклика на основе стабильности вышеуказанных ритмов в соответствующих каналах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате данного исследования было обнаружено, что при выполнении задания на рабочую память стабильность активности головного мозга в определенных частотных диапазонах коррелирует со средним временем отклика, представляя собой биомаркер, который потенциально может позволять заранее предугадывать спад уровня когнитивных способностей на основе динамики волновых ритмов. Также была изучена динамика в ходе эксперимента, в результате чего было показано, что данный маркер можно использовать в режиме реального времени. Помимо этого, будучи продолжением работы [6], но при этом в эксперименте, связанном с рабочей памятью, а не внимательностью, данная работа показывает универсальность данного биомаркера для различных видов когнитивных задач.

Работа выполнена при поддержке программы “Приоритет-2030”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aragwal R., Andujar M., Canavan S. // Pattern Recogn. Lett. 2022. V. 162. P. 71.
2. Pappalettera C., Miraglia F., Cotelli M. et al. // GeroSci. 2022. V. 44. No. 3. P. 1599.
3. Badarin A., Antipov V., Grubov V. et al. // Sensors. 2023. V.23. No. 6. P. 3160.
4. Grubov V., Badarin A., Schukovsky N. et al. // Cybernet. Phys. 2019. V. 8. No. 4. P. 251.
5. Hramov A.E., Maksimenko V.A., Pisarchik A.N. // Phys. Rep. 2021. V. 918. P. 1.
6. Смирнов Н.М., Бадарин А.А., Куркин С.А., Храмов А.Е. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 129; Smirnov N.M., Badarin A.A., Kurkin S.A., Hramov A.E. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 1. P. 108.
7. Klages J., Babilon S., Zandi B. et al. // Vision. 2021. V. 5. P. 21.
8. Бослаф С. Статистика для всех. М.: ДМК Пресс, 2015. 586 с.
9. Гланц С. Медико-биологическая статистика. М.: Практика, 1998. 459 с.

Dynamics of brain wave rhythms predicts the speed of cognitive tasks**N. A. Brusinsky^{a, *}, A. A. Badarin^a, A. V. Andreev^a, V. M. Antipov^a, S. A. Kurkin^a***^a Immanuel Kant Baltic Federal University, Center for Neurotechnology and Artificial Intelligence,
Kaliningrad, 236041 Russia***e-mail: nikita@brusinskii.ru*

We investigated the physiological and behavioral characteristics of children aged 9–10 years during a neurophysiological experiment aimed at performing tasks based on the Sternberg paradigm. A statistical analysis of the stability of wave rhythms as well as a correlation analysis between them and the average reaction time was carried out, based on which a biomarker of the efficiency of the working memory task was found.

УДК 534.6

ОЦЕНКА СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ ЭМБРИОНОВ DANIO RERIO С ПОМОЩЬЮ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО СКАНЕРА

© 2024 г. Л. А. Зыкова^{1,*}, А. Б. Бурлаков², С. А. Титов¹, А. Н. Богаченков³

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки “Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение науки “Институт биохимической физики имени Н. М. Эмануэля Российской академии наук”, Москва, Россия

*E-mail: lida_zykova@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023

После доработки 15.09.2023

Принята к публикации 29.09.2023

Сердце эмбриона рыбы *Danio rerio* в возрасте 40–48 ч после оплодотворения было исследовано *in vivo* с помощью импульсного сканирующего акустического микроскопа в частотном диапазоне 50–100 МГц. Разработанная методика позволяет оценивать параметры сердечной деятельности в течение нескольких часов и наблюдать аномальное поведение сердца, такое как аритмия.

DOI: 10.31857/S0367676524010289, EDN: RYNBHY

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время рыбы *Danio rerio* на эмбриональной стадии развития все шире используются в качестве модельного объекта для исследования в области биологии развития и медицины. Они применяются для изучения различных сердечно-сосудистых заболеваний человека, включая врожденные пороки развития, такие как аритмия. Оптическая микроскопия [1–4] является широко признанным методом трехмерной визуализации сердца рыб в реальном времени. Она применяется для наблюдения за строением эмбриона рыбы, его ростом, делением клеток и кровотоком. Однако визуализация с помощью электромагнитного излучения имеет некоторые ограничения в наблюдении за органами, расположенными внутри образца из-за низкой контрастности зародышевых элементов и рассеяния света на оптических неоднородностях. Также большинство методов оптической микроскопии основаны на использовании излучения высокой интенсивности и окрашивания объекта, которые оказывают разрушительное воздействие на живой организм и представляют серьезную проблему при длительном исследовании эмбриона *in vivo*. В высшей степени неинвазивными для живых организмов представляются ультразвуковые методы визуализации. Известно применение высоко-частотного ультразвука для исследования сердца

взрослых особей *Danio rerio* [5, 6], и личинок вьюна *Misgurnus fossilis* [7, 8]. Данная работа посвящена разработке методики ультразвуковой визуализации и длительного мониторинга сердца невылупившихся эмбрионов *Danio rerio*, характерный размер которого составляет 100 мкм.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Экспериментальные исследования в работе проводились с помощью сканирующего импульсного акустического микроскопа, в иммерсионную водяную ячейку которого помещался эмбрион (рис. 1). Ультразвуковые сфокусированные волны, излучаемые преобразователем 1, проходили внутрь объекта, последовательно отражаясь от внутренних его структур. Волны, рассеянные образцом, принимались в эхо-импульсном режиме этим же преобразователем и регистрировались управляющей электроникой в зависимости от времени. Формирование ультразвуковых изображений осуществлялось путем механического сканирования преобразователя по координатам x и y . Номинальная частота преобразователя была равна 100 МГц, что при апертурном угле сфокусированного пучка 35° обеспечивало пространственное поперечное разрешение $\delta x \approx 20$ мкм, а использование импульсных сигналов с относительной полосой 70% позволяло

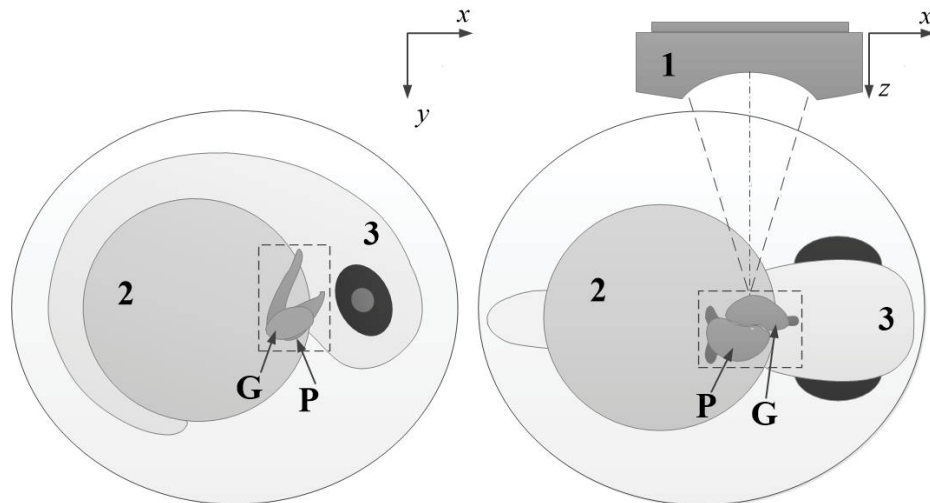


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 — ультразвуковой преобразователь; 2 — желток; 3 — голова эмбриона.

оценить продольное разрешение на том же уровне $\delta z \approx 20$ мкм. В дополнение к ультразвуковому блоку для контроля положения эмбриона использовался инвертированный оптический микроскоп (не показан на рис. 1). Более подробное описание установки можно найти в работах [7—9].

В данной работе эксперимент был проведен на эмбрионе *Danio rerio* в возрасте 40—48 часов после оплодотворения. На этой стадии развития зародыш хорошо сформирован, а его тело охватывает округлый желток 2, как показано на рис. 1. Сердце эмбриона, в котором можно различить желудочек G и предсердие P, располагалось в области головы 3 близко к границе с желтком. Плоскость симметрии эмбриона располагали приблизительно параллельно фокальной плоскости ультразвукового преобразователя. При такой ориентации обеспечивался боковой доступ к сердцу, причем желудочек G располагался ближе к преобразователю 1. Для обеспечения относительной неподвижности эмбриона во время измерений его сначала анестезировали, помещая в 0.2% раствор лидокаина на 1 минуту перед загрузкой в иммерсионную ячейку микроскопа. Заметных отклонений в развитии организма в последующие дни после эксперимента выявлено не было.

В ходе эксперимента был получен набор пространственно-временных сигналов в области сердца, мониторинг которого проводился на протяжении 2 ч. Ультразвуковые данные регистрировались в формате $s(t, T, x)$, $s(t, T, y)$, где t — время распространения ультразвуковых волн вглубь образца, а T — “медленное” время. Кадры $s(t, T)$ (М-сканы) записывались в зависимости от времени T в течение 3 с в 60 положениях ультразвукового преобразователя с шагом 4 мкм. Таким образом, поперечный размер сечения объекта, который

соответствовал набору данных $s(t, T, x)$, составлял 240 мкм, а время записи — примерно 200 с.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлен типичный М-скан $s(t, T)$, измеренный приблизительно в центре сердца в точке $x = 112$ мкм в момент времени с начала эксперимента $T_e = 71$ мин. Значения полученных сигналов представлены градациями серого цвета. На полученных изображениях можно распознать характерное поведение ультразвукового сигнала, которое демонстрирует периодичность биений сердца с периодом $T_0 = 0.78$ с.

Ближайшие к ультразвуковому преобразователю импульсы E образуются за счет отражения волн от внешнего слоя эмбриона, форма и положение которых почти не меняются со временем T . Периодические отклики W формируются за счет отражений от стенок и внутренних мышечных элементов сердца. Генерация шумоподобных сигналов F может объясняться рассеянием волн на движущихся элементах крови, детальная структура которых не является периодической.

Характер движения регистрируемых ультразвуковых откликов зависит от фазы сердечного цикла, что позволяет различать периоды систолы S и диастолы D. В фазе диастолы D отклики стенок W движутся в противоположных направлениях, обеспечивая наполнение кровью желудочка G. В фазе систолы S они движутся навстречу друг другу, выбрасывая кровь наружу из желудочка по сосуду. Движение откликов крови F в фазе диастолы D направлено вверх, в сторону преобразователя, что соответствует процессу перемещения крови из предсердия, которое расположено в данном эксперименте глубже желудочка. В фазе систолы S вертикальная компонента скорости крови меняет

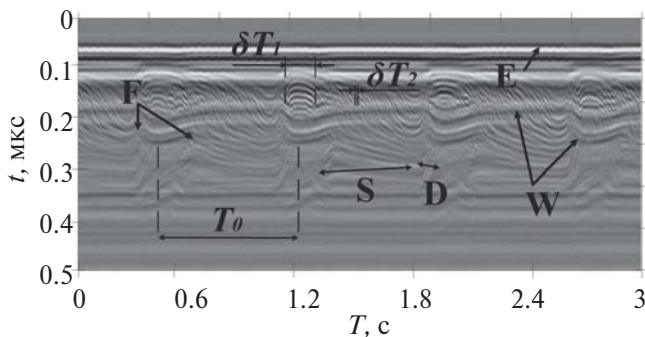


Рис. 2. М-скан $s(t, T)$, записанный в точке $x = 112$ мкм.

направление движения, а в короткий промежуток времени между диастолой и систолой наблюдается период относительного покоя.

Следует отметить, что объем элемента пространственного разрешения системы визуализации, определяемый ее продольной и поперечной разрешающими способностями, может быть оценен как $(\delta x)^2 \delta z \approx 10^4$ мкм³. Учитывая, что характерный размер эритроцитов эмбриона рыбы, как и у человека, составляют примерно 7 мкм, в объеме элемента разрешения системы содержатся порядка 10 отражателей. Таким образом, отклик F образуется в результате интерференции волн, отраженных от отдельных клеток крови, и имеет спекл-структуру. Характерное время стабильности этого отклика зависит от фазы и может изменяться от $\delta T_1 \approx 0.1$ с в паузе между диастолой и систолой до $\delta T_2 \approx 0.01$ с в фазе систолы (рис. 2). Можно предположить, что времена δT ограничиваются следующими причинами. Так турбулентность течения крови может приводить к изменению относительного положения эритроцитов и, следовательно, к изменению результирующего сигнала. Также следует принять во внимание, что у частиц есть также горизонтальная компонента скорости V_x . Учитывая, что поперечный размер ультразвукового пучка равен δx , можно получить верхнюю оценку горизонтальной

скорости кровотока: $V_x < \delta x / \delta T$. Так для $\delta T_2 \approx 0.01$ с скорость не может превышать значения 2 мм/с.

Для разделения откликов от элементов крови и мышечных тканей обычно используют фильтрацию пространственно-временного сигнала по времени T [7, 10]:

$$s_{LF(HF)}(t, T, x) = s(t, T, x) * h_{LF(HF)}(T), \quad (1)$$

где символ * обозначает операцию свертки, а $h_{LF}(T)$, $h_{HF}(T)$ являются импульсными откликами цифровых фильтров низких и высоких частот, соответственно, а результирующие сигналы s_{LF} , s_{HF} отображают медленно и быстро движущиеся элементы, соответственно. В данной работе использовались фильтры с конечной импульсной характеристикой длиной 50 отсчетов с частотами среза $f_d = 25$ Гц. Учитывая связь величины доплеровского частотного сдвига со скоростью движения [10], фильтр высоких частот с такой частотой среза пропускает сигналы от отражателей, вертикальная компонента скорости которых превышает значение:

$$V_d \approx \frac{f_d C_0}{2f_0}. \quad (2)$$

Считая, что в данном эксперименте $f_0 \approx 75$ МГц и скорость звука в среде близка к скорости звука в воде $C_0 \approx 1500$ м/с, оценка составляет $V_d \approx 0.25$ мм/с.

Расчет вертикальной компоненты скорости кровотока может производиться по формуле [10]:

$$V_z = \frac{\Delta z}{\Delta T}, \quad (3)$$

где Δz – вертикальное смещение отклика за промежуток “медленного” времени ΔT , в пределах которого траектория движения частицы является линейной. Максимальная скорость движения $V_z = 2.8$ мм/с достигается в фазе диастолы. Во время систолы скорость несколько меньше, достигая примерно 2 мм/с, и направлена в противоположную

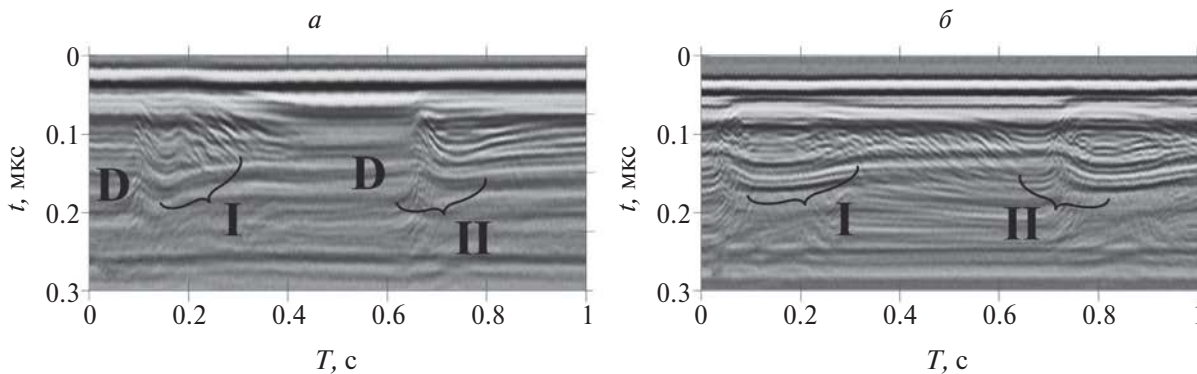


Рис. 3. Фрагменты М-сканов, измеренные в моменты $T_c = 41$ мин (а) и $T_c = 71$ мин (б).

сторону. Кроме того, она заметно зависит от времени и положения точки анализа.

Аналогичным образом может быть оценена скорость движения стенок желудочка. Можно сказать, что она достигает максимального значения 0.4 мм/с также в фазу диастолы. Таким образом, в эмбрионе скорости движения стенок могут достигать значительных величин, и полное разделение путем фильтрации (1) ультразвуковых откликов от крови и от стенок сердца во всем диапазоне их скоростей является затруднительным.

Высокая степень неинвазивности ультразвука позволила проводить непрерывные наблюдения эмбриона в течение нескольких часов. Было установлено, что период сердцебиения T_0 зависит от момента измерения T_e . В начале эксперимента период равен $T_0 \approx 0.62$ с, затем монотонно увеличивается, достигая через 2 часа значения $T_0 \approx 0.85$ с. Поскольку условия окружающей среды, в том числе температура, в ходе эксперимента поддерживались постоянными, можно предположить, что этот эффект обусловлен воздействием анестезии на сердечную деятельность.

Помимо изменения периода, профили сердечных сокращений не являются стабильными в течение эксперимента. Можно обнаружить два типа поведения, обозначенные I и II на рис. 3а. Наиболее сильное различие между этими профилями имеет место в начале эксперимента. Со временем эта разница становится менее выраженной.

При сравнении профилей I и II диастола D выглядит более стабильной, чем систола S. В фазе систолы профиль II демонстрирует слабый кровоток. Эту ненормальную работу сердца можно интерпретировать как сердечную периодическую аритмию, вызванную, скорее всего, наркозом. Через 30 мин (рис. 3б) аperiodичность практически исчезает, объемный кровоток увеличивается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальные результаты, полученные в данной работе, показывают, что разработанная высокочастотная ультразвуковая установка имеет

пространственное разрешение, достаточное для визуализации и мониторинга сердечно-сосудистой деятельности эмбрионов *Danio rerio*. Цифровая обработка ультразвуковых пространственно-временных сигналов может быть использована для визуализации сердца эмбриона, обнаружения движения крови, измерения скорости кровотока. С помощью разработанной методики исследования можно отслеживать период сердечных сокращений в течение нескольких часов, а также наблюдать аномальное поведение сердца, такое как аритмия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта RSF-MOST 22-49-08012.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schlaeppli A., Graves A., Weber M., Huiskens J.* // J. Vis. Exp. 2021. V. 174. Art. No. e62741.
2. *Salehin N., Villarreal C., Teranikar T. et al.* // Ann. Biomed Eng. 2021. V. 49. No. 9. P. 2080.
3. *Kurnia K.A., Saputra F., Roldan M.J.M. et al.* // Inventions. 2021. V. 6. No. 1. P. 8.
4. *Ulhaq Z.S.* // Int. J. Vet. Sci. Med. 2019. V. 7. No. 1. P. 31.
5. *Chang C.C., Chen P.Y., Huang H., Huang C.C.* // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2019. V. 66. No. 6. P. 1742.
6. *Ho-Chiang C., Huang H., Huang C.C.* // Quant. Imaging Med. Surg. 2019. V. 10. No. 1. P. 66.
7. *Тумов С.А., Бурлаков А.Б., Богаченков А.Н.* // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 5. С. 571; *Titov S.A., Burlakov A.B., Bogachenkov A.N.* // Acoust. Phys. 2021. V. 67. No. 5. P. 562.
8. *Machikhin A.S., Zykova L.A., Burlakov A.B. et al.* // J. Phys. Conf. Ser. 2021. V. 2127. Art. No. 012061.
9. *Burlakov A.B., Titov S.A., Bogachenkov A.N.* // J. Commun. Technol. Electron. 2022. V. 67. No. 4. P. 456.
10. *Hill C.R., Bamber J.C., Haar G.R.* Physical principles of medical ultrasonics. Chichester: John Wiley and Sons, 2004. 528 p.

Estimation of the cardiovascular system of *Danio rerio* embryos using high-frequency ultrasound scanner

L. A. Zyкова^{a, *}, A. B. Burlakov^b, S. A. Titov^a, A. N. Bogachenkov^c

^aScientific and Technological Center of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117342 Russia

^bLomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

^cInstitute of Biochemical Physics of Russian Academy of Science, Moscow, 119334 Russia

**e-mail: lida_zykova@mail.ru*

The heart of a *Danio rerio* fish embryo at the age of 40—48 hours after fertilization was studied in vivo using a pulsed scanning acoustic microscope in the frequency range of 50—100 MHz. The developed technique allows us to evaluate the parameters of cardiac activity for several hours, and to observe abnormal behavior of the heart, such as arrhythmia.