

УДК 548.735.6

## (2+1)D СОЛИТОННЫЕ ПАРЫ В ПЛОСКОМ КВАДРАТИЧНО-НЕЛИНЕЙНОМ КРИСТАЛЛЕ С НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

© 2025 г. Б. С. Брянтцев\*, А. А. Калинович

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»*

*\*e-mail: brisbryantsev@mail.ru*

Поступила в редакцию 06.09.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята в печать 30.09.2024 г.

Исследован процесс распространения и формирования импульсных пар в квадратично-нелинейном кристалле с двумя волноводами при изменении параметров, связанных с положением волноводов относительно друг друга, задержкой и соотношением фаз между импульсами. Обнаружено изменение режима распространения импульсов при сближении волноводов и зависимость характера взаимодействия между импульсами от начального соотношения фаз.

**Ключевые слова:** оптические солитоны, квадратичная нелинейность, двумерные импульсы, неоднородность, нелинейная оптика

**DOI:** 10.31857/S0367676525010115, **EDN:** DBAFIE

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее интригующих областей оптических исследований является нелинейная оптика, где солитоны занимают особое место. Оптический солитон представляет собой уединенный лазерный импульс определенной длительности (от нано- до фемтосекунд) обладающий несущей частотой видимого диапазона и способный распространяться в нелинейной диспергирующей среде без изменения своей формы на большие расстояния. Особый интерес вызывают оптические солитоны в керровской среде, которая описывается нелинейным уравнением Шредингера (НУШ) обладающим солитонным решением [1]. Световые пули или многомерные солитоны в однородной керровской среде испытывают коллапс самофокусировки при превышении определенного порога, связанного с амплитудой импульсов. В частности, двумерное НУШ приводит к возникновению так называемого солитона Таунса [2], который является вырожденным в свободном пространстве в том смысле, что он возникает только при одном значении энергии. С физической точки зрения Таунсовский солитон представляет собой нестабильное состояние, которое разделяет два режима распространения света: распывание импульса-пучка, вызванное дифракцией, и его неограниченная самофокусировка из-за нелинейности [3, 4]. Это по-

казывает, что нелинейность важна для образования солитонов, но не гарантирует их устойчивость.

Удалось найти множество конфигураций оптических сред, в которых солитоны стабильны. Эти конфигурации включают в себя материалы, учитывающие более высокие порядки нелинейности и дисперсии [5], среды с комбинированным типом нелинейности [6], а также среды с неоднородностями, которые могут компенсировать дифракционное распывание [7]. Солитоны также удалось получить в искусственной оптической среде, описываемой дробным уравнением Шредингера [8]. Некоторым результатам, связанным с рассмотрением дробных сред, посвящен мини-обзор [9]. Так как неограниченная самофокусировка является основным препятствием для формирования солитонов в керровской среде, были также рассмотрены квадратичные нелинейные среды [10], в которых коллапс отсутствует. Другим интересным подходом к получению солитонов является учет дисперсии связи между плоскими волноводами с керровской нелинейностью в качестве аналога спин-орбитальной связи в бозе-эйнштейновском конденсате [11].

В нашей работе мы рассмотрели квадратично-нелинейную среду с двумя плоскими волноводами. С помощью изменения параметров, связанных с положением и размером волноводов, а также из-

менением параметров пробного решения, мы хотели добиться стабильного распространения импульсной пары на большие расстояния или, другими словами, получить солитонное решение. Как уже было упомянуто выше, мы рассматриваем распространение пары импульсов пучков, начальными параметрами которых можно управлять. Рассмотрение проводится в режиме генерации второй гармоники (ГВГ) при нормальной дисперсии, где каждому импульсу из пробного решения отведен собственный волновод со специально определенными характеристиками. Связь между ними осуществляется за счет части энергии импульсов-пучков, которая может проникать в область между волноводами. Данная работа опирается на результаты ранее проведенных исследований [12, 13].

### ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Описание процесса генерации второй оптической гармоники проводится в квазиоптическом приближении с зависимостью линейной восприимчивости среды от координаты  $\chi_\omega(r_\perp)$  в виде:  $\chi_\omega^{(0)} [1 + f_\omega(r_\perp)]$ , где  $r_\perp$  — радиус-вектор, перпендикулярный центральной оси волновода,  $\chi_\omega^{(0)}$  — линейная восприимчивость среды в центре поперечного сечения одного из волноводов, а  $f_\omega(r_\perp)$  — безразмерная функция, которая описывает профиль волновода. В этом случае система уравнений для описания процесса ГВГ в системе из двух планарных волноводов принимает вид:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{\beta_\omega}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} - \alpha_\omega A_1^* A_2 e^{i(2k_1 - k_2)z} = \\ = \omega g_1(x) A_1 + \frac{c}{2n_\omega^{(0)} \omega} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2}, \\ i \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{\beta_{2\omega}}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} - \alpha_{2\omega} A_1^2 e^{-i(2k_1 - k_2)z} = \\ = 2\omega g_2(x) A_2 + \frac{c}{4n_{3\omega}^{(0)} \omega} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $A_{1,2}$  — амплитуда огибающей первой и второй гармоники, соответственно,  $\tau$  — локальное время, которое равно  $\tau = t - \frac{z}{2} \left( \frac{1}{v_g^{(\omega)}} + \frac{1}{v_g^{(2\omega)}} \right)$ , где  $t$  — время,  $z$  — направление распространения,  $x$  — поперечная координата,  $v_g^{(\omega, 2\omega)}$  — групповые скорости для соответствующих гармоник в центре волновода, причем  $|v_g^{(2\omega)} - v_g^{(\omega)}| \ll v_g^{(2\omega)}, v_g^{(\omega)}$ . Коэффициент  $\beta_{\omega, 2\omega}$  отвечает за дисперсию групповой скорости в центре волновода, за влияние нелинейности отвечают  $\alpha_\omega = \frac{2\pi\omega}{cn_\omega^{(0)}} \chi^{(2)}(2\omega, -\omega)$  и  $\alpha_{2\omega} = \frac{4\pi\omega}{cn_{2\omega}^{(0)}} \chi^{(2)}(\omega, \omega)$ , где  $\chi^{(2)}(2\omega, -\omega), \chi^{(2)}(\omega, -\omega)$  — коэффициенты нели-

нейной восприимчивости второго порядка в центре волновода. Волновые числа для первой второй гармоник представлены  $k_1 = k(\omega)$  и  $k_2 = k(2\omega)$ . Дифракция описывается вторым слагаемым в правой части каждого из уравнений, где  $n_{\omega, 2\omega}^{(0)2}(x) = 1 + (n_{\omega, 2\omega}^{(0)2} - 1) \left( 1 + f_{\omega, 2\omega}(x) \right)$  — показатели преломления гармоник,  $c$  — скорость света в вакууме. Первое слагаемое в правой части обоих уравнений отвечает за влияние неоднородности, в нем  $g_{1,2}(x)$ :

$$g_1(x) = \frac{n_\omega^{(0)2} - 1}{2cn_\omega^{(0)}} f_\omega(x), \quad g_2(x) = \frac{n_{2\omega}^{(0)2} - 1}{2cn_{2\omega}^{(0)}} f_{2\omega}(x),$$

где  $f_{\omega, 2\omega}(x)$  — одномерная безразмерная функция, определяющая профиль волновода. В дальнейшем мы будем рассматривать случай группового и фазового синхронизма, поэтому  $v_g = v_g^{(2\omega)} = v_g^{(\omega)}$  и  $2k_1 = k_2$ .

Для проведения численного моделирования систему требовалось обезразмерить, поэтому были введены следующие безразмерные параметры:  $A_{1,2} = \bar{A}_{1,2} A_{in}$ ,  $z = \bar{z} l_{nl}$ ,  $x = \bar{x} R_{in}$ ,  $\tau = \bar{\tau} \tau_{in}$ ,  $\Delta \bar{k} = \Delta k l_{nl}$ ,  $l_{nl} = (\alpha_\omega A_{in})^{-1}$ ,  $a_{\omega, 2\omega} = R_{in} \bar{a}_{\omega, 2\omega}$ .  $A_{in}$  — пиковая амплитуда в центре одного из волноводов,  $l_{nl}$  — нелинейная длина, равная расстоянию, на котором происходит полная перекачка энергии между гармониками,  $R_{in}$ ,  $\tau_{in}$  — начальный радиус и длительность импульса-пучка. Также были введены безразмерные выражения для коэффициентов из (1), отвечающих за дифракцию, дисперсию, неоднородность, нелинейность:

$$\begin{aligned} D_{x1} &= \frac{cl_{nl}}{2\omega n_\omega^{(0)} R_{in}^2}, & D_{x2} &= \frac{cl_{nl}}{4\omega n_{2\omega}^{(0)} R_{in}^2}, & D_{\tau 1} &= \frac{\beta_\omega l_{nl}}{2\tau_{in}^2}, \\ D_{\tau 2} &= \frac{\beta_{2\omega} l_{nl}}{2\tau_{in}^2}, & D_{q1} &= \frac{2\pi\omega l_{nl}}{cn_\omega^{(0)} \bar{a}_\omega^2} \chi_\omega^{(0)}, & D_{q2} &= \frac{4\pi\omega l_{nl}}{cn_{2\omega}^{(0)} \bar{a}_{2\omega}^2} \chi_{2\omega}^{(0)}, \end{aligned}$$

$\gamma = \frac{\alpha_{2\omega}}{\alpha_\omega}$ . Вводя, приведенные выше безразмерные параметры, получим:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \bar{A}_1}{\partial \bar{z}} &= D_{q1} p_1(\bar{x}) \bar{A}_1 - D_{\tau 1} \frac{\partial^2 \bar{A}_1}{\partial \bar{\tau}^2} + \bar{A}_1^* \bar{A}_2 + D_{x1} \frac{\partial^2 \bar{A}_1}{\partial \bar{x}^2}, \\ i \frac{\partial \bar{A}_2}{\partial \bar{z}} &= D_{q2} p_2(\bar{x}) \bar{A}_2 - D_{\tau 2} \frac{\partial^2 \bar{A}_2}{\partial \bar{\tau}^2} + \gamma \bar{A}_1^2 + D_{x2} \frac{\partial^2 \bar{A}_2}{\partial \bar{x}^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= a_{\omega, 2\omega}^{-2} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{(x - x_w)^2}{a_{\omega, 2\omega}^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \exp \left( -\frac{(x + x_w)^2}{a_{\omega, 2\omega}^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Пробное решение, которое подавалось на вход среды, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1(z=0) &= E_{11} \exp \left( -(x - x_w)^2 - (\tau - \tau_{10})^2 + i\varphi_{11} \right) + \\ &+ E_{12} \exp \left( -(x + x_w)^2 - (\tau - \tau_{20})^2 + i\varphi_{12} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$A_2(z=0) = E_{21} \exp(-(x-x_w)^2 - (\tau-\tau_{10})^2 + i\varphi_{21}) + \\ + E_{22} \exp(-(x+x_w)^2 - (\tau-\tau_{20})^2 + i\varphi_{22}).$$

Здесь  $E_{11,12}$  и  $E_{21,22}$  определяют начальные значения амплитуды для пучков на основной и удвоенной частотах, соответственно. Параметры  $\varphi_{11,12}$  и  $\varphi_{21,22}$  — задают начальные соотношения фаз между импульсами, а  $\tau_{10,20}$  за временную задержку между ними. За положение центров волноводов отвечает параметр  $x_w$ , который также входит в выражение для функции профилей волноводов (3).

Вид волноводной функции (3) обеспечивает минимумы показателя преломления волновода вблизи  $x = \pm x_w$ . Оптический пучок удерживается вблизи центра волновода, однако его хвостовые части проникают в зону между ними, обеспечивая связь пар импульсов-пучков. Характерная ширина волноводов равна  $a_{\omega,2\omega}$ .

Численные расчеты проводятся на основе метода, разработанного в работе [12], который обеспечивает сохранение интегралов движения, присущих системе уравнений (2). Проверка сохранения интегралов во время расчета гарантирует точность результатов.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для исследования процесса формирования и распространения импульсов-пучков в квадратично-нелинейной среде с двумя планарными волноводами нами было проведено численное моделирование системы (2) с граничным условием (4). Распространение импульсов происходило в режиме ГВГ, когда  $E_{21,22} = 0$ , то есть на вход подавались только пучки основной частоты. Для того чтобы проследить за влиянием начального соотношения фаз на распространение пары импульсов-пучков, мы изменяли  $\varphi_{11,12}$ , причем сигналы могли иметь как одинаковую фазу ( $\varphi_{11} = \varphi_{12} = 0$ ), так и различную, когда  $\varphi_{12}$  плавно изменялось в диапазоне от 0 до  $\pi$ . Помимо этого, сигналы могли иметь временную задержку между собой, когда  $\tau_{10} \neq \tau_{20}$ .

Коэффициенты дифракции при расчете принимались равными  $D_{x1} = 0.1$ ,  $D_{x2} = 0.05$ . Дисперсионные коэффициенты были равны  $D_{\tau1} = 0.05$ ,  $D_{\tau2} = 0.1$ , что соответствует нормальной дисперсии ( $D_{\tau1,2} > 0$ ). Коэффициент нелинейности положили равным  $\gamma = 0.5$ . Параметры, отвечающие за характеристики волноводов, принимались равными  $a_{\omega} = a_{2\omega} = 2$ ,  $D_{q1} = 10$ ,  $D_{q2} = 10$ . Параметр, отвечающий за положение центров волноводов  $x_w$ , мог изменяться во время расчета. Значения безразмерных параметров, задающих характеристики моделируемой среды, оставались постоянными для всех расчетов.

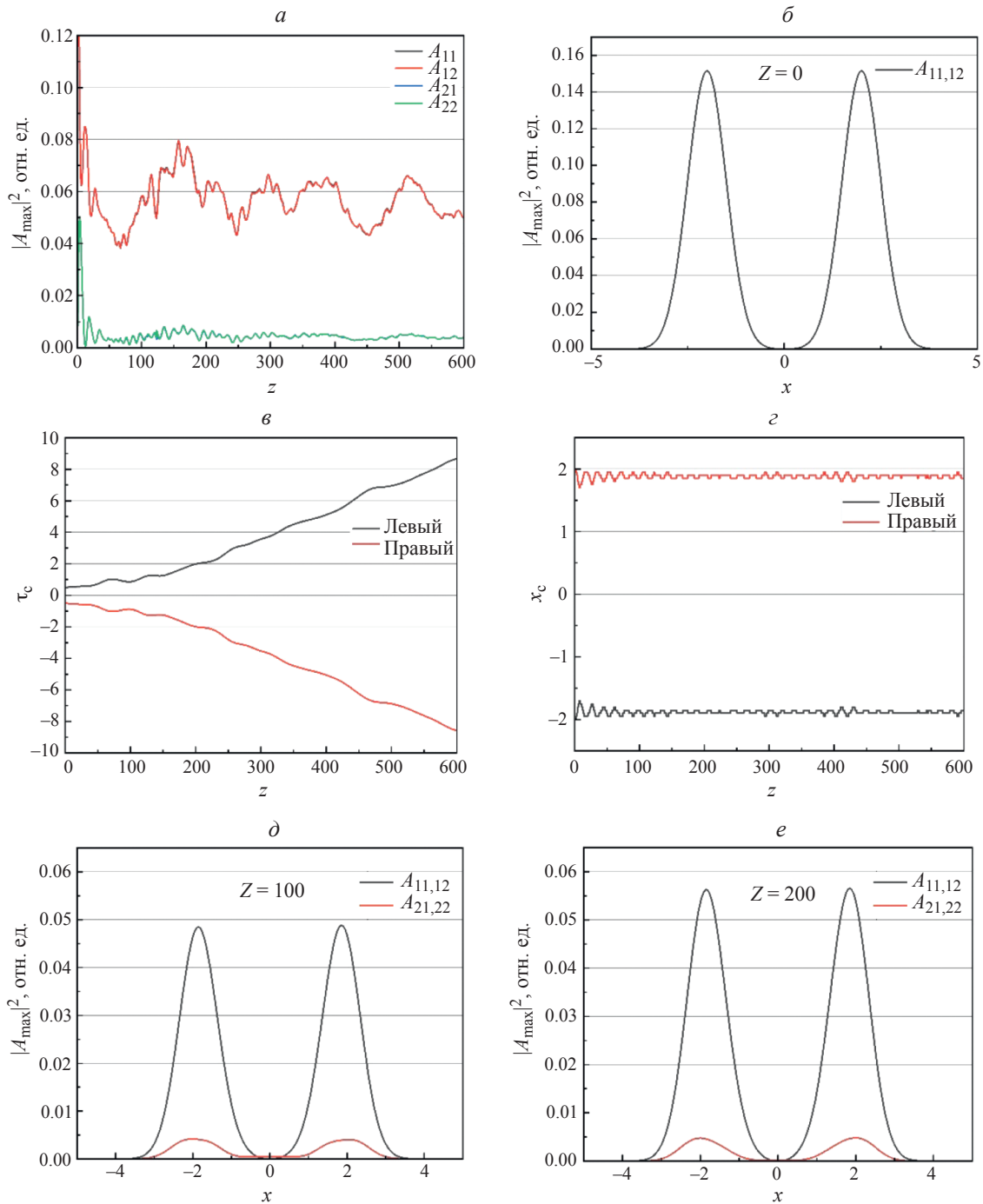
Основываясь на результатах работы [13], было получено солитоноподобное решение для па-

ры импульсов-пучков. Данное решение не являются в точности солитонными, поскольку не обладают постоянными характеристиками, но меняет свои пространственные и временные размеры, а также интенсивность периодически, что иногда называют «дыханием». Однако оно является локализованным, так как большая часть интенсивности ограничена в небольшой области пространства-времени.

Солитонная пара формируется не сразу, а только после завершения процесса перекачки энергии между основной и второй гармониками в каждом волноводе, что примерно соответствует прохождению парой сигналов расстояния, равного 20 нелинейным длинам. Полученная «дышащая» импульсная пара распространялась на расстояние в 600 нелинейных длин с сохранением пространственно-временной формы, что можно пронаблюдать на рис. 1а. Профиль сигнала на левой границе моделируемого кристалла сохраняет свою форму и в конце дистанции распространения, но теряет в интенсивности, что можно увидеть на рис. 1з–1е. Однако основная потеря интенсивности происходит на начальном этапе, когда происходит перекачка энергии во вторую гармонику, и кроме того, часть энергии, еще не захваченная в солитон, отделяется от основного пучка. Сравнение профилей на дистанциях  $z = 100$  и  $z = 200$  (рис. 1д,е) показывает, что на этом этапе максимальная интенсивность не только не упала, но и несколько возросла за счет фокусировки. Анализ пиковой интенсивности на рис. 1а показывает, что данное солитоноподобное решение в целом сохраняется вплоть до  $z = 600$ .

Также стоит отметить, что в области между волноводами наблюдается ненулевой уровень интенсивности на протяжении всей дистанции распространения. Как было упомянуто ранее, часть энергии просачивается сквозь стенки волновода, что говорит о взаимодействии импульсов в отдельных волноводах между собой. На рис. 1б и 1в показана зависимость положения пространственного и временного центров пары импульсов-пучков от дистанции распространения. Видно, что на рис. 1в положение максимумов импульсов вдоль оси вплоть до  $x$  осциллирует с небольшой амплитудой около центра волновода. Временные максимумы вместе с распространением отдаляются от заданного начального положения, что значит, что импульсы отталкиваются друг от друга.

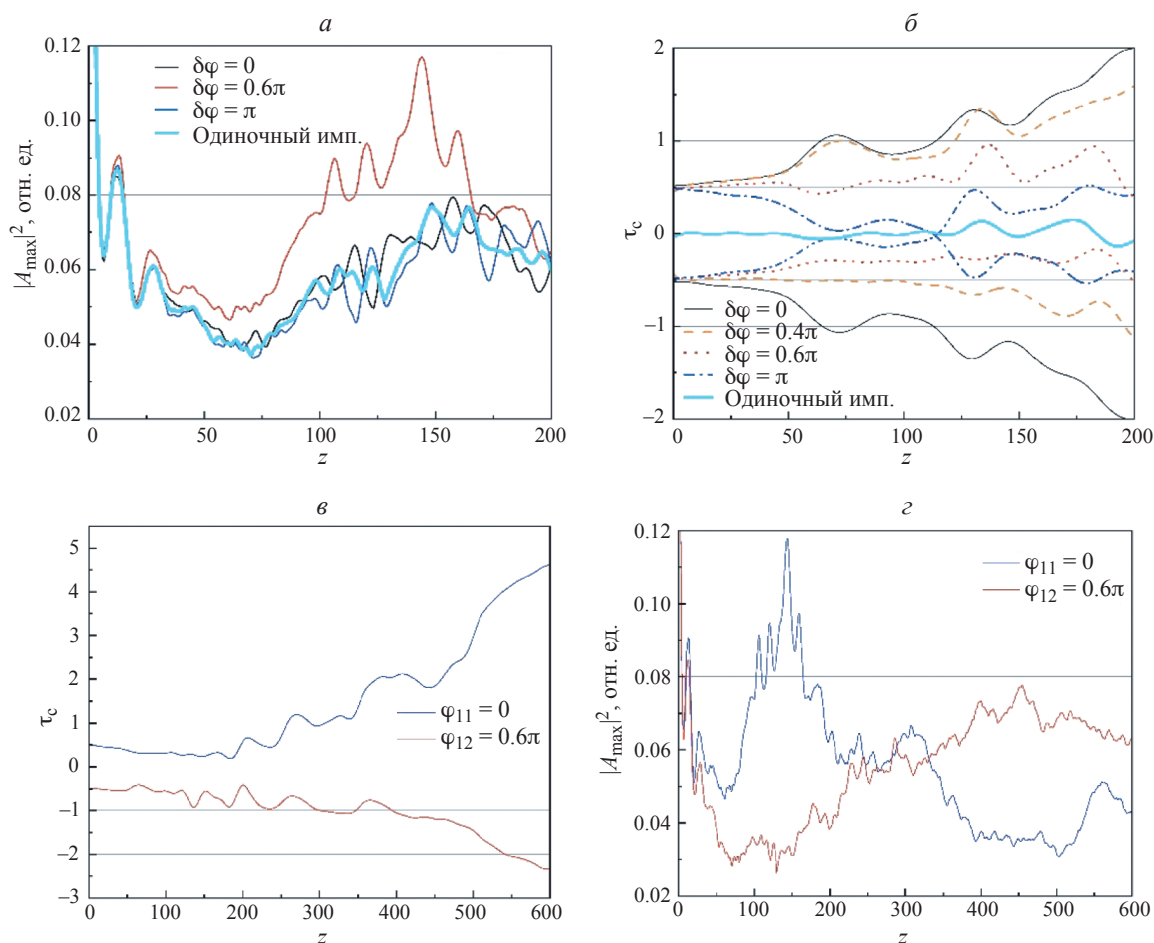
На рис. 2 показаны данные расчетов для пары импульсов, запущенных с задержкой  $\tau_{10} = 0.5$ ,  $\tau_{20} = -0.5$ , где в граничном условии постепенно изменяется фаза импульса во втором волноводе  $\varphi_{12}$  в диапазоне от 0 до  $\pi$  с шагом  $0.1\pi$ . Изменение фазы не влияет на дистанцию распространения, пара импульсов распространяется стабильно на 600 нелинейных длин, как и в первом расчете для сигналов с одинаковой фазой. Влияние началь-



**Рис. 1.** Генерация пары связанных солитонов несинхронными ( $\tau_{10} = -0.5$ ,  $\tau_{20} = 0.5$ ) синфазными ( $\varphi_{11} = \varphi_{12} = 0$ ) пучками основной частоты  $E_{11} = 0.5$ ,  $E_{12} = 0.5$ ,  $E_{21} = 0$ ,  $E_{22} = 0$ . Пиковые интенсивности (а) основной частоты (черный и красный для левого и правого волноводов соответственно) и второй гармоники (синий и зеленый для левого и правого волноводов соответственно). Поперечные профили пучков при  $\tau = 0$  основной частоты (красный) и второй гармоники (синий) для  $z = 0$  (б),  $z = 100$  (д),  $z = 200$  (е). Зависимость положений пространственного (б) и временного (в) центров от дистанции распространения. Параметры волновода  $x_w = 2$ ,  $a_w = a_{2w} = 2$ ,  $D_{q1} = 10$ ,  $D_{q2} = 10$ . Коэффициенты дифракции  $D_{x1} = 0.1$ ,  $D_{x2} = 0.05$ , коэффициенты дисперсии  $D_{\tau1} = 0.05$ ,  $D_{\tau2} = 0.1$ , коэффициент нелинейности  $\gamma = 0.5$ .

го соотношения фаз заключается в изменении характера движения временных центров импульсов, а также характера их взаимодействия, что можно увидеть на рис. 2а и 2б. При постепенном увеличении фазы  $\varphi_{12}$  от 0 до  $\pi$  импульсная пара посте-

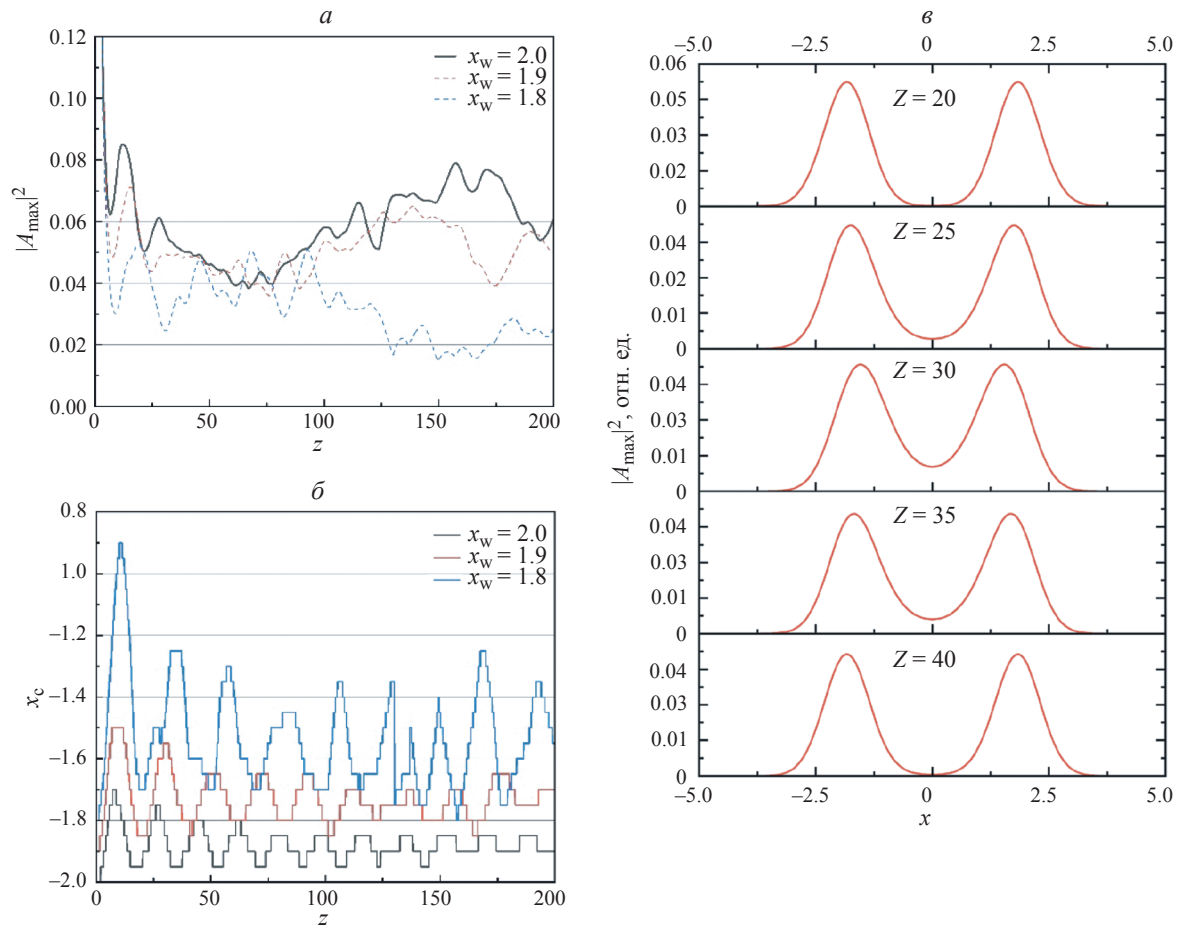
пенно переходит от взаимного отталкивания при  $\varphi_{11} = \varphi_{12} = 0$  к взаимному притяжению при  $\varphi_{11} = 0$ ,  $\varphi_{12} = \pi$ . В промежуточном режиме при  $\varphi_{12} \approx 0.6\pi$  временной центр осциллирует около положения равновесия до  $z = 300$ . После чего, в зависимости



**Рис. 2.** Генерация пары связанных солитонов несинхронными ( $\tau_{10} = -0.5$ ,  $\tau_{20} = 0.5$ ) пучками основной частоты  $E_{11} = 0.5$ ,  $E_{12} = 0.5$ ,  $E_{21} = 0$ ,  $E_{22} = 0$ . Пиковые интенсивности (а) основной частоты в правом волноводе и положение временных центров импульсной пары (б) в зависимости от расстояния  $z$  для разных начальных фаз. Пиковые интенсивности (в) пары импульсов основной частоты и положение их временных центров (г) для случая  $\varphi_{11} = 0$ ,  $\varphi_{12} = 0.6\pi$ . Параметры волновода  $a_\omega = a_{2\omega} = 2$ ,  $D_{q1} = 10$ ,  $D_{q2} = 10$ . Коэффициенты дифракции  $D_{x1} = 0.14$ ,  $D_{x2} = 0.05$ , коэффициенты дисперсии  $D_{\tau1} = 0.05$ ,  $D_{\tau2} = 0.1$ , коэффициент нелинейности  $\gamma = 0.5$ .

от начального соотношения фаз и значения фазы каждого импульса, временные центры импульсов на основной частоте начинают отталкиваться, как в случае с одинаковой фазой, но в данном случае движение центров происходит с разными скоростями (рис. 2в). У сигнала с меньшей начальной фазой центр движется быстрее, в то время как центр второго импульса движется медленнее. Момент начала движения центров импульсов по временной оси совпадает с завершением полупериода процесса перекачки энергии между импульсами, который стал особенно выражен при подобранном соотношении фаз ( $\varphi_{11} = 0$ ,  $\varphi_{12} = 0.6\pi$ ), что можно увидеть на рис. 2в и 2г. Стоит отметить, что временная задержка была введена для того, чтобы эффект притягивания и отталкивания временных центров импульсов можно было отчетливо наблюдать. При синхронном запуске импульсов эффект сохраняется, но для рассматриваемых расстояний отклонение центров импульсов очень мало и станет заметным только на достаточно большой дистанции распространения.

Результаты, полученные при исследовании влияния положения волноводов на режим распространения солитоноподобного решения, показаны на рис. 3. С помощью изменения параметра  $x_w$ , который входит как в начальное решение (4), так и в безразмерную функцию, задающую профиль волновода (3), мы меняли положение центров градиентных волноводов. На рис. 3 можно увидеть, что при параметре  $x_w = 1.9$  ( $a_{\omega,2\omega} = 2$ ) волноводы начинают частично перекрываться, что увеличивает влияние импульсов в разных волноводах друг на друга. Это проявляется в увеличенной амплитуде осцилляции пространственных центров импульсов по сравнению с результатами для неперекрывающихся волноводов при  $x_w = 2.0$ . Энергия «хвостов» импульсов, которая ранее просачивалась в область между волноводами, начинает скапливаться в области перекрытия, что можно увидеть на рис. 3в на графиках для профилей сигналов при различных значениях дистанции распространения  $z$ . При дальнейшем сближении волноводов амплитуда осцилляций пространственных центров продолжает



**Рис. 3.** Генерация пары связанных солитонов несинхронными ( $\tau_{10} = -0.5$ ,  $\tau_{20} = 0.5$ ) синфазными ( $\omega_{11} = \omega_{12} = 0$ ) пучками основной частоты  $E_{11} = 0.5$ ,  $E_{12} = 0.5$ ,  $E_{21} = 0$ ,  $E_{22} = 0$ . Пиковые интенсивности (а) основной частоты и положение пространственных центров (б) в зависимости от расстояния  $z$  для  $x_w = 1.8, 1.9, 2.0$ . Поперечные профили пучков при  $\tau = 0$  и при  $x_w = 1.9$  для основной частоты в промежутке от  $z = 20$  до  $z = 40$  с шагом  $z = 5$  (в). Параметры волновода  $a_\omega = a_{2\omega} = 2$ ,  $D_{q1} = 10$ ,  $D_{q2} = 10$ . Коэффициенты дифракции  $D_{x1} = 0.1$ ,  $D_{x2} = 0.05$ , коэффициенты дисперсии  $D_{\tau1} = 0.05$ ,  $D_{\tau2} = 0.1$ , коэффициент нелинейности  $\gamma = 0.5$ .

нарастать, и при достижении  $x_w = 1.7$  солитоноподобный режим нарушается: импульсная пара распадается на расстоянии в 40 нелинейных длин.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрен процесс формирования и распространения солитоноподобного решения в паре связанных оптических волноводов в плоском квадратично-нелинейном кристалле при изменении параметров, связанных с положением центров волноводов и соотношением фаз между импульсами. Было обнаружено, что от начального соотношения фаз зависит характер взаимодействия импульсов. При определенной начальной разнице фаз ( $\delta\phi = 0.6\pi$ ) наблюдается перекачка энергии между волноводами, которая занимает около 600 нелинейных длин. Перекрытие волноводами друг друга ( $x_w = 1.9$ ) усиливает связь между волноводами, что также влияет на пространственное положение сигналов во время распространения, добавляя заметную осцилляцию центров им-

пульсов вдоль пространственной оси. Пиковая интенсивность при этом снижается, так как часть энергии импульсов начинает просачиваться в область перекрытия волноводами друг друга, задерживаясь в ней.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам. Москва: Физматлит, 2005.
2. Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.H. // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 479.
3. Bergé L. // Phys. Reports. 1998. V. 303. P. 259.
4. Kuznetsov E.A., Dias F. // Phys. Reports. 2011. V. 507. P. 43.
5. Muniyappan A., Parasuraman E., Seadawy A.R., Ramkumar S. // Opt. Quantum Electron. 2024. V. 56. No. 3. Art. No. 440.
6. Sudipta Das, Dey K.K., Sekh G.A. // Optik. 2021. V. 247. Art. No. 167865.

7. *Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Komissarova M.V., Zakharova I.G.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. No. 3. Art. No. 033835.
8. *Longhi S.* // Opt. Lett. 2015. V. 40. P. 1117.
9. *Malomed B.A.* // Photonics. 2021. V. 8. No. 9. P. 353.
10. *Sakaguchi H., Malomed B.A.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 2012. V. 29. P. 2741.
11. *Kartashov Y.V., Malomed B.A., Konotop V.V. et al.* // Opt. Letters. 2015. V. 40. No. 6. P. 1045.
12. *Калинович А.А., Захарова И.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 12. С. 1701; *Kalinovich A.A., Zakharova I.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 12. P. 1785.
13. *Kalinovich A.A., Komissarova M.V., Sazonov S.V. et al.* // PLoS One. 2019. V. 14. No. 8. Art. No. e0220840.

## **(2+1)D soliton pairs in a planar quadratic nonlinear crystal with inhomogeneity**

**B. S. Bryantsev\*, A. A. Kalinovich**

*Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

*\*e-mail: brisbryantsev@mail.ru*

The process of propagation and formation of pulse pairs in a quadratically nonlinear crystal with two waveguides is investigated when parameters related to the position of the waveguides relative to each other, delay and phase ratio between pulses change. A change in the pulse propagation mode during the approach of waveguides and the dependence of the nature of the interaction between the pulses on the initial phase ratio were found.

**Keywords:** optical solitons, quadratic nonlinearity, two-dimensional pulses, inhomogeneity, nonlinear optics