

УДК 532.5

К ПРОБЛЕМЕ МАГНИТОИНДУЦИРОВАННЫХ ЦИРКУЛЯЦИЙ В ТРОМБИРОВАННЫХ КАНАЛАХ

© 2024 г. А. Ю. Мусихин¹*, А. Ю. Зубарев¹

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», Екатеринбург, Россия

*E-mail: antoniusmagna@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.01.2024

После доработки 29.04.2024

Принята к публикации 28.06.2024

Разработана теоретическая модель и метод ее аппроксимационного анализа для изучения циркуляционных течений, возникающих в канале с неоднородным переменным вращающимся магнитным полем. В этом канале находится немагнитная жидкость, в которую инжектируется облако феррожидкости, частицы которой распределены по Гауссовому закону вдоль канала. Предполагается, что правый конец канала заблокирован, чтобы моделировать тромбированный сосуд. Главная цель исследования заключается в развитии научной основы для повышения эффективности транспорта тромболитических препаратов в тромбированных кровеносных сосудах с помощью магнитного воздействия.

Ключевые слова: магнитная жидкость, осциллирующее магнитное поле, магнитоиндуцированные течения, тромб

DOI: 10.31857/S0367676524100177, **EDN:** DSIYH

ВВЕДЕНИЕ

Тромбоз сосудов — серьезное, трудно поддающееся лечению и часто приводящее к летальному исходу заболевание. Основным методом лечения тромбоза является введение специальных препаратов (тромболитиков) для растворения тромбов и восстановления кровотока. Однако внутри тромботических сосудов, где кровоток остановлен, распространение тромболитических препаратов возможно только путем диффузии. Многообещающий метод решения этой проблемы был предложен и запатентован в работах [1,2]. Метод основан на введении наноразмерных магнитных частиц, растворенных в ферромагнитной жидкости [3—6], в тромботические сосуды. Затем на это место воздействует переменное магнитное поле, генерируемое внешним электромагнитом. Под воздействием этого поля частицы начинают двигаться в направлении вращения и поступательного движения, передавая движение жидкости-носителя. Это приводит к появлению циркулирующего тока в кровеносных сосудах, который способствует смешиванию жидкости-носителя с вводимым тромболитическим средством. В результате доставка препарата к месту тромбоза становится более эффективной.

Одним из важных аспектов, которые требуют дальнейшего изучения, является влияние тромба на генерируемые течения в бесконечно длинном канале с каплей феррожидкости в зависимости

от конфигурации внешнего магнитного поля. В существующих теоретических моделях [2,7,8] этот аспект не был учтен. В работах [7,8] мы провели теоретический анализ течений в системах со сферическими частицами, которые подвергаются воздействию сильно неоднородного вращающегося поля. Экспериментально было показано, что эти течения могут возникать в системах с большим градиентом напряженности поля и пространственно неоднородным распределением частиц [10].

Мы в данной работе представляем теоретическую модель циркуляционного течения, которое возникает внутри канала, моделирующего кровеносный сосуд. В канале находится жидкость без магнитных свойств (с вязкостью воды), в которой рядом с тромбом содержится облако феррожидкости с пространственно неоднородным распределением магнитных частиц. Цель работы — изучить влияние конфигурации магнитного поля на течения в канале, а также рассмотреть другую реологию несущей среды. Воздействие на систему переменного градиентного поля обеспечено приложенными к каналу двух соленоидов, работающих по разным тригонометрическим законам. Исследования, проведенные в данной работе и в [7,8,9], позволят определить оптимальную конфигурацию магнитного поля и других физических характеристик системы для практического применения магнитного метода интенсификации растворения тромба.

ОСНОВНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для упрощения математических вопросов мы будем использовать модель полубесконечной плоской щели вместо цилиндрического канала. В этой модели щель заполнена немагнитной ньютоновской жидкостью. Важно отметить, что переход к цилиндрическому каналу не создает серьезных трудностей, но усложняет вычисления и затрудняет их понимание. На рис. 1 показана модельная система, которую мы исследуем. Правый конец щели закрыт непроницаемой стенкой, которая моделирует тромб. Вблизи стенки в щели находится облако растворимой феррожидкости

Здесь мы рассмотрим пример неоднородного вращающегося магнитного поля, создаваемого двумя соленоидами, как показано на рис. 1, варьируя конфигурацию по сравнению с [8].

Предполагается, что расстояние от оси щели до соленоидов много больше толщины щели l и характерного размера облака. Вязкость несущей жидкости вне облака и эффективная вязкость среды внутри облака феррожидкости практически одинаковы. Эта оценка точна, если объемная концентрация частиц в капле не превышает всего 1 %. В нулевой момент времени начальная концентрация частиц полагается равной $\Phi_0(x, z)$. Самый простой подход к упрощению вычислений — использование двумерной модели, в которой все физические величины зависят от времени, координат z и x . Наконец, мы предполагаем, что магнитное поле достаточно сильное, чтобы позволить зеemannовскому энергетическому взаимодействию между каждой наночастицей и полем быть намного выше, чем тепловая энергия системы. Следовательно, мы упустим из виду броуновское вращение частиц.

Если предположить, что соленоиды создают неоднородное переменное поле с частотой ω , то суммарное поле в точке x и z будет иметь вид:

$$H_x = H_{01x}(x, z)\cos\omega t - H_{02x}(x, z)\sin\omega t, \quad (1)$$

$$H_z = H_{01z}(x, z)\cos\omega t - H_{02z}(x, z)\sin\omega t.$$

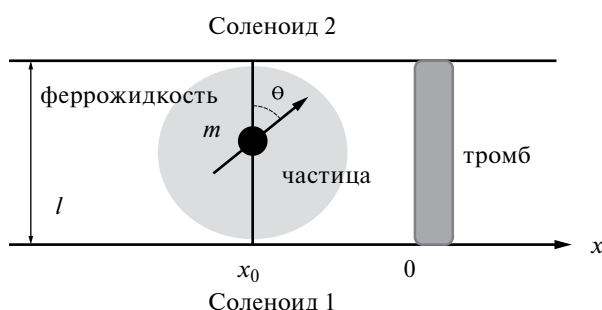


Рис. 1. Иллюстрация рассматриваемой системы. Расстояния от соленоидов до центра облака одинаковые.

Здесь H_{01}, H_{02} — амплитуды полей, создаваемых соленоидами с номерами 1—2 на рис. 1. Формула (1) означает, что северный полюс соленоида 1 находится напротив северного полюса соленоида 2. Соленоиды создают переменные поля, колеблющиеся по разному гармоническому закону. Амплитуды H_{01}, H_{02} могут быть определены из стандартных результатов расчетов полей, генерируемых соленоидами. Явные соотношения для них даны в Приложении.

В приближении механики сплошной среды уравнение течения жидкости с феррочастицами может быть записано в виде (см., например, [12,13]):

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \Delta v_x + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \Gamma + F_x,$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \Delta v_z - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \Gamma + F_z, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} v_x + \frac{\partial}{\partial z} v_z = 0, \quad \Gamma = \mu_0 M \Phi (H_z \sin\theta - H_x \cos\theta).$$

Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ оператор Лапласа, Γ — момент магнитных сил, действующих на единичный объем жидкости, θ — угол между направлением магнитного момента $\vec{m}$ частицы и осью Oz , проиллюстрированной на рис. 1; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная проницаемость вакуума; M — намагниченность материала частицы; $\vec{F} = \mu_0 \Phi (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H}$ — пондеромоторная сила, действующая на единичный объем жидкости в неоднородном магнитном поле $\vec{H}$; $\vec{M} = \vec{m}/V_p$, $M = |\vec{M}|$; V_p — объем частицы. Величина $\frac{1}{2} \Gamma'$ в (1) — антисимметричное напряжение, возникающее в феррожидкости из-за действия момента сил Γ [12,13].

Граничные условия для уравнения (1) запишутся как:

$$v_x = v_z = 0 \text{ при } z = 0, l,$$

$$v_x, v_z \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad (3)$$

$$v_x, v_z = 0 \text{ при } x = 0.$$

В рамках «не броуновского приближения» уравнение для угла θ представим в виде [13]

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) - \frac{1}{6\eta\Phi} \Gamma. \quad (4)$$

Расчеты [10,11] показывают, что для реалистических условий слагаемое $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)$ в (4) мало по сравнению с двумя другими. Очевидно, по порядку величины будет выполняться отношение $\frac{\partial \theta}{\partial t} \sim \omega$. Тогда, из (4) получаем оценку $\Gamma \sim 6\eta\Phi\omega$. Учитывая, что характерный размер облака, инжесктированного в канал, в поперечном к его оси направлении не может

быть больше соответствующего размера канала l , производная $\frac{\partial}{\partial z} \Gamma$ может быть оценена так $\frac{\partial}{\partial z} \Gamma \sim \Gamma/l$. В экспериментах как правило $\omega \sim 10\text{с}^{-1}$, для оценки вязкости несущей жидкости учтем, что она примерно равна вязкости воды $\eta \sim 10^{-3}$ Па·с. Необходимо здесь отметить, что в рамках предлагаемого подхода учет неньютоновости крови потребует более громоздких численных расчетов, поэтому это будет рассматриваться в перспективных исследованиях. Кровеносные сосуды, вероятнее всего, подвержены риску тромбирования, если они имеют диаметр порядка нескольких миллиметров. Таким образом, по порядку величины $\frac{\partial}{\partial z} \Gamma \sim 6\eta\Phi\omega/l \sim 60\Phi\text{Па/м}$. Очевидно, в продольном к оси канала направлении размер облака может быть больше, чем толщина канала, следовательно, должно выполняться условие $\frac{\partial}{\partial x} \Gamma < \frac{\partial}{\partial z} \Gamma$.

Оценим сейчас величину плотности пондеромоторной силы F . В медико-биологических приложениях как правило используются частицы окислов железа — магнетита или маггемита. Их преимущества: доступность, достаточно высокие магнитные характеристики и, главное, биосовместимость. Для этих частиц намагниченность насыщения материала $M \sim 5 \cdot 10^5$ А/м (см., например, [14]). В экспериментах обычно используются поля с напряженностью $H \sim 5 \cdot 10^4$ А/м. Характерный линейный масштаб изменения поля в области облака феррожидкости по порядку величины определяется ее расстоянием а до соленоидов. Учтя, что эти соленоиды должны находиться вне тела пациента, можно допустить, что это расстояние будет порядка десяти сантиметров. Отсюда $F \sim 4\pi \cdot \Phi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^4/10^{-1} \text{ Па/м} \sim 10^5 \text{ Па/м}$. Тогда плотность пондеромоторной силы F для типичных ситуаций получается намного больше плотности сил $\frac{\partial}{\partial x} \Gamma$, $\frac{\partial}{\partial z} \Gamma$ антисимметричных напряжений. Поэтому эти слагаемые можно не учитывать в уравнениях (2).

По порядку величины характерное время инерционной релаксации жидкости в щели шириной l может быть оценено как $l^2\rho/\eta$. Для жидкости со свойствами, близкими к свойствам воды, заполняющей щель с шириной $l \sim 1\text{—}2$ мм (что соответствует диаметру кровеносных сосудов, чье тромбирование опасно для здоровья и жизни человека) это время порядка 1с. Поэтому здесь мы пренебрежем коротким периодом инерционного перехода от состояния покоя жидкости к ее течению, пренебрегая в (2) производной $\frac{\partial v_i}{\partial t}$.

Учитывая все вышесказанные приближения, уравнения течения в канале запишем в квазистационарном виде

$$-\nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \vec{F} = 0, \quad \text{div } \vec{v} = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями (3).

Плотность пондеромоторной силы $\vec{F}$ можно записать как:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \mu_0 \Phi (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} = \\ &= \mu_0 \Phi M \left(\sin \theta \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \cos \theta \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{H}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из уравнения (4) с учетом явного вида магнитного момента Γ , приведенного в (2), получается, что по порядку величины характерное время τ_θ релаксации угла θ должно быть оценено так: $\tau_\theta \sim \eta/\mu_0 M H$. Подставляя сюда записанные выше оценки для η , M и H , получаем $\tau_\theta \sim 10^{-6}$ с. При частоте поля $\omega \sim 10\text{с}^{-1}$, время τ_θ намного меньше периода поля $2\pi/\omega$. Тогда можно считать, что в любой момент времени вектор $\vec{M}$ почти параллелен вектору $\vec{H}$. Это дает возможность использовать следующую аппроксимационную форму формулы (6):

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \mu_0 \Phi (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} = \mu_0 \Phi M \left(\frac{H_x}{H} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \frac{H_z}{H} \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{H}, \quad (7) \\ H &= \sqrt{H_x^2 + H_z^2}. \end{aligned}$$

Далее удобно записать функцию тока Ψ так что

$$v_x = \frac{\partial}{\partial z} \Psi, \quad v_z = -\frac{\partial}{\partial x} \Psi. \quad (8)$$

Отметим, что при таком виде записи компонент скорости $\vec{v}$, условие несжимаемости $\text{div } \vec{v} = 0$ выполняется автоматически.

Взяв ротор от обеих частей первых двух уравнений (2) и имея ввиду (7), а также уравнение $\text{rot } \vec{H} = 0$, после нетрудных выкладок получаем

$$\begin{aligned} \Delta^2 \Psi &= G(x, z, t), \\ G(x, z, t) &= \frac{\mu_0 M}{\eta} \left[\frac{\partial}{\partial z} H \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Phi - \frac{\partial}{\partial x} H \cdot \frac{\partial}{\partial z} \Phi \right], \quad (9) \\ \Delta^2 &= \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^4}. \end{aligned}$$

Граничные условия (3) перепишем так:

$$\begin{aligned} z=0, l \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \\ x=0 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \\ x \rightarrow \infty \quad \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= \frac{\partial \Psi}{\partial z} \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Последнее условие (10) вместе с соотношением $\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$ при $z=0, l$ говорит, что на границах канала функция тока Ψ не зависит от продольной координаты x , т. е. равна константе. Так как заданное значение

этой величины не имеет физического смысла, тогда занулим его. Это условие может быть переписано как

$$z = 0, l \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0; \quad x \rightarrow \infty \quad \Psi \rightarrow 0. \quad (11)$$

В работе [7] продемонстрировано, что для изучаемых систем характерное время магнитофоретического передвижения магнитных наночастиц с диаметром 15–20 нм на дистанции, сравнимые с шириной канала, составляет порядка 140 часов, что намного превышает времена, представляющие интерес с точки зрения транспортировки тромболитиков. Диффузионное передвижение частиц на эти дистанции тоже требует около ста часов. Исходя из этого, далее мы будем считать, что объемная концентрация Φ частиц со временем не изменяется и равна начальному значению.

Формула (9) содержит производные четвертого порядка от функции Ψ по координатам. Точные аналитические решения такого рода уравнений пока не известны. Численное же решение также сталкивается с трудно преодолимыми сложностями; надежные программы решения таких уравнений нам не известны. Поэтому в этой работе будем использовать идею метода склеивания асимптотического разложения, смысл которого заключается в склеивании решений (9–11), получаемых в различных участках течения в канале.

Сначала рассмотрим участок канала далеко от тромба, на расстояниях, сильно превышающих ширину l канала и характерный размер облака феррожидкости. На этом участке линейный масштаб изменения скорости течения вдоль продольной оси x намного превышает изменение в поперечном направлении вдоль оси z . Поэтому формулу (9) с граничными условиями (11) запишем в виде

$$\frac{\partial^4}{\partial z^4} \Psi = G(x, z, t), \quad (12)$$

$$z = 0, l \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0; \quad x \rightarrow \infty \quad \Psi \rightarrow 0.$$

Запишем решение Ψ_0 этого уравнения:

$$\Psi_0 = J(z) + \frac{1}{6} A z^3 + \frac{1}{2} B z^2, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Psi_0}{\partial z} = I(z) + \frac{1}{2} A z^2 + B z,$$

где

$$J(x, z, t) = \int_0^z \int_0^{z_3} \int_0^{z_2} \int_0^{z_1} G(x, z', t) dz' dz_1 dz_2 dz_3,$$

$$I(x, z, t) = \frac{\partial J}{\partial z} = \int_0^z \int_0^{z_2} \int_0^{z_1} G(x, z', t) dz' dz_1 dz_2, \quad (14)$$

$$A = \frac{12}{l^3} \left[J(l) - \frac{1}{2} I(l) \right], \quad B = \frac{2}{l^2} [I(l) - 3J(l)].$$

Рассмотрим сейчас поведение функции тока Ψ прямо рядом с тромбом, т. е. при $x \rightarrow 0$, для этого разложим функцию Ψ в ряд около точки $x=0$:

$$\Psi = \Psi(0) + \Psi'x + \frac{1}{2} \Psi''x^2 + \dots, \quad (15)$$

здесь штрихи означают производные по x при $x=0$. Граничное условие (10) $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$ при $x=0$ говорит о том, что на «тромбе» функция $\Psi(x=0, z)$ не зависит от координаты z . Поскольку при $z=0, l$ работает граничное условие $\Psi=0$, то это означает, что $\Psi(x=0)=0$. Условие $\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0$ при $x=0$ означает, что $\Psi' = 0$. Вследствие чего, первым ненулевым слагаемым в разложении (15) будет слагаемое $\frac{1}{2} \Psi''x^2$. Исходя из этого, запишем функцию Ψ в экстраполяционном виде, удовлетворяющей граничным условиям задачи

$$\Psi = \begin{cases} \alpha x^2 \Psi_0(x, z, t), & x^2 < 1/\alpha \\ \Psi_0(x, z, t), & x^2 > 1/\alpha \end{cases} \quad (16)$$

где α — коэффициент, который определяется из условия лучшего соотношения формулы (16) дифференциальному уравнению (9). Данное условие сформулируем следующим образом. Введем функцию

$$L(\alpha) = \int_0^\infty \int_0^l [\Delta^2 \Psi - G(x, z, t)]^2 dz dx \quad (17)$$

и выберем α , дающее минимальное значение L . Идеино такой метод похож на классический вариационный метод Онсагера определения термодинамических функций в жидких кристаллах [15, 16].

Переписем (17) в виде

$$L(\alpha) = \int_0^\infty \int_0^l \left[\alpha \Delta^2 (x^2 \Psi_0) - G(x, z, t) \right]^2 dz dx + \int_0^\infty \int_0^l \left[\Delta^2 \Psi_0 - G(x, z, t) \right]^2 dz dx \quad (18)$$

Из этого получим формулу для определения α , которую можно решить численно:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha} L(\alpha) &= 2\alpha \int_0^\infty \int_0^l \left[\Delta^2 (x^2 \Psi_0) \right]^2 dz dx - \\ &- 2 \int_0^\infty \int_0^l G(x, z, t) \Delta^2 (x^2 \Psi_0) dz dx - \\ &- s_1(1/\alpha) + \frac{2}{\alpha} s_2(1/\alpha) - \frac{1}{\alpha^2} s_3(1/\alpha) + \\ &+ \frac{1}{\alpha^2} s_4(1/\alpha) = 0, \\ s_1(x) &= \int_0^l \left[\Delta^2 (x^2 \Psi_0) \right]^2 dz, \end{aligned}$$

$$s_2(x) = \int_0^l G \Delta^2 (x^2 \Psi_0) dz, \quad (19)$$

$$s_3(x) = \int_0^l G^2 dz, \quad s_4(x) = \int_0^l [\Delta^2 \Psi_0 - G(x, z, t)]^2 dz dx.$$

Для примера рассмотрим случай, когда профиль объемной концентрации феррочастиц не зависит от поперечной координаты z и имеет форму распределения Гаусса вдоль оси x :

$$\Phi = \Phi^0 \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right). \quad (20)$$

где дисперсия σ учитывает характерный размер облака; x_0 — координата его центра (расстояние от центра облака до тромба). Физически распределение (20) может соответствовать случаю, когда в канал внедряется облако растворимой феррожидкости с размером больше, чем ширина канала l ; после внедрения облако немного расплывается вдоль продольной оси x . Тогда

$$\begin{aligned} G(x, z, t) &= \frac{\mu_0 M}{\eta} \left[\frac{\partial}{\partial z} H \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Phi \right] = \\ &= -\frac{\mu_0 M}{\eta} \Phi^0 \frac{2(x-x_0)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right) \frac{\partial}{\partial z} H(x, z, t). \end{aligned} \quad (21)$$

Функции J и I , определенные в (14), сейчас имеют форму:

$$\begin{aligned} J(z) &= \\ &= -\frac{\mu_0 M}{\eta} \Phi^0 \frac{2(x-x_0)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right) \int_0^z \int_0^z \int_0^z H dz' dz_1 dz_2, \\ I(z) &= \frac{\partial J}{\partial z} = \\ &= -\frac{\mu_0 M}{\eta} \Phi^0 \frac{2(x-x_0)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\sigma^2}\right) \int_0^z \int_0^z H dz' dz_1. \end{aligned} \quad (22)$$

Формула (19) с учетом (21) и (22) была решена численно и вычислен коэффициент α . Продольная компонента скорости течения феррожидкости в канале может быть найдена из (16) как

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \begin{cases} \alpha x^2 \frac{\partial \Psi_0(x, z, t)}{\partial z}, & x^2 < \alpha \\ \frac{\partial \Psi_0(x, z, t)}{\partial z}, & x^2 > \alpha \end{cases} \quad (23)$$

Результаты вычислений v_x показаны на рис. 2 и 3. Кривые посчитаны для частот 10 и 20 с^{-1} . Можно обратить внимание на то, что увеличение частоты поля ведет к увеличению скорости течения феррожидкости. На рис. 1 показано, что около тромба (~ 0.011 мм) скорость циркуляции достигает значения 0.09 мкм/с . Далеко от тромба (~ 11 мм) (рис. 3) скорость растет

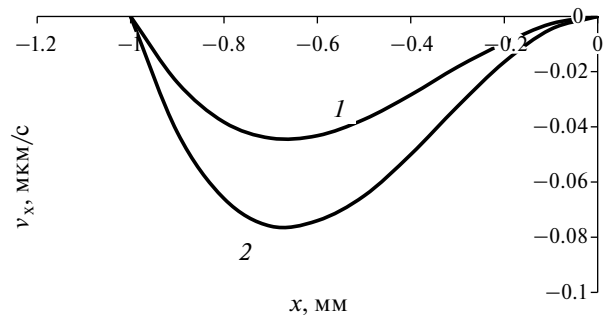


Рис. 2. Продольная компонента скорости v_x в зависимости от координаты x рядом с тромбом ($x = 0$) для различных частот ω при фиксированном $z = l/3$. Кривая 1: $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$; кривая 2: $\omega = 20 \text{ с}^{-1}$. Объемная концентрация частиц в центре капли $\Phi_0 = 0.01$; дисперсия $\sigma = 1$ см; характеристики магнита одинаковы для всех остальных: диаметр $D = 1$ см; ток $I = 8$ А; высота $h = 1$ см; количество витков $N = 10^4$; положение центра облака $x_0 = 1$ мм, ширина канала $l = 2$ мм

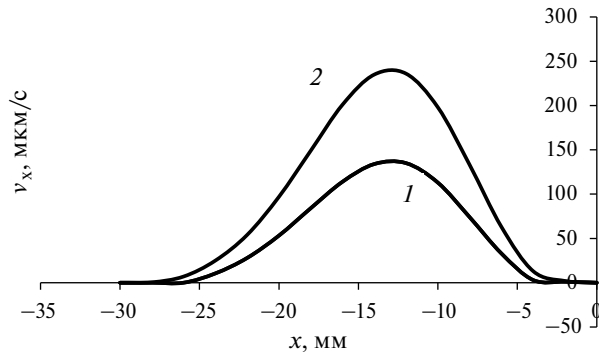


Рис. 3. Продольная компонента скорости v_x в зависимости от координаты x вдали от тромба ($x = 12$ мм) для различных частот ω при фиксированном $z = l/3$. Параметры такие же, как и на рис. 3.

до значений 240 мкм/с . На рис. 4 представлена зависимость скорости течения v_x от поперечной координаты z при фиксированной координате x . Получается, что если посчитать скорость в среднем, то скорость циркуляционных течений получается на несколько

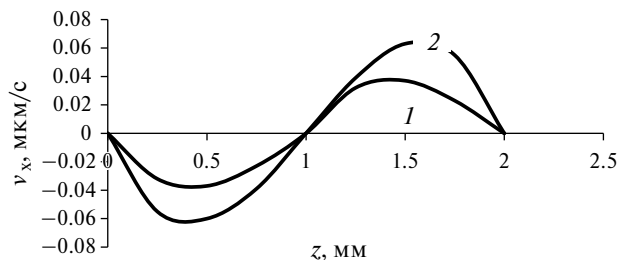


Рис. 4. Продольная компонента скорости v_x в зависимости от координаты z для различных времен t при фиксированном $x = x_0/2$ и $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$. Кривая 1: $t = 1$ с; кривая 2: $t = 0.5$ с. Остальные параметры такие же, как и на рис. 2.

порядков выше, чем скорость диффузионного перемещения тромболитических лекарств, оцененной в [2] как 0.8 мкм/с. Данные результаты подтверждают эффективность метода интенсификации транспорта лекарств в тромбированных сосудах с применением магнитной жидкости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изученная модель создания циркуляционных течений в канале с немагнитной жидкостью

оправдано использование линейного приближения (2) для описания течения жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-72-01012).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Для расчета компонент амплитуды $\vec{H}_{01}$ поля в формуле (1), создаваемого соленоидом 1 на рис. 1 применяется закон Био—Савара—Лапласа. В цилиндрических координатах он записывается так

$$H_{01x}(x, z) = \frac{I \cdot D \cdot N}{8\pi h} \int_{-(h+a)}^{-a} dz' \left(\int_0^{2\pi} \frac{(z - z') \cos \varphi}{\left[(z - z')^2 + \left(\frac{D}{2} \sin \varphi \right)^2 + \left(x - x_0 - \frac{D}{2} \cos \varphi \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} d\varphi \right)$$

$$H_{01z}(x, z) = \frac{I \cdot D \cdot N}{8\pi h} \int_{-(h+a)}^{-a} dz' \left(\int_0^{2\pi} \frac{\frac{D}{2} - (x - x_0) \cos \varphi}{\left[(z - z')^2 + \left(\frac{D}{2} \sin \varphi \right)^2 + \left(x - x_0 - \frac{D}{2} \cos \varphi \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} d\varphi \right)$$

и с внедренным в нее облаком нанодисперсной магнитной жидкости при воздействии неоднородного вращающегося магнитного поля, созданного двумя соленоидами. Правый конец канала предполагался непроницаемым (тромбированным). Результаты показывают, что при такой конфигурации соленоидов, частоты и напряженности магнитного поля, а также при достаточно реалистических параметрах задачи, в канале около тромба генерируются циркуляционные течения с амплитудой скорости около 0.09 мкм/с. Такие потоки могут значительно усилить транспорт нейтральной молекулярной примеси (тромболитического лекарства) в несущей среде сосуда, что подтверждает теорию, предложенную в работах [1,2] о перспективности метода создания магнитоиндуцированных циркуляций в закупоренных кровеносных сосудах для ускорения транспорта лекарства.

Теперь обсудим возможность применения подхода малых чисел Рейнольдса и соответствующего ему уравнения (2). На рис. 2 видно, что скорость течения жидкости не превышает нескольких сотен микрометров в секунду. При таких скоростях, для канала диаметром около 1—2 мм, что соответствует диаметру кровеносного сосуда (тромбирование которого опасно для здоровья и жизни человека), и с использованием вязкости воды, число Рейнольдса оказывается много меньше единицы. Исходя из этого,

где I — ток в электромагните, h — его высота, — количество витков электромагнита, а расстояние от электромагнита до канала. Эта соотношение дает компоненты поля для нижнего электромагнита, для верхнего электромагнита данные компоненты записываются аналогично.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Creighton Francis M.* Magnetic-based systems for treating occluded vessels. US Patent No. 8308628. 2012.
2. *Clements M.J.* A mathematical model for magnetically-assisted delivery of thrombolytics in occluded blood vessels for ischemic stroke treatment. PhD thesis. Texas University, 2016.
3. *Долуденко И.М., Хайретдинова Д.Р., Загорский Д.Л. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 321; *Doludenko I.M., Khairatdinova D.R., Zagorsky D.L. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 277.
4. *Тятюшкин А.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 885; *Tyatyushkin A.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 804.
5. *Ряполов П.А., Соколов Е.А., Шельдешова Е.В. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 343;

- Ryapolov P.A., Sokolov E.A., Shel'deshova E.V. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. P. 295.
6. *Ерин К.В., Вивчарь В.И., Шевченко Е.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 315; *Yerin C.V., Vivchar V.I., Shevchenko E.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 272.
 7. *Musikhin A., Zubarev A., Raboisson-Michel M. et al.* // Phil. Trans. Royal Soc. A. 2020. V. 378. Art. No. 20190250.
 8. *Мусихин А.Ю., Зубарев А.Ю.* // Изв. РАН. МЖГ. 2023. № 3. С. 12; *Musikhin A.Yu., Zubarev A.Yu.* // Fluid Dynamics. 2023. V. 58. P. 12.
 9. *Зубарев А.Ю., Мусихин А.Ю.* // ЖЭТФ. 2023. Т. 163. № 4. С. 602; *Zubarev A.Y., Musikhin A.Y.* // J. Exp. Theor. Phys. 2023. V. 136. P. 534.
 10. *Raboisson-Michel M.* Micro-vortex magnetique pour le transport convective de molecules: vers une application biomédicale. University Cote d'Azur. 2022.
 11. *Zubarev A.Y., Musikhin A.Y.* // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2023. V. 232. No. 8. P. 1333.
 12. *Rosensweig R.* Ferrohydrodynamics. NY.: Cambridge, 1985.
 13. *Покровский В.* Статистическая механика разбавленных суспензий. М.: Наука, 1978.
 14. *Odenbach S.* Magnetoviscous effect in ferrofluids. Springer, 2002.
 15. *Onsager L.* // Ann. N.Y. Acad. Sci. 1949. V. 5. P. 627.
 16. *de Gennes P.G.* The physics of liquid crystals. Oxford: Clarendon Press, 1974.

On the problem of magneto-induced circulations in thrombosed channels

A. Yu. Musikhin^{1, *}, A. Yu. Zubarev¹

¹*Ural Federal University, Yekaterinburg, 620002 Russia*

^{*}*e-mail: Antoniusmagna@yandex.ru*

A theoretical model and a method for its approximation analysis were developed to study circulation flows arising in a channel with a non-uniform alternating rotating magnetic field. This channel contains a non-magnetic fluid into which a cloud of ferrofluid is injected, the particles of which are distributed according to the Gaussian law along the channel. It is assumed that the right end of the channel is blocked to simulate a thrombosed vessel. The main goal of the study is to develop a scientific basis for increasing the efficiency of transport of thrombolytic drugs in thrombosed blood vessels using magnetic stimulation.

Keywords: magnetic fluid, oscillating magnetic field, magnetically induced flows, thrombus.