

УДК 532.584:537.624

ВЛИЯНИЕ ГИРОМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ НА НАМАГНИЧИВАНИЕ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

© 2024 г. А. Н. Тятюшкин*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Москва, Россия

*E-mail: tan@imes.msu.ru

Поступила в редакцию 22.01.2024

После доработки 29.04.2024

Принята к публикации 28.06.2024

Теоретически изучено влияние гиромагнитных эффектов на намагничивание магнитной жидкости, которая считается суспензией сферических жестко намагниченных частиц, в однородном магнитном поле. Получены выражения для намагниченности суспензии. Проведены численные оценки параметра, определяющего влияние гиромагнитных эффектов.

Ключевые слова: феррогидродинамика, магнитное поле, магнитный дипольный момент, гиромагнитные эффекты, функция распределения по ориентациям, намагниченность

DOI: 10.31857/S0367676524100048, **EDN:** DTMKVA

ВВЕДЕНИЕ

Магнитные жидкости привлекают внимание исследователей (см., например, [1–5]) как в связи с возможностью их применения в различных технологических процессах, в том числе в микрофлюидике, так и в связи с тем, что они дают возможность исследовать различные явления, связанные с их уникальными свойствами.

Магнитные жидкости представляют собой суспензии броуновских магнитных частиц. В таких суспензиях особенно заметно проявляются как влияние течения на процессы намагничивания, так и влияние намагничивания на течение.

Взаимное влияние процессов намагничивания и течения в суспензиях магнитных частиц проявляется в явлениях магнитовязкости и релаксации намагниченности. Магнитовязкость — это явление изменения реологических свойств под действием магнитного поля, а релаксация намагниченности — это процесс установления термодинамического равновесия, в результате которого намагниченность суспензии стремится к значению, соответствующему термодинамическому равновесию, так называемой равновесной намагниченности.

Для теоретического исследования взаимного влияния процессов намагничивания и течения в суспензиях магнитных частиц используются методы неравновесной термодинамики и физической кинетики. При использовании этих методов возникает необходимость применять различные упрощающие

предположения. При использовании методов неравновесной термодинамики физический смысл этих упрощающих предположений часто неочевиден. При использовании методов физической кинетики физический смысл упрощающих предположений обычно довольно очевиден. Однако методы физической кинетики математически гораздо сложнее методов неравновесной термодинамики.

Для того, чтобы исследовать поведение суспензий магнитных частиц при течении в магнитных полях методами физической кинетики, необходимо исследовать поведение одиночной частицы, взвешенной в текущей жидкости, в магнитном поле. Результаты такого исследования можно использовать непосредственно для вычисления параметров суспензии с достаточно малой объемной концентрацией частиц. Для вычисления параметров суспензий с большой объемной концентрацией частиц необходимо, кроме того, исследовать магнитное и гидродинамическое взаимодействие частиц между собой.

Неравновесное намагничивание суспензии магнитных диполей в гармонически колеблющихся [6] и вращающихся [7] магнитных полях теоретически исследовалось с использованием уравнения Фоккера–Планка. В рамках этого подхода учитывалось влияние вращательного броуновского движения магнитных диполей, но при этом инерционными эффектами пренебрегалось.

В работах [8–10] теоретически исследовалось влияние вращения на намагничивание суспензии сферических магнитных частиц в однородном магнитном

поле с учетом инерционных эффектов. Для суспензии броуновских магнитных частиц, вращающейся в однородном магнитном поле, получена система уравнений для функции распределения по ориентациям магнитных дипольных моментов. Полученная система уравнений учитывает как инерцию частиц, так и инерцию дисперсионной жидкости суспензии [10]. Получено решение этой системы уравнений для суспензии, вращающейся в достаточно слабом переменном магнитном поле. С использованием этого решения найден вектор намагниченности суспензии.

Влияние гиромангнитных эффектов исследовалось в работах [11–12]. В обзоре [13] (см. главу VIII п. 2.5) обсуждается роль гиромангнитных эффектов в магнитных жидкостях. Там также приведена более обширная библиография работ, посвященных гиромангнитным эффектам.

В [8–10], как и во многих других работах, посвященных процессам намагничивания в магнитных жидкостях, не учитывалось влияние гиромангнитных эффектов. Однако оценки (см., например, [12]) показывают, что гиромангнитный момент импульса броуновских магнитных частиц значительно превосходит момент импульса, связанный с их вращением.

Оценки показывают, что для того, чтобы момент, связанный с вращением сферической частицы радиуса 5 нм (типичный размер частиц магнитных жидкостей) был равен ее гиромангнитному моменту, угловая скорость вращения частицы должна быть $8.6 \cdot 10^6$ об/с. Такие угловые скорости вращения на макроскопическом уровне вряд ли достижимы. Но, с другой стороны, среднеквадратичная угловая скорость броуновского вращения частиц, типичного для магнитных жидкостей размера, при 20°C — приблизительно $6.7 \cdot 10^7$ об/с. Таким образом, такие оценки вряд ли можно считать достаточными для того, чтобы сделать вывод о том, каким из моментов частицы можно пренебречь. Наиболее надежный способ — это учесть влияние обоих моментов в конкретной задаче.

Цель данной работы — исследовать влияние установившегося течения на намагничивание в суспензиях жестко намагниченных частиц как в постоянном, так и в переменном магнитном поле с учетом гиромангнитных эффектов. При этом предполагается учитывать также и влияние инерции как частиц суспензии, так и инерции ее дисперсионной жидкости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЕ

Рассмотрим суспензию сферических броуновских частиц одинакового радиуса. Частицы имеют одинаковый момент инерции и одинаковый модуль вектора магнитного момента. Направление вектора магнитного момента не изменяется относительно частицы, т. е. вектор магнитного момента вращается вместе с частицей. Плотность и вязкость несущей жидкости суспензии — ρ и η , число частиц на единицу объема суспензии — n . Концентрация частиц суспензии настолько мала, что можно пренебречь их магнитным и гидродинамическим взаимодействием. Суспензия течет в однородном магнитном поле с напряженностью $\vec{H}_a \cos(\omega t)$, где $\vec{H}_a$ и ω — амплитуда и угловая частота колебаний, t — время.

Система уравнений, определяющая угловую скорость одиночной частицы и ориентацию ее магнитного дипольного момента в сдвиговом потоке (см. рис. 1)

$$\vec{v}_\infty = 2\vec{r} \cdot \vec{k} (\vec{\Omega}_s \times \vec{k}), \quad \vec{k} \perp \vec{\Omega}_s, \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1, \quad (1)$$

состоит из уравнения момента импульса, описывающего вращение частицы, в котором к моменту импульса частицы, связанному с ее вращением, добавлен гиромангнитный момент импульса (см. [14], § 36),

$$J \frac{d\vec{\Omega}_p}{dt} + \frac{2m_e c}{eg} \frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{M} \times \vec{H} + \vec{K}_B + \vec{K}_v, \quad (2)$$

и уравнения, выражающего условие того, что магнитный момент частицы не изменяется относительно

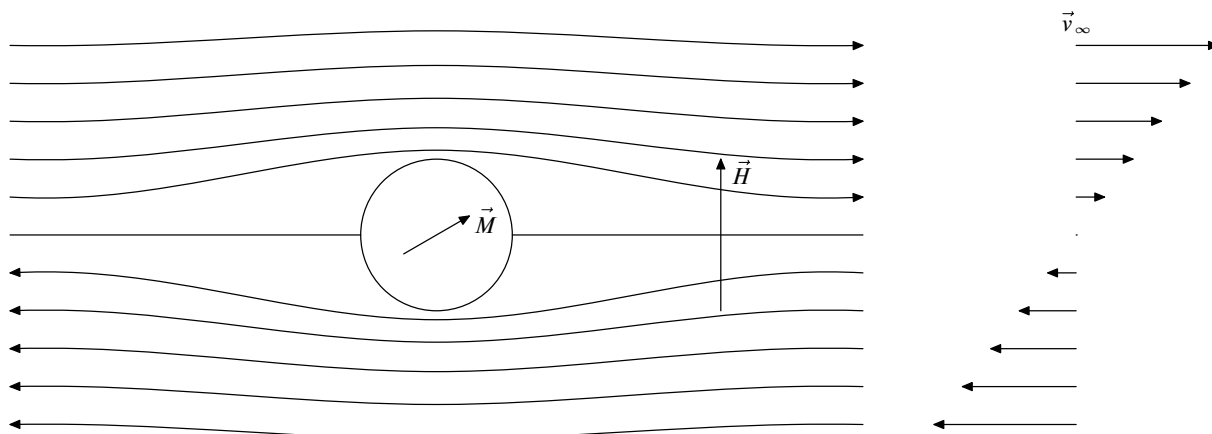


Рис. 1. Частица в сдвиговом потоке $\vec{v}_\infty = 2\vec{r} \cdot \vec{k} (\vec{\Omega}_s \times \vec{k})$, $\vec{k} \perp \vec{\Omega}_s$, $\vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ ($\vec{r}$ — радиус-вектор с началом в центре сферической частицы).

неинерциальной системы отсчета, связанной с частицей

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \vec{\Omega}_p \times \vec{M}. \quad (3)$$

Здесь и далее формулы выписаны для гауссовой системы единиц, « $\cdot$ » и « $\times$ » обозначают скалярное и векторное произведения, $\vec{r}$ — радиус-вектор с началом в центре частицы, $\vec{\Omega}_s$ — угловая скорость в сдвиговом потоке, обтекающем частицу, $\vec{k}$ — некоторый вектор, определяющий этот сдвиговый поток, m_e и e — масса и заряд электрона, c — скорость света, a — радиус частицы, J — момент инерции частицы, $\vec{M}$ — вектор магнитного момента частицы, g — гиромагнитный коэффициент магнитного вещества частицы, $\vec{K}_B$ — момент стохастических сил, вызывающих броуновское движение частицы, $\vec{K}_v$ — момент сил, действующих со стороны окружающей частицу жидкости. Для того чтобы вектор магнитного момента не изменялся относительно частицы, необходимо, чтобы частота колебаний приложенного поля была достаточно мала. Будем считать, что для круговой частоты колебаний выполняется условие

$$\omega \ll \frac{2\eta}{\rho a^2}. \quad (4)$$

Тогда из решения задачи о вращательных колебаниях абсолютно твердой сферы в вязкой жидкости, приведенного в [15] (задача 7 к § 24), следует (см. [9]) что

$$\vec{K}_v = -8\pi\eta a^3 \vec{\Omega}_p - \frac{8\pi}{3} \rho a^5 \frac{d\vec{\Omega}_p}{dt}. \quad (5)$$

Отметим, что при этом в уравнении момента импульса учитывается как инерция частицы, так и инерция жидкости, в которой она совершает вращательное движение.

Для того, чтобы можно было пренебречь гидродинамическим и магнитным взаимодействием частиц, должны выполняться условия

$$\sqrt[3]{n} \ll \frac{1}{a}, \quad n \ll \frac{H_a}{M}. \quad (6)$$

На основании системы уравнений для угловой скорости и магнитного дипольного момента одиночной частицы (2) и (3), с использованием метода, предложенного в работе [9], и аналогичных предположений, получена система уравнений для функции распределения частиц по ориентациям магнитных моментов. Получено решение этой системы уравнений для суспензии, намагничивающейся в достаточно слабом переменном магнитном поле. С использованием этого решения получены выражения для намагниченности суспензии.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ

Вектор намагниченности $\vec{M}(t)$ суспензии броуновских частиц, текущей в однородном магнитном поле с вектором напряженности, модуль которого удовлетворяет условию

$$H_a \ll \frac{k_B T}{M}, \quad (7)$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{M}(t) = & \operatorname{Re}(\tilde{\chi}_{\parallel} e^{i\omega t}) \frac{\vec{\Omega}_s \vec{\Omega}_s}{\Omega_s^2} \cdot \vec{H}_a + \\ & + \operatorname{Re}(\tilde{\chi}_{\perp} e^{i\omega t}) \left(\vec{H}_a - \frac{\vec{\Omega}_s \vec{\Omega}_s}{\Omega_s^2} \cdot \vec{H}_a \right) + \operatorname{Re}(\tilde{\tau} e^{i\omega t}) \vec{\Omega}_s \times \vec{H}_a, \end{aligned} \quad (8)$$

где продольная и поперечная компоненты комплексной магнитной восприимчивости $\tilde{\chi}_{\parallel}$ и $\tilde{\chi}_{\perp}$ и комплексный коэффициент $\tilde{\tau}$, имеющий размерность времени, определены следующими формулами

$$\tilde{\chi}_{\parallel} = \frac{\chi_0}{1 - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa_{\parallel}) + i\omega \tau_B (1 + \kappa_{\parallel})}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{\perp} = & \frac{1}{2} \frac{\chi_0}{1 + i\Omega_s \tau_B - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa_{+}) + i\omega \tau_B (1 + \kappa_{+})} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\chi_0}{1 - i\Omega_s \tau_B - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa_{-}) + i\omega \tau_B (1 + \kappa_{-})}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} = & \frac{i}{2\Omega_s} \frac{\chi_0}{1 + i\Omega_s \tau_B - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa_{+}) + i\omega \tau_B (1 + \kappa_{+})} - \\ & - \frac{i}{2\Omega_s} \frac{\chi_0}{1 - i\Omega_s \tau_B - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa_{-}) + i\omega \tau_B (1 + \kappa_{-})}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\kappa_{\parallel} = \kappa \left(1 - \frac{4 \frac{\Omega_s^2 \tau_B^2}{5 \omega^2 \tau_i^2 - i\omega \tau_B}}{3 - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa) + i\omega \tau_B (1 + \kappa)} \right), \quad (12)$$

$$\kappa_{\pm} = \kappa \left(1 - \frac{3 \frac{\Omega_s^2 \tau_B^2}{5 \omega^2 \tau_i^2 - i\omega \tau_B}}{3 \pm i\Omega_s \tau_B - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa) + i\omega \tau_B (1 + \kappa)} \right), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \chi_0 = & \frac{1}{3} \frac{M^2 n}{k_B T}, \quad \tau_B = \frac{4\pi a^3 \eta}{k_B T}, \quad \tau_i = \sqrt{\frac{J_{\text{eff}}}{2k_B T}}, \\ \tau_{\text{pl}} = & \frac{J_{\text{eff}}}{8\pi \eta a^3} = \frac{\tau_i^2}{\tau_B}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\kappa = \frac{\gamma^{*2}}{1 + (\tau_{\text{pl}} \omega)^2}, \quad \gamma^{*} = \frac{m_e c M}{4\pi a^3 e g \eta}, \quad J_{\text{eff}} = J + \frac{8\pi}{3} \rho a^5. \quad (15)$$

Здесь Re обозначает действительную часть комплексного выражения, i — мнимая единица, $e = 2.71828...$ — основание натурального логарифма, T — абсолютная температура суспензии, k_B — постоянная Больцмана.

В текущей суспензии $\vec{\Omega}_s$, вообще говоря, принимает разные значения в разных точках потока. Если суспензия течет как идеальная жидкость, то $\vec{\Omega}_s = \vec{0}$, и суспензия намагничивается так, как если бы она была неподвижной.

Для неподвижной суспензии вектор намагниченности имеет вид

$$\vec{M}(t) = \text{Re}(\tilde{\chi} e^{i\omega t}) \vec{H}_a, \quad (16)$$

где комплексная магнитная восприимчивость $\tilde{\chi}$ определена формулой

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi_0}{1 - \omega^2 \tau_i^2 (1 - \kappa) + i\omega \tau_B (1 + \kappa)}. \quad (17)$$

В предельном случае постоянного магнитного поля $\omega \rightarrow 0$

$$\vec{M} = \chi_{\parallel} \frac{\vec{\Omega}_s \cdot \vec{\Omega}_s}{\Omega_s^2} \cdot \vec{H}_a + \chi_{\perp} \left(\vec{H}_a - \frac{\vec{\Omega}_s \cdot \vec{\Omega}_s}{\Omega_s^2} \cdot \vec{H}_a \right) + \tau \vec{\Omega}_s \times \vec{H}_a, \quad (18)$$

где продольная и поперечная компоненты магнитной восприимчивости $\chi_{\parallel}$ и $\chi_{\perp}$ и коэффициент τ , имеющий размерность времени, определены следующими формулами

$$\chi_{\parallel} = \frac{\chi_0}{1 - \frac{4}{15} \gamma^{*2} \Omega_s^2 \tau_B^2}, \quad (19)$$

$$\chi_{\perp} = \chi_0 \frac{9 - \left(7 + \frac{9}{5} \gamma^{*2}\right) \Omega_s^2 \tau_B^2}{\left[3 - \left(1 + \frac{3}{5} \gamma^{*2}\right) \Omega_s^2 \tau_B^2\right]^2 + 16 \Omega_s^2 \tau_B^2}, \quad (20)$$

$$\tau = \chi_0 \tau_B \frac{9 + \left(1 + \frac{3}{5} \gamma^{*2}\right) \Omega_s^2 \tau_B^2}{\left[3 - \left(1 + \frac{3}{5} \gamma^{*2}\right) \Omega_s^2 \tau_B^2\right]^2 + 16 \Omega_s^2 \tau_B^2}. \quad (21)$$

Как видно из (18)–(21), для неподвижной суспензии в постоянном магнитном поле влияние гиромагнитных коэффициентов отсутствует, а введенный выше (см. (14)) параметр χ_0 является магнитной восприимчивостью неподвижной суспензии.

Влияние гиромагнитных эффектов определяется коэффициентом γ^* . Если этот коэффициент достаточно мал, то влиянием гиромагнитных эффектов можно пренебречь.

Были проведены численные оценки параметра γ^* , определяющего влияние гиромагнитных эффектов, которые показали, что для неподвижных суспензий частиц, взвешенных в жидкостях с характерными для обычных условий значениями коэффициента вязкости, этот параметр много меньше единицы. Например, для суспензии, представляющей собой частицы из магнетита, взвешенные в керосине, $\gamma^* = 0.00032$ при 20°C . Таким образом, эти оценки показывают, что для неподвижной суспензии броуновских магнитных частиц влиянием гиромагнитных эффектов на ее намагничивание можно пренебречь. Отметим, что этот вывод относится также и к суспензии, текущей как идеальная жидкость, для которой тоже $\Omega_s = 0$.

Что же касается случая $\Omega_s \neq 0$, то он требует более детального анализа. Но и для этого случая можно утверждать, что влиянием гиромагнитных эффектов для большей части интервала изменения частоты колебаний можно пренебречь, и что это влияние может заметно проявиться лишь в узких окрестностях некоторых резонансных частот.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено теоретическое исследование влияния гиромагнитных эффектов на намагничивание магнитной жидкости, которая считалась суспензией сферических жестко намагниченных частиц, в однородном магнитном поле. Концентрация частиц суспензии считалась достаточно малой для того, чтобы можно было пренебречь магнитным и гидродинамическим взаимодействием частиц между собой. Рассматривались как текущие, так и неподвижные суспензии. Получена система уравнений, определяющая угловую скорость одиночной частицы и ориентацию ее магнитного дипольного момента. Система состоит из уравнения момента импульса, описывающего вращение частицы, и уравнения, выражающего условие того, что магнитный момент частицы не изменяется относительно неинерциальной системы отсчета, связанной с частицей. В уравнении момента импульса учитывается как инерция частицы, так и инерция жидкости, в которой она совершает вращательное движение. Влияние гиромагнитных эффектов в уравнении момента импульса описывается введением добавочного члена для момента импульса частицы, который пропорционален величине ее магнитного момента.

На основании системы уравнений для угловой скорости и магнитного дипольного момента одиночной частицы получена система уравнений для функции распределения частиц по ориентациям магнитных моментов. Получено решение этой системы уравнений для суспензии, намагничивающейся в достаточно слабом переменном магнитном поле. С использованием этого решения получены выражения для намагниченности суспензии. Найден безразмерный параметр, определяющий влияние гиромагнитных эффектов на намагничивание как неподвижной, так

и текущей суспензии. Проверено, что при стремлении этого параметра к нулю полученные выражения для намагниченностей стремятся к выражениям для намагниченностей неподвижной и текущей суспензии магнитных броуновских частиц, полученным ранее без учета влияния гиромагнитных эффектов. Предположено, что, если этот параметр много меньше единицы, влиянием гиромагнитных эффектов на намагничивание суспензии можно пренебречь. Установлена справедливость этого предположения для неподвижной суспензии. Проведены численные оценки параметра, определяющего влияние гиромагнитных эффектов, которые показали, что для суспензий частиц, взвешенных в жидкостях с характерными для обычных условий значениями коэффициента вязкости, этот параметр много меньше единицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ерин К.В., Вивчарь В.И., Шевченко Е.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 315; Yerin C.V., Vivchar V.I., Shevchenko E.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 272.
2. Бельх С.С., Ерин К.В., Фурсова В.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 3. С. 333; Belykh S.S., Yerin C.V., Fursova V.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2023. V. 87. No. 3. P. 287.
3. Бельх С.С., Ерин К.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 962; Belykh S.S., Yerin C.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 878.
4. Гареев К.Г., Непомнящая Э.К. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 990; Gareev K.G., Nepomnyashchaya E.K. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 904.
5. Тятюшкин А.Н. // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 7. С. 885; Tyatyushkin A.N. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 7. P. 804.
6. Raikher Yu.L., Stepanov V.I. // J. Magn. Magn. Matt. 2008. V. 320. P. 2692.
7. Raikher Yu.L., Stepanov V.I. // Phys. Rev. E. 2011. V. 83. Art. No. 021401.
8. Tyatyushkin A.N. // Solid State Phenom. 2009. V. 152—153. P. 167.
9. Tyatyushkin A.N. // Solid State Phenom. 2012. V. 190. P. 657.
10. Tyatyushkin A.N. // Solid State Phenom. 2015. V. 233. P. 302.
11. Шлиомис М.И. // ЖЭТФ. 1968. Т. 53. № 9. С. 1125; Shliomis M.I. // JETP. 1968. V. 26. No. 3. P. 665.
12. Желнорович В.А. // Докл. АН СССР. 1978. Т. 238. № 2. С. 289.
13. Гогосов В.В., Налетова В.А., Шапошникова Г.А. // Итоги науки и техники. Сер. Мех. жидк. и газа. 1981. Т. 16. С. 76.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.

Influence of gyromagnetic effects on magnetization of magnetic liquids

A. N. Tyatyushkin*

Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119192 Russia

*e-mail: tan@imec.msu.ru

The influence of gyromagnetic effects on magnetization of a magnetic liquid that is regarded as a suspension of spherical rigidly magnetized particles in a uniform magnetic field is theoretically investigated. The expression for the magnetization of the suspension is obtained. The parameter that determines the influence of the gyromagnetic effects is estimated.

Keywords: ferrohydrodynamics, magnetic field, magnetic dipole moment, gyromagnetic effects, function of distribution over orientations, magnetization