

УДК 539.14

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА НУКЛОНОВ-СПЕКТАТОРОВ ПО ЭНЕРГИИ, РЕГИСТРИРУЕМОЙ В КАЛОРИМЕТРЕ В $A+A$ СТОЛКНОВЕНИЯХ

© 2024 г. Ф. Ф. Валиев^{1,*}, В. В. Вечернин¹, Г. А. Феофилов¹

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

* e-mail: valiev07@list.ru

Поступила в редакцию 16.03.2024

После доработки 24.03.2024

Принята к публикации 29.04.2024

Для оценки относительной погрешности числа нуклонов-спектаторов по энергии, регистрируемой калориметром при столкновении релятивистских ядер, применена методика, основанная на формуле Байеса. Получена минимально возможная относительная погрешность определения числа нуклонов-спектаторов в событии для произвольного распределения спектаторов.

Ключевые слова: сильное взаимодействие, ядро-ядерное рассеяние, определение центральности столкновения, нуклоны-спектаторы, формула Байеса

DOI: 10.31857/S0367676524080228, EDN: OPBCHC

ВВЕДЕНИЕ

В современных экспериментах по столкновениям релятивистских ядер важное значение имеет экспериментальная информация о начальных условиях, которые определяют в каждом событии плотность энергии в области взаимодействия и ответственны за эволюцию процессов образования материи в экстремальном состоянии кварк-глюонной плазмы. Общепринятым критерием является центральность столкновения — величина, связанная с геометрией столкновения, которая характеризуется значением прицельного параметра. Поскольку последний не может быть измерен непосредственно в эксперименте, то для классификации событий по степени их центральности используются различные наблюдаемые величины, косвенно связанные с прицельным параметром.

К таким наблюдаемым относится, в частности, число нуклонов-участников (N_{part}), которое может быть получено в ядро-ядерном столкновении, если известно число нуклонов-спектаторов (N_s). Так, например, в эксперименте MPD по столкновению тяжелых ионов на коллайдере NICA число нуклонов-спектаторов может быть экспериментально определено по энергии, регистрируемой в так называемом «переднем» калориметре (или калориметре «нулевого» угла), который детектирует нуклоны-спектаторы под предельно малыми углами к оси пучка [1]. Каждый из нуклонов-спектаторов сохраняет энергию

и импульс, близкие к начальным до столкновения, что позволяет восстановить полное число нуклонов-спектаторов по измеренной энергии. При этом ясно, что при решении данной обратной задачи, неопределенность в оценке числа нуклонов-спектаторов с использованием калориметра будет приводить к ошибке в определении центральности [2].

Эта неопределенность связана с общей проблемой восстановления числа частиц, попавших в детектор, по величине некоторого суммарного сигнала. Так, известно, что в ряде детектирующих систем в физике высоких энергий существует эффект суммирования отдельных откликов детектора от частиц в некоторый суммарный сигнал, по величине которого может быть восстановлена искомая величина числа частиц. Например, по энергии или заряду от нескольких частиц, порожденных в одном событии, можно оценить число попавших в детектор частиц. При этом, при восстановлении информации возникают задачи, связанные как с функцией отклика детектора, так и с видом распределения по числу частиц, образовавшихся в событии в области акцептанса детектора.

В качестве примера можно привести задачу восстановления числа частиц (множественности) по результатам измерения суммарного значения величины заряда от нескольких частиц, порожденных в одном событии. Эта проблема рассматривалась ранее в работах [3, 4], в которых в качестве одного из возможных вариантов для измерения множественности было

предложено использование детектора на микроканальных пластинах (МКП).

В этих работах было показано, что в результате взаимодействия минимально ионизирующих частиц с детектором на выходе МКП получается случайное значение заряда, коррелированное с числом падающих частиц. При этом при малых множественностях детектор на МКП может быть применен в счетном режиме [5].

Для выявления возможности применения МКП детекторов при больших нагрузках в работе [6] был рассмотрен способ определения множественности рождающихся в событии частиц путем ее восстановления из величины зарегистрированного заряда. В этом случае на основе формулы Байеса, для детектора на МКП была получена оценка относительной погрешности 5 % — 10 % для значений множественности между 100—20 заряженных частиц соответственно. При этом в процедуре восстановления множественности использовалась известная функция отклика детектора.

Для экспериментального подтверждения методики расчета в работе [7] была проведена проверка детектора множественности с использованием импульсного лазерного излучения и системы масок. В этой работе частицы имитировались отверстиями в системе масок. Восстановление числа “частиц” (числа отверстий) по суммарному заряду, регистрируемому детектором, подтвердило возможность применения детектора на МКП в качестве детектора множественности.

В настоящей работе разработанная ранее на основе формулы Байеса методика оценки числа частиц по заряду в детекторах на микроканальных пластинах применяется для анализа относительной погрешности определения числа нуклонов-спектаторов по энергии, регистрируемой калориметром. Приводятся результаты расчетов и их обсуждение.

ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА ПРОТОНОВ — СПЕКТАТОРОВ ПО ЭНЕРГИИ, РЕГИСТРИРУЕМОЙ В КАЛОРИМЕТРЕ

Интерес к определению числа протонов-спектаторов по энергии, регистрируемой в калориметре, связан с тем, что число спектаторов может быть использовано для оценки степени центральности столкновения и величины прицельного параметра. Между количеством нуклонов-участников (N_{part}) и числом спектаторов (N_s) существует очевидная связь $N_{\text{part}} = A - N_s$, а число нуклонов-участников (N_{part}) в событии коррелирует со значением прицельного параметра b . Таким образом, абсолютная и относительная погрешности восстановления числа нуклонов-участников (N_{part}) и прицельного параметра (b) по энергии, регистрируемой в переднем калориметре

в данном событии, связаны с погрешностями определения числа нуклонов-спектаторов (N_s). Примеры практической реализации калориметра FHCAL для регистрации спектаторов приводятся в работах [1, 8].

В последнее время проблемы оценки точности восстановления среднего значения прицельного параметра и погрешности определения числа спектаторов с использованием калориметров широко обсуждаются [9—14]. В частности, в последние годы были опубликованы работы [10, 11], дающие различающиеся результаты. В работе ниже мы применяем для определения точности восстановления числа нуклонов-спектаторов в событии ядро-ядерного столкновения ранее разработанную методику, основанную на формуле Байеса, что позволяет провести модельно-независимый анализ.

В данной работе мы находим оценки точности определения числа спектаторов по энергии, регистрируемой в калориметре при следующих предположениях:

- распределение спектаторов статистически устойчиво;

- калориметр регистрирует только протоны-спектаторы (что эквивалентно предположению о линейности отклика калориметра в случае попадания в него фрагментов, а не одиночных нуклонов);

- известна функция отклика калориметра на попадание в него одного нуклона.

Для функции отклика в данной работе мы используем результаты GEANT моделирования [8]. Используемая функция отклика калориметра на 1 протон в относительных единицах представлена на рис. 1.

Очевидно, что функция отклика калориметра на 2 протона в одном событии может быть получена сложением двух случайных величин с распределениями, представленными на рис. 1, что приводит к результату, представленному на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что функции отклика калориметра на 2 протона в одном событии уже близка к нормальному распределению. При суммировании пяти и более случайных величин итоговое распределение мало отличается от нормального. Другими словами, отклик калориметра на пять и более спектаторов в данном событии при известной энергии сталкивающихся ядер вследствие центральной предельной теоремы вполне допустимо описывать, используя гауссовы распределения.

В измерениях с калориметром в каждом событии мы имеем две коррелированные случайные величины: N_s — число протонов (спектаторов), попадающих в акцептанс калориметра, E_t — соответствующая энергия на выходе калориметра. Обозначим через $P(N_s)$ — вероятность иметь N_s спектаторов на входе калориметра и $P(Q|M)dQp(E_t/N_s)dE_t$ — вероятность иметь энергию E_t в интервале dE_t при условии, что число спектаторов равно N_s .

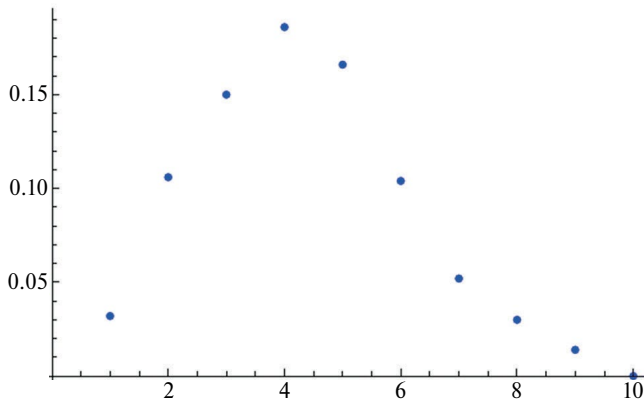


Рис. 1. Функция отклика калориметра (в относительных единицах).

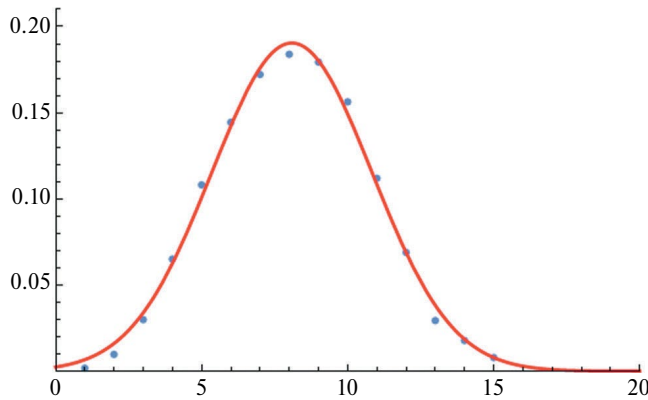


Рис. 2. Отклик калориметра на 2 протона в одном событии с учетом функции отклика калориметра рис. 1. Точки — расчетные значения. Плавная кривая — аппроксимация расчетных значений гауссовой кривой.

Среднеквадратичное отклонение энергии, регистрируемой в калориметре (E_t) при попадании в него одного протона с энергией E_b , от истинного значения (E_b) может быть параметризовано следующим образом [9]:

$$\sigma[GeV] = 0.56\sqrt{E_b[GeV]}. \quad (1)$$

Тогда, согласно результатам имитационного моделирования, условную плотность вероятности отклика калориметра E_t при условии, что в него попало ровно N_s нуклонов, можно записать в следующем виде:

$$\rho(E_t | N_s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi N_s}} \exp\left[-\frac{(E_t - N_s E_b)^2}{2N_s \sigma^2}\right]. \quad (2)$$

Применяя теперь теорему Байеса, можно найти $P(N_s | E_t)$ — вероятность попадания в калориметр N_s нуклонов при условии, что в данном событии измеренный отклик калориметра был равен E_t .

$$P(N_s | E_t) = \frac{P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\rho(E_t)} = \frac{P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\sum_{N_s} P(N_s)\rho(E_t | N_s)} \quad (3)$$

$$\sum_{N_s} P(N_s | E_t) = 1.$$

Используя формулу (3), можно найти среднее значение N_s для данной энергии E_t :

$$\langle N_s \rangle_{E_t} = \sum_{N_s} N_s P(N_s | E_t) = \frac{\sum_{N_s} N_s P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\rho(E_t)} = \frac{\sum_{N_s} N_s P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\sum_{N_s} P(N_s)\rho(E_t | N_s)} \quad (4)$$

и среднее значение квадрата N_s^2 при энергии E_t :

$$\langle N_s^2 \rangle_{E_t} = \sum_{N_s} N_s^2 P(N_s | E_t) = \frac{\sum_{N_s} N_s^2 P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\rho(E_t)} = \frac{\sum_{N_s} N_s^2 P(N_s)\rho(E_t | N_s)}{\sum_{N_s} P(N_s)\rho(E_t | N_s)}, \quad (5)$$

а также абсолютную

$$\sigma_{N_s | E_t} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{D_{N_s | E_t}} \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\langle N_s^2 \rangle_{E_t} - \langle N_s \rangle_{E_t}^2} \quad (6)$$

и относительную погрешности определения N_s для данного E_t

$$\delta_{N_s | E_t} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_{N_s | E_t}}{\langle N_s \rangle_{E_t}} = \sqrt{\frac{\langle N_s^2 \rangle_{E_t}}{\langle N_s \rangle_{E_t}^2} - 1}. \quad (7)$$

Для погрешностей определения N_{part} для данного E_t имеем:

$$\sigma_{N_{\text{part}} | E_t} = \sigma_{N_s | E_t}, \quad (8)$$

$$\delta_{N_{\text{part}} | E_t} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_{N_{\text{part}} | E_t}}{\langle N_{\text{part}} \rangle_{E_t}} = \frac{\sigma_{N_s | E_t}}{A - \langle N_s \rangle_{E_t}}. \quad (9)$$

Знание числа спектаторов может быть использовано для определения прицельного параметра b , а также и для оценок абсолютной и относительной ошибок значения прицельного параметра для данного E_t по формуле

$$\delta_{b | E_t} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sigma_{b | E_t}}{\langle b \rangle_{E_t}}. \quad (10)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В этом разделе анализируются результаты расчетов, проведенных с использованием формул (1)–(9). Результаты представлены на рис. 1–5.

Расчеты были выполнены в различных вариантах, с использованием для распределения спектров, $P(N_s)$ — равномерного, пуассоновского и нормального распределений.

Плотность вероятности $\rho(N_s|E_t)$ получить отклик калориметра E_t , когда через него проходит N_s нуклонов-спектров, найденная по формуле (3), представлена на рис. 3.

Среднее число протонов, восстановленное по измеренному отклику калориметра E_t , рассчитанное по формуле (4) с использованием в качестве $P(N_s)$ — распределение Пуассона с математическим ожиданием $N_s = E_t / E_b$ представлено на рис. 4. Аналогичные распределения получаются с равномерным и гауссовым распределениями спектров, $P(N_s)$.

Относительная погрешность определения N_s для данного E_t , рассчитанная по формуле (7), представлена на рис. 5 и 6.

Представленные выше результаты аналитических расчетов, подтверждены с использованием имитационного моделирования для случаев, когда в качестве распределения спектров $P(N_s)$ использовались равномерное или нормальное распределения, а также распределение Пуассона. Из полученных графиков видно, что при ожидаемом числе спектров более 10, относительная погрешность определения их числа не превышает 10 %, а при числе спектров более 30, она меньше 5 %.

Информация о числе спектров может быть использована для определения числа нуклонов-

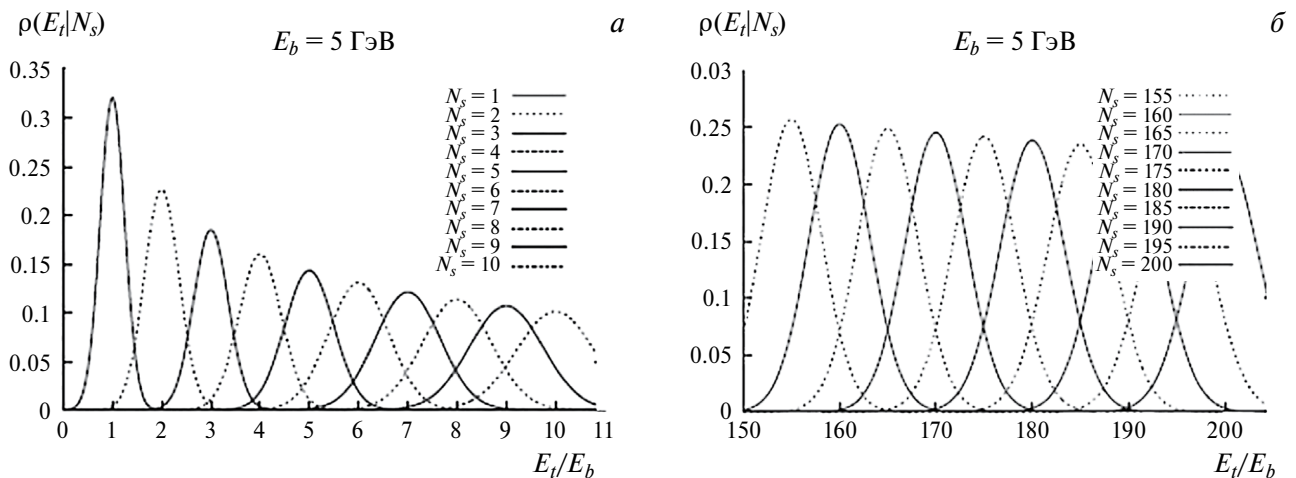


Рис. 3. Плотность вероятности получить отклика калориметра E_t , когда через него проходит N_s нуклонов-спектров, как функция величины E_t / E_b . E_b — энергия одного спектрового нуклона: малое число нуклонов-спектров N_s (а), большое число нуклонов-спектров N_s (б).

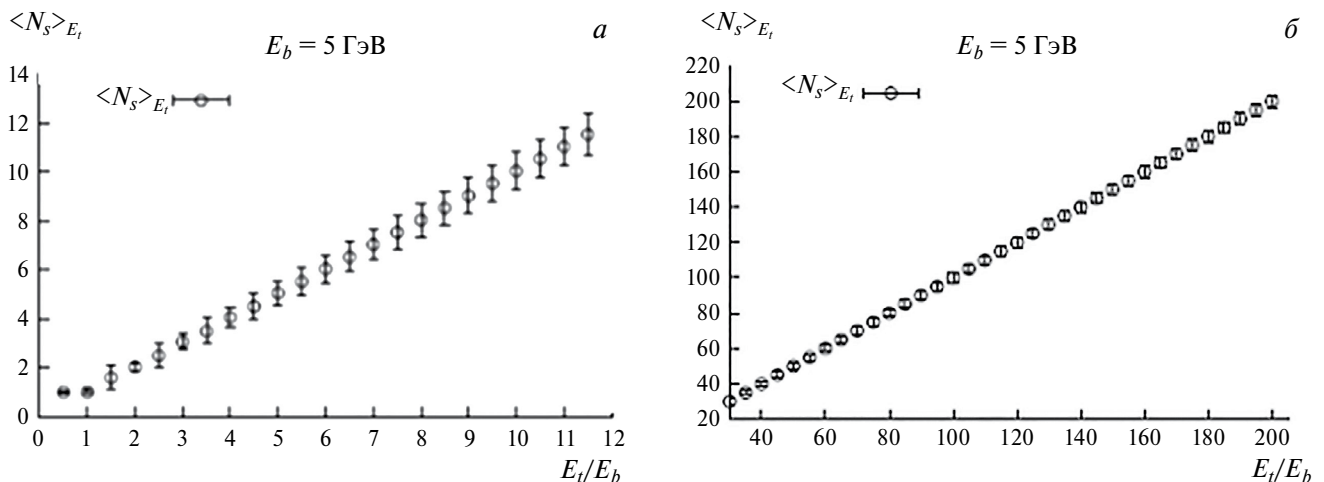


Рис. 4. Среднее число протонов N_s при измеренном отклике калориметра E_t , рассчитанное по формуле (4) с использованием в качестве $P(N_s)$ распределения Пуассона с математическим ожиданием $N_s = E_t / E_b$; для зарегистрированной энергии $E_t / E_b < 12$ (а), $E_t / E_b > 30$ (б).

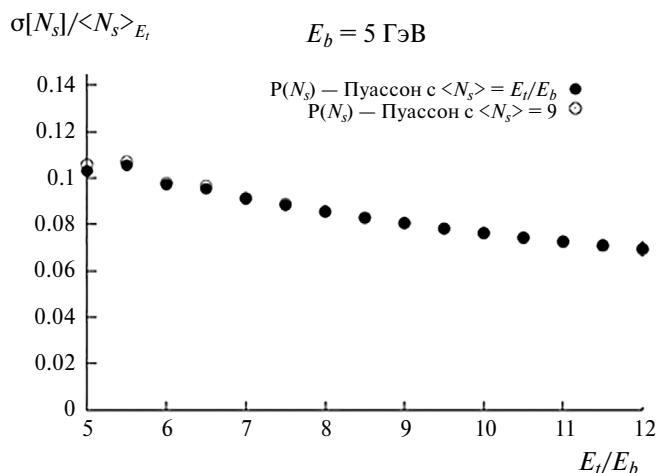


Рис. 5. Относительная погрешность определения N_s для данного E_t с использованием в качестве $P(N_s)$ распределения Пуассона с математическим ожиданием равным $N_s = E_t / E_b$ (черные кружки) и $N_s = 9$ (светлые кружки) при зарегистрированной энергии $E_t / E_b < 12$.

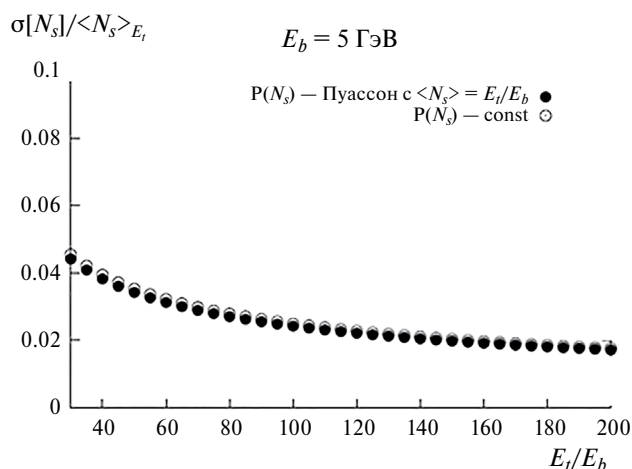


Рис. 6. Относительная погрешность определения N_s для данного E_t с использованием в качестве $P(N_s)$ распределения Пуассона с математическим ожиданием равным $N_s = E_t / E_b$ (черные кружки) и равномерного распределения (светлые кружки) при зарегистрированной энергии $E_t / E_b > 30$.

участников (N_{part}) и точности его восстановления для данного E_t по формулам (8) и (9). Подобным образом с использованием байесовского подхода может быть найдена абсолютная и относительная точность восстановления прицельного параметра b по измеренной величине энергии в калориметре E_p с использованием формулы (10) аналогично (2)–(7).

С практической точки зрения нужно иметь в виду следующие замечания, касающиеся точности определения прицельного параметра в событиях:

1) точность определения на основе оценки числа спектаторов увеличится, если использовать

дополнительную информацию о множественности частиц в событиях [11], либо если применить вместо калориметра позиционно-чувствительные время-пролетные системы [12, 13];

2) для совершенствования метода определения центральности столкновений двух ядер посредством регистрации энергии нуклонов-спектаторов необходимо также дополнительно исследовать возможное влияние на отклик калориметра тяжелых спектаторных фрагментов [14, 15].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача восстановления числа нуклонов-спектаторов по измеренной величине энергии в калориметре E_t и оценки точности его восстановления с использованием формулы Байеса была изучена как в рамках аналитического подхода, так и путем имитационного моделирования. Были рассмотрены три случая априорного распределения $P(N_s)$ числа нуклонов-спектаторов по событиям: равномерное, пуассоновское и нормальное распределения. Показано, что для любого вида априорного распределения числа нуклонов-спектаторов в событиях, $P(N_s)$, оба подхода дают одинаковые результаты при числе спектаторов более 5. Это объясняется тем, что в этом случае для дисперсии N_s выполняется условие $D_{N_s} \gg D_{N_s|E_t}$, которое согласно (3) и (4) и приводит к независимости точности определения N_s по измеренному E_t от вида априорного распределения числа нуклонов-спектаторов в событиях, $P(N_s)$. При ожидаемом числе спектаторов более 10, относительная погрешность определения их числа не превышает 10 %, а при числе спектаторов более 30, она меньше 5 %.

Исследование выполнено в рамках проекта Санкт-Петербургского государственного университета ID 95413904.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ivashkin A., Golubeva M., Guber F. et al. // Phys. Part. Nucl. 2021. V. 52. No. 4. P. 578
2. Kurepin A.B., Litvinenko A.G., Litvinenko E.I. // Phys. Atom. Nucl. 2020. V. 83. P. 1359.
3. Baldin A., Feofilov G., Gavrilov Yu. et al. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 1992. V. 323. No. 1–2. P. 439.
4. Feofilov G.A., Stolyarov O.I., Tsimbal F.A. et al. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 1995. V. 367. P. 402.
5. Валиев Ф.Ф. и др. // В кн.: Тезисы докладов 48 международного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. 1998. С. 306.
6. Avdeeva T.M. et al. // В кн.: Тезисы докладов 46 международного совещания по физике атомного ядра. 1996. С. 368.
7. Валиев Ф.Ф. и др. // В кн.: Тезисы докладов 51 совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. 2001. С. 238.

8. Golubeva M.B., Guber F.F., Ivashkin A.P. et al. // Phys. Atom. Nucl. 2013. V. 76. No. 1. P. 1.
9. Das S.J., Giacalone G., Monard P.A., Ollitrault J.Y. // Phys. Rev. C. 2018. V. 97. No. 1. Art. No. 014905.
10. Kurepin A., Litvinenko A., Litvinenko E. // EPJ Web Conf. 2019. V. 204. Art. No. 03014.
11. Djilkibaev R.M. // arXiv: 2103.16899. 2021.
12. Galaktionov K., Rudnev V., Valiev F. // Phys. Part. Nucl. 2023. V. 54. No. 3. P. 446.
13. Galaktionov K., Rudnev V., Valiev F. // Moscow Univ. Phys. Bull. 2023. V. 78. No. 1. P. 552
14. Светличный А.О., Пшеничников И.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 8. С. 1103; Svetlichnyi A.O., Pshenichnov I.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 8. P. 911.
15. Пшеничников И.А., Дмитриева У.А., Светличный А.О. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 8. С. 1215; Pshenichnov I.A., Dmitrieva U.O., Svetlichnyi A.O. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 1007.

Estimation of accuracy of determining the number of nucleons-spectators by the energy recorded in the calorimeter in $A+A$ collisions

F. F. Valiev^{1,*}, V. V. Vechernin¹, G. A. Feofilov¹

¹ Saint-Petersburg State University, St. Petersburg, 199034, Russia

*e-mail: valiev07@list.ru

We used the technique of the Bayes formula to estimate the relative error in the number of spectator nucleons using the information on the energy recorded by the calorimeter in the event of collision of relativistic nuclei. The minimum possible relative error in estimating the number of spectator nucleons in an event is obtained for an arbitrary general form of spectator distribution.

Keywords: collision of relativistic nuclei, calorimeter, impact parameter, spectator nucleons, Bayes formula