

УДК 535.2

О ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СВЕТОВЫХ ПУЛЯХ С МАЛЫМ ЧИСЛОМ КОЛЕБАНИЙ

© 2024 г. К. В. Кошкин^{1,*,2,3}, С. В. Сазонов^{1,2,3}, А. А. Калинович¹, М. В. Комиссарова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Москва, Россия

²Федеральное государственное бюджетное учреждение “Национальный исследовательский центр
“Курчатовский институт”, Москва, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский
авиационный институт (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия

*E-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

С помощью численного моделирования показана возможность формирования $(2D+1)$ малопериодных (3–5 осцилляций под огибающей) световых пульс в среде с квадратичной нелинейностью и аномальной дисперсией групповой скорости при генерации второй гармоники. Выявлено, что по мере уменьшения числа осцилляций под огибающей параметры таких двухчастотных солитонов изменяются.

DOI: 10.31857/S0367676524010121, EDN: SALGWS

ВВЕДЕНИЕ

Волновые пакеты, локализованные в пространстве и во времени, принято называть пространственно-временными солитонами (ПВС), или световыми пулями (СП). Такие уединенные импульсы могут оставаться устойчивыми по мере распространения в среде за счет баланса линейных (дисперсия, дифракция) и нелинейных эффектов.

Квазимонохроматические СП подробно исследуются в последние годы в средах с различным порядком нелинейности. Большим преимуществом квадратично-нелинейных сред является отсутствие коллапса, характерного для сред с кубичной нелинейностью и приводящего к неустойчивости солитонного решения [1]. Важным фактором для формирования СП является знак дисперсии групповой скорости (ДГС). Возможность формирования двухчастотных ПВС при генерации второй гармоники в среде с квадратичной нелинейностью была теоретически предсказана [2, 3] и экспериментально подтверждена [4, 5] более двадцати лет назад. В 2017 г. с помощью аналитического метода усредненного Лагранжиана, а также численного моделирования были исследованы плоские “дышащие” двухчастотные СП при аномальной ДГС [6]. Под “дышащим” режимом подразумевается то, что параметры СП осциллируют вокруг некоторого среднего значения, причем осцилляции для первой и второй гармоник синфазны по каждому из

параметров. В качестве среды, в которой возможно формирование подобных структур, было предложено использовать мелкодисперсные среды [6, 7]. Такие среды состоят из изотропного вещества со статическим показателем преломления, в котором присутствуют гранулы оптически активного вещества, обладающего сильно выраженными дисперсионными свойствами. ДГС в мелкодисперсных средах будет отрицательной именно за счет пространственной дисперсии [7]. Отметим, что отсутствие ДГС на частоте второй гармоники не является препятствием для формирования двухчастотной параметрической СП в среде с квадратичной нелинейностью [8].

Предельно короткие импульсы (ПКИ) и их исследования относятся к актуальным проблемам современной нелинейной оптики [9, 10]. Интерес к ПКИ носит также и прикладной характер, обусловленный развитием систем детектирования объектов и передачи информации. Некоторые методы анализа ПКИ были предложены в работах [11–16]. В работе [12] к импульсам длительностью в несколько периодов осцилляций электромагнитного поля применялось понятие огибающей сигнала. По сравнению с квазимонохроматическими малопериодными двухчастотными СП исследования существенно меньше. Среди немногих публикаций по этой теме можно отметить работу [17], в которой были исследованы малопериодные СП в присутствии волновода при нормальной ДГС. В настоящей

работе мы изучаем возможность формирования малопериодных СП в однородной анизотропной среде с аномальной ДГС для обеих гармоник.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В книге [18] для ПККИ длительностью меньше одной пикосекунды вводится обобщенное многомерное нелинейное уравнение Шредингера, учитывающее дисперсию и дифракцию высших порядков. В работе [19] по аналогичному алгоритму выведены уравнения, описывающие процесс генерации второй гармоники ПККИ с учетом дисперсии третьего порядка и дисперсии нелинейности. Обобщая результаты [18, 19], можно записать систему уравнений для огибающих A_1 и A_2 электрического поля импульса на основной частоте и на второй гармонике:

$$i\left(\frac{\partial A_1}{\partial z} + \delta \frac{\partial A_1}{\partial \tau}\right) = \frac{-\beta_1}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} + i \frac{\gamma_1}{6} \frac{\partial^3 A_1}{\partial \tau^3} + A_1^* A_2 + ib_1 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^* A_2) +$$

$$+ c_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - ic_2 \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2};$$

$$i\left(\frac{\partial A_2}{\partial z} - \delta \frac{\partial A_2}{\partial \tau}\right) = \frac{-\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} +$$

$$+ i \frac{\gamma_2}{6} \frac{\partial^3 A_2}{\partial \tau^3} + \eta A_1^2 + ib_2 \frac{\partial}{\partial \tau} (A_1^2) +$$

$$+ \frac{c_1}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} - i \frac{c_2}{4} \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2};$$

где $A_{1,2}$ — медленно меняющиеся амплитуды обеих гармоник, $\tau = t - \frac{z}{2} \left(\frac{1}{v_{g2}} + \frac{1}{v_{g1}} \right)$ —

время, z — направление распространения,

$\delta = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_{g2}} - \frac{1}{v_{g1}} \right)$ — групповая расстройка,

ка, $\beta_{1,2} = \frac{\partial^2 k_{1,2}}{\partial \omega^2}$ — коэффициенты ДГС,

$\gamma_{1,2} = \frac{\partial^3 k_{1,2}}{\partial \omega^3}$ — коэффициенты дисперсии третьего порядка, $k_{1,2}$ — волновые числа, $\eta = \frac{a_2}{a_1}$,

$a_1 = \frac{4\pi w}{cn_1} \chi^{(2)}(2\omega; -\omega)$, $a_2 = \frac{8\pi w}{cn_2} \chi^{(2)}(\omega; \omega)$ — коэффициенты нелинейности,

$$b_1 = \frac{4\pi}{cn_1} \left[\chi^{(2)}(2\omega; -\omega) + w \frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial w}(2\omega; -\omega) \right], \quad b_2 =$$

$$= \frac{8\pi}{cn_2} \left[\chi^{(2)}(\omega; \omega) + w \frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial w}(\omega; \omega) \right] - \text{коэффициенты}$$

дисперсии нелинейности, $n_{1,2}$ — показатели преломления, $\chi^{(2)}(\omega, \omega)$, $\chi^{(2)}(2\omega, -\omega)$ — восприимчивости.

Схожим образом эффекты высших порядков учитывались в работе [17]. В работе [6] методом усредненного Лагранжиана при выполнении условий фазового и группового синхронизма был аналитически получен вид квазимонохроматических ПВС. При этом коэффициенты ДГС на частотах основной и второй гармоник были связаны следующим образом:

$$2\beta_1(\omega) = \beta_2(2\omega). \quad (3)$$

БЕЗРАЗМЕРНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Для численного эксперимента система (1)–(2) безразмерена следующим образом:

$$i\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{z}} + D_\delta \frac{\partial \psi_1}{\partial \bar{\tau}}\right) = \frac{-D_{\beta 1}}{2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{\tau}^2} +$$

$$+ \frac{iD_{\gamma 1}}{6} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \bar{\tau}^3} + \psi_1^* \psi_2 + iD_{b1} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} (\psi_1^* \psi_2) +$$

$$+ D_{c1} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{x}^2} - iD_{c2} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \bar{x}^2};$$

$$i\left(\frac{\partial \psi_2}{\partial \bar{z}} - D_\delta \frac{\partial \psi_2}{\partial \bar{\tau}}\right) = \frac{-D_{\beta 2}}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{\tau}^2} +$$

$$+ \frac{iD_{\gamma 2}}{6} \frac{\partial^3 \psi_2}{\partial \bar{\tau}^3} + \eta \psi_1^2 + iD_{b2} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} (\psi_1^2) +$$

$$+ \frac{D_{c1}}{2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{x}^2} - i \frac{D_{c2}}{4} \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \bar{x}^2};$$

где $\psi_{1,2} = \frac{A_{1,2}}{A_{in}}$, $\bar{z} = \frac{z}{l_{nl}}$, $l_{nl} = \frac{1}{a_1 A_{in}}$, $D_{\beta_{1,2}} =$

$$= \frac{\beta_{1,2} l_{nl}}{2\tau_{in}^2}, \quad D_{\gamma_{1,2}} = \frac{\gamma_{1,2} l_{nl}}{6\tau_{in}^3}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_{in}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{R_{in}},$$

$$D_{b_{1,2}} = \frac{4\pi A_{in}}{cn_{1,2} \chi^{(2)}}, \quad D_{c_1} = \frac{cl_{nl}}{2\omega n_1 R_{in}^2}, \quad D_{c_2} =$$

$= \frac{cl_{nl}}{2\omega^2 n_1 R_{in}^2 \tau_{in}}, \quad D_\delta = \frac{\delta l_{nl}}{\tau_{in}}, \quad N = \omega \tau_{in}, \quad A_{in}$ — начальная пиковая амплитуда на основной частоте,

R_{in} — начальная ширина импульса, τ_{in} — начальная длительность импульса.

На вход в среду ($\bar{z} = 0$) подаются компоненты на обеих частотах, имеющие гауссовскую огибающую:

$$\psi_1 = \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2], \quad \psi_2 = 0.5 \exp[-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2]. \quad (6)$$

МАЛОПЕРИОДНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПУЛИ

Мы подбираем параметры, при которых квазимонохроматический сигнал с $N = 10$ устойчиво распространяется. Для световой пули наблюдается “дышащий” режим с синфазными колебаниями амплитуд обеих гармоник. Отличительным признаком влияния эффектов высших порядков является возрастающее смещение во времени $\bar{\tau}$ центра сигнала, что соответствует изменению групповых скоростей обеих компонент. Этот эффект обусловлен наличием дисперсии третьего порядка и дисперсии нелинейности, причем если положительный коэффициент дисперсии нелинейности ($D_b > 0$) приводит к положительному сдвигу, то отрицательная дисперсия третьего порядка ($D_\gamma < 0$) — к отрицательному сдвигу.

При уменьшении числа осцилляций до $N = 5$ влияние дисперсии на характер распространения импульса возрастает. Сдвиг в положительном направлении увеличивается, при этом форма сигнала в целом приближенно остается гауссовской, устойчивый режим все еще наблюдается. Если уменьшить число осцилляций до $N = 3$, можно наблюдать серьезные отличия (рис. 1).

Рис. 1а и 1б иллюстрируют изменения соответственно пространственного и временного распределения интенсивности на основной частоте на расстояниях до 500 нелинейных длин при

$N = 3$. Указанные профили существенно изменяются вдоль продольной координаты: по сравнению с $N = 5$ сдвиг во времени еще больше возрастает, ширина и длительность пули увеличиваются, а энергия убывает по мере распространения в среде. Похожим образом изменяется профиль сигнала на частоте второй гармоники.

На рис. 2а приведены зависимости пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте от продольной координаты при различных значениях N . Видно, что при $N = 3$ (короткий пунктир) устойчивый режим распространения световой пули нарушается. Увеличивая параметры $D_{\beta 1,2}$ (отвечающие за конкуренцию ДГС и нелинейности), мы возвращаем устойчивый режим (рис. 2б). Длительность сигнала сначала увеличивается, после осциллирует вокруг некоторого среднего значения, что свидетельствует о формировании СП. Отметим, что параметры такого солитона (амплитуда, длительность, ширина) будут отличаться от параметров той пули, которая получалась первоначально, до модификации параметров. Изменение параметров $D_{\beta 1,2}$ при постоянной входной длительности может осуществляться за счет изменения интенсивности импульса на входе в среду. При этом зафиксировать безразмерные коэффициенты дифракции $D_{\beta 1,2}$ можно путем изменения входной ширины импульса.

Также исследовался случай нулевой ДГС на частоте второй гармоники. Для случаев $N = 10, 5$ наблюдался устойчивый режим, что в целом характерно для квазимонохроматических световых пуль. Для более коротких импульсов $N = 3$ режим остается неустойчивым (рис. 3).

Необходимую для формирования СП отрицательную ДГС для некоторых кристаллов можно найти в инфракрасном диапазоне $\lambda \approx 1$ мкм. Например, для кристаллов KDP и LiNbO₃ ДГС

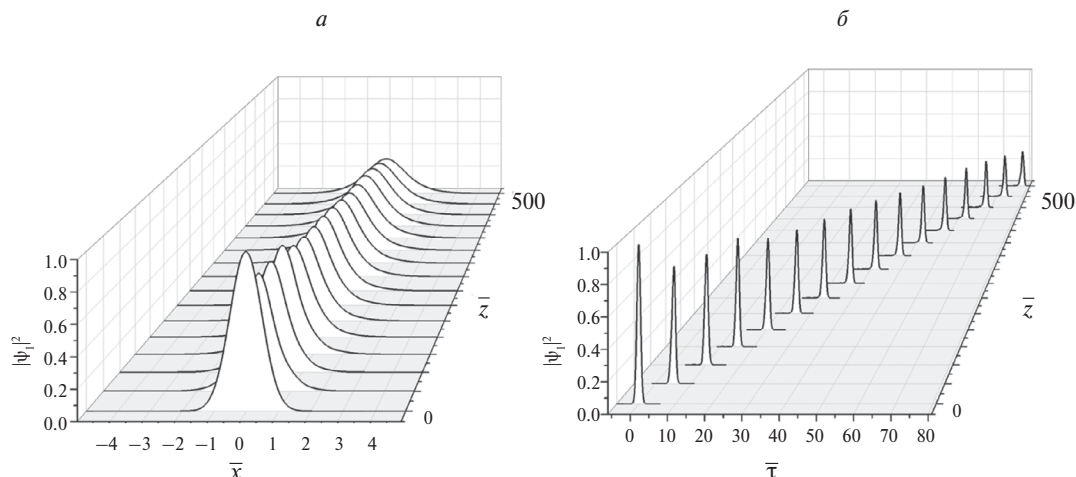


Рис. 1. Пространственный профиль сигнала ($N = 3$) на основной частоте при различных значениях $\bar{z}$ (а). Временной профиль сигнала ($N = 3$) на основной частоте при различных значениях $\bar{z}$ (б).

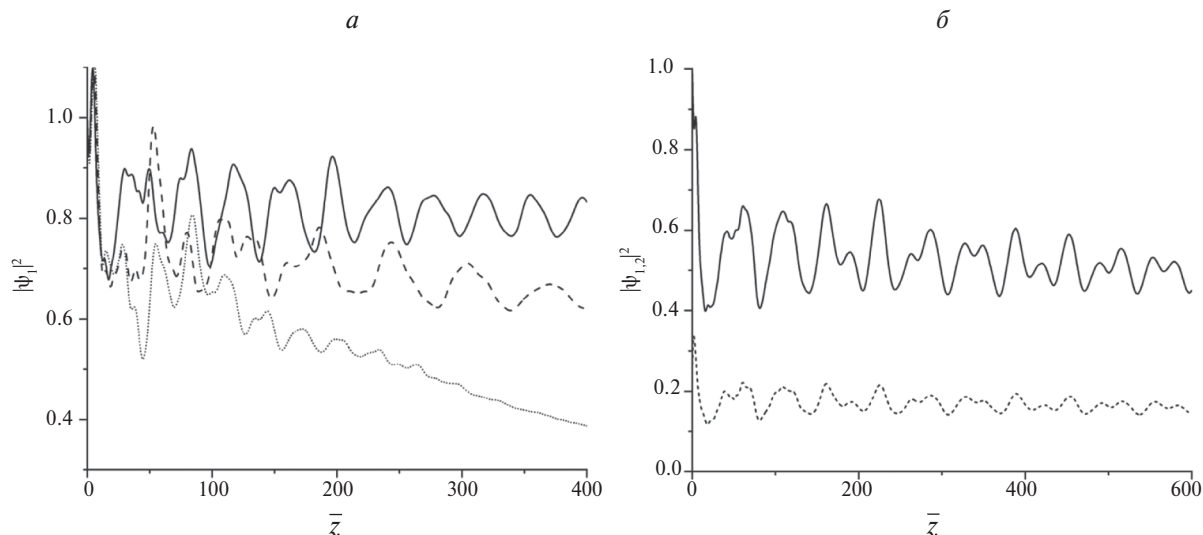


Рис. 2. Зависимость пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте от продольной координаты при разных N . Сплошная линия $N = 4$, пунктирная $N = 3.2$, короткий пунктир $N = 3$ (а). Зависимость пиковых интенсивностей на основной частоте и на второй гармонике (сплошная и пунктирная линии соответственно) от продольной координаты при $N = 3$ (б).

в диапазоне прозрачности можно оценить по формуле Зельмейера [20]. Соответствующая иллюстрация приведена на рис. 4. Однако соотношение (3) между отрицательными коэффициентами ДГС возможно лишь в средах с пространственной дисперсией, например, в микродисперсных неоднородных средах [6, 7].

Рассмотрим изотропную твердотельную матрицу со статическим показателем преломления $n \approx 1$, в которой находятся гранулы некоего оптически

активного вещества, например, LiNbO_3 . Размер гранул меньше расстояния между ними и много меньше длины волны. В этом случае, пренебрегая рассеянием на гранулах, можно учесть пространственную дисперсию. По аналогии с работой [7] волновое число приближенно задается выражением:

$$k(\omega) \approx \frac{n_0 \omega}{c} + \alpha_1 \omega^3 + \alpha_2 \omega^5, \quad (7)$$

где $\alpha_{1,2}$ могут быть отрицательными или положительными величинами. Для дисперсионного соотношения (6) условие (3) может выполняться при отрицательных ДГС. Полагая частоту сигнала $\omega \approx 10^{15}$ Гц, резонансную частоту $\omega_0 \approx 10^{16}$ Гц, $\chi^{(2)} = 10^{-8}$ СГСЭ (для LiNbO_3), можно оценить

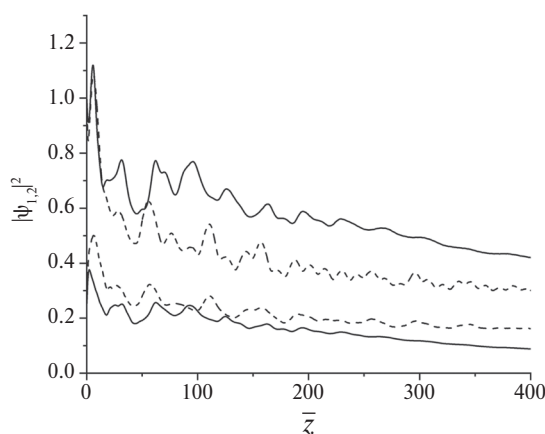


Рис. 3. Зависимость пиковых интенсивностей сигналов на основной частоте и на второй гармонике (сплошные верхняя и нижняя линии соответственно) от продольной координаты при $N = 3$ ($D_{\beta_1} = -0.1$, $D_{\beta_2} = -0.2$). Пунктирные верхняя и нижняя линии — пиковые интенсивности в случае нулевой ДГС на частоте второй гармоники ($D_{\beta_1} = -0.1$, $D_{\beta_2} = 0$).

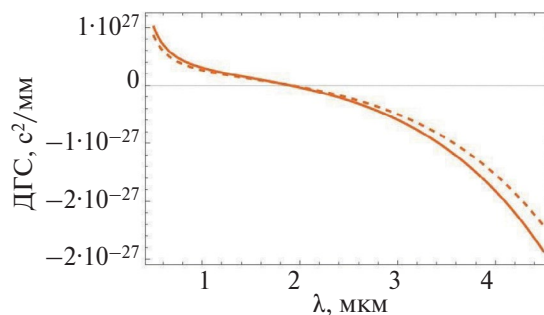


Рис. 4. Зависимость коэффициента ДГС $\beta_{1,2}$ от длины волны для LiNbO_3 . Сплошная и пунктирная линии — ДГС на основной частоте и второй гармонике соответственно.

Табл. 1. Значения для дисперсионных длин

Длительность импульса, фс	Дисперсионная длина l_d , см	Дисперсионная длина l_{d3} , см
10	1.6	48
5	0.4	6
3	0.14	1
2	0.06	0.4

дисперсионные длины $l_d = \frac{2\tau_{in}^2}{\beta_1}$, $l_{d3} = \frac{6\tau_{in}^3}{\gamma_1}$

(табл. 1) [6, 7]. Видно, что при уменьшении длительности импульса роль дисперсии третьего порядка существенно возрастает.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Квазиоптическое описание процесса генерации второй гармоники малопериодными импульсами требует учета эффектов высших порядков, таких как дисперсия второго и третьего порядков, квадратичная дисперсия нелинейности и дисперсия дифракции. В ходе численных экспериментов показано, что двухчастотная световая пуля, распространяющаяся устойчиво в квазимонохроматическом режиме (большое число осцилляций под огибающей N), при переходе в малопериодный режим (уменьшение длительности до трех осцилляций под огибающей) изменяет свои основные параметры, но сохраняет возможность устойчивого распространения. Групповые скорости обеих гармоник при этом также изменяются.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kanashov A.A., Rubenchik M. // Physica D. 1981. V. 4. No. 1. P. 122.
2. Skryabin D.V., Firth W.J. // Opt. Commun. 1998. V. 148. P. 79.
3. Malomed B.A., Drummond P., He H. et al. // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. P. 4725.
4. Liu X., Beckwitt K., Wise F. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 1328.
5. Liu X., Qian L., Wise F. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. No. 2. P. 83.
6. Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Zakharova I.G., Komissarova M.V. // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. P. 83.
7. Сазонов С.В. // Опт. и спектроск. 1995. Т. 79. № 2. С. 282.
8. Сазонов С.В., Комиссарова М.В. // Письма в ЖЭТФ. 2020. Т. 111. № 6. С. 355; Sazonov S.V., Komissarova M.V. // JETP Lett. 2020. V. 111. No. 6. P. 355.
9. Brabec T., Krausz F. // Rev. Modern Phys. 2000. V. 71. No. 2. P. 545.
10. Желтиков А.М. Сверхкороткие импульсы и методы нелинейной оптики. М.: Физматлит, 2006.
11. Архипов Р.М., Архипов М.В., Бабушкин И. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 114. № 5. С. 298; Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Babushkin I. et al. // JETP Lett. 2021. V. 114. No. 5. P. 298.
12. Brabec T., Krausz F. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. No. 17. P. 3282.
13. Маймистов А.И. // Квант. электрон. 2000. Т. 30. № 4. С. 287; Maimistov A.I. // Quantum. Electron. 2000. V. 30. No. 4. P. 287.
14. Козлов С.А., Сазонов С.В. // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 404; Kozlov S.A., Sazonov S.V. // JETP. 1997. V. 111. No. 2. P. 221.
15. Маймистов А.И. // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 9. С. 756; Maimistov A.I. // Quant. Electron. 2010. V. 40. No. 9. P. 756.
16. Розанов Н.Н. // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. № 5. С. 761; Rosanov N.N. // Opt. Spectrosc. 2009. V. 107. No. 5. P. 721.
17. Komissarova M.V., Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Zakharova I.G. // Proc. SPIE. 2019. V. 11026. Art. No. 110260L.
18. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам. М.: Физматлит, 2005; Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical solitons: from fibers to photonic crystals. N. Y.: Academic Press, 2005.
19. Trofimov V.A., Stepanenko S., Razgulin A. // PLoS ONE. 2019. V. 14. No. 12. Art. No. e0226119.
20. Nikogosyan D.N. Nonlinear optical crystals: a complete survey. Springer Science+Business Media Inc., 2005.

On the parametric few-cycle light bullets

K. V. Koshkin^{a, *}, S. V. Sazonov^{a, b, c}, A. A. Kalinovich^a, M. V. Komissarova^a

^a *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 191991 Russia*

^b *National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia*

^c *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*

**e-mail: koshkin.kv19@physics.msu.ru*

Numerical simulation demonstrates that (2D+1) few-cycle (3–5 oscillations under the envelope) light bullets may form in the medium with quadratic nonlinearity and group velocity anomalous dispersion under conditions of second-harmonic generation. It is shown that as the number of oscillations under the envelope decreases, the parameters of such two-frequency solitons change.

Keywords: few-cycle, light bullet, soliton.