

УДК 535.14

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТЫ ЧЕТНОГО КОГЕРЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ ВВЕРХ

© 2024 г. А. В. Белинский<sup>1</sup>, Р. Сингх<sup>1</sup>, \*

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова”, Физический факультет, Москва, Россия

\*E-mail: ranjit.singh@mail.ru

Поступила в редакцию 29.08.2023 г.

После доработки 15.09.2023 г.

Принята к публикации 29.09.2023 г.

Теоретически рассмотрена задача переноса состояния четных когерентных состояний с низкой частоты на высокую, используя кристалл с регулярно-доменной структурой. С помощью функции квазивероятностного распределения Вигнера исследована параллельная реализация двух нелинейных процессов: параметрического и генерации суммарных частот.

DOI: 10.31857/S0367676524010072, EDN: SBBWLE

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы регулярно-доменные структуры (РДС) кристаллов все чаще используются для генерации неклассических состояний света и реализации квантовых информационных процессов [1–4]. Основные преимущества их использования по сравнению с обычными нелинейными оптическими кристаллами [3–5] в возможности квазисинхронизма между взаимодействующими волнами, высоком коэффициенте восприимчивости и реализации многомодового взаимодействия оптических пучков.

Ранее исследованы квантовые характеристики мод с помощью квантовых фазовых портретов в случае использования оптических монокристаллов с квадратичной и кубической нелинейностями. Такие фазовые портреты дают более полное описание квантовых состояний по сравнению, например, с простым вычислением шумовых характеристик квадратурных компонент мод [6, 7]. Ранее теоретически и экспериментально исследовано приготовление суперпозиции когерентных состояний (кота Шредингера) в нелинейных средах с квадратичной и кубической нелинейностью [8–11], причем возможность формирования суперпозиции четных и нечетных когерентных состояний была предложена в [12].

В данной работе теоретически исследуется перенос суперпозиции когерентных состояний с моды низкой частоты  $\omega_e$  ( $e$  – необыкновенная волна) на моду с частотой  $3\omega_e$  вверх. Качество формирования суперпозиции четных когерентных состояний изучается с использованием квантовых фазовых

портретов с помощью функции квазираспределения Вигнера в случае, когда в РДС-кристалле эффективно реализуются как параметрический процесс ( $2\omega_e \rightarrow \omega_e + \omega_e$ ), так и генерация суммарных частот ( $2\omega_e + \omega_e \rightarrow 3\omega_e$ ). При этом мода накачки  $\hat{a}_2$  частоты  $2\omega_e$  предполагается неистоимой, основная мода  $\hat{a}_1$  частоты  $\omega_e$  находится в состоянии квантовой суперпозиции, а мода  $\hat{a}_3$  частоты  $3\omega_e$  – в вакуумном состоянии.

### ОПЕРАТОРНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Гамильтониан, который описывает взаимодействие трех вырожденных мод  $\hat{a}_1$ ,  $\hat{a}_2$  и  $\hat{a}_3$  двух преобразований, имеет следующий вид [3, 4]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar \left( g_1 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^+ + g_2 \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^+ \right) + H.c., \quad (1)$$

где  $\hbar$  – постоянная Планка,  $g_1$  и  $g_2$  – коэффициенты связи параметрического процесса и генерации суммарных частот,  $H.c.$  – эрмитово сопряжение. Выражение (1) является приближением плоских монохроматических мод при коллинеарном взаимодействии. Поперечная пространственная структура пучков при этом полагается однородной.

Операторные уравнения движения внутри РДС-кристалла в представлении Гейзенберга описываются уравнением:

$$\frac{d\hat{a}_j}{d\xi} = \frac{i}{\hbar} \left[ \hat{H}_{\text{int}}, \hat{a}_j \right] (j = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Система операторных уравнений (2) линеаризуется в случае, когда мода  $\hat{a}_2$  накачки является неистощимой  $\left( \frac{d\hat{a}_2}{dt} = 0, \hat{a}_2 \rightarrow A_2 \right)$ , тогда

$$\frac{d\hat{a}_1}{d\xi} = -i\left(\hat{a}_3 + 2\gamma\hat{a}_1^+\right), \quad \frac{d\hat{a}_3}{d\xi} = -i\hat{a}_1, \quad (3)$$

где  $\xi = g_2 A_2 t$  — приведенная длина взаимодействия и  $\gamma = g_1 / g_2$ . Решение системы операторных уравнений (3) можно найти с помощью преобразования Лапласа:

$$a_1(\xi) = -i(q_1 + \gamma q_2)a_1^+(0) + (q_3 + \gamma q_4)a_1(0) + q_4 a_3^+(0) - iq_2 a_3(0), \quad (4)$$

$$a_3(\xi) = -q_4 a_1^+(0) - iq_2 a_1(0) + i(q_1 - \gamma q_2)a_3^+(0) + (q_3 - \gamma q_4)a_3(0),$$

где  $q_1 = \cosh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2})\sinh(\xi\gamma)$ ,

$$q_2 = (-1 + \gamma^2)^{-\frac{1}{2}} \cosh(\xi\gamma)\sinh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}),$$

$$q_3 = \cosh(\xi\gamma)\cosh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}),$$

$$q_4 = (-1 + \gamma^2)^{-\frac{1}{2}} \sinh(\xi\gamma)\sinh(\xi\sqrt{-1 + \gamma^2}).$$

Корректность решения (4) проверена выполнением коммутационных соотношений:

$$[a_j(\xi), a_j^+(\xi)] = \delta_{j,j} \quad (j = 1, 3).$$

### ФУНКЦИЯ ВИГНЕРА

Обычно для нахождения фазового портрета состояния мод применяются функции квазираспределения Хусими, Глаубера-Сударшана и Вигнера [8–11]. Здесь мы используем функцию Вигнера, поскольку она не сингулярна и визуализирует тонкие квантовые эффекты, например, интерференцию макроскопических когерентных состояний, четных и нечетных. Для вычисления функции Вигнера найдем среднее значение квантовой характеристической функции [6, 7] в случае, когда моды  $\hat{a}_1$  и  $\hat{a}_3$  находятся в суперпозиции когерентных состояний  $|\alpha_+\rangle$  и вакуумном состоянии  $|0\rangle$  при  $\xi = 0$ :

$$C(\beta_1, \beta_3, \xi) = \text{Tr} \left[ \hat{\rho}(0) e^{\beta_1 \hat{a}_1^+(\xi) - \beta_1^* \hat{a}_1(\xi)} e^{\beta_3 \hat{a}_3^+(\xi) - \beta_3^* \hat{a}_3(\xi)} \right], \quad (5)$$

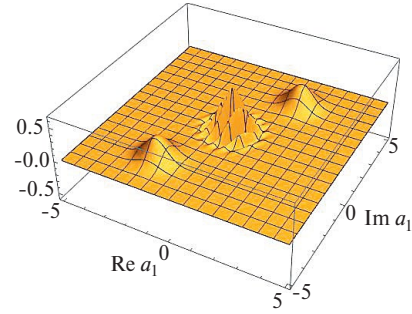


Рис. 1. Фазовый портрет состояния моды  $\hat{a}_1$ . Среднее число фотонов в моде  $a_1$  находится в суперпозиции когерентных состояний (кот Шредингера) и равно  $|\alpha_{10}|^2 = 12$ ,  $\varphi_{10} = \pi / 3$  при  $\xi = 0$ . Здесь и далее накачка моды  $\hat{a}_2$  предполагается неистощимой.

где  $\hat{\rho}(0) = |\alpha_+\rangle\langle 0| \langle 0| \langle \alpha_+|$ ,  $|\alpha_+\rangle = \eta^{-1}(|\alpha_{10}\rangle + |-\alpha_{10}\rangle)$ ,  $\eta = \sqrt{2(1 + e^{-2|\alpha_{10}|^2})}$ .

Квазираспределение функции Вигнера моды  $\hat{a}_3$  имеет вид

$$W(\alpha_3, \xi) = \frac{1}{\pi^4} \times \iiint C(\beta_1, \beta_2, \xi) e^{\beta_1^* \alpha_1 - \beta_1 \alpha_1^* + \beta_3^* \alpha_3 - \beta_3 \alpha_3^*} d^2\beta_1 d^2\beta_3 d^2\alpha_1. \quad (6)$$

На рис. 1 показан квантовый фазовый портрет суперпозиции когерентных состояний моды  $\hat{a}_1$  при среднем числе фотонов  $|\alpha_{10}|^2 = 12$  и  $\xi = 0$ . На рис. 2 и рис. 3 представлены графики квантовых фазовых портретов состояния моды  $\hat{a}_3$  с использованием (6). Для сравнения на рис. 3 взята приведенная длина взаимодействия  $\xi = 0.9$

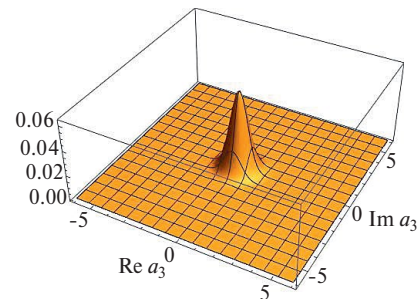
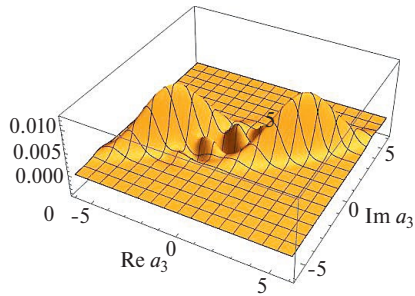


Рис. 2. Фазовый портрет состояния моды  $\hat{a}_3$ , среднее число фотонов  $|\alpha_{10}|^2 = 12$ ,  $\varphi_{10} = \pi / 3$  в моде  $\hat{a}_1$  находится в суперпозиции когерентных состояний, и мода  $\hat{a}_3$  — в вакуумном состоянии. При этом приведенная длина взаимодействия  $\xi = 0$ .



**Рис. 3.** Фазовый портрет состояния моды  $\hat{a}_3$ , среднее число фотонов  $|\alpha_{10}|^2 = 12$ ,  $\phi_{10} = \pi/3$  в моде  $\hat{a}_1$  находится в суперпозиции когерентных состояний, и мода  $\hat{a}_3$  — в вакуумном состоянии. При этом приведенная длина взаимодействия  $\xi = 1.2$ , а коэффициент связи  $\gamma = 0.9$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ фазовых портретов показывает, что формирование суперпозиции квантовых когерентных состояний при приведенной длине взаимодействия  $\xi = 1.2$  действительно происходит. Связанные нелинейные процессы дают возможность переноса свойств суперпозиции квантовых когерентных состояний с низкой частоты  $\omega_e$  на частоту вверх  $3\omega_e$  в РДС-кристалле. Такая схема может стать хорошим кандидатом переноса четных состояний (кота Шредингера) и реализации интересных квантовых алгоритмов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Henry A., Barral D., Zaquine I. et al. // Opt. Express. 2023. V. 31. No. 5. P. 7277.
2. Lenzinet F., Janousek J., Thearle O. et al. // Sci. Advances. 2018. V. 4. No. 12. Art. No. eaat9331.
3. Chirkin A.S., Makeev E.V. // J. Modern Optics. 2006. V. 53. No. 5–6. P. 821.
4. Singh R. // ArXiv:1005.0333. 2010.
5. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
6. Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике. М.: Наука, 1972.
7. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М.: Мир, 1987.
8. Miranowicz A., Tanas R., Kielich S. // Quant. Optics. 1990. V. 2. P. 253.
9. Nikitin S.P., Masalov A.V. // Quant. Optics. В. 1991. V. 3. No. 2. P. 105.
10. Takase K., A. Kawasaki A., Jeong B. et al. // Opt. Express. 2022. V. 30. P. 14161.
11. Baeva A.V., Losev A.S., Sokolov I.V. // Phys. Lett. A. 2023. V. 466. Art. No. 128730.
12. Dodonov V.V., Malkin I.A., Man'ko V.I. // Physica. 1974. V. 72. No. 3. P. 597.

## Frequency up-conversion of an even coherent state

A. V. Belinsky<sup>a</sup>, R. Singh<sup>a, \*</sup>

<sup>a</sup>Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

\*e-mail: ranjit.singh@mail.ru

The problem of transferring the state of even coherent states from a low frequency to a high frequency is theoretically considered using a periodically-poled nonlinear crystal. With the help of the Wigner quasi-probability distribution function, a parallel implementation of two nonlinear processes is studied: parametric and sum frequency generation.

**Keywords:** nonlinear optics, parametric process, sum-frequency generation, periodically poled nonlinear crystal, even coherent states, Schrodinger cat state, superposition of sum of coherent states, Wigner function, frequency-up conversion.