

УДК 533.9: 537.874

# ПОЛНОВОЛНОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО НАГРЕВА ПЛАЗМЫ НА ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ГАРМОНИКАХ В УСТАНОВКЕ ГДМЛ

© 2024 г. Е. Д. Господчиков<sup>a,\*</sup>, П. А. Чувакин<sup>a</sup>, А. Л. Соломахин<sup>a,b</sup>,  
А. Г. Шалашов<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия

<sup>b</sup>Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

\*e-mail: [egos@ipfran.ru](mailto:egos@ipfran.ru)

Поступила в редакцию 14.11.2024 г.

После доработки 16.11.2024 г.

Принята к публикации 18.11.2024 г.

Проанализированы возможные сценарии дополнительного электронного циклотронного нагрева плазмы в различных конфигурациях проектируемой в ИЯФ СО РАН открытой магнитной ловушке следующего поколения ГДМЛ (газодинамическая многопробочная ловушка). Для этого был применен полноволновой импедансный подход к моделированию взаимодействия электромагнитных волн с субтермоядерной плазмой, позволяющий учитывать взаимодействие электромагнитных и квазиэлектростатических мод в окрестности электронного циклотронного резонанса в осесимметричной магнитной конфигурации. Рассмотрены схемы нагрева на первой гармонике гирочастоты обыкновенной электромагнитной волной и на второй гармонике необыкновенной волной. Для каждого случая определены диапазоны параметров установки, в которых такая схема нагрева может быть эффективной; проанализированы оптимальные с точки зрения эффективности нагрева параметры фокусировки вводимого квазиоптического СВЧ-пучка.

**Ключевые слова:** высокотемпературная плазма, открытая магнитная ловушка, электронно-циклотронный резонанс, распространение волн в плазме

**DOI:** 10.31857/S0367292124120064 **EDN:** EEWBFM

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Газодинамическая многопробочная ловушка (ГДМЛ) – это открытая ловушка нового поколения для удержания субтермоядерной плазмы, концепция которой развивается в ИЯФ СО РАН (Новосибирск). Проект ГДМЛ должен позволить изучить новые методы удержания плазмы и продемонстрировать существенное увеличение эффективности открытой ловушки [1]. Целью проекта является обоснование возможности создания термоядерных систем на основе открытой магнитной ловушки: источника нейтронов и, в перспективе, термоядерного реактора. В качестве основного метода нагрева для установки ГДМЛ предлагается наклонная инжекция мощных пучков нейтральных частиц, которые захватываются

предварительно созданной мишенней плазмой. В результате перезарядки этих пучков в плазме формируются две ионные компоненты: теплые ионы мишенней плазмы и анизотропная популяция быстрых ионов, которая обеспечивает основное энергосодержание и протекание термоядерных реакций в плазме. В подобных системах с двухкомпонентной плазмой время торможения анизотропной популяции быстрых ионов в значительной степени определяется их столкновениями с электронами мишенней плазмы. Поэтому для увеличения времени жизни быстрых ионов и, тем самым, для увеличения эффективности ГДМЛ как термоядерной системы, важной задачей является увеличение электронной температуры.

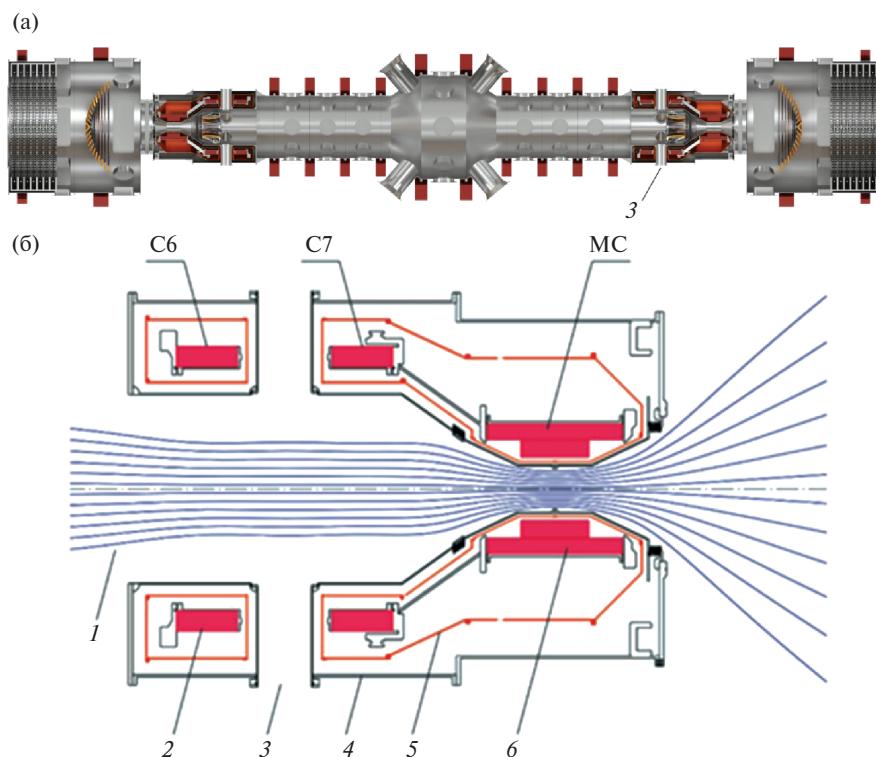
Возможность достижения стационарного уровня температуры электронов в 1 кэВ на оси

открытой магнитной ловушке за счет дополнительного электронного циклотронного резонансного (ЭЦР) нагрева плазмы на первой гармонике гирочастоты была продемонстрирована на действующей установке ГДЛ [2–5]. На этой же установке была продемонстрирована возможность нагрева электронов плазмы до 300 эВ во всем объеме плазменного шнуря за счет поглощения СВЧ-излучения на первой [4, 5] и второй [6] гармониках гирочастоты. По сути, метод дополнительного ЭЦР-нагрева позволяет заменить канал потерь энергии быстрых ионов на мощность, вкладываемую в плазму за счет поглощения излучения гиротрона. Отметим, что при росте электронной температуры выше определенного значения основной канал потерь быстрых ионов может переключиться на соударения с ионами мишенной плазмы, что в конечном итоге может вести к повышению эффективности термоядерного выхода.

Реализация на установке ГДЛ системы ЭЦР-нагрева с наклонным вводом СВЧ-излучения, аналогичной системам нагрева в установке ГДЛ, не представляется возможной с инженерной точки

зрения. Наиболее перспективной для ГДЛ видится система ЭЦР-нагрева, основанная на вводе СВЧ-пучка в плазму, перпендикулярно к оси установки через порт вблизи магнитной пробки [1]. На рис. 1 показано место предполагаемой системы ЭЦР-нагрева на общем плане установки ГДЛ и более детальный вид в окрестности области нагрева. Излучение в виде квазиоптического СВЧ-пучка вводится вертикально между переходными катушками С6 и С7. Такая геометрия позволяет вводить излучение в область практически однородного магнитного поля, что, в свою очередь, позволяет организовать эффективное поглощение излучения даже не в слишком горячей и плотной плазме.

Известно, что при квазипоперечном вводе излучения относительно магнитного поля эффективный нагрев следует ожидать на первой гармонике для волны с обычной поляризацией (O1) и на второй гармонике для волны с необычной поляризацией (X2) [7]. Предварительное геометрооптическое моделирование показало, что в установке ГДЛ также возможен эффективный ЭЦР-нагрев как на первой, так и на вто-



**Рис. 1.** Порты ввода СВЧ-излучения на общем плане стартовой конфигурации установки ГДЛ (а) и модуль магнитной пробки, в который предполагается встроить систему ЭЦР нагрева [1] (б): 1 – силовая линия магнитного поля, 2 – переходная катушка, 3 – порт ввода СВЧ-пучка, 4 – вакуумная камера криостата, 5 – тепловой экран криостата, 6 – соленоид магнитной пробки.

рой гармонике. Но условия применимости геометрооптического приближения в окрестностях циклотронного резонанса в достаточно холодной и плотной плазме могут не выполняться. Например, в [6] было показано, что геометрооптическое моделирование существенно завышает эффективность ЭЦР-нагрева на второй гармонике на установке ГДЛ.

Поэтому в данной работе мы развиваем более точный полноволновой подход к моделированию взаимодействия электромагнитного излучения со слаборелятивистской плазмой, основанный на импедансной формулировке уравнений Максвелла [8, 9]. Такой подход позволяет корректно описать совместное влияние неоднородности и пространственной дисперсии плазмы, отражение электромагнитных волн от области ЭЦР-резонанса и их взаимодействие с квазиэлектростатическими волнами, включая образование комбинированных волн и взаимную трансформацию. Кроме того, этот подход позволяет избежать известных проблем с формулировкой граничных условий в ситуации, когда часть взаимодействующих волн является нераспространяющимися (скинирующимися) на границах расчетной области. Ранее подход был успешно применен к моделированию отражения волн от области резонанса в плазме стелларатора Л-2М [10]. Его применение к осесимметричной плазме ГДМЛ потребовало учета дополнительных обстоятельств, потребовавших модернизации подхода по сравнению с [10].

## 2. МОДЕЛЬ ПОГЛОЩЕНИЯ СВЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ ГДМЛ

В стандартной конфигурации магнитной системы, разработанной для установки ГДМЛ, магнитное поле на оси системы между катушками С6–С7 составляет примерно 3 Тл, что отвечает частоте 85 ГГц для резонанса на первой и 170 ГГц для резонанса на второй гармонике. В области почти однородного магнитного поля поверхности ЭЦР образуют так называемую X точку. На рис. 2 построена серия поверхностей холодного гиро-резонанса  $\omega_c = eB/m_e c = \omega$  для частоты 85 ГГц при различных токах в катушках С6–С7, задаваемых параметром  $\alpha$ ,

$$I = (1 + \alpha / 100) I_0.$$

Значение тока  $I_0$  соответствует току, при котором поверхность холодного резонанса пересекает ось

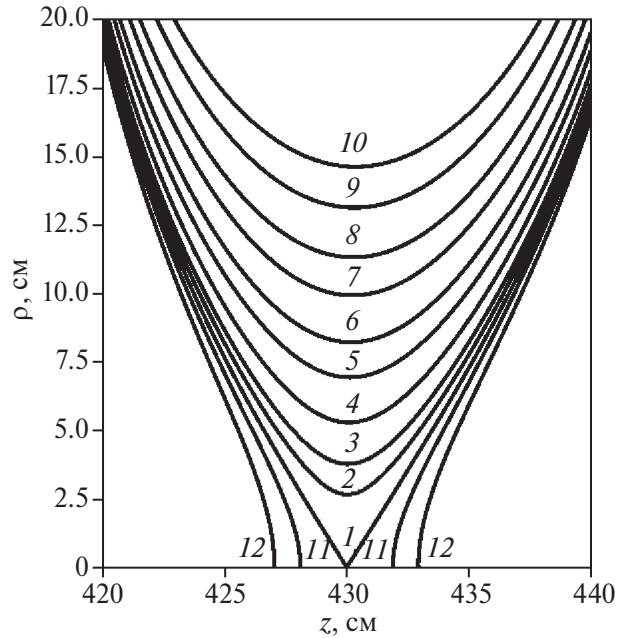
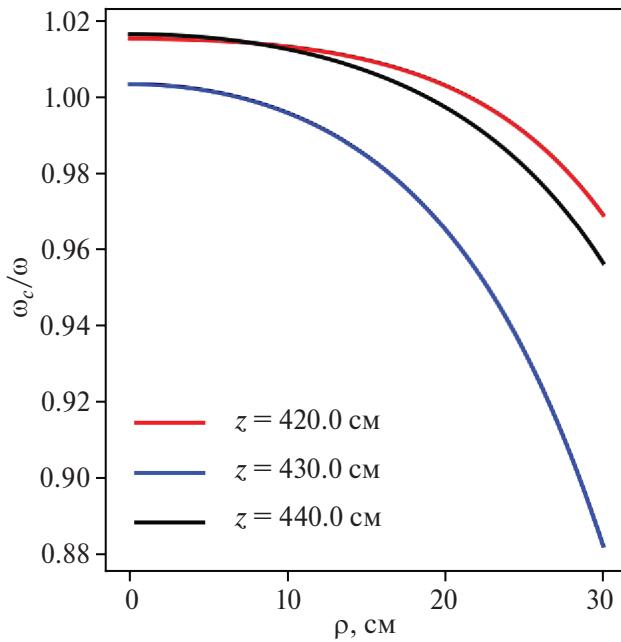


Рис. 2. Поверхности холодного резонанса  $\omega_c = \omega$  для частоты 85 ГГц при различных токах через катушки С6–С7, определяемых параметром  $\alpha = 10^2 (I - I_0) / I_0$ : 1 —  $\alpha = 0$ ; 2 — 0.05; 3 — 0.1; 4 — 0.2; 5 — 0.35; 6 — 0.5; 7 — 0.75; 8 — 1.0; 9 — 1.4; 10 — 1.8; 11 — 0.05; 12 — 0.12. На рисунке  $\rho$  — расстояние от оси ловушки, а  $z$  — координата вдоль оси ловушки.

симметрии в центре предполагаемого порта ввода СВЧ-излучения (соответствует  $z = 430$  см, если в качестве начала координат выбрано центральное сечение ловушки). Важным удобным свойством X-точки является то, что подстройка тока в переходных катушках позволяет достаточно тонко управлять радиальным профилем магнитного поля, а значит, позволяет надеяться на управление профилем энерговклада и эффективностью нагрева за счет изменения положения резонансных поверхностей.

На рис. 3 представлены радиальные зависимости нормированного модуля магнитного поля в разных сечениях  $z$  вдоль оси ловушки от  $z = 420$  до 440 см при характерном токе в катушках С6–С7, соответствующем  $\alpha = 0.35$ . Видно, что изменение магнитного поля вблизи оси ловушки очень мало, что и является главным достоинством X-точки. В результате резонансная область  $m_e c^2 (\omega - \omega_c) \leq T_e \omega$  может иметь ширину, сопоставимую с радиусом кривизны резонансной поверхности. Это означает, что при моделировании мы обязаны учитывать цилиндрическую геометрию задачи. С другой стороны, масштаб неоднородности магнитного поля вдоль оси  $z$  ока-

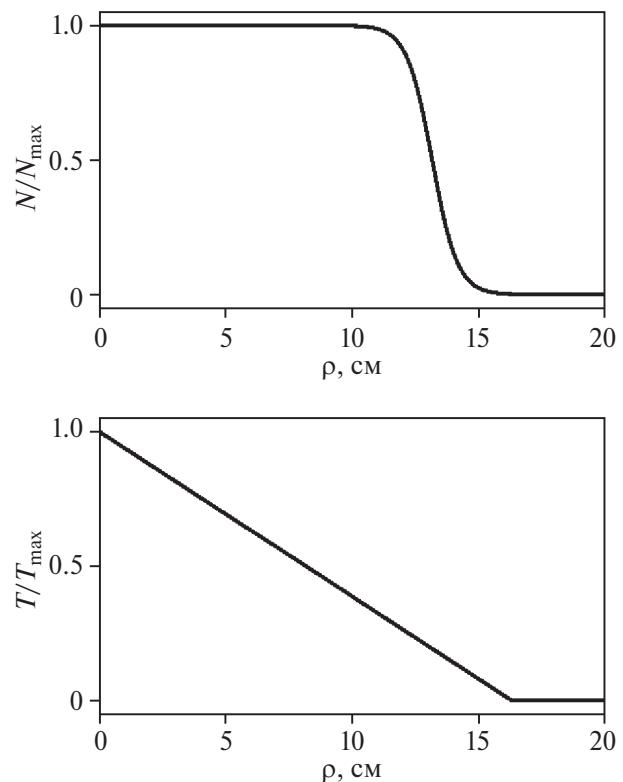


**Рис. 3.** Зависимость нормированной гироочастоты  $\omega_c/\omega$  от расстояния до оси в трех сечениях  $z$  для магнитной конфигурации, отвечающей  $\alpha = 0.35$ . Частота излучения 85 ГГц.

зываются много больше длины волны. Это позволяет нам учитывать его зависимость от  $z$  параметрически.

Внутри области циклотронного резонанса могут заметно меняться электронная температура и плотность плазмы. Поэтому мы должны учесть их радиальные зависимости. На рис. 4 приведены радиальные профили температуры и концентрации плазмы, используемые в моделировании.

Приняв во внимание, что наиболее эффективный нагрев следует ожидать при поперечном вводе излучения в виде широкого квазиоптического волнового пучка, мы приходим к следующей постановке задачи. Рассмотрим семейство полноволновых задач (решений уравнений Максвелла) для взаимодействия волны, распространяющейся поперек оси симметрии радиально-неоднородного плазменного цилиндра, при этом радиальная зависимость магнитного для каждой задачи отвечает радиальной зависимости при некотором фиксированном значении продольной координаты  $z$ . В результате находится эффективность поглощения падающей волны для каждой задачи. После чего эти эффективности сворачиваются с распределением интенсивности падающей волны по координате  $z$ . В результате мы определяем интегральную эффективность нагрева в общей квазицилиндрической геометрии. Такой



**Рис. 4.** Модельные профили плотности плазмы и электронной температуры на установке ГДМЛ [10], пересчитанные на сечение ловушки  $z = 430$  см.

подход формально отвечает пренебрежению производными по координате  $z$  в точных уравнениях Максвелла.

### 3. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КВАЗИЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Воспользуемся аксиальной симметрией задачи и представим волновое поле как ряд по азимутальным угловым гармоникам:

$$\mathbf{E}(\rho, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(im\phi) \mathbf{E}^{(m)}(\rho, z);$$

$$\mathbf{H}(\rho, \phi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(im\phi) \mathbf{H}^{(m)}(\rho, z).$$
(1)

При этом для волны, поляризованной в электронную сторону, учтем тепловые поправки к диэлектрическому отклику, связанные с возможной близостью к циклотронному резонансу на второй гармонике. Для продольной компоненты диэлектрического отклика учтем тепловые поправки к диэлектрическому отклику, связанные с воз-

можной близостью к циклотронному резонансу на первой гармонике. Такой подход отвечает рассмотрению наиболее эффективных сценариев нагрева при поперечном вводе: необыкновенная волна на второй гармонике (Х2) и обыкновенная на первой (О1). Кроме того, пренебрежем всеми производными по координате  $z$  от электромагнитного поля.

В результате для  $m$ -й азимутальной гармоники уравнения Максвелла преобразуются к следующей системе из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений и двух алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dH_z^{(m)}}{d\rho} &= ik_0 D_\phi^{(m)}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{dE_\phi^{(m)}}{d\rho} &= ik_0 H_z^{(m)} + i \frac{m}{\rho} E_\rho^{(m)}, \\ \frac{dE_z^{(m)}}{d\rho} &= -ik_0 H_\phi^{(m)}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left[ \rho H_\phi^{(m)} \right] &= -ik_0 D_z^{(m)}, \\ k_0 H_\rho^{(m)} &= \frac{m}{\rho} E_z^{(m)}, \\ k_0 D_\rho^{(m)} &= -\frac{m}{\rho} H_z^{(m)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где компоненты индукции электрического поля заданы через оператор диэлектрической проницаемости

$$\begin{aligned} D_\rho^{(m)} &= \epsilon_\perp E_\rho^{(m)} + ig E_\phi^{(m)} + \hat{\delta}\epsilon_X^{(m)} \left[ \left( E_\rho^{(m)} - iE_\phi^{(m)} \right) \right], \\ D_\phi^{(m)} &= \epsilon_\perp E_\phi^{(m)} - ig E_\rho^{(m)} + i\hat{\delta}\epsilon_X^{(m)} \left[ \left( E_\rho^{(m)} - iE_\phi^{(m)} \right) \right], \\ D_z^{(m)} &= \epsilon_\parallel E_z^{(m)} + \hat{\delta}\epsilon_O^{(m)} \left[ E_z^{(m)} \right]. \end{aligned}$$

Холодная часть диэлектрического отклика задается скалярными функциями координат

$$\begin{aligned} \epsilon_\perp &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}, \quad g = \frac{\omega_c}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}, \\ \epsilon_\parallel &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi N_e(\rho) e^2}{m_e}. \end{aligned}$$

Поправки к диэлектрическому отклику, связанные с тепловым движением электронов (пространственной дисперсией), выражается через дифференциальные операторы

$$\begin{aligned} \hat{\delta}\epsilon_X^{(m)}[\dots] &= \frac{1}{k_0^2} \frac{d}{d\rho} \left( F_{X2}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m-1}{\rho} [\dots] \right] \right) - \\ &\quad - \frac{1}{k_0^2} \frac{m-2}{\rho} F_{X2}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m-1}{\rho} [\dots] \right], \\ \hat{\delta}\epsilon_O^{(m)}[\dots] &= \frac{1}{k_0^2} \frac{d}{d\rho} \left( F_{O1}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m}{\rho} [\dots] \right] \right) - \\ &\quad - \frac{1}{k_0^2} \frac{m-1}{\rho} F_{O1}(\rho) \left[ \frac{d[\dots]}{d\rho} + \frac{m}{\rho} [\dots] \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{X2} &= \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} F_{7/2}(\xi_2), \quad F_{O1} = \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2} F_{7/2}(\xi_1), \\ \xi_n &= \mu \left( 1 - \frac{n\omega_c}{\omega} \right), \quad \mu = \frac{m_e^2}{T_e}, \end{aligned}$$

где  $F_{7/2}$  – функция Днестровского порядка 7/2 [11].

Уравнения (2) распадаются на две независимые системы: одна описывает распространение, циклотронное поглощение и линейное взаимодействие необыкновенной и бернштейновской волн, а вторая – распространение и циклотронное поглощение обыкновенной волны.

В удобном для моделирования виде первая система может быть приведена к четырем уравнениям первого порядка

$$= k_0 \begin{pmatrix} \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix} \\ -\frac{m-1}{k_0\rho} & 0 & \frac{1}{F_{X2}} & 0 \\ -2\frac{m-1}{k_0\rho} & \frac{m+1}{k_0\rho} & \frac{1}{F_{X2}} & -2 \\ -\frac{\epsilon_-}{2} & -\frac{\epsilon_+}{2} & \frac{m-2}{k_0\rho} & -\frac{m}{k_0\rho} \\ 0 & \epsilon_+ & 0 & \frac{m}{k_0\rho} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где

$$\epsilon_\pm = \epsilon_\perp \pm g, \quad E_\pm^{(m)} = E_\rho^{(m)} \pm iE_\phi^{(m)}$$

– комплексные амплитуды волн, вращающихся, соответственно, в ионную и электронную сторону;

$$\Phi^{(m)} = F_{X2} \left( \frac{1}{k_0} \frac{dE_-^{(m)}}{d\rho} + \frac{m}{k_0\rho} E_-^{(m)} \right).$$

Аналогично, система для обыкновенной волны может быть приведена к двум уравнениям первого порядка

$$\frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} E_z^{(m)} \\ \Omega^{(m)} \end{pmatrix} = k_0 \cdot \begin{pmatrix} -\frac{m}{k_0\rho} \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} & -\frac{i}{1+F_{O1}} \\ -i \left[ \epsilon_{\parallel} - \frac{m^2}{k_0^2\rho^2} \left( 1 + \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} \right) \right] & \frac{m}{k_0\rho} \frac{F_{O1}}{1+F_{O1}} - \frac{1}{k_0\rho} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_z^{(m)} \\ \Omega^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$\Omega^{(m)} = H_{\phi}^{(m)} (1 + F_{O1}) + i \frac{m}{k_0\rho} F_{O1} E_z^{(m)}.$$

#### 4. РЕШЕНИЯ В ВИДЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВОЛН В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим для определенности решение системы (3) в однородной среде. Оно может быть найдено путем сведения системы из четырех уравнений первого порядка к одному уравнению четвертого порядка

$$F_{X2} \hat{L}_m^+ \hat{L}_{m-1}^- \hat{L}_{m-2}^- \hat{L}_{m-1}^+ E_-^{(m)} + k_0^2 \times \\ \times \left[ \frac{\epsilon_+ + \epsilon_-}{2} \hat{L}_m^+ \hat{L}_{m-1}^- + 2\epsilon_+ F_{X2} \hat{L}_{m-2}^- \hat{L}_{m-1}^+ \right] \times \quad (5) \\ \times E_-^{(m)} + k_0^4 \epsilon_+ \epsilon_- E_-^{(m)} = 0,$$

где  $\hat{L}_m^{\pm}$  – понижающие и повышающие операторы функций Ханкеля,

$$\hat{L}_m^{\pm}[\dots] = \frac{d[\dots]}{d\rho} \pm \frac{m}{\rho}[\dots],$$

$$\hat{L}_m^{\pm} H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho) = k_0 n H_{m\mp 1}^{(1,2)}(k_0 n \rho).$$

Операторы  $\hat{L}_m^{\pm}$  обладают свойством коммутации

$$\hat{L}_{m\mp 1}^{\pm} \hat{L}_m^{\pm} = \hat{L}_{m\pm 1}^{\pm} \hat{L}_m^{\pm} = \hat{B}_m.$$

Используя это свойство, уравнение (5) можно переписать в виде

$$F_{X2} \hat{B}_{m-1} \hat{B}_{m-1} E_-^{(m)} + \\ + 2k_0^2 \left[ \frac{\epsilon_+ + \epsilon_-}{4} + \epsilon_+ F_{X2} \right] \hat{B}_{m-1} E_-^{(m)} + \quad (6) \\ + k_0^4 \epsilon_+ \epsilon_- E_-^{(m)} = 0.$$

Заметим теперь, что  $\hat{B}_m$  – оператор, собственные функции которого функции Ханкеля первого и второго рода

$$\hat{B}_m H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho) = -k_0^2 n^2 H_m^{(1,2)}(k_0 n \rho).$$

Функции Ханкеля первого рода  $H_m^{(1)}$  соответствуют цилиндрической волне, расходящейся от оси, а функция Ханкеля второго рода  $H_m^{(2)}$  соответствует цилиндрической волне, сходящейся к оси.

Общее решение уравнения (6) принимает вид линейной комбинации цилиндрических волн

$$E_-^{(m)}(\rho) = c_X^+ H_{m-1}^{(1)}(k_0 n_X \rho) + \\ + c_B^+ H_{m-1}^{(1)}(k_0 n_B \rho) + \\ + c_X^- H_{m-1}^{(2)}(k_0 n_X \rho) + \\ + c_B^- H_{m-1}^{(2)}(k_0 n_B \rho),$$

где  $c_{X,B}^{+,-}$  – четыре произвольные константы. Для показателей преломления  $n_{X,B}$  получаем уравнение, аналогичное дисперсионному уравнению для плоских волн в однородной плазме,

$$F_{X2} n^4 - 2 \left[ \frac{\epsilon_+ + \epsilon_-}{4} + \epsilon_+ F_{X2} \right] n^2 + \epsilon_+ \epsilon_- = 0.$$

Поскольку это биквадратное уравнение, мы имеем два типа волн – в соответствии с общепринятой классификацией необыкновенные волны с показателем преломления  $n_X$  и бернштейновские волны с показателем преломления  $n_B$ , и два направления распространения – сходящиеся и расходящиеся цилиндрические волны, отвечающие, соответственно, верхним индексам “–” и “+”.

Находя остальные компоненты поля, получаем общее решение системы (3) в однородной среде в виде разложения по собственным цилиндрическим модам:

$$\Psi_X^{(m)} = \begin{pmatrix} E_-^{(m)} \\ E_+^{(m)} \\ \Phi^{(m)} \\ H_z^{(m)} \end{pmatrix} = c_X^+ \mathbf{e}_X^+(m, \rho) + \\ + c_B^+ \mathbf{e}_B^+(m, \rho) + c_X^- \mathbf{e}_X^-(m, \rho) + c_B^- \mathbf{e}_B^-(m, \rho), \quad (7)$$

$$\text{где } \mathbf{e}_{X,B}^{+,-}(m, \rho) = \begin{pmatrix} (2\epsilon_+ - n_{X,B}^2) H_{m-1}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ n_{X,B}^2 H_{m+1}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ F_{X2} n_{X,B} H_{m-2}^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \\ -\epsilon_+ n_{X,B} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_{X,B} \rho) \end{pmatrix}$$

– векторы поляризации цилиндрической необыкновенной моды.

Аналогично, для системы (4), отвечающей за распространение обыкновенной волны, получаем

$$\boldsymbol{\Psi}_O^{(m)} = \begin{pmatrix} E_z^{(m)} \\ \Omega^{(m)} \end{pmatrix} = c_O^+ \mathbf{e}_O^+(m, \rho) + c_O^- \mathbf{e}_O^-(m, \rho). \quad (8)$$

Поляризация и показатель преломления цилиндрической обыкновенной моды определяются как

$$\mathbf{e}_O^{+,-}(m, \rho) = \begin{pmatrix} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \\ i \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon_{\parallel}(1 + F_{O1})} \left[ H_{m-1}^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) - H_{m+1}^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \right] + \frac{m}{k_0 \rho} F_{O1} H_m^{(1),(2)}(k_0 n_O \rho) \end{pmatrix},$$

$$n_O = \sqrt{\epsilon_{\parallel} / (1 + F_{O1})}.$$

## 5. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Системы (3) и (4) должны быть дополнены граничными условиями. На оси цилиндра это естественное граничное условие, выражающееся в требовании отсутствия особенностей поля. Однако для численного моделирования такое условие неудобно, поскольку введенные выше вектора поляризации  $\mathbf{e}_{X,B,O}^{\pm}$  на оси не определены (все функции Ханкеля имеют особенность на оси). Определенной является лишь сумма векторов поляризации, отвечающих сходящейся и расходящейся волне. Для того чтобы обойти эту проблему, мы будем считать, что в малой окрестности оси  $0 \leq \rho \leq \rho_u$  среда однородная. Воспользуемся решениями для однородной среды (7) и (8) и потребуем, чтобы эти решения не содержали особенностей. Тогда граничное условие на краю однородной области в точке  $\rho = \rho_u$  имеет вид

$$c_X^+ = c_X^-, \quad c_B^+ = c_B^-.$$

В качестве второго граничного условия мы должны на границе плазмы, удаленной от оси на расстояние  $\rho = \rho_0$ , задать распределение падающего на плазму поля. Будем считать его распределение на поверхности  $\rho = \rho_0$  следующим:

$$H_z(\rho = \rho_0, \phi) = H_{inc} =$$

$$= \frac{w_0}{w} E_0(z) \exp \left[ i(k_0 l - \gamma) - r^2 \left[ \frac{1}{w^2} - i \frac{k_0}{2R} \right] \right],$$

где

$$l = \rho_0 \cos \phi, \quad r^2 = \rho_0^2 \sin^2 \phi,$$

$$w^2 = w_0^2 \left[ 1 + 4\pi^2 \left( \frac{l^2}{k_0 w_0^2} \right)^2 \right],$$

$$R = l \left[ 1 + \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{k_0 w_0^2}{l} \right)^2 \right].$$

Напомним, что зависимость амплитуды волны от координаты  $z$  вдоль оси ловушки учитывается параметрически, т. е. мы решаем набор независимых задач при различных  $z$ , а затем результаты

сворачиваем с распределением интенсивности  $E_0(z)$ .

Для каждой угловой гармоники (1) имеем

$$H_{inc}^{(m)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(-im\phi) H_{inc}(\phi) d\phi.$$

Компоненты электрического поля выбираются таким образом, чтобы поляризация заданного излучения соответствовала сходящейся необыкновенной цилиндрической волне.

Для случая падения обыкновенной волны удобно задать распределение продольного электрического поля

$$E_z(\rho = \rho_0, \phi) = E_{inc} =$$

$$= \frac{w_0}{w} E_0(z) \exp \left[ i(k_0 l - \gamma) - r^2 \left[ \frac{1}{w^2} - i \frac{k_0}{2R} \right] \right],$$

а магнитное поле в этой ситуации определяется так, чтобы это была падающая волна. Дальнейшая процедура аналогична.

Величину  $E_0$  удобно связать с полной вводимой в плазму мощностью

$$|E_0^2| = \frac{16P_0}{cw_0^2} \exp \left[ -2(z - z_0)^2 / w^2 \right].$$

В результате мы имеем для каждой угловой гармоники систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, дополненную следующими граничными условиями. Для необыкновенной волны

$$\boldsymbol{\Psi}_X^{(m)}(\rho_u) = t_X^{(m)}(\mathbf{e}_X^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_X^-(\rho_u, m)) +$$

$$+ t_B^{(m)}(\mathbf{e}_B^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_B^-(\rho_u, m)), \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\Psi_X^{(m)}(\rho_0) &= a_X^{(m)}\mathbf{e}_X^-(\rho_0, m) + \\ &+ r_X^{(m)}\mathbf{e}_X^+(\rho_0, m) + r_B^{(m)}\mathbf{e}_B^+(\rho_0, m).\end{aligned}$$

Для обыкновенной волны

$$\begin{aligned}\Psi_O^{(m)}(\rho_u) &= t_O^{(m)}(\mathbf{e}_O^+(\rho_u, m) + \mathbf{e}_O^-(\rho_u, m)), \\ \Psi_O^{(m)}(\rho_0) &= a_O^{(m)}\mathbf{e}_O^-(\rho_0, m) + r_O^{(m)}\mathbf{e}_O^+(\rho_0, m).\end{aligned}\quad (10)$$

Здесь  $a_{X,O}^{(m)}$  – амплитуды падающих волн, которые считаются известными, а  $t_{X,B,O}^{(m)}$  и  $r_{X,B,O}^{(m)}$  – соответственно неизвестные комплексные амплитуды дошедших до центра цилиндра и отраженных от внешнего радиуса цилиндра необыкновенных, бернштейновских и обыкновенных волн. С формально-математической точки зрения граничные условия (9) и (10) заключаются в попарном равенстве коэффициентов перед  $\mathbf{e}_{X,B,O}^+(\rho_u, m)$ , нулевом коэффициенте перед  $\mathbf{e}_B^+(\rho_0, m)$  и известных коэффициентах перед  $\mathbf{e}_{X,O}^-(\rho_0, m)$ . В такой формулировке условия не содержат неизвестных величин и их ровно столько, сколько нужно для однозначного решения нашей системы уравнений.

## 6. ИМПЕДАНСНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Общий импедансный подход подробно описан в [8, 9], а применительно к задаче отражения от области циклотронного резонанса в [10]. Поэтому ниже мы ограничимся кратким описанием импедансного подхода, и подробно остановимся только на особенностях его применения в квазицилиндрической геометрии.

Рассмотрим для определенности случай необыкновенной волны. Будем искать решение системы (3) в виде разложения по волнам однородной среды (7), отвечающей внутренней границе  $\rho = \rho_u$ ,

$$\begin{aligned}\Psi(\rho) &= \Psi_X^+(\rho)\mathbf{e}_X^+(\rho_u) + \Psi_X^-(\rho)\mathbf{e}_X^-(\rho_u) + \\ &+ \Psi_B^+(\rho)\mathbf{e}_B^+(\rho_u) + \Psi_B^-(\rho)\mathbf{e}_B^-(\rho_u).\end{aligned}\quad (11)$$

Четыре коэффициента  $\Psi_{X,B}^\pm(\rho)$  этого разложения есть новые неизвестные функции, которые мы используем вместо четырех компонент вектора  $\Psi$  для определения волнового поля. На эти коэффициенты мы получим систему линейных уравнений, эквивалентную исходным уравнениям (3):

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_X^+ \\ \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} = ik_0 \widehat{M}' \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_X^+ \\ \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\widehat{M}' = U^{-1}(\rho_u) \widehat{M}(\rho) \widehat{U}(\rho_u),$$

где  $\widehat{U}(\rho_u)$  – матрица перехода к базису нормальных волн, отвечающих внутренней границе; столбцами в такой матрице являются собственные вектора  $\mathbf{e}_{X,B}^\pm(\rho_u)$ . Выделим в  $4 \times 4$ -матрице  $\widehat{M}'(\rho)$  четыре квадранта, которые можно отождествить с некоторыми  $2 \times 2$ -матрицами  $\widehat{t}^\pm$  и  $\widehat{r}^\pm$  по следующему формальному правилу:

$$\widehat{M}'(\rho) = \begin{pmatrix} \widehat{t}^+ & \widehat{r}^- \\ -\widehat{r}^+ & -\widehat{t}^- \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнения (12) представляются в виде

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} &= ik_0 \widehat{t}^+ \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} + ik_0 \widehat{r}^- \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}, \\ \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} &= -ik_0 \widehat{r}^+ \begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} - ik_0 \widehat{t}^- \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}.\end{aligned}\quad (13)$$

Введем матрицу  $\widehat{R}(\rho)$  следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \Psi_X^+ \\ \Psi_B^+ \end{pmatrix} = \widehat{R} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}.\quad (14)$$

Эта, неизвестная пока,  $2 \times 2$ -матрица связывает встречные моды, поэтому может быть интерпретирована как локальный оператор отражения сходящихся цилиндрических волн (–) в расходящиеся (+). Подставляя (14) в (13), получаем следующую систему на компоненты сходящейся волн и матрицы отражения:

$$\begin{cases} \frac{d}{d\rho} R = -ik_0 (\widehat{R} \widehat{r}^+ \widehat{R} + \widehat{R} \widehat{t}^- + \widehat{t}^+ \widehat{R} + \widehat{r}^-), \\ \frac{d}{d\rho} \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix} = ik_0 (\widehat{t}^- + \widehat{r}^- \widehat{R}) \begin{pmatrix} \Psi_X^- \\ \Psi_B^- \end{pmatrix}. \end{cases}\quad (15)$$

Первое уравнение (15) представляет собой эволюционную нелинейную задачу с элементарным начальным условием на внутренней границе: единичная матрица  $\widehat{R}(\rho_u) = \widehat{I}$  отвечает стоячей волне, т. е. отсутствию особенностей на оси цилиндра.

Это условие позволяет найти распределение  $\hat{R}(\rho)$  во всей расчетной области, входящее во второе уравнение.

Для того чтобы записать начальное условие для второго уравнения (15), достаточно выразить граничное условие на внешней границе плазмы (9), сформулированное для набора нормальных векторов на внешней границе  $\mathbf{e}_{X,B}^\pm(\rho_0)$ , через коэффициенты в базисе  $\mathbf{e}_{X,B}^\pm(\rho_u)$ , используемого в (11). Это можно сделать, воспользовавшись очевидным соотношением

$$\hat{U}(\rho_u) \begin{pmatrix} \psi_X^+(\rho_0) \\ \psi_B^+(\rho_0) \\ \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix} = \hat{U}(\rho_0) \begin{pmatrix} r_X \\ r_B \\ a_0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где  $\hat{U}(\rho_0)$  – матрица перехода к базису нормальных волн, отвечающих внешней границе; столбцами в такой матрице являются собственные векторы  $\mathbf{e}_{X,B}^\pm(\rho_0)$ . Введя формально четыре  $2 \times 2$ -матрицы  $\hat{Q}_{ij}$

$$\begin{pmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{21} & \hat{Q}_{22} \end{pmatrix} = \hat{U}^{-1}(\rho_0) \hat{U}(\rho_u)$$

и учитывая, что

$$\begin{pmatrix} \psi_X^+(\rho_0) \\ \psi_B^+(\rho_0) \end{pmatrix} = \hat{R}(\rho_0) \begin{pmatrix} \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix},$$

можно получить решение матричного соотношения (16) в виде явного выражения для компонент поля на внешней границе плазмы:

$$\begin{pmatrix} \psi_X^-(\rho_0) \\ \psi_B^-(\rho_0) \end{pmatrix} = (\hat{Q}_{22} + \hat{Q}_{21} \hat{R}(\rho_0))^{-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Одновременно из этого же соотношения находятся и выражения для коэффициентов отражения по амплитуде от внешней границы:

$$\begin{pmatrix} r_X \\ r_B \end{pmatrix} = (\hat{Q}_{11} \hat{R}(\rho_0) + \hat{Q}_{12}) (\hat{Q}_{22} + \hat{Q}_{21} \hat{R}(\rho_0))^{-1} \begin{pmatrix} a_0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Равенство (17) определяет начальное условие для второго уравнения в системе (15). Равенство (18) позволяет восстановить амплитуды отраженных волн. Заметим, что для этого достаточно лишь найти решение первого уравнения (15).

Интегрируя второе уравнение системы (15) как эволюционную задачу с начальными услови-

ями (17) на внешней границе, мы находим  $\psi_{X,B}^-(\rho)$  во всем расчетном пространстве. Поля  $\psi_{X,B}^+(\rho)$  восстанавливаются по известным  $\psi_{X,B}^-(\rho)$  и  $\hat{R}(\rho)$  с помощью (14). В итоге мы последовательно решаем две эволюционные задачи и находим распределения полей в области циклотронного резонанса, и, следовательно, амплитуды прошедших и отраженных волн.

Метод решения задачи падения обыкновенной волны аналогичен с той лишь разницей, что поскольку система уравнений (4) второго порядка, то оператор отражения и все связанные с ним величины оказываются скалярными.

## 7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ

Для того чтобы определить эффективность поглощения в условиях циклотронного резонанса, запишем закон изменения плотности потока энергии для необыкновенной волны с учетом резонансной диссипации и вклада пространственной дисперсии [12]:

$$\nabla \cdot (\Pi_{X,\rho}(\rho, \varphi) \mathbf{e}_\rho + \Pi_{X,\phi}(\rho, \varphi) \mathbf{e}_\phi) = -Q_X, \quad (19)$$

где

$$\Pi_{X,\rho} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} [E_\phi H_z^* + i E_- \Phi^*],$$

$$\Pi_{X,\phi} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} [-E_\rho H_z^* + E_- \Phi^*],$$

– компоненты вектора плотности потока энергии с учетом пространственной дисперсии,

$$Q_X = -\frac{\omega}{8\pi} \frac{\operatorname{Im} F_{X2}}{|F_{X2}|^2} |\Phi|^2$$

– плотность поглощаемой мощности в условиях циклотронного резонанса на второй гармонике,

$$\Phi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Phi^{(m)} \exp(im\varphi),$$

$\Phi^{(m)}$  введено в соотношении (3).

Проинтегрируем обе части уравнения (19) по поперечному сечению плазмы, получим

$$\frac{dP_X}{dz} = \iint Q_X \rho d\rho d\varphi = - \int_0^{2\pi} \rho_0 \Pi_{X,\rho}(\varphi, \rho_0) d\varphi. \quad (20)$$

Слева стоит линейная плотность поглощенной мощности вдоль оси  $z$ . Воспользовавшись ортогональностью азимутальных гармоник, получим

$$\frac{dP_X}{dz} = -2\pi\rho_0 \sum_m \Pi_{X,\rho}^{(m)}(\rho_0), \quad (21)$$

$$\Pi_{X,\rho}^{(m)} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left[ E_{\phi}^{(m)} H_z^{(m)*} - i E_z^{(m)*} \Phi^{(m)} \right].$$

Аналогичные вычисления можно провести для обыкновенной волны на первой гармонике. Для линейной плотности поглощенной мощности получим

$$\frac{dP_O}{dz} = -2\pi\rho_0 \sum_m \Pi_{O,\rho}^{(m)}(\rho_0), \quad (22)$$

$$\Pi_{O,\rho}^{(m)} = -\frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} \left[ E_z^{(m)} H_{\phi}^{(m)*} + i E_z^{(m)*} \Xi^{(m)} \right],$$

где

$$\Xi^{(m)} = F_{01} \left( \frac{1}{k_0} \frac{dE_z^{(m)}}{d\rho} + \frac{m}{k_0 \rho} E_z^{(m)} \right).$$

Для объемной плотности джоулевых потерь получим

$$Q_O = -\frac{\omega}{8\pi} \frac{\operatorname{Im} F_{01}}{|F_{01}|^2} |\Xi|^2, \quad \Xi = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \Xi^{(m)} \exp(im\phi).$$

Эффективность поглощения, определяемая как отношение поглощенной мощности к полной вводимой мощности  $P_0$ , может быть найдена из (21) и (22) как

$$A_{X,O} = P_0^{-1} \int (dP_{X,O} / dz) dz. \quad (23)$$

Отметим, что величина под интегралом зависит от  $z$ , во-первых, поскольку интенсивность вводимого излучения в квазиоптическом пучке зависит от  $z$ , а во-вторых, так как разным  $z$  отвечают различные радиальные профили магнитного поля  $\omega_c(\rho, z)$ .

Таким образом, для определения полной эффективности поглощения достаточно определить поток энергии через внешнюю границу плазмы, воспользовавшись (21) и (22). А в тех случаях, когда нас интересует распределение поглощенной мощности в поперечном сечении, необходимо использовать приведенные выше явные выражения для плотности джоулевых потерь  $Q_{X,O}(\rho)$ .

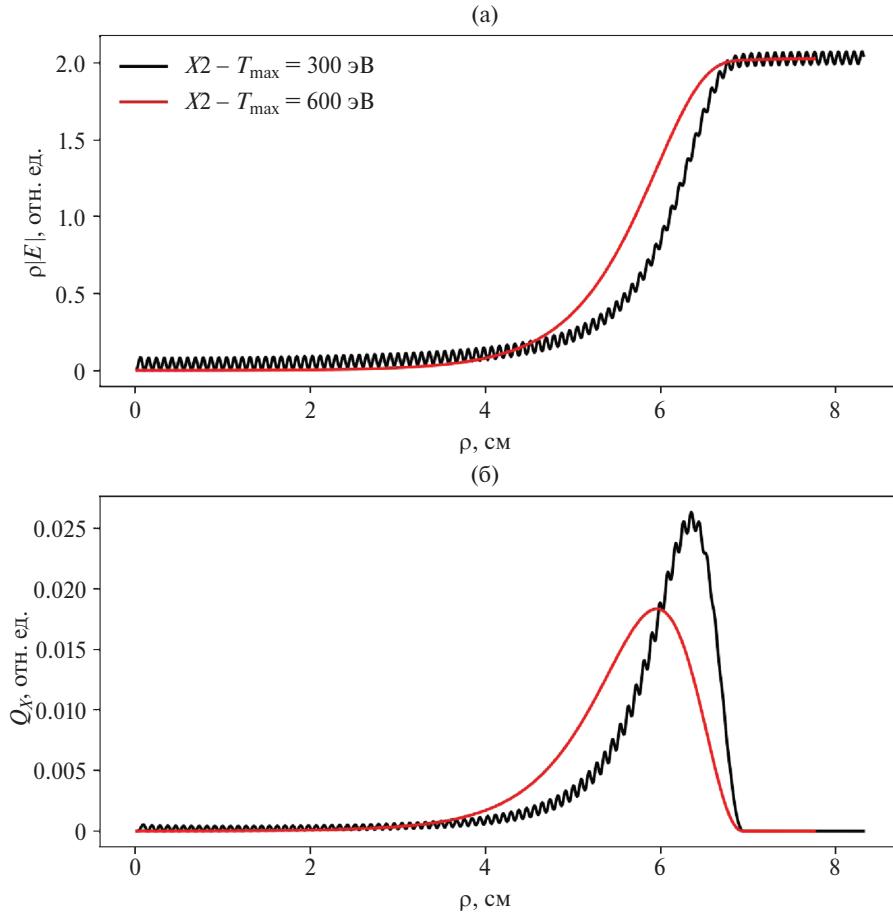
## 8. ПРОВЕРКА МЕТОДА: МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЦ-НАГРЕВА НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНОЙ НА ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ

Покажем на двух примерах результаты работы импедансного метода. Мы провели моделирова-

ние для нагрева необыкновенной волной на второй гармонике для магнитной конфигурации отвечающей  $\alpha = 0.35$ , концентрации плазмы на оси  $N_{\max} = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , двух значений максимальной температуры  $T_{\max} = 300 \text{ эВ}$  и  $T_{\max} = 600 \text{ эВ}$ . Ширина вводимого пучка в перетяжке  $w_0$  выбиралась равной 1.5 см. Для моделирования такого вводимого пучка достаточно 57 азимутальных гармоник ( $-28 \leq m \leq 28$ ).

На рис. 5а представлено распределение квадрата модуля электрического поля,  $|E|^2 = |E_{\rho}|^2 + |E_{\phi}|^2$ , отвечающего азимутальной гармонике  $m = 0$  в сечении  $z = 430 \text{ см}$ . Для удобства восприятия квадрат модуля электрического поля умножен на радиус, что дает постоянное значение в тех областях, где поле представляет собой цилиндрическую волну (сходящуюся или расходящуюся). Осцилляции на графиках могут появляться вследствие двух механизмов. Во-первых, неполное поглощение приводит к появлению отраженной от плазмы необыкновенной волны и, как следствие, появлению частично стоячей волны. Во-вторых, происходит трансформация необыкновенной волны в бернштейновскую в окрестности циклотронного резонанса [13, 14]. Такая волна частично поглощается в области резонанса, а частично выходит в холодную разреженную плазму, где она становится ортогональной необыкновенной волне, и как следствие их биения исчезают. Отметим, что в моделировании учитывалось поглощение бернштейновской волны за счет затухания Ландау в периферийной холодной плазме, где волна замедляется настолько, что перестает выполняться условие разложения по малому по сравнению с длиной волны ларморовскому радиусу электронов. На рисунке хорошо видно, что при обеих температурах имеет место эффективное поглощение излучения, а через область циклотронного резонанса до центра ловушки излучение практически не проходит. Также видно, что при повышении температуры резонансная область увеличивается.

Уширение резонанса еще лучше видно на рис. 5б, на котором представлены радиальные профили плотности поглощенной мощности, отвечающей нулевой азимутальной гармонике в сечении  $z = 430 \text{ см}$ . Как видно из рисунка ширина резонансной области, в которой происходит поглощение, составляет около 2 см. Осцилляции на рисунке отражают наличие отраженной необыкновенной волны, бернштейновская волна не



**Рис. 5.** Зависимости от радиальной координаты интенсивности поля  $\rho |E(\rho)|^2$  и плотности поглощенной мощности  $Q_X(\rho)$ , отвечающие азимутальной гармонике с  $m = 0$ , рассчитанные с помощью импедансного метода в сечении  $z = 430$  см для температуры электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 300$  эВ (черные кривые) и  $T_{\max} = 600$  эВ (красные кривые). Магнитная конфигурация ГДМЛ соответствует  $\alpha = 0.35$ , концентрация на оси ловушки  $N_{\max} = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

дает в эти осцилляции заметного вклада. Здесь нужно отметить, что квазиэлектростатическая сильно замедленная бернштейновская волна даже при сопоставимой с необыкновенной волной амплитуде электрического поля переносит гораздо меньше энергии.

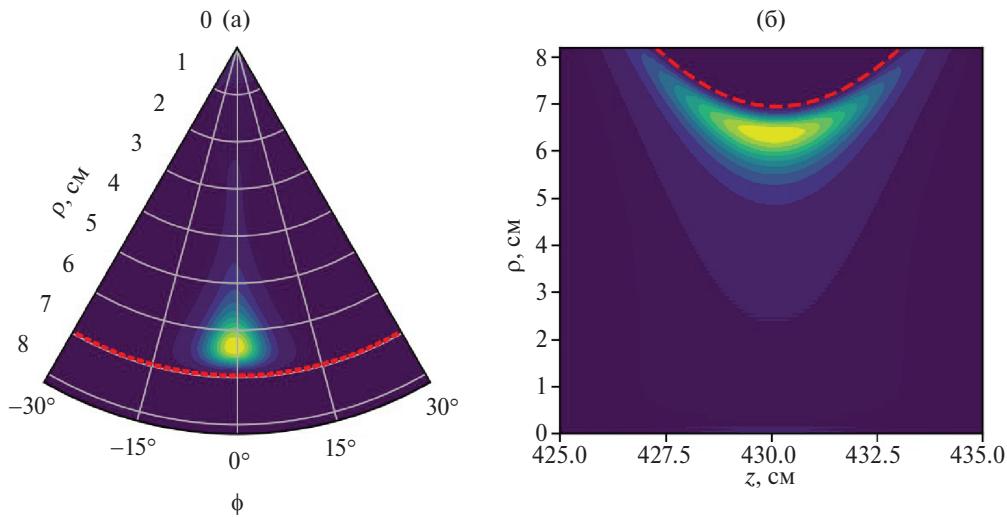
На рис. 6 изображены пространственные распределения плотности поглощаемой мощности, восстановленные по суммарному по всем азимутальным гармоникам полу. Видно, что область поглощения хорошо локализована. Локализация по азимутальному направлению определяется исходной фокусировкой пучка, по радиальному направлению – резонансным механизмом поглощения. Поскольку в нашей модели мы не можем учесть фокусировку по координате  $z$ , распределение вдоль оси ловушки повторяет распределение интенсивности во вводимом СВЧ-пучке.

## 9. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЭЦР-НАГРЕВА НА УСТАНОВКЕ ГДМЛ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

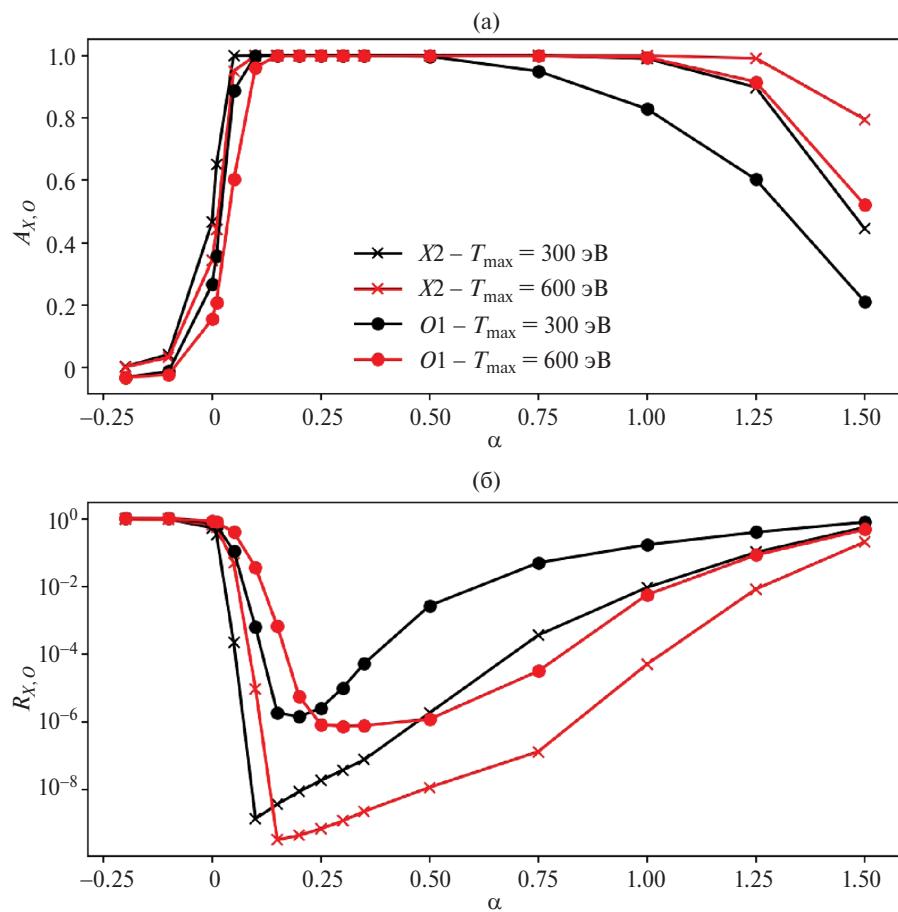
В данном разделе описывается применение разработанного подхода к расчету эффективности дополнительного ЭЦР-нагрева на установке ГДМЛ. Нами были исследованы зависимости эффективности поглощения от магнитной конфигурации, температуры и плотности плазмы. Во всех случаях мы проводили моделирование для нагрева на частоте 85 ГГц на первой гармонике обыкновенной волны и на частоте 170 ГГц на второй гармонике необыкновенной волны.

### 9.1. Зависимость эффективности поглощения от магнитной конфигурации

На рис. 7а изображены зависимости эффективности поглощения волн в плазме (23) в зави-



**Рис. 6.** Сечения плоскостью  $z = 430$  см (а) и плоскостью  $\phi = 0$  (б) распределения плотности поглощаемой мощности. Направление  $\phi = 0$  соответствует направлению на ось вводимого пучка. Конфигурация магнитного поля ГДМЛ соответствует  $\alpha = 0.35$ ,  $T_{\max} = 300$  эВ,  $N_{\max} = 10^{13}$  см $^{-3}$ . Красной штриховой линией обозначена поверхность холодного гирорезонанса.



**Рис. 7.** Зависимости полной эффективности поглощения (а) и коэффициента рассогласования (б) от тока  $I$  в катушках С6–С7, определяемого параметром  $\alpha = 10^2 (I - I_0) / I_0$ . Значение  $I = I_0$  отвечает X-точке для поверхностей ЭЦР. Черные кривые отвечают температуре электронов на оси  $T_{\max} = 300$  эВ, красные кривые отвечают температуре  $T_{\max} = 600$  эВ. Результаты моделирования для нагрева на первой гармонике обыкновенной волны изображены кружками, для необыкновенной волны на второй гармонике – крестиками. Плотность плазмы на оси ловушки  $N_{\max} = 3.6 \times 10^{13}$  см $^{-3}$ .

симости от магнитной конфигурации для двух значений температуры. Параметры СВЧ-пучка и число азимутальных гармоник взяты такими же, как в предыдущем разделе.

Падение эффективности поглощения в области отрицательных  $\alpha$  объясняется тем, что при такой конфигурации поля центральная часть пучка, содержащая наибольшую часть энергии, проходит через ось симметрии, не пересекая поверхности "холодного" гирорезонанса. На языке разложения по угловым гармоникам это означает "отражение" от оси ловушки, т. е. формирование стоячих цилиндрических волн. При  $\alpha = 0$  эффективность поглощения составляет десятки процентов. При превышении этого значения эффективность поглощения быстро увеличивается практически до 100% для обоих сценариев нагрева и остается высокой вплоть до значений, при которых резонанс смещен на периферию. Затем эффективность падает из-за более низкой температуры в области резонанса. Причем это падение происходит для нагрева с использованием обыкновенной волны на первой гармонике быстрее, чем при использовании необыкновенной на второй. То есть для эффективного нагрева с использованием необыкновенной волны на второй гармонике доступен больший диапазон магнитных конфигураций установки ГДМЛ.

Для того чтобы подробнее рассмотреть оптимум нагрева, на рис. 7б построен полный коэффициент рассогласования излучения с плазмой,  $R_{X,O} = 1 - A_{X,O}$ , в логарифмическом масштабе. В терминах импедансного подхода в цилиндрической геометрии он имеет смысл коэффициента отражения, но если отказаться от представления поля как суммы азимутальных гармоник, то коэффициент рассогласования будет описывать как мощность, отраженную от цилиндра, так и прошедшую сквозь него без поглощения. На рисунке хорошо виден оптимум по магнитным конфигурациям.

## 9.2. Зависимость эффективности поглощения от плотности плазмы

На рис. 8 изображены зависимости эффективности поглощения (23) в зависимости от плотности плазмы на оси ловушки при  $T_{\max} = 600$  эВ для двух магнитных конфигураций  $\alpha = 0.35$ , что примерно соответствует оптимуму согласования, и  $\alpha = 1.0$ , т. е. повышенному току. Из рисунка видно, что влияние плотности сводится к двум

эффектам. Во-первых, при высокой плотности возникает отсечка для электромагнитных волн, причем для необыкновенной волны на второй гармонике, как и предсказывает элементарная теория, отсечка возникает при вдвое большей плотности на оси. Во-вторых, при слишком низкой концентрации плазма становится прозрачной для излучения и перестает эффективно поглощать.

Как и в предыдущем случае видно, что в оптимуме нагрев на первой гармонике обыкновенной волны столь же эффективен, как и нагрев на второй гармонике необыкновенной волны, но область доступных концентраций плазмы для него меньше.

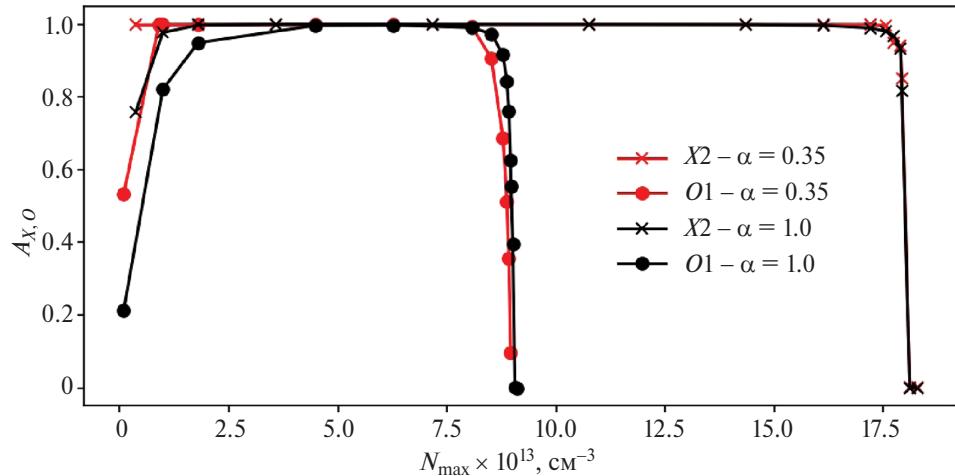
## 9.3. Требования к структуре вводимого СВЧ-пучка

Эффективность поглощения (23) может быть представлена как сумма по вкладам азимутальных мод:

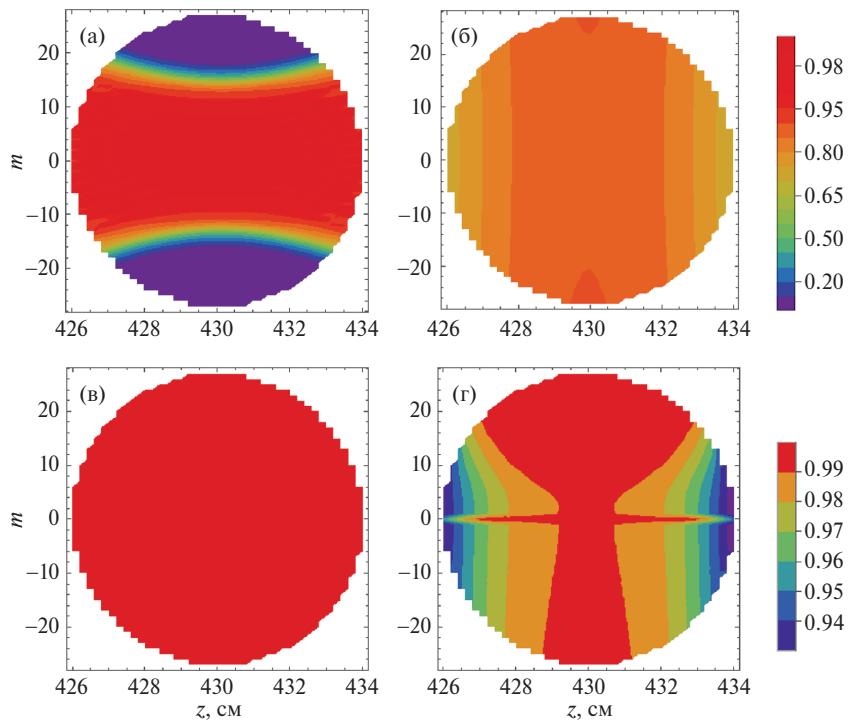
$$A = \sum_m \int A_m(z) I_m(z) dz, \quad \sum_m \int I_m(z) dz = 1,$$

где  $A_m(z)$  – парциальная эффективность поглощения для  $m$ -й азимутальной гармоники сходящейся цилиндрической волны, падающей на однородный цилиндр, отвечающий сечению  $z$ , а  $I_m(z)$  – нормированное распределение интенсивности падающего пучка по координате  $z$  и азимутальным гармоникам. На рис. 9 изображены распределения парциальной эффективности поглощения для двух поляризаций волн (O1 и X2), для двух значений плотности плазмы (высокой  $N_{\max} = 8.8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и низкой  $N_{\max} = 0.4 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ), для температуры электронов на оси  $T_{\max} = 300$  эВ и магнитной конфигурации  $\alpha = 0.35$ . Область моделирования отвечала рассматриваемому в предыдущих разделах вводимому пучку с шириной перетяжки  $w_0 = 1.5$  см.

Из приведенных диаграмм видно, что для обыкновенной волны при низкой плотности плазмы ограничивающим фактором является ширина пучка по оси  $z$  (см. рис. 9б), а при высокой плотности – ширина азимутального спектра пучка (рис. 9а). Это можно объяснить следующим образом. При низкой плотности основным эффектом, уменьшающим поглощение, является прохождение части волнового пучка через разреженную плазму без поглощения. При этом эффективность поглощения падает для больших отклонений по продольной координате, поскольку для них область трансформации смешена на периферию (см.



**Рис. 8.** Зависимости полной эффективности поглощения от концентрации плазмы. Красные кривые отвечают  $\alpha = 0.35$ , черные кривые отвечают  $\alpha = 1.0$ . Температура электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 600$  эВ. Результаты моделирования для нагрева на первой гармонике обыкновенной волны изображены кружками, для необыкновенной волны на второй гармонике – крестиками.



**Рис. 9.** Парциальная эффективность поглощения  $A_m(z)$  для обыкновенной волны на первой гармонике (а, б) и для необыкновенной волны на второй гармонике (в, г) для двух различных значений концентрации плазмы на оси ловушки:  $N_{\max} = 8.8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (а, в) и  $N_{\max} = 0.4 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (б, г). Магнитная конфигурация отвечает  $\alpha = 0.35$ . Температура электронов на оси ловушки  $T_{\max} = 600$  эВ.

рис. 2). Напротив, для высокой плотности плазмы основным ограничивающим фактором становится отражение высоких азимутальных гармоник от центральной области с повышенной концентрацией. Таким образом, для оптимизации нагрева на первой гармонике обыкновенной волны может

потребоваться различная система фокусировки в зависимости от режима работы установки.

Нагрев с использованием необыкновенной волны на второй гармонике оказывается гораздо менее чувствительным к форме вводимого пучка. Сплошная засветка при высокой плотности

плазмы (рис. 9в) указывает на то, что эффективно поглощается любая волновая структура, локализованная в указанном диапазоне  $z$  и  $t$ . При более низкой плотности появляется селективность по отношению к разным спектральным компонентам волнового пучка (рис. 9г), однако для широкого в азимутальном направлении пучка эффективность поглощения по-прежнему остается близкой к максимально возможному значению за счет большой доли моды  $m = 0$ . Таким образом, в случае использования поляризации необыкновенной волны дополнительная оптимизация системы ввода излучения не требуется.

Также отметим, что на зависимости парциальной эффективности от азимутального номера можно заметить асимметрию, наиболее выраженную на рис. 9г. Это свойство связано с тем, что в неоднородной гиротропной среде снимается вырождение по направлению азимутальной фазовой модуляции.

## 10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью разработанного полноволнового импедансного подхода к моделированию взаимодействия электромагнитных волн с субтермоядерной плазмой, удерживаемой в крупномасштабной осесимметричной магнитной ловушке в окрестности областей электронного циклотронного резонанса, позволяющего корректно учитывать в том числе взаимодействие электромагнитных и квазиэлектростатических мод была проанализирована возможная эффективность различных сценариев дополнительного электронного циклотронного нагрева плазмы в проектируемой в ИЯФ СО РАН осесимметричной ловушке следующего поколения ГДМЛ. Моделирование показало возможность эффективного нагрева плазмы с использованием микроволнового излучения с обыкновенной поляризацией на первой гармонике гирочастоты и с необыкновенной поляризацией на второй гармонике гирочастоты при поперечном вводе излучения в окрестность X-точки резонансных поверхностей. Предложенные схемы нагрева отвечают использованию источников микроволнового излучения с частотой 85 ГГц для нагрева обыкновенной волной на первой гармонике и 170 ГГц для нагрева необыкновенной волной на второй гармонике. Такие источники мегаваттного уровня мощности (гиротроны) успешно разрабатываются и производятся в НПО “Гиком” совместно с ИПФ РАН. При длительности

импульса до 3 с, планируемых для установки ГДМЛ первой очереди, источник СВЧ излучения на 85 ГГц технологически проще и дешевле, чем на 170 ГГц. Однако нагрев излучением на первой гармонике имеет более жесткие ограничения на допустимые концентрации плазмы:  $N_{\max} < 0.9 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для обыкновенной волны на первой гармонике против  $N_{\max} < 1.8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для необыкновенной волны на второй гармонике.

Было показано, что для эффективного нагрева (больше 80% поглощенной мощности) необходимо сместить точку резонанса с оси ловушки, что отвечает повышенным токам через ближайшие к области резонанса катушки магнитного поля. При реализации такой конфигурации возникают две особенности, которые необходимо принимать во внимание. Во-первых, максимум энерговклада оказывается не на оси ловушки. Во-вторых, смещение области резонанса в периферийную плазму в случае достаточно холодной плазмы может приводить также к падению эффективности нагрева. Эффективность нагрева при смещении резонанса от оси ловушки начинает мало зависеть от азимутального спектра падающего пучка, но продолжает существенным образом зависеть от его фокусировки в продольном (относительно оси ловушки) направлении.

Полноволновое моделирование, приведенное выше, показало, что распространение и поглощение электромагнитных волн в приведенной геометрии не сопровождается заметным отражением во встречные волны и в сильно замедленные бернштейновские волны при условии, что плотность плазмы не слишком близка к плотности отсечки СВЧ-излучения. С методической точки зрения это важный и заранее не вполне очевидный результат, который обосновывает возможность применения более простых и вычислительно эффективных асимптотических методов. В частности, задача ЭЦР-нагрева в геометрии ГДМЛ может быть решена также в рамках развиваемого авторами последовательного квазиоптического подхода, реализованного для открытых магнитных ловушек в коде QOOT [6, 15–18]. Результаты моделирования рассмотренных выше сценариев дополнительного ЭЦР-нагрева плазмы для ГДМЛ с использованием кода QOOT, которые в области его применимости подтверждают выводы полноволнового моделирования, будут опубликованы в отдельной статье.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (тема FFUF-2023-0002) и ФТИ РАН (по договору между ФТИ РАН и ИПФ РАН № ОК44-6-24 от 19.07.2024).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сквородин Д.И., Черноштанов И.С., Амиров В.Х., Астрелин В.Т., Багрянский П.А., Беклемищев А.Д., Бурдаков А.В., Горбовский А.И., Котельников И.А., Магомедов Э.М., Полосаткин С.В., Поступаев В.В., Приходько В.В., Савкин В.Я., Солдаткина Е.И., Соломахин А.Л., Сорокин А.В., Судников А.В., Христо М.С., Шиянков С.В., Яковлев Д.В., Щербаков В.И. // Физика плазмы. 2023. Т. 49(9). С. 831.
2. Bagryansky P.A., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Lizunov A.A., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 114. P. 205001.
3. Yakovlev D.V., Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Maximov V.V., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Bagryansky P.A. // Nucl. Fusion. 2018. V. 58. P. 094001.
4. Bagryansky P.A., Anikeev A.V., Denisov G.G., Gospodchikov E.D., Ivanov A.A., Lizunov A.A., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Maximov V.V., Korbennikova O.A., Murakhtin S.V., Pinzhenin E.I., Prikhodko V.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Soldatkina E.I., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Zaytsev K.V. // Nucl. Fusion. 2015. V.55. P. 053009.
5. Bagryansky P.A., Demin S.P., Gospodchikov E.D., Kovalenko Yu.V., Malygin V.I., Murakhtin S.V., Savkin V.Ya., Shalashov A.G., Smolyakova O.B., Solomakhin A.L.,
6. Thumm M., Yakovlev D.V. // Fusion Sci. Technol. 2015. V. 68. P. 87.
7. Хусаинов Т.А., Балакин А.А., Господчиков Е.Д., Соломахин А.Л., Шалаев А.Г. // Физика плазмы. 2024. Т. 50.
8. Alikayev V.V., Litvak A.G., Suvorov E.V., Fraiman A.A. // High Frequency Plasma Heating / Ed. A.G. Litvak. New York: AIP, 1991. Ch. 1. P. 1.
9. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2010. V. 52. P. 025007.
10. Господчиков Е.Д., Чувакин П.А., Шалаев А.Г. // Физика плазмы. 2023. Т. 49. С. 953.
11. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П., Скрыдлов Н.В. // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 922.
12. Шафранов В.Д. // Вопросы теории плазмы. Вып. 3 / Под ред. М.А. Леонтьевича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 129.
13. Bornatici M., Engelmann F., Maroli C., Petrillo V. // Plasma Phys. 1981. V. 23. P. 89.
14. Lazzaro E., Ramponi G., Giruzzi G. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1220.
15. Shalashov A.G., Balakin A.A., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 112504.
16. Шалаев А.Г., Балакин А.А., Хусаинов Т.А., Господчиков Е.Д., Соломахин А.Л. // ЖЭТФ. 2017. Т. 151. С. 379.
17. Shalashov A.G., Gospodchikov E.D., Khusainov T.A., Solomakhin A.L., Yakovlev D.V., Bagryansky P.A. // Nuclear Fusion. 2022. V. 62. P. 124001.
18. Шалаев А.Г., Господчиков Е.Д., Хусаинов Т.А. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 993.

## FULL-WAVE MODELING OF ELECTRON CYCLOTRON PLASMA HEATING AT THE FUNDAMENTAL AND SECOND HARMONICS FOR THE GDMT FACILITY

E. D. Gospodchikov<sup>a,\*</sup>, P. A. Chuvakin<sup>a</sup>, A. L. Solomakhin<sup>a, b</sup>, A. G. Shalashov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia

<sup>b</sup>G.I. Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia

\*e-mail: egos@ipfran.ru

Possible scenarios of auxiliary electron cyclotron plasma heating in various configurations of the next-generation open magnetic trap GDMT (Gas-Dynamic Multiple-mirror Trap) designed at the Budker Institute of Nuclear Physics are considered. For this purpose, a full-wave impedance approach is used to model the interaction of electromagnetic waves with hot plasma, which allows taking into account the interaction of electromagnetic and quasi-electrostatic modes in the vicinity of the electron cyclotron resonance in an axisymmetric magnetic configuration. Heating scenarios using the ordinary electromagnetic mode at the fundamental harmonic and extraordinary mode at the second harmonic are considered. For each case, the ranges of the setup parameters in which such a heating scheme can be effective are determined; optimal for the heating efficiency focusing parameters of the quasi-optical microwave beam are analyzed.

**Keywords:** high-temperature plasma, open magnetic trap, electron cyclotron resonance, wave propagation in plasma