

УДК 621.039.623, 621.039.643, 533.932

СРАВНЕНИЕ ПЕРЕНОСА ЭНЕРГИИ В ПЛАЗМЕ С ЭЦР-НАГРЕВОМ НА СТЕЛЛАТОРЕ Л-2М И ТОКАМАКЕ Т-10

© 2024 г. Ю. Н. Днестровский^{a, *}, А. В. Мельников^{a, b, c}, С. Е. Лысенко^{a, **},
А. И. Мещеряков^e, Н. К. Харчев^{a, e}, Д. Г. Васильков^e, С. Е. Гребенщиков^e,
Н. В. Касьянова^{a, c}, С. В. Черкасов^a, И. Ю. Вафин^e,
Л. Г. Елисеев^a, Д. Ю. Сычугов^{a, d}

^aНациональный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва, Россия

^bНациональный ядерный университет МИФИ, Москва, Россия

^cМосковский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия

^dМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^eИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

*e-mail: Dnestrovskiy_YN@nrcki.ru

**e-mail: Lysenko_SE@nrcki.ru

Поступила в редакцию 18.12.2023 г.

После доработки 20.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Нагрев плазмы в стеллараторе Л-2М и токамаке Т-10 производится на второй гармонике электронно-циклотронного резонанса (ЭЦР). Использована концепция эквивалентных разрядов токамака и стелларатора, расширенная на случай как полного, так и частичного поглощения ЭЦ-мощности. Сравнение экспериментальных профилей электронной температуры с рассчитанными по транспортной модели канонических профилей позволило оценить эффективность ЭЦР-нагрева в разрядах Л-2М, где отсутствуют надтепловые электроны, искажающие функцию распределения и препятствующие надежным измерениям температуры. Получена зависимость эффективности ЭЦР-нагрева от плотности плазмы, описывающая эксперименты на стеллараторах Л-2М и ТЖ-II и токамаке Т-10. Рассчитаны энергетические характеристики (запас энергии и энергетическое время жизни) для разрядов Л-2М. Сделаны прогнозы ЭЦР-нагрева в токамаке Т-15МД. Обсуждаются особенности решения некорректной транспортной задачи для Л-2М.

Ключевые слова: стелларатор, токамак, электронно-циклотронный нагрев, перенос энергии, транспортная модель канонических профилей

DOI: 10.31857/S0367292124050026, EDN: PWWXPV

1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартная транспортная модель канонических профилей (ТМКП) для температуры электронов и ионов была построена в работах [1, 2]. Современная версия этой модели подробно описана в [3] и в Приложении 1. Стандартная модель допускает решение как прямой, так и обратной задачи. Прямая задача состоит в нахождении температуры электронов и ионов по заданным источникам нагрева. Обратная задача состоит в определении источников нагрева по известным температурам электронов и ионов плазмы. Обратная задача некорректна — способы ее регуляризации и пути решения обсуждались в [4].

В настоящей работе рассматривается эксперимент по нагреву плазмы в стеллараторе Л-2М на электронно-циклотронном резонансе (ЭЦР) с помощью СВЧ-волн, возбуждаемых гиротронами. В работах [3, 4] показано, что, в зависимости от параметров разряда, поглощение этих волн может быть полным или частичным. При достаточно большой плотности поглощение оказывается полным, при небольшой плотности — частичным. Поглощение зависит также от магнитного поля. В работе [3] обсуждается случай полного поглощения волн в стеллараторе W7-X (магнитное поле $B_T = 2.4$ Тл), а в работе [4] — случай частичного поглощения в стеллараторе ТЖ-II ($B_T = 1$ Тл). В стеллараторе Л-2М магнитное поле B имеет промежуточное значение

($B_T = 1.3$ Тл), когда при небольшой плотности плазмы поглощение частичное, а при средней плотности плазмы оно уже полное. Этим установка Л-2М для нас интересна.

В работах [3, 4] введено понятие эквивалентности пары разрядов, одного со стелларатора, другого с токамака. Для случая полного поглощения СВЧ-волн условия эквивалентности имеют вид:

а) значения средней плотности должны быть одинаковыми;

б) типы ЭЦР-нагрева должны быть одинаковыми (on-axis);

в) одинаковые значения мощностей ЭЦР-нагрева. Эти мощности полностью поглощаются;

г) магнитные поля в импульсах со стелларатора и токамака должны различаться не более чем на 25–30%;

д) значение запаса устойчивости на границе плазмы $q(a)$ для импульса с токамака должно быть близким к значению $2\pi/\tau(a)$ для импульса со стелларатора, где τ — вращательное преобразование на границе плазмы.

В эквивалентных импульсах величины и профили температур электронов и ионов попарно одинаковы, в этом состоит важность понятия эквивалентности. Принцип эквивалентности позволяет моделировать транспортные процессы в стеллараторе с помощью моделей, разработанных для токамака, и наоборот.

Для случая частичного поглощения ЭЦР-мощности все условия эквивалентности сохраняются, кроме пункта (в), который теперь имеет сокращенный вид: в) одинаковые значения ЭЦР-мощностей, вкладываемых в плазму.

Величина поглощенной мощности не оговаривается, однако подразумевается, что температуры электронов и ионов в импульсе стелларатора измерены и известны. Тогда из решения обратной задачи по транспортной модели с использованием известных температур находится величина и профиль поглощенной ЭЦР-мощности в импульсах токамака и стелларатора.

Особенностью стелларатора Л-2М является малое значение вращательного преобразования τ на границе плазмы ($\tau(a) = 0.8$) по сравнению со значениями этих величин на стеллараторах W-7X ($\tau(a) = 1.2$) и TJ-II ($\tau(a) = 1.56$). При моделировании импульсов стелларатора Л-2М с помощью эквивалентных импульсов токамака для определения значения запаса устойчивости $q(a)$ нужно использовать формулу, предложенную в условиях эквивалентности:

$$q(a) = 2\pi/\tau(a). \quad (1)$$

Поскольку для установки Л-2М значение параметра $\tau(a)$ невелико, это приводит к большому значению параметра

$$q(a) \approx 8. \quad (2)$$

Стандартная транспортная модель была отлажена по базе данных токамака Т-10 с импульсами в диапазоне $3 < q(a) \leq 5.5$, поэтому при работе с импульсами, в которых $q(a) > 5.5$, модель требует модификации.

Еще одной особенностью установки Л-2М является малый объем плазмы по сравнению, например, с объемом плазмы на стеллараторе TJ-II. В результате при небольшой плотности плазмы удельная мощность на один электрон оказывается слишком высокой и функция распределения электронов искажается, появляются надтепловые электроны [5]. Их появление приводит к двум следствиям. Во-первых, сильно возрастает поглощение луча СВЧ-волн, и частичное поглощение может стать более полным или просто полным. Второе следствие связано с одним из способов измерения температуры электронов по электронно-циклотронному излучению (ЕСЕ) плазмы на частотах в окрестности частоты гиротронов [6]. Если распределение электронов максвелловское, то амплитуда излучения пропорциональна температуре электронов. Однако, если появляются надтепловые электроны, то амплитуда излучения существенно возрастает и отражает уже так называемую «радиационную температуру», которая может быть далека от реальной «максвелловской» температуры. Появление надтепловых электронов зависит от мощности ЭЦР-нагрева и плотности плазмы. При появлении надтепловых электронов ЕСЕ-диагностика перестает измерять максвелловскую температуру. В этом случае инструментом отбора импульсов с неискаженной температурой может стать транспортная модель.

Для условий установки Л-2М области появления надтепловых электронов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{EC}) , рисунок 1, приблизительно отделяются от областей с максвелловским распределением электронов наклонной прямой, описываемой уравнением

$$Q_{EC} = 0.2\bar{n}_e, \quad (3)$$

где Q_{EC} — мощность, введенная в плазму. Под \bar{n}_e мы здесь и в дальнейшем понимаем среднечордовую концентрацию, традиционно называемую плотно-

стью плазмы [6]. Обозначение для локальной плотности будем всегда оговаривать.

Формула (3) не является общепризнанной. В работе [7] предлагается другая, гораздо более жесткая формула

$$Q_{EC} = 0.12\bar{n}_e \quad (4)$$

для отделения максвелловских электронов от немасвелловских. Для обоснования формул (3) и (4) использовались разные критерии [6, 7].

На основе анализа импульсов стелларатора TJ-II и токамака T-10 была предложена эмпирическая формула для эффективности нагрева в стеллараторе

$$\eta = Q_{ab}/Q_{EC}, \quad (5)$$

где Q_{ab} — поглощенная мощность. Эта эмпирическая формула имеет вид [8]

$$\begin{aligned} \eta &= n_e / n_{cr}, & \text{при } \bar{n}_e / \bar{n}_{cr} < 1, \\ \eta &= 1, & \text{при } \bar{n}_e / \bar{n}_{cr} > 1, \\ \eta &= 0, & \text{при } n_e > n_{\text{cut-off}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где критическая плотность

$$\bar{n}_{cr} = 1.2B_T \quad (7)$$

(n_e — в 10^{19} м^{-3} , B_T — в Тл), а $n_{\text{cut-off}}$ — это плотность отсечки. Формула (7) содержит зависимость эффективности нагрева от величины магнитного поля. К сожалению, формулу (7) записать в безразмерном виде не удастся. Значение $\eta = 0$ означает, что мода X2 при указанных условиях не распространяется.

В дальнейшем токамак, импульсы которого выбираются в качестве эквивалентных импульсов стелларатора, для краткости будем называть эквивалентным токамаком. До сих пор в [3, 4, 6] мы не накладывали никаких ограничений на объем и форму эквивалентного токамака. Предполагалось только, что при увеличении (уменьшении) объема удержание энергии пропорционально таким изменениям. Однако анализ скейлингов для энергетического времени жизни показывает, что это не совсем так. Для скейлингов, обсуждаемых в работе [9], имеем

$$\begin{aligned} \tau_E^{\text{ISS04}} &\sim a^{2.28} R^{0.64} \quad (\text{сумма показателей } 2.92), \\ \tau_E^{\text{all}} &\sim a^{2.12} R^{0.72} \quad (\text{сумма показателей } 2.84), \\ \tau_E^{\text{gB}} &\sim a^{2.2} R^{0.8} \quad (\text{сумма показателей } 3). \end{aligned} \quad (8)$$

Видно, что в этих трех скейлингах сумма показателей близка или равна трем, а показатель у малого радиуса близок к двум. В результате зависимость энергетического времени жизни τ_E от простран-

ственных переменных близка к зависимости от объема, но не совпадает с ним. Отсюда возникает некоторое ограничение на отношение объемов плазмы в стеллараторе V^{st} и эквивалентном токамаке V^{tok} . Опыт моделирования импульсов стеллараторов с помощью эквивалентных импульсов токамака показал, что при выполнении условия

$$1/3.5 < V^{\text{tok}} / V^{\text{st}} < 3.5, \quad (9)$$

принцип эквивалентности является надежным инструментом решения обратных задач [4].

В настоящей работе рассматриваются возможные постановки и способы решения обратных задач для уравнения переноса тепла. Далее проводится отбор импульсов и эквивалентных пар для дальнейшей обработки. Отбрасываются импульсы, содержащие надтепловые электроны, и импульсы, плотность которых близка к плотности отсечки $n_{\text{cut-off}}$. Далее на импульсах с полным поглощением производится калибровка транспортной модели. Для импульсов с неполным поглощением проводится поиск поглощенной мощности с помощью решения обратной задачи. Далее производится расчет энергетических характеристик (запаса энергии и энергетического времени жизни) для всех импульсов. Обсуждаются особенности решения некорректной транспортной задачи для Л-2М. В заключении формулируются основные выводы.

2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СТЕЛЛАТОРА Л-2М

Приведем основные параметры установки Л-2М, необходимые для выбора параметров эквивалентных разрядов токамака. Параметры T-10 и других установок представлены в Приложении 2. Стелларатор Л-2М представляет из себя тороидальную плазменную ловушку, в которой устойчивая магнитная конфигурация создается внешними токами. Основные технические характеристики стелларатора и типичные параметры плазмы таковы:

- большой радиус плазмы $R = 1 \text{ м}$;
- эффективный малый радиус $a = 0.115 \text{ м}$;
- аспектное отношение $A = 8.5$ (для TJ-II $A = 6.8$, для T-10 $A = 5$);
- объем плазмы $V = 2\pi R\pi a^2 = 0.29 \text{ м}^3$;
- (для TJ-II $V = 1.5 \text{ м}^3$, т. е. в 5 раз больше);
- тороидальное магнитное поле $B_T = 1.3\text{--}1.34 \text{ Тл}$;
- количество периодов поля $N = 14$;
- угол вращательного преобразования на краю плазмы $\iota(a) = 0.8$;

- ЭЦР-мощность гиротронов, вводимая в камеру, $Q_{EC}=0.1-0.4$ МВт;
- частота гиротронов $f = 75.3$ ГГц;
- поляризация — вторая гармоника необыкновенной волны (мода X2);
- среднечордовая плотность плазмы $\bar{n}_e = (0.3-3.0) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$;
- температура электронов $T_e(0) = 0.3-1.5$ кэВ;
- энергетическое время жизни $\tau_E \sim 1-2$ мс.

В эксперименте Q_{EC} — СВЧ-мощность, введенная в плазму, определяется калориметрической методикой [10]. СВЧ-мощность, излучаемая гиротроном, зависит от значений токов и напряжений, поданных на электроды гиротрона. Перед экспериментом с помощью таблиц параметров выбираются необходимые токи и напряжения, обеспечивающие запланированную СВЧ-мощность. Затем производится серия контрольных выстрелов в калориметр, в котором полностью поглощается энергия гауссового СВЧ-пучка, что позволяет с большой точностью пересчитать полученную энергию в выходную мощность СВЧ-излучения гиротрона. Если при данных токах и напряжениях полученная мощность соответствует требуемой для эксперимента, то переходят к подаче СВЧ-мощности в камеру установки. Для мониторинга вводимой СВЧ-мощности в ответвителе волновода установлен СВЧ-диод.

3. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

3.1. Полное поглощение введенной мощности

В транспортной модели канонических профилей (ТМКП) уравнение переноса тепловой энергии электронов (закон сохранения тепловой энергии) и поток тепла Γ имеют вид

$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (n_e T) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho G \Gamma) = P, \quad (10)$$

$$\Gamma = -k^{PC} T \left(\frac{T'}{T} - \frac{T'_c}{T_c} \right). \quad (11)$$

Здесь T — температура электронов. Канонический профиль температуры электронов T_c , коэффициент жесткости канонического профиля k^{PC} и остальные члены уравнений (10)–(11) описаны в Приложении 1. Кроме того, заданы еще некоторые граничные условия и интервал, на котором определены выражения (10)–(11): $0 < \rho < a$. Прямая задача — найти температуру $T(\rho)$ по заданной правой части (RHS) уравнения $P(\rho)$ — источнику тепла. Это

корректная задача, и она численно решается многими известными методами.

3.1.1. Простейшая обратная задача для уравнения теплопроводности. Пусть задано уравнение переноса тепла (10) и известен профиль температуры, который мы назовем «экспериментальным» и обозначим как $T^{\text{exp}}(\rho)$. Требуется найти правую часть $P(\rho)$. Вообще говоря, этого достаточно для постановки обратной задачи. Очевидно, что она некорректна, поскольку для ее решения требуется найти вторую производную от заданной функции $T^{\text{exp}}(\rho)$. Поэтому нужна регуляризация, означающая, что нужно ограничить класс допустимых функций для RHS. Для простоты, в качестве такого класса мы выбираем трехпараметрический класс гауссовых функций

$$P(A, \rho_0, \gamma, \rho) = A \exp\left(-\frac{(\rho - \rho_0)^2}{2\gamma}\right), \quad (12)$$

$$Q(A, \rho_0, \gamma) = \left(A \int_0^a \exp\left(-\frac{(\rho - \rho_0)^2}{2\gamma}\right) \rho d\rho \right),$$

где $P(A, \rho_0, \gamma, \rho)$ — искомая удельная мощность, A — амплитуда удельной вложенной мощности, Q — полная, она же поглощенная, мощность, ρ_0 — сдвиг гауссовой функции, γ — ее полуширина. Выбрав этот класс, мы затем выбираем какой-нибудь функционал, измеряющий «расстояние» между $T^{\text{exp}}(\rho)$ и $T(\rho)$. Этот выбор непростой, так как значения этих функций на границе (в точке $\rho = a$) гораздо меньше их значений в центре (при $\rho = 0$). Если выбирать обычный квадратичный (RMS) функционал

$$d_2 T = \left(\int_0^b d\rho \frac{(T - T^{\text{exp}})^2}{(T^{\text{exp}})^2} / \int_0^b d\rho \right)^{1/2}, \quad (13)$$

то возникает вопрос, по какому интервалу надо проводить интегрирование в функционале (13). Каково b ? В интервале $b < \rho < a$, в знаменателе подынтегральной функции в (13) стоит малая величина. Если точность измерения температуры электронов имеет порядок абсолютной величины температуры, то отношение под интегралом не ограничено. Поэтому значение температуры T^{exp} в точке b должно быть больше величины погрешности измерения температуры. Анализ проблемы, проведенный в работе [11], привел к выводу, что в качестве верхнего предела в (13) надо взять $b = (0.6-0.7)a$.

Решение обратной задачи состоит в нахождении минимума среднеквадратичного отклонения $d_2 T$ в пространстве трех параметров, A , ρ_0 и γ , варьируя эти параметры и находя их оптимальные значения A^{lim} , ρ_0^{lim} , γ^{lim} . Полная поглощенная мощность на-

грева Q^{lim} определяется затем с помощью (12). Предположим теперь, что из эксперимента известна вложенная мощность Q_{exp} , не участвовавшая в постановке обратной задачи. Если

$$Q^{\text{lim}} \sim Q_{\text{exp}}, \quad (14)$$

то мы будем говорить, что параметры задачи и экспериментальная мощность в рамках ТМКП (10)–(11) согласованы. Если разность $|Q^{\text{lim}} - Q_{\text{exp}}|$ велика, то мы скажем, что эти величины не согласованы. Под мерой несогласованности можно понимать безразмерную величину

$$\delta_1 = |Q^{\text{lim}} - Q_{\text{exp}}| / Q^{\text{lim}}. \quad (15)$$

Отбор импульсов для дальнейшей обработки можно проводить по величине отношения δ_1 .

3.1.2. Обратная задача с заданной мощностью.

Для установки Л-2М обратная задача ставится не так, как рассмотрено в разделе (3.1.1). Желая облегчить нашу задачу (поиск минимума d_2T в трехмерном пространстве очень непростая задача), экспериментаторы обычно добавляют значение введенной мощности $Q_{\text{EC}} = Q_{\text{exp}}$ (напомним, что здесь рассматривается случай, когда вся мощность поглощается), известное из независимых калориметрических измерений [10]. В этом случае размерность класса допустимых функций может опуститься до двух (параметры ρ_0 и γ), но только в том случае, если величина Q_{exp} согласована с заданным уравнением и экспериментальной температурой. Если она не согласована и мы будем формально решать задачу о минимуме d_2T , то итерационная процедура поиска минимума либо не сойдется к пределу, либо сойдется, но с большой среднеквадратичной ошибкой (с большим значением функционала (13)).

3.1.3. Обратная задача в случае несогласованности исходных данных. Введем, кроме квадратичной, линейную интегральную ошибку

$$L = \frac{2}{a} \int_0^a \frac{T^{\text{exp}} - T}{T^{\text{exp}} + T} d\rho, \quad (16)$$

$$T = T(A, \rho_0, \gamma, \rho), \quad T^{\text{exp}} = T^{\text{exp}}(\rho). \quad (17)$$

Квадратичный функционал d_2T — знакоопределенный, он всегда больше или равен нулю. Линейный функционал знакопеременный, он может быть больше или меньше нуля. Если d_2T мало, то $|L|$ тоже невелик.

Замечательной особенностью экспериментальной температуры T^{exp} на Л-2М является то, что и при достаточно большой величине d_2T , линейный функционал L положителен

$$L > 0. \quad (18)$$

Условие (18) означает, что на большей части интервала ($0 < \rho < a$), экспериментальная температура превышает модельную: $T^{\text{exp}} > T$. Поскольку $T^{\text{exp}}(0) \sim T(0)$, то для пикированности профилей этих температур справедливо соотношение

$$pT^{\text{exp}} < pT \text{ или } pT^{\text{exp}}/pT \leq 1. \quad (19)$$

Здесь под пикированностью температуры мы понимаем отношение

$$pT = \frac{T(0)}{T(a/2)}. \quad (20)$$

Отношение

$$\delta_2 = (pT - pT^{\text{exp}}) / pT > 0 \quad (21)$$

тоже может являться мерой несогласованности параметров задачи.

В эксперименте на Л-2М профили $T^{\text{exp}}(\rho)$ оказались более плоскими, чем расчетные профили $T(\rho)$. Это получилось потому, что температура электронов в диагностике мягкого рентгеновского излучения (SXR) измеряется только в точках, расположенных внутри половины радиуса плазмы [12]. А задача экстраполяции является некорректной, и ошибки здесь не ограничены. Если вместо гауссовых функций выбрать для аппроксимации другой класс функций, то экстраполированные профили температуры будут другими.

Отбор импульсов для дальнейшей обработки можно проводить по величине любого из параметров: d_2T (13), δ_1 (15) либо δ_2 (21). Отбор по параметру δ_2 удобен на первоначальной стадии отбора импульсов, потому что его часто можно применять без расчетов, на глаз. В настоящей работе после отбора по величине δ_2 мы выбираем для отбора величину d_2T (13). Если для какого-то импульса $d_2T > 11\%$, то мы считаем, что несогласованность параметров слишком велика, и этот импульс отбрасываем из рассмотрения.

3.2. Частичное поглощение введенной мощности

Если введенная мощность Q_{exp} неизвестна, то обратную задачу надо ставить в варианте раздела (3.1.1): найти Q_{exp} по заданному уравнению и экспериментальному профилю температуры. Проводим

регуляризацию, заменяя обратную задачу поиском минимума функционала d_2T в трехпараметрическом пространстве гауссовых функций с параметрами A , ρ_0 и γ . Теперь под Q , определенную формулой (5), мы понимаем поглощенную мощность Q_{ab} . Ее оптимальное значение, дающее минимум функционалу (13), обозначаем через Q^{lim} , как и в разделе (3.1).

Если введенная мощность в эксперименте Q_{exp} задана, то определение согласованности параметров задачи проводим по разности, являющейся модифицированной формой (15)

$$|Q^{\text{lim}} - \eta Q_{\text{exp}}|, \quad (22)$$

где η — доля поглощенной мощности, определенная по известной эмпирической формуле (6). Точно так же определяем безразмерную меру несогласованности через отношение

$$\delta_3 = |Q^{\text{lim}} - \eta Q_{\text{exp}}| / Q^{\text{lim}}. \quad (23)$$

Отбор импульсов для дальнейшего транспортного анализа можно проводить по величине параметра δ_3 .

4. ОТБОР ИМПУЛЬСОВ СТЕЛЛАРАТОРА Л-2М

При отборе импульсов из базы данных стелларатора Л-2М мы должны удовлетворять нескольким требованиям.

1. Импульсы для анализа переноса должны лежать в областях (A) и (B) на рис. 1.
2. Средняя плотность должна быть ограничена сверху условием $\bar{n}_e < 2.6$, так как для Л-2М плотность отсечки $n_{\text{cut-off}} = 3.5$.
3. Импульсы должны лежать ниже красной наклонной прямой $Q_{EC} = 1.2 \bar{n}_e$.

Конечно, последнее требование не является очень жестким, поскольку наклонные прямые, ограничивающие область (C) с немаксвелловскими электронами, являются приближенными. Так что в импульсах, лежащих несколько выше красной линии, спектры могут и не отличаться от максвелловских. Это можно видеть по степени гладкости профилей радиационной температуры, измеряемой ECE-методом.

В результате кропотливой работы были отобраны следующие 14 импульсов, представленные в таблице 1. Критерии отбора были таковы. Импульсы, у которых пикированность профилей температуры электронов $rT^{\text{exp}} < 1.4$, были отброшены. Это слиш-

ком плоские профили для случая центрального СВЧ-нагрева плазмы. Таких импульсов было порядка 15. Были отброшены также импульсы, для которых ошибка $d_2T > 11\%$. У этих импульсов имеется большая несогласованность между профилем температуры электронов и экспериментальной мощностью СВЧ-нагрева. Таких импульсов было 5–6.

На рис. 2 показано расположение отобранных импульсов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{ab}) . Отметим, что он отличается от рис. 1 осью ординат, на которой отложена поглощенная мощность Q_{ab} . Наклонные

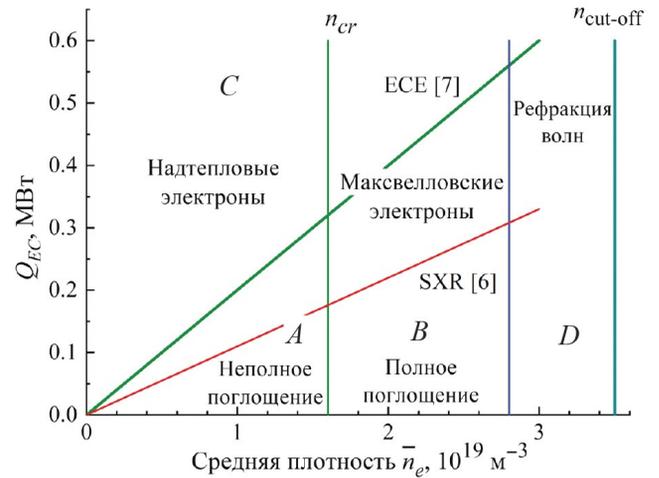


Рис. 1. Области существования максвелловских (A, B и D) и немаксвелловских (C) электронов на плоскости (средняя плотность–введенная СВЧ-мощность) для стелларатора Л-2М. Границы между областями определены по данным SXR [6] (красная прямая) и ECE [7] (зеленая прямая) диагностик. Поглощение СВЧ-волн в области A — частичное, в областях C и B — полное.

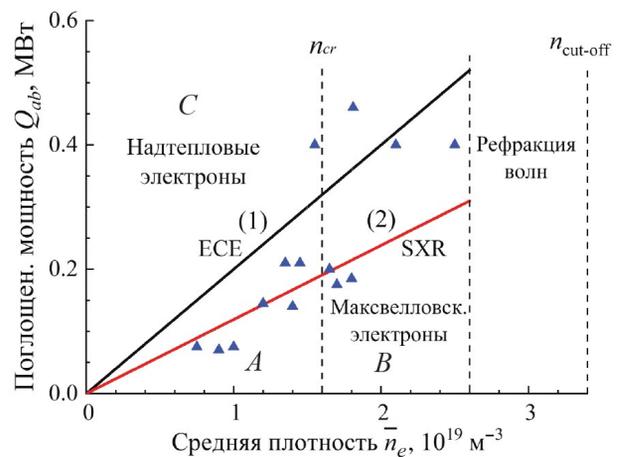


Рис. 2. Расположение отобранных импульсов на плоскости (\bar{n}_e, Q_{ab}) .

Таблица 1. Основные экспериментальные параметры отобранных импульсов стелларатора Л-2М.

№№ п/п	№ импульса	\bar{n}_e 10^{19} м^{-3}	Q_{EC} , МВт	Q_{ab} , МВт	$T^{\text{exp}}(0)$, кэВ	pT^{exp}
1	53852	0.75	0.16	0.075	0.71	1.9
2	53837	0.9	0.12	0.067	0.56	2.1
3	53839	1.0	0.12	0.075	0.5	2.1
4	18955	1.2	0.18	0.135	0.69	1.6
5	19624	1.35	0.235	0.2	0.79	1.8
6	57410	1.4	0.165	0.14	0.73	2.1
7	58598	1.45	0.21	0.19	0.88	1.88
8	54409	1.55	0.4	0.4	1.5	2.1
9	58684	1.65	0.2	0.2	0.67	2
10	61074	1.7	0.175	0.175	0.83	2.8
11	61081	1.8	0.185	0.185	0.76	2.4
12	17385	1.8	0.46	0.46	0.62	1.47
13	54535	2.1	0.4	0.4	1.3	2.1
14	54537	2.5	0.4	0.4	0.93	3.1

Здесь Q_{EC} — введенная мощность ЭЦР-нагрева, $Q_{ab} = \eta Q_{EC}$ — предполагаемая поглощенная мощность ЭЦР-нагрева согласно эмпирической формуле (6), $T^{\text{exp}}(0)$ — экспериментальная центральная температура электронов, pT^{exp} — пикированность профиля электронной температуры.

прямые (1) [7] и (2) [6] разграничивают области максвелловских и нематвелловских электронов.

Из рис. 2 видно, что при малой плотности и небольшой мощности импульсы не слишком сильно превышают уровень красной линии 2, и вероятность появления надтепловых электронов для этих импульсов невелика. При большой мощности Q_{ab} некоторые импульсы расположены выше черной линии 1 и для них вероятность появления надтепловых электронов велика. Однако в основном они расположены в области B (кроме одного, лежащего левее границы, $\bar{n}_e \sim 1.5$, $Q_{ab} \sim 0.4$), где поглощение максвелловскими электронами велико, поэтому влияние надтепловых электронов на измерение температуры может оказаться небольшим. Это влияние, по-видимому, пренебрежимо мало при измерении температуры электронов по спектрам мягкого рентгеновского излучения (SXR-диагностикой [6]).

На рис. 3 показана величина пикированности профилей температуры электронов в зависимости от средней плотности плазмы. Видно, что pT_e лежит в интервале 1.4–3.1, а ее среднее значение $pT_e \sim 2$ –2.2. При меньшем значении пикированности при решении обратной задачи обычно возникает недостаток мощности. Это происходит от того, что при малой пикированности профиль температуры более плоский, и нагрев большого количества частиц, нахо-

дящихся в объеме с высокой плотностью, требует большей мощности. При большой пикированности, объем плазмы с высокой плотностью уменьшается, для его нагрева не требуется большая локальная мощность, и это приводит к уширению профиля поглощенной мощности при решении обратной задачи.

На рис. 4 проведено сравнение поглощенной мощности и центральной температуры электронов для выбранных импульсов. Видно, что очевидное

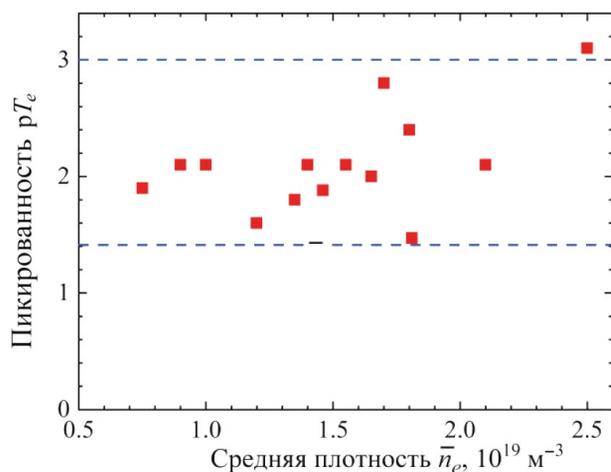


Рис. 3. Зависимость пикированности профилей температуры электронов $pT_e = T_e(0)/T_e(a/2)$ от средней плотности плазмы.

соотношение «больше мощность – больше температура» в целом выполняется. Однако при почти одинаковых мощностях ($Q_{ab} \sim 0.4\text{--}0.5$ МВт) в трех импульсах с максимальной плотностью ($\bar{n}_e > 1.7$) температуры сильно различаются, что связано с очень сильными различиями в пикированности профилей температуры. Эти различия хорошо видны на рис. 3, однако интуитивно понятной тенденции о связи пикированности и мощности также не наблюдается.

5. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИМПУЛЬСОВ ТОКАМАКА

Для краткости назовем токамак, на основе которого будем выбирать эквивалентные импульсы, эквивалентным токамаком. Методом проб и ошибок

были выбраны следующие размеры и параметры эквивалентного токамака с круглым сечением

$$R = 1 \text{ м}, \quad a = 0.2 \text{ м}, \quad B_T = 1.3 \text{ Тл}, \quad (24)$$

$$I = 0.04\text{--}0.035 \text{ МА}, \quad q(a) \sim 7\text{--}8.$$

Установку токамак с параметрами (24) обозначим через Т-10V (виртуальный). Заметим, что здесь величины большого радиуса R и магнитного поля B_T совпадают с соответствующими величинами стелларатора Л-2М, а их объемы различаются. Отношение объемов плазмы в Л-2М и Т-10V определяется формулой

$$V_{L-2M}/V_{T-10V} = (a_{\text{eff}}/a)^2 = \xi, \quad (25)$$

где a_{eff} — эффективный малый радиус Л-2М, a — малый радиус Т-10V. Поскольку $a_{\text{eff}} = 0.115$ м,

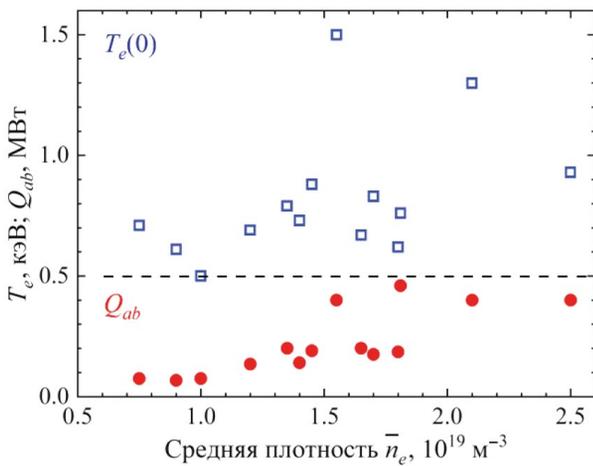


Рис. 4. Зависимость поглощенной мощности Q_{ab} и центральной температуры электронов $T_e(0)$ от средней плотности плазмы.

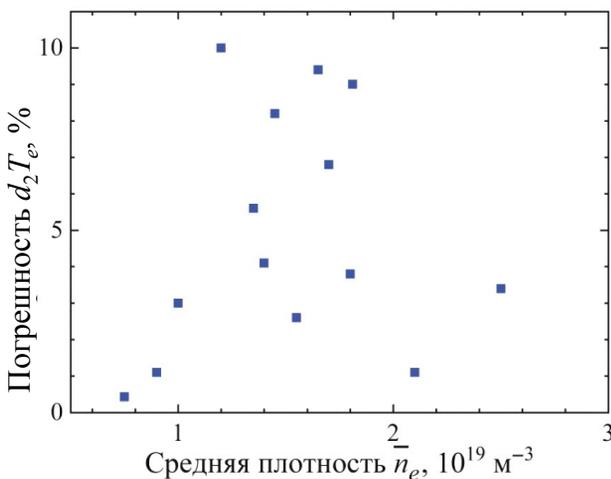


Рис. 5. Квадратичная погрешность $d_2 T_e$ (%) для импульсов стелларатора Л-2М в зависимости от средней плотности плазмы.

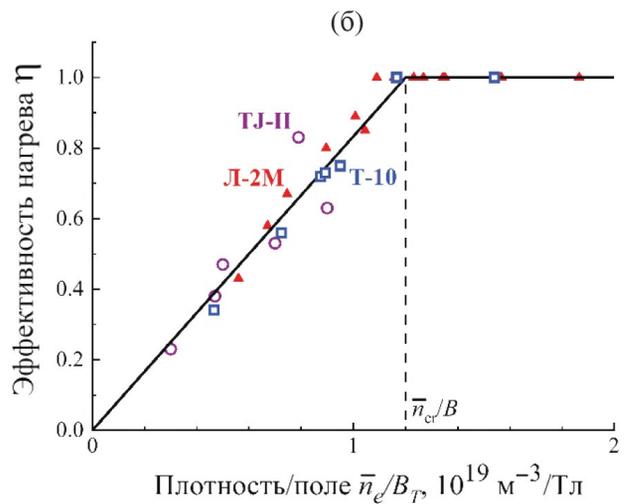
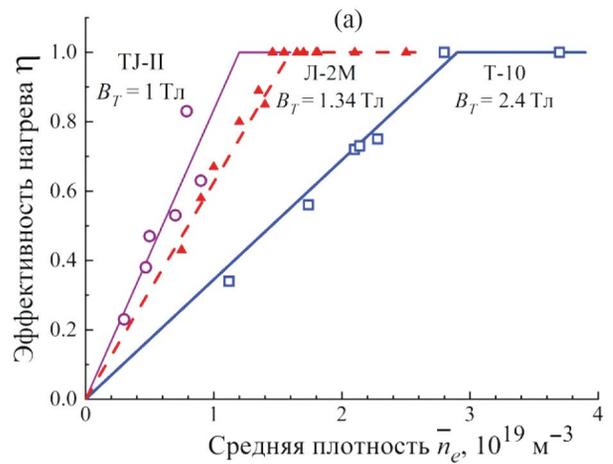


Рис. 6. Эффективность нагрева для трех установок (токамак Т-10, стеллараторы Л-2М и ТЖ-И) с разными магнитными полями $B_T = 2.4, 1.34$ и 1 Тл в зависимости от средней плотности плазмы (а); эффективность ЭЦР-нагрева в зависимости от n_e/B_T (б).

$a = 0.2$ м, то $\xi = 0.33$. Величина $q(a)$ будет выбираться в некотором диапазоне слева от величины, определяемой формулой условий эквивалентности $q(a) = 2\pi / \tau(a) = 8$.

Опыт решения обратных задач для Л-2М показал, что если допустить некоторую вариацию $q(a)$, то для части импульсов с более низким $q(a) = 7$ минимальные значения функционала $d_2 T$ оказываются меньшими, чем при $q(a) = 8$. Остальные параметры (средняя плотность, мощность, вводимая в плазму) выбираем равными параметрам эквивалентных импульсов стелларатора (табл. 1 и Приложение 2). Радиальные профили температуры электронов стелларатора являются входными данными при постановке обратных задач.

Для упрощения постановки обратной задачи, при оценке нагрева электронов в токамаке мы не учитываем омическую мощность. Таким образом, плазма в эквивалентных импульсах стелларатора и эквивалентного токамака греется одинаковой мощностью. Однако в случае сравнения пар экспериментальных эквивалентных импульсов со стелларатора и токамака удаление омического нагрева недопустимо. Этот случай был разобран в работе [4].

6. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ИМПУЛЬСОВ ТОКАМАКА

В табл. 2 представлены результаты решения прямых и обратных задач при моделировании импульсов стелларатора Л-2М (табл. 1). В табл. 3 сравни-

ваются между собой введенная мощность Q_{EC} и величины Q_{ab} , полученные при использовании формулы (6) (табл. 1), и при решении обратной задачи (табл. 2). Видно, что решение обратной задачи хорошо коррелирует с эмпирической формулой (6).

На рис. 5 показана величина квадратичной (RMS) ошибки $d_2 T$ для рассмотренных импульсов Л2-М. Эта величина определяется в основном несогласованностью между измеренной пикированностью профиля температуры электронов и введенной мощностью.

На рис. 6а представлена эффективность ЭЦР-нагрева $\eta = Q_{ab} / Q_{EC}$ для импульсов стелларатора Л-2М в зависимости от средней плотности плазмы при магнитном поле $B_T = 1.34$ Тл. При этом поле критическая плотность (7) равна $\bar{n}_{cr} = 1.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Поглощенная мощность Q_{ab} получена с помощью решения обратной задачи. Видно, что расположение экспериментальных точек хорошо следует эмпирической формуле (6): при $\bar{n}_e < \bar{n}_{cr}$ экспериментальные точки лежат возле наклонной прямой с небольшим отклонением, при $\bar{n}_e > \bar{n}_{cr}$ они лежат вдоль горизонтальной прямой. Подсчитанные значения эффективности в этой окрестности $\bar{n}_e \sim \bar{n}_{cr}$ равны единице вплоть до значений плотности $\bar{n}_e \sim 1.4 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Там же для сравнения приведены аналогичные зависимости для двух установок с разными магнитными полями: токамака Т-10 и стелларатора ТЖ-II [4]. На рис. 6б эти же данные перестроены как функция параметра \bar{n}_e / B_T . Видно, что для всех установок

Таблица 2. Результаты решения обратных задач

№№ п/п	№ импульса	$\bar{n}_e, 10^{19} \text{ м}^{-3}$	$Q_{EC}, \text{ МВт}$	$Q_{ab}, \text{ МВт}$	$d_2 T, \%$	η	$q(a)$
1	53852	0.75	0.16	0.08	0.43	0.44	7
2	53837	0.9	0.12	0.07	1.1	0.58	7
3	53859	1.0	0.12	0.08	3	0.67	7
4	18955	1.2	0.18	0.145	10	0.80	7
5	19624	1.35	0.235	0.21	5.6	0.89	7
6	57410	1.4	0.165	0.14	4.1	0.85	7
7	58598	1.45	0.21	0.21	8.2	1	7
8	54409	1.55	0.4		2.6	1	8
9	58684	1.65	0.2		9.4	1	8
10	61074	1.7	0.175		6.8	1	7
11	61081	1.8	0.185		3.8	1	7
12	17385	1.81	0.46		9	1	8
13	54435	2.1	0.4		1.1	1	8
14	54537	2.5	0.4		3.4	1	8

экспериментальные точки лежат близко к ломаным линиям эмпирического скейлинга (6).

7. ПРОФИЛИ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОГЛОЩЕННОЙ МОЩНОСТИ

На рисунках 7–10 представлены профили экспериментальной температуры электронов $T_e^{exp}(\rho)$ — входные данные для обратной задачи, а также результаты ее решения: профили расчетной температуры электронов $T_e(\rho)$ и рассчитанный профиль поглощенной мощности $P(\rho)$ для типичных импульсов стелларатора Л-2М из табл. 1.

В стеллараторе нецентральный нагрев приводит к уплощению профиля температуры. Поэтому при

решении обратной задачи нецентральный нагрев может служить причиной плоского профиля электронной температуры. Примеры такого сдвига профиля поглощенной мощности показаны на рис. 7 и 8. Некорректность алгоритмов экстраполяции профилей температуры на внешнюю половину малого радиуса плазмы, по нашему мнению, является главной причиной уширения профиля. На примере рис. 10 видно, что экспериментальная температура электронов на границе плазмы сильно завышена. Профиль температуры задан, поэтому в результате расчетов профиль поглощенной мощности оказался очень широким для того, чтобы прогреть периферию плазмы.

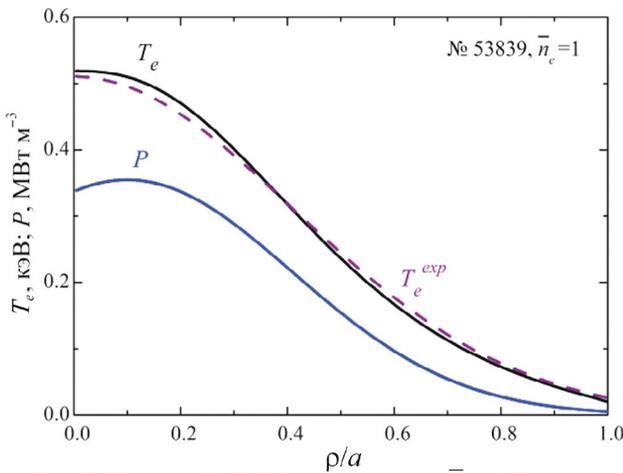


Рис. 7. Импульс №53839 с плотностью $\bar{n}_e = 1$. Частичное поглощение, мощность нагрева $Q_{EC} = 0.12$ МВт, рассчитанная поглощенная мощность $Q_{ab} = 0.08$ МВт, ошибка $d_2T = 3\%$.

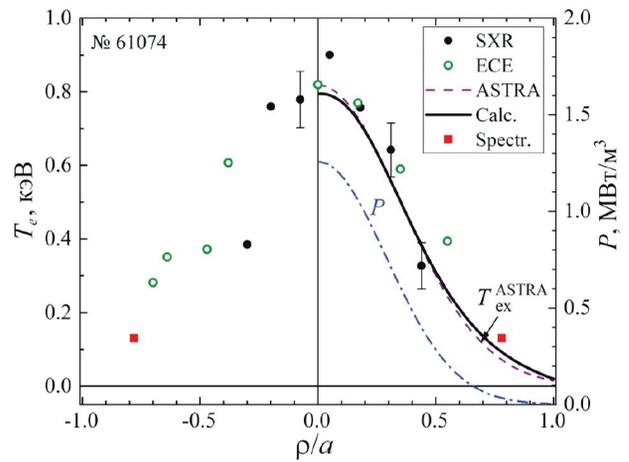


Рис. 9. Исходные экспериментальные данные (точки), их аппроксимация кодом ASTRA (штриховая линия), расчетные профили температуры (сплошная линия) и поглощенной мощности (штрих-пунктир) для импульса №61074 с плотностью плазмы $\bar{n}_e = 1.7$, мощностью нагрева $Q_{ab} = 0.175$ МВт, $d_2T = 3\%$. В этом импульсе поглощение полное.

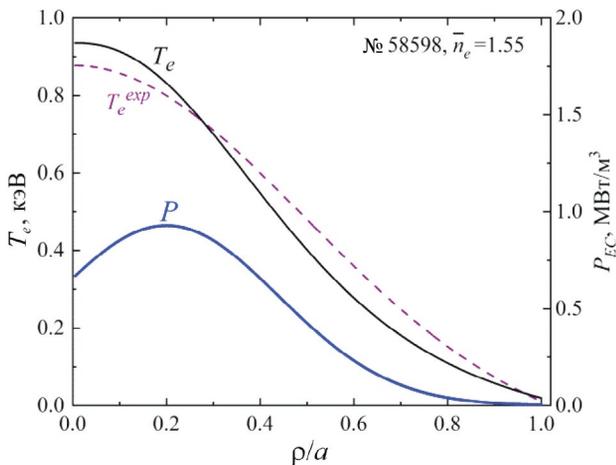


Рис. 8. Профили для импульса №58598 с плотностью $\bar{n}_e = 1.55$. Полное поглощение, мощность нагрева $Q_{ab} = 0.21$ МВт, $d_2T = 10.9\%$.

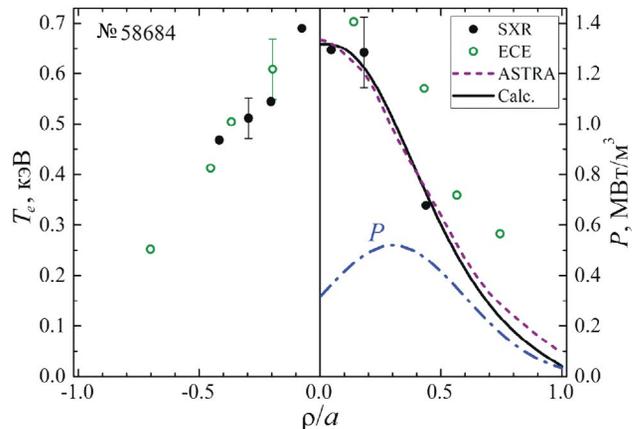


Рис. 10. Импульс № 58684 с плотностью $\bar{n}_e = 1.65$ и сильно проваленным профилем введенной мощности P при $Q_{EC} = 0.2$ МВт, ошибка $d_2T = 4\%$. Обозначения как на рис. 9.

Импульс № 58598 представляет собой пример, в котором входные параметры не согласованы, что приводит к достаточно большой ошибке в определении температуры (10%). Поскольку экспериментальная и расчетная кривая температуры на рис. 8 пересекаются, то на первый взгляд не видно, в чем именно заключается несогласованность. Чтобы прояснить этот вопрос, рассмотрим соотношение между экспериментальной и расчетной температурами в процессе итерационного решения обратной задачи на том шаге, когда профили температур не пересекаются, что показано на рис. 11. Поскольку в процессе итераций профиль экспериментальной температуры и поглощенная мощность сохраняются, то и расчетные температуры на каждой итерации являются возможными решениями обратной задачи. На рис. 11 расчетная температура T_e везде ниже экспериментальной, она как бы вложена внутрь профиля T_e^{exp} , т. е. выполняется условие (18): $L > 0$. Таким образом, данный импульс является примером недостаточной величины мощности Q_{EC} , измеренной в эксперименте, т. е. ее несогласованности с измеренной температурой.

8. ЗАПАС ЭНЕРГИИ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ВРЕМЯ ЖИЗНИ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАТОРЕ Л-2М

Рассмотрим теперь энергетические характеристики импульсов стелларатора. Здесь особенно важными оказываются соотношения между параметрами эквивалентных импульсов стелларатора и токамака. В силу условий эквивалентности, в эквивалентных разрядах одинаковыми являются температуры и мощности. Однако если размеры эквивалентных импульсов различны, то параметры, включающие размеры, будут различными. Таковыми, например, являются запас энергии электронов W и энергетическое время жизни электронов τ_E . Запасы энергии электронов стелларатора и токамака связаны соотношением

$$W_{st}^{calc} = \xi W_{tok}^{calc}, \quad (26)$$

где ξ — отношение объемов стелларатора и эквивалентного токамака (25), W_{tok}^{calc} — энергозапас в электронах для эквивалентного импульса токамака (рассчитывается кодом ASTRA), W_{st}^{calc} — энергозапас в электронах импульса стелларатора, рассчитанный по формуле (26). Энергетическое время жизни в импульсе стелларатора $\tau_{E,st}^{calc}$ определяется формулой

$$\tau_{E,st}^{calc} = W_{st}^{calc} / Q_{ab}. \quad (27)$$

Энергетические характеристики отобранных импульсов представлены в табл. 4 и на рис. 12, 13.

Энергетическое время жизни в импульсе стелларатора $\tau_{E,st}^{calc}$, подсчитанное согласно (27), приведено на рис. 13. Точки на рис. 13 нужно разделить на две части. Для первых шести импульсов с частичным поглощением мощность растет с ростом плотности, поэтому баланс энергии дает слабо убывающую кривую, как на ТЖ-II [4]. Правая часть кривой τ_E определяется четырьмя импульсами с большой мощностью $Q_{EC} \sim 0.4$ МВт. Видно, что точки для этих импульсов сильно разбросаны. Кроме того, из рис. 4 видно, как сильно разбросаны значения тем-

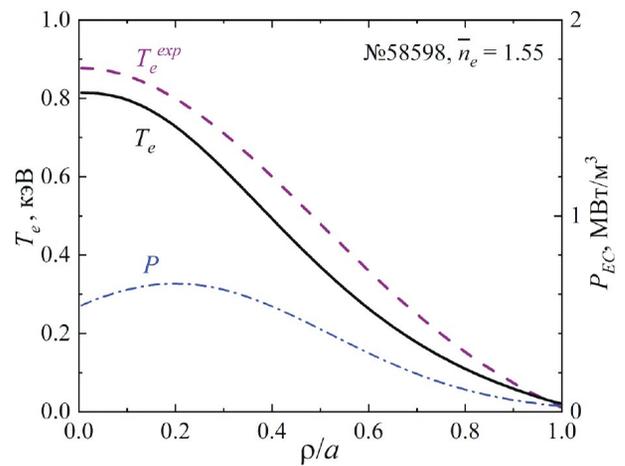


Рис. 11. Расчетная температура T_e , полученная в процессе итераций, вложенная в экспериментальный профиль температуры T_e^{exp} . Удельная мощность ЭЦР-нагрева P определяется заданным профилем температуры T_e^{exp} и мощностью $Q_{EC} = 0.21$ МВт. Здесь плотность $n_e \approx n_{cr}$, поэтому поглощенная мощность равна вложенной мощности.

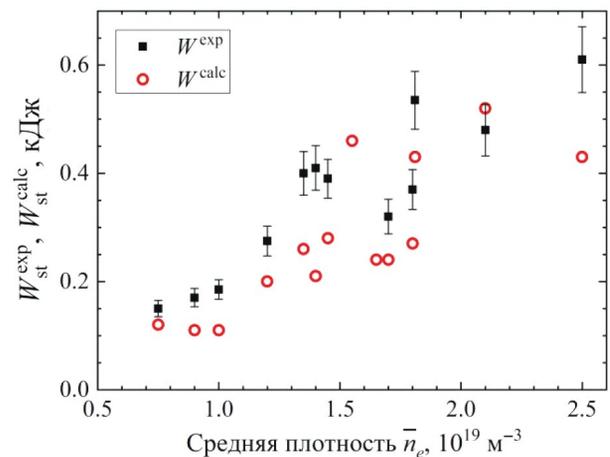


Рис. 12. Запас энергии в импульсах Л-2М. Квадраты — полная энергия из диамагнитных измерений, кружки — результаты решения обратных задач для электронов.

пературы электронов в этих импульсах. Одной из причин такого разброса является разброс величин пикированности профилей электронной температуры (см. рис. 3). Поэтому статистическая надежность точек в правой части рисунка, $\bar{n}_e \sim 1.8 - 2.5 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, меньше, чем в левой, $\bar{n}_e \sim 0.7 - 1.8 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

9. ОБСУЖДЕНИЕ

Условие эквивалентности разрядов стелларатора и токамака, формула (1), является жестким. Опыт работы с решением обратных задач показывает, что это условие может быть смягчено. Согласно (1), для Л-2М $q(a) = 8$. Однако в процессе вычислений мы использовали и другие значения параметра $q(a)$. Итоги таких поисков возможного изменения условий эквивалентности представлены в табл. 2. Здесь в последнем столбце приведены значения параметра $q(a)$, при которых производилось решение обратной задачи.

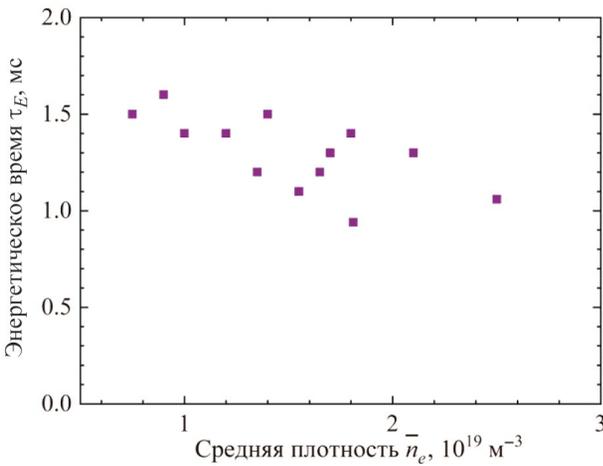


Рис. 13. Энергетическое время жизни для импульсов установки Л-2М.

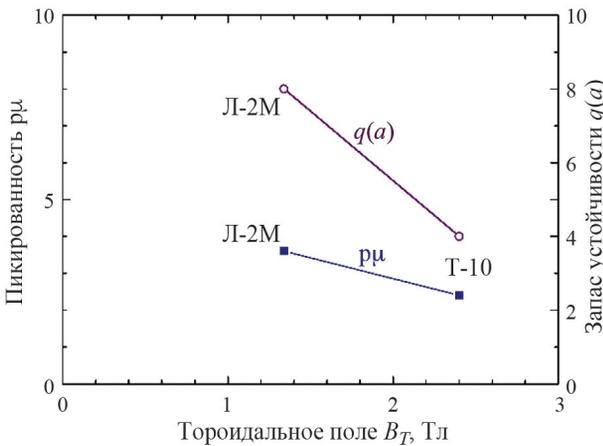


Рис. 14. Сравнение параметров $q(a)$ и пикированности канонических профилей $r\mu$ для Л-2М и Т-10.

Видно, что значения $q(a) = 7$ и 8 чередуются, и при каждом значении находятся импульсы с погрешностью $d_2 T$, меньшей 10%. Это означает, что импульсы могут быть эквивалентны при обоих значениях $q(a)$. Отсюда следует, что на основании результатов настоящей работы, условие эквивалентности е) из Введения может быть расширено таким образом:

е*) значение $q(a)$ для импульса с токамака должно быть близким к значению $\alpha(2\pi/t(a))$ для импульса со стелларатора, где α — числовой множитель из интервала

$$0.9 < \alpha < 1. \tag{28}$$

Главной особенностью стелларатора Л-2М является возможность появления импульсов с надтепловыми электронами, изменяющими величину поглощения СВЧ-волн. Это возможно на Т-10 и на ТЈ-II только для очень малых плотностей. При этом существующие аналитические критерии появления таких электронов не являются общепринятыми и строгими. Поэтому изучение баланса энергии должно предваряться внимательной оценкой выбранных экспериментальных импульсов на наличие или отсутствие немаксвелловских электронов. Трудность задачи заключается в том, что таких электронов в плазме, как правило, оказывается немного, а инжектированные СВЧ-волны они поглощают сильно. В результате спектры рентгеновского излучения (SXR) искажаются мало, а спектры ЕСЕ-излучения, напротив, искажаются сильнее. Если они используются для определения температуры электронов, то при сильных искажениях спектра «радиационная» температура оказывается

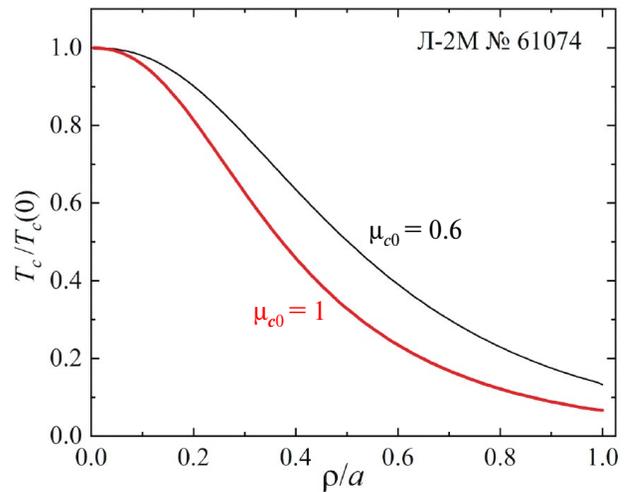


Рис. 15. Нормированные канонические профили температуры $T_c(\rho)$ при двух граничных условиях для канонического профиля функции $\mu(\rho) = 1/q(\rho)$: $\mu_c(0) = 1$ и $\mu_c(0) = 0.6$, найденных из анализа экспериментов на токамаке Т-10.

Таблица 3. Сравнение поглощенных мощностей для импульсов с неполным поглощением

№№ п/п	1	2	3	4	5	6
Q_{ab} (МВт) из ур. (6)	0.075	0.067	0.075	0.135	0.2	0.14
Q_{ab} из обратной задачи	0.08	0.07	0.08	0.145	0.21	0.14
Отношение	0.94	0.96	0.94	0.93	0.95	1

Таблица 4. Характеристики импульсов стелларатора Л-2М

№ п/п	№ импульса	\bar{n}_e , 10^{19} м^{-3}	Q_{EC} , МВт	Q_{ab} , МВт	W_{st}^{exp} , кДж	W_{tok}^{calc} , кДж	W_{st}^{calc} , кДж	τ_{E-st}^{calc} , мс	Диагностика
1	53852	0.75	0.16	0.08	0.15	0.38	0.12	1.5	SXR
2	53837	0.9	0.12	0.07	0.17	0.33	0.11	1.6	ECE
3	53859	1.0	0.12	0.08	0.185	0.34	0.11	1.4	ECE
4	18955	1.2	0.18	0.145	0.275	0.61	0.2	1.4	SXR
5	19624	1.35	0.235	0.21	0.4	0.79	0.26	1.2	SXR
6	57410	1.4	0.165	0.14	0.41	0.65	0.21	1.5	ECE
7	58598	1.45	0.21	0.21	0.39	0.83	0.28	1.3	ECE
8	54409	1.55	0.4	0.4	—	1.4	0.46	1.1	ECE
9	58684	1.65	0.2	0.2	—	0.72	0.24	1.2	SXR, ECE Спектроскопия
10	61074	1.7	0.175	0.175	0.32	0.73	0.24	1.3	SXR, ECE Спектроскопия
11	61081	1.8	0.185	0.185	0.37	0.82	0.27	1.4	SXR
12	17385	1.81	0.46	0.46	0.535	1.3	0.43	0.94	SXR
13	54435	2.1	0.4	0.4	0.48	1.6	0.52	1.3	ECE
14	54537	2.5	0.4	0.4	0.61	1.3	0.43	1.06	ECE

сильно отличающейся от максвелловской, и это является хорошим свидетельством того, что надтепловые электроны присутствуют. Наибольшие трудности появляются в промежуточной области небольших искажений. Наперед неясно, искажения каких размеров являются пограничными, разделяющими максвелловские и нематксвелловские электроны. Как правило, здесь приходится отбирать максвелловские импульсы с запасом, отбрасывая подозрительные импульсы при малейших сомнениях.

Другой особенностью Л2-М является малая величина йоты на границе плазмы ($t(a) = 0.8$). Поэтому условие эквивалентности импульсов стелларатора и токамака (1) приводит к большому значению параметра $q(a) \sim 8$ для эквивалентного токамака. Однако это значение не является стандартным для

многих токамаков, (в том числе и для Т-10), поэтому Стандартная транспортная модель канонических профилей (ТМКП) [3] была откалибрована для моделирования импульсов со значениями параметра $q(a) \sim 3-5$. В результате для моделирования импульсов эквивалентного токамака Т-10V1.3 модель была перекалибрована следующим образом.

Для увеличения параметра $q(a)$ в эквивалентных импульсах токамака приходится уменьшать величину тока. Как известно, при этом удержание энергии ухудшается. В Стандартной модели [3], чтобы описать этот эффект для электронов, в коэффициент жесткости k_e^{PC} (см. Приложение 1) введены два множителя, $q(a/2)$ и q_{cyl} :

$$k_e^{PC} \sim C_e q \left(\frac{a}{2} \right) \frac{q_{cyl}}{B_T} = C_e q \left(\frac{a}{2} \right) \frac{5a^2}{IR}. \quad (29)$$

Второй из них, $q_{\text{свч}}$, обратно пропорционален току, первый, $q(a/2)$, также убывает с ростом тока. Однако эксперимент при больших $q(a)$ показывает, что ухудшение удержания энергии происходит медленнее, чем это описывается формулой (29). Таким образом, модель здесь требует модификации. Эту модификацию мы проведем за счет уменьшения параметра C_e . В Стандартной модели $C_e = 3.5$. Новую калибровку модели мы проводим, опираясь на отобранные импульсы стелларатора Л-2М с полным поглощением СВЧ-волн. Это импульсы №№ 8–14 из таблицы 1. Моделирование этих импульсов и минимизация расхождений между расчетами и экспериментом показало, что $C_e = 1$.

При увеличении параметра $q(a)$ меняется не только амплитуда решения, но и его форма (пикированность). Ее также можно корректировать, изменяя пикированность канонического профиля температуры с помощью параметра $\mu(0) = \mu_0 = 1/q(0)$. Он свободный, и его величина также определяется сравнением расчетов с экспериментом. При $q(a) \sim 3-5$ $\mu_0 = 0.6$. При увеличении $q(a)$ до 8 величина μ_0 слегка уменьшается до $\mu_0 \sim 0.45-0.5$.

Введем понятие пикированности канонического профиля

$$p\mu = \mu(0) / \mu(a) = \mu(0)q(a). \quad (30)$$

Для установки Т-10 $\mu(0) = 0.6$, $\mu(a) = 1/q(a) \sim 1/4$, поэтому пикированность $p\mu \sim 2.4-2.5$. Для Л-2М, $p\mu = 3.6$. Отсюда следует, что пикированность канонического профиля, показанная на рис. 14, более инерционная величина, чем $q(a)$. При переходе от Т-10 к Л-2М величина $q(a)$ увеличивается в 2 раза, а пикированность только в 1.4 раза.

Таким образом, моделирование импульсов Л-2М расширило область применимости ТМКП на более высокие значения параметра $q(a)$ и сделало условия эквивалентности разрядов в токамаке и стеллараторе мягче, чем в работах [3, 4].

Отметим, что в недавней работе [13] в качестве механизма уширения профиля вложенной ЭЦР-мощности предложена низкопороговая параметрическая неустойчивость волны накачки. К увеличению прозрачности плазмы, отмеченному в нашей работе [3], может привести квазилинейная диффузия электронов в пространстве скоростей [14].

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от других стеллараторов (W-7X, TJ-II), малый объем плазмы в Л-2М приводит к появлению надтепловых электронов при небольших значениях

плотности и достаточно большой вложенной ЭЦР-мощности. Поэтому перед анализом проведен тщательный отбор рассматриваемых импульсов на предмет отсутствия надтепловых электронов. В выбранном наборе импульсов с помощью принципа эквивалентности разрядов стелларатора и токамака и транспортной модели (ТМКП) проанализирован баланс энергии. Показано, что температура электронов в паре эквивалентных разрядов стелларатора и токамака одинакова как в случае полного, так и частичного поглощения мощности СВЧ-волн. Найдены величины поглощенной мощности и их распределение по радиусу сечения плазмы. Построенная ранее эмпирическая формула для эффективности поглощения СВЧ-волн при разных плотностях плазмы и магнитных полях оказалась пригодной и для установки Л-2М. Экспериментальные данные о температуре для трех установок (токамак Т-10, стеллараторы Л-2М и TJ-II) хорошо совпадают с ее предсказаниями и численными расчетами поглощенной мощности.

Предиктивные расчеты для установки Т-15МД требуют достаточно надежной и гибкой транспортной модели, особенно на начальном этапе работы установки [15]. В настоящей работе проведена модернизация ТМКП, позволяющая расширить область ее применения по параметрам плазмы в область более высоких q вплоть до 8. Надежность вычислений с помощью ТМКП подтверждена сравнением результатов расчетов с экспериментами на установке Т-10.

Работа курчатовской группы выполнена в рамках Государственного задания НИЦ «Курчатовский институт». Эксперименты на Л-2М выполнены в рамках Государственного задания ИОФ РАН. Моделирование поддержано Российским научным фондом, грант 23-72-00042.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ТРАНСПОРТНОЙ МОДЕЛИ КАНОНИЧЕСКИХ ПРОФИЛЕЙ

Обсуждаемая транспортная модель реализована в коде ASTRA [16]. В начальной стадии расчета решается уравнение Грэда–Шафранова и находится равновесие и натуральные координаты в рамках фиксированной трехпараметрической границы плазмы. Радиальная координата ρ строится по тороидальному магнитному полю. Это общеизвестно и в дальнейшем этой части модели мы не касаемся.

Уравнения переноса тепла имеют вид

$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT_\alpha) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho G_1 \Gamma_\alpha) = P_\alpha \quad (\alpha = e, i), \quad (\text{A1})$$

где P_α — источники тепла, $G_1 = \langle (\nabla \rho)^2 \rangle$.

В настоящей работе мы принимаем предположение о том, что канонические профили температуры для электронов и ионов могут быть разными. Поэтому выражения для потоков тепла таковы [1, 2]:

$$\Gamma_\alpha = -k_\alpha^{PC} T_\alpha \left(\frac{T'_\alpha}{T_\alpha} - \frac{T'_{c\alpha}}{T_{c\alpha}} \right), \quad (\text{A2})$$

где $T_{c\alpha}$ — канонический профиль температуры частиц сорта $\alpha = e, i$; $T'_\alpha = dT_\alpha / d\rho$. Коэффициенты жесткости для электронной и ионной температуры k_α^{PC} имеет вид

$$k_\alpha^{PC} = n_e \chi_\alpha^{PC} = C_\alpha \frac{1}{M} \left(\frac{a}{R} \right)^{0.75} \quad (\text{A3})$$

$$q_{\text{cyl}} q \left(\frac{a}{2} \right) \left(T_\alpha \left(\frac{a}{4} \right) \right)^{h_\alpha} \left(\frac{3}{R} \right)^{1/4} \left(\frac{\bar{n}_e}{B_T} \right) = \text{const}(\rho).$$

Здесь k_α^{PC} в $\text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, χ_α^{PC} в $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, C_α и h_α — численные коэффициенты, M — относительная масса ионов, T_α — температура в кэВ, a и R — малый и большой радиус плазмы в метрах, B_T — тороидальное магнитное поле в Тл, $q_{\text{cyl}} = 5a^2 B_T / (IR)$, ρ — натуральная радиальная координата магнитной поверхности, I — ток плазмы в МА.

Согласно [1, 2], канонический профиль для функции $\mu(\rho) = 1/q(\rho)$ определяет следующее уравнение Эйлера:

$$\rho^2 G \frac{\partial \mu_\alpha^2}{\partial \rho} + \lambda_\alpha \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' G \rho \mu_\alpha) \right] + \frac{D_\alpha \rho}{V'} \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial \rho} = 0 \quad (\text{A4})$$

Для каждого уравнения требуются четыре граничных условия. Они имеют вид

$$\mu_\alpha(0) = \mu_{0\alpha}, \quad \mu'_\alpha(0) = 0, \quad (\text{A5})$$

$$\mu_\alpha(a) = \mu_a, \quad \frac{\mu_{0\alpha}}{2} \frac{i_{\alpha a}}{G_a \mu_a^2} = U_\alpha,$$

где $\mu_0 = \mu_{0e}$ для электронов и $\mu_0 = \mu_{0i}$ для ионов, $\mu_a = 1/q(a)$.

Решение задачи (A4), (A5) мы будем обозначать индексом «с» снизу. В (A5), $\mu_{0\alpha}$ — это свободный параметр, задаваемый при решении физической задачи. Для импульсов без пилообразных колебаний мы выбирали $\mu_0 = 1$. Для импульсов с пилообразными колебаниями, которые усредняются экспери-

ментаторами по времени и пространству, мы полагаем $\mu_0 = 0.6$.

Величина i_α в (A5) — это безразмерный канонический профиль тока, определяемый выражением

$$i_\alpha = \nabla_\varphi \times (\rho \mu_\alpha) = \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} (V' G \rho \mu_\alpha). \quad (\text{A6})$$

Канонический профиль тока может быть разным для электронов и ионов. В (A6) G — это безразмерный метрический коэффициент, определяемый формулой

$$G = G(\rho) = R^2 \left\langle \frac{(\nabla \rho)^2}{r^2} \right\rangle, \quad (\text{A7})$$

где скобки означают усреднение по магнитной поверхности, r — расстояние до оси тора, $V' = \partial V / \partial \rho$, V — объем плазмы внутри магнитной поверхности, U_α — некоторая постоянная, равная единице для круглого плазменного цилиндра, и определяемая в общем случае уравнением

$$\frac{\partial Z_\alpha(\rho)}{\partial \rho} (\rho = a) = 0, \quad (\text{A8})$$

где

$$Z_\alpha(\rho) = \frac{\mu_{0\alpha}}{2} \frac{i_{c\alpha}(\rho)}{G(\rho)(\mu_{c\alpha}(\rho))^2}, \quad (\text{A9})$$

Канонические профили для температуры определяются законом Ома, который имеет вид

$$T_{c\alpha}(\rho) = (i_{c\alpha}(\rho))^{2/3}. \quad (\text{A10})$$

Для плазмы с круглым сечением и большим аспектным отношением ($R/a \gg 1$) отношения между переменными упрощаются:

$$j_{c\alpha} = (\mu_{c\alpha})^2, \quad T_{c\alpha} = (\mu_{c\alpha})^{4/3}. \quad (\text{A11})$$

Уравнения (A4) с граничными условиями (A5) следует решать отдельно для электронов и ионов, выбирая соответствующие значения μ_0 (мы принимаем для них обозначения μ_{0e} и μ_{0i}) и определяя параметры γ_α и C_α в ходе решения уравнения (A4).

Канонические профили температуры T_c получаются из канонического профиля μ_c по цепочке формул (A6)–(A10). На рисунке 15 показаны канонические профили температуры для импульса № 61074 стелларатора Л-2М при различных граничных условиях для функции μ_c , типичных для тока-мака Т-10. Поскольку канонические профили входят в поток тепла (A2) только в виде логарифмических производных, то их можно нормировать без влияния на теплоперенос.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица основных параметров токамаков и стеллараторов, используемых в статье

Установка	T-10V1 (экв. TJ-II)	TJ-II	Л-2М	T-10V1.3 (экв. Л-2М)	T-10	T-15МД
Частота гиротронов f , ГГц		56	75		129/140	82.6/105
Магнитное поле B_T , Тл	1	1	1.34	1.3	2.0–2.5	1.47/2
Аспектное отношение R/a	4.65	6.8	9.8	5	5	2.2
Рабочая плотность \bar{n}_e , 10^{19} м^{-3}	< 1	< 1	2		3.5–7	1.8–3.5
Плотность отсечки $n_{\text{cut-off}}$	1.6	1.6	3.5	3.5	13	4.2
Критическая плотность $n_{\text{cr}}=1.2B_T$	1.2	1.2	1.6	1.6	2.8	1.77
a , м	0.3	0.22	0.115	0.2	0.3	0.67
R , м	1.5	1.5	1	1	1.5	1.5
Объем V , м^3	2.7	1.5	0.29	0.8	2.7	13.5
Максимальная СВЧ-мощность Q_{EC} , МВт		0.6	0.4		2.2	8 (проект)
Удельная мощность Q_{EC}/V		0.4	1.4		0.8	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dnestrovskij Yu.N., Connor J.W., Cherkasov S.V., Danilov A.V., Dnestrovskij A.Yu., Lysenko S.E., Roach C.M., Walsh M.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. 1477.
Doi: 10.1088/0741-3335/49/9/009
2. *Днепровский Ю.Н.* Самоорганизация горячей плазмы. М: НИЦ «Курчатовский институт», 2013. 172 с.
3. *Dnestrovskij Yu.N., Danilov A.V., Dnestrovskij A.Yu., Lysenko S.E., Melnikov A.V., Nemets A.R., Nurgaliev M.R., Subbotin G.F., Solovov N.A., Sychugov D.Yu., Cherkasov S.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2021. V. 63. P. 055012.
Doi: 10.1088/1361-6587/abdc9b
4. *Dnestrovskij Yu.N., Melnikov A.V., Lopez-Bruna D., Dnestrovskij A.Yu., Cherkasov S.V., Danilov A.V., Eliseev L.G., Khabanov F.O., Lysenko S.E., Sychugov D.Yu.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2023. V. 65. P. 015011.
Doi: 10.1088/1361-6587/aca35a
5. *Мещеряков А.И., Акулина Д.К., Вафин И.Ю., Гладков Г.А., Гребенчиков С.Е.* // Физика плазмы. 2006. Т. 32. С. 122.
6. *Мещеряков А.И. Вафин И. Ю., Гришина И. А.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 1144.
Doi: 10.31857/S0367292120120057
7. *Гладков Г.А.* Профили электронной температуры и особенности ЭЦР-нагрева высокотемпературной плазмы стелларатора Л-2М, полученные методом измерения электронно-циклотронного излучения. Диссертация, ИОФ РАН 2006.
<https://www.dissercat.com/content/profil-elektro-nnoi-temperature-i-osobnosti-etsr-nagreva-vysokotemperaturnoi-plazmy-stella>
8. *Днепровский Ю.Н., Мельников А.В., Андреев В.Ф., Лысенко С.Е., Нургалиев М.Р., Шалашов А.Г.* // Письма ЖЭТФ. 2023. Т. 118. С. 252.
Doi: 10.31857/S123456782316005X
9. *Stroth U., Fuchert G., Beurskens M.N.A., Birkenmeier G., Schneider P.A., Scott E.R., Brunner K.J., Günzkofer F., Hacker P., Kardaun O. et al.* // Nucl. Fusion. 2021. V. 61. P. 016003.
Doi: 10.1088/1741-4326/abbc4a
10. *Kharchev N.K., Batanov G.M., Kolik L.V., Malakhov D.V., Petrov A. Ye., Sarkisyan K.A., Skvortsova N.N., Stepakhin V.D., Belousov V.I., Malygin S.A., Tai Y.M.* // Rev. Sci. Instrum. 2013. V. 84. P. 013507.
Doi: 10.1063/1.4773544
11. *Днепровский Ю.Н., Вершков В.А. Данилов А.В., Днепровский А.Ю., Лысенко С.Е., Мельников А.В., Субботин Г.Ф., Сычугов Д.Ю., Черкасов С.В., Шелухин Д.А.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 3. С. 226. Doi: 10.1134/S0367292119020057
12. *Гребенчиков С.Е., Вафин И.Ю., Мещеряков А.И., Нечаев Ю.И.* // Физика плазмы. 2008. Т. 34. С. 1098.
13. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu., Meshcheryakov A.I., Grishina I.A., Tereshchenko M.A.* // Phys. Plasmas. 2023. V. 30. P. 122112.
Doi: 10.1063/5.0185657
14. *Shalashov A.G., Suvorov E.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2003. V. 45. P. 1779.
15. *Касьянова Н.В., Днепровский Ю.Н., Мельников А.В.* // Физика плазмы. 2024. Т. 50. С. 283.
16. *Pereverzev G.V., Yushmanov P.N.* ASTRA – Automated System for TRansport Analysis. Preprint IPP 5/98. Garching, Germany, 2002.

COMPARISON OF ENERGY TRANSPORT IN PLASMA WITH ECR HEATING ON THE L-2M STELLARATOR AND T-10 TOKAMAK

Yu. N. Dnestrovskiy^{a, *}, A. V. Melnikov^{a, b, c}, S. E. Lysenko^{a, **, *}, A. I. Meshcheryakov^e,
N. K. Kharchev^{a, e}, D. G. Vasilkov^e, S. E. Grebenschikov^e, N. V. Kasyanova^{a, c},
S. V. Cherkasov^a, I. Yu. Vafin^e, L. G. Eliseev^a, and D. Yu. Sychugov^{a, d}**

^a*National Research Centre «Kurchatov Institute», Moscow, 123182 Russia*

^b*National Research Nuclear University МЕРФИ, Moscow, 115409 Russia*

^c*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, 141701 Russia*

^d*Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

^e*Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

^{*}*e-mail: Dnestrovskiy_YN@nrcki.ru*

^{**}*e-mail: Lysenko_SE@nrcki.ru*

^{***}*e-mail: nrcki@nrcki.ru*

Abstract—Plasma was heated at the second harmonic of electron cyclotron resonance (ECR) in the L-2M stellarator and the T-10 tokamak. The concept of equivalent tokamak and stellarator discharges was extended to the case of both full and partial absorption of EC power. Comparison of experimental electron temperature profiles with profiles calculated using the canonical profiles transport model allows us to estimate the efficiency of ECR heating in the L-2M discharges without suprathermal electrons, which distort the distribution function, preventing reliable measurements of temperature. The dependence of the ECR heating efficiency on the plasma density was obtained, describing experiments on the L-2M and TJ-II stellarators, and on the T-10 tokamak. The energy characteristics (the stored energy and the confinement time) for L-2M discharges were calculated. Predictions for ECR heating in the T-15MD tokamak are considered. The features of solving the ill-posed transport problem for the L-2M are discussed.

Keywords: stellarator, tokamak, electron cyclotron resonance heating (ECRH), canonical profile transport model