

УДК 523.682

К ОБОСНОВАННОСТИ ПАНКЕЙК-МОДЕЛЕЙ ПАДЕНИЙ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ В АТМОСФЕРЕ

© 2024 г. В. В. Светцов*

Институт динамики геосфер им. М.А. Садовского РАН, Москва, Россия
e-mail: svetsov@idg.ras.ru

Поступила в редакцию 29.02.2024 г.

После доработки 15.04.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Рассматриваются опубликованные в литературе полуаналитические панкейк-модели, в которых предполагается, что малопрочное, раздробленное тело, подобное жидкости, расширяется в процессе полета в атмосфере и, сохраняя некоторую простую форму и увеличивая площадь поперечного сечения, тормозится на гораздо больших высотах, чем прочное тело. Отдельные модели различаются между собой темпом увеличения поперечного размера тела. Для сравнения с моделями проведены гидродинамические моделирования падений жидких тел диаметром 40 м в атмосфере Земли без учета абляции. Такие тела, прежде чем начать существенно тормозиться, распадаются на фрагменты. В отличие от простых моделей, пока тело сохраняет связность, оно может принимать весьма искаженные формы. Сравнение панкейк-моделей с результатами гидродинамического моделирования позволяет определить наиболее подходящие модели для оценок поведения астероидов в атмосфере и оценить заложенные в них предположения. При гидродинамическом моделировании с учетом абляции, как показывают результаты, опубликованные в других работах, сначала может происходить полное испарение тела и, лишь затем, торможение струи пара. В панкейк-моделях полное испарение означает исчезновение массы и полную остановку движения. Теоретическое обоснование этих моделей нуждается в пересмотре.

Ключевые слова: астероид, разрушение, торможение в атмосфере, моделирование

DOI: 10.31857/S0320930X24060076, EDN: NHMAQE

ВВЕДЕНИЕ

Космические тела, входящие в атмосферу, разрушаются под действием давления на поверхности тела, обусловленного головной ударной волной. Чем крупнее тело, тем в среднем меньше его прочность, оно разрушается на большей высоте и, прежде чем начинается его существенное торможение, может раздробиться на мелкие осколки. Для описания движения раздробленного тела были предложены различные аналитические и полуаналитические модели, которые основаны на теоретических рассуждениях и на сравнении с результатами наблюдений при падении космических тел. Среди таких

моделей выделяются панкейк-модели, полученные в предположении, что тело имеет низкую прочность и под действием градиента давления на лобовой поверхности оно, или рой его фрагментов, расширяется в поперечном направлении, увеличивая площадь своего поперечного сечения (Григорян, 1979; Zahnle, 1992; Hills, Goda, 1993; Chyba и др., 1993; Григорян и др., 2013; Avramenko и др., 2014; Брыкина, 2018). Эти модели применялись для объяснения падения Тунгусского космического тела 30 июня 1908 г. (Григорян, 1979; Chyba и др., 1993), входа кометы Шумейкер–Леви 9 в атмосферу Юпитера в 1994 г. (Григорян, 1994; Zahnle, MacLow, 1994), падения Челябинского метеорита 15 февраля

2013 г. (Григорян и др., 2013; Avramenko и др., 2014; Collins и др., 2017; Register и др., 2017; Брыкина, 2018), метеороида Марибо (2009) (Borovička и др., 2019) и других событий.

Распределение давления в космическом теле и движение раздробленной массы сложны. Изменение размера тела в направлении, поперечном траектории в панкейк-моделях, было получено при определенных упрощениях и предположениях. Закон изменения этого размера со временем в той или иной степени различается во всех моделях. Как правило, в моделях присутствует от одного до двух-трех свободных параметров. Кроме того, к уравнениям, описывающим движение единого тела, часто присоединяется уравнение для уноса массы за счет абляции. Поскольку параметры абляции плохо обоснованы, то возникает еще один свободный параметр. Варьируя свободные параметры, можно добиться неплохого совпадения результатов моделирования по панкейк-моделям с результатами регистрации определенных падений космических тел. Тем не менее насколько точны и применимы панкейк-модели в общем случае падений космических тел остается неясным.

В разделе “Панкейк-модели” статьи дается описание панкейк-моделей и сравнение их уравнений между собой.

Численное моделирование падений космических тел в атмосфере Земли и других планет в ряде работ осуществлялось путем решения уравнений гидродинамики как в области вне тела, так и в самом теле в предположении, что вследствие низкой прочности его можно приближенно считать жидким (Ahrens и др., 1994; Boslough и др., 1994; Crawford и др., 1994; Shuvalov, Artemieva, 2002; Korycansky и др., 2002; Korycansky, Zahnle, 2003; Шувалов, Трубецкая, 2010; Шувалов и др., 2013; 2016; Artemieva, Shuvalov, 2016; Shuvalov и др., 2017; Шувалов, 2022; Шувалов, Иванов, 2023). Но полностью разрушенное тело не совсем эквивалентно жидкому. Внутреннее трение может влиять на развитие неустойчивостей на поверхности разрушенного астероида и его деформацию (Ivanov и др., 1997). Гидродинамическое моделирование падения астероида диаметром 40 м с различными коэффициентами внутреннего трения K показало, что если при $K = 0$ квазизжидкий астероид тормозится на высоте 13 км, то при $K = 0.7$ (сухой песок с гравием) астероид достигает уровня моря с достаточно высокой скоростью (Шувалов, Трубецкая, 2010). Между тем, сравнение результатов гидродинамического моделирования

с Тунгусским событием 1908 г. (Artemieva, Shuvalov, 2016) и с Челябинским событием 2013 г. (Shuvalov и др., 2017) показывает, что варианты без трения хорошо соответствуют результатам наблюдений. Гидродинамическое моделирование образования крупных кратеров согласуется с наблюдаемой формой кратера при временном снижении K до 0.05–0.1 (Ivanov, Deutsch, 1999; Иванов, 2005). Это объясняется акустической флюидизацией — уменьшением внутреннего трения за счет колебаний частиц грунта, инициируемых ударной волной (Melosh, Ivanov, 1999). Весьма вероятно, что и при полете в атмосфере внутри тела действует аналогичный механизм уменьшения внутреннего трения за счет акустических волн.

Основное ограничение гидродинамического подхода к моделированию падений — отсутствие как прочности, так и возможности образования отдельных прочных фрагментов, которые могут двигаться независимо. Кроме того, как показывают эксперименты (Hébert и др., 2020; Sharma и др., 2021), при обтекании жидких капель под действием гидродинамических неустойчивостей от них отрываются очень мелкие капельки, которые могут образовывать облако вокруг и позади капль. Шаг разностной сетки, как правило, не позволяет разрешить мельчайшие частицы, но, с другой стороны, они вряд ли образуются при обтекании раздробленного твердого тела. Аналогичные ограничения заложены и в панкейк-моделях. Поэтому обоснованность этих моделей может быть проверена путем сравнения результатов их применения с результатами гидродинамического моделирования. Авторы панкейк-моделей не подвергали их такой проверке.

В разделе “Гидродинамическое моделирование” статьи приведены результаты гидродинамического моделирования падения непрочных, по свойствам подобных жидкости, тел. Абляция космического тела не учитывается, чтобы не затруднять сравнение с панкейк-моделями в их чистом виде.

В разделе “Сопоставление панкейк-моделей” результаты применения панкейк-моделей к падению космических тел сравниваются между собой и с результатами моделирования.

ПАНКЕЙК-МОДЕЛИ

Существует ряд простых аналитических и полуаналитических моделей, описывающих поведение сильно раздробленного тела, или роя его фрагментов, летящего в атмосфере как единое

тело. Самая первая из такого рода моделей была предложена Григоряном (1979) и неоднократно использовалась для оценок высоты торможения космического тела. В ее основе лежит простой факт, что давление на лобовой поверхности максимально в критической точке и уменьшается к краю тела. Этот перепад давления приводит к движению жидких или мелких твердых частиц в поперечном направлении, перпендикулярном направлению движения. Скорость их движения в поперечном направлении V_t может быть оценена из простых соотношений, выражающих в приближенном виде второй закон Ньютона,

$$\frac{\rho V^2}{r} = \frac{\rho_m V_t}{t_t} = \frac{\rho_m V_t^2}{2r}. \quad (1)$$

Здесь V — скорость космического тела, r — его радиус в поперечном направлении, ρ — плотность воздуха, ρ_m — плотность тела, t_t — время движения частицы в поперечном направлении, которое оценивается здесь как $t_t = 2r/V_t$. Отсюда следует, что

$$V_t = c \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{1/2} V, \quad (2)$$

где коэффициент c порядка единицы. Скорость фрагментов не зависит от их массы.

В работе (Hills, Goda, 1993) аналогичная оценка V_t была сделана, исходя из анализа размерностей и равенства выражений для средней кинетической энергии расширения роя фрагментов, окруженных единой ударной волной, и работы сил давления при расширении роя. Для V_t было получено также выражение (2), причем $c = (7/2\alpha)^{1/2}$, где α безразмерный коэффициент, который авторы полагали равным 1, и, следовательно, $c = 1.87$. Заметим, что не предполагалось, что тело, подобное жидкости, сохраняет связность, и считалось, что выражение (2) справедливо, пока фрагменты не разделятся настолько, что каждый будет лететь независимо от других со своей собственной ударной волной. Очевидно, что коэффициент c в (2) не может быть точно определен ввиду весьма упрощенных оценок V_t и может изменяться в зависимости от формы тела или роя фрагментов. Поэтому по существу модели (Григорян, 1979) и (Hills, Goda, 1993) — это одна и та же модель с не вполне определенным безразмерным коэффициентом.

Недостаток модели (2) в том, что тело приобретает поперечную скорость сразу после дробления, был исправлен в работе (Григорян и др., 2013) путем анализа уравнений движения.

В начале процесса, если $r < 2r_0$ (r_0 — начальный радиус), предлагается использовать следующее уравнение:

$$\frac{dV_t}{dt} = \frac{1}{2r_0} \frac{\rho V^2}{\rho_m}, \quad (3)$$

где t — время.

В работе (Zahnle, 1992) ускорение частиц в поперечном направлении оценивалось путем деления силы, обусловленной поперечным градиентом давления, на массу фрагмента. Было получено следующее уравнение для радиуса роя фрагментов, r ($V_t = dr/dt$):

$$r \frac{dV_t}{dt} = C \frac{\rho V^2}{\rho_m}, \quad (4)$$

где C — свой безразмерный коэффициент. Подчеркивалось, что ρ_m — плотность фрагментов (т.е. тела), а не общая (средняя) плотность роя фрагментов. Величина C оценивалась равной $3/4$, но, очевидно, как и в случае с уравнением (2), этот коэффициент можно оценить лишь весьма приближенно. Аналогичное уравнение было получено в статье (Chyba и др., 1993), где тело рассматривалось как расплюснутый цилиндр, который движется вдоль своей оси симметрии. Оно было выведено в предположении, что среднее давление внутри цилиндра ($C_d \rho V^2/4$), умноженное на площадь его боковой поверхности, равно массе цилиндра, умноженное на ускорение его боковой поверхности. При этом получалось, что $C = C_d/2$, где C_d — коэффициент сопротивления тела. Это же уравнение было выведено в работе (Field, Ferrara, 1995) путем нескольких других рассуждений. Уравнение (4) может быть преобразовано к виду

$$V_t = (2C)^{1/2} \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{1/2} V \left(\ln \frac{r}{r_0} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где r_0 — начальный радиус тела в момент начала фрагментации, когда поперечную скорость следует положить равной нулю. Уравнение (5) отличается от (2) последним множителем в правой части, который приводит к увеличению V_t при поперечном расширении космического тела, хотя и не очень быстрому.

Противоположный результат был получен в работе (Брыкина, 2018), где предполагалось, что тело имеет и сохраняет форму эллипсоида вращения, летящего по направлению своей оси симметрии. А именно

$$V_t = \frac{1}{k^{1/2}} \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{1/2} V, \quad (6)$$

где k — отношение полуоси эллипсоида, направленной в поперечном направлении (т.е. r), к другой полуоси, которое увеличивается по мере расплющивания тела, и, следовательно, V_t уменьшается. Если до входа в атмосферу тело имеет форму шара радиусом r_0 , то для сфероида, сохраняющего свой объем, $1/k^{1/2} = (r_0/r)^{3/2}$. При выводе (6) считалось, что на половину массы эллипсоида в поперечном направлении действует ускоряющая сила, которая пропорциональна разности давления в критической точке ρV^2 и давления на лобовой поверхности, усредненному по миделеву сечению тела. Вследствие уплощения тела — это усредненное давление приближается к ρV^2 , и ускоряющая сила уменьшается. Если бы предполагалось, что ускоряющая сила пропорциональна разности давления в критической точке ρV^2 и на краю, где давление намного меньше ρV^2 , то можно было бы получить соотношение, аналогичное (2). Считалось также, в отличие от предположений в рассмотренных моделях (Zahnle, 1992; Hills, Goda, 1993; Григорян и др., 2013), что при применении к облаку фрагментов ρ_m в (6) уменьшается следующим образом:

$$\rho_m = \rho_{m0} / \gamma^3, \quad (7)$$

где ρ_{m0} — начальная плотность тела до разрушения, а γ — параметр, который характеризует расстояние между фрагментами. При применении модели к конкретным зарегистрированным падениям предлагалось считать его равным

$$\gamma = 1 + \frac{\rho_f^{1/2} - \rho_{f\max}^{1/2}}{\rho_{\max}^{1/2} - \rho_f^{1/2}} (\gamma_{\max} - 1). \quad (8)$$

Здесь ρ_f — плотность воздуха на высоте начала фрагментации h_f , ρ_{\max} — плотность воздуха на высоте максимума свечения, а γ_{\max} — подгоночный параметр, который определяется при решении уравнений движения и абляции тела таким образом, чтобы высота максимума энерговыделения совпадала с результатами наблюдений. При применении к Челябинскому событию параметр γ превышал 2. Отметим, что предположение (7) о том, что облако фрагментов расширяется в поперечном направлении как объект пониженной плотности не обосновано. По крайней мере такой эффект не наблюдался в расчетах ограниченного числа фрагментов (Artemieva, Shuvalov, 2001). Под действием градиента давления в поперечном направлении движутся сами фрагменты. Применение такого подхода (Брыкина, 2018) к известным зарегистрированным событиям

позволяет получить лучшее совпадение с результатами наблюдений за счет подгоночного параметра, но для прогнозирования результатов падений различных космических тел применить такой прием невозможно.

К панкнейк-моделям примыкает еще одна модель, предложенная в статье (Avramenko и др., 2014). На основании аналогии разлета частиц тела с цепной ядерной реакцией предполагалось, что скорость увеличения площади поперечного сечения струи фрагментов тела $S = \pi r^2$ должна быть линейной функцией S . В результате при отсутствии абляции из соображений размерности получается следующее уравнение:

$$\frac{dS}{dt} = C_{tr} \frac{(\rho V^2 - \sigma)^{1/2}}{M^{1/3} \rho_m^{1/6}} S, \quad (9)$$

где σ — эффективная прочность тела, M — его масса, а C_{tr} — безразмерная константа. Если $\rho V^2 < \sigma$, то считается, что $dS/dt = 0$. Положив $M = 4/3 \pi \rho_m r_0^3$ и $\rho V^2 \gg \sigma$, получим, что

$$V_t = \frac{C_{tr}}{2.2} \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{1/2} V \frac{r}{r_0}. \quad (10)$$

От (2) и (5) это выражение существенно отличается множителем r/r_0 , что, очевидно, является следствием предположения $dS/dt \sim S$. В результате оказывается, что по мере расширения роя фрагментов скорость его расширения возрастает, причем быстрее, чем по уравнению (5).

Четыре рассмотренных модели отличаются зависимостью $V_t(r)$, которая оказывается либо растущей, либо убывающей, либо V_t вообще не зависит от r . Это следствие упрощенных и не всегда обоснованных оценок. Простые модели могут давать сильное возрастание радиуса облака фрагментов, поэтому в некоторых случаях максимальный радиус ограничивался его некоторым значением. Отношение этого ограничивающего радиуса к начальному $f_p = r_{\max}/r_0$ (так называемый панкнейк-фактор) обычно не превышало 10 (Collins и др. 2017; Register и др., 2017; McMullan, Collins, 2019; Borovička и др., 2019). В модели (Брыкина, 2018) обрезание радиуса не используется, его рост и так замедляется по мере расплющивания тела за счет увеличения параметра k .

Моделирование падений тел в атмосфере осуществляется путем решения уравнений движения одного объекта

$$M \frac{dV}{dt} = -\frac{C_d}{2} \rho V^2 \pi r^2, \quad \frac{dh}{dt} = -V \sin \theta, \quad (11)$$

где M — масса тела, h — высота полета, θ — угол наклона траектории тела к поверхности планеты. Зависимость $\rho(h)$ определяется либо по таблицам, либо считается экспоненциальной в предположении изотермической атмосферы. При сравнении с конкретными падениями к (11) добавлялось уравнение абляции

$$Q \frac{dM}{dt} = -\frac{C_h}{2} \rho V^3 \pi r^2, \quad (12)$$

где Q — эффективная теплота абляции C_h — коэффициент теплопередачи.

Рассмотренные модели применялись к расчету падения Челябинского метеорита, для которого довольно хорошо определены кривая свечения вдоль траектории, угол и скорость входа в атмосферу (Brown и др., 2013; Ророва и др., 2013). При этом варьировались такие параметры моделей, как безразмерные константы, прочность σ ($\sigma = \rho_f V^2$), панкейк-фактор f_p , Q и C_h или параметр абляции $K_h = C_h/Q$. В работе (Collins и др. 2017) использовалась модель (4) (Chyba и др., 1993). Для заданных параметров тела неплохое совпадение по пику излучения в Челябинском событии достигалось при $\sigma = 2$ МПа, $C_d = 2$ ($C = 1$), $K_h = 1.4 \times 10^{-2}$ г/кДж, $f_p = 5$. Величина $\sigma = 2$ МПа на порядок больше динамического давления 0.2 МПа в начале фрагментации по наблюдениям (Ророва и др., 2013).

Модель (5) (Avramenko и др., 2014) применялась при значениях параметров $\sigma_f = 0.3$ МПа, $C_{tr} = 1.5$, $Q = 10$ кДж/г, $C_h = 0.12$ ($K_h = 1.2 \times 10^{-2}$ г/кДж). В отличие от других моделей, приближенно учитывалось уменьшение S за счет абляции, причем, если $\rho V^2 < \sigma$, то S лишь уменьшается за счет уменьшения M . Результаты по высоте и ширине двух пиков энерговыделения были близки к полученным из наблюдений. Второй пик получался отдельно введением фрагмента с массой 2.5% от начальной массы всего тела и с прочностью 10.5 МПа.

Применение модели (Брыкина, 2018) к Челябинскому падению дает наилучшее совпадение расчетов и наблюдений. Это обусловлено тем, что высота максимума выделения энергии получается в этой модели точно путем вариации подгоночного параметра γ_{\max} . Совпадение величины пика энерговыделения с оценкой, полученной из наблюдений, достигалось вариацией параметра абляции и начальной массы тела, которая, в конечном итоге, оказалась равной близкой к оценке из наблюдений. Прочность σ варьировалась, причем кривая энерговыделения лучше совпадала с наблюдениями при $\sigma = 1.5$ МПа.

Полагалось, что $Q = 8$ кДж/г, а коэффициент теплопередачи описывался сложной формулой и изменялся от 0.091 до 0.116 на высотах от 60 до 27 км; при этом параметр абляции изменялся от 0.7×10^{-2} г/кДж до 1.4×10^{-2} г/кДж.

Модель (Григорян и др., 2013; Hills, Goda, 1993) применялась к Челябинскому событию в нескольких работах. В статье (Григорян и др., 2013) приводятся аналитические формулы для изотермической атмосферы без учета абляции, которые дают вполне приемлемые результаты. А именно, при подстановке параметров Челябинского астероида ($V_0 = 19$ км/с, $r_0 = 9.5$ м, $\theta = 19^\circ$), $C = 1$ и $\sigma = 1$ МПа) получается высота максимума энерговыделения $h_m = 26.5$ км (вместо 29.7 км), максимальное удельное энерговыделение 55 кт ТНТ/км (вместо ~80 кт/км) и радиус тела в момент максимума $r_m = 14 \times r_0$. В статье (McMullan, Collins, 2019) приближенно учитывалась абляция с параметрами $K_h = 1.2 \times 10^{-2}$ г/кДж и $c = 1.87$. Максимум энерговыделения был близок к измеренному, а высота максимума увеличилась до ~34 км. Вводился панкейк-фактор $f_p = 14$, который сработал на высоте ~32 км. В статьях (Brykina, Bragin, 2020; Брагин, Брыкина, 2021) к моделям (Григорян, 1979; Hills, Goda, 1993) добавлялась абляция с коэффициентом теплопередачи, определяемым по специальным формулам. Вариацией этого коэффициента и коэффициента c в (2) можно получить неплохое совпадение высоты и величины пика излучения с наблюдаемыми.

Итак, для конкретного падения оказывается возможным получить определенное согласие с результатами наблюдений путем вариации подгоночных параметров. Тем не менее насколько правомерен выбор этих параметров и обоснован подход при наличии абляции путем решения уравнений (11), где рассматривается движение лишь неиспаренной массы, остается неясным.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В работе (Shuvalov и др., 2017) в предположении, что космическое тело имеет ничтожно малую прочность и ведет себя подобно жидкости, было проведено гидродинамическое моделирование падения тела с входными параметрами, соответствующими Челябинскому астероиду. Использовалась многообластная гидродинамическая программа COVA (Shuvalov, 1999; Shuvalov и др., 1999), в которой вводятся границы между воздухом, парами и конденсированным веществом тела. К уравнениям гидродинамики

добавлялись расчеты переноса энергии излучением в приближении лучистой теплопроводности или оптически тонкой среды с учетом поверхностного испарения конденсированного вещества фрагментов. Росселандовы и планковские коэффициенты поглощения воздуха и паров определялись по таблицам.

Моделирование падения этого космического тела в форме шара диаметром 20 м начиналось с высоты 60 км. На высоте 47 км тело сплющивалось, и его диаметр увеличивался примерно в 2 раза. Затем, на высотах ниже 40 км, тело дробилось и превращалось в струю пара, нагретого воздуха и жидких фрагментов с радиусом поперечного сечения не более 45 м. На высоте около 33 км тело полностью испарялось за счет увеличения общей испаряемой поверхности фрагментов, хотя размер передней части струи уменьшался. Но скорость струи пара отличалась от начальной скорости менее, чем на 1%. Резкое торможение струи пара происходило на высотах 27–29 км, а пик яркости пришелся на высоту 32 км, что примерно на 2 км выше наблюдаемой. Отмечалось, что деформация раздробленного тела сопровождается ростом неустойчивостей на его поверхности, что может приводить к сдвигу высоты максимума излучения на 2–5 км даже при моделировании по одной и той же компьютерной программе с одинаковыми начальными данными. В целом полученная в расчетах световая кривая находится в разумном согласии с наблюдаемой, хотя формально квазизидкое приближение для таких относительно небольших тел неприменимо (Svetsov и др., 1995; Shuvalov и др., 2017).

Похожее поведение разрушенного тела в полете с интенсивным испарением до начала торможения наблюдалось и в других гидродинамических расчетах падений более крупных тел, проведенных тем же методом (Shuvalov, Artemieva, 2002; Шувалов, Трубецкая, 2007; 2010; Шувалов и др., 2016). Из этих статей следует, что качественно результаты гидродинамического моделирования противоречат панкнейк-моделям. Так, например, если перед началом существенного торможения тело полностью испарилось, то в панкнейк-моделях, включающих уравнения (11), (12), это означало бы исчезновение его массы и полное торможение. Уравнения движения в простых моделях не описывают движение газовой струи. Одна из причин несоответствия — это разный подход к абляции и отсутствие учета движения пара. В гидродинамическом моделировании испаряются отдельные мелкие фрагменты

тела. В панкнейк-моделях испаряется лобовая поверхность аналогично испарению затупленного тела. Кроме того, в гидродинамических расчетах может быть сдвиг частиц с боковой поверхности тела.

Целесообразно понять насколько адекватно различающиеся между собой простые модели описывают процессы при отсутствии испарения или плавления. В работах (Шувалов, 2022; Шувалов, Иванов, 2023) гидродинамическое моделирование падений крупных тел диаметром $d = 1.5$ км и больше в атмосфере Венеры проводилось без учета абляции. Предполагалась изотермическая атмосфера с характеристической высотой $H = 17$ км. Полученный в рамках двумерной осесимметричной задачи высота максимума энергосвечения h_m при $d = 1.5$ км, $V_0 = 20$ км/с и $\theta = 45^\circ$ составляла 15 км (Шувалов, 2022). В трехмерной задаче с такими же начальными данными образуется несколько крупных и множество мелких фрагментов, а h_m снижается (Шувалов, Иванов, 2023).

Для оценки правильности обоснования различных моделей можно сравнить результаты гидродинамического моделирования без учета абляции с панкнейк-моделями. Тело диаметром 1.5 км не вполне подходит для этих целей, так как время прохождения звуковых волн по телу сравнимо со временем снижения тела на характеристическую высоту атмосферы Венеры, и квазистационарный режим обтекания не успевает установиться. В данной работе проводилось гидродинамическое моделирование падений тел в воздухе методом COBA (Shuvalov, 1999; Shuvalov и др., 1999). В качестве основного примера для сравнения был выбран вариант падения астероида диаметром 40 м (для которого квазизидкое приближение уже применимо), вошедшего в атмосферу со скоростью 20 км/с под углом 45° к поверхности Земли. Моделирование начиналось на высоте 50 км и считалось, что тело на этой высоте имело сферическую форму и полностью раздробилось, т.е. потеряло прочность. Плотность астероида ρ_m составляла 2.7 г/см³, и давление его вещества определялось по уравнению Тиллотсона для гранита (см. Мелеш, 1994). Атмосфера предполагалась изотермической с характеристической высотой 7 км. Расчеты проводились в осесимметричной системе координат, связанной с телом. Методика расчетов была аналогична упомянутым работам (Шувалов, Трубецкая, 2007; 2010; Shuvalov и др., 2017), но без учета излучения. Вычислительная сетка состояла из 400×600 ячеек в r и z

направлениях (z — расстояние вдоль траектории, r — радиус), причем в центральной области размером 100×150 ячеек, где располагался астероид, размер ячеек был в 40 раз меньше начального радиуса тела подобно работе (Шувалов, Трубецкая, 2010).

Последовательные стадии падения астероида в атмосфере на разных высотах показаны на рис. 1. Результаты очень похожи на результаты расчетов падения астероида диаметром 40 м без учета внутреннего трения, приведенные в статье (Шувалов, Трубецкая, 2010). На высотах до 25 км тело сохраняет связность, но его форма сильно искажается. Радиус тела на высотах 30–25 км увеличивается примерно в 2 раза. На высоте 20 км астероид распадается на множество фрагментов, которые летят еще довольно компактным роєм. В расчетах (Шувалов, Трубецкая, 2010), где учитывалось излучение и испарение фрагментов, фрагменты на этой высоте сохранились лишь в передней части струи, которая состоит в основном из пара и воздуха. Важная особенность падения состоит в том, что ро́й фрагментов еще почти сохраняет первоначальную скорость, а существенное и быстрое торможение начинается на более низких высотах.

Отметим, что при анализе результатов экспериментов по разрушению водяной капли

в сверхзвуковом потоке (Hébert и др., 2020) вводилось безразмерное время, которое во введенных здесь обозначениях можно записать следующим образом: $T = V_i(\rho/\rho_m)^{1/2}/d$. При $T < 1$ капля изменяет свою форму, но содержит почти всю свою начальную массу, а фрагментация начинается при $T > 1$. Взяв характерное время $t = (H/\sin\theta)/V = 0.5$ с, получим, что на высоте 25 км ($\rho = 3.5 \times 10^{-5}$ г/см³) $T = 0.9$, а на высоте 20 км ($\rho = 7.2 \times 10^{-5}$ г/см³) $T = 1.3$. Таким образом, начало распада тела на фрагменты вполне соответствует критерию, основанному на экспериментальных результатах.

Было также проведено моделирование падения астероида в форме эллипсоида вращения, летящего в направлении большой оси. Соотношение осей астероида составляло 3:2, а его масса равнялась массе сферического тела диаметром 40 м. На рис. 2 проиллюстрировано, что результаты не сильно отличаются от случая сферического астероида.

Решение задачи в рамках осевой симметрии не вполне адекватно описывает реальное течение, что подробно рассматривалось в работе (Шувалов, Иванов, 2023). Во-первых, существует выделенная направление — ось симметрии, вдоль которого могут происходить кумуляция возмущений и образование нефизичных струй.

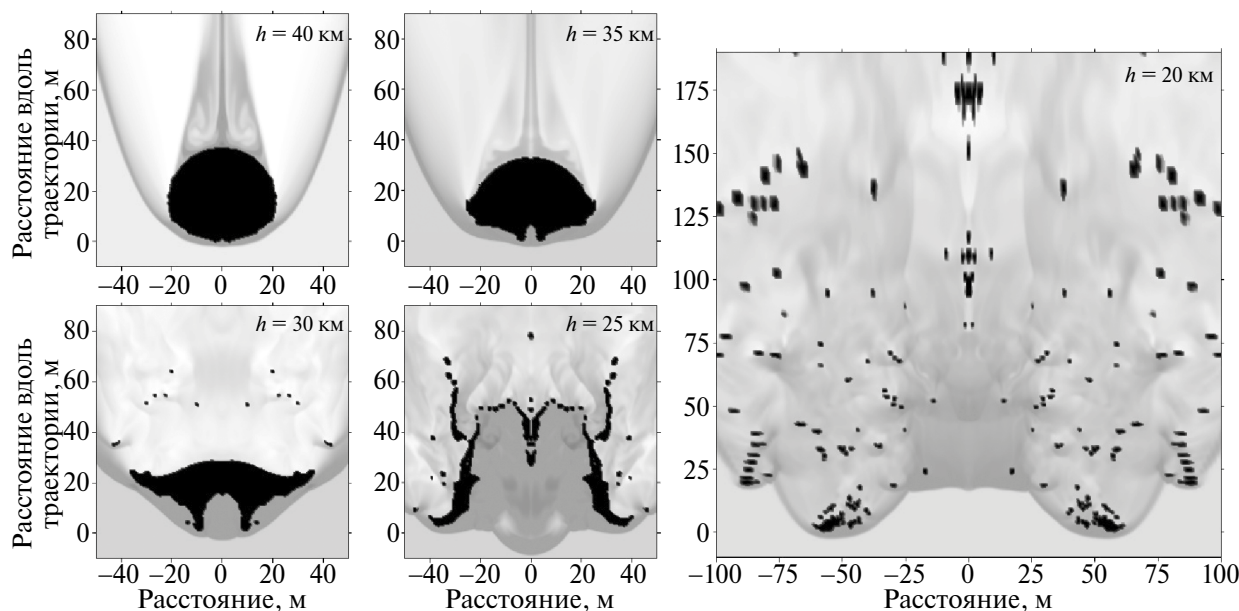


Рис. 1. Разрушение сферического астероида диаметром 40 м, вошедшего в атмосферу со скоростью 20 км/с под углом 45° к поверхности Земли и раздробившегося на высоте 50 км. Показаны распределения плотности в системе координат, связанной с астероидом. Вещество астероида показано черным цветом. Высоты падения h указаны на каждом фрагменте рисунка.

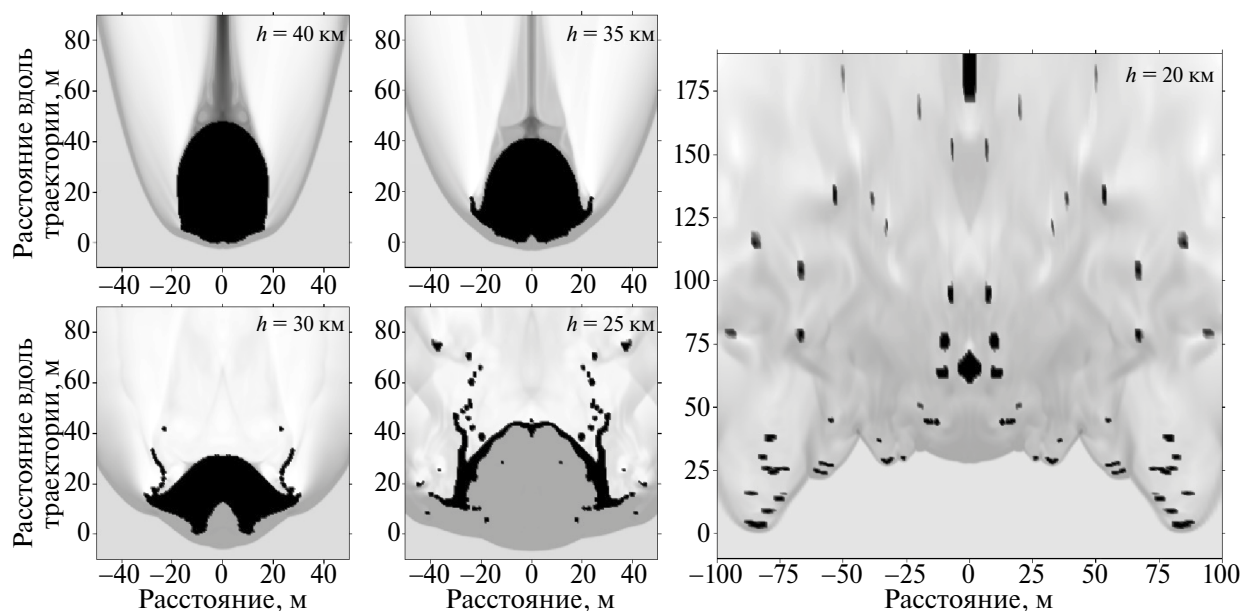


Рис. 2. Разрушение астероида в форме сфероида, вошедшего в атмосферу со скоростью 20 км/с под углом 45° к поверхности Земли и раздробившегося на высоте 50 км.

Во-вторых, вблизи оси мала схемная вязкость, что также может приводить к нефизичным схемным эффектам. В-третьих, в осесимметричной задаче все фрагменты имеют вид торов, что не соответствует реальности. Тороидальные фрагменты при удалении от оси симметрии тормозятся быстрее, чем в соответствующей трехмерной задаче. Кроме того, эксперименты по обтеканию жидких капель (Sharma и др., 2021) показывают, что разрушение жидкой капли — трехмерный процесс, приводящий к неоднородной фрагментации по угловой координате (в цилиндрической системе координат).

Трехмерные расчеты требуют больших затрат компьютерного времени, не менее, чем на два порядка больше, чем двумерные. Их трудно осуществить в задаче торможения тела в атмосфере Земли. В связи с этим, чтобы оценить картину падения в отсутствие недостатков, связанных с осевой симметрией, была рассмотрена плоскопараллельная двумерная задача полета цилиндра бесконечной длины в направлении, перпендикулярном его оси. Задача решалась в декартовых координатах. Диаметр цилиндра был равен 40 м. Результаты моделирования показаны на рис. 3. Высоты торможения значительно ниже, чем в случае сферического тела, так как тело в такой геометрии тормозится медленнее. Начиная с высоты 30 км, симметрия движения нарушается. Тем не менее

качественно картина движения и разрушения тела вполне соответствует осесимметричной задаче. Тело полностью разваливается на осколки и лишь затем, на высотах менее 10 км, начинает существенно тормозиться.

На рис. 4 показана зависимость скорости разрушенного астероида или роя его фрагментов от высоты. Эта скорость определялась как скорость передней части роя. На высоте 17.5 км скорость еще составляет около 19.2 км/с. На этом же рисунке показана скорость из статьи (Шувалов, Трубецкая, 2010), которая за счет испарения фрагментов, начиная с высоты 16 км, падает быстрее, чем без испарения. В случае плоской геометрии зависимость скорости от высоты аналогична случаю осевой симметрии, хотя торможение происходит примерно на 10 км ниже.

СОПОСТАВЛЕНИЕ ПАНКЕЙК-МОДЕЛЕЙ

Рассмотрим, что дают панкейк-модели для выбранного варианта входа астероида в атмосферу (диаметр 40 м, скоростью 20 км/с, угол 45°), и сравним их между собой и с результатом гидродинамического моделирования. Расчеты по панкейк-моделям проводились численно, начиная с высоты 50 км. Были выбраны константы, полученные или рекомендованные авторами. На рис. 5 показаны зависимости скорости и потерь кинетической энергии $d(MV/2)/dt$ от высоты h .

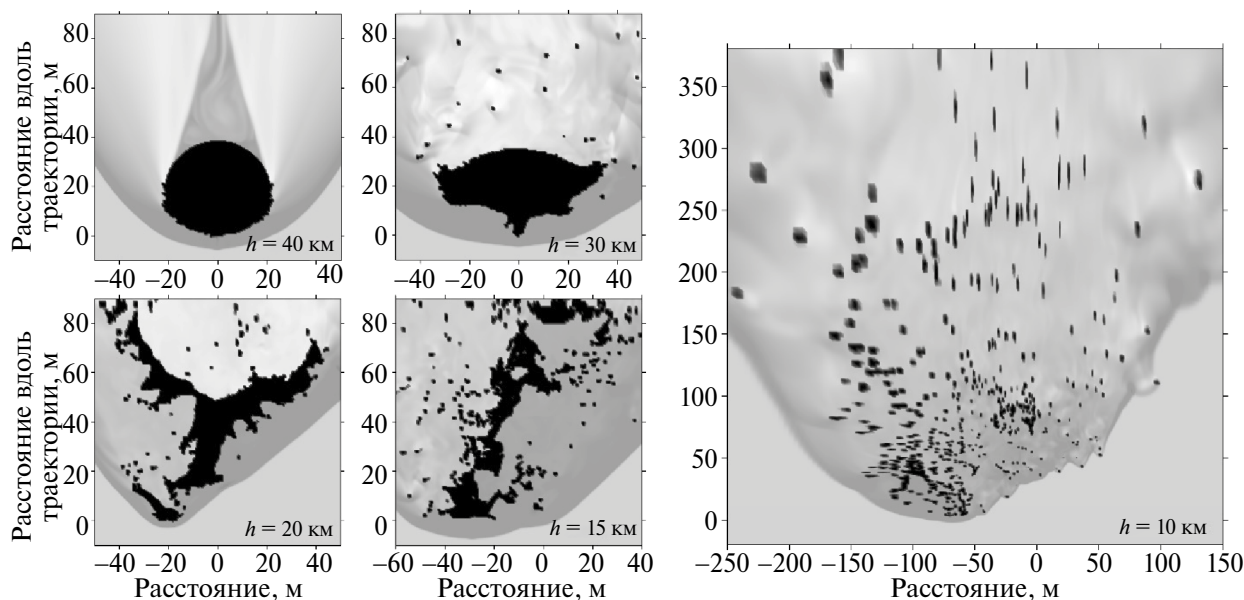


Рис. 3. Разрушение астероида в виде бесконечного цилиндра диаметром 40 м, вошедшего в атмосферу со скоростью 20 км/с под углом 45° к поверхности Земли и раздробившегося на высоте 50 км.

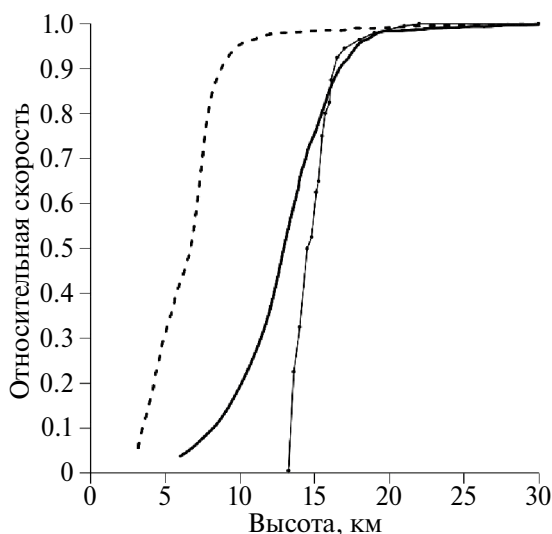


Рис. 4. Зависимость скорости астероида с начальным диаметром 40 м, деленной на начальную скорость, в случае сферического тела (толстая сплошная кривая) и в виде бесконечного цилиндра (штриховая кривая). Тонкой сплошной кривой показана зависимость скорости астероида из работы (Шувалов, Трубецкая, 2010) с учетом испарения и в отсутствии трения.

Наилучшее совпадение с результатами моделирования дает модель (Avramenko и др., 2014). В ней разлет частиц происходит наиболее быстро. Результаты по панкейк-моделям (Chyba

и др., 1993) и (Григорян и др., 2013) практически совпадают вследствие сходства их уравнений. Но торможение происходит несколько ниже, а скорость падает несколько медленнее, за исключением начального этапа на высотах выше 20 км. С учетом не полной детерминированности результатов гидродинамического моделирования эти модели кажутся вполне приемлемыми для прогнозирования результатов падений.

Модель (Hills, Goda, 1993) дает чересчур быстрый рост радиуса и падение скорости за счет большого коэффициента c . Сравнение ее с моделью (Григорян и др., 2013) показывает, насколько может изменяться высота максимума энерговыделения при изменении констант. В модели же (Брыкина, 2018), наоборот, основное торможение происходит медленнее. Здесь γ полагался равным 1. Выбором заранее неизвестного параметра $\gamma_{\max} = 8$ в (8) можно добиться повышения высоты максимума энерговыделения до 16 км, но высота и ширина кривой энерговыделения остается такой же, как в методе (Hills, Goda, 1993). Изменение (понижение) высоты максимума получается и при применении метода (Hills, Goda, 1993) с коэффициентом $c = 1$ вместо 1.87. Оказывается, что результат сильно зависит от подгоночных параметров. Путем их подбора можно согласовать между собой модели, основанные на разных предположениях.

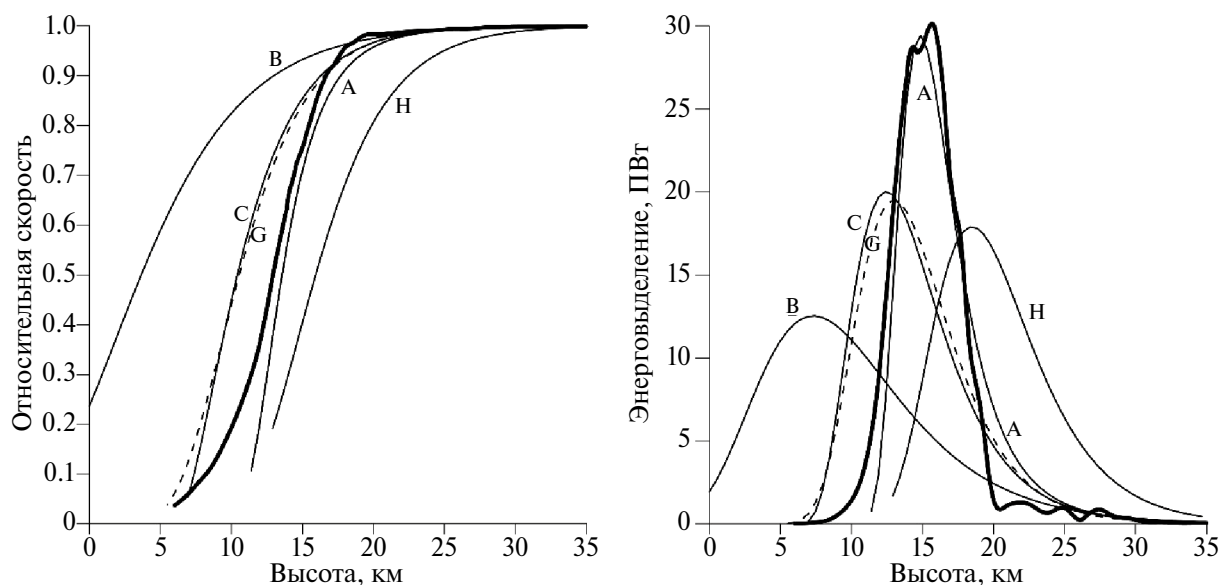


Рис. 5. Сравнение скорости, деленной на начальную скорость входа, и потерь кинетической энергии между различными панкейк-моделями. Толстая кривая — результат гидродинамического моделирования. Тонкие кривые относятся к моделям: А — (Avramenko и др., 2014), В — (Брыкина, 2018), С — (Chyba и др., 1993), G — (Григорян и др., 2013), Н — (Hills, Goda, 1993).

На рис. 6 приведено сравнение радиусов объектов по различным моделям. Их рост соответствует приведенным выше уравнениям (2), (3), (5), (6), (10). В то же время зависимость $r(h)$, полученная путем гидродинамического моделирования, существенно отличается от панкейк-моделей. До высоты 22 км радиус несколько меньше, чем дают панкейк-модели, но затем происходит резкий рост r за счет интенсивного разлета фрагментов. После достижения пика $r(h)$ спадает из-за интенсивного торможения фрагментов, начиная с внешней части роя.

Расчеты по панкейк-моделям были также проведены для падения астероида диаметром 1.5 км со скоростью 20 км/с под углом 45° в атмосфере Венеры, что соответствует варианту численного моделирования в работах (Шувалов, 2022; Шувалов, Иванов, 2023). Сравнение результатов показано на рис. 7. Модели (Григорян и др., 2013) и (Avramenko и др., 2014) неплохо согласуются с результатом моделирования в двумерной осесимметричной геометрии.

Когда полет происходит в земной атмосфере, тело сначала превращается в рой осколков, который через некоторое время начинает тормозиться. Как следует из работ (Шувалов, 2022; Шувалов, Иванов, 2023), в расчетах для атмосферы Венеры тело начинает заметно тормозиться,

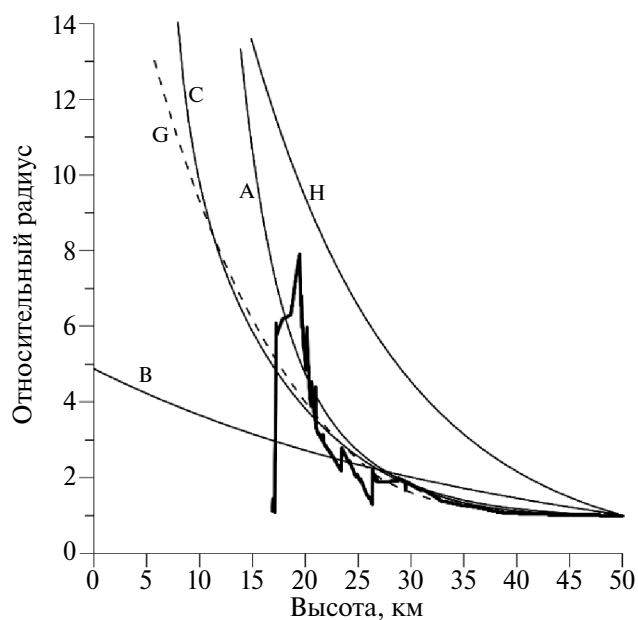


Рис. 6. Сравнение радиуса тела или роя фрагментов, деленного на начальный радиус астероида, между различными панкейк-моделями. Толстая кривая — результат гидродинамического моделирования. Тонкие линии относятся к моделям: А — (Avramenko и др., 2014), В — (Брыкина, 2018), С — (Chyba и др., 1993), G — (Григорян и др., 2013), Н — (Hills, Goda, 1993).

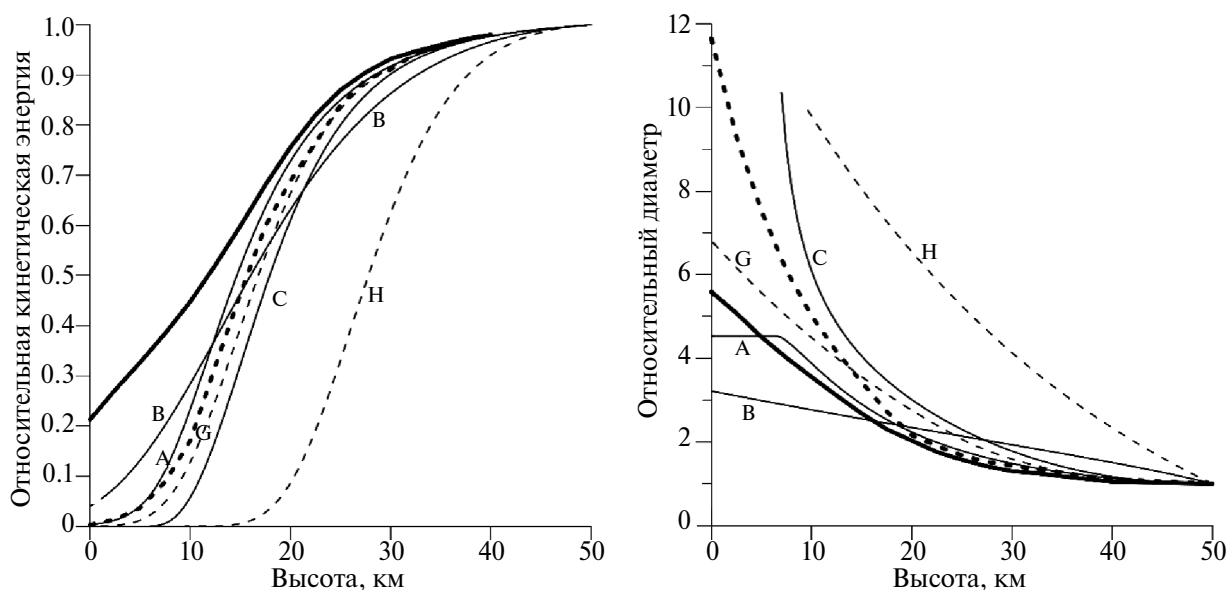


Рис. 7. Сравнение кинетической энергии и диаметра тела или роя фрагментов, деленного на начальный диаметр астероида, для варианта падения астероида диаметром 1.5 км со скоростью 20 км/с под углом 45° в атмосфере Венеры. Толстые кривые — результаты гидродинамического моделирования из статьи (Шувалов, Иванов, 2023); сплошная — в трехмерной геометрии, штриховая — в двумерной осесимметричной геометрии. Тонкие линии относятся к панкейк-моделям: А — (Avramenko и др., 2014); В — (Брыкина, 2018); С — (Chyba и др., 1993); G — (Григорян и др., 2013); H — (Hills, Goda, 1993).

когда оно еще сохраняет связность, за счет большой плотности атмосферы. В трехмерных расчетах фрагментация происходит позже, чем в осесимметричном случае. Так на высоте 20 км астероид превращается в диск, радиус которого в 2 раза больше начального радиуса сферического тела, а скорость этого диска уже примерно на 15% ниже начальной. Образование отдельных крупных (жидких) фрагментов происходит уже при пониженных скоростях, и они не успевают разрушиться на более мелкие фрагменты до удара о поверхность Венеры. В осесимметричном случае тело приобретает более искаженную форму и распадается на фрагменты раньше.

Можно предположить, что для рассмотренного варианта в земной атмосфере на стадии торможения не произойдет образование отдельных крупных фрагментов, поскольку фрагментация происходит еще при сохранении высокой начальной скорости. По крайней мере в двумерной плоско-параллельной задаче не наблюдается такой тенденции. Для такой несколько абстрактной плоско-параллельной задаче не удалось получить согласование зависимости скорости, приведенной на рис. 4, при применении различных панкейк-моделей даже при вариации коэффициентов в их уравнениях. Но хорошего

согласования удастся добиться при применении комбинации двух методов. А именно, до высоты около 10 км, когда в рое еще присутствуют крупные фрагменты, — метода (Григорян и др., 2013), а ниже, когда радиус роя в пять раз превышает начальный радиус тела, — метода (Avramenko и др., 2014), который дает резкое торможение роя мелких фрагментов. Аналогичная комбинация может быть применена и к осесимметричной задаче, давая хорошее согласование.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Сравнение результатов вычислений по панкейк-моделям с результатами численного моделирования показывает, что модели (Avramenko и др., 2014), (Григорян и др., 2013) и (Chyba и др., 1993) дают вполне приемлемые результаты при отсутствии абляции для прогнозирования торможения и энерговыделения астероидов, имеющих низкую прочность и диаметр порядка нескольких десятков метров, в атмосфере Земли. Возможна комбинация двух моделей. На начальном этапе торможения, когда космический объект сохраняет связность, из-за развития неустойчивостей его форма может принимать различный, непредсказуемый вид. Поэтому неправомерно основывать

модель на предположении определенной формы расплющенного тела, например, как это сделано в работе (Брыкина, 2018). Но поскольку торможение начинается лишь когда сформируется рой фрагментов, то модели, учитывающие расширение роя, могут быть приемлемыми и в случае, когда тело в начале имеет неправильную форму.

Панкейк-модели, по существу, предполагают наличие осевой симметрии. Поэтому в случаях, когда однородность облака нарушается, как в примере торможения тела в атмосфере Венеры, точность моделей падает. Пределы применимости панкейк-моделей теоретически ограничиваются сверху размерами тел, при падении которых космическое тело деформируется квазистатично, т.е. звуковые волны отражаются внутри него достаточно быстро по сравнению со временем нарастания динамической нагрузки, обусловленного снижением в атмосфере. Это ограничивает диаметры тел величинами 1–2 км, при которых вообще не происходит существенного торможения в атмосфере.

В работе (Svetsov и др., 1995) сделаны оценки, ограничивающие размеры снизу, в предположении, что тело или его твердые фрагменты имеют прочность, степенным образом зависящую от их размеров, и что они не дробятся, если динамическая нагрузка меньше их прочности. При дроблении тела на две части они разделяются в основном за счет взаимодействия их головных ударных волн, и это разделение занимает некоторое время, которое тем меньше, чем меньше размер фрагмента. Поэтому мелкие тела имеют тенденцию дробиться на ограниченное число более прочных фрагментов, которые летят в атмосфере независимо друг от друга. Время же разделения фрагментов крупных тел может быть больше, чем время нарастания динамической нагрузки, и тогда крупное тело снижается как единое тело, дробясь все больше и больше. Приближенный критерий применимости панкейк-моделей, выведенный в (Svetsov и др., 1995), ограничивает радиус тела величиной

$$r > 0.39H \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sin \theta}, \quad \rho = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}}. \quad (13)$$

Для величин $H = 7$ км, $\rho_m = 3$ г/см³ и $\theta = 45^\circ$ соотношение (13) сводится к виду

$$14 \ln r > 61 - h, \quad (14)$$

где r измеряется в метрах. Соотношения (13) и (14) можно рассматривать как ограничение на r в определенном диапазоне высот, так и как ограничение

на нижний предел h диапазона высот, в котором применимы панкейк-модели для заданного r . Для всей атмосферы, т.е. для $h = 0$, из (14) следует $r > 78$ м. Но торможение может закончиться на некоторой высоте. Для тела с параметрами Челябинского астероида ($r = 10$ м, $\theta = 19^\circ$) из (13) получается, что $h > 40$ км. Фрагментация этого астероида началась на высоте около 55 км, а пик свечения наблюдался на высоте ~30 км (Ророва и др., 2013). Таким образом, теоретически панкейк-модели применимы лишь к началу траектории Челябинского астероида.

Существенным недостатком критерия (13) является недостаточная точность в оценке прочности и зависимость от закона ее изменения. Поскольку панкейк-модели и гидродинамическое моделирование довольно успешно применялись к Челябинскому событию, хотя некоторые фрагменты с общей массой порядка 0.01% от начальной достигли поверхности Земли, можно предположить, что параметры Челябинского астероида находятся на пределе применимости панкейк-моделей. В работе (Svetsov и др., 1995) панкейк-модель (Chyba и др., 1993) довольно успешно применялась и для интерпретации световых кривых при падении астероидов с диаметрами 3–4 м и высотами максимума излучения 30–43 км. Для вертикального падения тела радиусом 2 м оценка (13) дает предел $h > 46$ км. Возможно, что такие относительно небольшие астероиды имеют меньшую зависимость прочности их фрагментов от размера, чем предполагалось при выводе (13).

На Венере ($H = 17$ км, $\rho_0 = 67 \times 10^{-3}$ г/см³) для ударов астероидов диаметром 1.5 км под углом 45° формальный предел применимости панкейк-моделей $h > 20$ км. Таким образом, в этом случае до удара о поверхность могут образоваться отдельные твердые фрагменты.

В марсианской атмосфере ($H = 11$ км, $\rho_0 = 0.02 \times 10^{-3}$ г/см³) для $\theta = 45^\circ$ и $h = 0$ формула (13) дает $r > 40$ см. На Марсе в кластерах (кратерных полях) наблюдаются кратеры размером от 1 до 6 м со средним значением 2.5 м. Оценки размеров каменных тел, которые могут образовывать такие кратеры, для скорости входа тела в атмосферу 10 км/с, близкой к средней, и $\theta = 45^\circ$, дают диаметры ударников от ~20 см до ~40 см (Подобная и др., 2020). При уменьшении угла входа до 15° или уменьшении скорости входа оцененные диаметры ударников увеличиваются примерно вдвое. Это как раз совпадает с оценкой (13) для размера фрагментов, которые начинают падать отдельно. Оценка (13) для Марса оказывается точнее, так как импакторы, представляющие интерес, меньше

и поэтому ближе по размерам к метеоритам, для которых проводились измерения прочности, а на эти измерения опирается оценка (13).

В большинстве случаев падений тел в атмосфере Земли при скоростях порядка средней скорости входа в атмосферу возникает их абляция. Путем подгонки ряда параметров удавалось согласовать расчеты с измерениями в Челябинском событии. Но, по существу, в случае испарения астероида панкейк-модели оказываются необоснованными. Во-первых, в них описывается движение лишь неиспаренной массы, а пар рассматривается как потерянная массы. Но это не соответствует результатам гидродинамического моделирования, поскольку пар летит вместе с фрагментами, и после полной абляции струя пара может продолжать движение и затормозиться позже. Во-вторых, не обоснована возможность применения коэффициента теплопередачи или коэффициента абляции, полученного для движения одного тела, к рою фрагментов. Следует заметить, что и для одного тела определение коэффициента теплопередачи представляет собой нерешенную проблему.

Данная работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (рег. № 122032900176-3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагин М.Д., Брыкина И.Г. О моделировании энерговыделения фрагментированного метеороида в атмосфере // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2021. № 4. С. 114–124.
2. Брыкина И.Г. О модели фрагментации крупного метеороида: моделирование взаимодействия Челябинского метеороида с атмосферой // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 437–446. (Brykina I.G. Large meteoroid fragmentation: Modeling the interaction of the Chelyabinsk meteoroid with the atmosphere // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 5. P. 426–434.)
3. Григорян С.С. О движении и разрушении метеороидов в атмосферах планет // Космич. исслед. 1979. Т. 17. № 6. С. 875–893.
4. Григорян С.С. О столкновении кометы Шумейкеров–Леви-9 с Юпитером в июле 1994 года // Докл. РАН. 1994. Т. 338. № 6. С. 752–754.
5. Григорян С.С., Ибодов Ф.С., Ибодов С.И. Челябинский суперболид: к физике взрыва // Астрон. вестн. 2013. Т. 47. № 4. С. 292–298. (Grigoryan S.S., Ibodov F.S., Ibodov S.I. Physical mechanism of Chelyabinsk superbolide explosion // Sol. Syst. Res. 2013. V. 47. № 4. P. 268–274.)
6. Иванов Б.А. Удары космических тел как геологический фактор // Катастрофические воздействия космических тел / Ред.: Адушкин В.В., Немчинов И.В. М.: ИКЦ “Академкнига”, 2005. С. 118–150.
7. Мелюш Г. Образование ударных кратеров: геологический процесс. М.: Мир, 1994. 336 с.
8. Подобная Е.Д., Попова О.П., Глазачев Д.О. Эллипсы рассеяния для недавно образованных кластеров на Марсе // Динамич. процессы в геосферах. 2020. Т. 12. С. 89–98.
9. Шувалов В.В., Трубецкая И.А. Гигантские болиды в атмосфере Земли // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 3. С. 241–251. (Shuvalov V.V., Trubetskaya I.A. Aerial bursts in the terrestrial atmosphere // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 3. P. 220–230.)
10. Шувалов В.В., Трубецкая И.А. Влияние внутреннего трения на деформацию метеороида // Астрон. вестн. 2010. Т. 44. № 2. С. 117–122. (Shuvalov V.V., Trubetskaya I.A. The influence of internal friction on the deformation of a damaged meteoroid // Sol. Syst. Res. 2010. V. 44. № 2. P. 104–109.)
11. Шувалов В.В., Светцов В.В., Трубецкая И.А. Оценка размера зоны разрушений, производимых на поверхности Земли ударами астероидов размером 10–300 метров // Астрон. вестн. 2013. Т. 47. № 4. С. 284–281. (Shuvalov V.V., Svetsov V.V., Trubetskaya I.A. An estimate for the size of the area of damage of the Earth’s surface after impacts of 10–300-m asteroids // Sol. Syst. Res. 2013. V. 47. № 4. P. 260–267.)
12. Шувалов В.В., Попова О.П., Светцов В.В., Трубецкая И.А., Глазачев Д.О. Определение высоты метеорного взрыва // Астрон. вестн. 2016. Т. 50. № 1. С. 3–14. (Shuvalov V.V., Popova O.P., Svetsov V.V., Trubetskaya I.A., Glazachev D.O. Determination of the height of the “meteoric explosion” // Sol. Syst. Res. 2016. V. 50. № 1. P. 1–12.)
13. Шувалов В.В. Численное моделирование торможения астероидов в атмосфере Венеры // Динамич. процессы в геосферах. 2022. Т. 14. № 2. С. 92–98.
14. Шувалов В.В., Иванов Б.А. Трехмерное моделирование торможения астероидов в атмосфере Венеры // Динамич. процессы в геосферах. 2023. Т. 15. № 1. С. 54–62.
15. Ahrens T.J., Takata T., O’Keefe J.D. Impact of Comet Shoemaker–Levy 9 on Jupiter // Geophys. Res. Lett. 1994. V. 21. № 11. P. 1087–1090.
16. Artemieva N.A., Shuvalov V.V. Motion of a fragmented meteoroid through the planetary atmosphere // J. Geophys. Res. 2001. V. 106. № E2. P. 3297–3309.

17. *Artemieva N.A., Shuvalov V.V.* From Tunguska to Chelyabinsk via Jupiter // *Ann. Rev. Earth and Planet. Sci.* 2016. V. 44. P. 37–56.
18. *Avramenko M.I., Glazyrin I.V., Ionov G.V., Karpeev A.V.* Simulation of the airwave caused by the Chelyabinsk superbolide // *J. Geophys. Res.: Atmospheres.* 2014. V. 119. P. 7035–7050.
19. *Borovička J., Popova O., Spurný P.* The Maribo CM2 meteorite fall—Survival of weak material at high-entry speed // *Meteorit. and Planet. Sci.* 2019. V. 54. P. 1024–1041.
20. *Boslough M.B., Crawford D.A., Robinson A.C., Trucano T.G.* Mass and penetration depth of Shoemaker-Levy 9 fragments from time-resolved photometry // *Geophys. Res. Lett.* 1994. V. 21. № 14. P. 1555–1558.
21. *Brown P.G., Assink J.D., Astiz L., Blaauw R., Boslough M.B., Borovička J., Brachet N., Brown D., Campbell-Brown M., Ceranna L., and 23 co-authors.* A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors // *Nature.* 2013. V. 503. P. 238–241.
22. *Brykina I.G., Bragin M.D.* On models of meteoroid disruption into the cloud of fragments // *Planet. and Space Sci.* 2020. V. 187. Id. 104942.
23. *Chyba C.F., Thomas P.J., Zahnle K.J.* The 1908 Tunguska explosion: atmospheric disruption of a stony asteroid // *Nature.* 1993. V. 361. № 6407. P. 40–44.
24. *Collins G.S., Lynch E., McAdam R., Davison T.M.* A numerical assessment of simple airblast models of impact airbursts // *Meteorit. and Planet. Sci.* 2017. V. 52. P. 1542–1560.
25. *Crawford D.A., Boslough M.B., Trucano T.G., Robinson A.C.* The impact of Comet Shoemaker-Levy 9 on Jupiter // *Shock Waves.* 1994. V. 4. № 1. P. 47–50.
26. *Field G.B., Ferrara A.* The behavior of fragments of comet Shoemaker-Levy 9 in the atmosphere of Jupiter // *Astron. J.* 1995. V. 438. P. 957–967.
27. *Hébert D., Rullier J.-L., Chevalier J.-M., Bertron I., Lescoute E., Viot F., El-Rabii H.* Investigation of mechanisms leading to water drop breakup at Mach 4.4 and Weber numbers above 10^5 // *SN Appl. Sci.* 2020. V. 2. № 1. Id. A69.
28. *Hills J.H., Goda M.H.* The fragmentation of small asteroids in the atmosphere // *Astron. J.* 1993. V. 105. № 3. P. 1114–1144.
29. *Ivanov B.A., Basilevsky A.T., Neukum G.* Atmospheric entry of large meteoroids: Implication to Titan // *Planet. and Space Sci.* 1997. V. 45. № 8. P. 993–1007.
30. *Ivanov B.A., Deutsch A.* Sudbury impact event: Cratering mechanics and thermal history // *Large meteorite impacts and planetary evolution II* / Eds: Dressler B.O., Sharpton V.L. *Geol. Soc. Am. Sp. Pap.* 1999. V. 339. P. 389–397.
31. *Korycansky D.G., Zahnle K.J., MacLow M.-M.* High-resolution simulations of the impacts of asteroids into the Venusian atmosphere II: 3D models // *Icarus.* 2002. V. 157. № 1. P. 1–23.
32. *Korycansky D.G., Zahnle K.J.* High-resolution simulations of the impacts of asteroids into the Venusian atmosphere III: further 3D models // *Icarus.* 2003. V. 161. № 2. P. 244–261.
33. *McMullan S., Collins G.S.* Uncertainty quantification in continuous fragmentation airburst models // *Icarus.* 2019. V. 327. P. 19–35.
34. *Melosh H.J., Ivanov B.A.* Impact crater collapse // *Ann. Rev. Earth and Planet. Sci.* 1999. V. 27. P. 385–425.
35. *Popova O.P., Jenniskens P., Emel V., Kartashova A., Biryukov E., Khaibrakhmanov S., Shuvalov V., Rybnov Y., Dudorov A., Grokhovsky V.I., and 49 co-authors.* Chelyabinsk airburst, damage assessment, meteorite recovery, and characterization // *Science.* 2013. V. 342. P. 1069–1073.
36. *Register P.J., Mathias D.L., Wheeler L.F.* Asteroid fragmentation approaches for modeling atmospheric energy deposition // *Icarus.* 2017. V. 284. P. 157–166.
37. *Sharma S., Singh A.P., Rao S.S., Kumar A., Basu S.* Shock induced aerobreakup of a droplet // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 929. Id. A27. (32 p.)
38. *Shuvalov V.V.* Multi-dimensional hydrodynamic code SOVA for interfacial flows: Application to thermal layer effect // *Shock Waves.* 1999. V. 9. № 6. P. 381–390.
39. *Shuvalov V.V., Artem'eva N.A., Kosarev I.B.* 3D hydrodynamic code SOVA for multimaterial flows, application to Shoemaker-Levy 9 comet impact problem // *Int. J. Impact Engineering.* 1999. V. 23. P. 847–858.
40. *Shuvalov V.V., Artemieva N.A.* Numerical modeling of Tunguska-like impacts // *Planet. and Space Sci.* 2002. V. 50. P. 181–192.
41. *Shuvalov V., Svetsov V., Popova O., Glazachev D.* Numerical model of the Chelyabinsk meteoroid as a strengthless object // *Planet. and Space Sci.* 2017. V. 147. P. 38–47.
42. *Svetsov V.V., Nemtchinov I.V., Teterev A.V.* Disintegration of large meteoroids in Earth's atmosphere: Theoretical models // *Icarus.* 1995. V. 116. P. 131–153.
43. *Zahnle K.J.* Airburst origin of dark shadows on Venus // *J. Geophys. Res.* 1992. V. 97. № E6. P. 10243–10255.
44. *Zahnle K.J., MacLow M.-M.* The collision of Jupiter and comet Shoemaker-Levy 9 // *Icarus.* 1994. V. 108. P. 1–17.