

УДК 528.94;523.4

КАРТОГРАФИРОВАНИЕ ГИПЕРИОНА В ПРОЕКЦИЯХ ТРЕХОСНОГО ЭЛЛИПСоиДА НА ОСНОВЕ НОВОЙ ОПОРНОЙ СЕТИ И ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ РЕЛЬЕФА

© 2024 г. А. И. Соколов^а, И. Е. Надеждина^б, М. В. Нырцов^а,
А. Э. Зубарев^б, М. Э. Флейс^с, Н. А. Козлова^{б,*}

^а Московский государственный университет (МГУ) имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^б Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК) Москва, Россия

^с Институт географии РАН, Москва, Россия

* e-mail: mexlab@miigaik.ru

Поступила в редакцию 30.05.2023 г.

После доработки 10.07.2023 г.

Принята к публикации 03.09.2023 г.

В работе были использованы данные о спутнике Сатурна Гиперионе, полученные по результатам полета космического аппарата (КА) Cassini, ввиду их полноты, разрешения и качества изображений. Они указали на хаотичность вращения Гипериона, вследствие чего возникла неоднозначность определения системы его координат, связанной с телом. Были получены размеры аппроксимирующего эллипсоида и параметры перехода из системы координат, первоначально принятой в предположении равномерного вращения Гипериона вокруг Сатурна, в систему координат, оси которой совпадают с осями найденного эллипсоида. Также была создана цифровая модель поверхности Гипериона, на основе которой были вычислены геодезические высоты относительно трехосного эллипсоида с определенными параметрами. Методика расчета высот основана на совместном использовании уравнения нормали к поверхности, проходящей через заданную точку, и уравнения собственно поверхности. В результате проведенных исследований была составлена карта Гипериона в проекции трехосного эллипсоида с горизонталями, построенными на основании вычисленных геодезических высот. Представлена оригинальная методика исследования характера вращения Гипериона с помощью проекции положения Сатурна на поверхность Гипериона для всех известных моментов времени в объектоцентрической системе координат. Реализация данной методики позволила предположить, что собственная ось вращения Гипериона прецессирует относительно наибольшей оси тела в направлении против часовой стрелки.

Ключевые слова: Гиперион, хаотическое вращение, проекции трехосного эллипсоида, картографирование Гипериона, опорная сеть, цифровая модель рельефа

DOI: 10.31857/S0320930X24010093, EDN: OGQNVN

ВВЕДЕНИЕ

Данные, полученные космическим аппаратом (КА) Cassini, позволили установить хаотичность вращения спутника Сатурна Гипериона, что потребовало уточнения планетоцентрической системы координат для этого небесного тела. Однако еще до полета Cassini была выбрана планетоцентрическая система координат, в которой были зарегистрированы названия некоторых форм рельефа поверхности. Для получения фотомозаики необходима поверхность относимости, в качестве которой могут выступать эллипсоид или сфера. В статье (Thomas и др., 2007) впервые представлена модель поверхности Гипериона, однако без приведения значений осей эллипсоида,

т. е. дан средний радиус сферы и размах значений радиус-векторов от 95 до 182 км. В 2010 г. впервые были опубликованы значения полуосей эллипсоида Гипериона (Thomas, 2010) и в более поздней статье (Harbison и др., 2011) они же были использованы для оценки вращения. Ввиду того, что миссия Cassini продолжалась вплоть до 2017 г. и за период с 2010 по 2016 гг. были получены новые снимки, в статье (Надеждина, Конопихин, 2022) приведена модель поверхности, полученная по всем имеющимся данным.

Вследствие подтвержденной хаотичности вращения Гипериона существует неоднозначность определения системы его координат, связанной с телом. Хаотичность вращения Гипериона не позволяет использовать прямой метод решения

задачи фотограмметрии. Вместо этого в качестве начальной принимается система координат, определенная исходя из предположения о равномерном вращении Гипериона вокруг Сатурна. Затем для пролета с наибольшим количеством изображений и продолжительностью по времени данные телеметрии приводятся в выбранную систему координат. После измерения связующих точек и уравнивания методом связок определяются координаты опорных точек на поверхности объекта и уточняются данные телеметрии, участвующие в самом длительном пролете. Для остальных изображений опорные точки и уточненные данные телеметрии используются с целью включения всех данных в обработку, что позволяет восстановить положение точек съемки, углов ориентирования камер и координат опорных точек в единой системе координат.

Затем облако опорных точек, полученных на основе фотограмметрической обработки изображений, аппроксимируется трехосным эллипсоидом и определяются параметры перехода от выбранной ранее системы координат к системе координат эллипсоида, пригодной для картографирования поверхности Гипериона.

В работе также проводится оценка характера вращения Гипериона на основе расчета проекции положения Сатурна на поверхность Гипериона для всех известных моментов времени в принятой объектоцентрической системе координат. Можно заметить, что положение Сатурна в системе координат Гипериона выстраивается в цепочки векторов, описывающие характер его вращения.

Для отображения рельефа Гипериона на карте представлена методика вычисления геодезических высот точек поверхности относительно трехосного эллипсоида с выбранными параметрами, основанная на совместном использовании уравнения нормали к поверхности, проходящей через заданную точку, и уравнения собственно поверхности.

В результате проведенных исследований была составлена карта Гипериона в цилиндрической и азимутальной проекциях меридианного сечения трехосного эллипсоида с горизонталями, построенными на основании вычисленных геодезических высот.

МИССИИ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Спутник Сатурна Гиперион являлся объектом исследования нескольких космических миссий. В рамках двух из них (Voyager-1, -2) состоялось всего по одному пролету над поверхностью тела с разрешением грубее 3 км, что не позволило восстановить модель его поверхности. Последняя



Рис. 1. Пример изображения Гипериона, полученного миссией Cassini (NASA/JPL/SpaceScienceInstitute).

миссия, проводившая исследования в системе Сатурна – это миссия Cassini. КА Cassini совершил девять успешных пролетов над поверхностью Гипериона в период с 2005 по 2016 гг. с разрешением от 23 м/пиксель до 3 км/пиксель. КА Cassini был оснащен комплектом из двух камер: широкоугольной (WAC) с фокусным расстоянием 200.77 мм и узкоугольной (NAC) с фокусным расстоянием 2003.44 мм. Размер каждого изображения составляет 1024 × 1024 пикселя. Для дальнейших исследований нами были использованы только данные, полученные по результатам полета Cassini, ввиду их полноты, разрешения и качества изображений (рис. 1).

ЗАДАНИЕ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ ГИПЕРИОНА ДЛЯ КАРТОГРАФИРОВАНИЯ

При определении системы координат для Гипериона существует неоднозначность. С одной стороны, планетоцентрическая система координат не определена в связи с хаотичностью его вращения (https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/pck/pck00011.tpc), что также подтверждается в (Wisdom и др., 1984). С другой стороны, имеются утвержденные Международным астрономическим союзом названия и координаты форм рельефа в этой самой системе координат (https://planetarynames.wr.usgs.gov/SearchResults?Target=75_Hyperion). Связано это с тем, что по данным полетов космических аппаратов Voyager не был достоверно установлен факт хаотичности вращения Гипериона, а результаты полета Cassini

указали именно на хаотичность, однако принятые названия и координаты особенностей рельефа менять не стали.

Ввиду описанной неоднозначности определения системы координат Гипериона рассмотрим подробнее этот вопрос. Из-за хаотичности вращения Гипериона прямой метод решения задачи фотограмметрии оказывается неработоспособным, что наглядно показано в статье (Надеждина, Конопихин, 2022). Также в ней рассмотрена методика получения положения координат и углов ориентирования камеры для всех моментов времени в единой системе координат. Необходимо остановиться на вопросе задания невращающейся системы координат тела подробнее.

Рассмотрим набор изображений, их метаданные и моменты времени, в которые они были получены. На основе телеметрии для каждого момента времени можно вычислить координаты точек съемки и ориентации камер в системах координат Сатурна (IAU Saturn), J2000. Однако, не зная параметров вращения Гипериона (IAU Hyperion), вычислить ориентацию и координаты КА на орбите относительно Гипериона невозможно. Для решения данной проблемы примем в качестве системы координат (IAU Hyperion) набор параметров, предполагающий равномерное вращение Гипериона вокруг Сатурна. Далее выберем пролет с наибольшим количеством изображений и длительностью по времени (предполагая, что изображения, полученные в данном пролете, обеспечат максимальное покрытие поверхности) и приведем данные телеметрии в принятую систему координат.

Выполнив измерение связующих точек и последующее уравнивание методом связок, определим координаты точек на поверхности объекта (опорных точек) и уточним данные телеметрии, участвующие в самом длительном пролете. Для всех остальных изображений будем использовать опорные точки и уточненные данные телеметрии как опорную информацию для включения всех данных в обработку. Включение всех данных в обработку позволяет восстановить положение точек съемки, углов ориентирования камер и координат опорных точек в единой системе координат. Однако оси этой директивно принятой системы координат могут не соотноситься с осями инерции тела, поскольку при ее назначении не были известны параметры вращения Гипериона, а фактически они были назначены.

Облако опорных точек, полученных на основе фотограмметрической обработки изображений, определяет форму тела, на основе которой можно выбрать (установить) систему координат, пригодную для картографирования. Для установления такой системы координат выделим главные гео-

метрические оси тела. Аппроксимируем облако опорных точек эллипсоидом, удовлетворяющим следующим условиям:

1) $a > b > c$, где a – наибольшая полуось, c – наименьшая;

2) $\sum PV^2 = \min$ – сумма квадратов отклонения опорных точек от поверхности эллипсоида минимальна, путем решения уравнения поправок вида:

$$V = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1,$$

$$P = \frac{1}{\sigma^2},$$

где: V – отклонение от поверхности эллипсоида каждой точки; P – вес измеренной точки; σ – средняя квадратическая ошибка конкретной точки.

Полуоси полученного таким образом аппроксимирующего эллипсоида имеют размеры 177.6 км, 128.5 км и 105.6 км. Далее необходимо определить параметры перехода из ранее введенной системы координат в систему координат, оси которой совпадают с осями найденного эллипсоида. После этого картографическая система координат считается заданной: направления осей системы координат Гипериона совпадают с осями выбранного эллипсоида a , b , c ; центр эллипсоида совпадает с геометрическим центром масс облака опорных точек, при условии постоянной плотности тела.

Для максимально точного отображения проекции изображений на поверхность выбранного эллипсоида необходимо сгустить опорную сеть, состоящую из чуть более 2000 точек. Сгущение опорной сети осуществляется автоматическими методами построения цифровых моделей поверхности, наиболее точным из которых является метод Semi-Global Matching (SGM) (Hirschmuller, 2005). Сгущение опорной сети выполнено цифровой фотограмметрической системе (ЦФС) PHOTOMOD7.3, в результате чего было отождествлено порядка 1 млн точек поверхности Гипериона. Полученное плотное облако точек подверглось фильтрации и было преобразовано в криволинейную систему координат (широта-долгота-высота), тем самым получена цифровая модель поверхности (ЦМП) Гипериона. Далее выполнено ортотрансформирование изображений в эту же систему координат на основе ЦМП и уточненных данных о положении и ориентации КА Cassini. Полученные отдельные ортотрансформированные изображения были объединены в единую мозаику с последующим глобальным и локальным выравниванием яркости. Окончательная фотометрически скорректированная мозаика и ЦМП явились основой для дальнейшего картографирования спутника.

ОЦЕНКА ХАРАКТЕРА ВРАЩЕНИЯ ГИПЕРИОНА

Системы координат тел определяются исходя из характера вращения тел. Для тел с регулярным вращением ось Y системы координат определяет направление на центральное тело, ось X задает направление движения по орбите, ось Z дополняет систему до правой, что можно проиллюстрировать на примере Луны (рис. 2).

Характер вращения (западное или восточное) определяет направление отсчета долгот и поэтому требует детального рассмотрения. С целью установить направление вращения Гипериона мы рассчитали проекцию положения центрального тела (Сатурна) на поверхность Гипериона для всех известных моментов времени в принятой объектоцентрической системе координат, что наглядно представлено на ортомозаике его поверхности (рис. 3).

Можно заметить, что положение Сатурна в системе координат Гипериона выстраивается в цепочки векторов, описывающие характер его вращения. Например, для случая регулярного синхронного вращения положение центрального тела концентрировалось бы вблизи одной точки (как в системе Земля–Луна (рис. 2), где период собственного вращения и сидерический период близки) или представляло бы линию (как в случае, например, Марса и Фобоса, Сатурна и Энцелада и т. д.). К сожалению, из-за скудности данных описать характер вращения Гипериона не представляется возможным, тем не менее можно говорить о том, что собственная ось вращения Гипериона обладает прецессией отно-

сительно наибольшей оси тела, принятой нами за ось X (совпадает с большей полуосью эллипсоида a), в направлении против часовой стрелки. Далее мы вычислили среднюю скорость собственного вращения Гипериона, что эквивалентно $60.13^\circ \pm 16.4^\circ$ в сутки. Полученные результаты согласуются с данными (Harbison и др., 2011; Thomas и др., 1995).

Поскольку положение оси вращения Гипериона значительно отличается от положения наименьшей оси найденного нами аппроксимирующего эллипсоида, определение направления отсчета долгот по направлению вращения для этого небесного тела затруднительно. Поэтому для картографирования нами выбрана система планетоцентрических координат с отсчетом долгот на восток.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЫСОТ

Для отображения рельефа Гипериона на карте рассмотрим определение геодезических высот. Вычисление геодезической высоты относительно трехосного эллипсоида основано на совместном использовании уравнения нормали к поверхности, проходящей через заданную точку, и уравнения собственно поверхности. Метод вычисления предложен в (Флейс и др., 2019).

Расстояние h от точки физической поверхности небесного тела (x_0, y_0, z_0) до математической поверхности (геодезическая высота) задается отрезком прямой, перпендикулярной этой поверхности и проходящей через точку (x_0, y_0, z_0) .

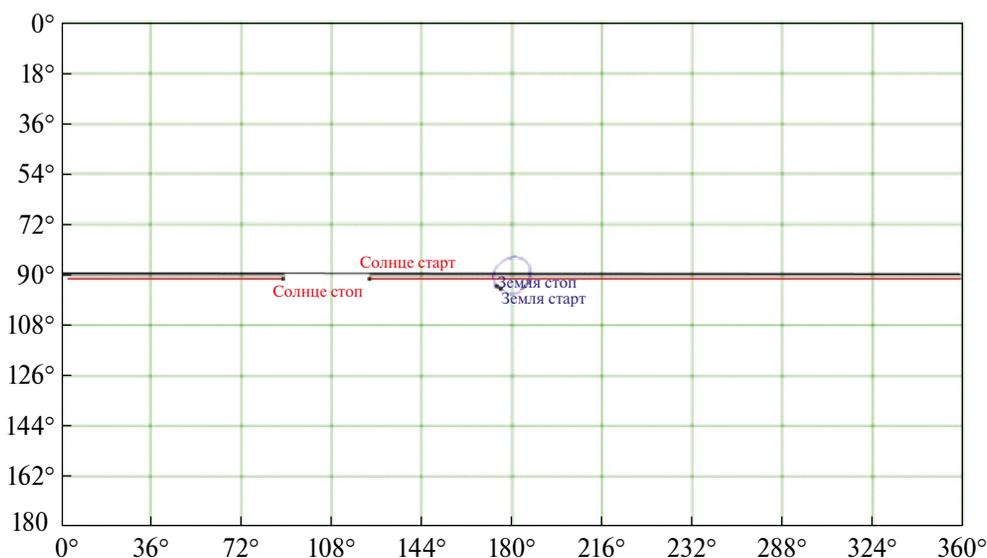


Рис. 2. Мнимый наблюдатель на полюсе Луны (топоцентрическая СК), ориентированный по нулевому меридиану. Синяя траектория — изменение положения Земли (реальный угловой размер) за 28 земных суток. Красная траектория — изменение положения Солнца за тот же период. По горизонтальной оси указан азимут направления, по вертикальной — зенитное расстояние в градусах.

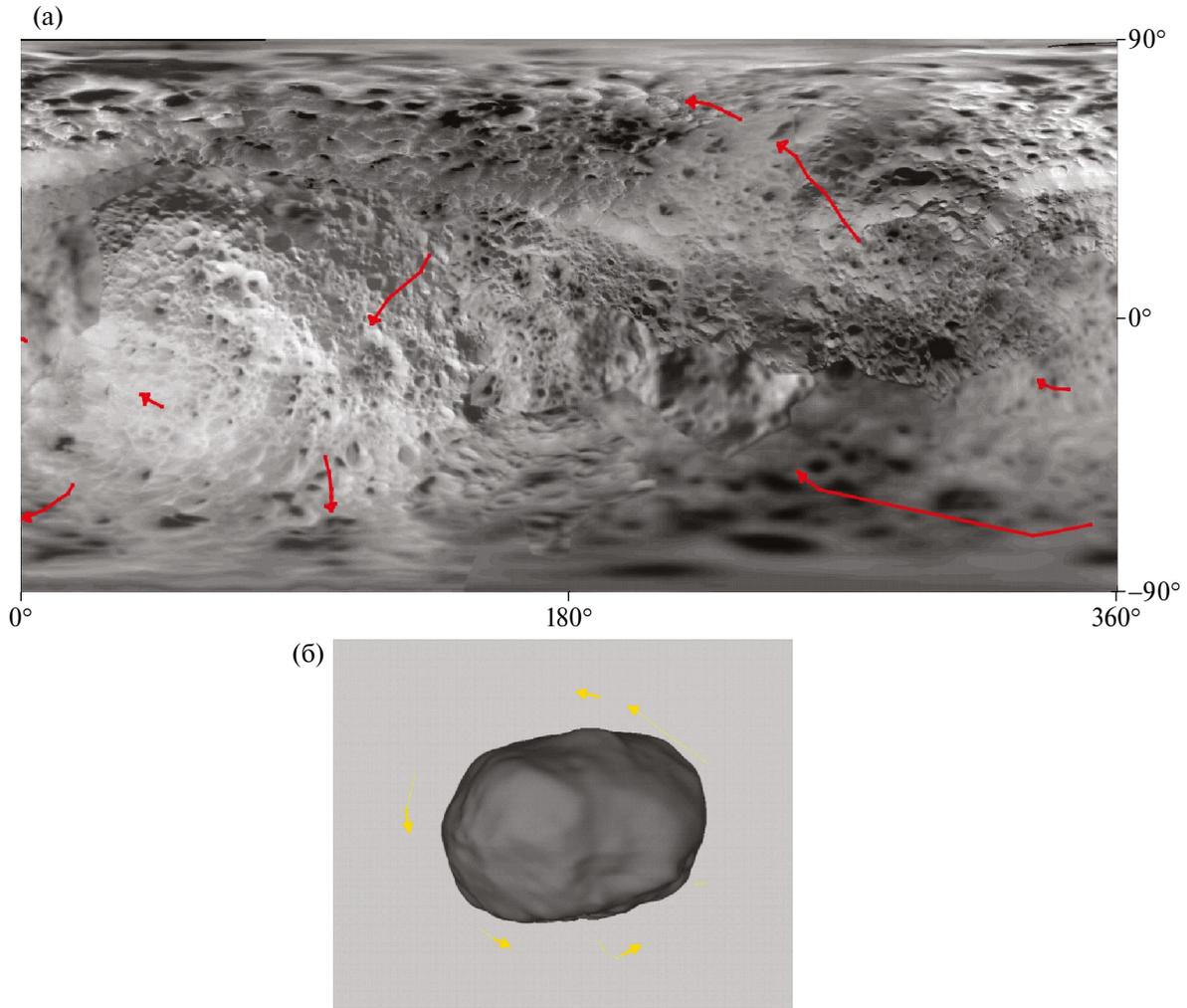


Рис. 3. Определение характера вращения Гипериона. Стрелками показано “мгновенное” направление движения проекции Сатурна по поверхности Гипериона: (а) – на ортоmosaике; (б) – на 3D-модели Гипериона.

$$h = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}, \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки на поверхности.

Уравнение прямой:

$$\frac{x_0 - x}{\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x}} = \frac{y_0 - y}{\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y}} = \frac{z_0 - z}{\frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z}}$$

где $f(x, y, z) = C$ – уравнение математической поверхности.

Если исходные данные представлены в виде цифровой модели рельефа Φ, λ, r , то координаты x_0, y_0, z_0 получаются из формул:

$$x_0 = r \cos \Phi \cos \lambda, y_0 = r \cos \Phi \sin \lambda, z_0 = r \sin \Phi,$$

где r – длина радиус-вектора в точку (x_0, y_0, z_0) .

Если в качестве математической поверхности принят трехосный эллипсоид с полуосями a, b и c , то получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x_0 - x}{\frac{x}{a^2}} = \frac{y_0 - y}{\frac{y}{b^2}}, \\ \frac{x_0 - x}{\frac{x}{a^2}} = \frac{z_0 - z}{\frac{z}{c^2}}, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

или

$$\begin{cases} \frac{x_0 - x}{x} = \frac{(1 - e_{ab}^2)(y_0 - y)}{y}, \\ \frac{x_0 - x}{x} = \frac{(1 - e_{ac}^2)(z_0 - z)}{z}, \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \end{cases} \quad (3)$$

где $e_{ab}^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ – квадрат эксцентриситета экваториального эллипса, $e_{ac}^2 = \frac{a^2 - c^2}{a^2}$ – квадрат эксцентриситета эллипса начального меридиана.

Для повышения точности вычислений сделаем подстановку:

$$x_0 = ax_{0n}, y_0 = by_{0n}, z_0 = cz_{0n}, x = ax_n, y = by_n, z = cz_n.$$

Затем, выразив y_n и z_n через x_n , получим следующую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_n = \frac{(1 - e_{ab}^2)y_{0n}x_n}{x_{0n} - e_{ab}^2x_n}, \\ z_n = \frac{(1 - e_{ac}^2)z_{0n}x_n}{x_{0n} - e_{ac}^2x_n}, \\ x_n^2 + \frac{(1 - e_{ab}^2)^2 y_{0n}^2 x_n^2}{(x_{0n} - e_{ab}^2 x_n)^2} + \frac{(1 - e_{ac}^2)^2 z_{0n}^2 x_n^2}{(x_{0n} - e_{ac}^2 x_n)^2} = 1. \end{array} \right. \quad (4)$$

На основании третьего уравнения получим уравнение шестой степени относительно x_n :

$$x_n^6 + a_{11}x_n^5 + a_{12}x_n^4 + a_{13}x_n^3 + a_{14}x_n^2 + a_{15}x_n + a_{16} = 0, \quad (5)$$

где коэффициенты равны:

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{2e_{ac}^2 e_{ab}^2 x_{0n} (e_{ac}^2 + e_{ab}^2)}{e_{ac}^4 e_{ab}^4}, \\ a_{12} &= \frac{x_{0n}^2 \left[(e_{ac}^2 + e_{ab}^2)^2 + 2e_{ac}^2 e_{ab}^2 \right] + y_{0n}^2 e_{ac}^4 (1 - e_{ab}^2)^2 + z_{0n}^2 e_{ab}^4 (1 - e_{ac}^2)^2}{e_{ac}^4 e_{ab}^4} - 1, \\ a_{13} &= \frac{2x_{0n} \left[(e_{ac}^2 + e_{ab}^2)(e_{ac}^2 e_{ab}^2 - x_{0n}^2) - y_{0n}^2 e_{ac}^2 (1 - e_{ab}^2)^2 - z_{0n}^2 e_{ab}^2 (1 - e_{ac}^2)^2 \right]}{e_{ac}^4 e_{ab}^4}, \\ a_{14} &= \frac{x_{0n}^2 \left[x_{0n}^2 + y_{0n}^2 (1 - e_{ab}^2)^2 + z_{0n}^2 (1 - e_{ac}^2)^2 - (e_{ac}^2 + e_{ab}^2)^2 - 2e_{ac}^2 e_{ab}^2 \right]}{e_{ac}^4 e_{ab}^4}, \\ a_{15} &= \frac{2x_{0n}^3 (e_{ac}^2 + e_{ab}^2)}{e_{ac}^4 e_{ab}^4}, a_{16} = -\frac{x_{0n}^4}{e_{ac}^4 e_{ab}^4}. \end{aligned}$$

Здесь и далее первая цифра в индексе является номером многочлена, а вторая дополняет степень до шести.

Если точка (x_0, y_0, z_0) лежит в одной из координатных плоскостей или математическая по-

верхность является эллипсоидом вращения, уравнение (5) переходит в уравнение четвертой степени, корни которого находим способом Феррари, описанным в книге (Сушкевич, 1941). Там же есть описание метода решения кубического уравнения, используемого в способе Феррари. При этом, помимо формулы Кардано, дано и тригонометрическое решение, необходимое в тех случаях, когда формула Кардано не применима.

При решении уравнения (5) используем метод Штурма. Все выводы и доказательства подробно описаны в статье (Шафаревич, 1954). Первым шагом применения метода Штурма является определение границ отрезка, на котором находятся корни уравнения. Для уравнения шестой степени следует выбрать максимальное из чисел:

$$6|a_{11}|, \sqrt{6|a_{12}|}, \sqrt[3]{6|a_{13}|}, \sqrt[4]{6|a_{14}|}, \sqrt[5]{6|a_{15}|}, \sqrt[6]{6|a_{16}|}.$$

Полученное число является правой границей отрезка, а это же число со знаком минус является левой границей отрезка. Затем строим ряд Штурма. Первый многочлен ряда представляет собой левую часть уравнения (5). Второй многочлен ряда (производный многочлен) имеет вид:

$$6x_n^5 + 5a_{11}x_n^4 + 4a_{12}x_n^3 + 3a_{13}x_n^2 + 2a_{14}x_n + a_{15}.$$

Третий многочлен является остатком от деления первого многочлена на второй, взятым с обратным знаком. Для получения четвертого многочлена делим второй многочлен на третий и так

далее. Каждый следующий многочлен (остаток от деления с обратным знаком) имеет меньшую степень, чем предыдущий, и общие корни каждой пары (если они есть) являются общими для всего ряда. После деления пятого многочлена на

шестой получаем число a_{76} . Если a_{76} равно нулю, то у первого и второго многочлена есть общий корень x_{1n} , и для первого многочлена этот корень кратный. Дважды разделив первый многочлен на $(x_n - x_{1n})$, решаем полученное уравнение четвертой степени.

Если a_{76} не равно нулю, на границах отрезка вычисляем значения многочленов ряда Штурма и определяем для каждой границы число перемен знака. Разница этих двух чисел и есть число корней нашего уравнения на отрезке. Начиная с первого отрезка, границы которого мы определили, методом деления отрезка пополам получаем отрезок, длина которого меньше заданной точности, содержащий один корень уравнения. Затем, если число корней уравнения больше одного, также получаем второй корень уравнения. Если определенное число корней на первом отрезке больше двух, делим исходный многочлен на $(x_n - x_{1n})$ и $(x_n - x_{2n})$ и решаем полученное уравнение четвертой степени.

Каждый из полученных корней подставляется в уравнения системы (4) для вычисления значений y_n и z_n . Затем, вернувшись к исходным переменным x , y и z , подставим эти значения в выражение (1). Тогда каждому из корней уравнения (5) будет соответствовать значение h . Минимальное значение h и есть искомая геодезическая высота. По соответствующим этому значению h прямоугольным координатам x , y и z вычисляются новые планетоцентрические координаты Φ , λ , r :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \Phi = \arcsin \frac{z}{r}, \lambda = \arctg \frac{y}{x}.$$

Исходная цифровая модель рельефа в планетоцентрических координатах содержит точки с регулярным шагом по широте и долготе. Однако при вычислении высот относительно трехосного эллипсоида точки получают новые координаты (Φ, λ, h) , где широта и долгота отличаются от исходных и не имеют регулярного шага. Для удобства пересчета планетоцентрических координат в прямоугольные (в проекциях трехосного эллипсоида) была осуществлена предварительная интерполяция с переходом к регулярной сетке (с шагом 1°).

КАРТОГРАФИРОВАНИЕ

Для формирования общего представления о поверхности небесного тела чрезвычайно важным является сохранение форм структур рельефа. Согласно рекомендациям, приведенным в Атласе для выбора картографических проекций (Гинзбург, Салманова, 1957), в случаях, когда наибольшее значение имеет качество передачи очертаний

и форм объектов, предпочтительно применение проекций, в которых минимизированы или полностью устранены искажения углов. Использование при картографировании референц-поверхности трехосного эллипсоида с определенными выше параметрами ограничивает выбор таких проекций. К наиболее известным можно отнести равноугольную проекцию Якоби и проекции меридианного сечения.

Равноугольная проекция Якоби имеет давнюю историю (немецкий математик К. Якоби предложил формулы этой проекции еще в XIX веке), однако лишь в 2014 г. была впервые использована для картографирования небесного тела (Nyrtsov и др., 2014). Более узнаваема цилиндрическая проекция меридианного сечения (проекция Бугаевского). Для некоторых небесных тел в определенных диапазонах широт она близка к равноугольной, в частности, для спутника Марса Фобоса, при картографировании которого и была впервые применена советским картографом, профессором Л.М. Бугаевским (Большаков, 1992). При этом была использована оригинальная компоновка, предложенная профессором К.Б. Шингарёвой: изображение в цилиндрической проекции дополнялось показом приполярных областей в азимутальной проекции, разделенных пополам. Однако азимутальная проекция имела иной характер искажений.

В 2006 г. цилиндрическая проекция Бугаевского была применена и для Деймоса при создании многоязыковой карты спутников Марса (<http://planetmaps.ru/multilingual-planet-maps.html>), причем в той же компоновке. В 2015 г. модифицированная версия этой проекции была использована для Атласа Фобоса (Карачевцева и др., 2015). Оригинальная компоновка была сохранена и в этом случае. Лишь в 2019 г. благодаря получению формул азимутальной проекции меридианного сечения стало возможным изображение приполярных областей в аналогичной по характеру искажений проекции, что и было реализовано при картографировании Фобоса (Нырцов и др., 2021).

Таким образом, описанная компоновка, включающая цилиндрическую проекцию меридианного сечения, неоднократно применялась для карт небесных тел и является достаточно узнаваемой. Поэтому она была использована и при картографировании Гипериона: изображения в цилиндрической и азимутальной проекциях меридианного сечения были совмещены аналогичным образом. При этом компоновка подверглась некоторым изменениям. Первое из них — распространение азимутальной проекции на весь диапазон долгот — обеспечивает целостность изображения приполярных областей. Второе изменение обу-

словлено распределением искажений различных видов (масштаб длин вдоль меридианов, масштаб площадей, наибольшее искажение углов) в проекциях меридианного сечения для Гипериона. Так, на рис. 4 приведены изоколы наибольшего искажения углов. Из рисунка видно, что в цилиндрической проекции этот показатель на широте 60° превышает 30° , в азимутальной же проекции даже на экваторе он лишь немногим больше 10° . Для уменьшения искажений цилиндрическая проекция была ограничена широтой 50° (более существенное ограничение привело бы к сокращению области перекрытия, необходимой для целостного и непрерывного восприятия изображения). С учетом расположения карты на листе формата А4 в альбомной ориентации был выбран масштаб 1:5 500 000. Параллели и меридианы проведены через 30° .

Для отображения поверхности Гипериона использовалась фотомозаика, полученная в результате обработки одиночных изображений с учетом найденного нами аппроксимирующего эллипсоида в качестве референц-поверхности. Она представляет собой растровое изображение в планетоцентрических координатах (широ-

та Φ , долгота λ) в квадратной цилиндрической проекции сферы (или проекции Плате-Карре). С учетом выбранной компоновки, из этой фотомозаики было получено три новых изображения: первое в диапазоне широт от -50° до 50° , второе – от -90° до -30° и третье – от 30° до 90° . Прямоугольные координаты опорных точек для трансформирования в цилиндрическую (для первого изображения) и азимутальную (для двух других изображений) проекции меридианного сечения были рассчитаны по формулам, представленным в (Нырцов и др., 2021), с шагом 4° по широте и долготе. Такая величина шага считается нами достаточной для корректной работы алгоритмов трансформирования с учетом масштаба карты.

Трансформирование фотомозаики в цилиндрическую проекцию осуществлялось непосредственно из системы планетоцентрических координат. Для трансформирования в азимутальную проекцию изображения были предварительно спроецированы в равнопромежуточную вдоль меридианов азимутальную проекцию сферы. Трансформирование выполнялось средствами QGIS, тип трансформации – сплайн

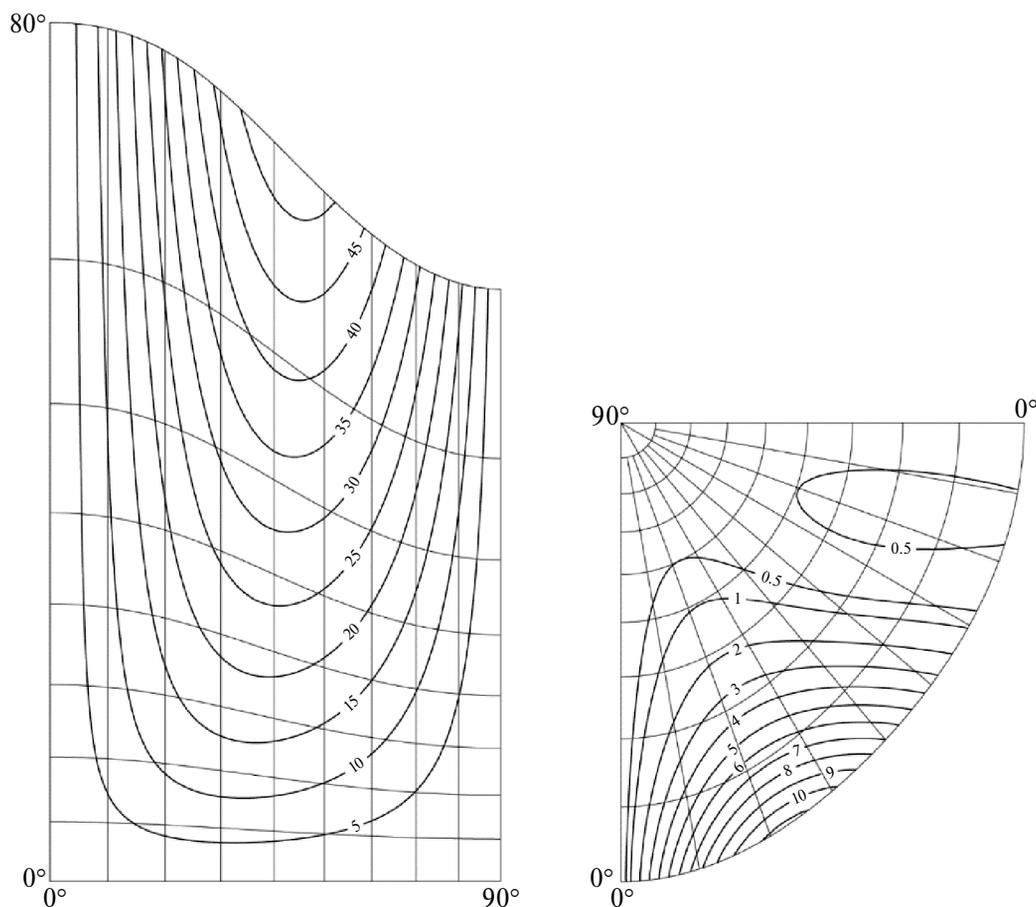


Рис. 4. Изоколы наибольшего искажения углов (град.) для Гипериона в проекциях меридианного сечения: (а) – цилиндрической; (б) – азимутальной.

типа “тонких пластин” (Thin Plate Spline), метод интерполяции – “ближайший сосед” (Nearest Neighbor).

Используемая при картографировании цифровая модель рельефа представлена в виде текстового файла, в котором точкам на поверхности трехосного эллипсоида с шагом в 1° по широте и долоте (Φ, λ) соответствует геодезическая

высота *h*. Файл был разбит на три фрагмента в соответствии с выбранной компоновкой карты (аналогично тому, как это было сделано с фотомозаикой). Для каждой точки по формулам, представленным в (Нырцов и др., 2021), были вычислены прямоугольные координаты в цилиндрической или азимутальной проекции меридианного сечения. Интерполяция и построение

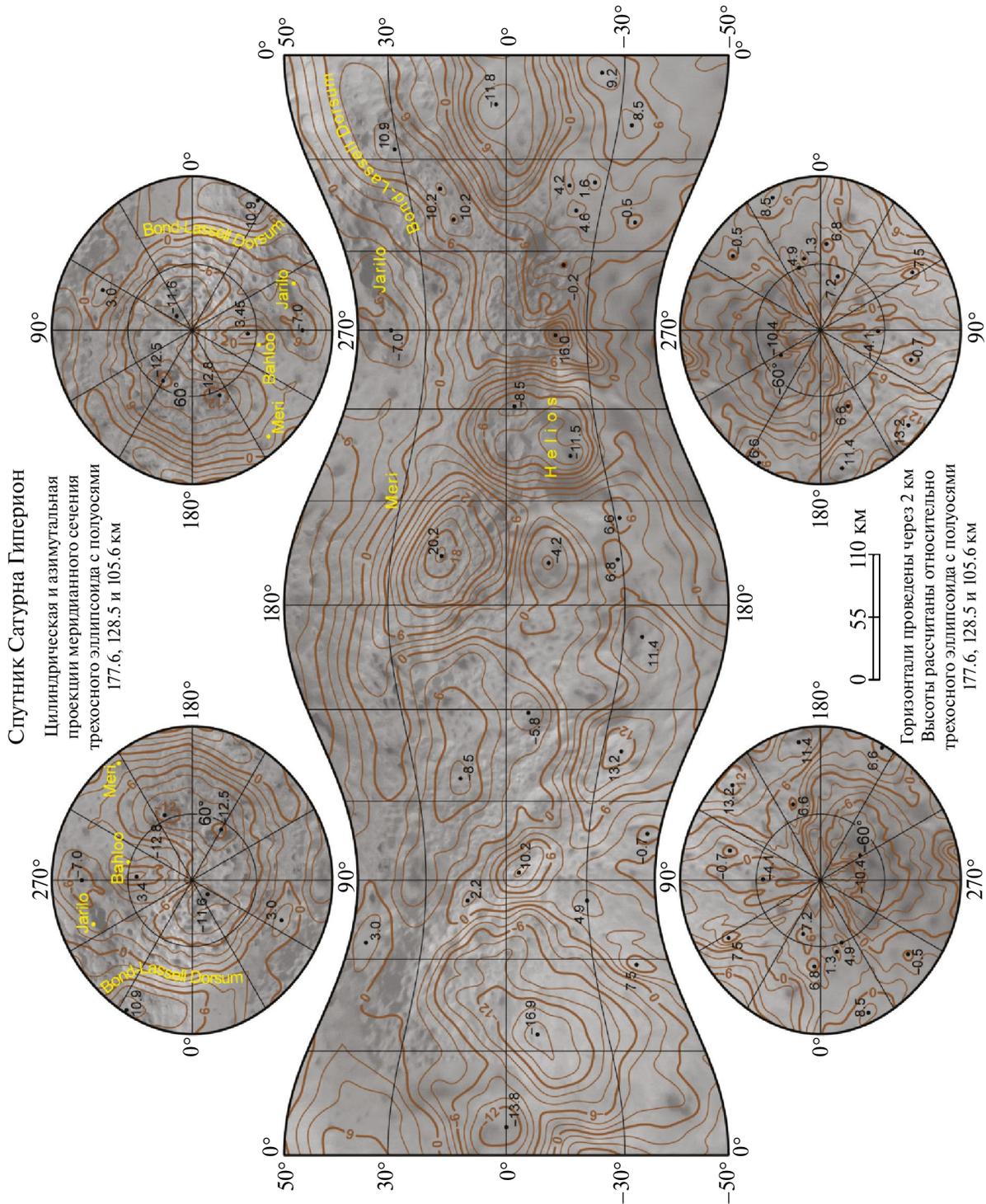


Рис. 5. Карта Гипериона в проекциях трехосного эллипсоида.

горизонталей выполнялись средствами Golden Software Surfer, метод интерполяции – радиальные базисные функции (Radial Basis Functions).

Составленная карта Гипериона представлена на рис. 5. На карте прослеживаются – как по фотомозаике, так и в горизонталях – крупнейшие особенности поверхности этого небесного тела: гряда Бонда–Лассела, кратеры Гелиос и Ярило. Хорошо различаются участки поверхности с разными типами рельефа: уступы с большими перепадами высот (в районе 30° – 60° широты и 120° – 240° долготы), крупные поднятия (0° – 30° широты, 180° – 210° долготы), равнины с многочисленными локальными замкнутыми формами (-20° – -0° широты, 300° – 0° долготы). Отметки высот подчеркивают как локальные, так и глобальные их экстремумы. Общий перепад высот поверхности около 37 км: от -16.9 км до 20.2 км.

Выбор проекций и компоновки обеспечивает корректное отображение очертаний рельефа на составленной карте благодаря минимизации искажений углов. Кроме того, по карте видно, что построенные горизонталы хорошо согласуются с фотомозаикой. Таким образом, подобранный трехосный эллипсоид оптимален для аппроксимации фигуры этого небесного тела. Использование этой математической поверхности при картографировании Гипериона более предпочтительно по сравнению со сферой или эллипсоидом вращения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С учетом новых данных, в работе определена система координат, пригодная для картографирования Гипериона, вычислены параметры трехосного эллипсоида, аппроксимирующего поверхность этого небесного тела исходя в основном из геометрических соображений и взаимного расположения точек поверхности, полученных при фотограмметрической обработке изображений. Представлена оригинальная методика исследования характера вращения Гипериона с помощью проекции положения Сатурна на поверхность Гипериона для всех известных моментов времени в объектоцентрической системе координат. Реализация данной методики позволила предположить, что собственная ось вращения Гипериона прецессирует относительно наибольшей оси тела в направлении против часовой стрелки.

Составлена карта поверхности Гипериона в проекции трехосного эллипсоида с вычисленными параметрами. Выбор проекции и компоновки карты связан прежде всего с возможностью сохранения формы структур рельефа. Кроме того, цилиндрическая и азимутальная проекции мери-

дианного сечения в предложенной компоновке являются достаточно узнаваемыми, а уменьшенные расстояния от экватора до параллели с заданной широтой при увеличении долготы от 0° до 90° в цилиндрической проекции наглядно демонстрирует экваториальное сжатие. Для нанесения на карту горизонталей были рассчитаны геодезические высоты относительно трехосного эллипсоида с использованием решения уравнения шестой степени методом Штурма и уравнения четвертой степени методом Феррари.

Картографическая часть статьи выполнена по Государственным заданиям № 121051400061-9 (А.И. Соколов, М.В. Нырцов) и FMWS-2024-0009 № 1023032700199-9 (М.Э. Флейс). Фотограмметрическая часть поддержана Государственным заданием FSFE-2024-0001 № 124071100067-9 (И.Е. Надеждина, А.Э. Зубарев, Н.А. Козлова).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Большаков В.Д.* (ред.) Атлас планет земной группы и их спутников. М.: МИИГАиК, 1992. 208 с.
- Гинзбург Г.А., Салманова Т.Д.* Атлас для выбора картографических проекций. М.: Геодезиздат, 1957. 239 с.
- Карачевцева И.П., Конопихин А.А., Коханов А.А., Родионова Ж.Ф., Козлова Н.А.* Атлас Фобоса / Ред. Савиных В.П. М.: МИИГАиК, 2015. 220 с.
- Надеждина И.Е., Конопихин А.А.* Перспективы комплексного подхода к изучению динамики хаотического вращения малых небесных тел // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2022. Т. 66. № 3. С. 27–41.
DOI:10.30533/0536-101X-2022-66-3-27-41
- Нырцов М.В., Флейс М.Э., Соколов А.И.* Проекция меридианного сечения: новый класс проекций для трехосного эллипсоида // Геодезия и картография. 2021. Т. 82. № 2. С. 11–22.
DOI:10.22389/0016-7126-2021-968-2-11-22
- Сушкевич А.К.* Основы высшей алгебры. М.–Л.: ОГИЗ, 1941. 460 с.
- Флейс М.Э., Нырцов М.В., Борисов М.М., Соколов А.И.* Точное определение геодезических высот точек относительно трехосного эллипсоида // ДАН. 2019. Т. 486. № 4. С. 489–493.
DOI:10.31857/S0869-56524864489-493
- Шафаревич И.Р.* О решении уравнений высших степеней (метод Штурма). М.: Гостехиздат, 1954. 24 с.
- Harbison R.A., Thomas P.C., Nicholson P.C.* Rotational modeling of Hyperion // Celest. Mech. Dyn. Astron. 2011. V. 110. P. 1–16.
DOI:10.1007/s10569-011-9337-3
- Hirschmuller H.* Accurate and efficient stereo processing by semi-global matching and mutual information // IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), San Diego, CA, USA. 2005. P. 807–814.
DOI:10.1109/CVPR.2005.56

- Nyrtsov M.V., Fleis M.E., Borisov M.M., Stooke Ph.J.* Jacobi conformal projection of the triaxial ellipsoid: New projection for mapping of small celestial bodies // *Cartography from Pole to Pole. Lecture Notes in Geoinformation and Cartography* / Eds: Buchroithner M. et al. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2014. P. 235–246.
DOI:10-1007/978-3-642-32618-9_17
- Thomas P.C.* Sizes, shapes, and derived properties of the saturnian satellites after the Cassini nominal mission // *Icarus*. 2010. V. 208. № 1. P. 395–401.
DOI:10.1006/icar.1995.1147
- Thomas P., Armstrong J., Asmar S., Burns J.A., Denk T., Giese B., Helfenstein P., Iess L., Johnson T.V., McEwen A., and 8 co-authors.* Hyperion's sponge-like appearance // *Nature*. 2007. V. 448. P. 50–53.
DOI:10.1038/nature05779
- Thomas P.C., Black G.J., Nicholson P.D.* Hyperion: Rotation, shape, and geology from Voyager images // *Icarus*. 1995. V. 117. № 1. P. 128–148.
DOI:10.1006/icar.1995.1147
- Wisdom J., Peale S.J., Mignard F.* The chaotic rotation of Hyperion // *Icarus*. 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.
DOI:10.1016/0019-1035(84)90032-0