

ISSN 0320-7919

Том 69, Номер 5

Сентябрь - Октябрь 2023



# АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

[www.sciencejournals.ru](http://www.sciencejournals.ru)



# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 69, номер 5, 2023

---

---

## АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

- Экспериментальное тестирование вычислительной программы “RAY” для решения задач акустической дальнометрии на протяженных трассах, включающих шельф и глубокое море  
*А. В. Буренин, М. С. Лебедев, В. В. Разживин, С. С. Шкрамада, Ю. Н. Моргунов* 509
- Распределение интенсивности звукового поля в глубоком море в фазовом пространстве “глубина—угол—время”  
*А. Л. Вировлянский, А. Ю. Казарова* 515
- Возможность обнаружения звукорассеивающих слоев интерферометрическим гидролокатором бокового обзора  
*В. И. Каевицер, А. П. Кривцов, И. В. Смольянинов, А. В. Элбакидзе* 528
- Селективное возбуждение волноводных мод с помощью горизонтальной цепочки монополей  
*Д. В. Макаров, Е. В. Соседко* 534
- Влияние априорной неопределенности модели звукового канала мелкого моря на коэффициент усиления вертикальной антенной решетки  
*А. И. Малеханов, А. В. Смирнов* 542
- Экспериментальное тестирование акустической термометрии в масштабе Японского моря с размещением приемной системы на оси подводного звукового канала  
*Ю. Н. Моргунов, А. А. Голов, Е. А. Войтенко, М. С. Лебедев, В. В. Разживин, Д. Д. Каплуненко, С. С. Шкрамада* 559
- О вариациях времени распространения звуковых сигналов при стационарном ледовом покрове  
*В. Г. Петников, А. В. Шатравин, А. А. Луньков* 569
- Влияние осадочного слоя дна на распространение каустических пучков в океанических волноводах  
*Ю. В. Петухов, Е. Л. Бородин* 576
- Влияние случайных внутренних волн на характеристики горизонтальной антенны в мелком море  
*М. А. Раевский, В. Г. Бурдуковская* 584
- Модели формирования доплеровского спектра поверхностной реверберации для звуковых волн метрового диапазона  
*М. Б. Салин, А. В. Ермошкин, Д. Д. Разумов, Б. М. Салин* 595
- Широкополосное звуковое поле в мелководном волноводе с неоднородным дном  
*Д. Д. Сидоров, В. Г. Петников, А. А. Луньков* 608

Современные методы расчета акустических полей в океане, основанные на их представлении в виде суперпозиции мод

*А. Г. Тыщенко, С. Б. Козицкий, М. С. Казак, П. С. Петров*

620

---

### **ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Определение параметров ледового покрова с помощью сейсмоакустического шума

*Д. А. Преснов, А. Л. Собисевич, А. С. Шуруп*

637

Применение некогерентных многочастотных сигналов для передачи информации в нестационарной гидроакустической среде

*А. Ю. Родионов, Л. Г. Стаценко, Д. А. Кузин, М. М. Смирнова*

652

---

---

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ “RAY” ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АКУСТИЧЕСКОЙ ДАЛЬНОМЕТРИИ НА ПРОТЯЖЕННЫХ ТРАССАХ, ВКЛЮЧАЮЩИХ ШЕЛЬФ И ГЛУБОКОЕ МОРЕ

© 2023 г. А. В. Буренин<sup>а, \*</sup>, М. С. Лебедев<sup>а</sup>, В. В. Разживин<sup>а</sup>,  
С. С. Шкрамада<sup>а, \*\*</sup>, Ю. Н. Моргунов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская, 43, Владивосток, 690041 Россия

\*e-mail: shurick\_burenin1@mail.ru

\*\*e-mail: shkramada.ss@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 05.09.2022 г.

После доработки 19.06.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Обсуждаются результаты исследований особенностей формирования импульсных характеристик на оси подводного звукового канала в волноводах с различными гидрологическими и батиметрическими условиями Японского и Охотского морей. Приведены результаты модельных расчетов и экспериментов, характеризующих закономерности распространения низкочастотных импульсных сигналов в сложных волноводах, включающих шельф и глубокое море на сотни километров. Показано, что одним из основных эффектов, определяющих дальнейшее распространение звука в сложных волноводах, включающих шельф и глубокое море, является эффект акустического “оползня”. Показано также, что численное моделирование процесса распространения сигналов из шельфа в глубокое море на акустических трассах в Японском и Охотском морях с использованием программы “RAY” обеспечивает хорошую сходимость рассчитанных и полученных экспериментально импульсных характеристик.

*Ключевые слова:* гидроакустика, псевдослучайные сигналы, импульсная характеристика, эффект акустического “оползня”, подводный звуковой канал, батиметрические и гидрологические условия

**DOI:** 10.31857/S0320791922600421, **EDN:** NDYIAR

### ВВЕДЕНИЕ

Актуальным направлением технической реализации задач изучения и освоения Мирового океана является разработка и создание подводных робототехнических комплексов широкого применения. При этом требуется решать вопросы управления, связи и позиционирования для десятков и сотен подводных объектов, выполняющих задачи в заданных районах без всплытия на поверхность, с центром анализа и принятия решений на расстояниях в сотни километров.

Для решения этих задач были проанализированы работы, связанные с особенностями распространения широкополосных импульсных сигналов в подводном звуковом канале (ПЗК). В статье Р.А. Вадова приведен обзор работ, посвященных исследованиям закономерностей формирования акустических полей в ПЗК различных морей и океанов на протяженных трассах с использованием взрывных источников [1]. Анали-

зировались амплитудно-временные характеристики импульсных откликов для различных гидрологических условий и частотных диапазонов для решения практических задач, связанных с учетом потерь на распространение и затухания звука. С теми же целями в 1989 г. специалистами ТОИ ДВО РАН был проведен эксперимент в Тихом океане на трассе протяженностью 3972 км с использованием тональных источников с частотами 111, 232 и 315 Гц и были получены схожие выражения для расчета затухания звука [2]. Результаты приведенных работ успешно применялись при решении задач акустической дальнометрии для расчетов необходимых мощностей излучателей с учетом потерь на распространение на заданных трассах. Но, к сожалению, техническое и методическое обеспечение исследований в этих работах не позволяло обеспечить высокие точности измерения времен распространения, необходимые для решения задач акустической дальнометрии и навигации.

С начала 2000-х гг. в ТОИ ДВО РАН проводятся поисковые работы по акустической дальнометрии, являющейся основой подводной навигации, на больших расстояниях в сложных волноводах [3, 4]. Одним из основных эффектов, определяющих дальнейшее распространение звука в сложных волноводах, включающих шельф и глубокое море, является эффект акустического “оползня” [5]. Этот эффект заключается в фокусировке акустической энергии в придонном слое на шельфе, переходе ее на ось ПЗК в глубоком море и распространении по траекториям, близким к прямолинейным, и с минимальным затуханием на большие расстояния. Использование этого эффекта при работе гидроакустических навигационных систем может обеспечить увеличение точности измерения расстояний на прямолинейных траекториях путем умножения скорости звука на оси ПЗК на время распространения сигнала от источника до приемника. Важным элементом достижения высоких точностей измерения расстояний является применение фазоманипулированных сигналов типа М-последовательностей, которые имеют хорошие корреляционные свойства. Для экспериментов, описываемых в статье, при свертке принятых сигналов с излученными и обеспечении временной синхронизации точность измерения времени составила 0.001 с.

Задача обеспечения условий реализации эффекта “оползня” при приеме навигационных сигналов связана с необходимостью учета угла наклона в шельфовой зоне и расстояния от излучателя до свала глубин. Поэтому оптимальным решением является предварительное проведение численного моделирования процесса распространения импульсных сигналов из шельфа в глубокое море, с поиском технических, гидрологических и батиметрических условий для реализации эффекта “оползня”. Для этого была выбрана имеющаяся в ТОИ ДВО РАН вычислительная программа “RAY”, базирующаяся на лучевых представлениях распространения акустической энергии [6].

В обсуждаемой статье представлены результаты экспериментальных и численных исследований амплитудно-временных характеристик импульсных откликов в двух различных волноводах, типичных для морей северо-западной части Тихого океана. Проведено сравнение экспериментальных и модельных результатов “затягивания” во времени принятых на оси ПЗК сигналов для определения соответствия модели на основе программы “RAY” реальным процессам формирования и взаимодействия гидрологических и гидроакустических полей в рассмотренных волноводах. Показано практическое значение предварительных расчетов импульсных откликов волноводов в акваториях предполагаемых миссий подводных объектов, для выбора и обоснования характеристик и

приборного обеспечения районов навигационного обеспечения.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Экспериментальные исследования проводились на протяженных акустических трассах в Охотском море (250 км) и в Японском море (300 км) в разное время, но по одинаковой методике. Гидрологические и батиметрические условия проведения экспериментов представлены на рис. 1 и 3. Можно отметить существенные отличия вертикальных разрезов скорости звука (ВРСЗ) из-за влияния холодного промежуточного слоя в приповерхностных водах Охотского моря.

Широкополосный пьезокерамический излучатель располагался на глубине 34 м, вблизи береговой линии, в 1 м от дна. Для зондирования использовались фазоманипулированные М-последовательности сигналы (длина последовательности 1023 символа, несущая частота 400 Гц, на один символ последовательности приходится 4 периода несущей частоты). Излучение сигналов проводилось каждые 5 мин в течение нескольких часов.

В глубоководной части моря сигналы регистрировались на дрейфующий вблизи судна модернизированный радиогидроакустический буй, состоящий из гидрофона, системы GPS и системы единого времени. Гидрофон заглублялся до оси ПЗК, местоположение которой определялось при измерении ВРСЗ гидрологическим зондом с судна.

Методика обработки полученной информации основывалась на вычислении взаимно-корреляционной функции между излученным и принятым сигналом. Далее, рассчитывается огибающая взаимно-корреляционной функции, которая является оценкой импульсной характеристики волновода (ИХВ) с разрешением по времени, соответствующим параметрам зондирующего сигнала.

На рис. 2 приведены фрагменты ИХВ в линейном масштабе, измеренные в Охотском и Японском море с использованием описанной выше методики. Пунктирными вертикальными линиями обозначены границы времени “затягивания” принятого сигнала:  $\tau_0 = \sim 1-1.2$  с;  $\tau_{\text{я}} = 0.4$  с (здесь и далее значками “Я” и “О” обозначены величины, относящиеся к Японскому и Охотскому морям соответственно). При анализе результатов в статье вводится понятие “затягивание” сигнала, которое является одним из критериев, влияющих на эффективность работы приемных систем подводных объектов. Оно определяется как время задержки принятого сигнала относительно сигнала, прошедшего по кратчайшей прямолинейной траектории. В нашем случае это распространение вблизи оси ПЗК с минимальной скоростью и

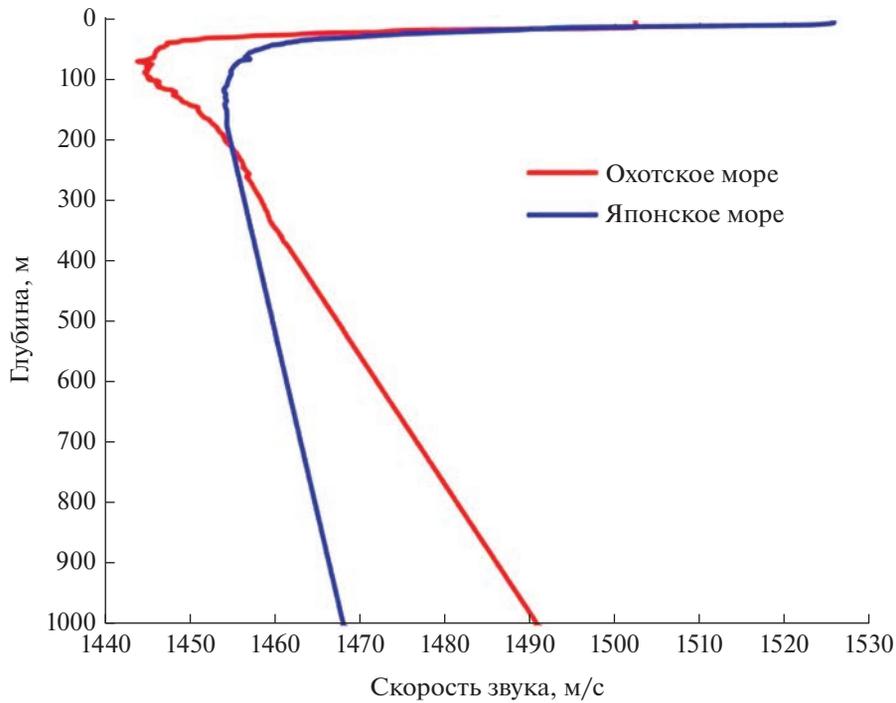


Рис. 1. Вертикальные разрезы скорости звука.

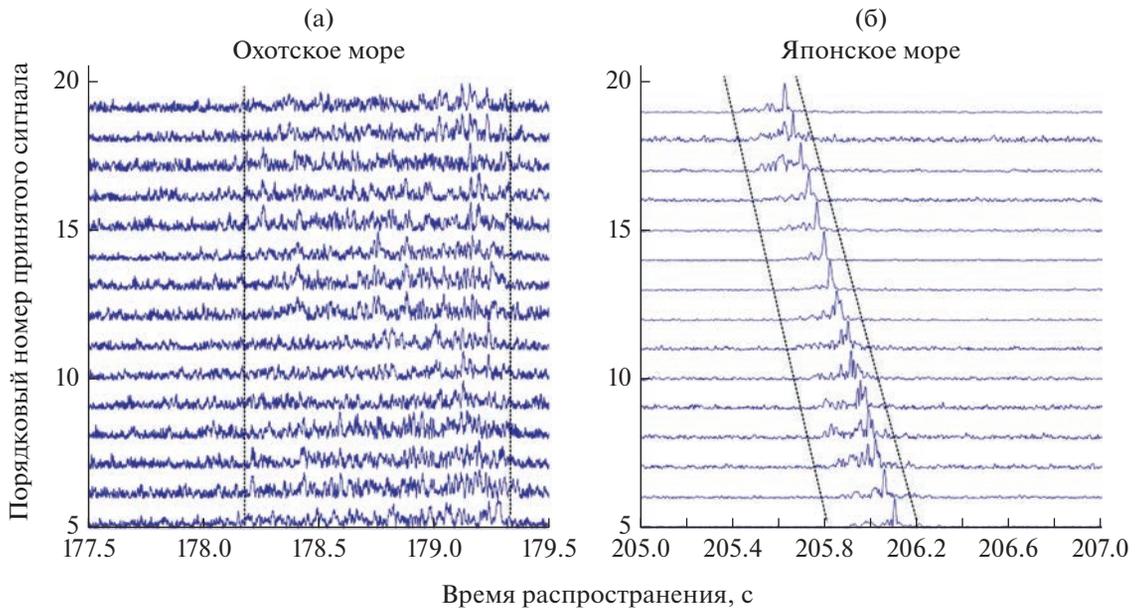


Рис. 2. Зависимость от времени импульсных характеристик волноводов: (а) – Охотского моря и (б) – Японского моря.

максимальным временем. Эксперимент показал, что амплитудно-временная структура ИХВ Охотского моря характеризуется большим практически в ~3 раза временем “затягивания” сигнала, чем ИХВ Японского моря. Максимальные пики ИХВ в Охотском море лежат во временном интервале от 0.4 до 0.6 с, тогда как в Японском море они

сосредоточены в конце ИХВ в интервале, не превышающем 0.05 с.

Следует отметить существенные отличия импульсных откликов в Японском и Охотском морях. Меньшая ширина ПЗК в Охотском море обуславливает рассредоточение акустической энергии во времени и, соответственно, снижает фокусирующую

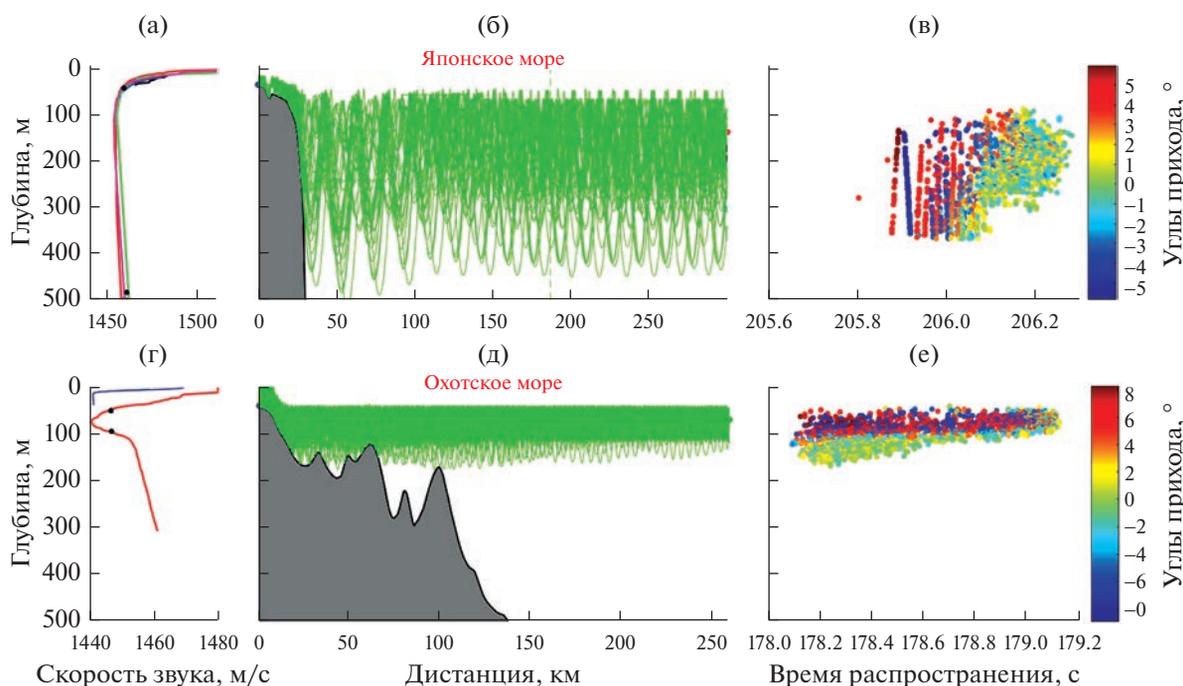


Рис. 3. Результаты численного моделирования: (а) – ВРСЗ<sub>я</sub> и (г) – ВРСЗ<sub>о</sub>; (б) и (д) – лучевые картины; (в) и (е) – трехмерные  $t$ – $z$ – $\alpha$  диаграммы в координатах время распространения–горизонт приема–угол скольжения луча на приемнике.

ший эффект распространения в ПЗК. К тому же, близость оси ПЗК к поверхности вызывает повышенный уровень помех от обеспечивающего судна на приемном гидрофоне и снижение отношения сигнал/шум. По этой причине наблюдаются значительные вариации ИХВ на начальном участке из-за преимущественного влияния лучевых приходов с крутыми углами. Но в конце ИХВ фиксируются более стабильные лучевые приходы с близкими к нулевым углам скольжения относительно оси ПЗК и близкие по фазе, которые могут быть использованы для решения задач высокоточной дальнометрии.

Численное моделирование процессов формирования импульсных характеристик осуществлялось для гидрологических и батиметрических условий, при которых проводились экспериментальные работы (рис. 3). Для шельфовых участков акустических трасс были заданы следующие размеры:  $R_0 = \sim 115$  км,  $R_я = \sim 27$  км. Углы наклона шельфа практически одинаковы и равны 1–1.2 градуса. ВРСЗ для обоих морей приведены на рис. 3а и 3г. Отметим следующие характеристики ВРСЗ: глубина оси ПЗК  $Z_0 = 50$ –80 м и  $Z_я = 100$ –200 м, скорость звука на оси ПЗК  $C_0 = 1440.94$  м/с,  $C_я = 1457.12$  м/с.

“Ширина” ПЗК ( $\Delta H$ ) определялась как вертикальное расстояние между горизонтами разворота луча выше  $z^+$  и ниже  $z^-$  оси ПЗК, вышедшего из излучателя, расположенного на оси ПЗК, под уг-

лами  $\alpha = \pm 5^\circ$ , т.е.  $\Delta H = z^- - z^+$ . Значение углов выхода в 5 градусов было выбрано из практических соображений для учета основной энергии, канализирующей вблизи оси ПЗК. Значение глубин поворота лучей  $z^+$  и  $z^-$  находим с использованием закона Снеллиуса и значений скорости звука на оси ПЗК.  $C_{поворот} = C_{ПЗК}/\cos(\alpha)$ . Значения скоростей звука на горизонтах поворота лучей  $C_{поворот}(z^+)$  и  $C_{поворот}(z^-)$  равны. Для Японского моря  $C_{поворот,я} = C_я/\cos(5^\circ) = 1462.69$  м/с, для Охотского моря  $C_{поворот,о} = 1446.44$  м/с. На рис. 3а и 3г значения  $z^+$  и  $z^-$  отмечены черными точками. Следовательно,  $\Delta H_0 \approx 50$  м и  $\Delta H_я \approx 450$  м. Столь значительные отличия связаны с наличием холодного промежуточного слоя при формировании ВРСЗ в Охотском море.

На рис. 3 приведены результаты модельных расчетов ИХВ Японского и Охотского морей в зависимости от времени и глубины приема. В волноводе Охотского моря все лучи захвачены “узким” ПЗК и формируют импульсный отклик длительностью 1 с (в пространстве 1500 м) в водном слое около 100 м. При этом в 50-метровом слое вблизи оси ПЗК принимаются сигналы, сформированные лучами с крутыми углами, и лишь в конце ИХВ фиксируются лучевые приходы с углами скольжения, близкими к нулевым углам. В то же время на глубине от 50 до 100 м также фиксируются близкие к нулевым углам лучевые приходы, которые формируются на участках разворо-

та лучей к поверхности. В Японском море основная энергия ИХВ фиксируется во временном промежутке 0.4 с (в пространстве 520 м) в водном слое около 250 м. Вблизи оси ПЗК принимаются вначале сигналы, сформированные крутыми лучами, а в конце ИХВ (как и в Охотском море) фиксируются лучевые приходы с углами скольжения, близкими к нулевым. Очень важно, что результаты экспериментов, приведенные ранее, показали практически те же значения времен “затягивания”:  $\tau_0 = \sim 1-1.2$  с;  $\tau_{\text{я}} = 0.4$  с. Это свидетельствует о правильности выбранной для расчетов вычислительной программы “RAY”, т.к. сходимость экспериментальных и численных значений столь сложных ИХВ характеризует достижение адекватности модельных расчетов реальным процессам формирования акустических полей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Приведенные результаты имеют важное практическое значение доказанной эффективности применения расчетов импульсных откликов волноводов в акваториях предполагаемых миссий подводных объектов, для выбора и обоснования характеристик и приборного обеспечения районов навигационного обеспечения. Хорошая сходимость модельных расчетов с экспериментами по величинам затягивания сигналов и временам максимального прихода акустической энергии в конце ИХВ показала правильность выбора предложенных для реализации дальномерных измерений мест установки излучателей (углы наклона шельфа и расстояние до свала глубин).

В нашем случае модельные исследования процессов позиционирования подводных объектов в Японском и Охотском морях показали, что выбранные схемы размещения излучающих и приемных элементов гидроакустических навигационных систем (координаты, глубины), заданные параметры излучаемых сигналов и методы приема и обработки сигнальной информации, обеспечили (с экспериментальным подтверждением) решение поставленной задачи – реализацию эффекта “оползня” для оптимального приема сигналов в заданных волноводах. Расчеты для обоих морей показали, что для получения высоких точностей измеренных времен распространения сигналов, а следовательно, и точности позиционирования подводных объектов, необходимо фиксировать поздние приходы акустической энергии, которые соответствуют лучам, распространяющимся по траекториям, близким к прямолинейным. При этом, чем короче по времени ИХВ, тем более четко выделяется последний приход акустической энергии с максимальной амплитудой и обеспечивается высокая точность расчета времени прохождения навигационного сигнала. Необходимо учитывать, что в “затянутой” по времени

ИХВ акустическая энергия расщеплена по времени, и для получения достаточного превышения сигнала над помехой потребуется больший уровень излучения ИНС. Кроме этого, большее время “затягивания” ИХВ при передаче информационных посылок может привести к интерференции соседних битов. Устранить подобную проблему можно за счет увеличения времени передаваемого бита, что ведет, в свою очередь, к уменьшению скорости передачи. Таким образом, предварительные расчеты позволили качественно и количественно оценить необходимую пространственную и техническую оснащенность заданных акваторий для решения задач позиционирования и управления подводными объектами.

По результатам проделанной работы сформулированы основные выводы.

Показана эффективность применения вычислительной программы “RAY” для решения практических задач, связанных с восстановлением и физической интерпретацией процессов формирования импульсного отклика диагностируемых волноводов, включающих шельф и глубокое море.

Численное моделирование процессов распространения импульсных сигналов из шельфа в глубокое море на протяженных акустических трассах с различными характеристиками подводных звуковых каналов показало хорошую сходимость результатов расчетов ИХВ с полученными экспериментально зависимостями амплитудно-временных характеристик импульсного отклика.

Работа выполнена по госбюджетной тематике ТОИ ДВО РАН: “Разработка новых методов и средств исследования и освоения морских акваторий. Развитие методов диагностики и повышения эффективности функционирования сложных акустических систем” (регистрационный номер: 0211-2021-0002); “Разработка системы климатического мониторинга дальневосточных морей России и северо-западной части Тихого океана на основе мультиплатформенных наблюдений и оперативного гидродинамического моделирования”, (шифр FWMM-2023-0003), направленных на обеспечение выполнения мероприятий Федеральной научно-технической программы в области экологического развития Российской Федерации и климатических изменений на 2021–2030 гг.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вадов Р.А.* Открытие подводного звукового канала, экспериментальные исследования, региональные различия // *Акуст. журн.* 2007. Т. 53. № 3. С. 313–328.
2. *Бондарь Л.Ф., Захаров В.А., Косырев Б.А., Моргунов Ю.Н.* Исследование особенностей распространения низкочастотного звука вдоль протяженной трассы в Тихом океане // *Акуст. журн.* 1994. Т. 40. № 2. С. 215–219.

3. *Безответных В.В., Буренин А.В., Моргунов Ю.Н., Половинка Ю.А.* Экспериментальные исследования особенностей распространения импульсных сигналов из шельфа в глубокое море // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 3. С. 374–380.
4. *Моргунов Ю.Н., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Голов А.А.* Экспериментальное тестирование технологии высокоточной подводной акустической дальнометрии // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 2. С. 191–196.
5. *Tappert F.D., Spiesberger J.L., Wolfson M.A.* Study of a novel range-dependent propagation effect with application to the axial injection of signals from the Kaneohe source // *J. Acoust. Soc. Amer.* 2002. V. 111. № 2. P. 757–762.
6. *Bowlin J.B., Spiesberger J.L., Duda T.F., Freitag L.E.* Ocean acoustical RAY-tracing software “RAY”. Woods Hole Oceanographic Technical Report. WHOI-93-10, 1993.

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОМ МОРЕ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ “ГЛУБИНА–УГОЛ–ВРЕМЯ”

© 2023 г. А. Л. Вировлянский<sup>а</sup>, \*, А. Ю. Казарова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт прикладной физики Российской Академии наук, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: viro@ipfran.ru

Поступила в редакцию 15.05.2023 г.

После доработки 14.06.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Рассмотрен переход от традиционного представления волнового поля в вертикальном сечении подводного звукового канала в виде функции глубины и времени к распределению данного поля в 3D фазовом пространстве “глубина–угол–время”. Для этой цели используется развитый в квантовой теории метод когерентных состояний. Смысл предложенного перехода заключается в том, что распределение интенсивности поля в указанном фазовом пространстве менее чувствительно к флуктуациям скорости звука, чем в исходном 2D пространстве “глубина–время”. Это обстоятельство может быть использовано при решении обратных задач. В качестве примера рассмотрена реконструкция координат источника в волноводе по данным измерений распределения интенсивности поля этого источника в фазовом пространстве.

*Ключевые слова:* подводный звуковой канал, лучи, когерентные состояния, локализация источника

**DOI:** 10.31857/S0320791923600142, **EDN:** NELTPN

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Фактором, серьезно осложняющим расчет звуковых полей в подводных волноводах, является многолучевость [1, 2]. Она приводит к тому, что интенсивность поля в волноводе выражается функцией со множеством локальных экстремумов, которая чувствительна к слабым вариациям параметров среды. В условиях неизбежной неточности математической модели среды первостепенной задачей становится отыскание и анализ таких характеристик волновых полей, которые даже в условиях многолучевого распространения относительно устойчивы к возмущениям параметров волновода.

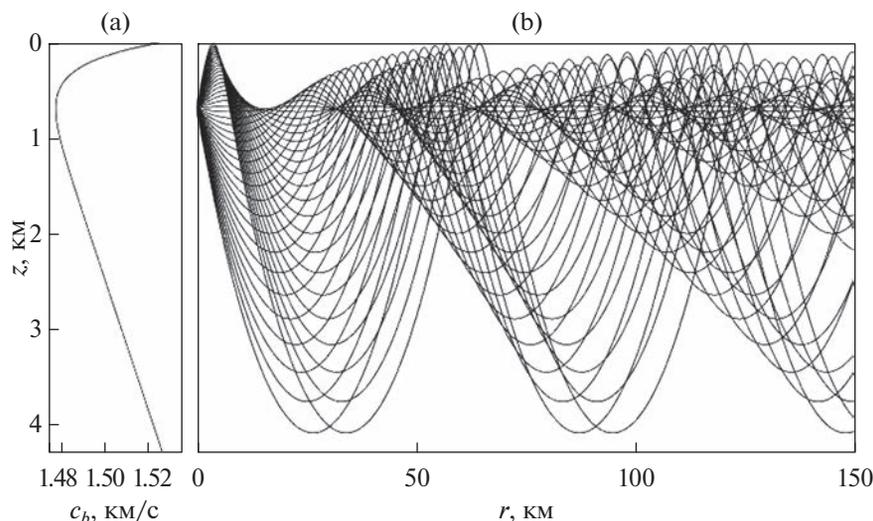
Известными примерами таких характеристик в акустике океана являются времена пробега звуковых импульсов вдоль лучевых траекторий [1, 3, 4], а также наклоны полос в интерферограммах широкополосных источников [5–8].

В работах [9, 10] показано, что устойчивыми к влиянию флуктуаций скорости звука являются компоненты поля, формируемые узкими пучками лучей. Вклады отдельных пучков в полное поле на апертуре приемной вертикальной антенны могут быть выделены с использованием развитого в квантовой теории разложения по когерентным состояниям [11–13]. Использование этих устойчивых компонент поля в согласованной со средой обработке сигналов позволяет снизить

требования к точности модели подводного звукового канала [10, 14, 15].

В данной статье продолжено развитие описания звукового поля на основе разложения по когерентным состояниям. Рассматривается применение этого разложения для перехода от традиционного представления поля тонального источника на дистанции наблюдения в виде функции глубины к распределению поля в фазовой плоскости “глубина–угол”. Аналогично, при анализе поля импульсного источника рассматривается переход от распределения поля в 2D пространстве “глубина–время” к его распределению в 3D фазовом пространстве “глубина–угол–время”. Смысл этих переходов заключается в том, что благодаря отсутствию в фазовом пространстве многолучевости и проблем с каустиками, распределение поля в нем менее чувствительно к вариациям параметров среды, чем исходное распределение в координатном пространстве.

Исследование общих вопросов в данной работе выполняется на примере модели глубоководного волновода со слабыми флуктуациями скорости звука. Наше основное внимание сосредоточено на изучении распределения интенсивности поля импульсного источника в пространстве “глубина–угол–время”. В приближении геометрической оптики для этого распределения получено явное аналитическое выражение. Из него следует, что распределение локализовано внутри



**Рис. 1.** (а) – Невозмущенный профиль скорости звука и (б) – лучевые траектории в невозмущенном волноводе, вышедшие из источника на глубине  $z_0 = 0.7$  км.

некоторой компактной области  $\sigma$ , которая в нашем примере имеет форму спирали. Основным результатом работы является вывод о том, что в присутствии флуктуаций область  $\sigma$  почти не меняется, т.е. области повышенной интенсивности поля остаются примерно в тех же частях фазового пространства, что и в невозмущенном волноводе. Это обстоятельство может быть использовано при решении обратных задач. В качестве примера рассмотрено применение обсуждаемого метода описания поля при решении задачи локализации источника звука в случайно-неоднородном волноводе.

Материалы статьи расположены в следующем порядке. В разд. 2 представлена модель подводного звукового канала, используемая далее для иллюстрации основных идей обсуждаемого подхода. Процедура разложения по когерентным состояниям описана в разд. 3. Здесь же она применена для анализа распределений амплитуды и интенсивности поля тонального источника. В разд. 4 в приближении геометрической оптики получено явное аналитическое выражение для распределения интенсивности звукового поля в фазовом пространстве. В разд. 5 аналитически и численно исследованы свойства распределения интенсивности поля импульсного источника, а в разд. 6 рассмотрен пример использования полученных результатов для решения задачи локализации источника. Итоги работы подведены в разд. 7.

## 2. МОДЕЛЬ ПОДВОДНОГО ЗВУКОВОГО КАНАЛА В ГЛУБОКОМ МОРЕ

В этом разделе описана идеализированная модель подводного звукового канала в глубоком мо-

ре, которая далее будет использована для тестирования и иллюстрации общих утверждений.

Введем цилиндрическую систему координат  $(r, \varphi, z)$ , где  $r$  – дистанция,  $z$  – глубина,  $\varphi$  – азимут. Ось  $z$  направлена вертикально вниз и поверхность воды находится в плоскости  $z = 0$ . Полагаем, что поле возбуждается точечным источником, расположенным в точке  $r = 0, z = z_0$ . Пренебрегая горизонтальной рефракцией, будем считать, что поле скорости звука  $c$  не зависит от азимутальной координаты и имеет вид  $c(r, z) = c_b(z) + \delta c(r, z)$ , где  $c_b(z)$  – невозмущенный профиль, а  $\delta c(r, z)$  – случайная функция, задающая слабые флуктуации скорости звука. Профиль  $c_b(z)$ , используемый далее для численного моделирования, показан на рис. 1а. В правой части изображены траектории лучей в невозмущенном волноводе ( $\delta c = 0$ ), которые выходят из источника на глубине  $z_0 = 0.7$  км.

Флуктуации скорости звука представлены реализациями случайного поля  $\delta c(r, z)$  с нулевым средним  $\delta c = 0$  и функцией корреляции

$$\begin{aligned} \langle \delta c(r, z) \delta c(r', z') \rangle &= \\ &= (\delta c_{\text{rms}})^2 \exp \left( -\frac{\pi(r-r')^2}{l_r^2} - \frac{\pi(z-z')^2}{l_z^2} \right), \end{aligned}$$

где  $\delta c_{\text{rms}} = 0.25$  м/с,  $l_r = 5$  км,  $l_z = 0.5$  км. Здесь и далее символ  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по ансамблю случайных реализаций. Эта простейшая модель отличается от более реалистичных моделей, используемых в акустике океана для описания флуктуаций скорости звука в глубоком море [16, 17]. Однако в работе [18] показано, что она

пригодна для анализа интересующих нас компонент звуковых полей.

Комплексные амплитуды звукового поля точечного источника на сетке частот  $f$ , заполняющих интервал от 300 до 500 Гц с шагом 0.5 Гц, рассчитывались методом широкоугольного параболического уравнения [19]. Дно моделировалось жидким полупространством  $z > z_b$ , где  $z_b = 5$  км, с плотностью равной плотности воды и скоростью звука равной  $c_b(z_b)$ . В этой модели среды волны, достигающие дна, высвечиваются из волновода, и рассчитанное поле формируется лишь волнами, захваченными подводным звуковым каналом. Поле на каждой из указанных частот  $f$  рассчитывалось для источника с одной и той же объемной скоростью.

Далее мы будем рассматривать звуковые поля в двух вертикальных сечениях волновода: на дистанциях 50 и 150 км. Функцию, представляющую распределение комплексной амплитуды поля тонального источника на несущей частоте  $f$  в заданном вертикальном сечении, обозначим  $u(z, f)$ . Поле импульсного источника синтезируется из полей тональных источников. Для источника, излучающего сигнал  $\exp(-2\pi i f_0 t) s(t)$ , где  $f_0$  — центральная частота, а  $s(t)$  — огибающая, поле в вертикальном сечении равно

$$v(z, t) = \int df u(z, f) \tilde{s}(f - f_0) e^{-2\pi i f t}, \quad (1)$$

где

$$\tilde{s}(f) = \frac{1}{2\pi} \int dt s(t) e^{2\pi i f t}.$$

При моделировании будет использован импульсный сигнал на центральной частоте  $f_0 = 400$  Гц с огибающей

$$s(t) = e^{-\frac{\pi t^2}{2\tau^2}}, \quad \tilde{s}(f) = \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} e^{-2\pi\tau^2 f^2}, \quad (2)$$

где  $\tau = 0.03$  с.

Как отмечено во Введении, в условиях многолучевого распространения влияние слабых флуктуаций  $\delta c$  на поле тонального источника быстро накапливается с дистанцией. На рис. 2 мы видим, что на дистанции 50 км глубинные зависимости амплитуды тонального поля  $|u(z, f_0)|$  на центральной частоте в невозмущенном ( $\delta c = 0$ ) и возмущенном ( $\delta c \neq 0$ ) волноводах кардинально различаются.

При работе с импульсными сигналами влияние флуктуаций проявляется слабее из-за того, что вклады некоторых лучей разрешаются во времени. На рис. 3 показано распределение амплитуды поля  $|v(z, t)|$  на дистанции 150 км. Расчет выполнен для одной из реализаций возмущения  $\delta c$ .

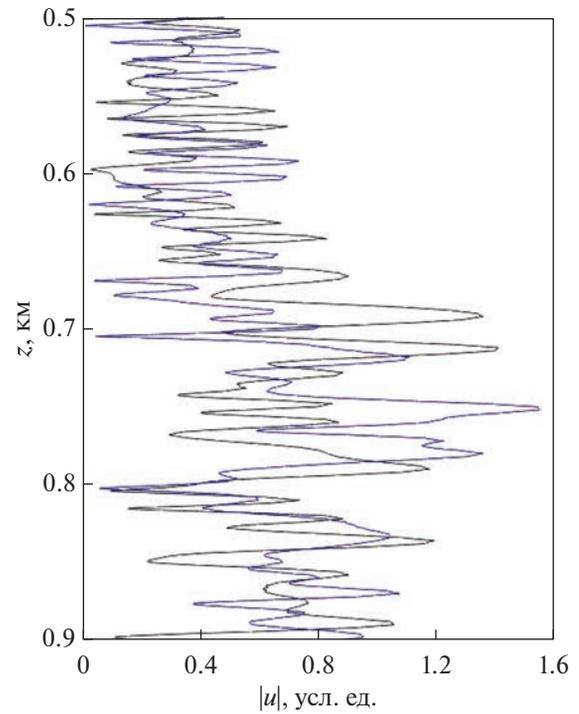
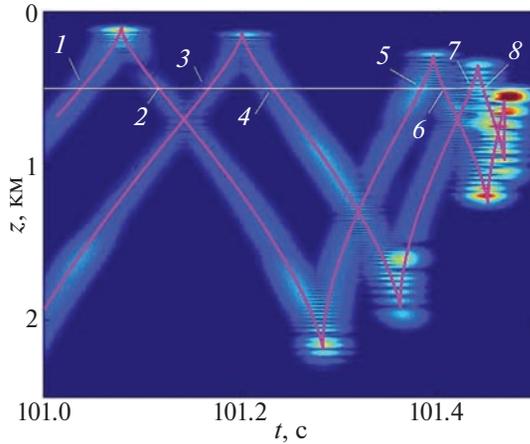


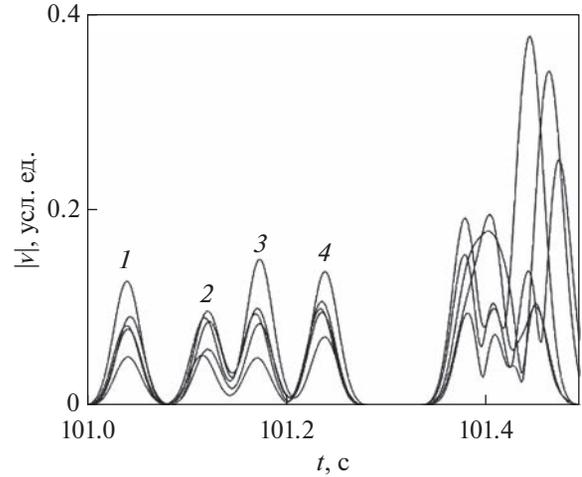
Рис. 2. Зависимость от глубины амплитуды поля точечного тонального источника на дистанции 50 км в невозмущенном волноводе (синяя кривая) и в присутствии одной из реализаций случайного возмущения  $\delta c$  (черная кривая). Частота  $f_0 = 400$  Гц.

Фиолетовые ломаные линии образуют так называемый временной фронт, точки которого изображают приходы лучей в плоскости  $(z, t)$  в невозмущенном волноводе. Хорошо известно, что в глубоком море звуковые импульсы, приходящие по крутым лучам, слабо искажаются под влиянием флуктуаций скорости звука [1, 3, 17]. Поэтому в присутствии флуктуаций начальная часть звукового поля, формируемая крутыми лучами, выглядит почти также, как и в невозмущенном волноводе. Области повышенной интенсивности здесь локализованы в окрестностях сегментов невозмущенного временного фронта. Белой линией показан горизонт  $z_a = 500$  м. Ее пересечения с временным фронтом отвечают временам прихода на этот горизонт восьми собственных лучей. Каждому из них присвоен номер, указанный на рисунке.

На рис. 4 показаны сигналы, принимаемые на глубине  $z_a = 0.5$  км на дистанции 150 км, для пяти реализаций возмущения  $\delta c$ . Каждый сигнал представляет функцию  $|v(z_a, t)|$ , т.е. сечение одного из пяти распределений  $|v(z, t)|$  горизонтальной белой прямой  $z = z_a$ , показанной на рис. 3. Один из этих сигналов получен для распределения  $|v(z, t)|$  на рис. 3. В области  $t < t_s$ , где  $t_s = 101.3$  с, разрешаются импульсы, пришедшие по первым



**Рис. 3.** Распределение амплитуды звукового поля в плоскости  $(t, z)$  на дистанции 150 км. Фиолетовыми ломаными линиями показан временной фронт. пронумерованные цифрами от 1 до 8 точки пересечения временного фронта белой линией  $z = z_a$  показывают времена прихода собственных лучей на горизонт  $z_a$ .



**Рис. 4.** Амплитуды сигналов, принимаемых на дистанции  $r = 150$  км на глубине  $z_a = 0.5$  км. Каждая кривая представляет сигнал, отвечающий одной из пяти реализаций возмущения. Цифрами 1–4 отмечены группы разрешающихся во времени импульсов, приходящих по крутым лучам.

четырем собственным лучам. Это крутые лучи, которым на рис. 3 присвоены номера 1, 2, 3 и 4. Таким образом, в области  $t < t_s$  мы видим четыре группы импульсов, в каждую из которых входят по пять импульсов, пришедших по одному и тому же собственному лучу в разных реализациях возмущенного волновода. Этот график показывает, что флуктуации могут сильно изменить амплитуду импульса, приходящего по крутому лучу, но слабо влияют на время его прихода.

На рис. 4 мы ясно видим, что в области  $t > t_s$ , формируемой пологими лучами, вклады оставшихся собственных лучей с номерами 5, 6, 7 и 8 не разрешаются и зависимость амплитуды от времени здесь становится нерегулярной. Это вызвано тем, что импульсы, приходящие по разным пологим лучам, перекрываются, т.е. здесь имеет место многолучевость.

### 3. РАЗЛОЖЕНИЕ ПОЛЯ ТОНАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ПО КОГЕРЕНТНЫМ СОСТОЯНИЯМ

Переход от глубинной зависимости тонального поля  $u(z)$  к его распределению в плоскости “глубина–угол” выполняется с помощью заимствованного из квантовой теории метода когерентных состояний [11–13]. Разложение по когерентным состояниям устанавливает взаимосвязь между волновым полем и его лучевой структурой, выраженной в терминах гамильтоновой формулировки геометрической оптики [20, 21].

В рамках гамильтонова формализма траектория луча на дистанции  $r$  задается своей вертикальной координатой (глубиной)  $z$  и импульсом

$p = n(r, z) \sin \chi$ , где  $\chi$  – угол скольжения в точке  $(r, z)$ ,

$$n(r, z) = \frac{c_0}{c(r, z)} \quad (3)$$

– показатель преломления,  $c_0$  – опорная скорость звука. Лучевые уравнения принимают форму уравнений Гамильтона [20, 21]  $dz/dr = -\partial H/\partial p$ ,  $dp/dr = -\partial H/\partial z$ , где  $H = -\sqrt{n^2(r, z) - p^2}$  – гамильтониан. Мы рассматриваем лучи, которые при  $r = 0$  выходят из точечного источника на глубине  $z_0$  с разными начальными углами скольжения  $\chi_0$  и, следовательно, с разными начальными импульсами  $p_0 = n(0, z_0) \sin \chi_0$ . Траектории таких лучей описываются решениями уравнений Гамильтона  $p(r, p_0)$  и  $z(r, p_0)$ .

В данной работе мы используем значение опорной скорости звука  $c_0 = 1.5$  км/с. При этом значения показателя преломления  $n$ , заданного (3), близки к единице. Для рассматриваемых нами малых углов скольжения  $p \approx \chi$ . Поэтому фазовую плоскость  $(z, p)$  мы будем называть плоскостью “глубина–угол”.

Приход луча на дистанцию наблюдения изображается точкой в этой плоскости. Приходы всех лучей, вышедших из источника, образуют кривую, которую мы называем **геометрической лучевой линией** или просто лучевой линией. Она параметрически задается уравнениями  $p = p(r, p_0)$  и  $z = z(r, p_0)$  с фиксированным  $r$  и представляет пример лагранжева многообразия [21].

Примеры лучевых линий в нашей модели среды приведены на рис. 5. На рис. 5а пунктирной и сплошной кривыми изображены лучевые линии на дистанции 50 км в невозмущенном волноводе и в присутствии реализации случайного возмущения  $\delta c$  соответственно. На рис. 5б аналогичные лучевые линии построены для дистанции 150 км.

Когерентным состоянием называется функция вида

$$Y(z'; z, p) = \frac{1}{\sqrt{\Delta_z}} \exp \left[ ikp(z' - z) - \frac{\pi(z' - z)^2}{2\Delta_z^2} \right], \quad (4)$$

где  $\Delta_z$  – пространственный масштаб состояния, а

$$k = 2\pi f / c_0$$

– опорное волновое число. Аргументы  $z$  и  $p$  задают точку фазовой плоскости “глубина–угол (импульс)”, с которой ассоциировано данное состояние. В квантовой механике выражение (4) с  $z$  и  $p$ , рассматриваемыми как постоянные параметры, задает волновую функцию с минимально возможным произведением дисперсий координаты и импульса [23]. В акустике (4) можно интерпретировать как вертикальное сечение звукового пучка шириной  $\Delta_z$  с некоторым средним углом скольжения  $\chi = \arcsin p$ . Для оценки угловой ширины пучка представим  $Y(z'; z, p)$  в виде суперпозиции плоских волн

$$Y(z'; z, p) = \frac{1}{\sqrt{\lambda \Delta_p}} \int dp' \exp \left[ -\frac{\pi(p' - p)^2}{2\Delta_p^2} + ikp'(z' - z) \right], \quad (5)$$

где  $\Delta_p = \lambda / (2\Delta_z)$ ,  $\lambda = 2\pi / k$  – длина волны. В малоугловом приближении интервал углов скольжения этих волн по порядку величины равен  $\Delta_p$ . Отметим, что  $Y(z'; z, p)$  через параметр  $k$  зависит и от частоты  $f$ . Однако при анализе тональных сигналов этот аргумент функций  $Y$  и  $u$  мы для краткости опускаем.

Проекцию поля  $u(z')$  на когерентное состояние  $Y(z'; p, z)$ , представленную интегралом

$$a(p, z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' u(z') Y^*(z', z, p), \quad (6)$$

естественно интерпретировать как суммарный вклад волн, приходящих в интервал глубин  $z \pm \Delta_z / 2$  с импульсами из интервала  $p \pm \Delta_p / 2$ . При этом  $Y(z'; p, z)$  играет роль выкалывающей функции. Она выделяет вклад компоненты поля, ассоциированной с ячейкой фазовой плоскости минимально возможной площади

$$\Delta_z \Delta_p = \lambda / 2. \quad (7)$$

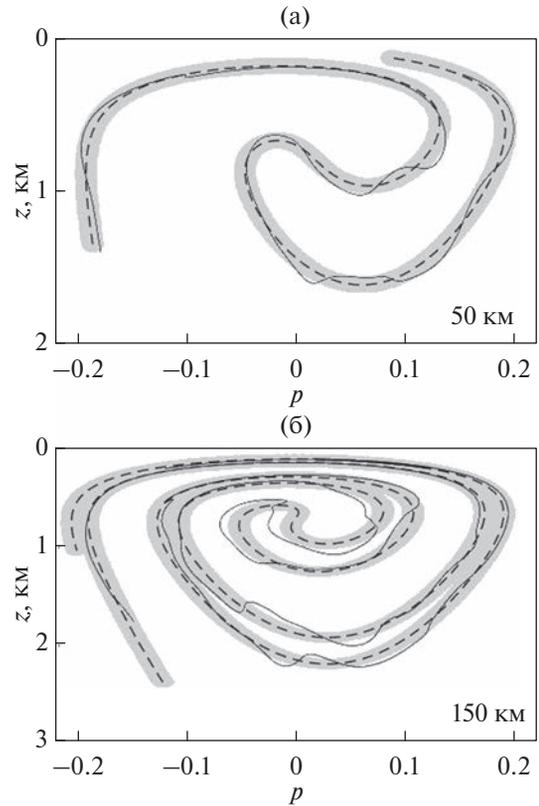


Рис. 5. Геометрические лучевые линии в невозмущенном (пунктир) и возмущенном (сплошные кривые) волноводе на дистанциях (а) – 50 и (б) – 150 км. Серым цветом выделены размытые лучевые линии.

Тем самым обеспечивается наилучшее разрешение одновременно по координате и углу, совместимое с соотношением неопределенности (7).

Хотя когерентные состояния не ортогональны, они образуют полную систему функций. Произвольное поле  $u(z)$  может быть представлено в виде разложения [24]

$$u(z) = \lambda^{-1} \int dp' dz' a(z', p') Y(z; z', p'), \quad (8)$$

где интегрирование идет по всей фазовой плоскости.

Скалярное произведение когерентных состояний, ассоциированных с точками фазовой плоскости  $(p_1, z_1)$  и  $(p_2, z_2)$ , равно

$$\left| \int dz' Y_{\mu_1}(z; z_1, p_1) Y_{\mu_2}^*(z'; z_2, p_2) \right| = e^{-d/2}, \quad (9)$$

где

$$d = \pi \frac{(p - p_1)^2}{\Delta_p^2} + \pi \frac{(z - z_1)^2}{\Delta_z^2}. \quad (10)$$

Величину  $d$  можно трактовать как безразмерное расстояние между точками  $(p_1, z_1)$  и  $(p_2, z_2)$ . Рас-

стоянием от произвольной точки плоскости до лучевой линии назовем расстояние до ближайшей точки этой линии.

Функция

$$I(z, p) = |a(z, p)|^2 \quad (11)$$

представляет распределение интенсивности звукового поля в фазовой плоскости “глубина–угол”. Отметим, что для фиксированного  $z$  величину  $I(z, p)$ , согласно (5), (6) и (11), можно интерпретировать как интенсивность выходного сигнала лепестка диаграммы направленности антенны с эффективной апертурой  $\Delta_z$ , ориентированного в направлении  $p$ .

Интенсивность  $I(z, p)$  принимает максимальные значения на лучевой линии и уменьшается при удалении от нее [9, 10]. Из (6) и (9) следует, что область повышенной интенсивности образована точками  $(p, z)$ , расположенными на расстояниях  $d < 1$  от лучевой линии. Эту область мы обозначаем символом  $\sigma$ , называем ее **размытой лучевой линией** и ожидаем, что распределение интенсивности  $I$  локализовано преимущественно внутри нее.

На рис. 5 размытые лучевые линии  $\sigma$ , построенные для **невозмущенного** волновода, выделены серым цветом. Площадь  $\sigma$ , а значит и эффективная “толщина” размытой серой линии, зависит от масштаба  $\Delta_z$ . В работе [10] исследован вопрос о выборе  $\Delta_z$ , минимизирующего площадь  $\sigma$ . Показано, что такой масштаб пропорционален  $\lambda^{1/2}$  (при этом, согласно (7),  $\Delta_p$  тоже пропорционален  $\lambda^{1/2}$ ). Серые области на рис. 5 построены для  $\Delta_z = 100$  м. Этот масштаб – в данной работе он использован во всех численных расчетах – близок к значениям  $\Delta_z$ , минимизирующим площади  $\sigma$  для рассматриваемых нами частот и дистанций.

Фундаментальным свойством гамильтоновой динамики является отсутствие многолучевости: в точку фазового пространства приходит не более одной траектории [22]. Поэтому геометрическая лучевая линия, имеющая в нашем примере форму спирали, не имеет самопересечений. На дистанции 50 км размытая лучевая линия  $\sigma$  повторяет форму геометрической. Соседние звенья этой размытой спирали не перекрываются. На рис. 5 мы также видим, что геометрическая лучевая линия в возмущенном волноводе почти не выходит из области  $\sigma$  невозмущенного волновода. Поэтому области  $\sigma$  в невозмущенном и возмущенном волноводе сильно перекрываются и, соответственно, мало различаются. С увеличением дистанции  $r$  лучевая линия все плотнее заполняет доступную для лучей область фазовой плоскости  $\Sigma$ . При этом толщина дуги размытой спирали  $\sigma$  не уменьшается и ее соседние звенья начинают перекрываться (рис. 5б). С

ростом  $r$  область локализации распределения интенсивности  $I(p, z)$  постепенно заполняет всю область  $\Sigma$  и лучевая структура поля на дистанции наблюдения перестает “разрешаться”.

На рис. 6 и 7 показаны результаты расчета распределения  $I(z, p)$  на дистанциях 50 и 150 км соответственно на основе численного решения уравнения Гельмгольца в невозмущенном волноводе (рис. 6а и 7а) и в присутствии одной из реализаций случайного возмущения (рис. 6б и 7б). Фиолетовые линии на этих рисунках изображают границы размытых лучевых линий в **невозмущенном** волноводе. Численные расчеты показывают, что распределение интенсивности в плоскости “глубина–угол” не только в отсутствие, но и в присутствии возмущения действительно локализовано преимущественно внутри невозмущенной размытой лучевой линии.

Далее мы увидим, что ситуация с разрешением лучевой структуры поля на длинных трассах существенно улучшается при переходе к анализу распределения интенсивности поля импульсного источника в 3D фазовом пространстве “глубина–угол–время”. Интенсивность поля в точке  $(z, p, t)$  мы определим выражением

$$J(z, p, t) = |b(z, p, t)|^2, \quad (12)$$

где

$$b(z, p, t) = \int df a(z, p, f) \tilde{s}(f - f_0) e^{-2\pi i f t} \quad (13)$$

– комплексная амплитуда поля в данной точке. Фигурирующие в (13) амплитуды  $a(z, p, f)$  задаются разложением звукового поля в вертикальном сечении волновода по когерентным состояниям на всех частотах  $f$  в полосе излученного сигнала.

#### 4. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ КОГЕРЕНТНОГО СОСТОЯНИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

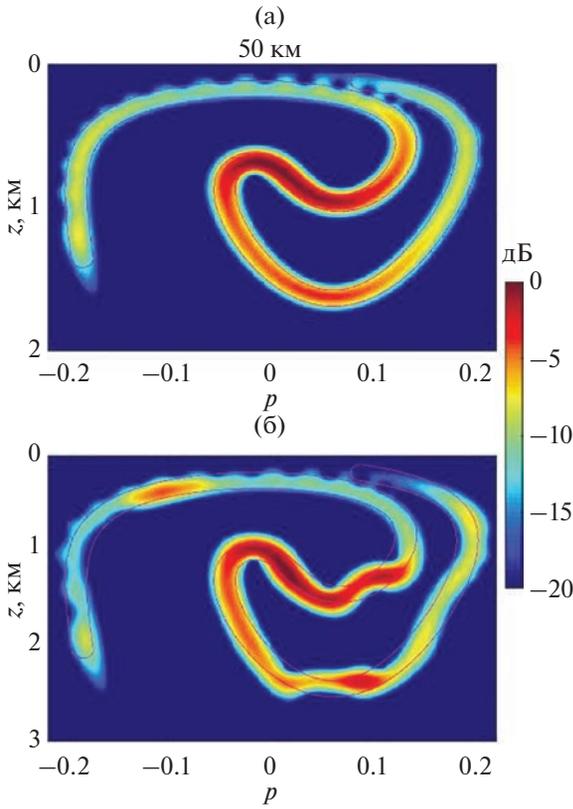
Использование классического выражения для комплексной амплитуды поля  $u(z)$  в приближении геометрической оптики позволяет получить явные аналитические оценки введенных выше интенсивностей  $I(z, p)$  и  $J(z, p, t)$ .

##### 4.1. Поле тонального источника

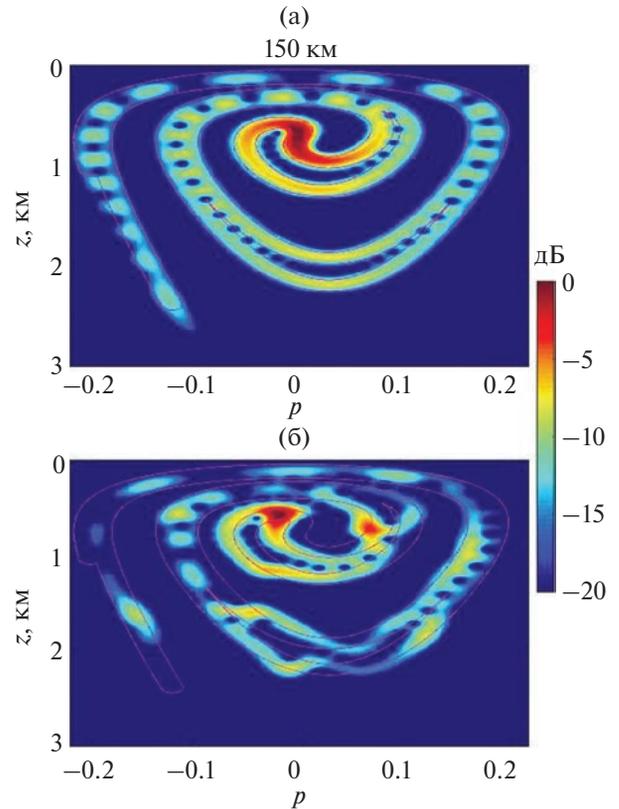
В приближении геометрической оптики

$$u(z) = A(z) e^{ikS(z)}, \quad (14)$$

где  $A(z)$  и  $S(z)$  – соответственно амплитуда и эйконал луча, приходящего на глубину  $z$ , т.е. попа-



**Рис. 6.** Распределение интенсивности  $I$  поля тонального источника на частоте 400 Гц в фазовой плоскости  $(p, z)$  на дистанции 50 км в (а) — невозмущенном и (б) — возмущенном волноводе. Фиолетовые кривые изображают границы размытых лучевых линий в невозмущенном волноводе.



**Рис. 7.** То же самое, что на рис. 6, но для дистанции 150 км.

дающего в точку  $(r, z)$  [1]. Эйконал является аналогом механического действия и в наших обозначениях выражается интегралом [20, 21]

$$S = \int_{\Gamma} (pdz - Hdr)$$

вдоль траектории  $\Gamma$ , соединяющей точки  $(0, z_0)$  и  $(r, z)$ . Известное выражение для амплитуды луча  $A$  мы представим в виде [20, 21]

$$A(z) = \left| H \frac{\partial z}{\partial p_0} \right|^{-1} e^{-i\mu\pi/2},$$

где  $\mu$  — количество касаний каустик траекторией луча.

Подставив (14) в (6), находим

$$a(z, p) = \frac{1}{\sqrt{\Delta_z}} \int dz' A(z') e^{\Phi(z')}, \quad (15)$$

где

$$\Phi(z') = ikS(z') - ikp(z' - z) - \frac{\pi(z' - z)^2}{2\Delta_z^2}. \quad (16)$$

В следующем отсюда выражении для интенсивности (11)

$$I(z, p) = \frac{1}{\Delta_z} \int dz' dz'' A(z') A^*(z'') e^{\Phi(z') + \Phi^*(z'')} \quad (17)$$

перейдем к новым переменным интегрирования  $\zeta = z' - z''$  и  $\bar{z} = \frac{1}{2}(z' + z'')$ . При этом

$$\begin{aligned} \Phi(z') + \Phi^*(z'') &= ik[S(\bar{z} + \zeta/2) - S(\bar{z} - \zeta/2)] - \\ &- ikp\zeta - \frac{\pi\zeta^2}{4\Delta_z^2} - \frac{\pi(\bar{z} - z)^2}{\Delta_z^2}. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что интегрирование по  $\zeta$  фактически ведется по интервалу глубин шириной порядка  $\Delta_z$ . Воспользуемся известным соотношением [21, 25]

$$\frac{\partial S(z)}{\partial z} = p(z), \quad (18)$$

где  $p(z)$  — импульс луча, попадающего в точку  $(r, z)$ . Из (18) следует, что

$$S(\bar{z} + \zeta/2) - S(\bar{z} - \zeta/2) = \bar{p}\zeta + \delta S, \quad (19)$$

где  $\bar{p}$  – импульс луча, попадающего в точку  $\bar{z}$ , а  $\delta S \sim \xi^3 \sim \Delta_z^3$ . Мы выбираем масштаб  $\Delta_z$ , минимизирующий площадь размытой лучевой линии. В этом случае, как указано в разд. 3,  $\Delta_z \sim \lambda^{1/2}$  и, следовательно,  $k|\delta S| \sim \lambda^{1/2}$ . В высокочастотном приближении выполняется условие

$$k|\delta S| \ll \pi \quad (20)$$

и слагаемым  $\delta S$  в правой части (19) можно пренебречь.

Пользуясь малостью  $\xi$ , приближенно заменяем  $A(z')A(z'')$  на  $A^2(\bar{z})$ . С учетом всего сказанного (17) переходит в

$$I(z, p) = \frac{1}{\Delta_z} \int d\bar{z} d\xi A^2(\bar{z}) \times \exp \left[ ik(\bar{p} - p)\xi - \frac{\pi(\bar{z} - z)^2}{\Delta_z^2} - \frac{\pi\xi^2}{4\Delta_z^2} \right].$$

Вычисляя гауссов интеграл по  $\xi$ , учитывая соотношение  $A^2(\bar{z}) = \left| H \frac{\partial \bar{z}}{\partial p_0} \right|^{-1}$  и переходя от интегрирования по  $\bar{z}$  к интегрированию по  $p_0$ , получаем

$$I(z, p) = 2 \int \frac{dp_0}{|H(p_0)|} \times \exp \left[ -\frac{\pi(z - z(p_0))^2}{\Delta_z^2} - \frac{\pi(p - p(p_0))^2}{\Delta_p^2} \right], \quad (21)$$

где  $z(p_0)$ ,  $p(p_0)$  и  $H(p_0)$  – соответственно глубина, импульс и гамильтониан луча на дистанции наблюдения (аргумент  $r$  для краткости опущен), отвечающие траектории с начальным импульсом  $p_0$ . Другой вывод этого соотношения приведен в [20].

#### 4.2. Поле импульсного источника

Амплитуда луча  $A$  и его эйконал  $S$  выражаются через не зависящую от частоты траекторию луча. Согласно (14), зависимость от частоты в выражении для вклада луча в комплексную амплитуду поля  $u(z)$  входит лишь через волновое число  $k$ . Подстановка (14) в (1) дает выражение для вклада луча в поле импульсного источника на заданной дистанции наблюдения

$$v(z, t) = A(z) \int df \exp[2\pi i f (S/c_0 - t)] \bar{s}(f - f_0).$$

Отсюда следует, что на горизонте  $z$  вклад луча представлен звуковым импульсом, приходящим с задержкой  $S/c_0$ . Суммарное поле на горизонте  $z$  образовано суперпозицией таких импульсов. Пример такой суперпозиции показан на рис. 4.

Альтернативной формой представления поля импульсного источника в рассматриваемом вертикальном сечении волновода является функция  $b(z, p, t)$ , заданная соотношением (13). При фиксированных  $z$  и  $p$  она описывает звуковой импульс, который можно интерпретировать как сигнал, приходящий на горизонт  $z$  под углом скольжения  $\arcsin p$ . Интенсивность этого сигнала в приближении геометрической оптики можно выразить аналитически. Для этого поступим следующим образом.

Подставляя (15) в (13), находим

$$b(z, p, t) = \int dz' A(z') \exp \left[ -\frac{\pi(z' - z)^2}{2\Delta_z^2} \right] \times \int df \bar{s}(f - f_0) \exp[ikS - ikp(z' - z) - 2\pi i f t]. \quad (22)$$

Интегрирование по  $z'$  и  $f$  здесь фактически ведется по точкам, удовлетворяющим условиям  $|z - z'| = O(\Delta_z)$  и  $|f - f_0| = O(\tau^{-1})$  соответственно. В предположении, что длительность излученного импульса  $\tau$  не слишком мала и выполняется неравенство

$$p\Delta_z/c_0 \ll \tau, \quad (23)$$

слагаемое  $-ikp(z' - z)$  в показателе экспоненты в (22) можно приближенно заменить на  $-ik_0 p(z' - z)$ , где  $k_0 = 2\pi f_0/c_0$ . Тогда получаем

$$b(z, p, t) = \int dz' A(z') s(t - t(z')) \times \exp \left[ ik_0 S(z') - ik_0 p(z' - z) - \frac{\pi(z' - z)^2}{2\Delta_z^2} \right],$$

где  $t(z) = S(z)/c_0$  – время прихода луча на глубину  $z$ . Подставляя это выражение в (12) и повторяя преобразования, использованные при выводе (21), находим

$$J(z, p, t) = 2 \int \frac{dp_0}{|H(p_0)|} s^2(t - t(p_0)) \times \exp \left[ -\frac{\pi(z - z(p_0))^2}{\Delta_z^2} - \frac{\pi(p - p(p_0))^2}{\Delta_p^2} \right], \quad (24)$$

$t(p_0)$  – время прихода на дистанцию наблюдения луча с начальным импульсом  $p_0$ ,  $\Delta_p$  – масштаб, отвечающий центральной частоте  $f_0$ .

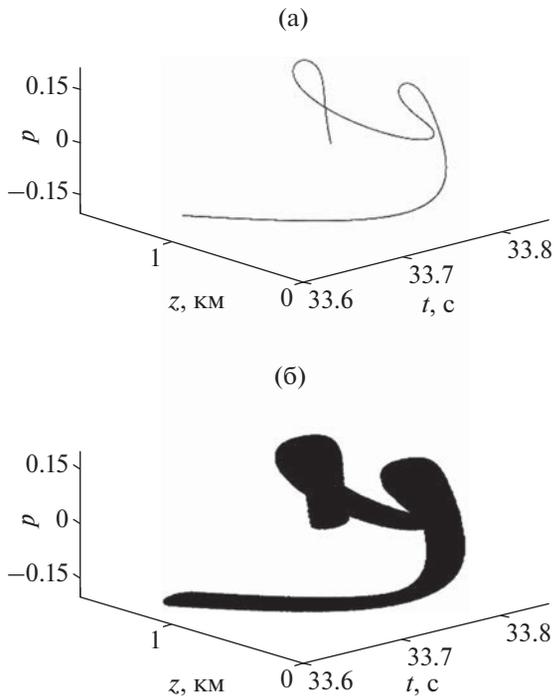


Рис. 8. (а) – Геометрическая и (б) – размытая лучевые линии на дистанции 50 км.

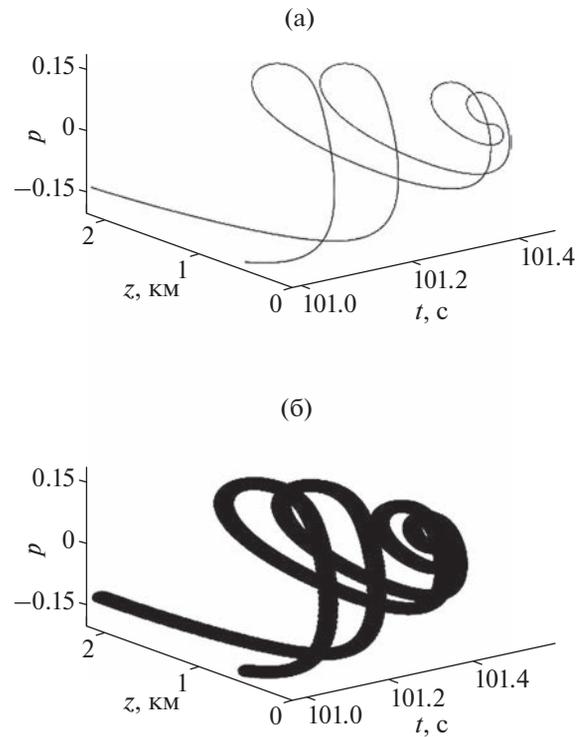


Рис. 9. То же самое, что на рис. 8, но для дистанции 150 км.

## 5. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ “ГЛУБИНА–УГОЛ–ВРЕМЯ”

### 5.1. Лучевая линия в пространстве “глубина–угол–время”

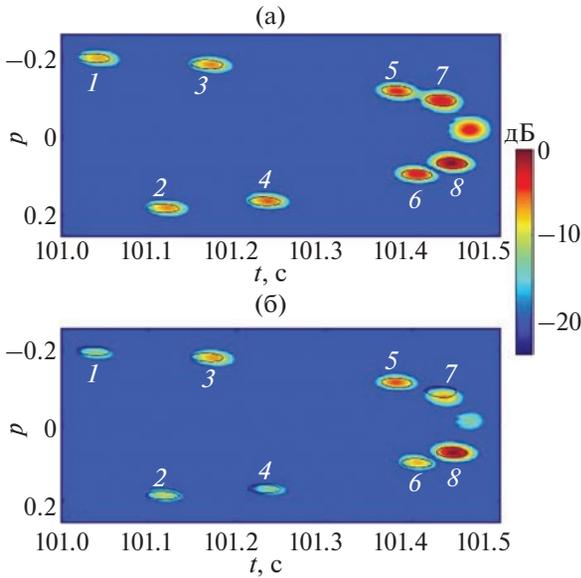
Полагая, что излучается импульс (2), и подставляя это выражение в (24), видим, что интенсивность  $J$  принимает максимальные значения на кривой, параметрически заданной уравнениями  $z = z(p_0)$ ,  $p = p(p_0)$  и  $t = t(p_0)$ . Эту кривую мы называем геометрической лучевой линией в 3D фазовом пространстве  $(z, p, t)$ . Лучевые линии на дистанциях 50 и 150 км в невозмущенном волноводе для источника на глубине 0.7 км показаны на рис. 8а и 9а. Их проекции на плоскость  $(p, z)$  представлены пунктирными линиями, изображенными на рис. 5а и 5б соответственно. Проекция показанной на рис. 9а геометрической лучевой линии на плоскость  $(t, z)$  представляет временной фронт, изображенный на рис. 3.

Введем безразмерное расстояние между точками  $(z_1, p_1, t_1)$  и  $(z_2, p_2, t_2)$ , обобщающее выражение (10) на случай 3D фазового пространства “глубина–угол–время”:

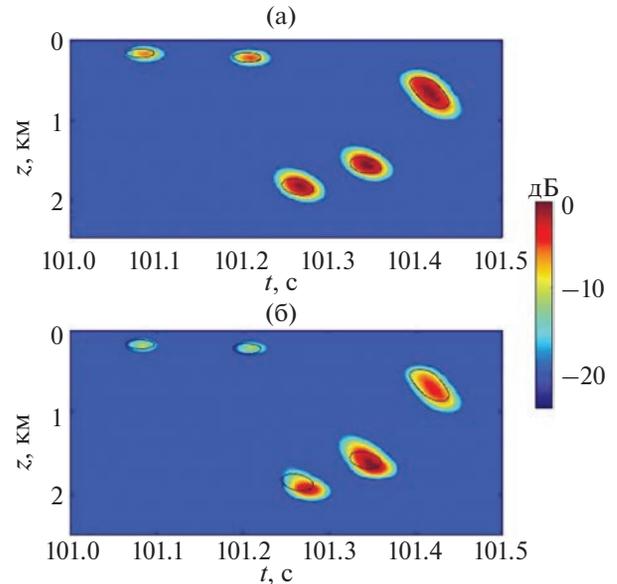
$$D = \pi \frac{(p_2 - p_1)^2}{\Delta_p^2} + \pi \frac{(z_2 - z_1)^2}{\Delta_z^2} + \pi \frac{(t_2 - t_1)^2}{\tau^2}. \quad (25)$$

Как и в фазовой плоскости, интенсивность  $J(z, p, t)$  в 3D фазовом пространстве спадает при удалении точки  $(z, p, t)$  от лучевой линии. Распределение интенсивности локализовано в области, образованной точками, расположенными на расстояниях  $D < 1$  от лучевой линии. Эту область мы будем называть размытой лучевой линией в пространстве “глубина–угол–время” и тоже обозначать  $\sigma$ . На рис. 8б и 9б приведены примеры размытых лучевых линий  $\sigma$  на дистанциях 50 и 150 км.

В разд. 3 мы видели, что расстояния между соседними звеньями спирали, представляющей лучевую линию в 2D пространстве (плоскости “глубина–угол”), уменьшаются с дистанцией. В 3D пространстве “глубина–угол–время” ситуация принципиально меняется. С увеличением длины трассы протяженность вдоль оси  $t$  участка спирали, формируемого в **плоскостном волноводе** лучами с начальными импульсами  $p_0$  из фиксированного интервала, растет пропорционально дистанции  $r$ . Количество звеньев спирали тоже растет пропорционально  $r$ . При этом временная задержка между соседними звеньями примерно сохраняется. Данное свойство времен прихода лучей детально обсуждается в работе [26]. Таким образом, если соседние звенья размытой 3D лучевой линии в невозмущенном волноводе не пере-



**Рис. 10.** Сечение распределения интенсивности  $J(z, p, t)$  на дистанции 150 км в (а) – невозмущенном и (б) – возмущенном волноводе плоскостью  $z = z_a$ . Черными линиями показаны границы пересечения данной плоскости и размытой лучевой линии.



**Рис. 11.** То же самое, что на рис. 10, но показаны сечения функции  $J(z, p, t)$  плоскостью  $p = p_a$ .

крываются на короткой трассе, они не будут перекрываться с ростом  $r$ .

Согласно (24), область повышенной интенсивности  $J(z, p, t)$  в пространстве “глубина–угол–время”, как и в плоскости “глубина–угол”, примерно совпадает с размытой лучевой линией  $\sigma$ . В 3D фазовом пространстве, так же как и в фазовой плоскости геометрическая лучевая линия в присутствии возмущения  $\delta c$  относительно мало отклоняется от своего положения в невозмущенном волноводе и почти не выходит за пределы области  $\sigma$ . Поэтому размытые лучевые линии в невозмущенном и возмущенном волноводе на дистанции 150 км мало различаются, и область повышенной интенсивности (область локализации распределения интенсивности) при  $\delta c \neq 0$  примерно совпадает с размытой лучевой линией в невозмущенном волноводе. Поскольку соседние звенья этой спирали на дистанции 150 км не перекрываются, в распределении  $J(z, p, t)$  отчетливо проявляются характерные детали невозмущенной лучевой структуры поля. В следующем разделе это утверждение проиллюстрировано данными численного моделирования.

### 5.2. Проявления лучевой структуры поля в распределении интенсивности $J(z, p, t)$

На рис. 10, 11 и 12 показаны сечения распределения интенсивности  $J(z, p, t)$  плоскостями  $z = z_a$ ,  $p = p_a$  и  $t = t_a$  соответственно, где  $z_a = 0.5$  км,  $p_a =$

$= 0.11$  и  $t_a = 101.445$  с. В верхних частях рисунков представлены результаты для поля в невозмущенном волноводе, а в нижних частях для поля в присутствии одной из реализаций возмущения  $\delta c$ . На этих рисунках мы видим пятна овальной формы, представляющие области повышенной интенсивности в окрестностях пиков распределения интенсивности  $J(z, p, t)$ . В соответствии со сказанным в предыдущем разделе, каждое пятно в плоскости, представленной на рисунке, примерно совпадает с областью пересечения данной плоскости и одного из звеньев размытой лучевой линии в **невозмущенном** волноводе. Границы этих областей изображены черными линиями.

Сравнение графиков в верхних (а) и нижних (б) частях каждого из рис. 10–12 подтверждает устойчивость распределения  $J(z, p, t)$  к флуктуациям скорости звука. Области повышенной интенсивности в присутствии возмущения находятся примерно в тех же местах, что и в невозмущенном волноводе. Похожая картина наблюдается для других реализаций  $\delta c$ .

Остановимся подробнее на рис. 10. Цифрами от 1 до 8 здесь пронумерованы восемь пиков распределения интенсивности, представляющих приходы на глубину  $z = z_a$  тех же самых восьми лучей, приходы которых в плоскость  $(t, z)$  отмечены на рис. 3. На рис. 4 мы видели, что по времени прихода разрешаются вклады лишь первых четырех (крутых) лучей. Переход в фазовое пространство позволяет разрешить приходы всех восьми лучей.

Отметим, что сигналы, приходящие на дистанцию наблюдения последними, фокусируются вблизи оси волновода и формируют там область высокой интенсивности (см. рис. 3). На рис. 10 эта область проявляется в виде самого правого (непронумерованного) пятна, которое не ассоциируется с пересечением плоскости  $z = z_a$  размытой лучевой линией. То же относится к области повышенной интенсивности в центре рис. 12.

### 6. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА

В работе [10] показано, что устойчивость распределения интенсивности тонального поля к флуктуациям скорости звука может быть использована при решении задачи локализации тонального источника в случайно-неоднородном волноводе. Идея этого подхода заключается в сопоставлении областей повышенной интенсивности измеренного распределения  $I(z, p)$  и аналогичных областей для распределений интенсивности, теоретически рассчитанных для разных положений источника и/или разных значений неизвестных параметров среды. В качестве оценок неизвестных координат источника и/или параметров среды принимаются их значения, отвечающие наилучшему совпадению данных измерений и расчета. В этом разделе мы покажем, что аналогичным образом можно поступить и в случае импульсного источника.

Рассмотрим ситуацию, когда звуковое поле регистрируется протяженной антенной, апертура которой хотя бы в 2–3 раза превышает масштаб когерентного состояния  $\Delta_z$ . Из (5) и (6) понятно, что для нахождения распределения интенсивности регистрируемого поля  $J(p, z, t)$  в интервале глубин  $z_1 < z < z_2$ , антенна должна перекрывать интервал  $(z_1 - \Delta_z/2, z_2 + \Delta_z/2)$ . На значения  $p$  и  $t$  ограничений не накладывается.

Полагая, что параметры невозмущенного волновода известны, проанализируем возможность реконструкции неизвестного расстояния от антенны до источника  $r_s$  и глубины источника  $z_s$ . Ключевым моментом нашего подхода является введение вспомогательной функции  $G(z, p, t; r_s, z_s)$ , значение которой равно единице для точек  $(z, p, t)$  внутри размытой лучевой линии и нулю вне этой области. Расчет этой функции для набора пробных точек возможного расположения источника  $(r_s, z_s)$  выполняется в невозмущенном волноводе с использованием лучевой программы.

Функция  $G(z, p, t; r_s, z_s)$  используется для оценки близости расположения области повышенной интенсивности измеренного распределения  $J(z, p, t)$  и аналогичных распределений, отвечающих

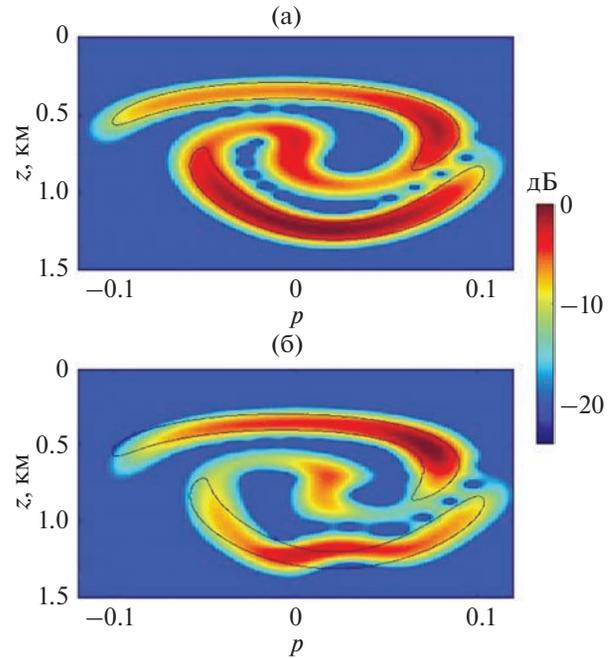


Рис. 12. То же самое, что на рис. 10, но показаны сечения функции  $J(z, p, t)$  плоскостью  $t = t_a$ .

пробным положениям источника. Количественной оценкой близости служит функция неопределенности

$$K(r_s, z_s) = \max_{\tau} \int dp dz dt G(z, p, t + \tau; r_s, z_s) I(z, p, t),$$

где интегрирование по  $z$  ведется от  $z_1$  до  $z_2$ , а интегрирование по  $p$  и  $t$  идет по всем допустимым значениям этих переменных. Дополнительная задержка  $\tau$  вводится потому, что точное время излучения сигнала предполагается неизвестным. Естественно ожидать, что функция  $K(r_s, z_s)$  примет максимальное значение при  $r_s$  и  $z_s$ , задающих истинное положение источника. Ведь в этом случае весовая функция  $G(z, p, t + \tau; r_s, z_s)$  обеспечивает интегрирование по тем областям фазового пространства, в которых интенсивность принимает наибольшие значения. В качестве оценки координат источника принимаются значения  $r_s$  и  $z_s$ , отвечающие максимальному значению функции неопределенности.

На рис. 13 представлен пример применения данного метода локализации. Предполагается, что источник, излучающий импульс (2), расположен на глубине  $z_s = 0.7$  км и дистанции  $r_s = 150$  км. Функция неопределенности рассчитана для ситуации, когда распределение интенсивности измеренного поля  $J(z, p, t)$  известно для глубин в интервале от 600 до 800 м. Результаты расчета функции неопределенности  $K$  в невозмущенном волноводе и в присутствии одной реализации

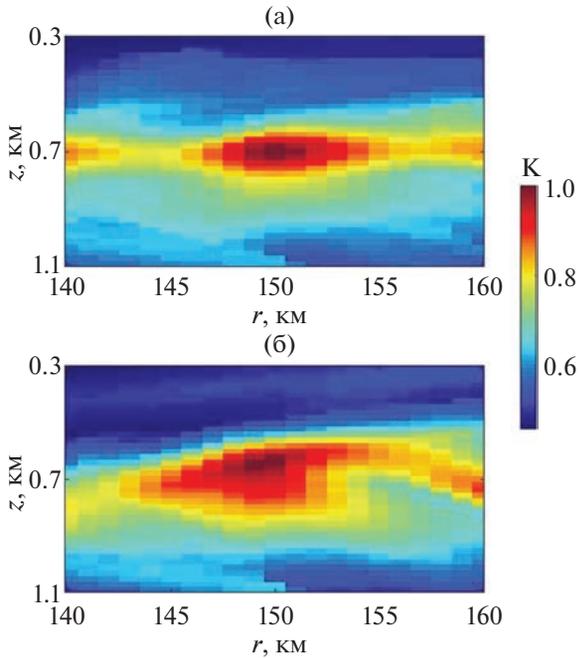


Рис. 13. Функция неопределенности в (а) — невозмущенном волноводе и (б) — в присутствии реализации возмущения, нормированная на максимальное значение.

возмущения  $\delta\epsilon$  показаны на рис. 13а и 13б соответственно. В обоих случаях функция  $K$  принимает максимальные значения в окрестностях точки истинного расположения источника.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко суммируя сказанное, отметим основные моменты проведенного исследования.

От функции  $u(z)$ , задающей зависимость от глубины комплексной амплитуды поля тонального источника, мы перешли к функции  $a(z, p)$ , задающей распределение поля в фазовой плоскости “глубина–угол”. Принципиальное для нас различие этих двух представлений одного и того же поля, которые переводятся друг в друга соотношениями (6) и (8), заключается в следующем.

Если значения интенсивности поля  $|u|^2$  на всех глубинах  $z$  обычно имеют примерно одинаковый порядок величины, то в фазовой плоскости распределение интенсивности  $I = |a|^2$  локализовано лишь внутри размытой лучевой линии  $\sigma$ . На коротких трассах  $\sigma$  занимает небольшую часть участка плоскости  $\Sigma$ , доступного для лучей. Вне  $\sigma$  интенсивность  $I$  пренебрежимо мала. В присутствии слабого возмущения  $\delta\epsilon$  обе интенсивности, как  $|u|^2$ , так и  $I$  (внутри  $\sigma$ ), заметно изменяются. Однако область локализации распределе-

ния в фазовой плоскости — размытая лучевая линия  $\sigma$  — при этом почти не меняется и может быть рассчитана с использованием **невозмущенной** модели волновода. Именно это свойство интенсивности  $I$  мы имеем в виду, когда говорим об устойчивости распределения поля в фазовой плоскости по отношению к вариациям параметров среды.

Аналогичная ситуация имеет место и для поля импульсного источника. В этом случае от распределения поля в плоскости “глубина–время”  $v(z, t)$  мы переходим к его распределению в фазовом пространстве “глубина–угол–время”  $b(z, p, t)$ . Интенсивность  $J = |b|^2$  в этом пространстве локализована внутри компактной 3D области  $\sigma$ , которая тоже слабо меняется в присутствии флуктуаций.

Распределения интенсивностей  $I(z, p)$  и  $J(z, p, t)$  могут быть найдены экспериментально по данным измерений поля в волноводе с помощью протяженной вертикальной решетки. По расположению областей повышенной интенсивности этих функций можно реконструировать размытые лучевые линии  $\sigma$ , т.е. реконструировать распределения приходов лучей в плоскости  $(z, p)$  и пространстве  $(z, p, t)$ . Сравнение областей  $\sigma$ , найденных по данным измерений и рассчитанных для разных положений источника и/или разных значений параметров волновода, может быть использовано при решении обратных задач. В разд. 6 это проиллюстрировано на примере решения задачи локализации источника.

В разд. 3 и 5 установлено важное отличие в изменениях распределений интенсивностей  $I$  и  $J$  с увеличением дистанции наблюдения  $r$ . Для поля тонального источника размеры и, соответственно, площадь доступного для лучей участка фазовой плоскости  $\Sigma$  не зависят от  $r$ . Масштабы  $\Sigma$  по координате и импульсу задаются соответственно глубиной и углом захвата подводного звукового канала. Вместе с тем площадь размытой лучевой линии  $\sigma$  с ростом  $r$  увеличивается (разд. 3). На тех дистанциях, где площадь  $\sigma$  уже нельзя считать малой по сравнению с площадью  $\Sigma$ , лучевая структура поля в распределении  $I$  перестает “проявляться”. В случае импульсного источника области  $\sigma$  и  $\Sigma$  приобретают дополнительное измерение по оси  $t$ . Размер области  $\Sigma$  в этом направлении равен длительности принимаемого сигнала, которая растет пропорционально  $r$ . Площадь  $\sigma$  растет по тому же закону и, как показано в разд. 5, отдельные звенья размытой лучевой линии в распределении  $J$  могут разрешаться на гораздо больших дистанциях, чем в распределении  $I$ .

Хорошо известно, что при работе с короткими импульсами приходы отдельных крутых лучей могут разрешаться во времени [1, 3, 17]. Сравнение рис. 4 и 10 показывает, что переход в фазовое пространство позволяет разрешать приходы не только крутых, но и пологих лучей.

Одним из результатов данной работы является полученное в приближении геометрической оптики аналитическое выражение (24) для функции  $J(z, p, t)$ . По смыслу вывода этой формулы она применима в тех ситуациях, когда соседние звенья размытой лучевой линии не перекрываются. Выполненные нами расчеты различных сечений распределения  $J(z, p, t)$  по формуле (24) на дистанциях до 150 км дают результаты, близкие к полученным на основе численного решения уравнений Гельмгольца на необходимой сетке частот методом широкоугольного параболического уравнения. Это относится и к сечениям, показанным на рис. 10–12. Поэтому данных расчета интенсивности с помощью (24) мы не приводим.

Данное исследование поддержано грантом Российского научного фонда № 20-19-00383.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
2. Etter P.C. Underwater acoustic modality and simulation. Boca Raton: CRC Press, 2018. 638 p.
3. Munk W., Wunsch C. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring // Deep-Sea Res. 1979. V. 26. P. 123–161.
4. АТОС Consortium. Ocean climate change: Comparison of acoustic tomography, satellite altimetry, and modeling // Science. 1998. V. 281. P. 1327–1332.
5. Чупров С.Д. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане // Акустика океана. Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–82.
6. Орлов Е.Ф., Шаронов Г.А. Интерференция звуковых волн в океане. Владивосток: Дальнаука, 1998. 196 с.
7. Harrison C.H. The relation between the waveguide invariant, multipath impulse response, and ray cycles // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 129. № 5. P. 2863–2877.
8. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А. Спектрограмма и локализация источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406–418.
9. Virovlyansky A.L. Stable components of sound fields in the ocean // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 141. № 2. P. 1180–1189.
10. Virovlyansky A.L., Kazarova A.Yu., Lyubavin L.Ya. Matched field processing in phase space // J. Ocean Eng. 2020. V. 45. № 4. P. 1583–1593.
11. Glauber R.J. Quantum Theory of Optical Coherence. Selected Papers and Lectures. Weinheim: Wiley-VCH, 2007. 639 p.
12. Klauder J.R., Sudarshan E.C.G. Fundamentals of quantum optics. N.Y.: W.A. Benjamin, 1968. 304 p.
13. Schleich W.P. Quantum Optics in Phase Space. Berlin: Wiley-VCH, 2001. 685 p.
14. Артельный П.В., Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Коротин П.И., Любавин Л.Я., Стуленков А.В. Наблюдение устойчивых компонент звуковых полей в Ладожском озере // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 174–185.
15. Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю. Устойчивые компоненты звукового поля на апертуре антенны в условиях многолучевого распространения // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 190–203.
16. Flatte S.M., Dashen R., Munk W.M., Watson K.M., Zachariassen F. Sound transmission through a fluctuating ocean. London: Cambridge U.P., 1979.
17. Colosi J.A. Sound propagation through the stochastic ocean. N.Y.: Cambridge University Press, 2016. 420 p.
18. Virovlyansky A.L., Makarova Yu.M. On spatial structure of the wave field in a vertical section of a deep water acoustic waveguide // EPL. 2018. V. 123:54004. P. 54404-p1–54404-p6.
19. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational Ocean Acoustics. N.Y.: Springer, 2011.
20. Makarov D., Prants S., Virovlyansky A., Zaslavsky G. Ray and wave chaos in ocean acoustics. New Jersey: World Scientific, 2010. 389 p.
21. Alonso M.A. Rays and waves. In Phase-space optics. Eds. Testorf M., Hennely B., and Ojeda-Castaneda J. N.Y.: McGraw-Hill, 2010. Chapter 8. P. 237–277.
22. Goldstein H., Poole C.P., Safko J.L. Classical mechanics. San Francisco: Addison-Wesley, 2000. 647 p.
23. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 752 с.
24. Сударшан Э., Клаудер Дж. Основы квантовой оптики. М.: Мир, 1970. 430 с.
25. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М.: Наука, 1973. 208 с.
26. Virovlyansky A.L. On general properties of ray arrival sequences in oceanic acoustic waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 1995. V. 97. P. 3180–3183.

## ВОЗМОЖНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗВУКОРАССЕИВАЮЩИХ СЛОЕВ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИМ ГИДРОЛОКАТОРОМ БОКОВОГО ОБЗОРА

© 2023 г. В. И. Каевичер<sup>а</sup>, А. П. Кривцов<sup>а</sup>, И. В. Смольянинов<sup>а, \*</sup>, А. В. Элбакидзе<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. академика Введенского, 1, Фрязино, 141190 Россия

\*e-mail: ilia159@mail.ru

Поступила в редакцию 16.01.2023 г.

После доработки 16.03.2023 г.

Принята к публикации 18.05.2023 г.

Рассмотрен метод и разработан алгоритм дистанционного обнаружения звукорассеивающих слоев в морях и океанах по данным полосовой съемки рельефа дна интерферометрическим гидролокатором бокового обзора (ИГБО). На основе математического моделирования фазоразностных измерений ИГБО для многослойных рассеивающих плоскостей в морской воде, продемонстрированы возможности обнаружения звукорассеивающих слоев и измерения глубин их расположения с помощью предлагаемого алгоритма. Проведена оценка точности вычисления глубин звукорассеивающих слоев при постоянном значении скорости звука и определены требования к ИГБО для обеспечения необходимой точности обнаружения отдельных слоев, расположенных на различных глубинах. Продемонстрирована эффективность предложенного метода на примере обработки по разработанному алгоритму экспериментальных данных, полученных при исследованиях рельефа дна с помощью ИГБО диапазона 85 кГц.

*Ключевые слова:* интерферометрический гидролокатор бокового обзора, звукорассеивающие слои, вертикальный профиль скорости звука

**DOI:** 10.31857/S0320791923600439, **EDN:** QUGVWM

### ВВЕДЕНИЕ

Акустические методы нашли широкое применение для изучения звукорассеивающих слоев (ЗРС) в водах Мирового океана, открытых в конце 1940-х гг. [1]. Первоначально ЗРС изучались в диапазоне относительно низких частот звуковых сигналов 2–20 кГц [2], показавших, что они имеют биологическую природу. Использование специализированных высокочастотных научных эхолотов с борта судна с 1980-х гг. показало, что ЗРС могут также формироваться неоднородностями водной среды, в частности неоднородностями солености, температуры и др. Появление погружного прибора (SVP), использующего для измерения вертикального профиля скорости звука (ВПСЗ) прямой контактный метод [3], позволило обнаружить в морях и океанах слой на определенной глубине, связанный со скачком скорости звука из-за скачка температуры. Для повышения производительности обнаружения слоя скачка в [4] предложен акустический метод с применением промерного эхолота, позволяющий производить дистанционные измерения ВПСЗ на ходу судна. С началом коммерческого выпуска акустических доплеровских профилометров течений (ADCP), измеряющих одновременно как профили скоро-

сти течений, так и профили интенсивности эхосигнала, появились новые возможности в исследовании акустических свойств вод Мирового океана, продемонстрированные, например, при изучении ЗРС в Черном море [5, 6].

Рассмотренные методы исследований слоистости сред имеют как определенные достоинства, так и недостатки, что заставляет продолжать исследования и разработки для создания более совершенных и производительных средств диагностики слоистых сред [7, 8]. В последние годы большое внимание исследователей уделяется интерферометрической диагностике гидродинамических возмущений в морской среде [9–12]. В этих исследованиях по пеленгованию широкополосного излучателя акустических сигналов показано, что интерферометрические методы позволяют обнаружить, определять расстояние и скорость движения источника с высокой точностью с высокой защищенностью от помех. Для детальных исследований протяженных объектов (морского дна) широкое применение нашли гидролокационные комплексы площадного картирования грунта и рельефа морского дна, с использованием высокоэнергетических сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) [13, 14]. В состав комплексов входят интерферомет-

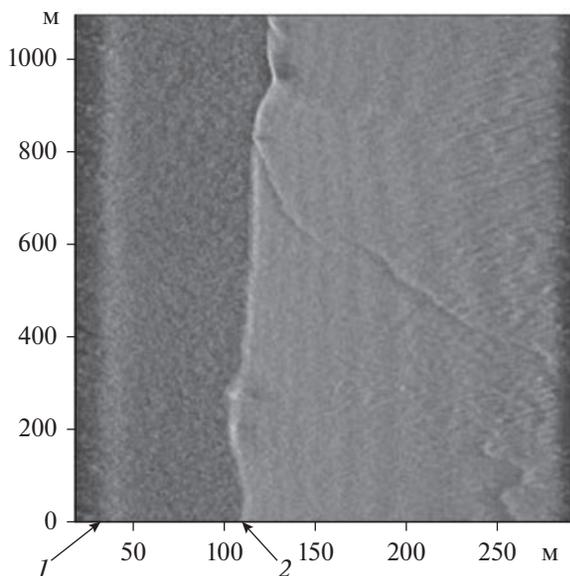


Рис. 1. Гидролокационное изображение участка дна в зависимости от наклонной дальности по данным съемки ИГБО.

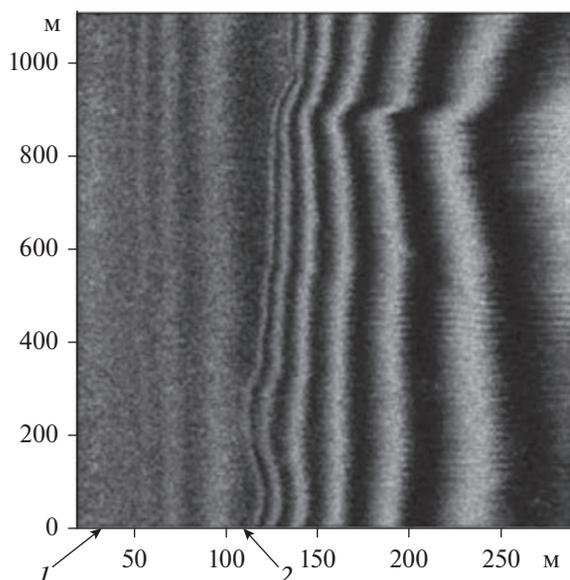


Рис. 2. Интерферометрическая разность фаз эхосигналов в полутоновом отображении в зависимости от наклонной дальности.

рические гидролокаторы бокового обзора, предназначенные для изучения рельефа дна на основе измерения в лучевом приближении наклонной дальности до рассеивающих элементов дна и вычисления углов прихода эхосигналов с учетом профиля вертикальной скорости звука [15–17]. При наличии протяженных в горизонтальной плоскости частично прозрачных для акустических волн ЗРС в водной толще они также, как и жесткое дно, рассеивают зондирующие сигналы и при достаточной интенсивности эхосигналов могут быть обнаружены и становится возможным вычисление глубины их расположения.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Проанализируем процедуру вычисления интерферометрической разности фаз эхосигналов в ИГБО с вертикальным расположением антенн для двух горизонтально расположенных ЗРС (для примера на глубине 20 и 100 м), используя методику, приведенную в работе [17]. Для обоснования эффективности предлагаемой методики для диагностики ЗРС проведем моделирование алгоритма для двухслойной среды в условиях лучевого приближения при постоянном значении скорости звука. В процессе модельных расчетов рассмотрим параметры, влияющие на точность диагностики, и проверим работу алгоритма на экспериментальных данных, полученных ИГБО при исследованиях участка морского дна, приведенного на рис. 1, 2, в Балтийском море.

Исследования проводились с помощью ИГБО диапазона частот 85 кГц и зондирующим сигналам

лом с ЛЧМ [13]. На рис. 1 и 2 по оси абсцисс отложена линия движения судна, на котором установлено ИГБО. На рис. 1 цифрой 1 обозначен звукорассеивающий слой. На рис. 1, 2 цифрой 2 обозначена глубина моря под судном.

### РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ РАССЕИВАЮЩИХ СЛОЕВ

Интерферометрическую разность фаз сигналов, рассеянных плоской горизонтальной отражающей поверхностью, для данных, соответствующих одному циклу излучения и приема сигнала, можно записать в следующем виде:

$$\varphi_n(t) = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\alpha_n(t)), \quad (1)$$

где

$$\alpha_n(t) = \arccos\left(\frac{2H_n}{ct}\right).$$

Здесь  $H_n$  – расстояние до слоя  $n$ ,  $c$  – скорость звука,  $t$  – время прихода эхосигнала,  $d$  – расстояние между приемными антеннами интерферометра,  $\lambda$  – длина волны. На рис. 3, в качестве примера, приведены графики интерферометрической разности фаз, рассчитанные в зависимости от времени прихода эхосигналов от рассеивающих элементов горизонтальной поверхности при вертикальной ориентации базы интерферометра ( $d/\lambda = 20$ ). Графики построены для двух звукорассеивающих слоев на глубинах  $H_1 = 20$  м (верхний) и  $H_2 = 100$  м (нижний).

На приведенных графиках видно, что зависимость интерферометрической разности фаз от времени прихода эхосигналов, рассеянных каждым слоем, имеет вид сигнала с частотной модуляцией. Функцию (1) можно рассматривать как сигнал с частотной модуляцией, разрешающая способность которого определяется автокорреляционной функцией, имеющей пик и спадающие по уровню боковые лепестки [17]. Отметим, что частотная модуляция для разных слоев на рис. 3 имеет разный вид (полосу частот). Оценим изменение разрешающей способности полученной функции от глубины слоя. На рис. 3 видно, что период разности фаз меняется от некоторого начального значения и, в предельном случае, до бесконечности. Таким образом, полосу частот такого сигнала  $\Delta F$  можно оценочно считать равной максимальной частоте, соответствующей первому периоду. Для  $d/\lambda \gg 1$ ,

$$\Delta F \approx \frac{cd}{2H_n\lambda}.$$

Полученное соотношение показывает, что полоса частот увеличивается пропорционально базе интерферометра и уменьшается пропорционально глубине слоя. Соответственно, разрешение по глубине составит:

$$\Delta H \approx 2H_n \frac{\lambda}{d}.$$

Если рассматривать интерферометрическую фазу  $\varphi(t)$  как сигнал, зависящий от глубины  $H$  как от параметра, то корреляционная функция (КФ) сигнала  $\varphi_n(t)$  при определенном  $H_n$  и модели  $\varphi(t)$  по всем глубинам может быть записана в следующем виде:

$$\rho_n(H_n, H) = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi(H_n, t) \varphi(H, t) dt, \quad (2)$$

где  $T$  – время приема отраженного сигнала ИГБО.

Для заданного значения  $H_n$  нормированная КФ является функцией, зависящей только от глубины  $H$ :

$$\rho_n(H) = \frac{\int_0^T \varphi(H_n, t) \varphi(H, t) dt}{\int_0^T \varphi^2(H_n, t) dt}.$$

На рис. 4 представлен модуль этой функции при наличии двух звукорассеивающих слоев на глубинах 20 и 100 м соответственно. Для вычислений шаг по глубине взят равным 5 см. Как видно по результатам модельных расчетов, максимумы функций расположены точно на глубинах, заложенных в модель, а пики имеют высокое соотно-

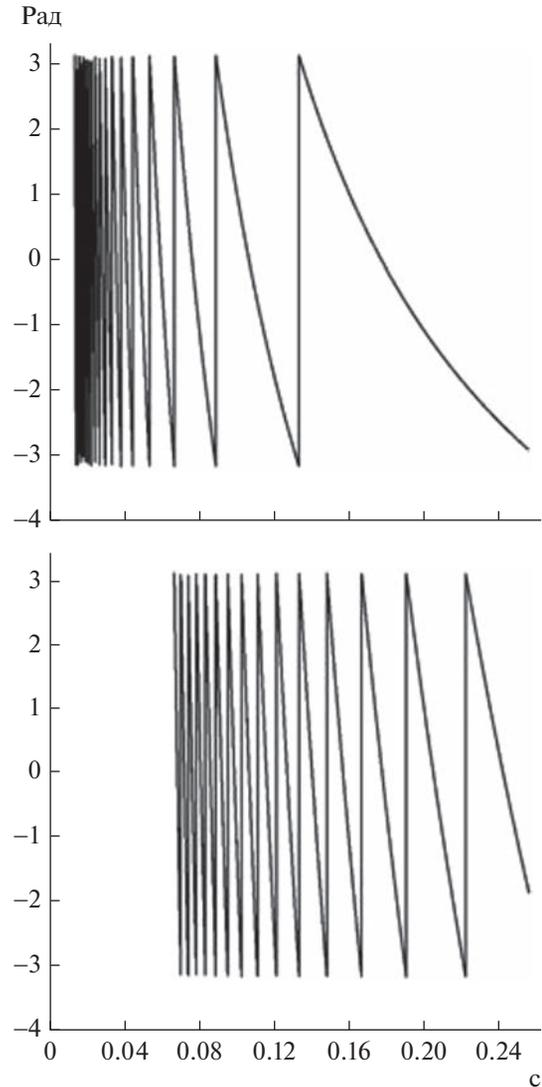


Рис. 3. График интерферометрической разности фаз в зависимости от времени прихода эхосигналов.

шение сигнал/шум и достаточно узкие, что подтверждает возможность разрешения слоев по глубинам их расположения.

Отметим, что разрешающая способность алгоритма увеличивается при увеличении базы интерферометра, что позволяет на практике получать требуемое разрешение ЗРС по глубинам.

Приведенный на рис. 4 график показывает, что звукорассеивающие поверхности на заданных глубинах хорошо фиксируются и могут быть выделены с высокой точностью при применении рассмотренного алгоритма (1), (2).

## ПРОВЕРКА РАБОТЫ АЛГОРИТМА НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим работу разработанного алгоритма по возможности обнаружения и оценке положе-

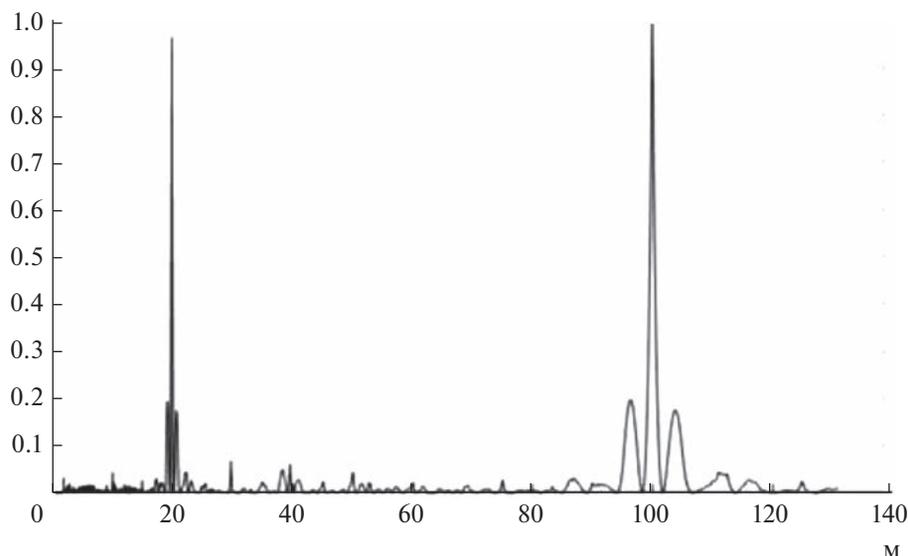


Рис. 4. Модуль нормированной корреляционной функции для случая двух звукорассеивающих слоев.

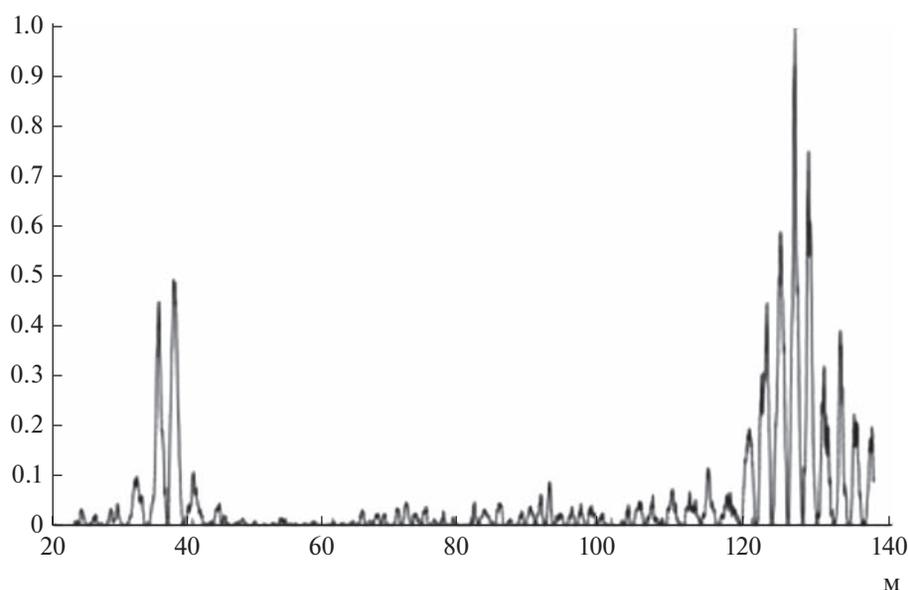


Рис. 5. Результаты обработки экспериментальных измерений ИГБО в зависимости от глубины  $H$ .

ния звукорассеивающих слоев в морской среде. С этой целью используем результаты работы ИГБО, приведенные на рис. 1, 2. На акустическом изображении водной толщи рис. 1 отметим ЗРС на глубине около 25–50 м и акустическое изображение дна с слабо расчлененным рельефом, изменяющееся по глубине в зоне первого вступления эхосигналов в пределах 100–140 м. На рис. 2 хорошо просматривается интерферометрическая разность фаз сигналов, рассеянных поверхностью дна, отражающая характер донного рельефа. Кроме того, в толще воды слабо просматривается ин-

терферометрическая разность фаз, обусловленная наличием плоского звукорассеивающего слоя (интерферометрические линии расположены параллельно и без изгибов). Съемка проводилась при  $d/\lambda = 13$ . Применим разработанный алгоритм к приведенным на рис. 1, 2 экспериментальным данным, в районе отметки 100 м. На рис. 5 показаны результаты расчета усредненной по 100 строкам корреляционной функции, полученные при применении разработанного алгоритма к экспериментальным измерениям ИГБО.

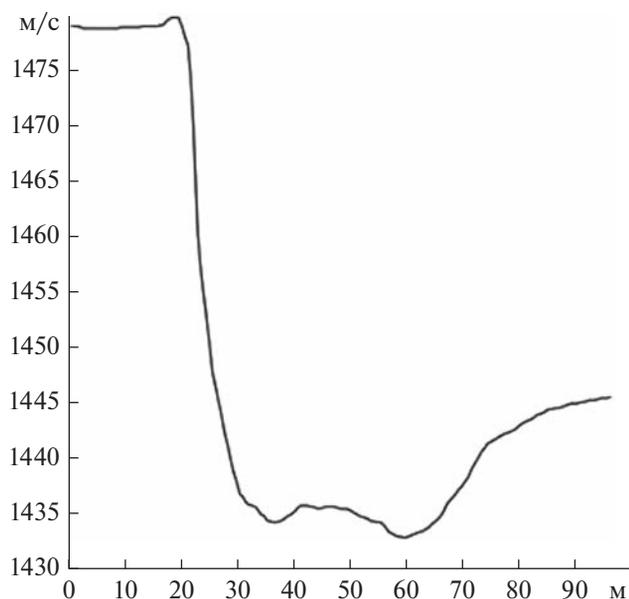


Рис. 6. Профиль вертикальной скорости звука.

На рисунке хорошо просматривается слой, обусловленный донным рассеянием на глубинах 120–140 м, что связано с рельефом дна. Если проанализировать более слабые максимумы в водной толще, то можно отметить ЗРС в районе глубин 30–35 м, который может быть обусловлен как изменением геофизических параметров водной среды (рис. 6), так и биологическими объектами, скапливающимися в области слоя скачка скорости звука.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ и разработан алгоритм, основанный на применении ИГБО и позволяющий дистанционно на ходу судна обнаруживать протяженные полупрозрачные для звуковых волн используемого диапазона частот ЗРС и определять глубину их положения в морской среде. Проведено опробование алгоритма на математических моделях, подтвердившее его эффективность для решения поставленной задачи. Алгоритм проверен на примере обработки экспериментальных данных, полученных ИГБО диапазона 85 кГц при съемке рельефа на участке морского дна в Балтийском море. Обоснована возможность применения разработанного алгоритма для обнаружения звукорассеивающих слоев и их структуры при исследованиях морей и океанов.

Работа выполнена по государственному заданию ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН № 075-01110-23-01.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреева И.Б. Звукорассеивающие слои — акустические неоднородности толщи вод океана // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 4. С. 437–444.
2. Мозговой В.А. О статистических характеристиках объемного рассеяния звука в океане // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 5. С. 927–929.
3. Микушин И.И., Серавин Г.Н. Методы и средства измерения скорости звука в море. СПб.: Судостроение, 2012. 224 с.
4. Каевицер В.И., Захаров А.И., Смольянинов И.В. Исследование фазовых характеристик эхо-сигналов при вертикальном зондировании воды сигналами с линейной частотной модуляцией // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 2. С. 175–179.
5. Морозов А.Н., Лемешко Е.М., Федоров С.В. Звукорассеивающие слои Черного моря по данным АД-СР-наблюдений // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 5. С. 513–522.
6. Сабинин К.Д., Серебряный А.Н. Применение акустических доплеровских профилометров течений для изучения пространственной структуры морской среды // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 639–648.
7. Белов А.И., Кузнецов Г.Н. Оценка акустических характеристик поверхностных слоев морского дна с использованием четырехкомпонентных векторно-скалярных приемников // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 194–202.
8. Лебедев А.В., Манаков С.А. Точность оценки параметров слоистой среды при использовании когерентного векторного приема поверхностной волны Рэлея // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 1. С. 68–82.
9. Кузнецов Г.Н., Лебедев О.В. О возможности применения модели с эквивалентной плоской волной для повышения точности пеленгования низкочастотных сигналов в мелком море // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 628–638.
10. Кузнецов Г.Н., Кузькин В.М., Пересёлков С.А., Прокопьев Д.Ю. Помехоустойчивость интерферометрического метода оценки скорости источника звука в мелком море // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 5. С. 556–572.
11. Кузькин В.М., Куцов М.В., Пересёлков С.А. Пространственная интерференция нормальных волн в океанических волноводах // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 376–383.
12. Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н. Оценка расстояния до источника в глубоком море с использованием пространственно-частотных характеристик интерференционного инварианта и эффективных фазовых и групповых скоростей // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 603–616.
13. Каевицер В.И., Кривцов А.П., Разманов В.М., Смольянинов И.В., Элбакидзе А.В., Денисов Е.Ю. Разработка и результаты испытаний гидроакустического комплекса для исследования дна шельфовой зоны Арктических морей // Журн. Радиоэлектроники. 2016. № 11. <http://jre.cplire.ru/jre/nov16/1/text.pdf> (Дата обращения 19.07.2023)
14. Каевицер В.И., Назаров Л.Е., Смольянинов И.В. Методы повышения точности вычисления разности

- фаз сигналов интерферометрического гидролокатора бокового обзора // Радиотехника и электроника. 2021. Т. 65. № 8. С. 791–797.
15. *Каевицер В.И., Разманов В.М.* Дистанционное зондирование морского дна гидролокационными системами со сложными сигналами // Успехи физ. наук. 2009. Т. 179. № 2. С. 218–224.
16. *Кривцов А.П., Смольянинов И.В., Элбакидзе А.В., Степанов А.В.* Оценка сходимости глубин при площадной съемке рельефа дна многолучевым эхолотом и интерферометрическим гидролокатором бокового обзора // Журн. Радиоэлектроники. 2017. № 4. <http://jre.cplire.ru/jre/apr17/2/text.pdf> (Дата обращения 19.07.2023)
17. *Каевицер В.И., Кривцов А.П., Смольянинов И.В., Элбакидзе А.В.* Алгоритм коррекции батиметрических измерений интерферометрическим гидролокатором бокового обзора // Журн. Радиоэлектроники. 2022. № 10. <http://jre.cplire.ru/jre/oct22/7/text.pdf> (Дата обращения 19.07.2023)

## СЕЛЕКТИВНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ МОД С ПОМОЩЬЮ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦЕПОЧКИ МОНОПОЛЕЙ

© 2023 г. Д. В. Макаров<sup>а</sup> \*, Е. В. Соседко<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,  
ул. Балтийская, 43, Владивосток, 690041 Россия

\*e-mail: makarov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 02.04.2023 г.

После доработки 28.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Рассматривается задача о пространственной структуре акустического поля, создаваемого в дальней зоне разреженной горизонтальной цепочкой ненаправленных излучателей. Показано, что цепочка способна селективно возбуждать определенные моды акустического поля, причем номер возбуждаемой моды зависит от угловой ориентации относительно цепочки. Представлены результаты численного моделирования для двух моделей волновода и цепочки излучателей, расположенной на дне. Показано, что эффективность возбуждения отдельной моды возрастает с ростом номера этой моды. Исследована угловая зависимость модового спектра и показано, что она состоит из нескольких ветвей, каждая из которых определяет наиболее эффективно возбуждаемые моды.

*Ключевые слова:* акустическая антенна, акустический волновод, модовое представление

**DOI:** 10.31857/S0320791923600592, **EDN:** QPDAQL

### ВВЕДЕНИЕ

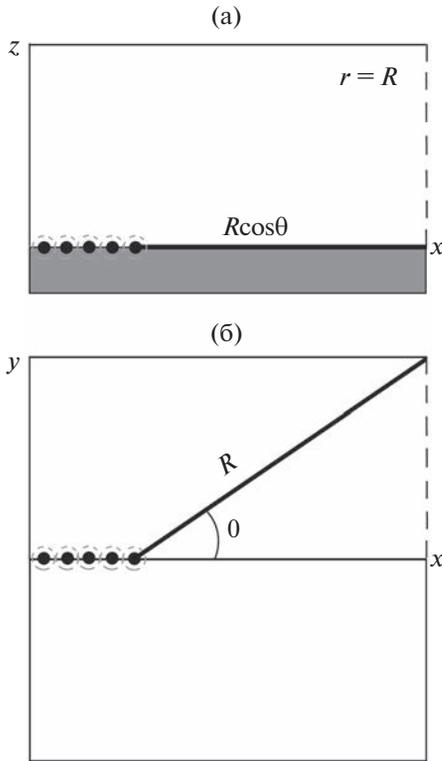
Управление пространственной структурой акустических полей в океане является одной из наиболее актуальных проблем акустики океана [1, 2]. В общем случае данная задача сводится к вычислению амплитудно-фазового распределения (АФР) поля на апертуре антенны, соответствующей возбуждению поля заданного вида в дальней зоне. Эта задача многократно решалась для вертикальных излучающих антенн, и были разработаны различные методы расчета АФР. Так, частный случай селективного возбуждения отдельной волноводной моды был рассмотрен в работах [3–12]. Вместе с тем, практическое использование вертикальных излучающих антенн, особенно для низкочастотных сигналов, зачастую сопряжено со значительными техническими сложностями, связанными как с размером и массой таких систем, так и агрессивным воздействием морской среды. В связи с этим представляется целесообразной разработка более простых с точки зрения практической реализации излучающих систем. В данной работе мы рассматриваем одно из возможных таких решений, основанное на использовании горизонтальной цепочки ненаправленных излучателей (монополей). Такая цепочка может, например, находиться вблизи поверхности воды или быть закреплена возле дна. Подоб-

ного рода излучающие системы используются, например, при сейсморазведке углеводородных месторождений на шельфе [13]. Теория линейных горизонтальных антенн была развита в работах [14–17]. В частности, в работе [16] был выявлен эффект пространственного разделения нормальных мод, возбуждаемых горизонтальной антенной в разных угловых направлениях. В настоящей работе демонстрируется возможность реализации этого эффекта с помощью разреженной горизонтальной цепочки, а также проводится анализ его особенностей в данной конфигурации.

Статья построена таким образом. В следующем разделе приводится краткое теоретическое описание свойств горизонтальной цепочки монополей. Затем приводятся результаты численного моделирования для двух моделей акустических волноводов. В заключении подводятся основные итоги работы, а также намечаются пути дальнейшего исследования.

### АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, СОЗДАВАЕМОЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦЕПОЧКОЙ МОНОПОЛЕЙ: ТЕОРИЯ

Рассмотрим трехмерный подводный акустический волновод, в котором переменные  $x$ ,  $y$ ,  $z$  играют роль декартовых координат. Будем считать,



**Рис. 1.** Схема рассматриваемой излучающей системы: (а) – вертикальная плоскость, (б) – горизонтальная плоскость.

что волновод состоит из двух слоев, водного и осадочного. Снизу осадочный слой граничит со слоем твердых пород, который мы будем считать непроницаемым для звука. Для простоты мы будем считать волновод плоскостойким, тогда граничные условия для акустического поля  $\Psi$  выглядят следующим образом:

$$\Psi(z = 0) = 0, \quad \frac{d\Psi}{dz}(z = z_{\max}) = 0, \quad (1)$$

где  $z_{\max}$  – глубина границы между осадочным слоем и слоем твердых пород.

Зададимся целью найти условия для селективного возбуждения отдельной вертикальной волноводной моды с помощью горизонтальной цепочки ненаправленных акустических излучателей (монополь). Волноводные моды  $\Psi_m(z)$  и соответствующие им горизонтальные волновые числа  $k_m$  являются решениями задачи Штурма–Лиувилля

$$\rho(z) \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi_m(z)}{dz} \right] + [k_0^2 n^2(z) - k_m^2] \Psi_m(z) = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями (1) и условием непрерывности на дне

$$\Psi|_{z=h-0} = \Psi|_{z=h+0}, \quad \frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi}{dz} \Big|_{z=h-0} = \frac{1}{\rho(z)} \frac{d\Psi}{dz} \Big|_{z=h+0}.$$

В уравнении (2)  $\rho(z)$  и  $c(z)$  – профили плотности и скорости звука, соответственно,  $k_0 = 2\pi f/c_0$  – опорное волновое число ( $f$  – акустическая частота в герцах), соответствующее распространению звуковой волны в однородной среде со скоростью звука  $c_0$ ,  $n(z) = c_0/c(z)$  – показатель преломления звуковых волн,  $h$  – глубина водного слоя.

Положим, что все монополи расположены на одной и той же глубине  $z = z'$  вдоль прямой  $y = 0$  (см. рис. 1). Мы будем рассматривать случай, когда цепочка является эквидистантной, т.е. координаты  $x$  монополей описываются формулой

$$x_j = -jd, \quad j = 0, 1, 2, \dots, J, \quad (3)$$

причем крайний справа монополь расположен в точке с координатами  $x = 0$  и  $y = 0$ . Сначала для простоты будем полагать, что мы намерены возбудить заданную волноводную моду при  $x > 0$  вдоль той же горизонтальной оси  $y = 0$ . Чтобы рассчитать требуемое АФР цепочки, можно воспользоваться принципом взаимности. Для этого введем фиктивную вертикальную антенну, перебивающую водную толщу в точке

$$x = R, \quad y = 0 \quad (4)$$

и излучающую заданную моду в направлении рассматриваемой нами горизонтальной цепочки монополей. Если горизонтальная неоднородность среды является пренебрежимо слабой, то акустическое поле, созданное фиктивной антенной в точках расположения монополей горизонтальной цепочки, описывается формулой

$$\Psi(\xi_j, z') = \frac{i}{\sqrt{8\pi k_m \xi_j}} a_m \Psi_m(z') \exp(ik_m \xi_j), \quad (5)$$

где  $a_m$  – комплексная амплитуда моды,  $\xi_j = R - x_j$ . Здесь и в дальнейшем мы будем предполагать, что волновод является горизонтально-однородным. Обобщение этого выражения на случай горизонтально-неоднородных волноводов требует, вообще говоря, знания функции Грина или пропагатора для рассматриваемого сегмента волноводной трассы, что само по себе является отдельной задачей, имеющей самостоятельную ценность. Задача существенно упрощается в случае адиабатических неоднородностей, когда взаимодействие различных мод является пренебрежимо слабым.

Положим, что выполняется неравенство

$$k_m \xi_j \gg 1, \quad \xi_0 \gg L = Nd, \quad (6)$$

т.е. расстояние до фиктивной антенны является достаточно большим. Тогда можно пренебречь множителем  $(k_m \xi_j)^{-1/2}$  в (5). Искомое АФР, отвечающее возбуждению моды  $m$ , получается путем обращения фаз в выражении (5),

$$\Upsilon_m(\xi_j) = \text{const} \exp(-ik_m \xi_j). \quad (7)$$

Следует заметить, что взаимно однозначное соответствие между полями, излучаемыми вертикальной антенной и горизонтальной цепочкой, обеспечивается только в пределе бесконечной длины цепочки,  $L \rightarrow \infty$ . При конечной длине цепочки селективное возбуждение моды  $m$  возможно только при выполнении условия

$$\sum_{j=1}^J \Upsilon_m(\xi_j) \Upsilon_n(\xi_j) \equiv 0 \quad (8)$$

для всех  $n \neq m$ . Это условие предполагает ортогональность мод на множестве элементов цепочки. Чтобы оно выполнялось, длина цепочки должна удовлетворять неравенству

$$\Delta k_m L \geq \pi, \quad (9)$$

где  $\Delta k_m$  – минимальная разность собственных чисел, которая определяется выражением

$$\Delta k_m = \min(\Delta k_{m,m-1}, \Delta k_{m+1,m}), \quad \Delta k_{m,n} \equiv k_m - k_n. \quad (10)$$

В приближении ВКБ минимальная разность собственных чисел связана с длиной цикла модового луча, соответствующего моде  $m$ , с помощью формулы [18]

$$\Delta k_m \equiv \frac{2\pi}{D_m}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получаем

$$L \geq \frac{D_m}{2}. \quad (12)$$

Длина цикла модового луча может составлять километры и даже десятки километров, что означает достаточно большую протяженность антенны. Из соображений экономической и практической целесообразности имеет смысл рассматривать только цепочки, формируемые относительно малым числом монополей, т.е. расстояние  $d$  между соседними монополями должно быть достаточно большим. В дальнейшем мы будем полагать, что величина  $d$  равняется целому числу модовых полуволн, т.е.

$$d = N \frac{\pi}{k_m}, \quad N \in \mathbb{Z}, \quad N \gg 1. \quad (13)$$

Вместе с тем, при достаточно больших значениях  $d$  возникает возможность возникновения резонансов вида

$$N_1 \frac{\pi}{k_m} = N_2 \frac{\pi}{k_n}, \quad N_1, N_2 \in \mathbb{Z}. \quad (14)$$

При выполнении этого условия цепочка излучателей способна одновременно возбуждать более одной волноводной моды в данном направлении.

Теперь рассмотрим поле, создаваемое такой горизонтальной цепочкой вне прямой  $y = 0$ . Рассмотрим точку с координатами (см. рис. 1)

$$x = R \cos \theta, \quad y = R \sin \theta. \quad (15)$$

Тогда при выполнении условий (6) мы можем приближенно считать поле, создаваемое горизонтальной цепочкой в данной точке, эквивалентным полю аналогичной горизонтальной цепочки, АФР которой описывается формулой

$$\Upsilon_m = \text{const} \times \exp[-ik_\theta(m) \xi_j], \quad (16)$$

где

$$k_\theta(m) = \frac{k_m}{\cos \theta}. \quad (17)$$

При выполнении условия

$$k_m = k_n \cos \theta \quad (18)$$

цепочка, настроенная на возбуждение моды  $m$  вдоль прямой  $y = 0$ , будет возбуждать моду  $n$  вдоль луча, исходящего из конца цепочки под углом  $\theta$ . Если при этом также наблюдается резонанс (14), то число возбуждаемых мод может увеличиваться.

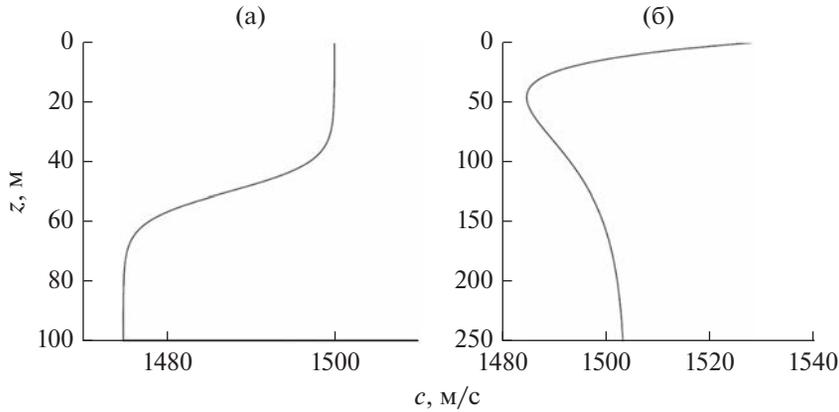
## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для проведения численного моделирования будет использовано две модели. В первой из них профиль скорости звука соответствует придонному звуковому каналу и задается выражением [12, 19, 20]

$$c(z) = \begin{cases} c_0 - \frac{\Delta_c}{2} \left( 1 + \text{th} \frac{z - z_c}{\Delta_z} \right), & 0 \leq z < h, \\ c_b, & h \leq z \leq z_{\max}, \end{cases} \quad (19)$$

где  $c_0 = 1500$  м/с,  $\Delta_c = 25$  м/с,  $z_c = 50$  м,  $\Delta_z = 10$  м,  $c_b = 1600$  м/с,  $h = 100$  м,  $z_{\max} = 300$  м. Водная часть профиля представлена на рис. 2а.

Вторая модель соответствует подводному звуковому каналу, характерному для гидрологических условий Охотского моря и некоторых Курильских проливов [21, 22]. В этой модели первые моды являются чисто водными, а профиль скорости звука описывается выражением



**Рис. 2.** Профили скорости звука для модельных волноводов, использованных в численном моделировании: (а) – придонный звуковой канал, (б) – подводный звуковой канал с биэкспоненциальным профилем скорости звука.

$$c(z) = \begin{cases} c_0 \left[ 1 + \frac{b^2}{2} (e^{-z/z_a} - \eta)^2 \right], & 0 \leq z < h, \\ c_b, & h \leq z \leq z_{\max}, \end{cases} \quad (20)$$

$$I_m = \frac{|a_m(\theta)|^2}{\sum_m |a_m(\theta)|^2}, \quad (23)$$

где  $c_0 = 1485$  м/с,  $z_a = 50$  м,  $b = 0.4$ ,  $\eta = 0.4$ ,  $c_b = 1600$  м/с,  $h = 250$  м,  $z_{\max} = 700$  м (см. рис. 2б). Волноводы с биэкспоненциальным профилем скорости звука вида (20) были проанализированы в работах [23–25]. Ось ПЗК, соответствующая минимуму скорости звука, расположена на глубине

где

$$z_0 = -z_a \ln \eta = 45.8 \text{ м.} \quad (21)$$

$$a_m(\theta) = \int \frac{\Psi_m(z)\Psi(z, R, \theta)}{\rho(z)} dz, \quad (24)$$

Профиль плотности в обеих моделях описывается формулой

$\Psi_m(z)$  –  $m$ -я модовая функция. Расчеты проводились для тональных сигналов с частотой 300 Гц, испускаемых цепочкой, расположенной на дне,  $z = h$ . Расстояние между монополями выбрано равным 10 длинам волны для определенной моды, т.е.

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_{\text{wat}}, & 0 \leq z < h, \\ \rho_{\text{sed}}, & h \leq z \leq z_{\max}, \end{cases} \quad (22)$$

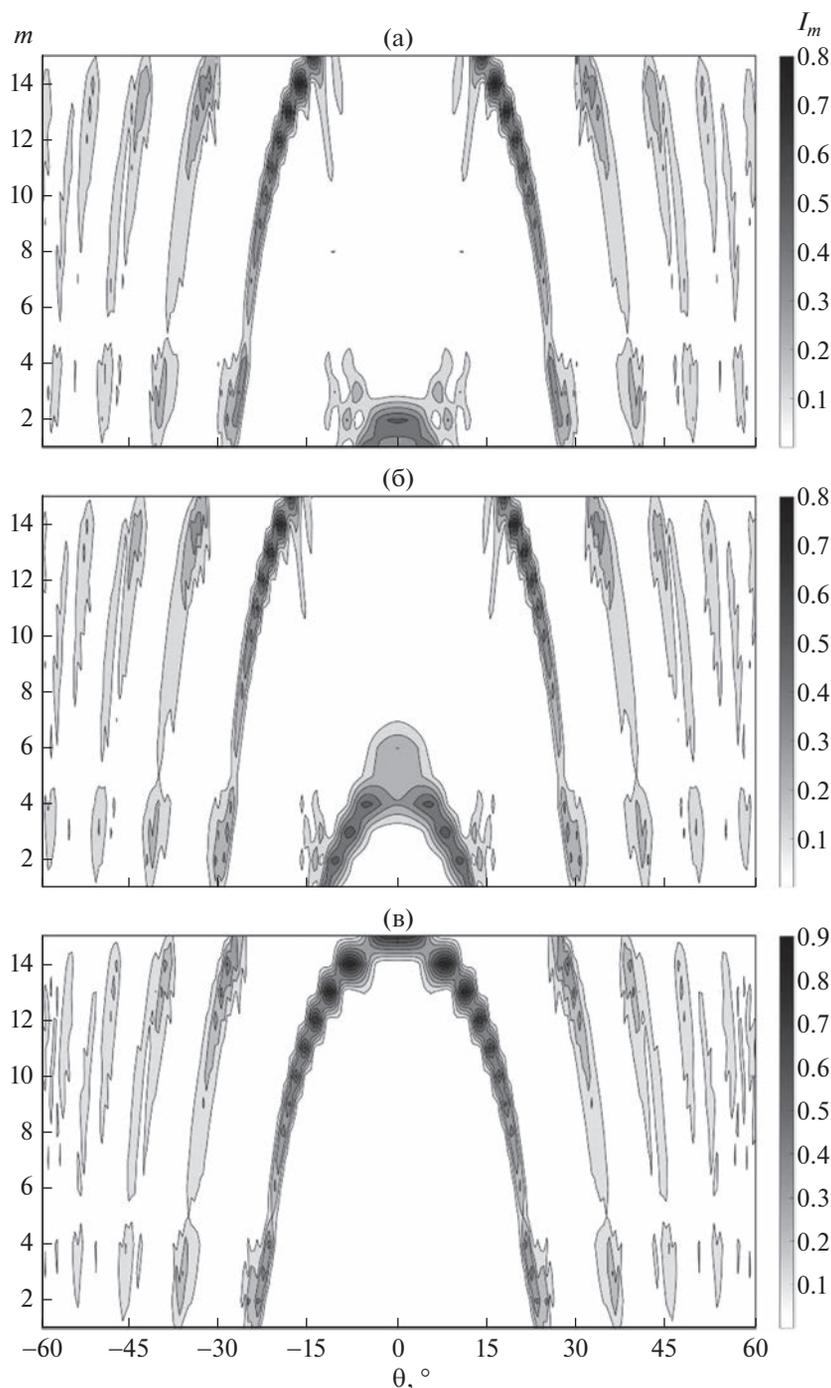
$$d = 10\lambda_m, \quad \lambda_m = \frac{2\pi}{k_m}. \quad (25)$$

где  $\rho_{\text{wat}} = 1$  г/см<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{sed}} = 1.7$  г/см<sup>3</sup>. Коэффициент затухания в обеих моделях равен 0.25 дБ на длину волны.

При частоте 300 Гц  $d$  принимает значения, близкие к 50 м. Рассматриваются цепочки, состоящие из 11 монополей, таким образом, общая протяженность цепочки составляет около 500 м.

Для простоты в обеих моделях волноводы считаются горизонтально-однородными, что позволяет полностью описать пространственную структуру акустического поля с помощью модового представления. Для нахождения мод и соответствующих им собственных чисел использовалась программа, написанная П.С. Петровым [26].

Данные расчетов для модели с придонным звуковым каналом представлены на рис. 3. В этом случае мы имеем 15 водных мод. Настраивая расстояние между монополями на возбуждение первой моды вдоль оси цепочки (т.е. при  $\theta = 0$ ), мы видим, что получающееся поле содержит большой вклад второй моды. Это связано с тем, что вторая мода имеет существенно более высокую амплитуду на глубине излучения. С ростом номера моды, определяющего расстояние между монополями, способность цепочки возбуждать данную моду улучшается. Во всех случаях угловая зависимость модового спектра состоит из нескольких ветвей, каждая из которых отвечает зоне эффективного возбуждения в модовом пространстве. Наклон ветвей соответствует уменьшению номера возбуждаемой моды по мере отклонения от оси це-

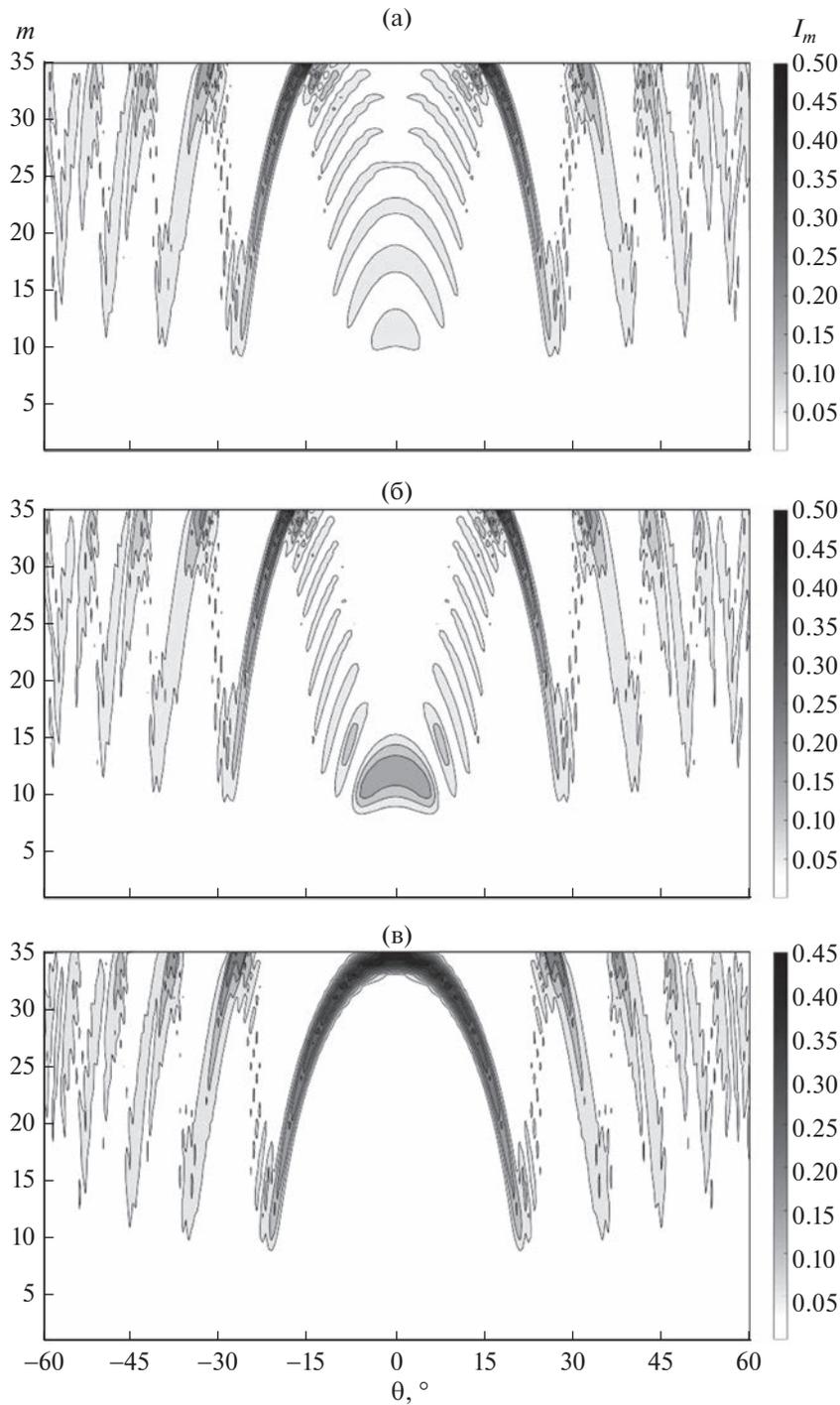


**Рис. 3.** Угловая зависимость модового спектра, создаваемого линейной горизонтальной цепочкой монополей на расстоянии 4 км от цепочки в модели волновода с придонным звуковым каналом. Расстояние между соседними монополями: (а) –  $10\lambda_1$ , (б) –  $10\lambda_5$  и (в) –  $10\lambda_{15}$ .

почки. По своей сути эти ветви являются аналогами различных порядков брэгговской дифракции.

Отметим, что в случае придонного звукового канала практически при любых значениях угла  $\theta$  существуют выделенные пики модового спектра, указывающие на возможность селективного воз-

буждения определенных мод. В случае волновода с биэкспоненциальным профилем скорости звука это не так. На рис. 4 на панелях (а) и (б) мы видим набор вложенных дугообразных структур в окрестности  $\theta = 0$ , связанных с резонансами, описываемыми выражением (14), и препятствующим



**Рис. 4.** Угловая зависимость модового спектра, создаваемого линейной горизонтальной цепочкой монополей на расстоянии 4 км от цепочки в модели волновода с биэкспоненциальным профилем скорости звука. Расстояние между соседними монополями: (а) –  $10\lambda_1$ , (б) –  $10\lambda_{10}$  и (в) –  $10\lambda_{35}$ .

щих селективному возбуждению. Следы этих резонансов заметны и при больших угловых отклонениях. Отметим также, что донная цепочка монополей не способна возбуждать первые девять мод, являющихся чисто водными и практически

не достигающими дна. Как и в предыдущем примере, наблюдается тенденция улучшения селективности в модовом пространстве с ростом номера моды, определяющего расстояние между монополями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе рассмотрены свойства акустического поля, создаваемого горизонтальной цепочкой ненаправленных излучателей (монополей). Показано, что при относительно небольшом числе монополей такая цепочка способна концентрировать излучаемую энергию в определенной волноводной моде, при этом номер этой моды зависит от углового направления. Угловая зависимость модового спектра имеет зонную структуру, характерную для брэгговской дифракции. Наличие нескольких зон связано, по всей видимости, с разреженностью цепочки, и это подтверждается численным моделированием для цепочек с высокой плотностью монополей (эти результаты не представлены в статье). Указанные особенности рассматриваемой конфигурации излучателей могут быть полезными с точки зрения решения различных практических задач, например, реализации многомодового акустического сканирования океанической среды.

Безусловно, данная работа не отвечает на все вопросы, которые должны возникать при практической реализации рассматриваемой излучающей системы. Модели горизонтально-однородных волноводов, использованные в данной работе для иллюстрации ее возможностей, являются излишне идеализированными. Гидрологические и батиметрические неоднородности способны существенно повлиять на пространственную структуру акустического поля, создаваемого горизонтальной цепочкой излучателей. Кроме того, изменения среды во времени нередко сопровождаются изменениями формы профиля скорости звука. Как следствие, меняется и форма акустических мод, и соответствующие им горизонтальные волновые числа. Это означает, что изменения среды “перенастраивают” свойства антенны, в частности, ее угловую диаграмму направленности. Эти процессы требуют детального изучения и учета при практической реализации представленного метода возбуждения волноводных мод. Отдельного внимания требует случай, когда монополи антенны находятся в районе материкового склона. Все эти задачи являются принципиально важными для дальнейшего развития теории горизонтальных цепочек излучателей и должны быть рассмотрены в ближайшем будущем. Кроме того, нельзя обойти вниманием свойства цепочек, излучающих в импульсном режиме. В представленной работе скорее формулируется общая идея для излучающих систем такого типа, нежели предлагается конкретная реализация. Вместе с тем, есть основания полагать, что предлагаемый тип излучающих конфигураций может вполне оказаться полезным с точки зрения различных приложений.

Автор признателен П.С. Петрову за предоставленную возможность использовать код [26]. Работа выполнена в рамках госбюджетной тематики ТОИ ДВО РАН “Моделирование разномасштабных динамических процессов в океане” (рег. номер темы 121021700341-2).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Таланов В.И.* О синтезе антенн в многомодовых волноводах // Изв. Вузов. Радиофизика. 1986. Т. 28. № 7. С. 872–829.
2. *Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Таланов В.И., Фикс И.Ш.* Синтез и анализ акустических полей в океане / В сборнике “Формирование акустических полей в океане”, Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1991, С. 9–31.
3. *Clay C.S., Huang K.* Single mode transmission and acoustic backscattering measurements in a laboratory waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 1980. V. 67. № 3. P. 792–794.
4. *Gazanhes C., Garnier J.L.* Experiments on signal mode excitation in shallow water propagation // J. Acoust. Soc. Am. 1981. V. 69. № 4. P. 963–969.
5. *Buck J.R., Preisig J.C., Johnson M., Catipovic J.* Single-mode excitation in the shallow-water acoustic channel using feedback control // IEEE J. Ocean. Engin. 1997. V. 22. № 4. P. 281–291.
6. *Елисеевнин В.А.* Концентрация энергии в одну нормальную волну, излучаемую в водном слое вертикальной линейной антенной // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 2. С. 275–279.
7. *Голубева Е.В., Елисеевнин В.А.* Излучение одной нормальной волны вертикальной дискретной линейной антенной в водном слое // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 62–68.
8. *Голубева Е.В., Елисеевнин В.А.* Мощность, излучаемая вертикальной компенсированной линейной антенной в волноводе Пекериса // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 5. С. 767–773.
9. *Голубева Е.В., Елисеевнин В.А.* Излучение одной нормальной волны вертикальной дискретной линейной антенной в волноводе Пекериса // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 1. С. 70–76.
10. *Peng D., Gao T., Zeng J.* Study on single-mode excitation in time-variant shallow water environment // J. Comput. Acoust. 2014. № 1. P. 1440001.
11. *Zeng J., Zhao W.Y., Peng D.Y., Li H.F., Gao T.F., Shang E.C.* Measurements of ocean bottom low-angle backscattering by single-mode reverberation // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 6. 2976–2986.
12. *Макаров Д.В.* Применение метода дискретного представления переменных для формирования амплитудно-фазовых распределений поля на вертикальной антенной решетке в волноводе // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 413–430.
13. *Rutenko A.N., Zykov M.M., Gritsenko V.A., Fershalov M.Yu., Jenkerson M.R., Racca R., Nechayuk V.E.* // Environ. Monitor. Assess. 2022. V. 194. 745.

14. *Елисеевнин В.А.* О работе горизонтальной линейной антенны в водном слое // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 2. С. 227–233.
15. *Елисеевнин В.А.* О работе горизонтальной линейной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 44–49.
16. *Елисеевнин В.А.* Диаграмма направленности компенсированной излучающей горизонтальной линейной антенны в волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 3. С. 468–472.
17. *Dungan M.R., Dowling D.R.* Orientation effects on linear time-reversing array retrofocusing in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. № 5. P. 1842–1852.
18. *Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Edelman M., Zaslavsky G.M.* Chaos-induced intensification of wave scattering // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. № 2. 026206.
19. *Makarov D.V., Petrov P.S.* Full reconstruction of acoustic wavefields by means of pointwise measurements // Wave Motion. 2022. V. 115. 103084.
20. *Komissarov A.A., Makarov D.V., Kholmogorov A.O., Shakirov R.B.* Low-frequency sound propagation in an underwater waveguide with a giant gassy pockmark // J. Mar. Sci. Engin. 2023. V. 11. 211.
21. *Вадов Р.А.* Открытие подводного звукового канала, экспериментальные исследования, региональные различия // Акуст. журн. 2007. № 3. С. 313–328.
22. *Свергун Е.И., Коник А.А., Родионов А.А., Зимин А.В.* Короткопериодная изменчивость гидрофизических полей и процессов в Четвертом Курильском проливе по данным экспедиционных исследований // Подвод. Иссл. Робототех. 2022. № 4. С. 53–61.
23. *Makarov D.V., Uleysky M.Yu., Prants S.V.* Ray chaos and ray clustering in an oceanic waveguide // Chaos. 2004. № 1. P. 79–95.
24. *Kon'kov L.E., Makarov D.V., Sosedko E.V., Uleysky M.Yu.* Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide // Phys. Rev. E. 2007. V. 76. № 5. 056212.
25. *Макаров Д.В., Улейский М.Ю.* Высвечивание лучей и горизонтально-неоднородного подводного звукового канала // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 4. С. 565–573.
26. *Petrov P.S.* ac\_modes: simple matlab code for the computation of acoustical normal modes in the ocean. 2019. [https://github.com/kaustikos/ac\\_modes](https://github.com/kaustikos/ac_modes)

## ВЛИЯНИЕ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МОДЕЛИ ЗВУКОВОГО КАНАЛА МЕЛКОГО МОРЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

© 2023 г. А. И. Малеханов<sup>а, б, \*</sup>, А. В. Смирнов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральный исследовательский центр “Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук” (ИПФ РАН), ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

<sup>б</sup>Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: [almal@appl.sci-nnov.ru](mailto:almal@appl.sci-nnov.ru)

Поступила в редакцию 15.05.2023 г.

После доработки 09.06.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Цель данной работы — численная демонстрация и сравнительный анализ критически сильного и неоднозначного влияния априорной неопределенности модели волновода мелкого моря по ее основным физическим параметрам на эффективность основанных на модели методов пространственной обработки многомодовых сигналов, принимаемых вертикальной антенной решеткой. Рассматривается сценарий приема относительно слабого сигнала удаленного подводного источника на фоне интенсивной помехи, создаваемой подповерхностным источником (имитирующим надводное судно) и динамического шума морской среды, возбуждаемого ветровым волнением. Методы обработки включают согласованную обработку полезного сигнала, оптимальную обработку сигнала на фоне помехи и шума, квазиоптимальную обработку на основе согласованной фильтрации одной из мод сигнального поля с адаптивным выбором ее номера. Получены количественные оценки сверху для величин погрешности данных относительно скорости звука в водной толще и геоакустических параметров подстилающего дна, при которых потери усиления антенны не превышают заданного уровня. Показано, что подобные оценки сильно различны как для разных параметров среды, так и для методов обработки, при этом определяющую роль играют условия приема полезного сигнала — модовый состав и уровни интенсивности помехи и шума среды на входе антенны. Постановка задачи и результаты представляются полезными для формулировки требований к средствам оперативной океанографии, предназначенных для поддержки эффективного функционирования гидроакустических антенных систем в реальных морских условиях.

Ключевые слова: волновод мелкого моря, вертикальная антенная решетка, пространственная обработка сигналов, коэффициент усиления антенны, антенный выигрыш, согласованная обработка, оптимальная обработка, модовая фильтрация, оперативная океанография

DOI: 10.31857/S0320791923600427, EDN: QTEETJ

### ВВЕДЕНИЕ

Среди актуальных вопросов, которые активно обсуждаются специалистами в области прикладной акустики океана и смежных вопросов акустической океанографии, особое место занимает вопрос об оценке необходимых требований к объему и качеству информации относительно свойств и параметров океанической среды для повышения практических возможностей приемных антенных систем. По существу, речь идет о количественных оценках требований к средствам оперативного контроля состояния среды и значений ее параметров, влияющих на распространение звука, которым они должны удовлетворять для повышения эффективности обнаружения и оценки

параметров сигналов на фоне совокупности шумов среды и помех в условиях реального океана [1, 2]. Не вызывает сомнения, что корректная информация о среде распространения принимаемых сигналов должна учитываться в алгоритмах их обработки [3–7], и в этом смысле “согласование обработки со средой” на основе адекватной модели среды, как подход, является не просто целесообразным, но необходимым. Однако, какая именно информация требуется для реализации такого подхода — о каких параметрах среды и, в особенности, с какой допустимой погрешностью их оценки в натуральных условиях, — заранее не очевидно и составляет предмет дискуссий. Без анализа этих принципиальных аспектов и сам под-

ход, основанный на согласовании обработки со средой, и “наполнение” его конкретными алгоритмами, остаются неопределенными в той степени, которая необходима для эффективного практического применения.

В недавних работах [8, 9] поставленный вопрос был рассмотрен с позиций численного моделирования эффективности вертикальной антенной решетки (АР) как пространственного фильтра узкополосных сигналов, формируемых удаленными источниками в канале мелкого моря и принимаемых в условиях априори неточного знания его параметров. Данная работа развивает полученные там результаты с акцентом на сравнительном анализе существенно различных методов обработки сигналов, которые опираются на одну и ту же (предполагаемую известной) модель канала распространения. Различие методов заключается при этом не только в их разной математической формулировке, но и в том, что они в разной степени используют априорную информацию относительно условий приема полезного сигнала. Как будет показано ниже, такие условия в основном определяются возможным присутствием на входе АР интенсивной помехи и фоновых шумов морской среды.

Канал мелкого моря выбран нами в качестве среды распространения сигналов не только из соображений практической значимости, но и потому, что в таком канале звуковые поля испытывают сильное влияние подстилающего дна [10]. Следовательно, геоакустические параметры канала должны быть в явном виде включены в число параметров, подлежащих оценке наравне с вертикальным профилем скорости звука (ВПСЗ) и профилем глубины подводного канала. Очевидно, объем априорной неопределенности модели среды при этом только возрастает, причем существенно — неопределенность данных о параметрах дна в натуральных условиях, как правило, является весьма значительной. В свою очередь, вертикальная АР как одна из базовых конфигураций приемных гидроакустических антенн представляет особый интерес в силу практической возможности селекции пространственных гармоник принимаемых сигналов (волноводных мод или лучей) в вертикальной плоскости канала. Ограничение постановки задачи, связанное с предположением фиксированной частоты, не является в данном контексте принципиальным, поскольку пространственная обработка стандартно понимается нами как частотно-зависимая фильтрация сигналов с помощью АР определенного (не слишком малого) волнового размера. В случае приема сигналов с конечной шириной спектра, их обработка в АР предполагает использование частотного накопления выходных сигналов отдельных пространственных фильтров [11–13].

Следуя работам [8, 9], мы продолжаем рассмотрение одного из важных сценариев гидроакустики — приема слабого полезного сигнала, создаваемого на входе АР удаленным локализованным источником, на фоне собственных шумов морской среды и интенсивной помехи, создаваемой другим локализованным источником (возможно, несколькими). Рабочая частота предполагается низкой (диапазон первых сотен Гц), с учетом этого мы опираемся на хорошо известный модовый формализм описания звуковых полей в подводном канале [10, 14]. Эффективность методов обработки мы характеризуем коэффициентом усиления АР (антенным выигрышем) по величине отношения сигнал/(шум + помеха) (ОСШП). По сути, это основная, хотя и эвристическая по своей природе, характеристика протяженной АР как пространственного фильтра полезного сигнала на фоне аддитивных шумов и помех; при этом ее связь с отношением правдоподобия как статистическим критерием эффективности обнаружения слабого сигнала на фоне шумов хорошо известна (например, [11, 12]).

В отношении модели среды мы предполагаем, что вертикальный профиль скорости звука (ВПСЗ), глубина канала и параметры подстилающего дна известны не точно, но с некоторой погрешностью — с отклонениями от тех опорных значений, которые используются при расчете амплитудно-фазового распределения (векторного) АР в соответствии с выбором метода пространственной обработки. Эти отклонения, задаваемые в пределах определенных интервалов, формируют ансамбль “реальных” значений параметров среды и характеризуют тем самым уровень априорной неопределенности опорной модели среды. В таком сценарии приема и сама опорная модель, и основанные на модели методы обработки становятся принципиально “рассогласованными со средой”, что в наибольшей степени отвечает практике приема сигналов удаленных источников в реальных морских условиях. Сценарий точного согласования рассматривается при этом как тот идеальный сценарий, которому отвечают потенциальные возможности методов обработки сигналов в заданном канале, и в этом смысле его рассмотрение, бесспорно, полезно.

Здесь мы проводим количественное сравнение трех существенно разных методов пространственной обработки: метода согласованной обработки полезного сигнала (исходно, именно этот метод в англоязычной литературе получил название *matched-field processing*) [3, 4], эвристического метода согласованной фильтрации одной из мод сигнального поля (с условием, что эта мода выбирается по определенному критерию) [15, 16] и метода оптимальной обработки, где оптимизация понимается по критерию максимума заданной характеристики эффективности — выходного

ОСШП [11]. Эти известные методы являются, по существу, различными подходами к реализации пространственной фильтрации многомодового сигнала на фоне модовых помех и шумов. Основной наш интерес как раз и заключается в том, чтобы выявить, на их конкретном примере, зависимость потерь эффективности пространственной обработки сигналов, основанной на модели среды, от уровня априорной неопределенности модели и от “внешних” условий приема полезного сигнала. Под такими условиями здесь понимаются, прежде всего, относительные уровни интенсивности и модовый состав помехового и шумового полей на входе АР.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Звуковой канал мелкого моря и положение в нем АР задаются нами на основе данных одного из натуральных экспериментов ИПФ РАН с постановкой стационарной акустической трассы в акватории Баренцева моря [17] с использованием тонального источника на частоте 240 Гц (такой выбор сделан только для определенности условий моделирования). Глубина места постановки АР равна 160 м, опорный ВПСЗ вдоль трассы распространения сигналов (показан жирной линией на рис. 1) построен путем линейной интерполяции данных измерений в 32 точках по глубине, следующих через 5 м (отмечены точками). Предполагается далее, что в силу своей природной изменчивости и погрешности измерений, реальный ВПСЗ известен с некоторыми произвольными отклонениями от опорного профиля, при этом модель его “мгновенных” реализаций выбрана нами в виде:

$$c_i = (c_0)_i + (\text{var}(c))_i \xi_i, \quad i = 1, \dots, 32, \quad (1)$$

где  $c_i$  — реализации скорости звука на каждом  $i$ -м горизонте измерения;  $(c_0)_i$  — измеренные значения;  $\xi_i$  — статистически независимые случайные величины, равномерно распределенные на интервале  $[-1, 1]$ ;  $(\text{var}(c))_i$  — амплитуда отклонений, которая является переменной моделирования и монотонно уменьшается с глубиной (с ростом индекса  $i$ ) от максимального значения на поверхности до нуля на дне. Сужающийся “рукав” вариаций ВПСЗ и несколько его случайных реализаций показаны на рис. 1. Мы исходим здесь из реалистичного предположения о том, что вариации ВПСЗ имеют глубинную зависимость и максимальны в верхнем слое, наиболее подверженном температурным вариациям в приводном слое атмосферы. Максимальный интервал вариаций мы ограничиваем при моделировании значениями 5 или 10 м/с (что отвечает температурным вариациям на уровне 1 или 2°C), при построении пока-

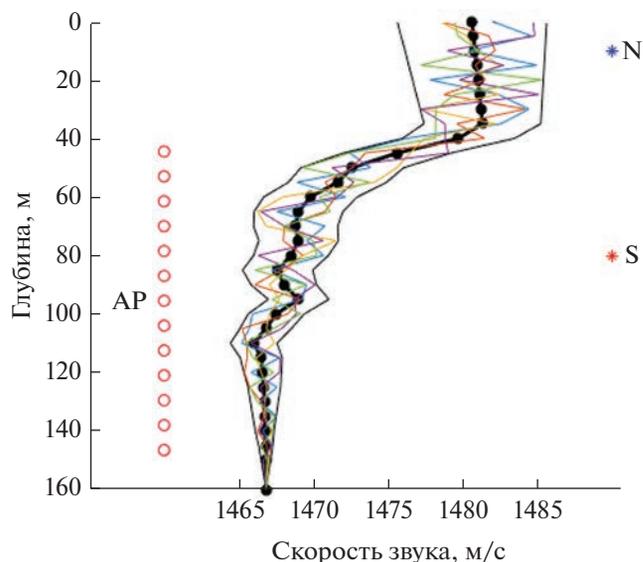


Рис. 1. Опорный ВПСЗ (жирная линия, точки на которой отвечают горизонтам измерения скорости звука) и пять случайных реализаций ВПСЗ (1) в пределах интервала, монотонно сужающегося с глубиной. Слева показаны положение элементов АР по глубине (кружки); справа — выборочные значения глубин источников полезного сигнала (S, 80 м) и помехи (N, 10 м).

занных ниже зависимостей он проходит с малым шагом 0.1 м/с.

Подчеркнем, что задаваемые нами интервалы априорной неопределенности ВПСЗ заведомо не превосходят глубинной изменчивости опорного ВПСЗ (~20 м/с) в пределах слоя скачка на глубинах 40–60 м, т.е. сезонная гидрология канала летнего типа в целом сохраняется. Следовательно, речь идет именно о тех относительно малых и краткосрочных вариациях поля скорости звука, которые подлежат оценке средствами оперативной океанографии. Вместе с тем, выбранная модель вариаций ВПСЗ не претендует на высокую степень соответствия характеру изменчивости реального океана, тем более, весьма вариативному для разных морских районов и в разных сезонах. Дополнительная коррекция модели (1), например, “сглаживание” реализаций путем введения эвристического ограничения на величину вертикального градиента скорости звука или взаимных корреляций вариаций скорости на близких горизонтах (что близко, по сути, в большей степени может отвечать натурным условиям, но не является предметом данной работы. Отметим только, что подобная коррекция ожидаемо приведет к некоторому ослаблению демонстрируемых ниже эффектов, но не будет влиять на их характер (отдельные расчеты с такими поправками модели (1) были сделаны).

На рис. 1 показаны также: положение элементов АР, состоящей из 13 элементов, расположен-

ных эквидистантно через 8.5 м в интервале глубин от 44.5 до 146.5 м ниже перемешанного и относительно прогретого слоя; положение точечных источников сигнала ( $S$ , 80 м) и помехи ( $N$ , 10 м). Такое положение АР и источников отвечает большому положению приведенных ниже иллюстраций.

Подстилающее дно упрощенно задается в виде однородного жидкого поглощающего полупространства, опорные значения его параметров заданы следующими: плотность  $\rho_b = 1.8 \text{ г/см}^3$ , скорость звука  $c_b = 1750 \text{ м/с}$ , коэффициент затухания звука  $\beta_b = 0.07 \text{ дБ/км Гц}$  или  $0.12 \text{ дБ/}\lambda$ . С учетом значительного разброса геоакустических параметров донных пород различного типа, интервалы предполагаемых отклонений от указанных значений мы ограничиваем достаточно большими величинами: 50% в обе стороны для плотности, от  $-15\%$  до  $25\%$  для скорости звука, от 0.01 до 0.7 дБ/км Гц для коэффициента затухания. Такие интервалы включают значения соответствующих параметров для большинства известных типов осадочных донных пород. Поскольку параметры дна по своей природе являются стабильными величинами, то их априорная неопределенность моделируется нами последовательным перебором в пределах указанных интервалов с фиксированным шагом: 1% для плотности и скорости, 0.01 дБ/км Гц для коэффициента затухания. Неопределенность глубины канала задается выборочно отдельными значениями погрешности в пределах относительной величины 3%, что сопоставимо с той погрешностью, которую дают доступные атласы глубин Мирового океана. Для данного канала абсолютная погрешность батиметрии при такой оценке сверху составляет 5 м (в пределах длины волны для заданной частоты).

Таким образом, априорная неопределенность расчетной модели канала распространения звука по всей совокупности ее основных физических параметров моделируется нами с учетом природной специфики этих параметров и возможностей получения корректной информации о них в натуральных условиях.

Уточним далее схему расчета звуковых полей на входе АР. Расчет выполняется в рамках модового формализма с использованием программы, разработанной ранее И.А. Шерешевским и затем адаптированной И.П. Смирновым (ИПФ РАН) для моделирования методов обработки многомодовых сигналов в среде MatLab в различных постановках задачи (см., например, [8, 18, 19]). Расчетное выражение для компонент вектора полезного сигнала на входе  $j$ -го элемента АР имеет хорошо известный вид суперпозиции отдельных мод [10, 14]:

$$s(z_j) = \sum_{m=1}^M \frac{u_m^*(z_s) u_m(z_j) \exp\{i(\kappa_m - \alpha_m)r_s + i\pi/4\}}{\sqrt{\kappa_m r_s}}. \quad (2)$$

Здесь  $u_m(z_j)$  — значение собственной (модовой) функции волновода на глубине  $j$ -го элемента АР;  $\kappa_m$  и  $\alpha_m$  — постоянная распространения и коэффициент затухания в донном грунте  $m$ -ой моды (действительная и мнимая часть продольного волнового числа моды, соответственно);  $r_s$  — горизонтальное расстояние до источника сигнала;  $z_s$  — глубина источника;  $M$  — полное число распространяющихся мод дискретного спектра. Аналогичное выражение мы используем для расчета помехового сигнала на входе АР, подставляя в выражение (2) координаты  $r_N, z_N$  для соответствующего источника. Модовые коэффициенты затухания  $\alpha_m$  рассчитываются для заданных параметров дна по следующей формуле [10]:

$$\alpha_m = \frac{\rho_w}{\rho_b} \frac{k_b^2 u_m^2(H)}{2\kappa_m \sqrt{\kappa_m^2 - k_b^2}} \alpha_b.$$

Здесь  $H$  — заданная глубина канала (160 м);  $k_b = 2\pi f/c_b$  — волновое число звуковой волны в дне для заданной частоты (240 Гц);  $\rho_w$  — плотность воды ( $1 \text{ г/см}^3$ ); параметр  $\alpha_b$  характеризует поглощающие свойства донных осадков и связан с коэффициентом затухания  $\beta_b$  соотношением:  $\beta_b = (4\pi l g e/c_b) \alpha_b$  (дБ/км Гц).

Для заданной частоты в канале с указанными опорными значениями параметров число мод  $M = 28$ , т.е. моделируемый канал распространения звука действительно является многомодовым волноводом. Важно, что в таком волноводе могут реализоваться качественно различные ситуации с точки зрения взаимного расположения спектров интенсивностей полезного сигнала, помехи и фонового шума среды по номерам мод. Естественно ожидать, что от этого будет сильно зависеть эффективность выбранных нами (или других) методов обработки как в случае полной определенности модели канала (точного согласования), так и в условиях ее априорной неопределенности.

Как и в работах [8, 9], канал предполагается горизонтально-однородным и детерминированным, следовательно, накапливаемые с дистанцией эффекты взаимодействия мод и рассеяния на случайных неоднородностях канала не учитываются. Физически, это ограничивает сверху задаваемые расстояния до соответствующих источников на уровне первых десятков километров (для выбранного диапазона низких частот). Конкретно, источник полезного сигнала задается в интервале средних глубин (выборочно на глубине 40, 80 или 120 м), источник помехи — под поверхностью (на глубине 5 или 10 м), расстояния до обоих источников фиксируются одинаковыми (15 км), угловые положения источников в горизонтальной плоскости не играют роли и потому не задаются. Отношение суммарных (по элементам) интен-

сивностей сигнала к помехе на входе АР также является важным параметром задачи и задается малым на уровне  $-10$  или  $-20$  дБ.

Аддитивный фоновый шум предполагается здесь состоящим из двух независимых компонент: стандартно задаваемого пространственно-белого (некоррелированного по элементам АР) изотропного шума, и собственного (т. н. динамического) шума морской среды, который имеет ветровое происхождение и генерируется в приповерхностном слое канала; для его расчета мы используем одну из наиболее цитируемых моделей [20]. Такой шум заведомо не является полностью когерентной помехой на входе многоэлементной АР, в качественном отличии от помехи локализованного источника. Принципиально важно, что динамический шум является анизотропным в вертикальной плоскости канала благодаря определенному модовому составу, смещенному в область высоких номеров мод, эффективно возбуждаемых со свободной поверхности. Отметим также, что адекватный выбор модели пространственно-распределенного шума среды зависит от выбранного диапазона частот. К примеру, для более низких частот ( $\sim 100$  Гц и ниже) следует учитывать шумы удаленного судоходства, которое становится основным его источником, при этом с понижением частоты и соответствующим ростом размеров “шумообразующей” акватории характерной становится трансформация модового состава шума в область низких номеров мод и соответствующее сглаживание вертикальной анизотропии. Наиболее важно, что оба предполагаемых источника интенсивных помех на входе АР – локализованный в волноводе источник и шум среды – в совокупности занимают определенную часть модового спектра волновода (даже значительную его часть) и тем самым резко ограничивают возможности помехоустойчивого приема мод сигнального поля.

Таким образом, мы ориентируемся на практически востребованный сценарий приема вертикальной АР слабого и коррелированного по элементам (когерентного) сигнала удаленного подводного объекта, “маскируемого” мощной когерентной помехой надводного судна и частично-когерентным анизотропным шумом морской среды.

Расчетные выражения для нахождения величины антенного выигрыша в рамках такого сценария хорошо известны, они имеют вид:

$$G = \frac{\text{SNR}_{\text{out}}}{\text{SNR}_{\text{in}}}, \quad \text{SNR}_{\text{in}} = \frac{\sigma_S^2}{K + \sigma_N^2 + \sigma_{\text{mn}}^2}, \quad (3)$$

$$\text{SNR}_{\text{out}} = \frac{\mathbf{w}^+ \tilde{\mathbf{R}}_S \mathbf{w}}{\mathbf{w}^+ (\mathbf{E} + \tilde{\mathbf{R}}_N + \tilde{\mathbf{R}}_{\text{mn}}) \mathbf{w}},$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_S = \sigma_S^2 \tilde{\mathbf{s}} \tilde{\mathbf{s}}^T, \quad \tilde{\mathbf{R}}_N = \sigma_N^2 \tilde{\mathbf{n}} \tilde{\mathbf{n}}^T, \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\text{mn}}(z_i, z_j) = \sigma_{\text{mn}}^2 \tilde{r}_{\text{mn}}(z_i, z_j),$$

$$\tilde{r}_{\text{mn}}(z_i, z_j) \sim \sum_{m=1}^M \frac{\tilde{u}_m(z_i) \tilde{u}_m(z_j) \tilde{u}_m^2(z')}{\tilde{\alpha}_m \tilde{\kappa}_m}. \quad (5)$$

Здесь  $G$  – коэффициент усиления (выигрыш) АР, стандартно определяемый как отношение ОСШП на выходе сумматора АР ( $\text{SNR}_{\text{out}}$ ) к величине входного ОСШП, усредненному по элементам АР ( $\text{SNR}_{\text{in}}$ );  $K$  – число элементов АР;  $\sigma_S^2$ ,  $\sigma_N^2$ ,  $\sigma_{\text{mn}}^2$  – суммарные по элементам АР входные интенсивности полезного сигнала (нижний индекс S), помехи (индекс N) и модового шума (индекс mn – modal noise), которые нормированы на интенсивность белого шума  $\sigma^2$  (в дальнейшем  $\sigma^2 = 1$ ) и задаются тем самым как безразмерные величины; матрицы  $\mathbf{R}_S$  и  $\mathbf{R}_N$  размерности  $(K \times K)$  – нормированные матрицы когерентности полезного сигнала и помехи, соответственно, которые являются диадными матрицами единичного ранга в силу исходного предположения о полной когерентности полей локализованных источников на входе АР (используется нормировка  $\|\mathbf{R}_S\| = \text{Sp}(\mathbf{R}_S) = \sigma_S^2$ ,  $\|\mathbf{R}_N\| = \text{Sp}(\mathbf{R}_N) = \sigma_N^2$ );  $\mathbf{R}_{\text{mn}}$  – нормированная аналогичным образом матрица когерентности динамического модового шума, элементы которой (5) рассчитываются по формулам работы [20] в предположении, что статистический ансамбль источников шума распределен изотропно в горизонтальной плоскости канала на фиксированной глубине  $z' = 1$  м;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица когерентности белого шума; векторы  $\tilde{\mathbf{s}}$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}$  – нормированные векторы–столбцы реплик сигнала и помехи на входе АР, соответственно (используется нормировка  $|\tilde{\mathbf{s}}|^2 = |\tilde{\mathbf{n}}|^2 = 1$ );  $\mathbf{w}$  – весовой вектор АР; верхние индексы “\*”, “T”, “+” – знаки комплексного сопряжения, транспонирования и эрмитова сопряжения матриц, соответственно. Верхний знак “тильды” в выражениях (3)–(5) означает, что соответствующие векторы и матрицы рассчитываются для параметров модели, варьируемых относительно своих опорных значений, т.е. для предполагаемых условий рассогласования опорной модели среды с реальным каналом.

Подчеркнем, что все поля (сигнала, помехи, шумов) рассчитываются как приведенные к входу АР таким образом, чтобы оперировать безразмерным соотношением их нормированных интенсивностей вида  $\sigma^2 : \sigma_S^2 : \sigma_N^2 : \sigma_{\text{mn}}^2$ . Это позволяет нам не задавать фактические мощности самих источников, считая их свободными параметрами. Ясно, что с учетом полного ослабления поля отдельного источника по трассе распространения,

включая цилиндрическую расходимость и модовое затухание, эти мощности в обратном пересчете становятся зависящими от расстояния до источника, но для целей нашего рассмотрения подобные расчеты не играют роли. Практически важной является именно указанная иерархия интенсивностей сигналов на входе АР, принципиальное влияние которой будет продемонстрировано ниже.

В рамках заданного сценария приема сигналов для согласованной обработки полезного сигнала (в точном значении этот термина), согласованной фильтрации одной из сигнальных мод (вопрос ее выбора рассмотрим отдельно) и оптимальной обработки, соответственно, весовые векторы АР имеют вид:

$$\mathbf{w}_{mf} = \mathbf{s}^*, \quad \mathbf{w}_q = \mathbf{u}_q, \quad \mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{E} + \mathbf{R}_N + \mathbf{R}_{mn})^{-1} \mathbf{s}^*. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{u}_q$  – нормированный вектор пространственного распределения моды с номером  $q$  по элементам АР (модовый вектор), который является действительным для вертикальной АР (знак комплексного сопряжения здесь опущен).

Итак, согласно (6), пространственный фильтр АР для каждого из методов обработки предполагается “настроенным” на те реплики входных сигналов, которые отвечают опорной модели среды, в то время как на входе АР присутствуют “реальные” сигналы, фигурирующие в выражениях (3)–(5), и они отличны от своих опорных реплик в силу вариаций параметров модели в заданных интервалах. По существу, в этом и заключается наш подход к моделированию методов обработки в условиях априорной неопределенности модели среды с целью расчета потерь их эффективности, определяемой величиной антенного выигрыша  $G$  (3). На этой основе мы получим количественные оценки требований к допустимому уровню неопределенности модели по совокупности ее физических параметров.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

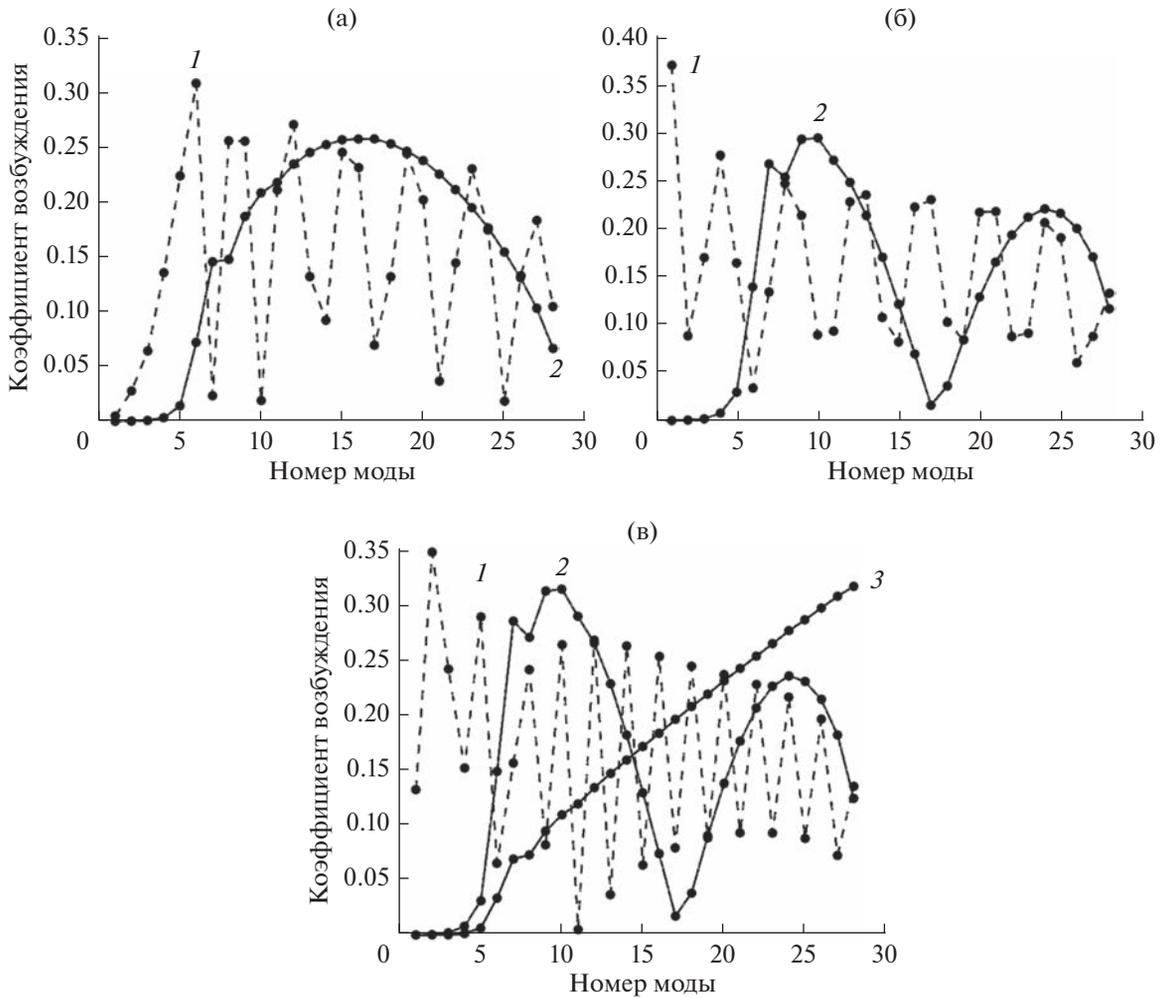
Обсуждение результатов моделирования начнем с демонстрации того, какие распределения по номерам мод отвечают сигналам на входе АР в рамках опорной модели канала. На рис. 2 показаны модули модовых амплитуд (модовые коэффициенты возбуждения) в поле полезного сигнала (кривая 1) и помехи (кривая 2) при различных глубинах обоих источников, равноудаленных от АР на расстоянии 15 км; кривая 3 на рис. 2в отвечает динамическому шуму среды (точками везде отмечены дискретные значения для каждого номера моды, соединительные линии проведены только для иллюстрации). Для наглядности сравнения, спектры приведены здесь в одном масшта-

бе, в то время как в действительности они сильно различны и пропорциональны заданным величинам входных интенсивностей соответствующих полей.

Модовый спектр полезного сигнала ожидаемо оказался более широким и сильно “изрезанным”, поскольку его источник расположен в области средних глубин канала. Хорошо видно, что только незначительная часть мод сигнального поля оказывается относительно “свободной” от помехи, а именно, несколько мод низких номеров на рис. 2а и, дополнительно к ним, несколько мод средних номеров на рис. 2б (в области глубокого провала в спектре помехи). Однако, с учетом модового шума среды, который, как и помеха, “начинается” примерно с 6-й моды, величины входного ОСШП по средним и высоким модам дополнительно и сильно уменьшаются. Это приводит, что будет показано ниже, к еще большему отличию величин выигрыша согласованного фильтра сигнала, не учитывающего помеху и модовый шум, от оптимального фильтра, который осуществляет их эффективное подавление путем обращения суммарной корреляционной матрицы помехи и шума согласно выражению (6).

Отметим, что с учетом относительной плавности модового спектра “подповерхностного” помехового поля, его можно качественно интерпретировать в более широком смысле как спектр не одного, но совокупности помеховых источников, локализованных в некотором интервале малых глубин и совместно формирующих интенсивную помеху на входе АР с определенным модовым составом.

Анализируя спектры энергонесущих мод принимаемых полей и результирующее распределение по номерам мод величины ОСШП (модовые ОСШП), можно корректно выбрать наиболее “полезную” моду сигнального поля, для которой эта величина будет наибольшей, и реализовать согласованный пространственный фильтр для этой единственной моды. Например, для спектров, показанных на рис. 2, номера таких мод оказываются следующими: 5, 1 и 2, соответственно. Как будет видно из дальнейшего, такой модовый фильтр может обеспечить близкую к оптимальному фильтру величину антенного выигрыша, но при этом оказывается значительно более простым в реализации и более устойчивым к несогласованию модели среды. Подчеркнем, что такая эвристическая процедура модовой фильтрации является, по своей сути, адаптивной, поскольку выбор указанной моды не может быть сделан априори, но только на основе эмпирической или модельной оценки модовых ОСШП. Важно при этом, что этот выбор определяется не только положениями соответствующих источников, что очевидно, но и положением приемной

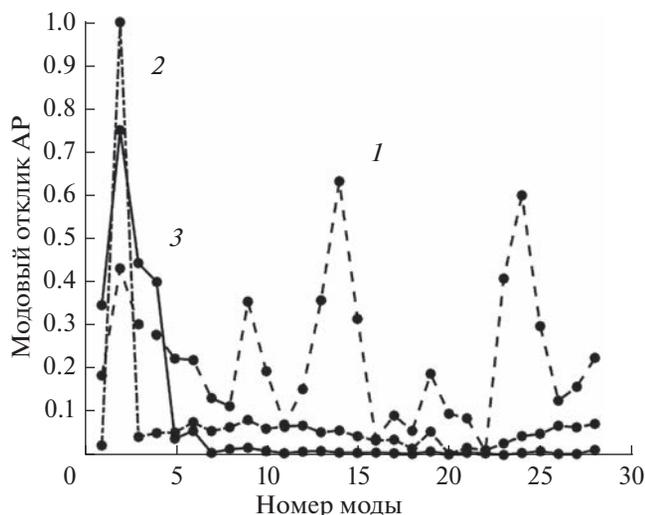


**Рис. 2.** Модовые спектры сигнального поля (штриховая кривая 1) и помехи (сплошная кривая 2) для различных положений источников по глубине: (а) – 40 м (сигнал) и 5 м (помеха); (б) – 120 м (сигнал) и 10 м (помеха); (в) – 80 м (сигнал) и 10 м (помеха) с добавлением модового шума (сплошная кривая 3).

АР. Ранее было показано [16, 21], что положения отдельных элементов вертикальной АР и антенны как целого по глубине являются фактором, существенно влияющим на антенный выигрыш при различных методах обработки многомодовых сигналов на фоне помех, включая метод модовой фильтрации. Это указывает на дополнительные возможности повышения эффективности обработки, связанные со специальным подбором положения АР по глубине (вернемся к этому аспекту ниже).

Прежде чем переходить к дальнейшему обсуждению, приведем полезную иллюстрацию, наглядно демонстрирующую качественное отличие рассматриваемых нами методов обработки в ситуации приема сигнала и помех широкого модового спектра. В работах [22, 23] была введена характеристика АР, осуществляющей прием многомодовых сигналов, которая есть прямой физический аналог стандартной диаграммы направленности

АР в поле плоских волн – модовая диаграмма. Эта характеристика, как и модовые спектры принимаемых сигналов, является дискретной функцией номеров мод, т.е. вектором размерности  $M$ , каждый элемент которого есть отклик АР с некоторым весовым вектором  $\mathbf{w}$  на отдельную моду волновода (модовый отклик):  $F_q = \mathbf{u}_q^T \mathbf{w}$ . Вектор модовой диаграммы тогда определяется в общем виде как  $\mathbf{F} = \mathbf{U}^T \mathbf{w}$ , где  $\mathbf{U}$  – матрица размерности  $(K \times M)$ , которая есть матрица модовой структуры волновода на входе АР (состоит из векторов-столбцов  $\mathbf{u}_q, q = 1, 2, \dots, M$ ). Модовая диаграмма в явном виде определяет “направленность” АР в модовом пространстве и поэтому является удобным инструментом анализа методов пространственной обработки сигналов в волноводах для АР заданной конфигурации (не обязательно вертикальной).



**Рис. 3.** Модовые диаграммы АР для методов согласованной фильтрации сигнала (1, штриховая кривая), согласованной фильтрации второй моды (2, штрихпунктир) и оптимальной обработки (3, сплошная кривая) в случае приема сигнала на фоне помехи и модового шума. Модовые спектры принимаемых полей отвечают рис. 2в при соотношении нормированных интенсивностей на входе АР 1 : 10 : 100.

К примеру, для сценария приема полезного сигнала на фоне помехи и модового шума (рис. 2в) при условии, что нормированные интенсивности полей на входе АР имеют соотношение 1 : 10 : 100 : 100 (в указанном выше порядке), модовые диаграммы АР с весовыми векторами (6) имеют вид, показанный на рис. 3. Хорошо видно, что оптимальная обработка (кривая 3) обеспечивает пространственную фильтрацию только небольшой группы самых первых мод, “свободных” от интенсивной помехи и шума, и тем самым обеспечивает выделение полезного сигнала на их фоне с наибольшим коэффициентом усиления. В свою очередь, согласованная обработка (кривая 1) имеет высокие “боковые лепестки” модовой диаграммы в области средних и высоких номеров, что приводит к сильному ослаблению ее эффективности в данном сценарии приема полезного сигнала. Модовый фильтр 2-й моды (кривая 2) имеет близкую к оптимальной модовую диаграмму и, соответственно, также обеспечивает эффективное подавление помехи и модового шума, но при этом он подавляет часть помехоустойчивых сигнальных мод, поскольку “главный лепесток” его диаграммы оказывается слишком узким (номер моды здесь выбран  $q = 2$  согласно приведенным выше оценкам).

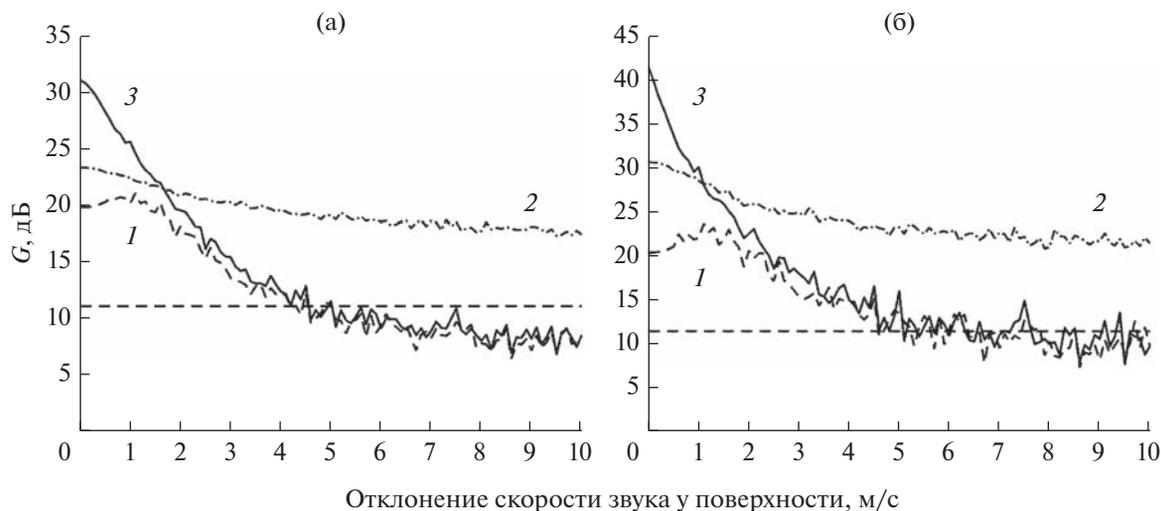
### 1. Влияние вариаций ВПСЗ

Влияние случайных вариаций ВПСЗ на коэффициент усиления АР (пока без учета вариаций

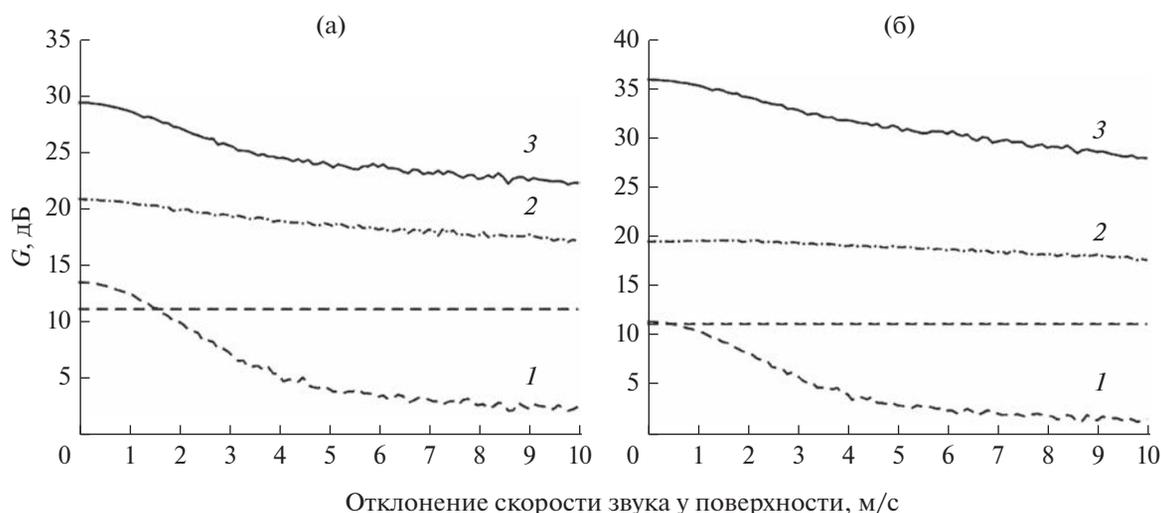
параметров дна) демонстрируется в двух качественно различных ситуациях приема сигналов – в отсутствие интенсивного модового шума (рис. 4) и на его фоне (рис. 5). Для более наглядного сравнения методов обработки интересующие нас зависимости приведены здесь в относительно большом интервале вариаций до 10 м/с. Незначительные изломы кривых связаны с конечным числом реализаций профиля скорости, которое выбрано равным 100 для каждого значения амплитуды вариаций от нуля до максимального с шагом 0.1 м/с.

Рис. 4 показывает потери усиления АР при двух разных величинах входного отношения сигнал/помеха (ОСП):  $-10$  дБ (рис. 4а) и  $-20$  дБ (рис. 4б); рис. 5 – при фиксированном ОСП на уровне  $-10$  дБ и различной интенсивности модового шума (10 и 20 дБ к уровню сигнала, рис. 5а и 5б соответственно). Горизонтальной штриховой линией на обоих рисунках отмечен уровень усиления  $G = K$ , который, как хорошо известно, отвечает согласованной пространственной обработке полностью когерентного сигнала на фоне белого шума. Физически очевидно, что в ситуации интенсивных и существенно анизотропных помех этот уровень может быть значительно превышен, поскольку даже согласованная фильтрация сигнала может частично (и даже значительно) подавлять помеху при условии заметных различий модовых составов сигнального и помехового полей, не говоря уже об оптимальной обработке, которая обеспечивает такое подавление наилучшим образом. Подобные “аномалии” коэффициента усиления вертикальной АР при приеме многомодовых сигналов неоднократно демонстрировались ранее в рамках различных модельных постановок задачи пространственной обработки [15, 21, 24].

Хорошо виден ожидаемый нами эффект сильного начального расхождения между кривыми, особенно для оптимальной и согласованной с сигналом обработки, которое превышает величину 10 дБ на рис. 4а и 20 дБ – на рис. 4б. На уровне оценки, дополнительный выигрыш оптимизации обработки в сравнении с согласованной обработкой равен обратной величине ОСП, что и подтверждается этими значениями. Однако, с ростом вариаций ВПСЗ оптимальная обработка быстро деградирует до уровня согласованной, и это тоже ожидаемый эффект, связанный с присутствием интенсивной помехи [8]. Действительно, в таких условиях оптимальная обработка не только частично “теряет” полезный сигнал (как и согласованная обработка), но и хуже подавляет помеху, в результате чего потери выигрыша при оптимальной обработке растут быстрее, и чем интенсивнее помеха, тем более сильными они оказываются. В свою очередь, согласованная модовая фильтрация наиболее помехоустойчивой 2-ой моды, занимая сначала промежуточное положение (ее начальный проигрыш оптимальной обработке весьма значи-



**Рис. 4.** Зависимости коэффициента усиления АР от амплитуды вариаций ВПСЗ для согласованной фильтрации сигнала (1, штриховая кривая), согласованной фильтрации второй моды (2, штрих-пунктир) и оптимальной обработки (3, сплошная кривая) в случае приема сигнала на фоне помехи без учета модового шума: нормированные интенсивности полей на входе АР равны (а) — 1 : 10 : 100 и (б) — 1 : 10 : 1000. Положение источников: (15 км, 80 м) и (15 км, 10 м) для сигнала и помехи, соответственно (так же на последующих рисунках).



**Рис. 5.** Аналогичные рис. 4 зависимости в случае приема сигнала на фоне помехи и модового шума: (а) — 1 : 10 : 100 : 100 и (б) — 1 : 10 : 100 : 1000.

тельный, около 8 дБ), оказывается гораздо менее чувствительной к вариациям ВПСЗ. В результате именно этот метод обеспечивает наибольшую величину антенного выигрыша уже при вариациях ВПСЗ на уровне  $\sim 2$  м/с, и затем его выигрыш над двумя другими методами только растет. Причина высокой устойчивости модовой фильтрации физически совершенно ясна и связана с тем, что модовые функции первых номеров являются наименее чувствительными к вариациям ВПСЗ, тем более, если эти вариации оказываются наиболее сильными только в верхнем слое канала (рис. 1). Таким образом, если задать равную для всех мето-

дов обработки величину приемлемого уровня потерь усиления АР в качестве требования к точности оперативного контроля изменчивости ВПСЗ, то эти требования окажутся сильно различными. Например, при заданном уровне потерь  $-3$  дБ имеем соответствующие оценки:  $\sim 0.5$  м/с для оптимальной обработки,  $\sim 2$  м/с для согласованной обработки,  $\sim 5$  м/с для оптимальной (в указанном выше смысле) модовой фильтрации.

На рис. 4 иллюстрируется еще один важный эффект — возможность немонотонной зависимости потерь усиления для согласованной обработ-

ки. На это также было обращено внимание в работе [8], причем этот позитивный по своей сути эффект, отчасти “спасающий” согласованную обработку в условиях рассогласования, является универсальным в смысле своего проявления, и даже более значительного, в случае вариаций не только ВПСЗ, но и донных параметров модели (остановимся на этом ниже). Такая особенность, на первый взгляд, несколько парадоксальная, тоже объясняется присутствием интенсивной модовой помехи, частично “закрывающей” моды полезного сигнала, и в ее отсутствие она пропадает.

Из сравнения рис. 4 и 5 хорошо видно значительное влияние интенсивного модового шума, причем для данной реализации модовых спектров сигнала, помехи и шума оно оказалось противоположного свойства: модовый шум оказывает “стабилизирующее” влияние на эффективность оптимальной обработки с кратным увеличением допустимых вариаций скорости звука (уже до ~5–10 м/с) и, напротив, дополнительно к интенсивной помехе подавляет эффективность согласованной обработки. Физически это связано с тем, что оптимальная обработка является в данном случае модовым фильтром узкой группы самых первых мод, практически “свободных” от помехи и шума (рис. 2), но именно эти моды являются наименее чувствительными к вариациям параметров среды и обеспечивают повышение робастности оптимального фильтра. Согласованная с сигналом обработка “настроена”, по определению, на все энергонесущие моды сигнала, включая моды средних и высоких номеров, которые полностью “закрываются” интенсивным шумом, и поэтому приобретает в данном случае дополнительные потери усиления. Выигрыш АР для метода модовой фильтрации по-прежнему слабо зависит от вариаций среды, следовательно, мы можем классифицировать согласованную модовую фильтрацию, при условии ее корректной “настройки” на одну из первых мод, как робастный метод, устойчивый не только к рассогласованию модели канала, но и к уровню модового шума (в рамках используемой модели – к интенсивности ветрового волнения в районе постановки АР).

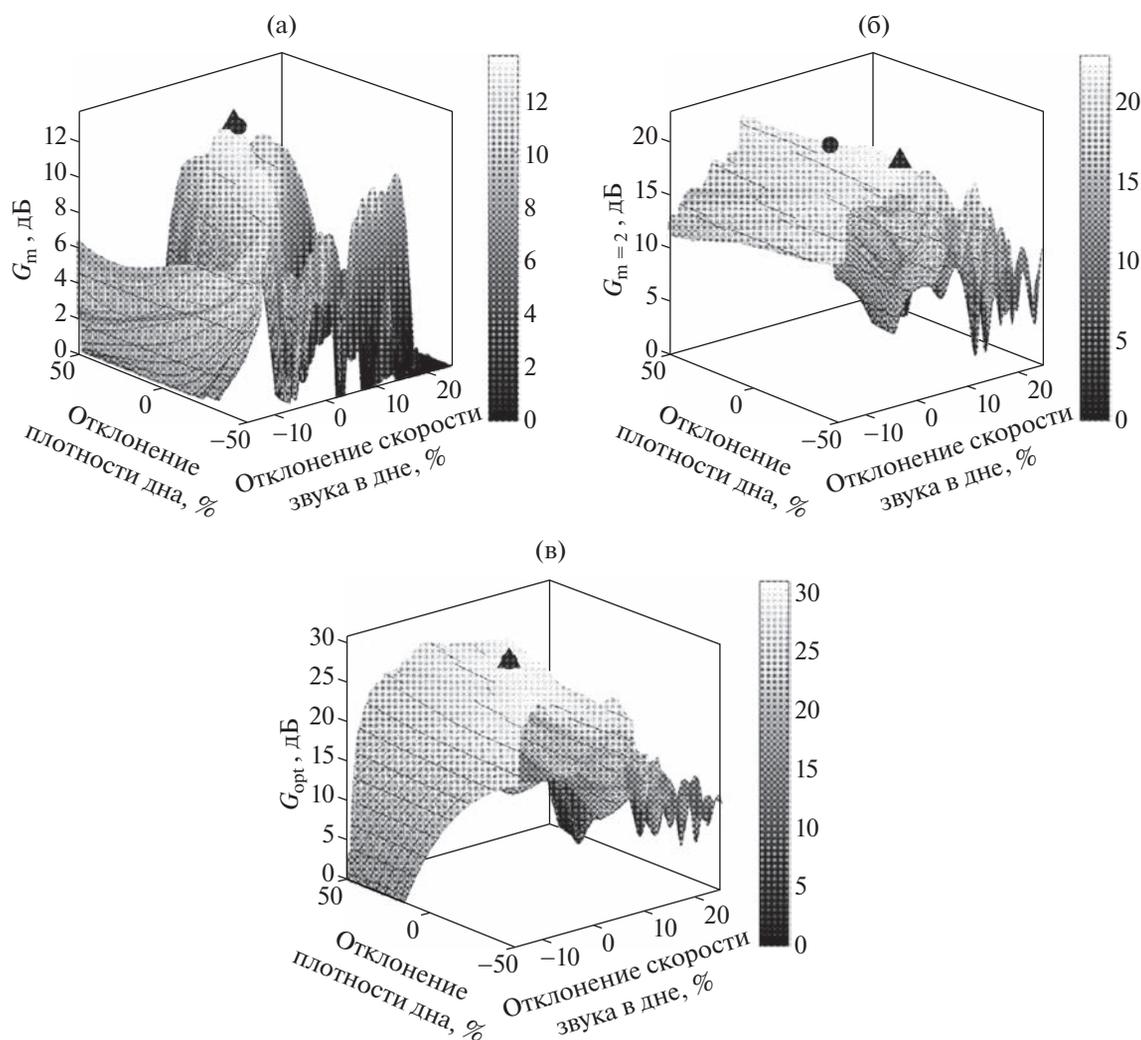
Подчеркнем, однако, что отмеченное здесь качественно различное влияние модового шума на потери усиления АР для разных методов обработки сигналов не следует рассматривать в качестве общего вывода, поскольку оно обусловлено конкретными модовыми спектрами соответствующих полей (рис. 2в). Общий вывод заключается скорее в другом утверждении – влияние априорной неопределенности модели канала (в данном случае – по ВПСЗ в водной толще) на эффективность различных методов обработки и в различных условиях приема сигналов является весьма вариативным и даже не всегда однозначным, если иметь в виду возможность немонотонной зависи-

мости потерь усиления с ростом рассогласования модели среды.

## 2. Влияние вариаций параметров дна

Рассмотрим теперь специфический для каналов мелкого моря аспект, касающийся влияния существенной неопределенности параметров подстилающего дна – скорости звука, плотности и коэффициента затухания. Интуитивно кажется ясным, что первый из них должен быть значительно более “влиятельным”, поскольку от скорости звука в дне (как и в водной толще) зависят продольные волновые числа мод и, следовательно, взаимные фазовые сдвиги мод на входе АР для каждого из когерентных сигналов локализованных источников. Поскольку используемая нами расчетная модель распространения сигналов не учитывает фазовые флуктуации мод в результате рассеяния на случайных неоднородностях канала, фазовая “расстройка” мод в поле полезного сигнала и помехи в результате отклонения скорости звука от опорного значения становится сильным эффектом. Кроме того, от скорости звука в дне зависят не только волновые числа, но и общее число мод дискретного спектра и, следовательно, соотношение модовых спектров принимаемых сигналов, в то время как от плотности дна число мод зависит слабо. Например, при относительном уменьшении скорости звука от опорного значения на 10% число мод заметно уменьшается до  $M = 19$ , а при таком же относительном увеличении – возрастает до  $M = 34$ , в то время как варьирование плотности во всем заданном интервале не влияет на число мод (в асимптотике бесконечно большой скорости звука, отвечающей абсолютно жесткому дну,  $M = 53$ , что намного превышает характерные значения для нашей задачи).

На следующих двух рисунках демонстрируется совместное влияние вариаций плотности и скорости звука в дне (теперь без учета вариаций ВПСЗ) в случае интенсивного модового шума: в виде трехмерных зависимостей (рис. 6) и в виде линий равного уровня на плоскости (рис. 7). Прежде всего, обратим внимание на различный масштаб интересующих нас величин по вертикальной шкале на этих графиках. Как на предыдущих рисунках, здесь демонстрируются значительные расхождения начальных величин усиления АР для разных методов обработки (при точном согласовании опорной модели среды с реальным каналом) и качественно различный характер потерь усиления в условиях растущего рассогласования. Изолинии уровня усиления на рис. 7 построены с одинаковым интервалом 3 дБ для всех трех методов, что позволяет легко оценить для каждого из них ширину “зоны устойчивости” по обоим варьируемым параметрам и сделать соответствующие сравнительные выводы.



**Рис. 6.** Зависимости коэффициента усиления АР от амплитуд относительных вариаций скорости звука в дне и плотности дна для (а) – согласованной обработки, (б) – согласованной фильтрации 2-й моды и (в) – оптимальной обработки в случае приема сигнала на фоне помехи и модового шума: 1 : 10 : 100 : 100. Кругами отмечены значения коэффициента усиления в отсутствие вариаций (в начале координат); треугольниками – главные максимумы зависимостей для каждого из методов.

На обоих рисунках хорошо виден уже отмеченный нами немонотонный характер зависимости для согласованной обработки (рис. 6а, 7а), но здесь этот эффект проявляется более резко – присутствуют дополнительные и значительные по величине максимумы коэффициента усиления и глубокие провалы между ними. Высокий уровень таких “боковых лепестков” усиления указывает на то, что согласованная обработка может оказаться в состоянии эффективного согласования со средой даже при значительном рассогласовании модели по донным параметрам. Подобные ее “возвращения” в режим максимального (для этого метода) усиления характерны и вполне предсказуемы (могут быть рассчитаны на основе модели), однако, они сильно вариативны по всем параметрам задачи и имеют, таким образом, ква-

зислучайный характер. Эта особенность не позволяет, на наш взгляд, придавать таким дополнительным максимумам большого практического значения, но вместе с тем, она представляется существенной. Уточним, что главный максимум (13.6 дБ) выигрыша АР при согласованной обработке достигается в данном случае при небольшом смещении плотности на +3%, хотя он практически не отличается по величине от начальной точки нулевых отклонений по обоим параметрам (эти значения оказались здесь в пределах “главного лепестка” зависимости). Видно также, что оптимальная обработка (рис. 6в, 7в), с учетом отмеченной выше специфики совместного влияния интенсивной помехи и модового шума, и здесь (как на рис. 5) показывает себя весьма устойчивой в относительно широком интервале неопре-

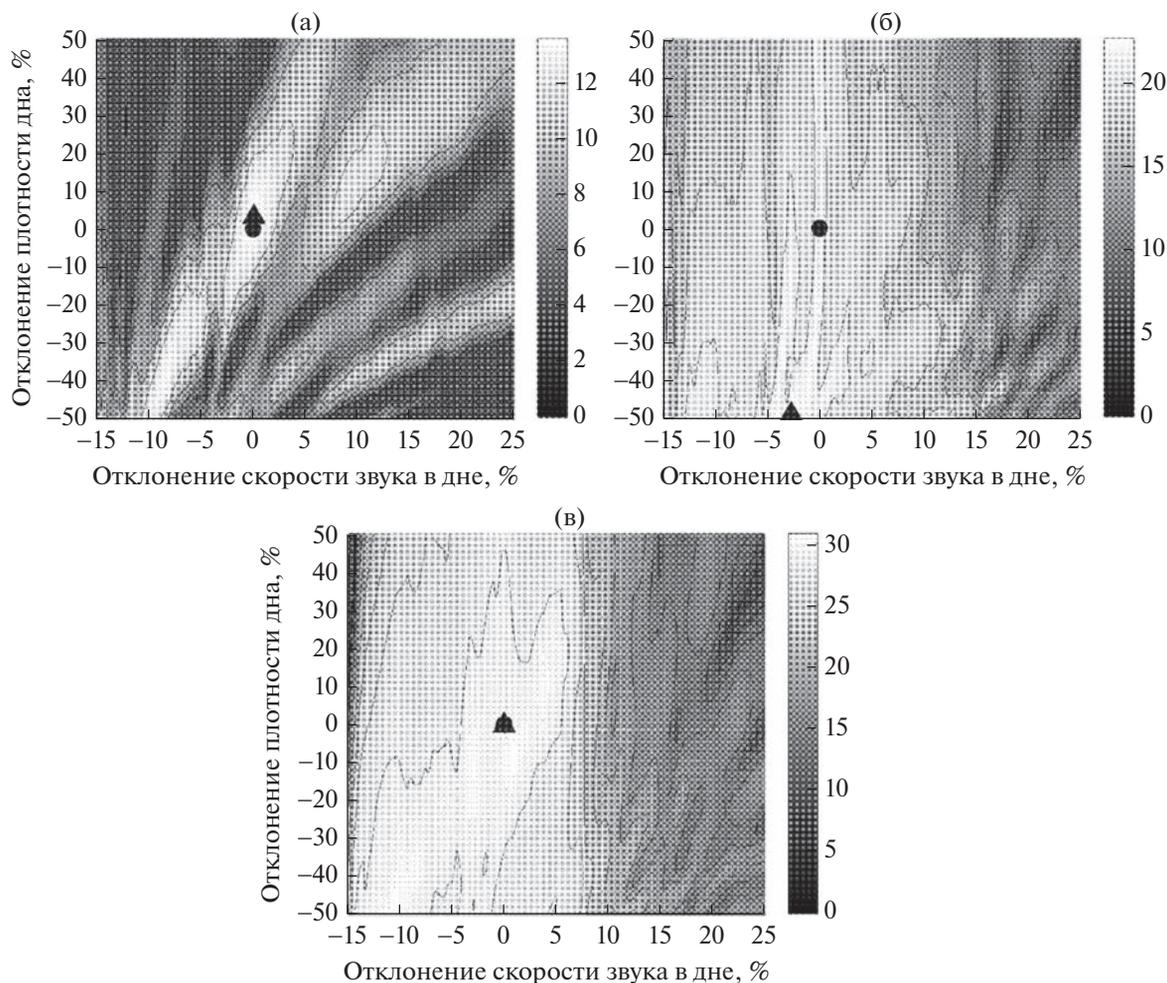


Рис. 7. Те же зависимости, что на рис. 6, в виде линий равного уровня коэффициента усиления, построенных через 3 дБ.

деленности донных параметров, но по скорости звука, что характерно, — только при отклонениях в меньшую сторону от опорного значения, т.е. при сокращении общего числа мод дискретного спектра. Явно выраженный в данном примере несимметричный характер зависимости указывает на то, что опорное значение скорости звука в дне должно выбираться с определенным “запасом” в сторону увеличения — потери усиления в условиях рассогласования могут оказаться при этом менее значительными, и такая особенность оптимальной обработки представляется важной в плане практических рекомендаций. Метод согласованной фильтрации 2-й моды (рис. 6б, 7б) также оказался в данном сценарии приема достаточно устойчивым к вариациям параметров дна, особенно к вариациям плотности. Однако, и для него видно смещение главного максимума: 22.8 дБ при отклонениях скорости звука на  $-3\%$  и плотности на  $-49\%$  против 20.8 дБ в начальной точке.

Если теперь “выключить” ветровое волнение и вместе с ним интенсивный шум в средних и высо-

ких модах, то потери усиления ожидаемо становятся значительно более резкими, особенно для методов согласованной и оптимальной обработки (рис. 8а, 8в). Видно, что область центрального “лепестка” зависимости (в начале координат) резко сужается и не превосходит первых единиц процентов по скорости звука и  $\sim 10\%$  по плотности. Более того, главный максимум выигрыша АР для согласованной обработки (28 дБ) теперь не только заметно сместился от положения центрального максимума, но и значительно его превзошел (примерно на 8 дБ). Метод модовой фильтрации (рис. 8б) стабильно демонстрирует относительно высокую устойчивость, в результате чего оказывается более эффективным с ростом рассогласования модели по параметрам дна. Вместе с тем, и для этого метода видно смещение глобального максимума выигрыша (26.2 дБ) от начальной величины (23.4 дБ), т.е. примерно на ту же величину (менее 3 дБ, как на рис. 6, 7), хотя само смещение по параметру скорости звука оказалось совсем другим. Для сравнения, оптимальная

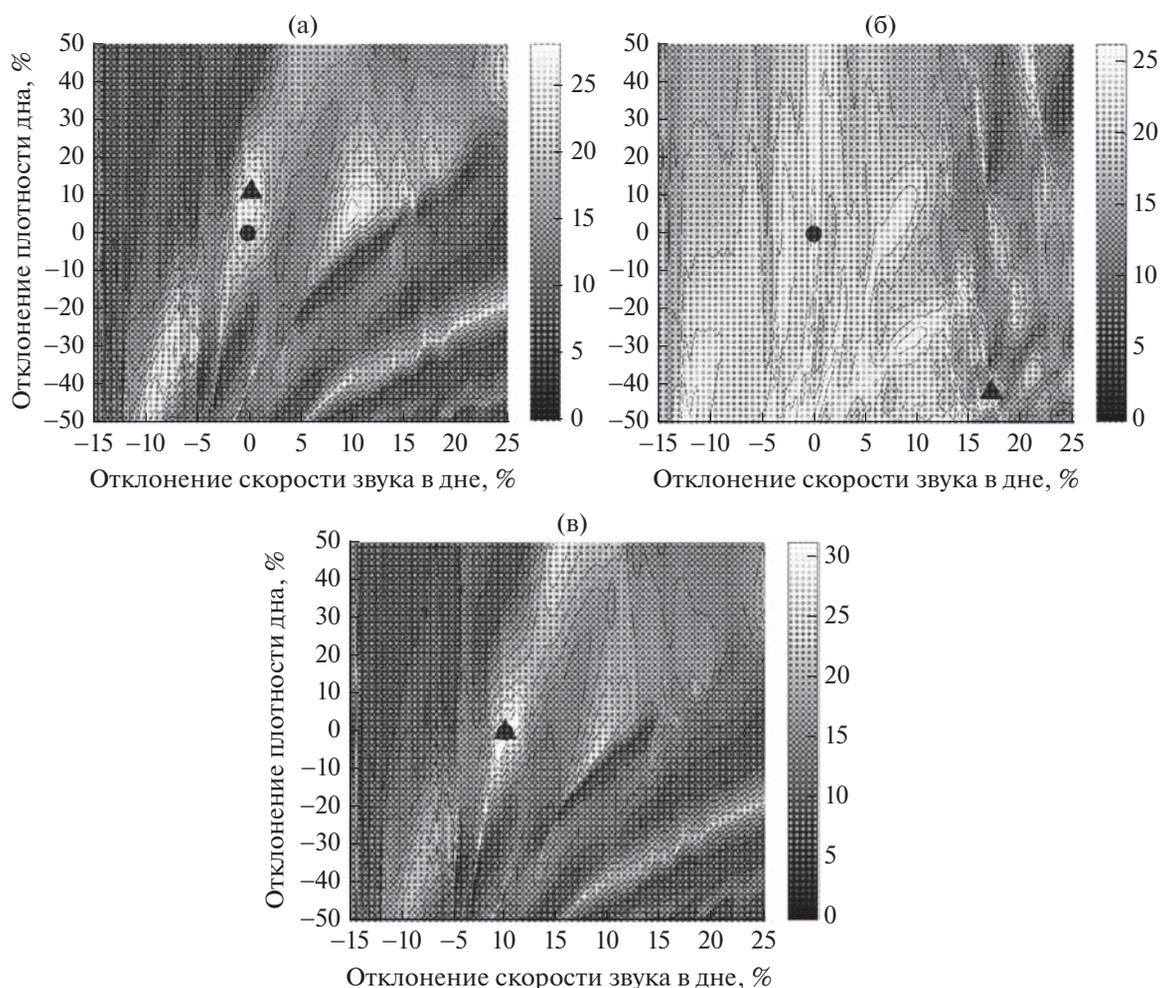


Рис. 8. Аналогичные рис. 7 зависимости в отсутствие интенсивного модового шума: 1 : 10 : 100 : 0.

обработка обеспечивает максимальное усиление около 31 дБ, но, как и на рис. 4, с ростом рассогласования по скорости звука потери усиления быстро растут. Видно, что для этого метода также может быть характерна “овражная” зависимость усиления от вариаций параметров дна, хотя и менее резкая в сравнении с согласованной обработкой.

В целом, отмеченная здесь и выше (на рис. 4) “инверсия” методов обработки с ростом рассогласования модели совершенно ясна и указывает только на то, что сам термин “оптимальная обработка” относится только к тому идеальному сценарию приема, когда модель принимаемых сигналов известна точно и является стационарной, т.е. в отсутствие отклонений значений ее параметров от тех опорных значений, для которых выполнена оптимизация. По существу, то же самое относится и к термину “согласованная обработка”, которая в обсуждаемом сценарии приема с априорной неопределенностью параметров среды является, очевидно, “рассогласованной обработкой”.

Для удобства сопоставления зависимостей, показанных на рис. 4–8, отметим, что величины усиления в точке нулевых вариаций параметров на рис. 5а совпадают с начальными значениями соответствующих зависимостей на рис. 6, 7, и на рис. 4а – с начальными значениями на рис. 8.

Наравне со скоростью звука и плотностью, коэффициент поглощения звука в донных породах также может иметь значительную неопределенность в реальных условиях работы приемных антенн. Не останавливаясь на вопросе о влиянии неопределенности по этому параметру подробно, отметим только, что оно еще более слабое, чем влияние неопределенности по плотности дна, и становится заметным при соответствующих “ошибках” не на десятки процентов, но в разы. Например, при отличии реального поглощения звука в дне от опорного значения в три раза (0.2 против 0.07 дБ/км Гц) потери усиления АР для методов согласованной и оптимальной обработки не превышают 2 дБ, и практически отсутствуют для метода модовой фильтрации. Значительное влияние

(более 3 дБ) проявляется только при отличиях до ~10 раз (до ~0.7 дБ/км Гц), но такое сильное расхождение с опорной моделью фактически означает отсутствие сколько-нибудь обоснованной информации о составе подстилающего слоя донных пород. Однако, неопределенность модели по коэффициенту поглощения должна оказаться более существенной с ростом расстояний до источников сигнала и помехи. Интуитивно кажется ясным, что в этом случае ошибки в оценке поглощения приведут к более заметному искажению модовых спектров принимаемых сигналов в сравнении с опорной моделью (прежде всего, в области средних и высоких мод), а вместе с ними – к дополнительному росту эффекта рассогласования (см. также рис. 4 в работе [8]).

Наконец, остановимся кратко на влиянии неопределенности опорной модели по глубине канала. В пределах относительно малых ошибок батиметрии (до 3%, что не превосходит в нашем случае длину волны по абсолютной величине) это влияние также можно ожидать достаточно слабым в силу слабой чувствительности модовой структуры канала к вариациям глубины водного слоя на указанном малом уровне. Такие интуитивные ожидания подтверждаются расчетами: для всех методов обработки потери усиления АР не превышают величину ~1 дБ.

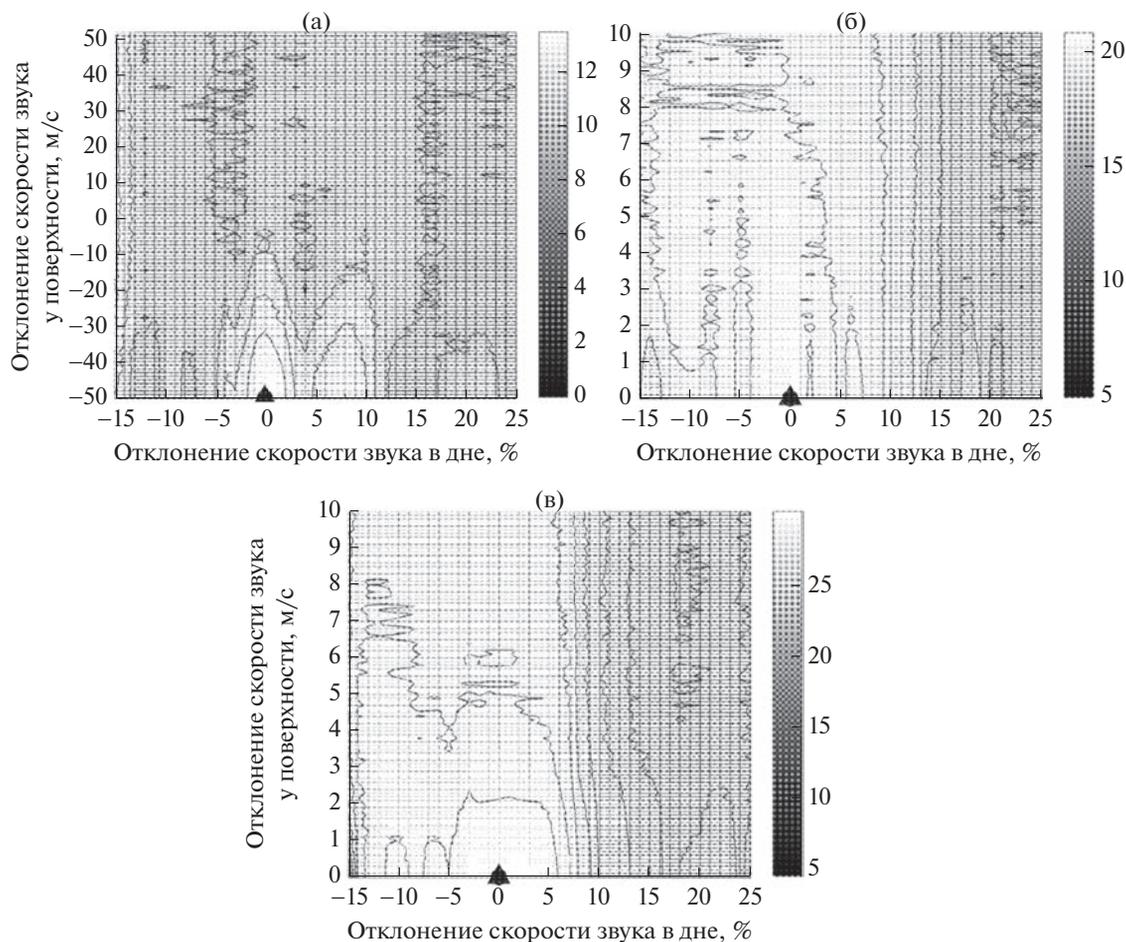
Таким образом, в ситуации приема многомодового сигнала на фоне интенсивной модовой помехи и модового шума среды, потери усиления АР могут иметь весьма сложную “многолепестковую” зависимость от уровня рассогласования модели канала по параметрам дна. Несмотря на то, что вариации этих параметров задавались заметно более сильными, чем вариации ВПСЗ в относительных единицах (единицы и десятки процентов против десятых долей процента, соответственно), тем не менее, соответствующие величины допустимого рассогласования предъявляют весьма жесткие требования к качеству оценки этих параметров в реальных морских условиях для эффективной реализации методов согласованной и оптимальной обработки. Метод согласованной фильтрации наиболее помехоустойчивой моды сигнального поля может быть достаточно близким по величине усиления к оптимальной обработке в условиях согласования со средой и при этом сохранять свою относительно высокую эффективность даже в условиях значительной неопределенности модели по донным параметрам.

Выше обсуждались эффекты рассогласования по отдельным параметрам модели (ВПСЗ, донные параметры, глубина канала), что позволило показать существенно разный характер их влияния на величину потерь усиления АР. Приведем теперь иллюстрацию совместного влияния вариаций скоростей звука в водной толще и в дне как

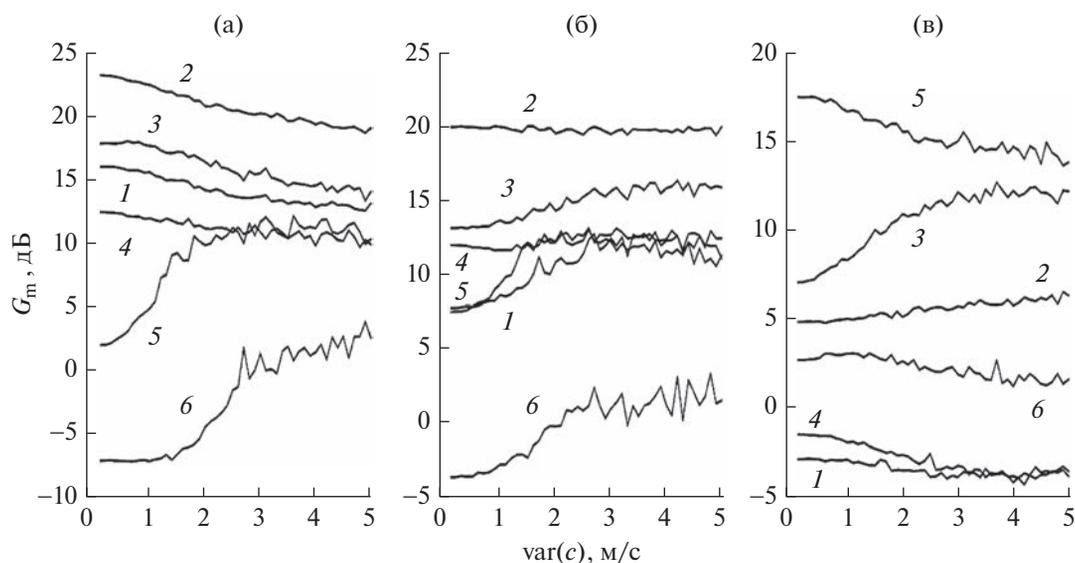
тех двух характеристик канала распространения, неопределенность оценки которых оказывает наибольшее влияние на эффективность методов обработки. Соответствующие зависимости показаны на рис. 9 для случая приема сигналов обоих источников на фоне интенсивного модового шума, который мы рассматриваем как более реалистичный. Все эффекты, которые мы отметили выше, здесь хорошо видны: высокие и узкие “боковые лепестки” зависимости для согласованной обработки (рис. 9а), приводящие к неоднозначному влиянию рассогласования на ее эффективность; более устойчивая, но явно несимметричная зависимость для оптимальной обработки (рис. 9в); близкая к ней зависимость для метода модовой фильтрации (рис. 9б) и его доминирование по величине усиления при значительных отклонениях опорных значений скоростных параметров от реальных значений.

В завершение остановимся более подробно на методе согласованной фильтрации одной из мод сигнального поля. В случае, если наиболее помехоустойчивыми модами принимаемого сигнала являются моды низких номеров, этот эвристический метод обеспечивает, как показано выше, достаточно высокие значения коэффициента усиления АР и при этом обладает относительно высокой устойчивостью в условиях рассогласования модели среды и значительных вариаций уровня шума в средних и высоких модах. Следовательно, он может рассматриваться в качестве квазиоптимального метода обработки, и тогда вопрос корректного выбора той моды, которая определяется в качестве опорной для его реализации, становится практически важным. Мы отметили выше, опираясь на результаты [16, 21], что выбор такой моды зависит не только от спектра энергонесущих мод принимаемых сигналов (рис. 2), но и от положения приемников в канале – фактически, от того, как эти моды “проецируются” на АР и какими взаимными ортогональными свойствами при этом обладают.

Для иллюстрации этого вывода, специфического для вертикальных АР, на рис. 10 показана зависимость коэффициента усиления модовой фильтрации от вариаций ВПСЗ при различном выборе опорной моды для трех вариантов эквидистантной АР с фиксированным числом элементов  $K = 13$ . Рис. 10а отвечает базовому положению АР (рис. 1), для которого показаны все предыдущие зависимости; рис. 10б – той же АР, размещенной в верхней части канала (глубина первого элемента равна 13 м, последнего – 115 м); рис. 10в – разреженной АР с увеличенным до двойной длины волны межэлементным расстоянием (глубина первого элемента – 8 м, последнего – 152 м). Хорошо видно, что не только выбор опорной моды для данного метода обработки и достигаемый с его помощью выигрыш АР, но и



**Рис. 9.** Зависимости коэффициента усиления АР от вариаций ВПСЗ и скорости звука в дне для (а) – согласованной обработки, (б) – согласованной фильтрации 2-й моды и (в) – оптимальной обработки в случае приема сигнала на фоне помехи и модового шума: 1 : 10 : 100 : 100.



**Рис. 10.** Зависимости коэффициента усиления АР для метода модовой фильтрации от амплитуды вариаций ВПСЗ для разных номеров опорной моды (номера кривых соответствуют ее номеру) и трех положений АР: (а) – базовое положение (рис. 1), (б) – в верхней части канала, (в) – разреженная АР.

уровень допустимых вариаций ВПСЗ имеют явную и существенную зависимость от положения АР. Это действительно указывает на то, что размещение вертикальной АР в сечении канала — еще один фактор, который следует учитывать при рассмотрении вопроса устойчивости методов пространственной обработки к рассогласованию модели среды.

Таким образом, опираясь на предложенный подход к моделированию задачи, полученные в его рамках зависимости и их сравнительный анализ, становится возможным количественно оценить те диапазоны допустимого рассогласования модели канала по ее основным физическим параметрам, в пределах которых потери усиления АР не превышают 3 дБ (или другой заданный уровень) для каждого из методов обработки сигналов. Все приведенные графики демонстрируют, что эти диапазоны, а вместе с ними и требования к качеству оперативной оценки соответствующих параметров среды, радикально различны для разных параметров и для разных условий приема сигнала на фоне помехи и шума морской среды. Они также различны (вплоть до порядка величины) для разных методов обработки сигналов, при этом положение приемной АР, осуществляющей обработку, также заметно влияет на достигаемые величины коэффициента усиления в условиях рассогласования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итог и сформулируем выводы обобщающего характера, дополняя ими выводы работ [8, 9].

1. В практически важном сценарии приема слабых сигналов на фоне шумов среды и помехи, совместно “маскирующих” спектр пространственных гармоник полезного сигнала (мод, лучей, плоских волн), согласованная с сигналом обработка заметно проигрывает оптимальной обработке по величине коэффициента усиления в ситуации точного согласования со средой (точно знания всех параметров канала распространения). Характерно, что этот проигрыш растет не только с уменьшением относительного уровня полезного сигнала на входе АР, но и при таком изменении пространственных спектров сигнала и помех (например, при изменении координат соответствующих источников), при котором “перекрывание” их спектров усиливается. В ситуациях значительного “перекрывания” спектров (как это показано на рис. 2), квазиоптимальным методом обработки является эвристический метод согласованной модовой фильтрации одной из мод (фактически, небольшой группы мод близких номеров с учетом частичного пространственного разрешения модовой структуры). Необходимым условием его высокой эффективности является адаптивный выбор той моды (группы мод), кото-

рая обладает наибольшим значением входного ОСШП.

2. Методы пространственной обработки сигналов обладают различной устойчивостью к вариациям параметров среды, обусловленных их природной изменчивостью и погрешностью оперативного контроля их значений. Уровни допустимой априорной неопределенности опорной модели среды, которые определяются заданной величиной потерь усиления АР, для разных методов обработки сигналов оказываются не просто сильно различными, но зависящими от того, по каким именно параметрам модель отлична от реальной среды, и в каких условиях по уровню помех и фоновых шумов осуществляется прием полезного сигнала. Это означает, что универсальные количественные оценки приемлемого (в указанном смысле) качества многопараметрической модели океанической среды, а вместе с ними и требования к системе оперативной океанографии, отсутствуют в принципе.

3. Вместе с тем, такие оценки могут и должны быть получены *in situ* — для заданного морского района (если он корректно характеризуется набором типичных значений своих гидро- и геоакустических параметров), интервалов глубин источников полезного сигнала и помех различной природы, положения АР в канале и частотного диапазона. Все эти факторы сильно, но предсказуемым образом влияют на результат обработки сигналов “через” свое прямое влияние на пространственные спектры принимаемых сигналов, и поэтому должны приниматься в расчет при формулировке требований к средствам оперативной океанографии. Модельные расчеты позволяют дать количественный прогноз относительно “коридора возможностей” различных методов обработки сигналов в условиях априорной неопределенности модели океанической среды по всей совокупности ее параметров.

4. Термин “согласованная со средой обработка сигналов” применительно к реальному океану, особенно к сложным и многопараметрическим (с точки зрения распространения звука) акваториям мелкого моря, не имеет практического смысла, если не определены количественно уровни погрешностей в оценке параметров опорной модели среды, претендующей на такое согласование, и для конкретных методов обработки сигналов. По нашему мнению, основная сложность проблемы заключается не в том, что не работает (плохо работает) сама идея согласования обработки со средой [4], а в том, что ее применимость принципиально ограничена требованиями к объему и качеству оперативной информации о реальной морской среде, и эти требования весьма вариативны.

В завершение отметим, что анализ влияния априорной неопределенности модели морской среды в данной работе ограничен рассмотрением

эффективности пространственной обработки сигналов единственно по критерию выходного ОСШП и определяемого им антенного выигрыша. Вместе с тем, практически важным подобное исследование является и в другой постановке, когда критерий эффективности обработки определяется качеством оценки неизвестных параметров источника полезного сигнала, прежде всего, его координат — в постановке задачи локализации удаленного источника [3–7]. По существу, эти два критерия не противоречат друг другу (невозможно оценить параметры слабого сигнала, если он достоверно не обнаружен на фоне помех и шумов с достаточным для этого усилением), однако, оценки соответствующих требований к качеству априорной информации о среде могут быть при этом различными, что является предметом отдельного рассмотрения.

Работа посвящена светлой памяти наших коллег, недавно ушедших из жизни — Александра Геннадьевича Сазонтова и Ивана Паисиевича Смирнова. Сотрудничество и общение с ними всегда было стимулирующим, продуктивным и комфортным.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 20-19-00383, <https://rscf.ru/project/20-19-00383/>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коваленко В.В., Родионов А.А., Ванкевич Р.Е. Методические основы построения систем оперативной океанографии в приложении к задачам подводного наблюдения // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2021. Т. 14. № 3. С. 4–19.
2. Коваленко В.В., Селезнев И.А. Оперативная океанография в интересах акустического подводного наблюдения // *Гидроакустика*. 2023. Вып. 53(1). С. 89–106.
3. Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Mikhalevsky P.N. An overview of matched field methods in ocean acoustics // *IEEE J. Oceanic Engin.* 1993. V. 18. № 4. P. 401–423.
4. Baggeroer A.B. Why did applications of MFP fail, or did we not understand how to apply MFP? // *Proc. 1st Int. Conf. and Exhib. on Underwater Acoustics*. Eds. by Papadakis J.S. & Bjørnø L. Corfu Island, Greece. 2013. P. 41–49.
5. Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов (обзор) // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
6. Сазонтов А.Г., Малеханов А.И. Согласованная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (обзор) // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 2. С. 233–253.
7. Малеханов А.И., Коваленко В.В., Никитин Д.А., Сазонтов А.Г., Сергеев В.А. Согласованная со средой обработка акустических сигналов в подводных звуковых каналах: состояние исследований, оценки эффективности, перспективы // *Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики: Труды XVI Всерос. конф.* СПб.: Политех–Пресс, 2022. С. 15–21.
8. Малеханов А.И., Смирнов И.П. Пространственная обработка акустических сигналов в каналах мелкого моря в условиях априорной неопределенности: оценки потерь эффективности // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 4. С. 427–439.
9. Малеханов А.И. Точность априорной информации об океанической среде как фактор эффективности пространственной обработки гидроакустических сигналов // *Гидроакустика*. 2023. Вып. 53(1). С. 7–22.
10. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. *Акустика мелкого моря*. М.: Наука, 1997. 189 с.
11. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. *Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию*. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
12. Ильичев В.И., Калюжный А.Я., Красный Л.Г., Ланий В.Ю. *Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов*. М.: Наука, 1992. 415 с.
13. Малышкин Г.С., Мельканович В.С. Классические и быстрые проекционные адаптивные алгоритмы в гидроакустике. СПб.: ГНЦ РФ АО “Концерн” ЦНИИ “Электроприбор”, 2022. 268 с.
14. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. *Теоретические основы акустики океана*. М.: Наука, 2007. 370 с.
15. Малеханов А.И. Некогерентная пространственная фильтрация мод в случайно-неоднородном океаническом волноводе // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 5. С. 898–904.
16. Labutina M.S., Malekhanov A.I., Smirnov A.V. Estimation of the efficiency of the vertical antenna arrays in underwater sound channels // *Physics of Wave Phenomena*. 2016. V. 24. № 2. P. 161–167.
17. Вдовичева Н.К., Матвеев А.Л., Сазонтов А.Г. Экспериментальное и теоретическое исследование вертикальной когерентности звукового поля в мелком море // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 3. С. 309–313.
18. Сазонтов А.Г., Смирнов И.П. Локализация источника в акустическом волноводе с неточно известными параметрами с использованием согласованной обработки в модовом пространстве // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 4. С. 540–550.
19. Сазонтов А.Г., Смирнов И.П. Определение направления на источник в акустическом волноводе и предел углового разрешения // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 2. С. 174–184.
20. Kuperman W.A., Ingenito F. Spatial correlation of surface generated noise in a stratified ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. V. 67. № 6. P. 1988–1996.
21. Smirnov A.V., Malekhanov A.I., Labutina M.S. Vertical array gain in a randomly inhomogeneous underwater sound channel: Effect of the array arrangement // *Proc. Meet. Acoust. (POMA)*. 2021. V. 44. № 055005. P. 1–12.
22. Малеханов А.И., Таланов В.И. Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36. № 5. С. 891–897.
23. Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Таланов В.И. Моделирование оптимальной пространственной обработки сигналов в подводных звуковых каналах // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 6. С. 1044–1051.
24. Вдовичева Н.К., Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Сазонтов А.Г. Коэффициент усиления вертикальной антенны в случайно-неоднородном океаническом волноводе // *Акуст. журн.* 1997. V. 43. № 6. С. 769–776.

УДК 534.222

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОМЕТРИИ В МАСШТАБЕ ЯПОНСКОГО МОРЯ С РАЗМЕЩЕНИЕМ ПРИЕМНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСИ ПОДВОДНОГО ЗВУКОВОГО КАНАЛА

© 2023 г. Ю. Н. Моргунов<sup>а</sup>, А. А. Голов<sup>а, \*</sup>, Е. А. Войтенко<sup>а</sup>, М. С. Лебедев<sup>а</sup>, В. В. Разживин<sup>а</sup>, Д. Д. Каплуненко<sup>а</sup>, С. С. Шкрамада<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская, 43, Владивосток, 690041 Россия

\*e-mail: [golov\\_alexander@inbox.ru](mailto:golov_alexander@inbox.ru)

Поступила в редакцию 28.03.2023 г.

После доработки 26.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Обсуждаются результаты, полученные при выполнении тестового акустико-гидрологического эксперимента в августе 2022 г. на морском полигоне от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато в Японском море. Представлена методология предварительных исследований на акватории, предназначенной для изучения климатической изменчивости температурных режимов водной среды, основанная на численном моделировании с использованием вычислительной программы RAY и модели гидродинамической циркуляции океана NEMO. Одним из основных результатов является рассчитанная с высокой точностью величина средней температуры морской среды на оси подводного звукового канала в Японском море на тысячекилометровой акустической трассе при пересечении вихревой системы. Описанные в статье облик измерительной системы, технические и вычислительные средства и методики могут быть положены в основу организации высокоточного оперативного мониторинга термодинамических процессов на протяженных морских акваториях.

**Ключевые слова:** гидроакустика, псевдослучайные сигналы, модели циркуляции океана, импульсный отклик, локализация вихревых образований

**DOI:** 10.31857/S0320791923600348, **EDN:** NFWAMB

### ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия интенсивного изучения и освоения морей и океанов дистанционные методы гидроакустической термометрии в исследовании гидрофизических характеристик и термодинамических процессов получили значительное развитие и имеют неоспоримое преимущество по сравнению с любыми другими контактными методами для освоения и диагностики водных масс на акваториях больших масштабов. К сожалению, большинство экспериментальных и теоретических работ, посвященных акустической термометрии на расстояниях в тысячи километров, выполнялись на морских акваториях южных широт с расположением оси подводного звукового канала (ПЗК) на глубинах 800–1000 м [1–3]. В основном, эксперименты проводились при размещении источников сигналов на оси ПЗК, поэтому рассмотрение полученных результатов применительно к морским акваториям северных широт с заглублением оси ПЗК от 50 до 300 м не всегда корректно.

Для эффективной реализации акустической термометрии в северных широтах были предложены и апробированы методики с размещением источников сигналов на шельфе с последующим переходом акустической энергии на ось ПЗК в глубоком море [4–8]. В процессе выполнения исследовательских и прикладных работ в ТОИ ДВО РАН были изучены особенности формирования полей скорости звука на акватории северо-западной части экономической зоны Японского моря. Ежегодно проводились исследования на одной или двух протяженных (до 200 миль) акустических трассах с подробными гидроакустическими и гидрологическими измерениями [4–8]. Особое внимание было уделено замечательным свойствам ПЗК, обеспечивающим распространение сигналов вблизи оси ПЗК на тысячи километров с минимальным затуханием и с углами скольжения, близкими к нулевым. Это позволяло считать лучевые траектории прямолинейными и рассчитывать, при известных расстояниях между источниками и приемниками, средние скорости звука

на соответствующих трассах. Так как между скоростью звука и температурой в морской среде существует прямая связь, данные исследований были использованы для решения задач по исследованию климатической изменчивости температурных режимов океана на примере Японского моря, которое является одним из ключевых объектов северо-западной части Тихого океана [9].

Цель работ, обсуждаемых в статье, заключалась в проведении тестового акустико-гидрологического эксперимента на тысячекилометровой трассе в Японском море в интересах разработки методов и средств акустической термометрии для оперативного мониторинга и моделирования климатической изменчивости температурных режимов в сложных волноводах, включающих шельф и глубокое море.

При этом решались следующие задачи:

1) разработка и апробация облика измерительной системы для исследования и контроля температурных режимов в Японском море методом акустической термометрии;

2) экспериментальные исследования особенностей формирования и взаимодействия гидроакустических и гидрологических полей на протяженной (свыше 1000 км) трассе при пересечении вихревой системы;

3) проведение численного моделирования процессов формирования и взаимодействия гидроакустических и гидрологических полей на протяженной акустической трассе в северо-восточной части Японского моря с использованием модели гидродинамической циркуляции океана NEMO [10] и вычислительной программы RAY, разработанной на основе лучевых приближений.

#### МЕТОД И ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ В ЯПОНСКОМ МОРЕ

В представленной статье обсуждаются экспериментальные и теоретические результаты исследования климатической изменчивости температурных режимов в Японском море, полученные в августе 2022 г., при выполнении акустико-гидрологического эксперимента на морском полигоне от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато (трасса № 3, рис. 1). Облик системы и структура системы мониторинга климатической изменчивости температурных режимов в дальневосточных морях основываются на выборе критических акваторий, влияющих на общий характер структуры и динамики водных масс, и размещении в них акустических измерительных комплексов, структурно состоящих из излучающих и прием-

ных систем. По опыту экспериментальных работ ТОИ ДВО РАН это могут быть излучающие и приемные системы, размещения которых на акватории Японского моря указаны на рис. 1. Центральная приемная система-регистратор сигналов в донном исполнении (звездочка) будет размещена на банке Кита-Ямато. Излучатели импульсных широкополосных сигналов (красные точки) будут размещены в донном варианте на шельфовых зонах вблизи маячных сооружений у мысов Гамова, Островного и поселка Чехова (о. Сахалин) и соединены кабельными линиями с береговыми постами. Практическая реализация излучения с этих пунктов и приема сигналов на банке Кита-Ямато была неоднократно апробирована ранее при выполнении различных работ ТОИ ДВО РАН [4–9].

Метод акустической термометрии основан на разнесенном по пространству и синхронизированном по времени излучении и приеме зондирующих акустических сигналов на оси ПЗК диагностируемых волноводов. При свертке принятых сигналов с масками излученных определяются импульсные отклики (огигающие взаимно корреляционных функций принятых и излученных сигналов) соответствующих волноводов. Из структуры импульсных откликов выделяются отдельные приходы акустической энергии, и измеряется время их распространения. По известной дистанции между излучателем и приемником рассчитываются средние скорости звука на оси ПЗК для всех компонент. Далее, применяя общепринятый в океанологии алгоритм Чена–Миллеро [11], рассчитываются средние температуры в волноводе.

Важным обстоятельством выбора такой схемы измерений является тот факт, что трасса № 3 на северо-востоке, описываемая в статье, является продолжением хорошо изученных акустических трасс мыс Шульца–Кита-Ямато (трасса № 1) и мыс Островной–Кита-Ямато (трасса № 2). Это позволяет распространить полученные результаты на всю акваторию Японского моря.

#### ГИДРОЛОГИЧЕСКАЯ ОБСТАНОВКА В РАЙОНЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

В рамках тестового эксперимента были проведены исследования особенностей формирования гидрологической обстановки в зоне проведения измерений. Вблизи приемной системы и в точках на удалениях 271.3, 404.3 и 652.5 км от излучателя производилось измерение вертикального распределения скорости звука и температуры (рис. 2а, 2б). Анализ этих зависимостей показывает, что ось ПЗК (минимум скорости звука) во всех точках находилась на глубине от 200 до 300 м, а в слоях



Рис. 1. Измерительная система для исследования и контроля температурных режимов в Японском море.

выше оси скорость звука и температура повышались с приближением к приемной системе (рис. 2, табл. 1). Следовательно, с приближением к точке приема фиксируется постепенное увеличение отрицательного градиента скорости звука с глубиной в верхних слоях волновода.

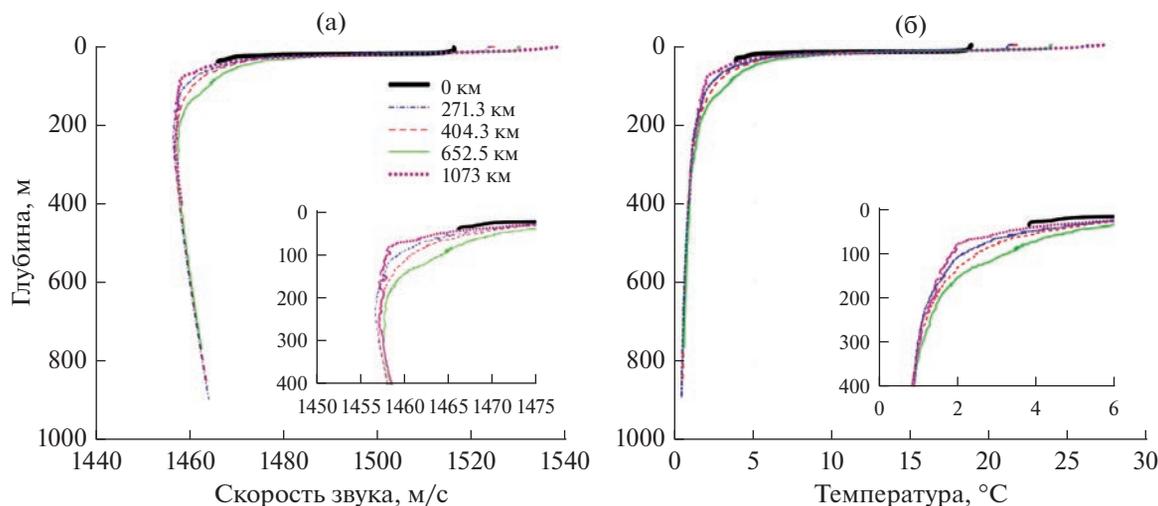
Кроме этого, можно отметить большее значение скорости звука и большее заглубление оси ПЗК в точке № 4 на удалении от излучателя 652.3 км.

Для более полного анализа гидрологической обстановки в районе исследований были использованы данные гидродинамической модели циркуляции океана NEMO о полях скорости звука на данной трассе и в данный промежуток времени. На рис. 3в отчетливо фиксируется отрезок от 600 до 700 км, на котором отмечаются большие значения скорости звука на оси ПЗК и большие глубины ее залегания. Это соответствует данным, полу-

ченным с STD (красные точки на рис. 3а, 3б), и позволяет предположить наличие на этом участке трассы топографической антициклонической вихревой системы с теплым ядром в центре. Предположение основано на фиксации этого вихря в течение трех летних месяцев (июль, август и сентябрь) и на влиянии подводной возвышенности Богорова, находящейся на этом участке.

Таблица 1. Параметры ПЗК вдоль акустической трассы

№	Дистанция, км	Минимальная скорость звука, м/с	Глубина, м
1	0	1466.025	41.4
2	271.3	1456.678	228.5
3	404.3	1457.067	272.4
4	652.5	1457.567	317.5
5	1073	1457.0756	242.9



**Рис. 2.** Измеренные STD-зондом вертикальные распределения (а) — скорости звука и (б) — температуры по глубине в заданных точках. Скорость звука пересчитана косвенно по формуле Чена–Миллера, на основе прямых измерений с датчиков электропроводности, температуры и глубины.

Таким образом, при решении задач акустической термометрии данные гидродинамической модели циркуляции океана NEMO могут заменить или значительно расширить результаты измерений STD-зондами.

## РЕЗУЛЬТАТЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОМЕТРИИ

Ниже обсуждаются результаты экспериментального тестирования акустической термометрии в масштабе Японского моря с использованием приемной системы на оси подводного звукового канала на расстоянии 1073 км.

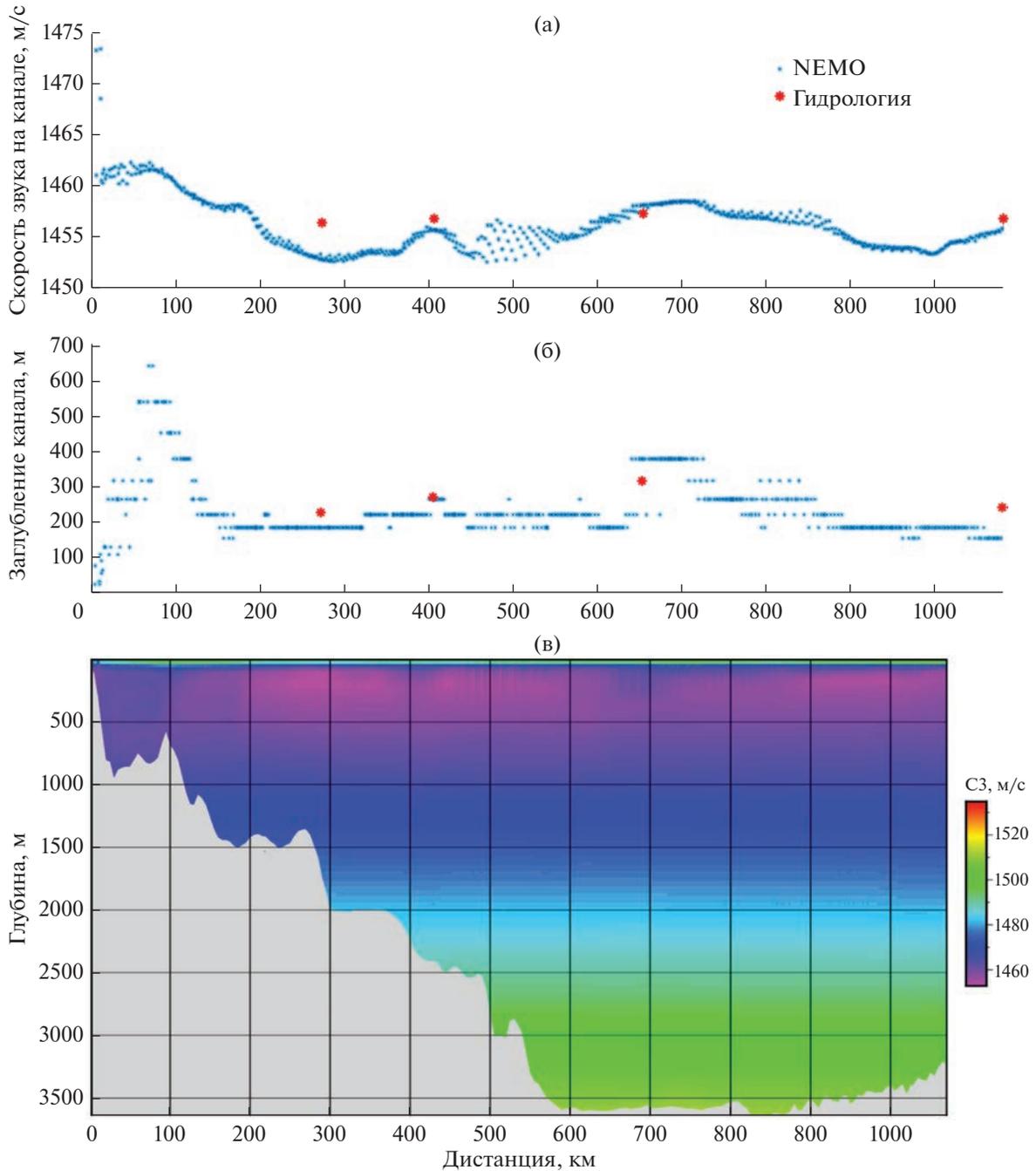
Излучатель был расположен вблизи берега у поселка Чехов (о-в Сахалин), на глубине 41 м и на удалении 5 км от свала глубин (рис. 1). Каждые 6 мин излучался фрейм в составе нескольких фазоманипулированных псевдослучайными M-последовательностями сигналов, в том числе: длиной 1023 символа с заполнением 4-мя и 16-ю периодами несущей частоты на символ (далее M1023 и M1023\_16) и 127 символов с 40 периодами на символ (далее M127). Все сигналы имели несущую частоту 400 Гц, но различные полосы частот: M1023 — полосу 300–500 Гц (длина символа 0.01 с); M127 — полосу 390–410 Гц (длина символа 0.1 с), M1023\_16 — полосу 375–425 Гц (длина символа 0.04 с). Акустическое давление составляло около 8000 Па на 1 м от излучателя. Приемная система на базе радиогидроакустического буя дрейфовала вблизи обеспечивающего судна на удалении около 1073 км от излучателя (рис. 1, 5).

Гидрофон приемной системы погружался на ось ПЗК, которая определялась при измерении вертикального распределения скорости звука (ВРСЗ). Принятая сигнальная информация от излучателя поступала на поверхностный радиогидроакустический буй и по радиоканалу передавалась на приемное судно. На рис. 4 приведены импульсные отклики волновода, которые были получены в результате свертки принятых сигналов с излученными.

Следует отметить, что размещение излучателя на шельфе в данном случае обеспечивает реализацию эффекта акустического “оползнь” — явления перехода акустической энергии из придонной области шельфа на ось подводного звукового канала в глубоком море.

Применение в эксперименте сигналов с различными длительностями символов осуществлялось для выбора наиболее помехоустойчивого варианта измерения времени пробега максимального и последнего прихода акустической энергии вблизи оси ПЗК. Этот приход формируется лучевыми траекториями с углами скольжения и разностью фаз, близкими к нулевым. В данном случае время пробега одинаково для всех вариантов (736.3 с) и применяется для высокоточного измерения средней скорости звука (температуры) на оси ПЗК. Все остальные приходы импульсного отклика несут информацию о температуре в слоях выше и ниже оси ПЗК, но количественные оценки на столь протяженной трассе затруднены и не рассматривались в статье.

Координаты дрейфа буя ежесекундно фиксировались системой GPS и учитывались при расче-



**Рис. 3.** Данные гибридной гидродинамической модели циркуляции океана NEMO и базы данных земной топографии GEBCO: (а) – изменение скорости звука на оси ПЗК вдоль акустической трассы; (б) – изменение глубины залегания оси ПЗК вдоль акустической трассы; (в) – поле скорости звука и рельеф дна вдоль акустической трассы.

тах расстояния между излучателем и приемной системой (рис. 5). На каждый момент прихода акустического сигнала рассчитывалась дистанция от источника до приемника. Расчет дистанции производился с помощью алгоритма [12] по GPS данным источника и приемника с учетом заглубления оси ПЗК. Поправка в расчете обуслав-

ливается уменьшением радиуса Земли при заглублении ниже уровня моря и как следствие уменьшением длины дуги, соединяющей корреспондирующие точки. Величина поправки  $\Delta L$  определяется как:

$$\Delta L = 2\pi d \frac{L}{4 \times 10^7},$$

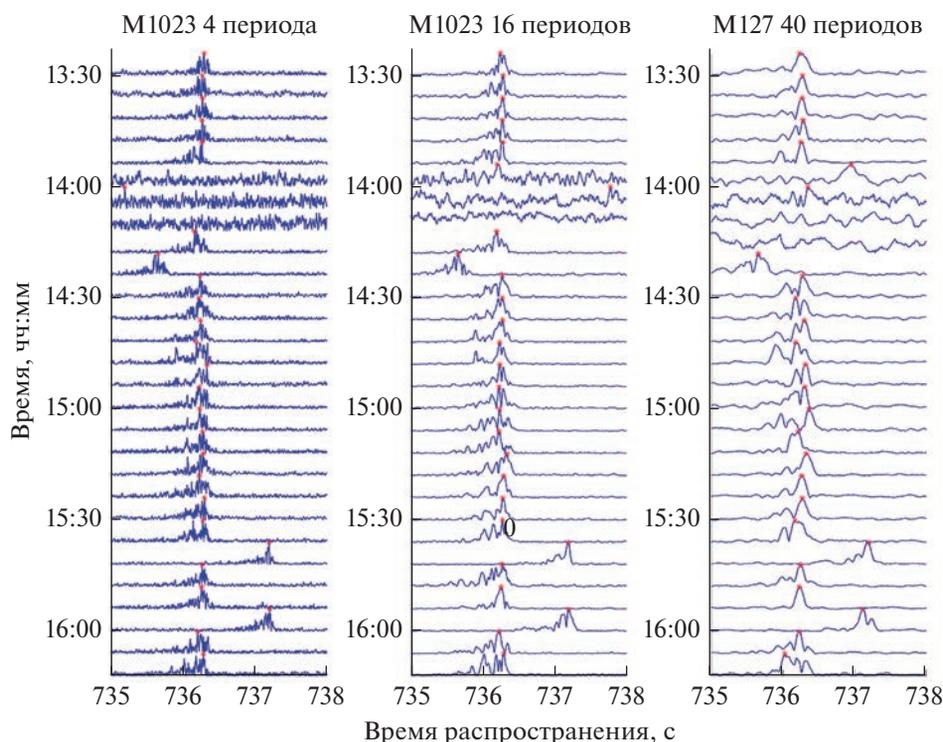


Рис. 4. Импульсные отклики, полученные от сигналов с разными длинами символов и количеством символов.

где  $L$  — дистанция между точками излучения и приема на уровне моря, м;  $4 \times 10^7$  — средняя длина окружности Земли на уровне моря, м;  $d$  — глубина оси ПЗК, м.

Для дистанций между точками излучения и приема в диапазоне 1072.950–1073.3 км (рис. 6) и глубины оси ПЗК 250 м  $\Delta L = 42$  м.

Далее, по данным координат буя и измеренному времени рассчитывалась средняя скорость звука на каждый момент дрейфа (рис. 6). Из полученной средней по трассе скорости звука, известных величин глубины залегания оси ПЗК (250 м) и солёности (34.1‰), по общепринятому в океанологии алгоритму Чена–Миллеро рассчитывалась температура (рис. 6).

Погрешность  $\Delta C$  расчета скорости звука определяется протяженностью акустической трассы, временем распространения и временным разрешением применяемого акустического сигнала  $\Delta \tau$ , которое равно длительности символа  $M$ -последовательности [13]:

$$\Delta C = \frac{L}{\tau^2} \Delta \tau,$$

где  $L$  — протяженность акустической трассы, м;  $\tau$  — время распространения, с;  $\Delta \tau$  — длительность символа  $M$ -последовательности, с.

При использовании алгоритма Чена–Миллеро вычисления температуры в зависимости от солёности, которая практически не меняется по трассе в течение года (34.0–34.1‰), давления (глубины) и скорости звука, погрешность расчета температуры для сигнала M1023 с длительностью символа 0.01 с составит величину  $\Delta t = 0.007^\circ\text{C}$ . Для сигнала M127 с длительностью символа 0.1 с погрешность расчета температуры  $\Delta t = 0.044^\circ\text{C}$ .

Таким образом, инструментальные акустические измерения величины средней температуры на оси ПЗК на тысячекилометровой акустической трассе показали значение  $1.216^\circ\text{C}$  с погрешностью  $0.007^\circ\text{C}$  (средняя скорость звука 1457.24 м/с), среднее квадратичное отклонение при более 100 измерений составило  $0.012^\circ\text{C}$ . Необходимо отметить, что измерения производились на трассе, которая пересекала вихревую систему, описанную выше. Следовательно, длительный мониторинг температур на трассе в совокупности с данными модели NEMO может обеспечить важной информацией об изменчивости характеристик вихревой системы. Актуальность приведенных термометрических наблюдений связана с тем, что постоянное наличие теплого вихря в данном районе, его размеры и заглублиение могут иметь большое практическое значение для хозяйственной деятельности в регионе.

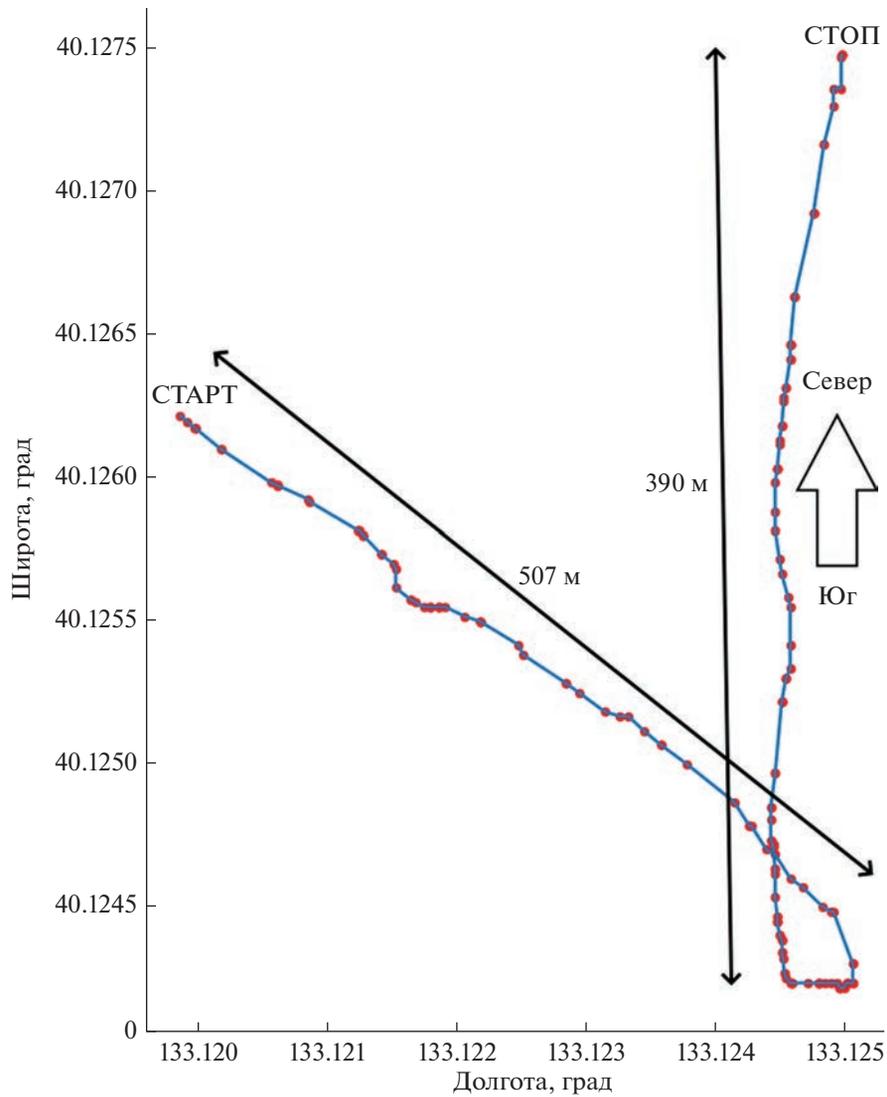


Рис. 5. Траектория дрейфа приемной системы с изменением дистанции до источника.

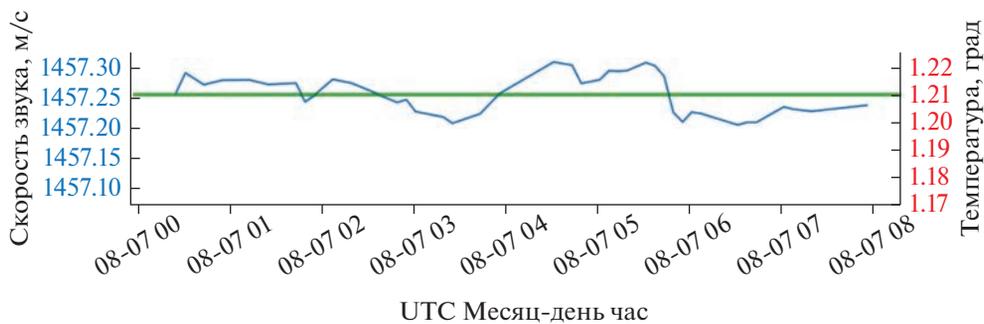
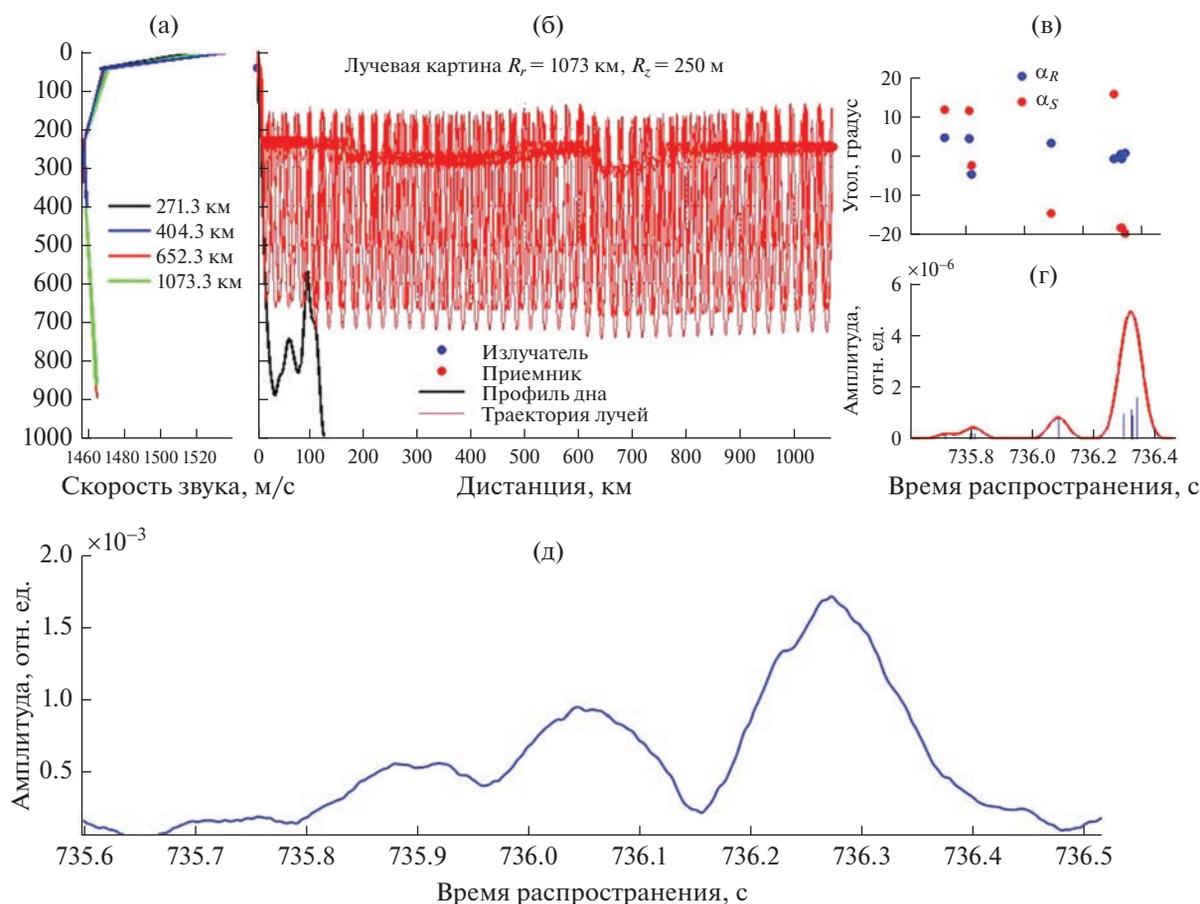


Рис. 6. Скорость звука и температура на оси ПЗК, рассчитанные по последнему приходу акустических сигналов (синий — окно усреднения по часовому интервалу, зеленый — среднее значение по всем измерениям).

Сравнение полученных данных с результатами многолетних измерений скорости звука, полученных на трассах № 1 и 2 [4–8], показывает, что в этот год значение средней скорости звука на

трассе № 3 сравнимо с данными более теплых лет (2019–2022 гг.), полученными на трассах № 1 и 2. Следовательно, можно утверждать, что трасса № 3 также находится в зоне более теплых транс-



**Рис. 7.** Результаты моделирования распространения акустических сигналов по трассе длиной 1073 км с использованием программы RAY: (а) – ВРСЗ в точках вдоль трассы; (б) – лучевая картина распространения акустических сигналов для малых углов излучения; (в) – углы выхода и прихода; (г) – модель приходов акустических сигналов и формы импульсных откликов; (д) – экспериментально полученный импульсный отклик для сигнала M127.

формированных тихоокеанских вод из-за сдвига полярного фронта к северу.

Таким образом, предложенная измерительная схема, технические и вычислительные средства и методики могут быть использованы для организации высокоточного оперативного мониторинга климатической изменчивости температурных режимов во всей экономической зоне РФ Японского моря.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для физической интерпретации полученных результатов было проведено численное моделирование процесса распространения широкополосных импульсных сигналов с использованием программы RAY [14, 15], с привлечением приведенных выше данных гидродинамической модели циркуляции океана NEMO, характеристик ре-

льефа дна и измеренных ВРСЗ в заданных точках (рис. 7).

Расчеты показали, что при заданных параметрах модели, на приемном гидрофоне формируется импульсный отклик, состоящий из трех приходов с временами распространения, приблизительно равными полученным экспериментально (рис. 7г и 7д). При этом углы скольжения лучевых приходов имели значения от 0 (первый приход) до 5 градусов (рис. 7в, синие точки). Это свидетельствует о том, что акустическая энергия из шельфа перемещается на ось ПЗК в глубоком море и далее распространяется с минимальным затуханием. Рис. 7б иллюстрирует этот процесс “захвата” акустической энергии ПЗК. Видно, что на расстоянии от 600 до 730 км лучевые траектории заглубляются до 300 м, что соответствует данным модели NEMO и измерениям ВРСЗ. Критерием адекватности модельных расчетов реальному процессу распространения широкополосных импульсных сигналов является схожесть импульс-

ных откликов, как по форме, так и по временам отдельных приходов акустической энергии. В нашем случае достигнуть максимального подобия удалось путем подбора горизонтального размера вихря, который оказался равным в данный момент времени 130 км. Следовательно, программа RAY может успешно применяться для получения практических результатов моделирования процесса акустической термометрии в интересах организации мониторинга изменчивости климата в данном районе Японского моря.

## ВЫВОДЫ

Результаты тестового эксперимента продемонстрировали эффективность комплексного применения технических и вычислительных средств для повышения точности и расширения возможностей акустической термометрии в сложных волноводах.

Результаты акустико-гидрологического эксперимента подтвердили эффективность методических и технических подходов к практической реализации метода акустической термометрии протяженных морских акваторий. Получена и подтверждена инструментальными измерениями величина средней температуры ( $1.216^{\circ}\text{C}$  с инструментальной погрешностью  $0.007^{\circ}\text{C}$  и среднеквадратичным отклонением  $0.012^{\circ}\text{C}$ ) на оси ПЗК в Японском море на тысячекилометровой акустической трассе при пересечении вихревой системы.

Результаты проведенных исследований по акустической термометрии на трассе от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато показывают чувствительность метода для регистрации и мониторинга крупномасштабных гидрофизических процессов, оказывающих влияние на климатическую изменчивость в Японском море. В зоне функционирования разработанной измерительной системы зафиксировано потепление трансформированных тихоокеанских вод в 2019–2022 гг. из-за смещения Полярного фронта к северу.

Результаты численного моделирования процесса распространения импульсных широкополосных сигналов на протяженной (свыше 1000 км) акустической трассе с использованием вычислительной программы RAY и данных гибридной гидродинамической модели циркуляции океана NEMO позволили выявить и классифицировать значительную по размерам (около 130 км) вихревую систему. Актуальность приведенных термометрических наблюдений связана с тем, что постоянное наличие теплого вихря в данном районе, его размеры и заглубление могут иметь важное практическое значение для рыбохозяйственной деятельности в регионе.

Экспериментальные исследования выполнены в рамках госбюджетной тематики ТОИ ДВО РАН: “Разработка новых методов и средств исследования и освоения морских акваторий. Развитие методов диагностики и повышения эффективности функционирования сложных акустических систем” (регистрационный номер: АААА-А20-120031890011-8). Анализ и интерпретация результатов проводились в рамках НИР ТОИ ДВО РАН “Разработка системы климатического мониторинга дальневосточных морей России и северо-западной части Тихого океана на основе мультиплатформенных наблюдений и оперативного гидродинамического моделирования”, № гос. регистрации 123072000039-5.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Worcester P.F., Cornuelle B.D., Dzieciuch M.A., Munk W.H., Howe B.M., Mercer J.A., Spindel R.C., Metzger K., Birdsall T.G. A test of basin-scale acoustic thermometry using a large-aperture vertical array at 3250-km range in the eastern North Pacific Ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 105. № 6. P. 3185–3201.
2. Baggeroer A.B., Birdsall T.G., Clark C., Colosi J.A., Cornuelle B.D., Costa D., Dushaw B.D., Dzieciuch M., Forbes A.M.G., Hill C., Howe B.M., Marshall J., Menemenlis D., Mercer J.A., Metzger K., Munk W., Spindel R.C., Stammer D., Worcester P.F., Wunsch C. Ocean climate change: Comparison of acoustic tomography, satellite altimetry, and modeling // ATOC Consortium. 1998. Science. 281. P. 1327–1332.
3. Howe B.M., Anderson S.G., Baggeroer A.B., Colosi J.A., Hardy K.R., Horwitt D., Karig F.W., Leach S., Mercer J.A., Metzger K., Jr., Olson L.O., Peckham D.A., Reddaway D.A., Ryan R.R., Stein R.P., Watson J.D., Weslander S.L., Worcester P.F. Instrumentation for the Acoustic Thermometry of Ocean Climate (ATOC) prototype Pacific Ocean network // OCEANS'95 Conference Proceedings, San Diego, CA, 9–12 October 1995. P. 1483–1500.
4. Моргунов Ю.Н., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А. Исследование влияния гидрологических условий на распространение псевдослучайных сигналов из шельфа в глубокое море // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 3. С. 341–347.
5. Акуличев В.А., Каменев С.И., Моргунов Ю.Н. Применение сложных акустических сигналов в системах связи и управления подводными объектами // Докл. Акад. наук. 2009. Т. 426. № 6. С. 821–823.
6. Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н. Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 1. С. 51–52.
7. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С. Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных

- сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
8. *Петров П.С., Голов А.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Козицкий С.Б., Сорокин М.А., Моргунов Ю.Н.* Экспериментальное и теоретическое исследование времен прихода и эффективных скоростей при дальнем распространении импульсных акустических сигналов вдоль кромки шельфа в мелком море // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 20–33.
  9. *Dolgikh G., Morgunov Y., Burenin A., Bezotvetnykh V., Luchin V., Golov A., Tagiltsev A.* Methodology for the Practical Implementation of Monitoring Temperature Conditions over Vast Sea Areas Using Acoustic Thermometry // J. Mar. Sci. Eng. 2023. V. 11. P. 137.
  10. *Gurvan M., Bourdallé-Badie R., Jérôme Chanut J. et al.* NEMO ocean engine // Scientific Notes of IPSL Climate Modelling Center. 2017. V. 27. <https://doi.org/10.5281/zenodo.146481610.528>
  11. *Chen C.-T., Millero F.J.* Speed of sound in seawater at high pressures // J. Acoust. Soc. Am. 1977. V. 62. № 5. P. 1129–1135.
  12. *Karney Ch.F.F.* Algorithms for geodesics // J. Geod. 2013. V. 87. P. 43–55. <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z>
  13. *Kaneko A., Zhu X.H., Lin J.* Coastal acoustic tomography // Coast. Acoust. Tomogr. 2020. P. 1–362. <https://doi.org/10.1016/C2018-0-04180-8>
  14. *Bowlin J.B., Spiesberger J.L., Duda T.F., Freitag L.E.* Ocean Acoustical Ray-tracing Software RAY // Woods Hole Oceanographic Technical Report, WHOI-93-10, 1993.
  15. *Сорокин М.А., Петров П.С., Каплуненко Д.Д., Голов А.А., Моргунов Ю.Н.* К вопросу о теоретических и экспериментальных оценках групповых скоростей модальных компонент импульсных акустических сигналов на протяженных трассах с использованием моделей циркуляции океана // Подводные исследования и робототехника. 2022. № 2(40). С. 54–64.

## О ВАРИАЦИЯХ ВРЕМЕНИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ЛЕДОВОМ ПОКРОВЕ

© 2023 г. В. Г. Петников<sup>а</sup>, \*, А. В. Шатравин<sup>б</sup>, \*\*, А. А. Луньков<sup>а, с</sup>, \*\*\*

<sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова, 38 Москва, 119991 Россия

<sup>б</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширинова РАН, Нахимовский пр-т, 36, Москва, 117997 Россия

<sup>с</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005 Россия

\*e-mail: petniko@kapella.gpi.ru

\*\*e-mail: ashatravin@ocean.ru

\*\*\*e-mail: lunkov@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 02.03.2023 г.

После доработки 18.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

В экспериментах на стационарной акустической трассе под сплошным ледовым покровом получены оценки возможных значений вариаций времен распространения звуковых сигналов на расстояниях в  $\approx 4$  км с периодом более 100 с. Эксперименты выполнены на оз. Байкал в весенний период, когда вертикальный профиль скорости звука имеет два характерных для пресноводных акваторий участка: верхний слой с близкой к постоянной скоростью звука и нижний с линейным ростом скорости звука. В этих условиях вариации времени распространения не превышали  $\sim 10^{-4}$  с. Численное моделирование показало, что вариации времен распространения, обусловленные изменчивостью среды, минимальны для случая нахождения источника и приемника звука в верхнем слое. Продемонстрировано, что в этом случае в качестве эффективного значения скорости звука, определяющего время распространения, допустимо брать скорость звука в верхнем квазиоднородном слое. Полученные результаты позволили сформулировать рекомендации по подледному акустическому позиционированию автономных необитаемых подводных аппаратов.

*Ключевые слова:* распространение звука подо льдом, акустическое позиционирование и навигация

DOI: 10.31857/S032079192360021X, EDN: TNYSDM

### ВВЕДЕНИЕ

Исследования флуктуаций времени распространения акустических сигналов между неподвижными источником и приемником звука в условиях ледового покрова востребованы как для оценки вариаций средней температуры воды подо льдом, так и для задач позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА). Здесь имеются в виду флуктуации, в первую очередь обусловленные временной изменчивостью подводной среды. Подобные исследования особенно актуальны для АНПА, так как при наличии ледового покрова отсутствует возможность всплытия и определения местоположения по сигналам спутниковой навигационной системы [1, 2]. Подобные флуктуации, в основном, зависят от следующих факторов [1, 2]:

1. характеристик “опорного” вертикального профиля скорости звука в районе исследований, определяемого, в том числе, и временем года;

2. расстояния между источником и приемником звука, а также от глубин их погружения;

3. скорости дрейфа ледового покрова, в том случае, когда источник и приемник звука закреплены на дрейфующей льдине.

Отметим, что особое внимание при подобных исследованиях следует уделять точности измерений времени распространения (точности используемых “часов”).

В качестве примера приведем результаты работы [1], где с учетом перечисленных выше факторов получена относительно небольшая ошибка определения расстояния до АНПА  $1.84 \pm 2.19$  м при дистанциях около 3 км. В то же время можно предположить, что подобная ошибка окажется заметно меньше в ситуации, когда:

✓ акустические навигационные маяки расположены на неподвижном льду (на ледовом припае),

✓ для вертикального профиля скорости звука  $c(z)$  в подледном акустическом волноводе характерен верхний участок с примерно постоянной

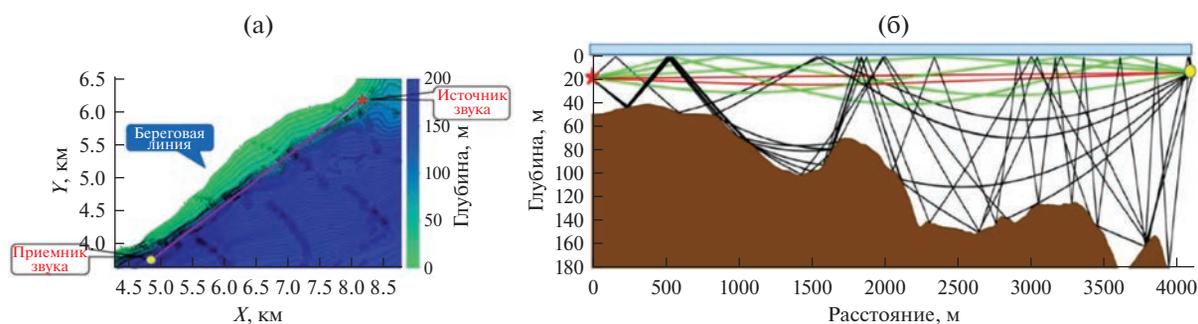


Рис. 1. (а) – Схема эксперимента и (б) – лучевые траектории распространения звука в вертикальной плоскости. Звездочкой показано местоположение источника, кружком – приемника.

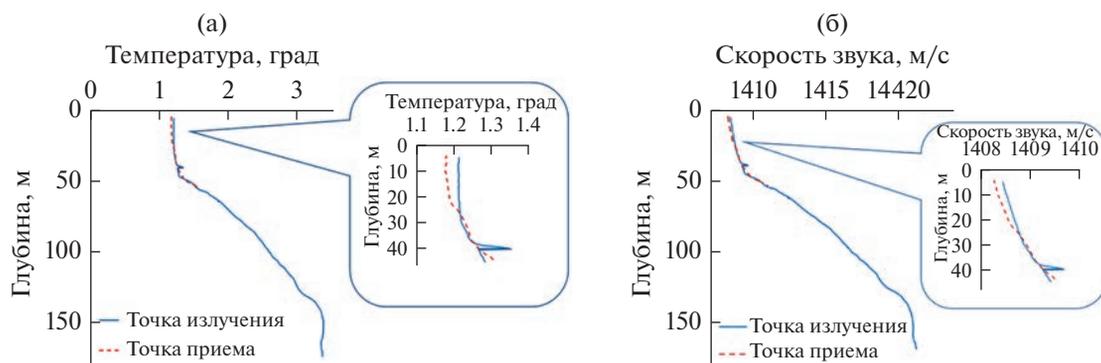


Рис. 2. Вертикальные профили (а) – температуры и (б) – скорости звука в точке излучения и приема.

скоростью звука  $c$  и нижний, где величина  $c$  возрастает по линейному закону с глубиной  $z$ . Такой профиль характерен для пресноводных акваторий ранней весной.

В настоящей работе на основе данных натурального эксперимента получены оценки сверху возможных значений вариаций времен распространения звуковых сигналов в указанной ситуации. В рамках численного моделирования проанализированы возможные причины подобных вариаций. Обсуждаются возникающие в этом случае методические особенности подводного акустического позиционирования.

## 1. ОПИСАНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ НАТУРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Натурный эксперимент был проведен ранней весной в прибрежном мелководном районе оз. Байкал в области ледового припая (подходящий вплотную к берегу устойчивый ледовый покров со сплоченностью льда 10). Источник звука (керамическая сфера) был закреплен на растянутом между донным якорем и верхней поверхностью льда несущем тросе на глубине  $z_s = 18.4$  м. Приемник звука (одиночный гидрофон) был опущен с ледовой поверхности на глубину  $z_r = 14$  м на

расстоянии  $R = 4.1$  км от источника. Толщина ледового покрова составляла  $\approx 0.7$  м. На рис. 1 приведена схема эксперимента.

На рис. 2 показаны: вертикальные профили температуры, измеренные в точках излучения и приема непосредственно перед проведением эксперимента, и соответствующие расчетные профили скорости звука. Измерение профилей температуры проводилось с помощью калиброванного STD-зонда. Для расчета скорости звука использовались эмпирические расчетные формулы, полученные для воды на Байкале [3]. Отметим, что вертикальные профили температуры и скорости звука имеют типичную для пресноводных акваторий форму.

В эксперименте излучались сигналы с линейной частотной модуляцией. Длительность одной посылки сигнала была равна 10.0436 с, рабочая полоса частот 400–10000 Гц. Период следования сигналов составлял  $t_0 \approx 10$  с. Огибающие сигналов с выхода оптимального корреляционного приемника для 15 следующих друг за другом импульсных откликов показаны на рис. 3. При построении рис. 3 каждый последующий импульсный отклик сдвигался по времени прихода таким образом, чтобы максимальный по амплитуде (второй) максимум огибающей корреляционной функции каждого

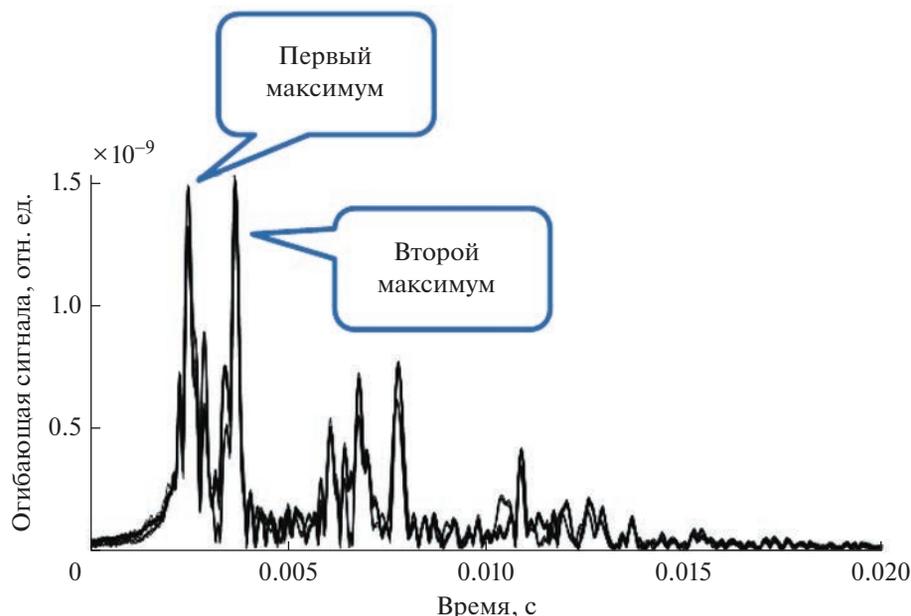


Рис. 3. Огибающие сигналов с выхода корреляционного приемника для 15-ти следующих друг за другом импульсов.

импульсного отклика отображался на графике в одно и то же время. Как видно на рис. 3, форма огибающей корреляционной функции практически не меняется на протяжении всего времени излучения сигналов, что говорит о высокой стабильности канала на протяжении эксперимента. Дальнейшая обработка показала, что время распространения сигнала от источника к приемнику звука в ходе эксперимента могло изменяться в очень небольших пределах, причем эти пределы были обусловлены главным образом точностью измерений.

На эту точность в первую очередь влияли акустические шумы, присутствующие в акватории озера. Влияние шумов проиллюстрировано на рис. 4, где “звездочками” отмечены вариации времени распространения для отдельных сигналов. Здесь по оси абсцисс отложено текущее время эксперимента  $\Delta t_i$ , отсчитываемое от момента прихода 7-го из 15 сигнала, определяемое по основному максимуму огибающей. Другими словами, по горизонтальной оси отложена величина  $\Delta t_i = t_i - t_7$ , где  $t_i$  — время регистрации основного максимума огибающей сигнала с номером  $i$ . По оси ординат отложена величина  $\widehat{\Delta t}_i = \Delta t_i - (i - 7) \times t_0$ , равная изменению времени распространения по отношению к сигналу с номером 7. Прямой линией показана линейная регрессия измеренных значений. Тангенс угла наклона этой прямой равен  $k_1 = (7.00 \pm 0.13) \times 10^{-7}$ , где доверительный интервал рассчитан с использованием распределения Стьюдента для уровня доверительной вероятности 90%. Основным фактором, обуславливаю-

щим отклонение результатов измерений от прямой линии, здесь является, по-видимому, аддитивный акустический шум. Таким образом, из рисунка следует, что вариации длительности распространения  $t$  за период 140 с находятся в интервале  $\widehat{\Delta t} = 0.8 \times 10^{-4} - 1.16 \times 10^{-4}$  с доверительной вероятностью 90% (при условии, что период следования сигналов равен  $t_0 = 10.087276$  с).

Еще одна причина погрешности измерений была связана со случайными вариациями периода следования сигналов, обусловленными вариациями частоты используемых кварцевых генераторов. Таким образом, точное значение периода было нам не известно. Это значение с доверительной вероятностью 90% лежало в интервале  $t_0 = 10.087258 - 10.087294$  с при температуре окружающего воздуха около  $0^\circ\text{C}$  (такая температура воздуха была во время проведения натурального эксперимента). Оценка среднего значения периода следования сигналов  $t_0 = 10.087276$  с использовалась для оценок описанных выше возможных вариаций времени распространения, обусловленных аддитивным акустическим шумом. С учетом диапазона вероятных значений периода, возможный интервал изменений времени распространения  $\widehat{\Delta t}$  (интервал возможных отклонений от среднего значения) составил от  $-1.5 \times 10^{-4}$  до  $3.5 \times 10^{-4}$  с.

Заметим, что этот интервал включает и нулевое значение. Таким образом, в результате мы можем лишь указать пределы возможных изменений эффективной скорости звука  $c_{ef}$  подо льдом за время измерений 140 с. Здесь под  $c_{ef}$  понимает-

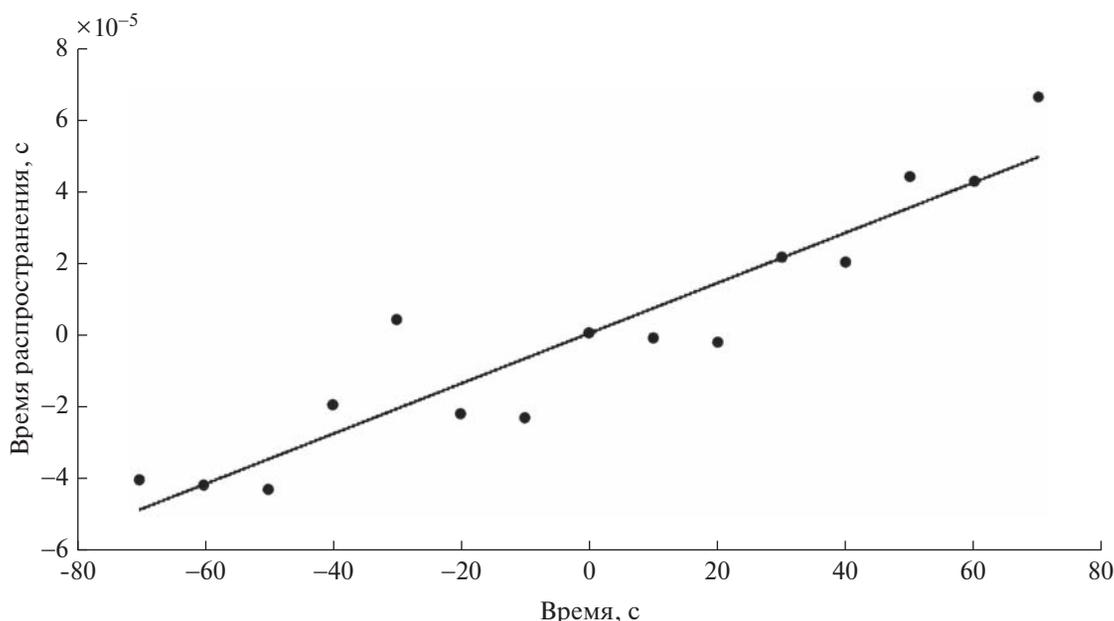


Рис. 4. Зависимость времени распространения от текущего времени. Точки – результаты измерений, прямая – линия регрессии.

ся величина, входящая в формулу  $R = c_{ef}t$ , где  $R$  – расстояние между источником и приемником звука, а  $t$  – разность времени начала излучения сигнала и времени регистрации основного максимума огибающей сигнала на выходе оптимального корреляционного приемника. Указанные пределы соответственно равны:  $\Delta c_{ef} = -0.073...+0.17$  м/с, при средней скорости  $c_{ef} \approx 1409$  м/с.

## 2. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рис. 1 позволяет предположить, что указанные выше величины  $\Delta c_{ef}$  соответствуют вариациям реальной скорости звука в верхнем однородном слое. Как видно на этом рисунке, при нашей геометрии эксперимента существуют прямые лучи, не взаимодействующие ни с ледовым покровом, ни с дном. Также присутствуют лучи, испытавшие 1–2 отражения от верхней границы. Сигналы, распространяющиеся вдоль этих лучей, имеют минимальное время распространения, вариации которого и были измерены в нашем эксперименте. Соответственно, под  $c_{ef}$  и ее вариациями следует понимать скорость звука в верхнем слое и ее изменения. Эти соображения общего характера получили подтверждение в численном эксперименте для двух модельных волноводов, профили скорости звука в которых изображены на рис. 5а. Разность скорости звука в верхнем однородном слое для указанных модельных волноводов составляет  $\Delta c = 0.2$  м/с. При расчетах в рамках луче-

вого описания [4] предполагалось, что волноводы имеют профиль дна, как на рис. 1б, а возможные трехмерные эффекты не учитывались. На рис. 5б вертикальными линиями изображены амплитуды этих лучей. При этом положение этих линий на горизонтальной оси соответствует времени распространения сигналов вдоль лучей для двух указанных моделей. Выбранные при моделировании глубины расположения источника и приемника звука и расстояние между ними соответствуют значениям в натурном эксперименте. Как видно на рис. 5б, разность времен распространения первых приходов равна  $\Delta t = 4.13 \times 10^{-4}$  с, что соответствует ожидаемой величине  $\Delta t \approx -R/c^2 \Delta c$ , где  $c$  – скорость звука в верхнем однородном слое ( $c = 1409$  м/с).

Следует также отметить, что вариации скорости звука в нижнем слое, связанные, например, с прохождением внутренних волн (ВВ), характерных для оз. Байкал [5], не могут привести к изменениям времени распространения для рассмотренных глубин излучателя/приемника звука и расстояния между ними. На рис. 6а показаны расчетные возмущения профиля скорости звука в поле первой моды ВВ с амплитудой 2 м. При таких возмущениях в случае нахождения приемника в верхнем перемешанном слое отсутствуют сколько-нибудь заметные вариации времени распространения сигналов (см. рис. 6б). Однако такие вариации заметны, если прием сигналов осуществляется в нижнем слое, возмущаемом ВВ (см. рис. 6в.) Здесь, как и выше, сравниваются

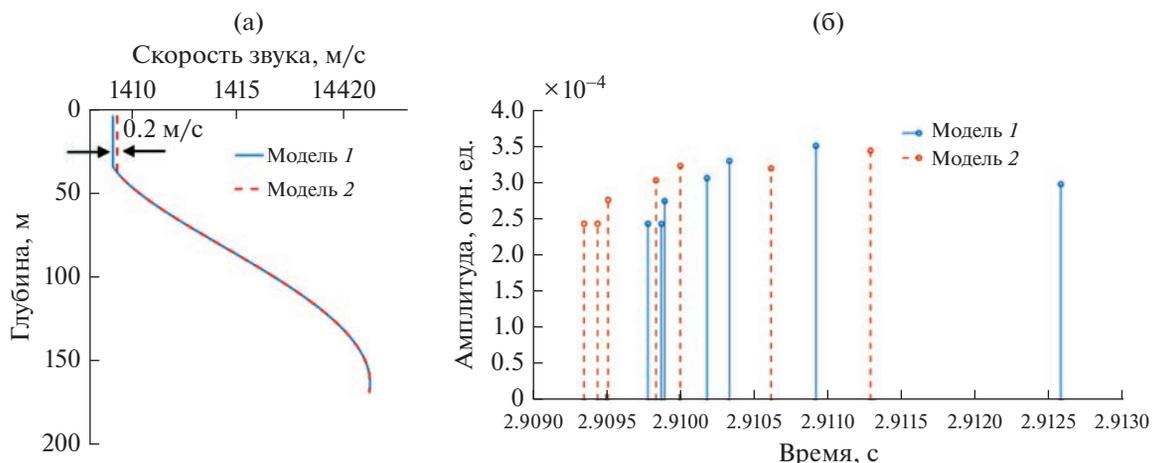


Рис. 5. (а) – Модельные профили скорости звука и (б) – амплитуды сигналов, соответствующих лучам, не взаимодействующим с дном.

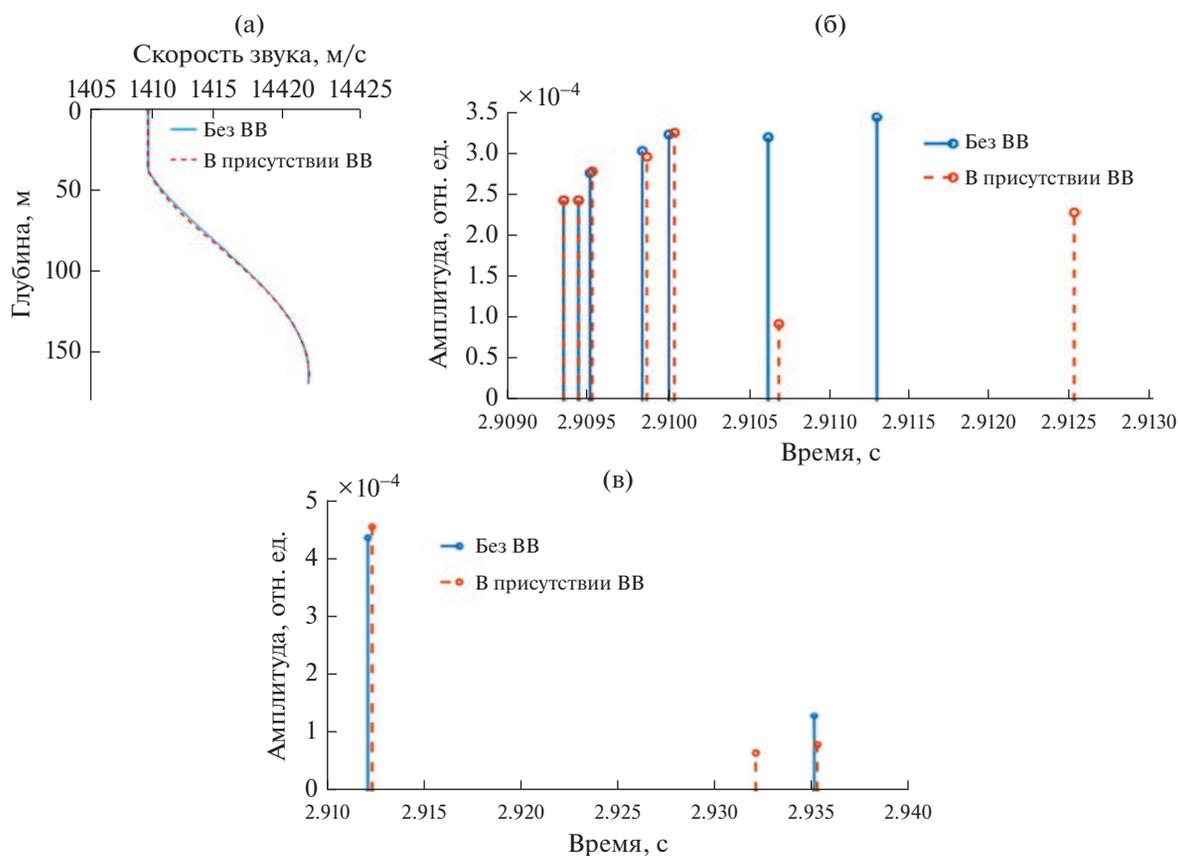


Рис. 6. (а) – Вертикальный профиль скорости звука. (б, в) – Амплитуды сигналов, соответствующих лучам, не взаимодействующим с дном при положении приемника на глубине (б)  $z_r = 14$  м и (в) –  $z_r = 63$  м.

времена приходов сигналов, определяемые первыми лучевыми приходами без ВВ и при их наличии.

Одной из наиболее вероятных причин возможных вариаций скорости звука в верхнем слое, если таковые имеют место в указанном выше диа-

пазоне  $\Delta c_{ef}$ , могут быть вариации средней температуры в этом слое. Для полученных оценок величины  $\Delta c_{ef}$  возможные флуктуации температуры  $\Delta T$  за время нашего эксперимента с доверительной вероятностью 90% лежат в ин-

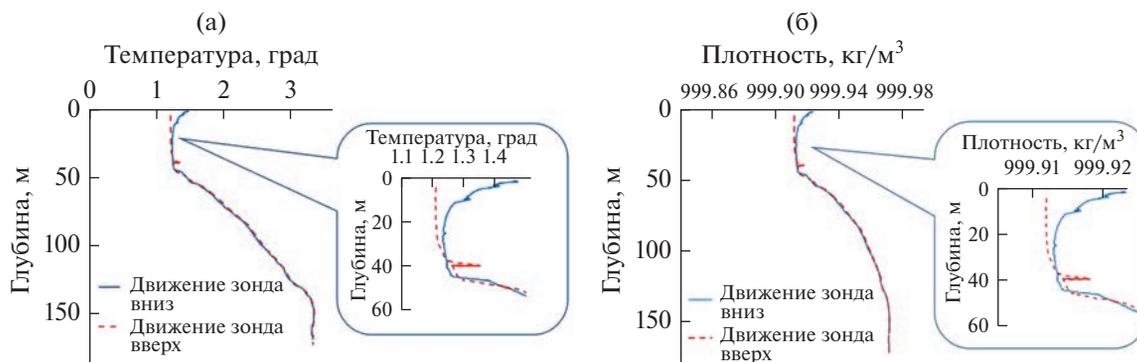


Рис. 7. (а) – Вертикальные профили температуры и (б) – соответствующие им вертикальные профили плотности.

тервале  $\Delta T = -0.015...+0.034^{\circ}\text{C}$  (здесь, как и выше, для оценок использованы формулы, приведенные в [3]). Причиной подобных флуктуаций может стать быстрое перемешивание верхнего слоя, вызванное дневным прогревом тонкого приповерхностного слоя воды, непосредственно прилегающего к ледовому покрову. Основанием для такой гипотезы могут служить результаты измерений вертикального профиля температуры, зарегистрированные в точке приема при движении STD-зонда вверх и вниз в точках расположения приемника и источника звука. Для точки приема результаты показаны на рис. 7а: при движении вниз была зарегистрирована указанная выше теплая прослойка. Наличие такой теплой прослойки говорит о неустойчивом состоянии всего верхнего слоя в случае, когда сверху находится вода с большей плотностью (см. рис. 7б, для которого расчет вертикального профиля плотности воды проводился по методике [6]). При такой неустойчивой стратификации перемешивание воды может происходить очень быстро (в течение десятков секунд [7]).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты позволяют сформулировать ряд методических выводов и рекомендаций по подледному позиционированию АНПА в пресноводных акваториях в весенний период в условиях существования верхнего квазиоднородного водного слоя с характерными вертикальными размерами в десятки метров. Для такого позиционирования на расстояниях в несколько километров достаточно определить эффективную скорость звука в этом слое. Это можно сделать с помощью акустических маяков, расположенных на стабильной ледовой поверхности (ледовый припай) на расстоянии в несколько километров. Маяки должны быть снабжены спутниковой навигационной системой и подводными акустическими транспондерами, находящимися на небольшой глубине в указанном однородном слое.

При стационарном ледовом покрове многократные прецизионные измерения времени распространения сигналов между транспондерами и координат транспондеров позволят оценить искомую среднюю скорость с высокой точностью  $\sim \pm 0.1$  м/с. При такой точности измерения возможно определение местоположения АНПА подо льдом в верхнем слое с погрешностью в несколько десятков сантиметров с использованием трех маяков и стандартной методики трилатерации.

Еще одной областью, где могут быть востребованы результаты настоящей работы, является дальняя звукоподводная связь [8, 9], осуществляемая с АНПА подо льдом. Высокая временная устойчивость подледного канала связи должна позволить эффективно использовать алгоритмы подавления межсимвольной интерференции для достижения минимального уровня битовых ошибок даже при работе с одиночным источником и приемником звука.

Отметим также, что к пресноводным акваториям, для которых могут быть важны полученные результаты, можно отнести не только замкнутые водоемы, которым является оз. Байкал. К ним принадлежат и участки океанического шельфа России, примыкающие к устьям великих сибирских рек. Можно предположить, что для этих участков в зимнее время года при стационарном ледовом покрове имеет место стабильный подводный звуковой канал с минимальной временной изменчивостью своих свойств. Изучение такого канала является одной из актуальных задач современной акустической океанографии.

Авторы выражают благодарность М.В. Волкову, К.М. Кучеру, М.М. Макарову и С.М. Першину за помощь в проведении натурных экспериментов и за обсуждение их результатов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-72-10121, <https://rscf.ru/project/22-72-10121/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bhatt E.C., Viquez O., Schmidt H.* Under-ice acoustic navigation using real-time model-aided range estimation // *J. Acoust. Soc. Am.* 2022. V. 151. № 4. P. 2656–2671.
2. *Сорокин М.А., Петров П.С., Каплуненко Д.Д., Гололов А.А., Моргунов Ю.Н.* Прогноз эффективной скорости распространения акустических сигналов на основе модели циркуляции океана // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 5. С. 521–532.
3. *Шерстянкин П.П., Колотило Л.Г., Тарасюк Ю.Ф., Куимова Л.Н., Иванов В.Г., Блинов В.В.* О скорости звука в Байкале // *Докл. Акад. наук.* 2002. Т. 386. № 1. С. 103–107.
4. *Porter M.B., Yong-Chun L.* Finite-element ray tracing // *Theoretical and computational acoustics.* 1994. V. 2. P. 947–956.
5. *Гранин Н.Г.* Некоторые результаты измерения внутренних волн на Байкале // В кн. *Гидрология Байкала и других водоемов.* Под редакцией Верболова В.И. Новосибирск: Наука, 1984. С. 67–71.
6. *Millero F.J., Poisson A.* International one-atmosphere equation of state of seawater // *Deep-Sea Res.* 1981. V. 28A(6). P. 625–629.
7. *Першин С.М., Крутянский Л.М., Лукьянченко В.А.* Об обнаружении неравновесных фазовых переходов в воде // *Письма в ЖЭТФ.* 2011. Т. 94. № 2. С. 125–129.
8. *Волков М.В., Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г.* О возможности применения вертикальных приемных антенн для звукоподводной связи на арктическом шельфе // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 3. С. 332–342.
9. *Волков М.В., Луньков А.А., Петников В.Г., Шатравин А.В.* Звукоподводная связь с использованием вертикальных приемных антенн в мелководных акваториях с ледовым покровом // *Океанология.* 2021. Т. 61. № 4. С. 649–661.

## ВЛИЯНИЕ ОСАДОЧНОГО СЛОЯ ДНА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ КАУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2023 г. Ю. В. Петухов<sup>а</sup> \*, Е. Л. Бородина<sup>а</sup> \*\*

<sup>а</sup>Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: yuyvetukhov@yandex.ru

\*\*e-mail: borodina@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 29.11.2022 г.

После доработки 31.01.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Численным моделированием с использованием модовой теории исследованы закономерности пространственного (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределения интенсивности акустического поля, формируемого при многократном взаимодействии каустического пучка со слоистым дном в мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом. Установлено, что при значениях скорости звука у верхней границы в осадочном слое, меньших значения скорости звука у дна в водном слое, возможно формирование многопучковой структуры акустического поля. Выяснено, что, начиная с определенных расстояний, вновь формируемые пучки могут играть основную роль в пространственном распределении интенсивности акустического поля.

*Ключевые слова:* океанические волноводы, подводные звуковые каналы, тональное излучение, вертикальные антенны, каустические пучки, осадочные слои

**DOI:** 10.31857/S0320791923600567, **EDN:** QWZYFY

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1–7], каустический пучок формируется в рефракционном океаническом волноводе около горизонтально выходящего из точечного источника опорного луча модами, горизонты поворота которых ближе всего расположены к глубине погружения источника. Поэтому абсолютный максимум у зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера соответствует именно каустическому пучку, который, тем самым, заметно преобладает по интенсивности над другими пучками в пространственном (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределении интенсивности акустического поля точечного источника в рефракционном океаническом волноводе [1, 8].

Использование вертикальной антенны с оптимальным размером апертуры позволяет возбуждать только каустический пучок [4] и, тем самым, существенно упрощает корректное исследование закономерностей его распространения в горизонтально однородных [4, 5] и неоднородных [6, 7] по трассе рефракционных океанических волноводах, дно которых моделировалось ранее (см. [5–7]) однородным жидким полупространством. При этом в [7] было установлено, что неровности донного рельефа определенных пространственных масштабов могут приводить к формированию ка-

устическим пучком в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом многопучковой структуры акустического поля, существенно затрудняющей анализ закономерностей распространения акустических сигналов.

Однако, даже из достаточно общего качественного анализа распространения волн в слоистых средах следует (см. [9]), что при наличии осадочного слоя дна в аналогичном [5] океаническом волноводе возможно формирование каустическим пучком также многопучковой структуры акустического поля. Именно поэтому настоящая работа, которая является в определенном смысле продолжением работы [7], и посвящена исследованиям закономерностей, проявляющихся при многократном взаимодействии формируемого вертикальной антенной каустического пучка со слоистым дном в мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

### МОДЕЛЬ ОКЕАНИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

С целями преемственности и обобщения полученных в [5–7] результатов здесь также воспользуемся простейшей моделью мелководного океанического волновода с открытым ко дну подводным звуковым каналом, описываемым би-

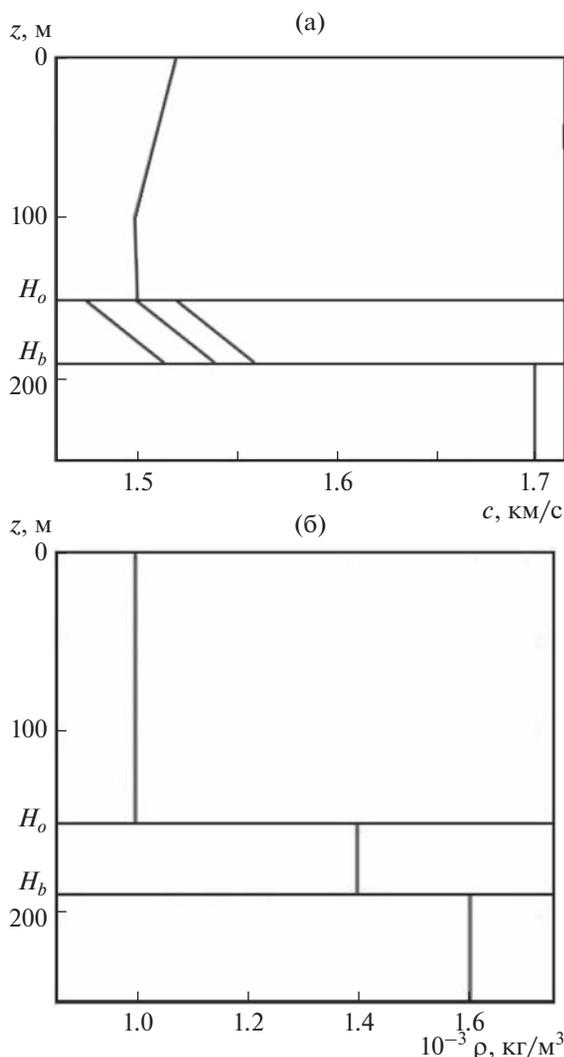


Рис. 1. (а) – Зависимости скорости звука  $c(z)$  (1), (2), и (б) – плотности  $\rho(z)$  (3) от глубины  $z$  в рассматриваемой волноводной системе.

линейной зависимостью скорости звука  $c(z)$  от глубины  $z$  в его водном слое толщиной  $H_0$ :

$$c(z) = c_0 \begin{cases} 1 + b_1(z_0 - z), & 0 \leq z \leq z_0, \\ 1 + b_2(z - z_0), & z_0 \leq z \leq H_0. \end{cases} \quad (1)$$

Как и в [5–7], входящие в (1) параметры принимают следующие значения:

$$c_0 = 1500 \text{ м/с}, \quad b_1 = 1.33 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}, \\ b_2 = 8 \times 10^{-6} \text{ м}^{-1}, \quad z_0 = 100 \text{ м}, \quad H_0 = 100 \text{ м};$$

поэтому

$$c(0) = c_c = 1520 \text{ м/с}, \quad c(H_0) = c_b = 1500.6 \text{ м/с}.$$

Предположим также, что, как и в [10], скорость звука  $c_s(z)$  в жидком осадочном слое толщиной

$\Delta H$  описывается простой линейной зависимостью

$$c_s(z) = c_{s0} + \gamma(z - H_0), \quad (2) \\ H_0 \leq z \leq H_b = H_0 + \Delta H,$$

в которой соответствующие величины принимают следующие значения (см. [10]):

$$\gamma = 1 \text{ с}^{-1}, \quad \Delta H = 40 \text{ м}; \quad c_{s0} = 1475 \text{ м/с}, \\ c_s(H_b) = 1515 \text{ м/с}; \quad c_{s0} = 1500 \text{ м/с}, \\ c_s(H_b) = 1540 \text{ м/с}; \quad c_{s0} = 1520 \text{ м/с}, \\ c_s(H_b) = 1560 \text{ м/с}.$$

При этом скорость звука в жидком дне принимает значение  $c_g = 1700 \text{ м/с}$  (см. [5–7]). Для наглядности на рис. 1а представлена полная стратификация скорости звука  $c(z)$  в рассматриваемой слоистой среде, а на рис. 1б – стратификация плотности

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_0 = 10^3 \text{ кг/м}^3, & 0 \leq z \leq H_0, \\ \rho_s = 1.4\rho_0, & H_0 \leq z \leq H_b, \\ \rho_g = 1.6\rho_0, & z \geq H_b. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь следует отметить, что скорость звука у верхней границы в осадочном слое  $c_{s0}$  может быть меньше скорости звука у дна  $c_b$  в водном слое и в существенно глубоководных океанических волноводах (почти на 3%, см. [11, 12]), поэтому приведенные ниже результаты исследований будут справедливы и для глубоководных океанических волноводов с открытым ко дну подводным звуковым каналом (см. [13]).

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Как и в [5–7], при формировании каустического пучка в рассматриваемом океаническом волноводе (1)–(3) (см. рис. 1) воспользуемся вертикальной антенной с оптимальным размером апертуры  $L = 7.5 \text{ м}$  (см. [4]), состоящей из  $N = 31$  точечных источников, синфазно излучающих тональный акустический сигнал с частотой  $f = 3 \text{ кГц}$  и расположенных по глубине с интервалом  $\Delta z = \lambda_0/2 = c_0/(2f) = 0.25 \text{ м}$ . Именно в этом случае, при расположении центра антенны на глубине  $0 < z_s < z_0$  в верхнем термоклине, следует ожидать формирования только одного каустического пучка в пространственной области  $0 < r < D_s/2$ ; здесь  $r$  – горизонтальное расстояние,  $D_s$  – длина цикла опорного луча, выходящего горизонтально из центра антенны.

При проведении соответствующих численных расчетов воспользуемся модовым представлением для поля в волноводе (см. [14]).

На рис. 2–5 представлены результаты численного моделирования зависимостей от номера моды  $l$  пространственного периода интерференции соседних мод (см. рис. 2)

$$R_{l,l+1} = \frac{2\pi}{k_l - k_{l+1}} \quad (4)$$

с соответствующими горизонтальными волновыми числами  $k_l$  и  $k_{l+1}$  и нормированного коэффициента возбуждения мод

$$A_l(l) = \frac{|B_l|^2}{\max\{|B_l|^2\}} \quad (5)$$

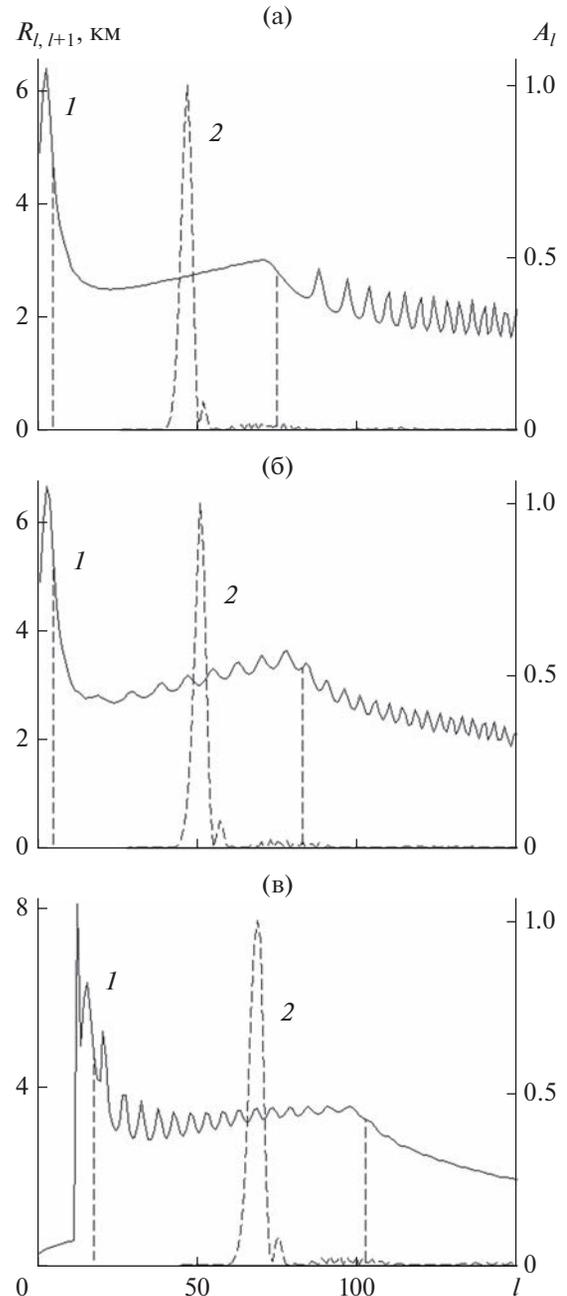
с амплитудами  $B_l$ , а также пространственного (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределения нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля (см. рис. 3а, 4а, 5а) и усредненной зависимости

$$\bar{J}_0(r, z = z_0) = \frac{1}{\Delta r} \int_{r-\Delta r/2}^{r+\Delta r/2} J_0(r, z = z_0) dr \quad (6)$$

при  $\Delta r = H_0$ . На основании этих рисунков можно сделать следующие выводы.

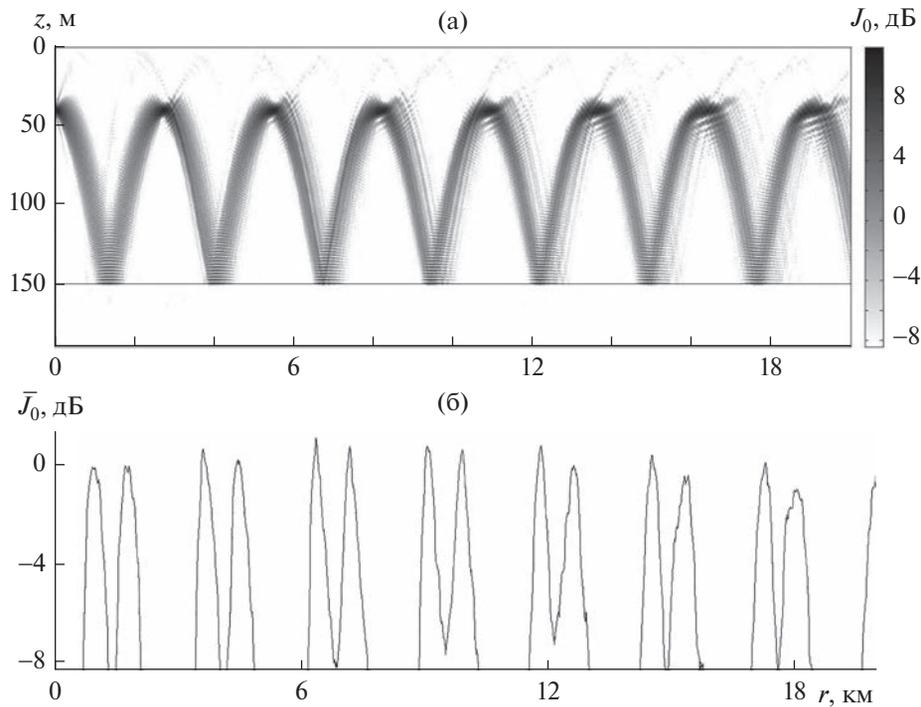
При значении  $c_{s0} = c_f$  рефрагированные в верхнем термоклине моды формируются в основном водным слоем океанического волновода  $0 < z \leq H_0$ , поэтому, как и в отсутствие осадочного слоя (см. [5]), в соответствующем диапазоне номеров мод  $l_b \leq l \leq l_f$ , расположенном на рис. 2 между двумя вертикальными штриховыми линиями, имеет место широкий гладкий минимум у зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (4) (см. рис. 2а). Поскольку при  $z_s = 40$  м в этом диапазоне номеров мод  $l_b \leq l \leq l_f$  расположен и абсолютный максимум у зависимости  $A_l(l)$  (5) (см. рис. 2а), то пространственная расходимость соответствующего ему акустического пучка остается практически такой же (см. рис. 3), как и в отсутствие осадочного слоя (см. [5]). Здесь следует отметить, что при  $c_{s0} = c_f$  относительно острые экстремумы присутствуют у зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (4), имеющей осцилляторный характер на фоне естественного общего спада, лишь в диапазоне номеров  $l > l_f$ , отвечающих взаимодействующим со свободной поверхностью и рефрагированным в осадочном слое модам (см. рис. 2а).

По мере уменьшения значения скорости звука у верхней границы в осадочном слое  $c_0 \leq c_{s0} < c_f$  у зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (4) в диапазоне номеров  $l_b \leq l \leq l_f$  мод на фоне основного гладкого минимума начинают заметно проявляться относительно острые экстремумы (см. рис. 2б), которым, соглас-

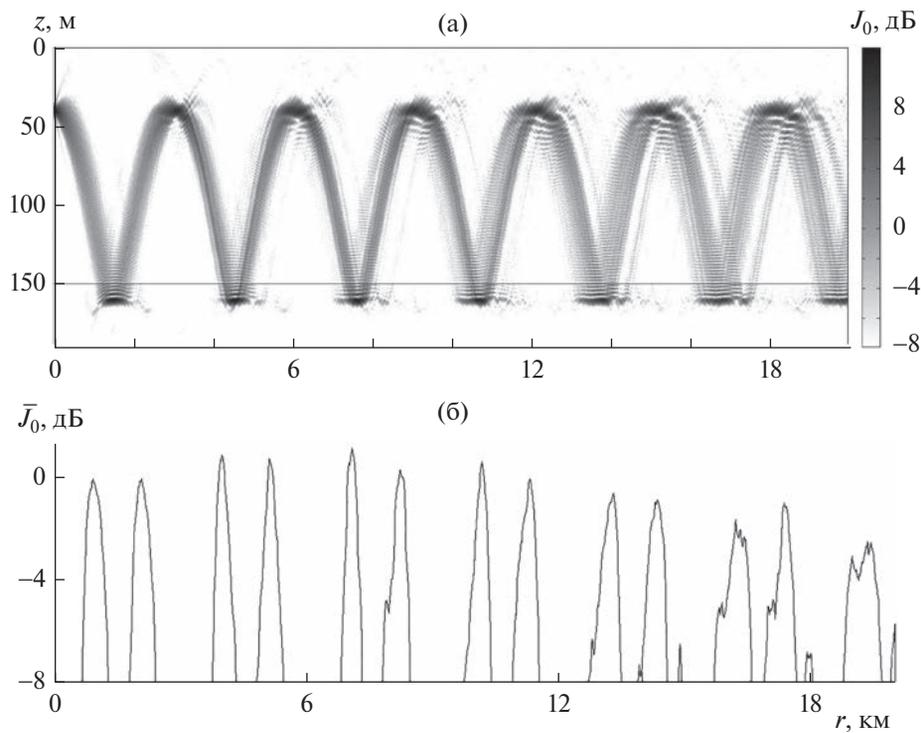


**Рис. 2.** Зависимости от номера моды  $l$  пространственного периода интерференции соседних мод  $R_{l,l+1}(l)$  (4) (кривая 1) и нормированного коэффициента возбуждения мод  $A_l(l)$  (5) ( $z_s = 40$  м, кривая 2) при различных значениях скорости звука у верхней границы в осадочном слое: (а) —  $c_{s0} = 1520$  м/с; (б) —  $c_{s0} = 1500$  м/с; (в) —  $c_{s0} = 1475$  м/с. Вертикальными штриховыми линиями отмечен диапазон номеров мод  $l_b \leq l \leq l_f$ , рефрагированных в верхнем термоклине.

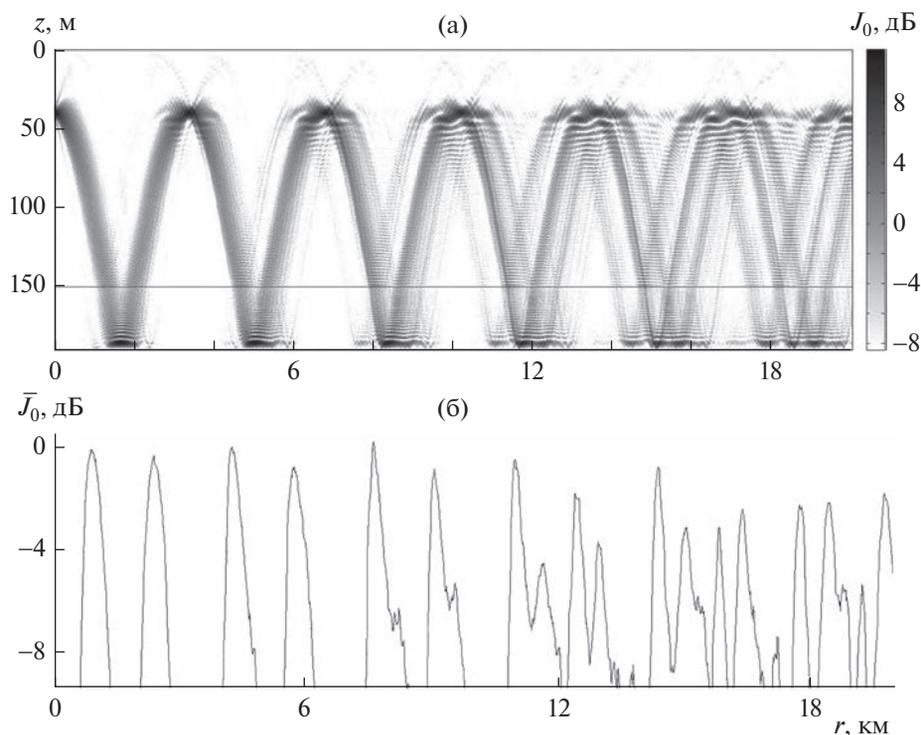
но полученным в [15] результатам, могут соответствовать слаборасходящиеся пучки. Поэтому уже при  $c_{s0} = c_0$  заметно возрастает пространственная расходимость каустического пучка, и при



**Рис. 3.** (а) – Пространственное (по глубине  $z$  и горизонтальному расстоянию  $r$ ) распределение нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, а также (б) – зависимость усредненной интенсивности  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) при  $z_s = 40$  м и  $c_{s0} = 1520$  м/с.



**Рис. 4.** (а) – Пространственное (по глубине  $z$  и горизонтальному расстоянию  $r$ ) распределение нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, а также (б) – зависимость усредненной интенсивности  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) при  $z_s = 40$  м и  $c_{s0} = 1500$  м/с.



**Рис. 5.** (а) – Пространственное (по глубине  $z$  и горизонтальному расстоянию  $r$ ) распределение нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, а также (б) – зависимость усредненной интенсивности  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) при  $z_s = 40$  м и  $c_{s0} = 1475$  м/с.

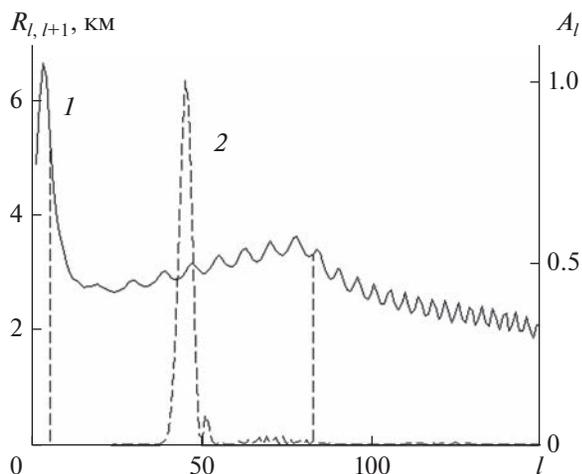
$z_s = 40$  м наблюдается формирование второго пучка, нормированная интенсивность которого  $\bar{J}_0(r, z_0)$  (б) увеличивается с расстоянием (см. рис. 4). Одновременно с этим уменьшается амплитуда осцилляций у зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (4) в диапазоне номеров мод  $l > l_f$  (см. рис. 2б).

При дальнейшем уменьшении значения  $c_{s0} < c_0$  уменьшается период и возрастает амплитуда осцилляций у зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (4) в характерном для каустического пучка диапазоне номеров  $l_b \leq l \leq l_f$  мод (см. рис. 2в), вследствие чего характерные относительные экстремумы становятся более острыми (см. рис. 2в). Поэтому существенно возрастает пространственная расходимость каустического пучка и наблюдается формирование уже нескольких пучков (см. рис. 5), нормированная интенсивность которых заметно увеличивается с расстоянием (см. рис. 5б). При этом, начиная с определенных расстояний  $r > 15$  км, вновь формируемые пучки могут преобладать по интенсивности над каустическим пучком (см. рис. 5). Вполне естественно, что при  $c_{s0} = 1475$  м/с (т.е. при  $c_s(H_b) = 1515$  м/с  $< c_f$ ) осцилляторный характер зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  при  $l > l_f$  практически исчезает (см. рис. 2в), поскольку отсутствуют

взаимодействующие со свободной поверхностью и рефрагированные в осадочном слое моды.

При  $c_{s0} < c_f$  наличие у  $R_{l,l+1}(l)$  характерных осцилляций в диапазоне номеров мод  $l_b \leq l \leq l_f$  (см. рис. 2б, 2в) приводит к тому, что при фиксированном значении  $c_{s0}$  количество вновь формирующихся пучков зависит также и от положения в этом диапазоне изменения  $l$  соответствующего каустическому пучку абсолютного максимума у  $A_l(l)$ , т.е. от глубины центра антенны  $z_s$ . Очевидно, что при расположении такого максимума у  $A_l(l)$  вблизи значений  $l$ , где имеют место наиболее резкие изменения зависимости  $R_{l,l+1}(l)$  (см. рис. 2б, 6), существенно возрастает пространственная расходимость каустического пучка и увеличивается количество вновь формируемых пучков (см. рис. 4, 7).

Следует также обратить внимание на тот факт, что при  $c_0 < c_{s0} < c_f$  нормированная интенсивность  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) каустического пучка незначительно (на 1 дБ) возрастает в области горизонтальных расстояний  $0 < r < 8$  км (см. рис. 3б, 4б) из-за сближения соответствующих частей каустик (см. [5]), около которых формируется каустический пучок (см. [3]). За пределами этой об-

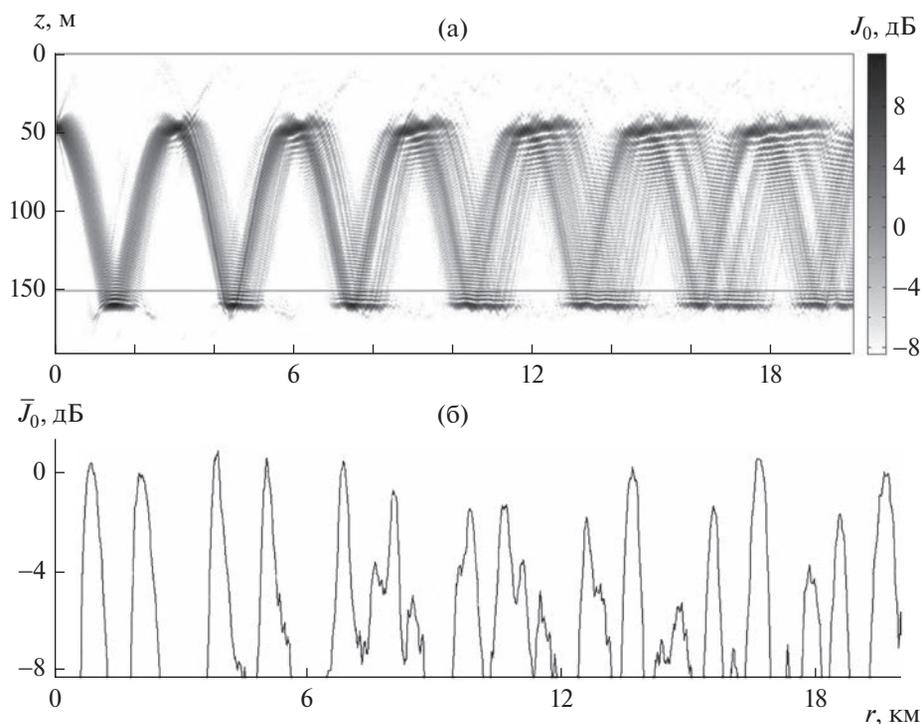


**Рис. 6.** Зависимости от номера моды  $l$  пространственного периода интерференции соседних мод  $R_{l,l+1}(l)$  (4) (кривая 1) и нормированного коэффициента возбуждения мод  $A_l(l)$  (5) ( $z_s = 47$  м, кривая 2) при  $c_{s0} = 1500$  м/с. Вертикальными штриховыми линиями отмечен диапазон номеров  $l_b \leq l \leq l_f$  мод, рефрагированных в верхнем термоклине.

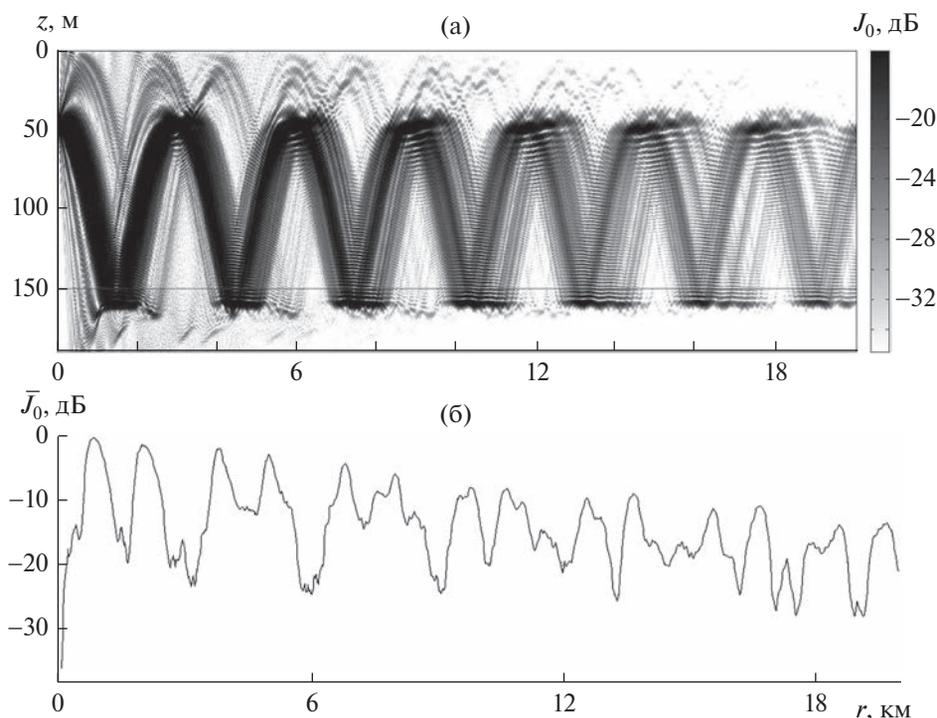
ласти расстояний  $r > 8$  км начинает преобладать уже пространственная расходимость каустического пучка, приводящая к уменьшению зависимости  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$ , причем более заметному при

меньших значениях  $c_{s0}$  (см. рис. 3б, 4б). Естественно, что дальнейшее уменьшение значения  $c_{s0} < c_0$  приводит к полному отсутствию такого поведения  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  у каустического пучка при  $0 < r < 8$  км и более резкому спадаанию этой зависимости в пространственной области  $r > 8$  км (см. рис. 5б).

Здесь остается лишь отметить, что учет затухания мод в осадочном слое дна (см. [10]) не оказывает какого-либо принципиального влияния на проявление установленных выше закономерностей при формировании каустическим пучком многопучковой структуры в пространственном (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределении интенсивности акустического поля в рассматриваемом океаническом волноводе. Однако, как следует из сравнения представленных на рис. 7, 8 результатов численных расчетов, потери акустической энергии в слоистом дне существенно уменьшают интенсивность акустического поля в соответствующих пучках, что потребует значительного расширения динамического диапазона приемных устройств для наблюдения характерных закономерностей в поведении зависимости  $J_0(r, z)$  и  $\bar{J}_0(r, z_0)$  (см. рис. 8).



**Рис. 7.** (а) – Пространственное (по глубине  $z$  и горизонтальному расстоянию  $r$ ) распределение нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, а также (б) – зависимость усредненной интенсивности  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) при  $z_s = 47$  м и  $c_{s0} = 1500$  м/с.



**Рис. 8.** (а) – Пространственное (по глубине  $z$  и горизонтальному расстоянию  $r$ ) распределение нормированной на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивности  $J_0(r, z) = rJ(r, z)$  акустического поля, а также (б) – зависимость усредненной интенсивности  $\bar{J}_0(r, z = z_0)$  (б) при  $z_s = 47$  м и  $c_{s0} = 1500$  м/с и наличии поглощения в осадочном слое и дне с коэффициентами  $\beta_s = \beta_g = 0.002$  дБ/(м кГц) [10].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе основные результаты исследований и следующие из них выводы.

С использованием модовой теории исследованы закономерности пространственного (по глубине и горизонтальному расстоянию) распределения интенсивности акустического поля, формируемого при многократном взаимодействии каустического пучка со слоистым дном мелководного океанического волновода с открытым ко дну подводным звуковым каналом. При этом были получены представляющие интерес результаты.

При значениях скорости звука у верхней границы в осадочном слое, меньших значения скорости звука в водном слое у дна, полем многократно взаимодействующего со слоистым дном каустического пучка возможно формирование многопучковой структуры. Такая многопучковая структура заметнее всего проявляется в пространственном распределении интенсивности акустического поля при расположении соответствующего каустического пучку абсолютного максимума коэффициента возбуждения мод в диапазоне изменения их номеров, где имеют место относительно резкие вариации периода интерференции рефрагированных в термоклине мод.

С ростом горизонтального расстояния нормированная на геометрическое расхождение волнового фронта интенсивность акустического поля уменьшается в каустическом пучке и увеличивается во вновь формируемых пучках, в результате чего, начиная с определенных расстояний, они могут преобладать в пространственном распределении интенсивности акустического поля.

Формируемая каустическим пучком многопучковая структура акустического поля проявляется заметнее всего с уменьшением значения скорости звука у верхней границы в осадочном слое дна, поскольку в соответствующем диапазоне изменения номеров мод увеличиваются относительно резкие вариации их пространственного периода интерференции.

Поглощение акустической энергии в осадочной толще дна не оказывает принципиального влияния на проявление установленных закономерностей, поскольку приводит лишь к дополнительному уменьшению интенсивности акустического поля в каждом пучке в соответствующих пространственных областях океанического волновода.

Данное исследование выполнено в рамках госзаданий ИПФ РАН по темам № 0030-2021-0009 и № 0030-2021-0017.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петухов Ю.В.* Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.
2. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
3. *Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородина Е.Л.* Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
4. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г.* Формирование каустических пучков в рефракционном океаническом волноводе // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 490–499.
5. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородина Е.Л.* Формирование слаборасходящегося каустического пучка в открытом ко дну подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 59–72.
6. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородина Е.Л.* Каустические и слаборасходящиеся пучки в горизонтально неоднородных океанических волноводах // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 181–197.
7. *Петухов Ю.В., Бородина Е.Л.* Влияние неровностей дна на распространение каустических пучков в океанических волноводах // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 5. С. 505–513.
8. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Влияние дифракционных эффектов на формирование слаборасходящихся пучков в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 437–447.
9. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
10. *Hamilton E.L.* Compressional-wave attenuation in marine sediments // Geophysics. 1972. V. 37. № 4. P. 620–646.
11. *Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Шаронов Г.А.* Исследование акустических характеристик верхнего осадочного слоя в глубоком океане // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 1. С. 200–201.
12. *Голубев В.Н., Петухов Ю.В.* Параметры звукового канала в осадочном слое глубоководного океанического волновода // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 196–202.
13. *Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М.* Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком океане // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
14. *Porter M.B.* The KRAKEN Normal Mode Program // 2001. 207 p. [https://oalib-acoustics.org/website\\_resources/AcousticsToolbox/manual/kraken.html](https://oalib-acoustics.org/website_resources/AcousticsToolbox/manual/kraken.html)
15. *Петухов Ю.В.* Лучевые и дифракционные слаборасходящиеся пучки в океанических волноводах // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 409–419.

## ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ АНТЕННЫ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2023 г. М. А. Раевский<sup>а</sup>, В. Г. Бурдуковская<sup>а</sup>, \*

<sup>а</sup>Институт прикладной физики РАН, БОКС-120, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: [bvg@appl.sci-nnov.ru](mailto:bvg@appl.sci-nnov.ru)

Поступила в редакцию 11.11.2022 г.

После доработки 08.12.2022 г.

Принята к публикации 22.12.2022 г.

Исследуется влияние случайных внутренних волн на коэффициент усиления и диаграмму направленности горизонтальной антенной решетки в мелком море. Предложен алгоритм расчета корреляционной матрицы поля точечного источника на апертуре решетки. Коэффициент усиления антенны анализируется для различных методов пространственной обработки: метод ФАР, метод оптимальной линейной обработки и метод оптимальной квадратичной обработки. Влияние внутренних волн на диаграмму направленности описывается дисперсией углового отклика решетки. Приведены результаты численного моделирования для модельного волновода летнего типа и экспоненциального профиля частоты Брента–Вайсяля. При этом используется эмпирический спектр внутренних волн, предложенный ранее по результатам эксперимента SWARM95. Анализируются зависимости характеристик антенной решетки от числа ее элементов, ориентации по отношению к источнику, частоты излучения и акустических характеристик дна.

*Ключевые слова:* акустический волновод, внутренние волны, мелкое море, декорреляция поля, антенная решетка, алгоритмы обработки

DOI: 10.31857/S0320791922600469, EDN: NEFPDP

### ВВЕДЕНИЕ

Теоретические модели, описывающие статистические характеристики акустических сигналов, распространяющихся в мелком море с флуктуирующими параметрами, имеют не только самостоятельное значение, но и позволяют решать ряд важных прикладных задач [1]. Одним из наиболее значимых приложений является исследование эффективности разработанных ранее методов [2–5] пространственно-временной обработки сигналов с применением линейных либо планарных антенных решеток (АР). Подробно эти вопросы изучались для волноводов, открытых к поверхности, когда основным случайным фактором, влияющим на распространения акустических волн, является ветровое волнение [6–9]. В случае волноводов летнего типа, закрытых от поверхности, ветровое волнение менее значимо и основным источником флуктуаций акустического поля становятся внутренние волны (влияние приливов, течений, фронтальных зон следует рассматривать как динамические процессы). В глубоком океане внутренние волны (ВВ) характеризуются пространственной однородностью статистических характеристик и известная модель Гаррета–Манка [10] достаточно удовлетворительно описывает

случайные ВВ в различных районах Мирового океана. Такая универсальность спектра Гаррета–Манка, по мнению ее авторов, связана с однородными условиями генерации и распространения ВВ в глубоком океане. Наличие модели, описывающей флуктуации скорости звука, обусловленные ВВ, позволило достаточно подробно исследовать их воздействие на тональные и импульсные акустические сигналы в глубоководных звуковых каналах. Обзор соответствующих результатов можно найти в монографии [10]. Аналогичная проблема воздействия ВВ на распространение акустических сигналов актуальна и для мелкого моря. Решение ее для мелководных звуковых каналов представляется существенно более сложным, в первую очередь, из-за разнообразных условий генерации ВВ в мелком море, где они генерируются не только ветровым волнением, но и приливами, течениями. Кроме того, обтекание локальных неровностей рельефа дна в области шельфа порождает цуги ВВ большой амплитуды (солитоны внутренних волн). Хотя такие солитоны являются локальными явлениями, влиянию их на распространение акустических сигналов до сих пор уделялось основное внимание [11–13]. При этом одиночные ВВ рассматривались как регулярные

возмущения волновода, приводящие к вариациям фазы (времени распространения импульса) и амплитуды акустических сигналов при пересечении солитонами акустической трассы. В тоже время длительные гидрофизические наблюдения показывают [1], что наряду с такими солитонами большой амплитуды в мелком море повсеместно присутствует фон менее интенсивных случайных ВВ. Воздействие фоновых ВВ на распространение акустических сигналов изучено сравнительно хуже и ограничивается короткими дистанциями: в экспериментальных исследованиях [14, 15]  $R < 10$  км и теоретических расчетах [16]  $R < 30$  км. При распространении акустических сигналов на протяженных акустических трассах (десятки и сотни километров) влияние фона ВВ накапливается, что может приводить к значительным флуктуациям акустического поля, декорреляции сигнала на апертуре приемных систем и т.д. Для описания этих эффектов необходимо иметь статистическую модель фоновых ВВ (некий аналог спектра Гаррета–Манка для мелкого моря). Подобные спектры обсуждались, например, в работах [17–19]. Использование этих результатов позволяет исследовать эффекты декорреляции акустических сигналов на протяженных акустических трассах (вследствие их многократного рассеяния на флуктуациях скорости звука) и влияние их на характеристики приемных антенн. Именно это является предметом данной публикации. При этом авторы понимают, что предлагаемые в работах [17–19] спектры ВВ могут не иметь универсального характера (из-за региональной изменчивости процессов генерации и распространения), и подобные исследования позволяют сделать лишь предварительный прогноз влияния фона ВВ на когерентность акустических сигналов и эффективность их пространственной обработки в мелком море.

## ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим плоскостойкий волновод с профилем скорости звука закрытым к поверхности, чтобы минимизировать влияние поверхностного волнения. В отличие от глубоководных океанических волноводов, профили мелководных волноводов отличаются большим разнообразием, поэтому проведем анализ для модельного мелководного волновода летнего типа, в котором профили скорости звука и частоты Брента–Вяйсяля задаются аналитическими выражениями. При этом мы не будем учитывать изоскоростной приповерхностный слой, который зависит от условий формирования волновода и имеет толщину порядка 1–10 м.

Будем полагать, что определяемая градиентом плотности  $\rho$  частота Брента–Вяйсяля

$n(z) = \left( \frac{g}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right)^{\frac{1}{2}}$  спадает с глубиной по экспоненциальному закону

$$n(z) = n_0 \exp(-z/B). \quad (1)$$

Воспользуемся для градиента скорости звука  $c(z)$  известным соотношением [10]:

$$c^{-1} \frac{\partial c}{\partial z} = Gn^2 - \gamma_A, \quad (2)$$

где  $\gamma_A = 1.14 \times 10^{-5}$  м – адиабатический градиент скорости звука,  $G = 2.45 \left( \frac{1 + 0.05r}{1 - r} \right)$  и параметр  $r$  характеризует относительную роль солёности и температуры для градиента плотности (а значит и  $n(z)$ ). В любой точке океана параметр  $r$  слабо зависит от глубины. Если пренебречь этой зависимостью, то  $c(z)$  и  $n(z)$  связаны между собой. Интегрируя уравнение (2), для профиля скорости звука получим:

$$c(z) = c_0 \left[ 1 + \frac{Gn_0^2 B}{2} \left( \exp\left(-\frac{2z}{B}\right) - 1 \right) + \gamma_A z \right] \quad (3)$$

в диапазоне  $0 \leq z \leq H$  ( $H$  – глубина дна).

Рассмотрим теперь статистическую модель фоновых ВВ. Флуктуации показателя преломления, обусловленные ВВ, обозначим  $\mu$ . Для описания этих флуктуаций в глубоком океане Гарретом–Манком была предложена эмпирическая модель [10], предполагающая, во-первых, изотропность спектра и, во-вторых, аппроксимирующие распределения энергии по частоте и номеру моды. В результате для локального частотно-модового спектра флуктуаций показателя преломления  $F_\mu(\Omega, j, z)$  было получено выражение

$$F_\mu(\Omega, j, z) = \mu_0^2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^3 \Phi(\Omega) H(j), \quad (4)$$

где  $\Phi(\Omega) = \frac{4\Omega_i \sqrt{\Omega^2 - \Omega_i^2}}{\pi \Omega^3}$ ,  $H(j) = \frac{2j_*}{\pi} \frac{1}{j^2 + j_*^2}$  –

нормированные на единицу частотный и модовый спектры энергии ВВ,  $\Omega_i$  – инерционная частота,  $\mu_0^2$  – дисперсия флуктуаций вблизи поверхности и для параметра  $j_*$  было предложено значение  $j_* = 3$ . Спектры, предлагаемые для описания фоновых ВВ в мелком море, по сути, являются модификациями этой модели. Наиболее последовательно это сделано в работе [18], по результатам длительных наблюдений на океаническом шельфе (эксперимент SWARM95). В результате

для частотного и модового спектров  $\Phi(\Omega)$  и  $H(j)$  были получены зависимости

$$\Phi(\Omega) = N_{\Omega} \frac{\sqrt{\Omega^2 - \Omega_i^2}}{\Omega^2 \sqrt{n^2 - \Omega_i^2 + \Omega^2}}, \quad (5)$$

$$H(j) = N_j \frac{1}{(j^2 + j_*^2)^{p/2}}, \quad (6)$$

где для параметров спектра  $H(j)$  предложены значения  $j_* = 1$  и  $p = 3$  ( $N_{\Omega}$  и  $N_j$  – нормировочные константы). По результатам тех же экспериментов SWARM95 для дисперсии флуктуаций было получено значение  $\mu_0^2 = 2 \times 10^{-6} \dots 4 \times 10^{-6}$ . В дальнейшем мы будем использовать именно эти результаты. Горизонтальный угловой спектр ВВ менее изучен. Волны, обусловленные затуханием солитонов в шельфе [15], имеют высокую степень анизотропии, а ВВ вдали от шельфа, скорее всего, изотропны. В дальнейшем мы будем использовать модель изотропного углового спектра. Применительно к анизотропному полю ВВ полученные далее результаты соответствуют эффектам, усредненным по направлению их распространения относительно акустической трассы.

Рассмотрим акустическое поле, создаваемое точечным источником, расположенным на глубине  $z_n$  в плоскостой волноводе. Имея в виду низкочастотный диапазон  $f \leq 500$  Гц, для акустического поля будем использовать модовое описание. Представим поле тонального источника в дальней зоне в виде разложения по нормированным собственным функциям  $\varphi_p(z)$  невозмущенного волновода:

$$p(r, z, t) = \sum_p \frac{a_p \varphi_p(z)}{\sqrt{k_p r}} \exp[i(k_p r - \omega_0 t - \pi/4)]. \quad (7)$$

Здесь  $a_p$  – амплитуды мод,  $k_p$  – волновые числа,  $\omega_0$  – частота излучения,  $r$  – расстояние от источника. При учете затухания в среде распространения волновые числа являются комплексными, в этом случае под  $k_p$  будем понимать его реальную часть и мнимую часть учитывать отдельно. Вследствие флуктуаций скорости звука амплитуды  $a_p(r, t)$  становятся случайными функциями координат и времени. В дальнейшем мы будем анализировать второй момент  $\langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_q^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle$ , где  $\langle \dots \rangle$  означает операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций случайного поля ВВ. Поскольку нас интересуют статистические характеристики горизонтальной антенны, необходимо вычислить функцию когерентности поля давле-

ния с горизонтальным разнесением точек наблюдения:

$$\langle p(\mathbf{r}_1, z, t) p^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle = \sum_{p, q} \langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_q^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle \times \frac{\varphi_p(z) \varphi_q(z)}{\sqrt{k_p k_q r_1 r_2}} \exp[i(k_p r_1 - k_q r_2)], \quad (8)$$

где  $z$  – глубина АР. Эта функция имеет интерференционную структуру, т.е. меняется квазислучайным образом при изменении дистанции от источника до антенны. Для описания “сглаженных” по интерференционным осцилляциям функций когерентности поля достаточно анализировать автокорреляционные функции мод:

$$N_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_p^*(\mathbf{r}_2, t) \rangle \quad (9)$$

(для стационарного поля ВВ и тонального сигнала  $N_p$  не зависит от времени). При этом для “сглаженной” функции когерентности поля получим:

$$\langle p(\mathbf{r}_1, z, t) p^*(\mathbf{r}_2, z, t) \rangle = \sum_p N_p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \frac{\varphi_p^2(z)}{k_p \sqrt{r_1 r_2}} \times \exp[ik_p(r_1 - r_2)]. \quad (10)$$

Будем полагать, что акустические моды распространяются вдоль оси  $x$ , и анализировать функцию горизонтальной когерентности с поперечным разнесением точек наблюдения

$$N_p(\rho, x) = N_p \left( x, y_1 = -\frac{\rho}{2}, y_2 = \frac{\rho}{2} \right). \quad (11)$$

Для вычисления этой функции воспользуемся результатами работы [20], где был предложен модовый аналог хорошо известного метода плавных возмущений. Как было показано в этой работе, вычисление статистических характеристик нормальных мод сводится к интегрированию корреляционных функций показателя преломления вдоль модовых лучей, т.е. лучей, выходящих из точечного источника с углом скольжения

$$\theta_p = \arccos(k_p/k_0(z_n)), \quad (12)$$

где  $k_0(z_n) = \omega/c(z_n)$  – локальное значение волнового числа. Используя эти результаты, для функции когерентности  $N_p(\rho)$  можно получить следующее выражение

$$N_p(\rho, x) = \varphi_p^2(z_n) \exp\left(-\frac{1}{2} D_p(\rho, x) - 2|\text{Im } k_p| x\right). \quad (13)$$

Здесь  $D_p(\rho, x)$  – структурная функция флуктуаций фазы, вычисляемая в геометрикооптическом приближении вдоль траектории модового луча  $z = z_p(x)$ , соответствующего  $p$ -ой моде.

Используя соотношения для пространственного и частотно-модового спектров флуктуаций

показателя преломления в приближении ВКБ [10], для структурной функции  $D_p(\rho, x)$  можно получить следующую формулу:

$$D_p(\rho, x) = \int_0^x d_p \left[ z_p(x'), \theta_p(x'), \frac{x'}{x} \rho \right] dx', \quad (14)$$

$$\begin{aligned} d_p \left[ z_p(x'), \theta_p(x'), \frac{x'}{x} \rho \right] = \\ = 4k_0^2 \sum_{j=1}^{\infty} \int_{\Omega_L}^{n(z_p(x'))} F_\mu(\Omega, j, z_p(x')) \times \\ \times k_y^{-1} \left[ 1 - \cos \left( k_y \frac{x'}{x} \rho \right) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где  $F_\mu(\Omega, j, z_p(x'))$  – частотно-модовый спектр флуктуаций показателя преломления, определяемого формулами (4)–(6), и  $\Omega_L, k_y$  имеют вид:

$$\Omega_L^2(x) = \Omega_i^2 + n^2(z_p(x)) \operatorname{tg}^2(\theta_p(x)), \quad (16)$$

$$k_y = \sqrt{\Omega^2 - \Omega_L^2} / n_0 B. \quad (17)$$

В дальнейшем нас будут интересовать коэффициент усиления и угловая диаграмма направленности горизонтальной АР при ее расположении в дальней зоне по отношению к источнику. Эти характеристики определяются корреляционной матрицей сигнала на апертуре антенной решетки. Будем считать, что АР состоит из  $M$  элементов с межэлементным расстоянием  $d$  и ориентирована в горизонтальной плоскости под углом  $\varphi_A$  в направлении на источник (угол отсчитывается от нормали к апертуре). Будем также полагать, что ось  $x$  проходит через центр антенны, расстояние от источника до центра обозначим  $R$ . При выполнении условия  $R \gg kd^2M^2/8\pi$  можно пренебречь кривизной фазовых фронтов акустических мод, и для элементов корреляционной матрицы сигнала на апертуре АР получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} N_{mn}(R) = \sum_p \varphi_p^2(z_A) N_p(\rho = d|m-n|\cos\varphi_A, R) \times \\ \times \exp[ik_p d(m-n)\cos\varphi_A - 2|\operatorname{Im} k_p| R], \end{aligned} \quad (18)$$

где  $z_A$  – глубина АР. При пространственной обработке сигнала удобно использовать нормированную корреляционную матрицу  $\|\tilde{N}_{mn}(R)\|$  с элементами

$$\tilde{N}_{mn}(R) = \frac{N_{mn}(R)}{\sqrt{N_{mm}(R)}\sqrt{N_{nn}(R)}}, \quad (19)$$

соответствующими межэлементным коэффициентам корреляции сигнала. В качестве помехи рассмотрим простейшую модель океанического шума, некоррелированного на элементах АР. Для него нормированная корреляционная матрица является единичной.

Для оценки эффективности пространственной обработки мы выберем коэффициент усиления  $G$ , т.е. величину выходного отношения сигнал/шум (ОСШ), отнесенного к величине ОСШ на одном элементе. Для сравнения будем рассматривать следующие методы пространственной обработки: метод формирования диаграммы направленности (ФАР), компенсированной в направлении на источник (коэффициент усиления  $G_0$ ), метод оптимальной линейной обработки [2] (коэффициент усиления  $G_1$ ) и метод оптимальной квадратичной обработки [3–5] (коэффициент усиления  $G_2$ ). Учитывая нормировку корреляционной матрицы сигнала  $\|\tilde{N}_{mn}\|$  и некоррелированность шума на элементах АР, для этих величин имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned} G_0(R) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \tilde{N}_{mn}(R) \\ \times \exp[-ik_A d(m-n)\sin\varphi_A], \end{aligned} \quad (20)$$

$$G_1(R) = \lambda_1(R), \quad G_2(R) = \left[ \sum_i \lambda_i^2(R) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (21)$$

где  $k_A = \omega/c(z_A)$ ,  $\lambda_i(R)$  – собственные значения корреляционной матрицы  $\|\tilde{N}_{mn}\|$ ,  $\lambda_1(R)$  – максимальное собственное значение.

Наряду с коэффициентом усиления АР для практических приложений представляет также интерес ее угловая направленность. Учитывая случайный характер акустического поля на апертуре, в качестве основной характеристики направленности АР будем рассматривать дисперсию ее углового отклика  $D(\beta)$  как функцию угла сканирования  $\beta$ . Эта величина также определяется корреляционной матрицей сигнала на апертуре антенны и имеет вид:

$$D(\beta) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M \tilde{N}_{mn} \exp[-ik_A d(m-n)\sin\beta]. \quad (22)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

На основании приведенных выше формул были проведены численные расчеты коэффициента усиления и углового отклика АР для плоскостоего волновода с профилем скорости звука (3) и экспоненциальным спаданием с глубиной частоты Брента–Вяйсяля. При этом выбраны характерные значения  $n_0 = 0.01 \text{ с}^{-1}$ ,  $c_0 = 1500 \text{ м/с}$ ,  $B = 70 \text{ м}$  и глубина дна  $H = 150 \text{ м}$ . Профили  $c(z)$  и  $n(z)$  приведены на рис. 1. Для параметра  $r$  использовано типичное значение [10]  $r = 0.2$ . В качестве модели дна выбрано жидкое полупространство с параметрами, соответствующими неконсолидирован-

ным осадкам (где продольная скорость звука  $c_l$  меняется в диапазоне 1500–1900 м/с) с плотностью  $\rho = 2 \text{ г/см}^3$  и коэффициентом затухания  $\delta = 0.1 \text{ дБ/км Гц}$ . Для частотно-модового спектра флуктуаций показателя преломления берутся формулы (4)–(6) с параметрами  $\mu_0^2 = 4 \times 10^{-6}$ ,  $j_* = 1$ ,  $p = 3$ ,  $\Omega_l = 1.36 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . Результаты расчетов приведены для частот излучения  $f = 250$  и  $500 \text{ Гц}$ . Источник расположен на глубине  $z_{\text{и}} = 50 \text{ м}$ . Антенна с межэлементным расстоянием, равным половине длины волны, расположена вблизи дна ( $z_A = 150 \text{ м}$ ). Для числа элементов  $M$  выбраны несколько значений  $M = 51, 101$  и  $201$ , а для угла ориентации АР по отношению к источнику – значения  $\varphi_A = 0^\circ$  и  $15^\circ$ .

Рассмотрим результаты моделирования для частоты  $f = 250 \text{ Гц}$  и донных осадков с продольной скоростью  $c_l = 1550 \text{ м/с}$ . На рис. 2 приведены значения коэффициента усиления АР с различным числом элементов. Видно, что для перпендикулярно ориентированной АР коэффициенты усиления  $G_i$  монотонно спадают с расстоянием, но скорость этого эффекта уменьшается по мере удаления от источника. Этот результат объясняется совместным влиянием затухания акустических мод в донном грунте и накоплением их фазовых флуктуаций вдоль модовых лучевых траекторий. Интенсивность флуктуаций показателя преломления максимальна вблизи поверхности и спадает с глубиной, как следует из (4), по закону  $\exp(-3z/B)$ . Лучевые модовые траектории для мод с высокими номерами имеют верхние точки заворота в области интенсивных флуктуаций показателя преломления, что приводит к относительно быстрому нарастанию флуктуаций суммарного акустического поля на малых расстояниях. Затем вступает в действие эффект затухания энергии мод в дне, который растет с номером моды. В результате “выживают” низшие моды, для которых фазовые флуктуации относительно малы, что, в итоге, приводит к замедлению декорреляции акустического поля и, следовательно, более медленному спаду коэффициента усиления  $G_i$ . Очевидно, что эффекты декорреляции поля максимально влияют на коэффициент усиления длинной АР с числом элементов  $M = 201$ . В этом случае для перпендикулярно ориентированной антенны (в сравнении со значением  $10 \lg M \approx 23 \text{ дБ}$ ; т.е. полностью коррелированного сигнала) коэффициенты усиления  $G_0$  и  $G_1$  уменьшаются на 5.5 дБ, а выигрыш квадратичной обработки (отношение  $G_2/G_1$ ) достигает 2 дБ. При  $M = 101$  уменьшение коэффициента усиления  $G_i$  с дистанцией менее существенно (около 3.5 дБ для  $G_0$  и  $G_1$ ) и выигрыш квадратичной обработки не превышает 1 дБ. В случае короткой антенны ( $M = 51$ ) эффекты декорреляции относительно слабо влияют на результаты

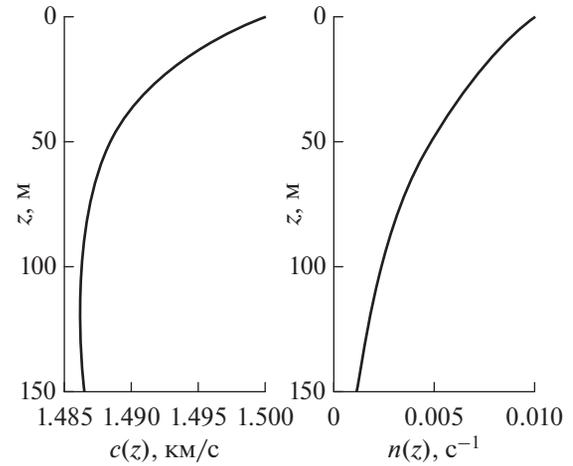
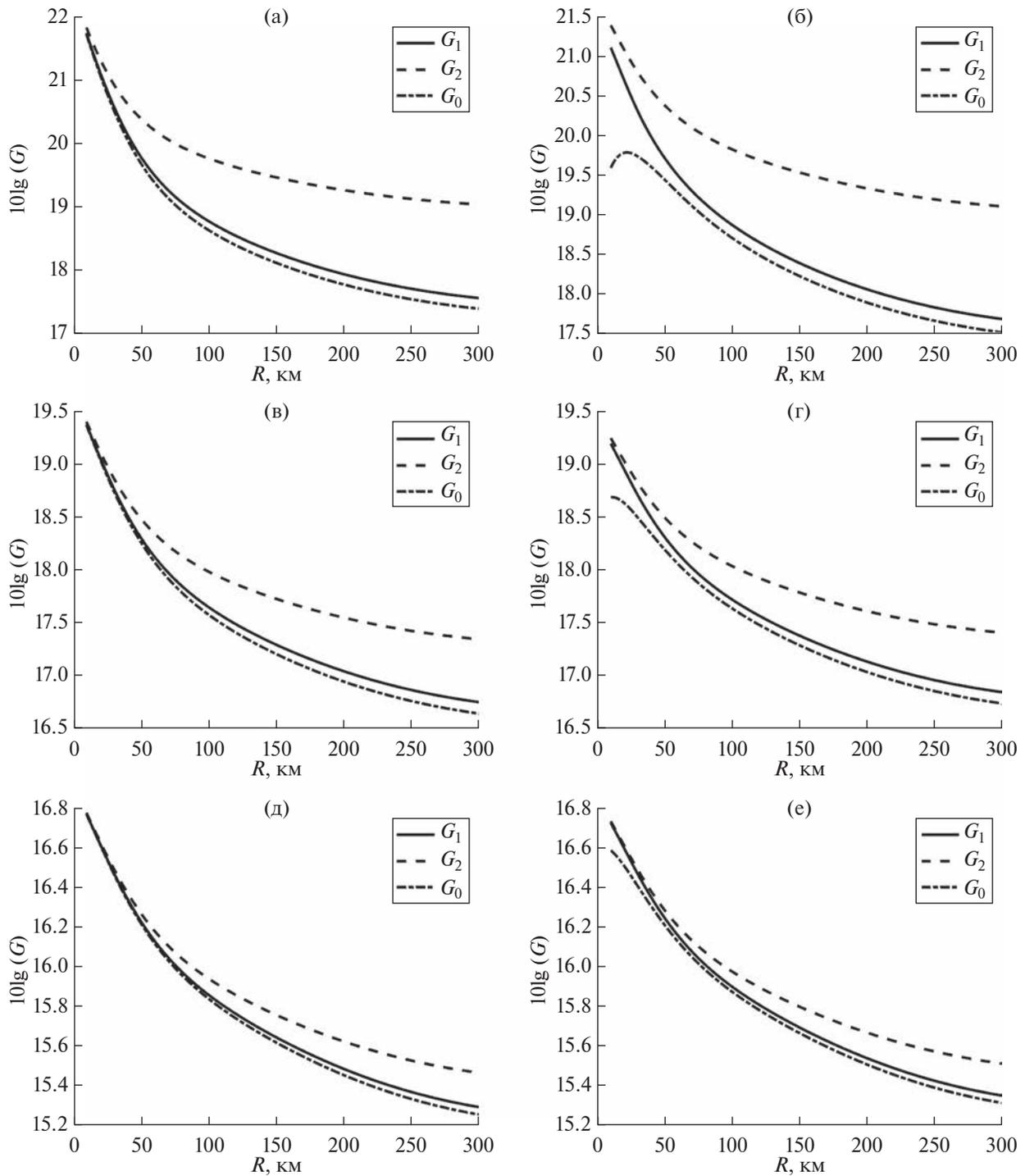


Рис. 1. Профили скорости звука и частоты Брента–Вэйсяля.

пространственной обработки. Для антенны, ориентированной под углом, основное отличие состоит в уменьшении эффективности метода ФАР на малых расстояниях (коэффициент  $G_0$  заметно меньше  $G_1$  и  $G_2$ ). Это объясняется тем, что фазовая компенсация антенны происходит для всех мод с одинаковым волновым числом  $k_A$ , т.е. не учитывает многомодовый характер сигнала. По мере увеличения дистанции, в следствии затухания в дне, модовый спектр сужается и эффективность метода ФАР увеличивается (значение  $G_0$  приближается к  $G_1$ ).

Рассмотрим аналогичные результаты для частоты излучения  $f = 500 \text{ Гц}$ . Соответствующие кривые (также при  $c_l = 1550 \text{ м/с}$ ) приведены на рис. 3. Качественно эти зависимости мало отличаются от результатов, полученных для частоты  $f = 250 \text{ Гц}$ , хотя сравнение результатов расчетов указывает на количественные отличия порядка 0.5–1 дБ. Это объясняется двумя конкурирующими факторами: с одной стороны, длина апертуры  $L = dM$  при том же числе элементов для частоты  $f = 500 \text{ Гц}$  вдвое короче, с другой – фазовые флуктуации акустических мод (а значит, и эффекты декорреляции) увеличиваются с ростом частоты акустического поля.

Заметное влияние на величину рассматриваемых эффектов в мелком море могут оказывать также акустические параметры дна. На рис. 4 приведены результаты численного моделирования коэффициентов усиления  $G_i$  для донного грунта со скоростью звука  $c_l = 1800 \text{ м/с}$  и теми же значениями плотности и коэффициента затухания (частота излучения  $f = 250 \text{ Гц}$ ). Сравнение их с аналогичными, приведенными на рис. 2 результатами указывает на более значительное уменьшение с расстоянием коэффициентов усиления



**Рис. 2.** Коэффициенты усиления  $G_i$  для частоты  $f = 250$  Гц и донных осадков с продольной скоростью  $c_l = 1550$  м/с с числом элементов (а, б) –  $M = 201$ , (в, г) –  $101$ , (д, е) –  $51$ . Антенна ориентирована (а, в, д) – перпендикулярно к источнику и (б, г, е) – под углом  $\varphi_A = 15^\circ$ .

для перпендикулярно ориентированной антенны, например, при  $M = 201$   $G_0$  и  $G_1$  спадают на 7.5 дБ на расстоянии  $R = 300$  км, а выигрыш квадратичной обработки (отношение  $G_2/G_1$ ) достигает 2.5 дБ. Для АР с числом элементов  $M = 101$  эти

эффекты также увеличиваются: спадание  $G_0$  и  $G_1$  достигает 5 дБ, а выигрыш квадратичной обработки равен 1.5 дБ.

Для антенны, ориентированной под углом к источнику, зависимость коэффициентов  $G_i$  от

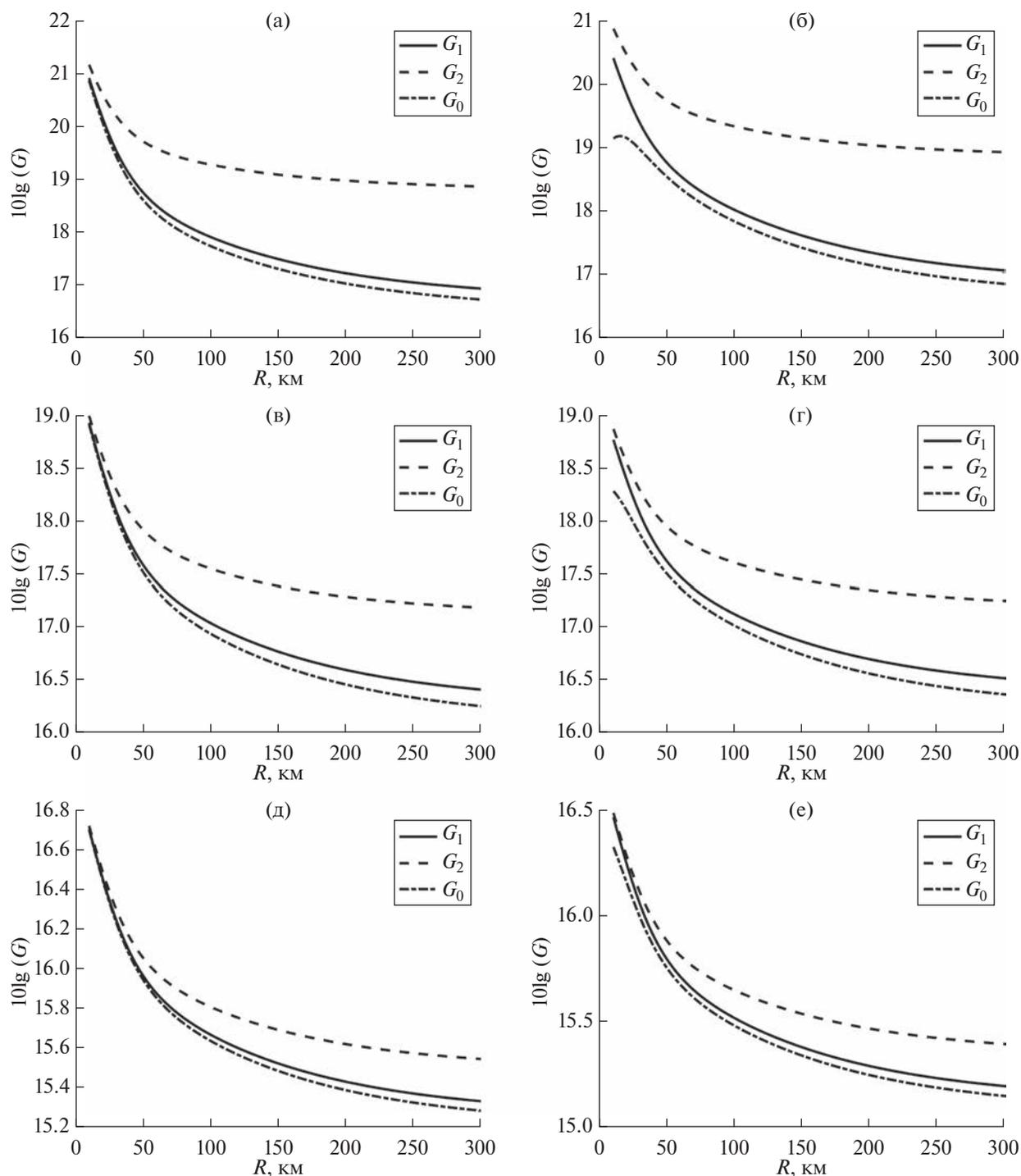


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для частоты  $f = 500$  Гц.

расстояния  $R$  меняется (в сравнении с кривыми, приведенными на рис. 2) не только количественно, но и качественно. Отличие  $G_0$  и  $G_1$  увеличивается до 4 дБ и сохраняется на значительной дистанции (до 200 км). Кроме того, на малом удалении от источника  $R < 50$  км происходит рост коэффициента усиления при оптимальной ли-

нейной обработке  $G_1$ , а выигрыш квадратичной обработки ( $G_2/G_1$ ) достигает 2 дБ уже при  $R = 10$  км. Объяснение всех этих особенностей, как нам представляется, связано с расширением модового спектра при увеличении скорости звука в донном грунте. Вследствие этого уменьшается эффективность метода ФАР, не учитывающего при фазо-

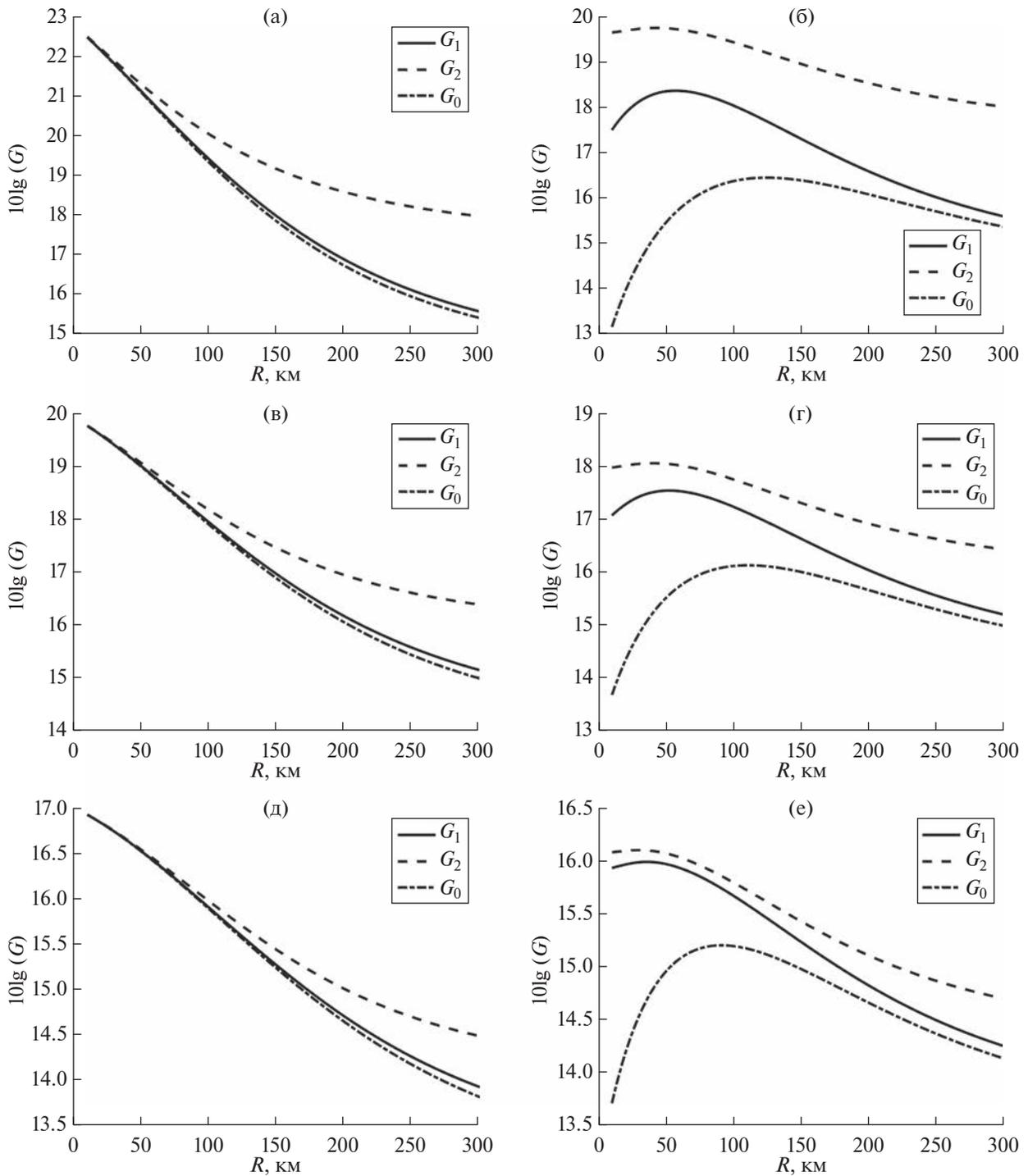
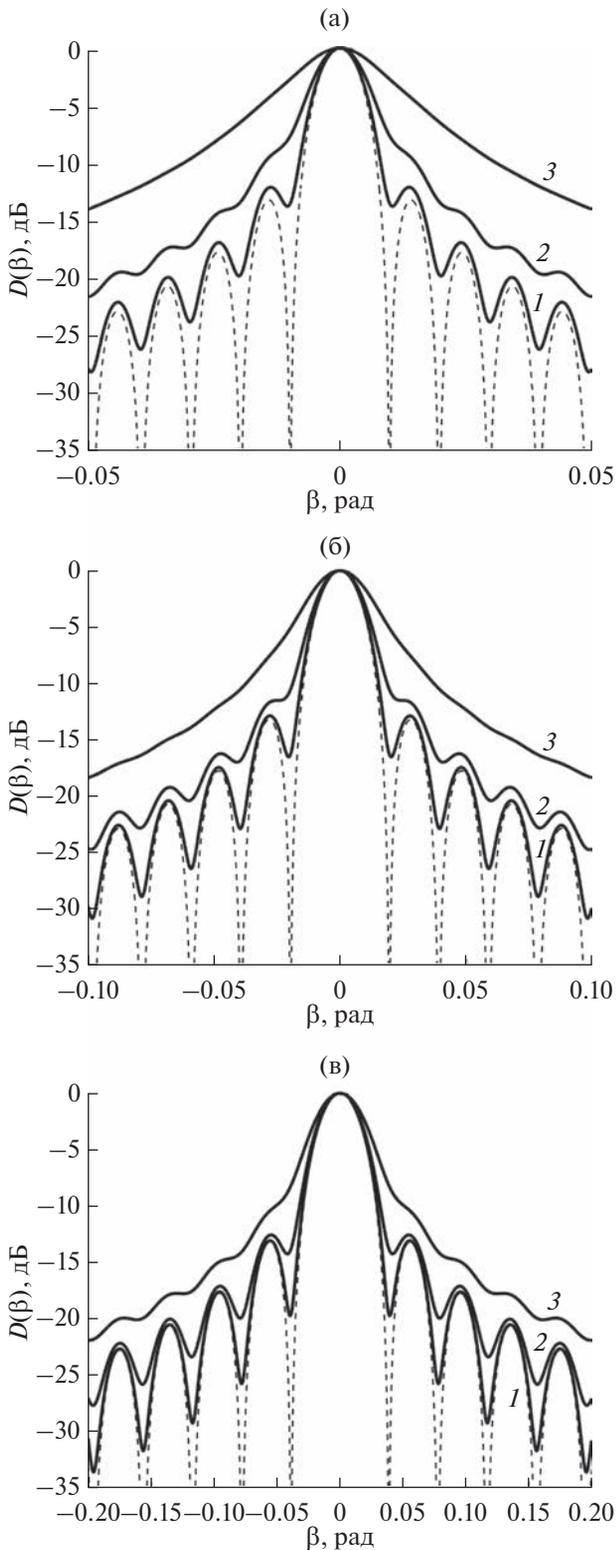


Рис. 4. То же, что на рис. 2, но для донных осадков с продольной скоростью  $c_l = 1800$  м/с.

вой компенсации модовую структуру поля. Амплитудно-фазовое распределение (АФР) на апертуре имеет более сложную структуру и поэтому сравнительно слабые флуктуации мод на малом удалении от источника приводят к заметным искажениям АФР, т.е. снижению эффективности оптимальной линейной обработки и, соответ-

ственно, увеличению выигрыша оптимальной квадратичной обработки. По мере удаления антенны от источника высшие моды затухают и АФР на апертуре становится более плавным, что приводит к локальному повышению эффективности линейной обработки (росту  $G_1$  для дистанции  $0 < R < 50$  км). Следует особо отметить пре-



**Рис. 5.** Дисперсия углового отклика антенны, ориентированной перпендикулярно к источнику, для частоты  $f = 250$  Гц и  $c_l = 1800$  м/с: (а) —  $M = 201$ , (б) —  $M = 101$ , (в) —  $M = 51$ . Кривые 1 соответствуют  $R = 10$ , 2 — 50, 3 — 150 км. Пунктиром обозначены значения для регулярного волновода.

имущество оптимальной квадратичной обработки при ориентации АФР под углом к источнику. Например, при  $M = 201$  коэффициент усиления  $G_2$  превышает  $G_0$  на 3–7 дБ и, соответственно, коэффициент  $G_1$  на 2–3 дБ.

Эффекты декорреляции акустического поля на апертуре влияют не только на коэффициент усиления, но и на направленность антенны. Приведем, в качестве примера, результаты численного расчета дисперсии углового отклика  $D(\beta)$  для перпендикулярно ориентированной АР при частоте излучения  $f = 250$  Гц и донных осадках с параметрами  $c_l = 1550$  м/с,  $\rho = 2$  г/см<sup>3</sup>,  $\delta = 0.1$  дБ/км Гц. Соответствующие зависимости для нескольких значений дистанции  $R$  приведены на рис. 5. Видно, что в случае антенны с большой апертурой ( $M = 201$ ) на малом удалении от источника  $R = 10$  км, когда влияние волн относительно мало, угловой отклик АР сохраняет свою многолепестковую структуру. Статистически эффекты проявляются в исчезновении глубоких нулей, которые наиболее чувствительны к фазовым флуктуациям волнового фронта на апертуре. При увеличении дистанции ( $R = 50$  км) достаточно хорошо сохраняется форма главного максимума, а искажения углового отклика АР в основном проявляются в области боковых лепестков — заметно повышается их уровень и практически исчезает их осциллирующая структура. На большом удалении АР от источника ( $R = 150$  км) видно существенное изменение главного максимума — его уширение более чем в два раза и резкое снижение контраста по отношению к уровню бокового поля, что приводит к значительному (на 10 дБ) ослаблению разрешающей способности. Аналогичные, хотя и менее выраженные, искажения углового отклика получены для АР с числом элементов  $M = 101$ . В этом случае на дистанции  $R = 10$  км уменьшается глубина нулей. На дистанции  $R = 50$  км повышается уровень боковых лепестков (хотя осциллирующая структура еще видна) и не меняется форма главного максимума. На большой дистанции  $R = 150$  км ширина главного максимума увеличивается примерно в полтора раза, а его контраст по отношению к боковому полю уменьшается на 5–6 дБ. Для короткой антенны с числом элементов  $M = 51$  влияние ВВ приводит лишь к уменьшению глубины нулей углового отклика и некоторому повышению уровня его боковых лепестков (около 2 дБ) и слабо влияет на главный максимум, т.е. малозначимо для разрешающей способности АР.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании предложенной теоретической модели и результатов численных расчетов показано, что фон случайных ВВ существенно влияет как на коэффициент усиления, так и на диаграм-

му направленности антенны при распространении низкочастотных акустических сигналов на большие расстояния (до 300 км). Наиболее значим этот эффект для АР с большим числом элементов (в нашем случае  $M = 201$ ), для которой ослабление коэффициента усиления с дистанцией вследствие декорреляции сигнала достигает 7–8 дБ. При этом выигрыш оптимальной квадратичной обработки сигнала (в сравнении с линейной обработкой) составляет 2–3 дБ. Для АР с промежуточным числом элементов  $M = 101$  эти эффекты несколько меньше, но также значимы. Для короткой антенны ( $M = 51$ ) ВВ слабо влияют на коэффициент усиления АР. Также продемонстрировано влияние на эти результаты ориентации антенны по отношению к источнику и акустических характеристик дна. Зависимость коэффициента усиления АР от частоты  $f$ , как показало сравнение результатов моделирования с  $f = 250$  и 500 Гц, наоборот, относительно слабая (в пределах 0.5–1 дБ).

Из результатов численного моделирования дисперсии углового отклика следует, что влияние декорреляции сигнала на направленность антенны наиболее значимо для протяженной АР с числом элементов  $M = 201$ . При этом вблизи источника ( $R = 10$  км) происходит исчезновение нулей углового отклика, на средней дистанции  $R \approx 50$  км заметно повышается уровень его боковых лепестков и, наконец, при удалении от источника на дистанцию  $R \approx 150$  км наблюдаются значительное уширение главного максимума и повышение бокового поля, т.е. снижение избирательности АР. При  $M = 101$  наблюдаются аналогичные, хотя и менее выраженные эффекты. Для короткой антенны ( $M = 51$ ) влияние ВВ ограничивается уменьшением глубины нулей и увеличением уровня боковых лепестков.

Наконец, кратко остановимся на сравнении влияния фона ВВ и ветрового волнения на эффективность пространственной обработки в мелком море. Предварительно можно сделать вывод, что воздействие ветрового волнения для волноводов, открытых к поверхности, на коэффициент усиления АР (при различных способах обработки сигнала) все же более значительно, чем влияние фона ВВ для гидрологии летнего типа. Например, в случае короткой АР с числом элементов  $M = 51$  и частоты излучения  $f = 250$  Гц уменьшение коэффициентов  $G_0$ ,  $G_1$  при воздействии ветрового волнения достигает 6 дБ на дистанции  $R = 300$  км, а выигрыш квадратичной обработки составляет 2 дБ [8]. При тех же параметрах задачи и той же модели дна уменьшение коэффициентов  $G_0$ ,  $G_1$  вследствие влияния фона ВВ порядка 3 дБ, а выигрыш квадратичной обработки не превышает 1 дБ. При этом надо понимать, что ВВ оказывают определенное влияние на эффективность обработки

сигнала и для волноводов, открытых к поверхности, а ветровое волнение воздействует на акустические моды с большими номерами в каналах летнего типа. Таким образом, этот важный вопрос требует дальнейшего изучения.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-19-00383.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg. London: Springer, 2012.
2. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
3. *Baker C.R.* Optimum quadratic detection of a random vector in Gaussian noise // IEEE Trans. Commun. VOL.COM-14. 1966. № 6. P. 802–805.
4. *Morgan D.R., Smith T.M.* Coherence effects on the detection performance of quadratic array processors, with applications to large-array matched-field // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 87. № 2. P. 737–747.
5. *Малеханов А.И., Таланов В.И.* Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 891–897.
6. *Завольский Н.А., Малеханов А.И., Раевский М.А., Смирнов А.В.* Влияние ветрового волнения на характеристики горизонтальной антенны в условиях мелкого моря // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 5. С. 501–512.
7. *Завольский Н.А., Малеханов А.И., Раевский М.А.* Сравнительный анализ методов пространственной обработки сигналов, принимаемых горизонтальной антенной решеткой в канале мелкого моря со взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 608–618.
8. *Бурдуковская В.Г., Малеханов А.И., Раевский М.А.* Влияние анизотропного ветрового волнения на эффективность пространственной обработки акустических сигналов в мелком море // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 617–625.
9. *Раевский М.А., Бурдуковская В.Г.* Влияние межмодовых корреляций на эффективность пространственной обработки акустических сигналов в океаническом волноводе со взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 6. С. 625–637.
10. Распространение звука во флуктуирующем океане. Под ред. Флатте С. Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 336 с.
11. *Dossot G.A., Smith K.B., Badiéy M., Miller J., Potty G.R.* Underwater acoustic energy fluctuations during strong internal wave activity using a three-dimensional parabolic equation model // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 146. P. 1875.
12. *Katsnelson B., Grigorev V., Badiéy M., Lynch J.* Temporal sound field fluctuations in the presence of internal solitary waves in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 126. № 1. P. EL41.
13. *Katsnelson B., Grigorev V., Lynch J.* Intensity fluctuations of midfrequency sound signals passing through

- moving nonlinear internal waves // *J. Acoust. Soc. Am.* 2008. V. 124. № 3. P. EL78.
14. *Wan L., Zhou J.-X., Rogers P.H., Knobles D.P.* Spatial coherence measurements from two L-shape arrays in shallow water // *Acoust. Phys.* 2009. V. 55. № 3. P. 383–392.
  15. *Кузькин В.М., Лаврова О.Ю., Пересёлков С.А., Петников В.Г., Сабинин К.Д.* Анизотропное поле фоновых внутренних волн на морском шельфе и его влияние на распространение низкочастотного звука // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 1. С. 74–86.
  16. *Луньков А.А., Петников В.Г.* Когерентность низкочастотного звука в мелком море при наличии внутренних волн // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 1. С. 65–75.
  17. *Lynch J., Jin G., Pawlowicz R., Ray D., Plueddemann A.J.* Acoustic travel-time perturbations due to shallow-water internal waves and internal tides in the Barents sea polar front: theory and experiment // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 99. № 2. P. 803.
  18. *Yang T.C., Yoo K.* Internal wave spectrum in shallow water; measurement and comparison with the Garrett-Munk model // *IEEE J. Oceanic Engineering.* 1999. V. 24. № 3. P. 333.
  19. *Colosi J.A., Duda T.F., Lin Y.T., Lynch J.F., Newhall A.E., Cornuelle B.D.* Observations of sound-speed fluctuations on the New-Jersey continental shelf in the summer of 2006 // *J. Acoust. Soc. Am.* 2012. V. 131. № 2. P. 1733.
  20. *Вировлянский А.Л., Костерин А.Г.* Метод плавных возмущений для описания полей в многомодовых волноводах // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33. № 4. С. 599–605.

## МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ДОПЛЕРОВСКОГО СПЕКТРА ПОВЕРХНОСТНОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ ДЛЯ ЗВУКОВЫХ ВОЛН МЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

© 2023 г. М. Б. Салин<sup>а, \*</sup>, А. В. Ермошкин<sup>а</sup>, Д. Д. Разумов<sup>а</sup>, Б. М. Салин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова  
Российской академии наук, ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

\*e-mail: mikesalin@ipfran.ru

Поступила в редакцию 28.03.2023 г.

После доработки 26.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Проанализированы узкополосные спектры рассеянного на поверхностном волнении звука в частотном диапазоне от 500 до 3000 Гц. Рассмотрены экспериментальные результаты и теоретические модели. Проведен обзор ранее опубликованных работ авторов и представлены новые результаты. Первым характерным рассмотренным случаем является просветное рассеяние, когда передатчик и приемник звука существенно разнесены друг от друга в пространстве, и производится непрерывное излучение синусоидального сигнала. Для этого случая показано, что спектр модуляции рассеянного сигнала повторяет частотный спектр поверхностного волнения с определенным коэффициентом и малыми поправками. Вторым характерным рассмотренным случаем является моностатическая локация, когда приемник и передатчик совмещены и производится излучение тонально-импульсных сигналов. Ранее для этого случая неявно ожидалось, что спектр реверберации будет сформирован брэгговским рассеянием на поверхностных волнах, соответствующих половине длины звуковой волны, и, следовательно, спектр рассеянного сигнала будет иметь дискретный вид. Но результаты экспериментов свидетельствуют о том, что спектры моностатического рассеяния имеют плавную колоколообразную форму. Для объяснения этого требуется учитывать эффекты модуляции коротких поверхностных волн длинноволновой составляющей. Дополнительно для объяснения экспериментального феномена авторами подключается модель рассеяния звука на пузырьках воздуха, которые находятся в приповерхностном слое воды и совершают колебательные движения в поле орбитальных течений поверхностных волн.

**Ключевые слова:** морская низкочастотная реверберация, обратное рассеяние, просветное рассеяние, пузырьки газа в воде, ветровое волнение, сила рассеяния, спектр реверберации

**DOI:** 10.31857/S032079192360035X, **EDN:** NMHNKL

### ВВЕДЕНИЕ

Поводом к написанию данной статьи послужил тот факт, что при всем многообразии работ, посвященных поверхностной реверберации, до сих пор мало освещен вопрос о спектральных характеристиках такого типа помех. Поверхностное волнение является, пожалуй, самым быстрым природным процессом в океане и, соответственно, приводит к наибольшему доплеровскому сдвигу акустического сигнала при рассеянии. Исследования рассеяния звука на волнении начались в 1960-х годах (R.J. Urick, R.P. Charman, J.H. Harris; наиболее полно данные по рассеянию представлены в [1]), но в те годы вопрос о спектральном составе рассеянного сигнала не поднимался ввиду соответствующего уровня радиоэлектронной базы, например, из-за отсутствия доступных анализаторов спектра. Однако, даже современные

справочники (монографии) [2] освещают вопрос поверхностной реверберации с точки зрения интегрального уровня рассеянного сигнала, а не его частотного состава.

Гидролокация [3] и связь [4] – это два основных направления, в которых эффективность работы приборов принципиально зависит от наличия или отсутствия доплеровского сдвига частоты в рассеянном сигнале (канале распространения). Например, оценки дальности действия гидролокатора будут отличаться на порядок в зависимости от того, какую величину в уравнении гидролокации взять в качестве силы рассеяния (определяющей уровень реверберации): полную величину или некоторое остаточное значение, которое можно получить после того, как выполнена доплеровская фильтрация сигнала для селекции движущихся целей. Для большей конкретности, в настоящей статье мы

сосредоточимся на диапазоне частот в районе 1 кГц. Последние работы показывают интерес к этому диапазону в связи с появлением новых приборов – низкочастотных гидролокаторов с буксируемыми приемоизлучающими антеннами [3].

Структура статьи включает в себя четыре раздела. В первом разделе кратко описаны основные теоретические результаты, следующие из применения метода малых возмущений (ММВ). Во втором разделе рассмотрено сопоставление результатов моделирования и экспериментальных данных, уделено внимание условиям, при которых наблюдаются расхождения. В последующих разделах предложены дополнительные модели с попыткой объяснить и устранить эти расхождения.

## 1. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В случае малости параметра Рэлея

$$\gamma = 2k\eta_{\text{std}} \sin \chi_* \ll 1 \quad (1)$$

уровень рассеянного на взволнованной поверхности сигнала может быть найден на основе ММВ. В формуле (1)  $k$  – волновое число для звука в воде,  $\eta_{\text{std}}$  – среднеквадратичное значение поля высот поверхности,  $\chi_*$  – угол захвата волновода, который в данном случае используется как максимальное значение настильного угла, под которым звуковая волна падает на поверхность.

В [5] и других работах при условии (1) можно найти выражение для амплитуды рассеянной волны от участка неровной границы полупространства. Но для сравнения результатов расчета с каким-либо экспериментом следует принять во внимание, что излучение и прием сигналов производится приборами на расстоянии  $r_0$  друг от друга. Звук будет рассеиваться по всей поверхности, т.е. не только на линии, соединяющей источник и приемник (о чем часто забывают исследователи). В различных точках исходная волна будет падать на поверхность с различными вертикальными и азимутальными углами. Рассеяние на широком спектре поверхностных волн создает целый веер вторичных волн в каждой точке, но из этого веера необходимо выбирать только такие направления, которые приходят в приемник. Волноводное распространение звука еще больше усложняет картину, так как поверхность может освещаться вне прямой видимости. Ввиду случайного характера рассеивателя подходящей моделью для учета волноводных эффектов является некогерентное суммирование мод.

В работе [6] при выполнении условия (1) и тонкой подсветке акватории на циклической частоте  $\omega = Ck$ , где  $C$  – скорость звука, было получено общее выражение для спектральной плотности поверхностной реверберации в мелком море. При из-

лучении тонального (синусоидального) сигнала удобно контролировать величину  $p_{\text{norm}}^2(\mathbf{r}_0, \Omega)$  – спектральную плотность мощности реверберации, измеренную со сдвигом на  $\Omega$  от несущей частоты  $\omega$  в произвольной точке  $\mathbf{r}_0$  и отнесенную к уровню прямого сигнала  $p(\mathbf{r}_0)$ , измеренному в той же точке. Данная величина согласно [6] вычисляется следующим образом:

$$p_{\text{norm}}^2(\mathbf{r}_0, \Omega) = \frac{2\pi^2 k^2 r_0 \exp(\alpha_0 r_0)}{H^3 \chi_*} \times \sum_{m,n} \frac{\sin^2(\chi_m) \sin^2(\chi_n)}{\cos(\chi_m) \cos(\chi_n)} \times \int_S \frac{G^2(-\text{sign } \Omega \mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}), |\Omega|)}{r |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \exp(\alpha_m r) \exp(\alpha_n |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)} ds, \quad (2)$$

где  $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$  – трехмерная спектральная плотность мощности (СПМ) колебаний поверхности, зависящая от вектора поверхностного волнения  $\mathbf{K}$  и циклической частоты  $\Omega$  (вектора  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}_0$  построены в одной системе координат). Аргумент функции  $G^2(\cdot)$  является условием Брэгга для участка пространства с центром  $\mathbf{r}$ , находящегося на поверхности интегрирования  $S$ :

$$\mathbf{K}_{m,n}(\mathbf{r}) = k \cos \chi_m \frac{\mathbf{r}}{r} + k \cos \chi_n \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|},$$

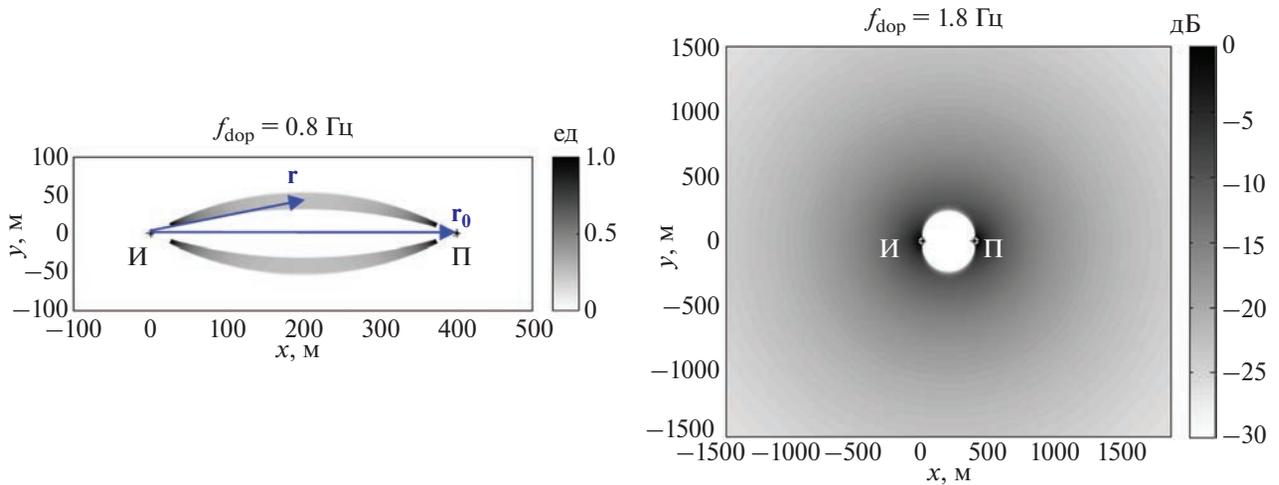
где  $\mathbf{r}$  – переменная интегрирования,  $m, n$  – номера мод падающей и рассеянной волны соответственно и  $\chi_m, \chi_n$  – углы скольжения,  $H$  – глубина акватории,  $\alpha_m$  и  $\alpha_n$  – показатели затухания мод и  $\alpha_0$  – их среднее значение.

Нельзя не отметить, что другие авторы, например [7], приходили к выражению, аналогичному (2). Однако выражение (2) является более общим, потому что при его выводе не использовано дисперсионное соотношение для поверхностных гравитационных волн на воде.

При анализе рассеяния низкочастотного звука довольно часто авторы явно или неявно используют утверждение о том, что все волны на поверхности воды подчиняются дисперсионному соотношению. (Хотя в действительности, в ряде случаев требуется отходить от модели линейных волн малой амплитуды.) Чтобы в рамках развиваемого в настоящей статье подхода “заставить” поверхностные волны подчиняться дисперсионному соотношению  $\Omega = \sqrt{gK}$ , следует выполнить подстановку:

$$G^2(\mathbf{K}, \Omega) \approx \frac{g^2}{4\pi\Omega^3} S(\Omega) \delta(\Omega - \sqrt{gK}) \Phi(\theta, \Omega), \quad (3)$$

где  $S(\Omega)$  – одномерный спектр волнения, который наиболее легко измерить в эксперименте;  $\Phi$  – нормированная диаграмма направленности, та-



**Рис. 1.** Удельный вклад различных участков акватории в суммарный сигнал реверберации на частотах Доплера 0.8 и 1.8 Гц при значении несущей частоты 1500 Гц. Расчет согласно линейной теории для положения источника звука “И” и приемника “П”. Воспроизведено из работы [6].

кая что:  $\int_0^{2\pi} \Phi(\theta) d\theta = 2\pi$ ,  $\theta$  – азимутальный угол и  $g$  – ускорение свободного падения. Заметим, что при условии (3) сохраняется значение интеграла:

$$S(\Omega) = \iint dK_x dK_y G^2(\mathbf{K}, \Omega).$$

В данной статье будут сравниваться результаты, полученные в приближении (3) и при использовании модели экспериментально измеренного непрерывного распределения  $G^2(\mathbf{K}, \Omega)$ .

Дополнительно к (2) следует пояснить, что суммирование ведется либо по всем модам  $\chi_m, \chi_n < \chi_*$ , либо по ограниченному числу мод, когда приемная или передающая системы обладают избирательностью по вертикальному углу. Интеграл по  $S$  берется по всей площади акватории в случае ненаправленного приема, или сектору с центром в  $\mathbf{r}_0$ , если приемная система является направленной. При проведении расчетов области с радиусом порядка глубины места в окрестности излучателя или приемника исключаются.

Укажем на характерные особенности решений, получаемых при различных параметрах задачи. При существенно разнесенных точках приема и передачи, так называемом просветном рассеянии, можно утверждать, что почти в любых условиях найдется такая точка на поверхности, где именно энергонесущая волна будет брэгговским рефлектором, который развернет звук от источника в сторону приемника. Энергонесущие волны обычно являются очень длинными по сравнению со звуковой волной, и схема на рис. 1 для  $f_{\text{доп}} = 0.8$  Гц поясняет, как для таких волн выполняется условие Брэгга при больших углах раскрытия между векторами падающей и рассеянной

волны. В этом случае пик волнения всегда проявится в спектре рассеяния. Исходя из примерно тех же допущений, что и при выводе (2), в [8] было получено более компактное выражение для спектра рассеяния, возникающего на протяженных трассах в мелком море при ненаправленном излучении и приеме:

$$p_{\text{norm}}^2(\Omega) = \frac{8\pi^2 r_0 F^2 \chi_*^5}{9C^2 H} S(\Omega). \tag{4}$$

Здесь  $F = \omega/(2\pi)$  – несущая частота, остальные обозначения соответствуют уже введенным.

Приближенное выражение (4), справедливое вплоть до характерной брэгговской частоты

$$\Omega_{\text{Bragg}} = \sqrt{2gk}, \tag{5}$$

удобно тем, что оно напрямую связывает спектр реверберационного сигнала со спектром поверхностного волнения. Как показано в [8], выше брэгговской частоты ожидается резкий спад в спектре реверберационного сигнала.

Во многих отношениях специальным случаем является случай обратного рассеяния. При  $K \approx 2k$  звуковая волна фактически разворачивается в обратную сторону на брэгговской решетке, созданной поверхностной волной, и имеется возможность принимать сигнал со всего внешнего для приемно-передающей системы участка акватории (рис. 1 для  $f_{\text{доп}} = 1.8$  Гц). Изучение обратного рассеяния важно для практических приложений. Во-первых, это соответствует режиму работы гидролокаторов дальнего обнаружения, которые посылают сигнал в среду на расстояния, много превышающие базу источник–приемник. Во-вторых, возможность селективного рассеяния на

отдельной компоненте пространственного спектра ветровых волн интересна с точки зрения открывающихся возможностей по диагностике среды.

Подынтегральное выражение, входящее в (2), вместе со стоящими перед интегралом коэффициентами, позволяет ввести силу обратного рассеяния на поверхностном волнении в виде спектральной плотности мощности [9]:

$$\sigma_{\text{loc}}^2(\mathbf{r}/r, \Omega) = \frac{1}{9} k^4 \sin^2(\chi_M) \sin^2(\chi_N) G^2 \left( -\text{sign} \Omega K \frac{\mathbf{r}}{r}, |\Omega| \right), \quad (6)$$

где  $M, N$  – максимальный номер моды падающего и рассеянного поля в зависимости от того, сколько мод распространяется в волноводе или сколько мод возбуждается при излучении и селектуруется при приеме. Величина СПМ, введенная согласно (6), связана с традиционной силой рассеяния (СР) так:

$$\text{СР} = 10 \lg \int \sigma_{\text{loc}}^2(\Omega) d\Omega. \quad (7)$$

Заметим, что такой интеграл по спектру не противоречит известным закономерностям. Чтобы показать это, подставим (3) в (6) и применим в качестве одномерного спектра волнения спектр насыщения Филиппса ( $S(\Omega) \sim \Omega^{-5}$ ). Тогда можно показать [9], что результат интегрирования (7) будет совпадать с классической формулой Марша–Шулкина [1]:

$$\text{СР} = -36 + 40 \lg(\text{tg} \bar{\chi}). \quad (8)$$

При выводе (8) полагалось, что подводный звук в диапазоне от сотен герц до единиц килогерц рассеивается на таких поверхностных волнах, которые относятся к области насыщения, т.е. их амплитуда практически не зависит от скорости ветра. Ряд экспериментальных работ опровергает это утверждение. В [10] сформулированы условия по частоте и скорости ветра, когда формулу (8), являющуюся прямым следствием ММВ и традиционных моделей волнения, следует считать справедливой. А в противном случае вместо нее рекомендуют применять эмпирическую зависимость Чапмана–Харриса [1], согласно которой сила рассеяния уже зависит от скорости ветра. Но в рассмотренных ниже экспериментах граница применимости (8) достигнута не была. Получаемые по формуле Марша–Шулкина величины СР в интервале около  $-50$  дБ можно принять за опорные значения [11].

Применение трехмерного спектра волнения в виде (3) предполагает, что акустический спектр обратного рассеяния будет представлять собой две дельта-функции на брэгговских частотах или, по крайней мере, достаточной узкие пики на этих частотах. Ширину пиков может определять непосредственно частотное разрешение сигнала или модовый состав поля в волноводе, обеспечиваю-

щий незначительную вариацию горизонтальных проекций волновых векторов. Менее тривиальный вид спектра рассеянного сигнала можно ожидать, если рассматривать трехмерный спектр волнения как непрерывную величину. Различные гидрофизические процессы могут приводить к отклонению поверхностных волн от своих дисперсионных соотношений. Например, выборочные оценки трехмерной СПМ волнения, сделанные оптическим методом, позволили свести (6) к следующей рабочей формуле [9]:

$$10 \lg \sigma_{\text{loc}}^2(f_{\text{доп}}) = -40 + 20 \lg \sin \chi_M + 20 \lg \sin \chi_N + \max \left\{ \begin{array}{l} -217(1 - 0.86 f_{\text{доп}} / \sqrt{F_{\text{kHz}}})^2 + B, \\ -10 - 5 f_{\text{доп}} + 20 \lg F_{\text{kHz}}, \end{array} \right. \quad (9)$$

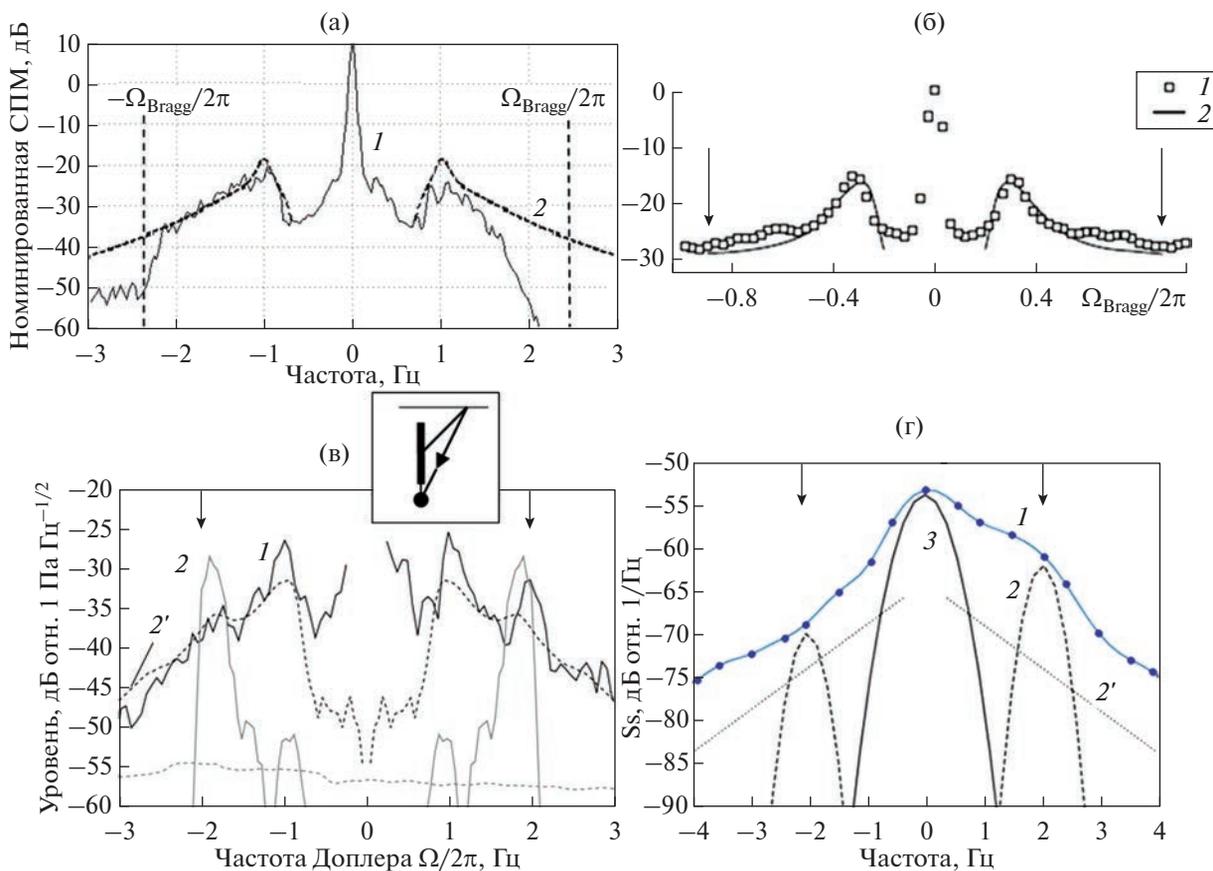
где  $f_{\text{доп}}$  – частота Доплера в Гц,  $F_{\text{kHz}}$  – несущая частота, подставляемая в кГц;  $B$  – возможная поправка, которую при отсутствии дополнительных сведений следует положить равной нулю. Во-первых, в выражении (9) определена конечная ширина спектральной линии брэгговского рассеяния. Во-вторых, вводится не дисперсионная составляющая (вторая строчка формулы), ее наличие было получено как эмпирический факт, вытекающий из свойств спектра волнения, получаемого по видеоизображению.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### 2.1. Ранние эксперименты

Достаточно большое количество экспериментов было проведено по просветной схеме, т.е. с существенно разнесенными источниками и приемниками звука, включая [8, 12]. Из (4) следует, что в просветном случае спектр рассеяния повторяет весь спектр волнения. Действительно, такой эффект, когда спектр волнения “переносится” в спектр рассеяния, иллюстрируют теоретические и экспериментальные графики на рис. 2а, 2б. Более того, на рис. 2а можно заметить точку отсечки уровня спектра, когда модуль частоты превышает (5). В целом, на рис. 2 собраны характерные результаты из ранее опубликованных экспериментальных исследований, основные параметры экспериментов приведены в табл. 1.

Более сложной технической задачей оказалась проверка справедливости (6) или (9) в натурном эксперименте, именно с точки зрения распределения по частотам Доплера. От просветной схемы приходится отказываться, иначе рассеяние на энергонесущих волнах будет маскировать слабые эффекты. Сила обратного рассеяния мала, и из-за этого требуется применение более мощных источников звука. Непрерывный режим излучения, который применялся в предыдущих экспериментах, здесь не позволил бы контролировать размеры и удаление области рассеяния.



**Рис. 2.** Примеры спектров реверберации, полученных в различных условиях, описанных в табл. 1. Для всех частей рисунка: 1 – экспериментальные данные, 2 – теоретический расчет в модели дисперсионных поверхностных волн, 2’ – модельный расчет с учетом недисперсионных поверхностных волн, 3 – модель донной реверберации. Вертикальные стрелки и пунктиры – частота Брэгга.

Если обратиться к литературным источникам, то можно обнаружить, что очень мало авторов публикуют экспериментальные спектры обрат-

ного рассеяния. Например, в [7] представлена интенсивность на положительной и отрицательной брэгговской частоте (в оригинале: “Up-Bragg” и

**Таблица 1.** Сводные данные экспериментов по волнению

Рисунок здесь	Рис. 2а	Рис. 2б	Рис. 2в	Рис. 2г
Ссылка	[12], рис. 5а	[8], рис. 9, № 3	[14] рис. 10д	[15], новая обработка
Общая характеристика	Разнесенные передача и прием, ненаправленное излучение и прием, залив оз. Ладога	Разнесенные передача и прием, ненаправленное излучение и прием, Балтийское море	Моностатика, направленное в вертикальной плоскости излучение, ненаправленный прием, залив оз. Ладога	Моностатика, ненаправленное излучение, направленный в горизонтальной плоскости прием, Черное море
Частота $F$ , Гц	2525	420	2520	2020
Частота пика волнения $\Omega/2\pi$ , Гц	1.2	0.3	1.0	0.3
Глубина $H$ , м	20	60	20	30–50
Дистанция, км	0.1	8	~ 20 м	~ 1
Теоретическая кривая на графике	(4)	(4)	См. источник	(9)

“Down-Bragg frequency”) без детализации, какова была ширина линии и т.д. Одним из немногих экспериментальных свидетельств того, что в морских условиях от среды получен отклик на выделенной брэгговской частоте (5), следует считать работу [13]. (Отдельные графики были воспроизведены в [17].) На рис. 2в, 2г авторы настоящей работы приводят собственные результаты с попыткой повторить данный эффект.

В контексте обратного рассеяния, среди собственных результатов авторы могут выделить две серии экспериментальных исследований. В первом случае в [14] применялась вертикально распределенная система излучателей, которая помогла сфокусировать излучение в определенной области поверхности одновременно при крутом угле падения луча порядка  $45^\circ$ . Зеркально отраженный от поверхности звук поглощался дном и не приводил к повторной засветке поверхности. Один из полученных спектров рассеяния приведен на рис. 2в. Искомые пики на брэгговской частоте действительно выделяются на графике (указаны стрелками), но при этом существует заметный широкополосный пьедестал под этими пиками.

Расчет выполнен на основе ММВ, с учетом всей геометрии эксперимента и на основе двух моделей волнения:

- с использованием непрерывного трехмерного спектра, измеренного видеокамерой (результат – кривая 2’),

- с использованием измеренного (частотного) спектра волнения, обобщенного на ось волновых чисел согласно приближению (3), результат – кривая 2.

Из графика следует, что расчет более точно совпадает с экспериментом тогда, когда в качестве входных данных используется трехмерный спектр волнения.

## 2.2. Контрольный эксперимент

Осенью 2021 г. авторами была проведена серия экспериментов по классической моностатической схеме [15]. Поскольку к одному из эпизодов именно этого эксперимента мы будем возвращаться несколько раз по тексту статьи, то следует описать его условия более подробно. Работы проводились на шельфе в северной части Черного моря. Глубина дна составляла от 30 до 50 м, слой воды – равномерно прогретый. Работы велись с океанографической платформы, где размещался ненаправленный излучатель и горизонтальная приемная антенна.

В среду посылался тонально-импульсный сигнал на частоте 2020 Гц и длительностью 2 с. На приеме горизонтальная антенна позволяла формировать диаграмму направленности шириной

$30^\circ$ . Спектральному анализу подвергался сигнал реверберации, приходящий после окончания фазы излучения. Временное стробирование было подобрано наиболее эффективным с точки зрения частотного разрешения и соотношения сигнал-помеха. Оказалось, что в окно анализа попадает сигнал рассеяния из области площадью  $1 \text{ км}^2$ , центр которой был удален также на  $\sim 1 \text{ км}$ .

На рис. 2г построен спектр рассеяния, полученный в одном из эпизодов, когда скорость ветра составляла порядка 3 м/с со стороны открытого моря. Скорость течения – 0.25 м/с постоянная по толще. Существенная высота волн составляла  $H_s = 0.6 \text{ м}$  при частоте пика 0.3 Гц.

В анализируемом эпизоде, в дополнение к основной акустической системе на платформе, был задействован выносной приемник звука. С лодки было выполнено измерение уровня прямого сигнала в нескольких точках акватории, на различном удалении от источника. На основании этого были оценены потери на распространение, в частности, угол захвата волновода составил  $\chi^* \approx 15^\circ$ . Выполнена нормировка спектра рассеяния с учетом интенсивности падающей волны и размера импульсного объема. В итоге, построенный на рис. 2г результат выражен в виде СПМ СР, т.е. описывает отражательную способность  $1 \text{ м}^2$ .

Для сопоставления с экспериментом на рис. 2г были применены две модели:

- кривые 2 и 2’: расчет поверхностной реверберации по формуле (9) с поправкой 6 дБ для учета направленности набегающей волны,

- кривая 3: донная реверберация<sup>1</sup>.

В целом, графики на рис. 2 показывают, что ММВ достаточно хорошо описывает спектры вида рис. 2а, 2б, с некоторыми оговорками – рис. 2в, но имеются проблемы с объяснением спектра вида рис. 2г – т.е. именно спектров обратного рассеяния, полученных в морских условиях. Отправной точкой для уточнения модели рассеяния звука на ветровом волнении для авторов послужили аналогичные проблемы при анализе схожих экспериментальных данных, опубликованных в [16, 17]. Действующая модель не объясняет слишком широкий центральный пик экспериментальной зависимости и отсутствие явного усиления на брэгговских частотах.

Эмпирическая кривая 2’ имеет подходящий наклон для описания спектра в диапазоне 1–3 Гц, но она ниже по уровню и не имеет под собой се-

<sup>1</sup> В качестве модели реверберации построена функция Гаусса с центром на нулевой частоте Доплера и шириной, равной 0.5 Гц, что соответствует разрешению спектрального анализа. Максимум кривой подобран по экспериментальным данным. Учитывая, что на графике мы рассматриваем СПМ, то интегральное значение СР составило –49 дБ. Согласно [11] это могло бы отвечать нижней границе возможных значений.

рьежного теоретического обоснования. Общее размытие спектра делает более пессимистичным прогноз по дальности действия доплеровских гидролокаторов (работающих в данном диапазоне частот) по сравнению с такой идеализированной ситуацией, когда обратное рассеяние имело бы дискретный спектр, скажем, содержало бы только частоту Брэгга.

### 3. УТОЧНЕНИЕ МОДЕЛИ РАССЕЙАНИЯ НА ВЗВОЛНОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Поиск путей устранения несоответствия между расчетами и экспериментом был начат с модели поверхности, на которой рассеивается звук, т.е. с уточнением формы распределения  $G(\mathbf{K}, \Omega)$ , которое мы используем в (6). Первым уточнением, которое следует включить в модель и которое явно не укладывается в приближение (3), является эффект модуляции. Звук рассеивается на относительно коротких волнах, которые оказываются промодулированы полем орбитальных течений длинных волн (что так же именуется эффектом Доплера в поверхностном волнении). Гидролокатор, равно как и любой измеритель в неподвижной системе отсчета, наблюдает суммарную величину: фазовую скорость рассеивающих звук волн и орбитальную скорость течения длинных волн.

Полезно провести аналогию с радиолокацией, где в большинстве работ, посвященных отражению от взволнованной поверхности, учитывается эффект модуляции. В случае радиолокатора с длиной волны излучения 3 см, фазовая скорость волн, которые являются брэгговскими рассеивателями, оказывается сравнима с орбитальной скоростью энергонесущих волн. Именно орбитальные скорости энергонесущих волн создают основной вклад в формирование волновой структуры скоростного портрета поверхности, получаемого радиолокатором [18, 19]. В свою очередь для подводного звука килогерцового диапазона наблюдается другая закономерность. Подводный звук выбранного диапазона рассеивается брэгговским образом на довольно быстрых волнах, поэтому влияние модуляции должно выглядеть как уширение спектральной линии вокруг брэгговской частоты [20]. Здесь и далее речь идет именно об обратном рассеянии.

Поскольку масштабы модулируемой и модулирующей поверхностных волн не так сильно отличаются между собой, применимость двухмасштабной модели в данной задаче может вызывать сомнение. Для получения более точного решения в работе [21] авторами было проведено численное моделирование движения свободной поверхности в нелинейной постановке задачи. Результаты гидродинамического расчета в виде временной последовательности профилей поверхности были использованы в качестве входных данных для

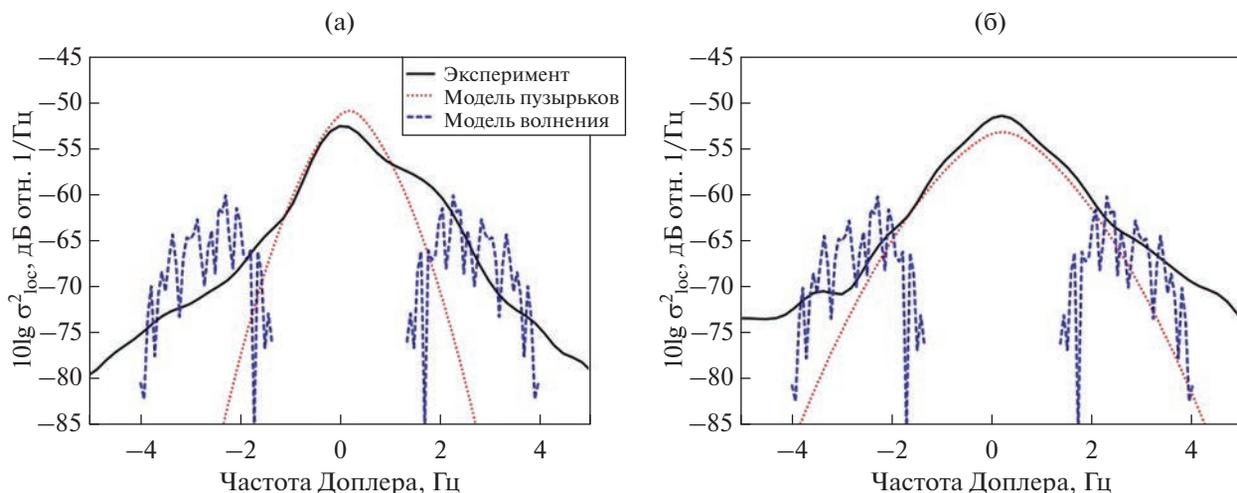
следующего этапа расчета, где моделирование рассеяния звука было выполнено методом граничных элементов [22]. Этот метод моделирования имеет более широкую область применимости, чем использованный выше ММВ, и, например, позволяет включить в расчет такие эффекты, как затенение горбами крупных волн, и вычислять набег фазы, возникающие при больших перемещениях поверхности. В результате были смоделированы спектры рассеянного сигнала при различных состояниях волнения [22]. Ограничением полученных результатов являлось то, что они были получены в двумерной постановке задачи (моделирование движения жидкости и распространения звука проводилось в плоскости длина—глубина).

В настоящем разделе исследуется вопрос о возможности применения имеющихся результатов двумерного моделирования [22] к анализу реального эксперимента. В двумерном (2D) случае СПМ волнения зависит от  $K$  и  $\Omega$ , а в трехмерном (3D) — от  $K_x$ ,  $K_y$  и  $\Omega$ . Пусть модуляция заключается в изменении волнового вектора и частоты волны  $K$  и  $\Omega$  на величины  $\pm\Delta K$ ,  $\pm\Delta\Omega$ , причем для описания результатов эксперимента следует сосредоточиться на положительном смещении. Интенсивность исходной волны в 2D составляет величину  $G^2(K, \Omega)dK$  и модулированной гармоники —  $G^2(K + \Delta K, \Omega + \Delta\Omega)dK$ . Аналогичные величины в 3D выражаются как  $G^2(K, \Omega)KdKd\theta$  и  $G^2(K + \Delta K, \Omega + \Delta\Omega)(K + \Delta K)dKd\theta$ . Примем без строгого обоснования гипотезу о том, что отношение интенсивности исходной и модуляционной компонент в 2D и 3D совпадают. Тогда опуская промежуточные выкладки можно записать, что измеряемая в эксперименте СПМ рассеянного сигнала должна оцениваться по результатам 2D моделирования с учетом корректирующего множителя:

$$\frac{p^2(\Omega)}{p_{2D}^2(\Omega)} \sim 1 - \frac{(\Omega - \Omega_{\text{Bragg}})^2}{\Omega_{\text{Bragg}}^2}. \quad (10)$$

Знак пропорциональности в (10) указывает на то, что абсолютный уровень теоретического графика был подобран для совпадения с экспериментом.

Результаты численного моделирования нелинейной задачи, с учетом поправочного множителя построены на рис. 3 кривой, обозначенной как “модель волнения”. Расчет проводился для состояния волнения, соответствующего условиям эксперимента. Полученная расчетная кривая хорошо воспроизводит наклон экспериментального спектра. Из представленных данных также следует, что уже при умеренном состоянии волнения следует учитывать эффекты модуляции поверхностных волн дециметрового диапазона, которые в данном случае рассеивают звук.



**Рис. 3.** СПМ силы обратного рассеяния, измеренная на частоте 2 кГц в эксперименте в мелком море: (а) — против направления ветра, измеренного на платформе; (б) — против направления распространения длинных волн, сравнивается с модельными зависимостями, введенными в разделах 3 и 4. Экспериментальная кривая на рис. 3а повторяет соответствующую на рис. 2г.

Несимметрия экспериментального спектра рассеяния на рис. 3б не описывается модельной функцией, потому что в расчет не закладывалась направленность спектра волнения. Имеющаяся на том же рисунке кривая “модель пузырьков”, которая объясняет центральную область спектра, будет описана в следующем разделе.

В плане ретроспективы будет полезно вернуться к рабочей формуле (9). Этим выражением определялась конечная ширина брэгговского пика и, таким образом, существовала возможность учитывать эффект модуляции в виде эмпирического коэффициента. Но поскольку (9) было получено на основании спектра волнения, измеренного в определенных условиях, то расчет по этой формуле следует считать справедливым только для тех условий.

#### 4. МОДЕЛЬ ПУЗЫРЬКОВЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ, ДВИЖУЩИХСЯ В ОРБИТАЛЬНОМ ПОЛЕ ТЕЧЕНИЙ ВОЛН

##### 4.1. Феноменологическая модель

Во многих случаях на спектрах моностатического рассеяния уширение центрального пика оказывается слишком велико, чтобы этот пик мог быть объяснен донной реверберацией. Иллюстрацией этого явления являются: рис. 2г, аналогичные по форме, но полученные в других условиях графики [16], и даже полученные в более низкочастотном диапазоне результаты [17]. С другой стороны, уширение слишком мало, чтобы объясняться брегговским механизмом рассеяния на границе вода–воздух. Эффект достаточно существенный и, как сказано выше, влияет на практиче-

скую применимость гидроакустических средств, поэтому этот вопрос заслуживает отдельного обсуждения.

Ширина функции по порядку величины соответствует доплеровскому сдвигу за счет орбитальных течений энергонесущих волн. Не вдаваясь в детали, что является агентом переноса переменной скорости течения в доплеровский сдвиг, в [16] была разработана феноменологическая модель, опирающаяся на следующие положения:

1) водный столб содержит рассеиватели, удельная интенсивность которых зависит от глубины  $z$  по закону:

$$S_{\text{scatt.}V}(z) = \bar{S}_{\text{scatt.}V} + S_{\text{scatt.}V}^{\text{wind}} \exp(-z/z_0), \quad (11)$$

где  $\bar{S}_{\text{scatt.}V}$ ,  $S_{\text{scatt.}V}^{\text{wind}}$ ,  $z_0$  — параметры;

2) рассеиватели приводятся в движение течениями, которые создаются поверхностными волнами<sup>2</sup> с частотой  $\Omega_p$  и амплитудами  $R_0$ , подчиняющимися распределению Рэлея;

3) сигналы от рассеивателей на различных глубинах и от различных цугов волн суммируются некогерентно.

Введенную выше силу обратного рассеяния на поверхности  $\sigma$  рационально отождествить с рассеянием столба жидкости, который в горизонтальной плоскости проецируется на единичное сечение. Для расчета спектра рассеяния вводится

<sup>2</sup> Такое обозначение для амплитуды волны как  $R_0$  выбрано, потому что оно совпадает с радиусом вращения жидкой частицы вблизи поверхности. Напомним, в синусоидальной поверхностной волне с частотой  $\Omega_p$  и амплитудой  $R_0$  горизонтальная компонента скорости поверхности также изменяется по синусоидальному закону с амплитудой  $V = R_0\Omega_p$ .

набор ячеек по частоте с номерами  $n$  и шагом  $\Delta f$ . Тогда для ячейки  $f_{\text{доп}} = n\Delta f$  можно записать:

$$\sigma_{\text{loc}}^2(n\Delta f) = \frac{1}{\pi\Delta f} \int_0^{\infty} \frac{R_0}{\eta_{\text{std}}^2} \exp\left(\frac{-R_0^2}{2\eta_{\text{std}}^2}\right) \times \\ \times \int_0^{\infty} \text{Re} \left( \arcsin \frac{\lambda(n+1)\Delta f}{2\Omega_p R(z)} - \arcsin \frac{\lambda n\Delta f}{2\Omega_p R(z)} \right) \times \\ \times S_{\text{scatt},V}(z) dz dR_0, \quad (12)$$

где  $R(z) = R_0 \exp(-K_p z)$  – амплитуда колебаний на разных горизонтах;  $\eta_{\text{std}}$ , как и выше, является среднеквадратичным отклонением поверхности, которое здесь вводится как 1/3 от принятой в океанографии существенной высоты волн  $H_s$ ;  $K_p$  – волновое число для частоты  $\Omega_p$ ,  $\lambda = 2\pi/k$  – длина волны звука.

В оригинале предполагалось, что волнение не направленное. В реальном случае, отличие направления акустического зондирования от максимума направленности волнения приведет к сжатию полученной кривой с коэффициентом  $\gamma$ :

$$\sigma_{\text{loc.cor}}^2(f_{\text{доп}}) = \frac{1}{\gamma} \sigma_{\text{loc}}^2\left(\frac{1}{\gamma} f_{\text{доп}}\right).$$

На рис. 3 построены зависимости, вычисленные по формуле (12) с учетом угловой поправки (см. линию, подписанную “модель пузырьков”). Следующие параметры были взяты как соответствующие условиям эксперимента:  $\eta_{\text{std}} = H_s/3 = 0.2$  м;  $\Omega_p/(2\pi) = 0.34$  Гц;  $\lambda = 0.72$  м. Прочие параметры были подобраны для обеспечения наилучшего совпадения с экспериментальной кривой. В результате подбора значения входящих в (11) величин составили:  $S_{\text{scatt},V}^{\text{wind}} = 1.4 \times 10^{-5}$  м<sup>-1</sup>;  $\bar{S}_{\text{scatt},V} = 0$ ;  $z_0 = 0.7$  м. Угловая поправка:  $\gamma = 0.6$  для рис. 3а и  $\gamma = 1$  для рис. 3б.

#### 4.2. Сведения о распределении пузырьков

Наиболее очевидно отождествить упомянутые выше рассеиватели с пузырьками воздуха, присутствующими в приповерхностном слое, например, из-за обрушения волн [23]. Следует проверить, согласуется ли сила рассеяния фактически найденная выше по данным дальнего зондирования с имеющимися данными о распределении пузырьков в толще. Технического оснащения, чтобы измерить таковое в эксперименте, не имелось. Обратившись к литературным источникам, можно заметить, что пузырьки радиусом  $\bar{a} \sim 1.6$  мм, которые резонируют на частоте 2 кГц, относятся к хвосту распределения естественно образованных пузырьков в морской воде. И вообще говоря, это верхняя граница по радиусам пузырьков, по которым была накоплена статистика ранее. В [24]

предлагается следующая формула, обобщающая экспериментальные данные ряда исследователей:

$$N(a) = N_0 \left(\frac{a_2}{a}\right)^p \left(\frac{W}{13}\right)^3 e^{-z/z_0}. \quad (13)$$

Здесь  $N$  – плотность распределения (число пузырьков в единице объема и отнесенное к единичному интервалу радиусов  $a$ ). Коэффициенты принимают следующие числовые значения:  $N_0 = 1.6 \times 10^{10}$  м<sup>-4</sup>;  $a_2 = 1.6(34 + 1.24z) \times 10^{-6}$  м (т.е.  $a_2 \approx 50$  мкм и (13) справедливо для  $a > a_2$ );  $p = 4.37 + (z/2.55)^2$ ;

$$z_0 = \begin{cases} 0.4, & \text{если } W \leq 7.5, \\ 0.4 + 0.115(W - 7.5), & \text{иначе,} \end{cases} \quad (14)$$

$W$  – скорость ветра (в данном эксперименте наблюдалось  $W = 3$  м/с). Все величины подставляются в единицах СИ, если не указано иное. Несмотря на то, что формула (13) уточнялась в более поздних работах, например, в [25], в контексте настоящей работы рационально использовать именно это выражение, поскольку оно записано в простом для дальнейших вычислений виде, а повышение точности на данном этапе было бы излишним.

В первую очередь заметим, что (13) предполагает такой же экспоненциальный закон спада концентрации пузырьков по глубине, как и в (11). Постоянные экспоненциального спада имеют близкие величины: по литературным данным – 0.4 м, по экспериментальным данным настоящей статьи – 0.7 м.

Далее оценим интенсивность. Рассеяние звука на пузырьках воздуха является классической задачей в акустике [5]. Для получения грубых оценок применим модель однократного рассеяния на невзаимодействующих пузырьках, будем учитывать только монопольные колебания и не будем учитывать наличие стоячей волны с нулем на поверхности. Тогда для силы объемного рассеяния запишем:

$$S_{\text{scatt},V}^{\text{wind}} = \int_{0.5\bar{a}}^{2\bar{a}} \frac{a^2 N(a) da}{\left[\left(\frac{F_0}{F}\right)^2 - 1\right]^2 + (ka)^2 + \delta^2}, \quad (15)$$

где  $F_0 = \frac{3.27}{\bar{a}} \sqrt{1 + 0.1z}$  – резонансная частота пузырька,  $\bar{a}$  – радиус пузырька, резонансного для частоты гидролокатора  $F$  на условной средней глубине распределения,  $\delta$  определяется всеми возможными потерями, кроме радиационных, и для рассматриваемого диапазона  $\delta \approx 0.01$  [5].

Подстановка всех числовых значений в (13) и в (15) приводит к величине  $S_{\text{scatt},V}^{\text{wind}} = 1.08 \times 10^{-5}$  м<sup>-1</sup>, что достаточно точно совпало с эксперименталь-

ным значением  $1.4 \times 10^{-5} \text{ м}^{-1}$ . Поэтому наличие пузырьков миллиметровых размеров в приповерхностном слое океана, медленно колеблющихся с орбитальными скоростями волн, является достаточно правдоподобным объяснением для уширения спектра реверберации на самых низких частотах Доплера.

Выше обсуждались результаты одного из эпизодов измерений. В [15] статистически обработаны данные порядка 20 дней измерений, проведенных в рамках одного эксперимента. Были выявлены следующие закономерности. Во-первых, удобным параметром для описания спектров рассеяния оказался наклон графика в диапазоне 1.25–1.75 Гц, выражаемый в дБ/Гц. При увеличении высоты волн уменьшается по модулю наклон спектра (график становится более пологим). Это качественно согласуется с результатами моделирования. Во-вторых, обнаружена корреляция между сдвигом центра распределения и скоростью постоянного течения (с учетом его направления). Этот факт хорошо согласуется с представлениями о рассеянии звука на некоторых включениях, которые движутся со средой. Однако, в-третьих, не удалось выявить какой-либо зависимости между силой рассеяния СР, проинтегрированной по всем частотам Доплера, и высотой волнения или скоростью ветра. Величина остается приблизительно постоянной при всех условиях вплоть до существенной высоты волн 2 м и скорости ветра 10 м/с. Это является несколько противоречивым фактором, потому что различные модели влияния пузырьков на рассеяние звука предполагают взрывной рост этого параметра с увеличением скорости ветра.

Обсудим возможные отклонения параметров модели (14) от использованных средних значений. Исследование [26] указывает на то, что пузырьки с радиусами более  $\sim 0.2$  мм (т.е. те, которые влияют на акустический сигнал на средних частотах) оказываются чувствительны к стратификации среды и разнице температур воды и воздуха. При неустойчивых условиях (поток тепла направлен снизу вверх) наблюдается более высокая концентрация крупных пузырьков. В этом плане, описанный выше эксперимент проводился в нейтральных условиях.

Важную роль в формировании наклона спектра рассеяния играет характерная глубина проникновения пузырьков  $z_0$ . Ранее авторами проводилась обработка данных других экспериментов и применялась процедура, описанная в настоящей статье, т.е. также заключающаяся в вычислении спектров реверберации и подборе параметров модельной зависимости (12), которая бы их аппроксимировала. При отсутствии возможности осуществлять калибровку уровней рассеяния, основной информацией о распределении неоднородностей,

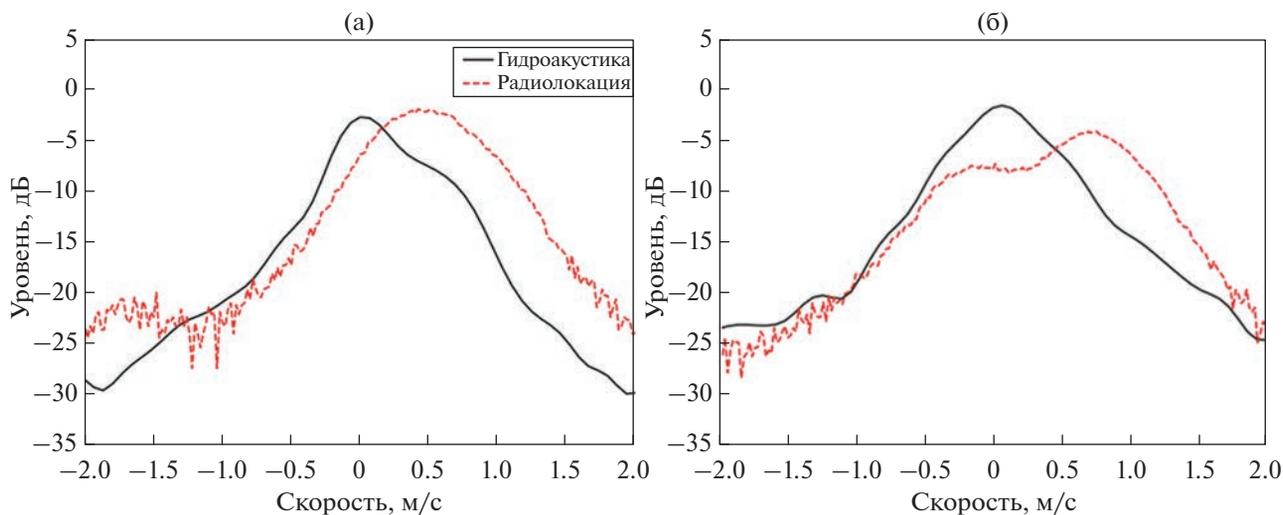
которую возможно было получать из формы спектров обратного рассеяния, была глубина проникновения рассеивателей  $z_0$ . По результатам эксперимента [16] было оценено значение  $z_0 = 20$  м, что совершенно не соответствует результатам настоящего эксперимента. Согласно модели (14), воспроизведенной здесь согласно [24], большие значения  $z_0$  могут реализовываться только при экстремальных скоростях ветра. Однако величины  $z_0$  порядка нескольких метров находят подтверждение в других литературных источниках. По данным [27, 28], по измерениям на глубинах 5 и 10 м в субарктических водах Тихого океана можно оценить экспоненциальный масштаб распределения пузырьков (включая радиусы в доли миллиметра) как  $z_0 = 7$  м; в субтропических водах Тихого океана по тем же горизонтам –  $z_0 = 2$  м. В работе тех же авторов [29] приведены измерения на глубинах 2.5 и 18 м, по которым масштаб спада оценивается как  $z_0 = 10$  м.

В [25] предлагается параметризация распределения пузырьков, которая близка к степенной функции глубины, т.е. к зависимости вида  $N(z) \sim (\bar{z}_0/z)^n$ , но степень  $n$  оказывается достаточно высокой. Однако следует обратить внимание на тот факт, что аппроксимация степенной функции зависимостью вида (11) приведет к разному показателю  $z_0$  на различных глубинах, причем на большей глубине спад будет более плавным, с большим масштабом  $z_0$ . Подводный звук с большими длинами волн и при прогревом верхнем слое не будет взаимодействовать с самым верхним слоем пузырьков, и поэтому спектры рассеяния могут определяться более плавными глубинными распределениями.

#### 4.3. Сведения о распределении поля течений

Для анализа полученных на рис. 3 данных будет полезно уточнить характеристики поля течений в тонком приповерхностном слое. Это можно сделать, обратившись к методам когерентной радиолокации, сигнал от которого также отражается от неоднородностей на поверхности воды. Когда приемо-передающая система чувствительна к фазе сигнала, то по данным радиолокационного зондирования также может быть построен доплеровский спектр рассеяния. В первом приближении средняя частота доплеровского спектра может быть отождествлена с поверхностными течениями на воде, а его ширина с влиянием орбитальных скоростей длинных волн. Принцип работы и метод обработки данных радиолокатора описан в [19].

Измерения с помощью когерентного радиолокатора 3 см диапазона проводились параллельно с акустическим экспериментом. На рис. 4 повторяются экспериментальные кривые с рис. 3 с заме-



**Рис. 4.** Нормированные спектры рассеянных сигналов при лоцировании морской поверхности: гидроакустическими сигналами на частоте 2 кГц и радиолокационными сигналами с длиной волны 3 см. Зависимости приведены в виде распределений по радиальной скорости движения рассеивателей. Кривые, построенные по гидроакустическим сигналам, повторяют рис. 3. Описание графиков приведено в тексте.

ной оси частот на ось скоростей. В тех же осях построены радиолокационные спектры, полученные в то же время и в тех же секторах акватории, что и акустические спектры. В силу особенностей работы алгоритма, в действительности, для радиолокационного сигнала построен не спектр как таковой, а представлена плотность вероятности распределения рассеивателей по скорости. Все кривые нормированы на их максимум.

В случае рис. 4а акустическая антенна работала в режиме бегущей волны. В случае рис. 4б акустическая система обладала неоднозначностью по направлению, присущей линейной антенне. В этом случае в качестве радиолокационного спектра представлен суммарный спектр по двум секторам обзора.

Исходя из рис. 4 можно сделать вывод, что радиолокационные спектры обладают достаточно близкой шириной распределения, что и спектры рассеяния подводного звука на том же участке взволнованной поверхности моря, в пересчете к единице скорости. Закон спадания с увеличением модуля скорости имеет схожий вид. Радиолокационные спектры имеют более плавную вершину, так как они чувствительны к течениям на самой поверхности и не проникают в толщу воды. Поэтому радиолокационные спектры должны соответствовать модели (12) при подстановке очень малых значений  $z_0$ . Дополнительно необходимо учесть, что радиолокационным спектрам присуще смещение центра распределения. Во-первых, как сказано выше, роль агента поверхностной скорости течения в отраженный сигнал играет сантиметровая рябь, которая движется со скоростью 0.23 м/с относительно подстилающей поверх-

ности. А во-вторых, на движение поверхности кроме собственного течения водной толщи существенное влияние оказывает ветровой дрейф, который обычно оценивается как 3% от скорости ветра [30].

В целом, радиолокационные методы исследования ветрового волнения носят более распространенный характер, чем аналогичные акустические эксперименты. Поэтому возможность применения каких-либо характеристик, полученных из радиолокационных измерений, для выполнения оценок в акустической задаче представляет большой практический интерес [31, 32].

Описанные в разделах 3 и 4 эффекты действуют совместно. Интенсивности сигнала, рассеянного брэгговским образом и рассеянного на пузырьках, оказываются близкими по порядку величины. Хочется дополнительно обратить внимание читателей на спектр рассеяния, опубликованный как рис. 6 в работе [17] (более низкочастотный случай), на котором однозначно можно идентифицировать и брегговское рассеяние, и рассеяние на движущихся пузырьках.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая статья обобщает результаты цикла экспериментальных и теоретических исследований авторов в области рассеяния подводного звука на поверхностном волнении с акцентом на оценку распределения интенсивности рассеянного звука по частотам Доплера. Упор сделан на переходную область между низким и средним диапазоном звуковых частот.

В случае разнесенных источника и приемника звука (в так называемой просветной схеме) наибо-

лее существенным эффектом является рассеяние звука на пике волнения, т.е. на длинных поверхностных волнах большой амплитуды. В моностатической схеме локации вклад пика волнения подавляется, и становится возможным наблюдать более слабые эффекты.

Длинные поверхностные волны являются слишком плавным возмущением поверхности, чтобы рассеивать звук в обратную сторону, но они влияют на характеристики рассеяния посредством модуляционных эффектов. Во-первых, модулируются короткие поверхностные волны, которые являются брэгговскими рефлекторами для звука, и за счет этого размывается спектр обратного рассеяния. Во-вторых, приходят в движение микроненородности, находящиеся в поверхностном слое, которые покоились бы в отсутствии волн. Даже при умеренных состояниях волнения в приповерхностном слое существуют пузырьки воздуха, которые могут резонировать в рассматриваемом диапазоне частот, и концентрация таких пузырьков достаточна для того, чтобы влиять на спектральную плотность мощности рассеянного сигнала.

В целом, оба из перечисленных эффектов приводят к тому, что в реальных морских условиях спектр обратного рассеяния звука имеет плавную, колоколообразную форму. На графиках сложно обнаружить дискретные составляющие, отвечающие тем или иным компонентам спектра волнения. Этот факт осложняет задачу выделения полезного сигнала на фоне реверберационной помехи.

Авторы выражают свою искреннюю признательность членам коллектива ИПФ РАН, помогавшим в разные годы при проведении экспериментальных исследований.

Работа Б.М. Салина по разделам 1 и 2 настоящей статьи поддержана Минобрнауки РФ в рамках Программы фундаментальных исследований Государственных академий наук, проект № 0030-2021-0017. Работа А.В. Ермошкина, Д.Д. Разумова и М.Б. Салина по разделам 3 и 4 поддержана Российским научным фондом, грант № 20-77-10081.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
2. Bjørnø L. Chapter 5. Scattering of Sound. In *Applied Underwater Acoustics*; Neighbors T.H., Bradley D., Eds. Elsevier: Amsterdam, The Netherlands, 2017. P. 297–362. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811240-3.00005-9>
3. Hartstra I., Colin M., Prior M. Active sonar performance modelling for Doppler-sensitive pulses // *Proc. Meet. Acoust.* 2021. V. 44. P. 022001. <https://asa.scitation.org/doi/abs/10.1121/2.0001454>
4. Dol H.S., Colin M.E., Ainslie M.A., Van Walree P.A., Janmaat J. Simulation of an underwater acoustic communication channel characterized by wind-generated surface waves and bubbles // *IEEE J. Ocean. Eng.* 2013. V. 38. № 4. P. 642–654. <https://doi.org/10.1109/JOE.2013.2278931>
5. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. С. 249–306.
6. Салин Б.М., Салин М.Б. Методы расчета низкочастотной поверхностной реверберации при известных характеристиках морского волнения // *Акуст. журн.* 2011. Т. 57. № 6. С. 818–827.
7. Hayek C.S., Schurman I.W., Sweeney J.H., Boyles C.A. Azimuthal dependence of Bragg scattering from the ocean surface // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 105. P. 2129–2141. <https://asa.scitation.org/doi/10.1121/1.426817>
8. Лебедев А.В., Салин Б.М. Исследование эффектов локализации областей рассеяния звука на ветровом волнении // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 6. С. 813–826.
9. Салин Б.М., Салин М.Б., Spindel R.C. Расчет спектра реверберационной помехи для доплеровской схемы локации // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 2. С. 258–266.
10. Neighbors T.H., Bjørnø L. Anomalous low frequency sea surface reverberation // *Hydroacoustics.* 2001. V. 4. P. 181–192.
11. Андреева И.Б. Сравнительные оценки поверхностного, донного и объемного рассеяния звука в океане // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 5. С. 699–705.
12. Салин Б.М., Бородин Е.Л., Салин М.Б. Оценка поверхностной реверберации и характеристик ветрового волнения, выполненные на основе анализа видеоизображения морской поверхности // *Сб. тр. XXII сессии Российского акустического общества.* Т. 2. М.: ГЕОС, 2010. С. 305–308.
13. Авербах В.С., Бондарь Л.Ф., Голубев В.Н., Гольдблат В.Ю., Долин Л.С., Нечаев А.Г., Пигалов К.Е., Смирнов Г.Е., Тумаева Е.И. Дальняя поверхностная реверберация звука в океане // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36. № 6. С. 1119–1121.
14. Салин М.Б., Потапов О.А., Салин Б.М., Чащин А.С. Измерение характеристик обратного рассеяния звука на взволнованной поверхности в прожекторной зоне фазированной антенной решетки // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 1. С. 70–86.
15. Ermoshkin A.V., Kosteev D.A., Ponomarenko A.A., Razumov D.A., Salin M.B. Surface waves prediction based on long-range acoustic backscattering in a mid-frequency range // *J. Mar. Sci. Eng.* 2022. V. 10. № 6. P. 722. <https://doi.org/10.3390/jmse10060722>
16. Салин Б.М., Кемарская О.Н., Молчанов П.А., Салин М.Б. Исследование механизма уширения спектра низкочастотного реверберационного сигнала при рассеянии звука на приповерхностных неоднородностях в условиях интенсивного ветрового волнения // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 3. С. 314–322.
17. Салин Б.М., Салин М.Б. Механизмы формирования спектральных характеристик низкочастотной реверберации и прогнозные оценки // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 2. С. 197–206.
18. Ermoshkin A., Kapustin I. Estimation of the wind-driven wave spectrum using a high spatial resolution coher-

- ent radar // Russ. J. Earth Sci. 2019. V. 19. № 3. P. 1. <https://doi.org/10.2205/2019ES000662>
19. Ермошкин А.В., Капустин И.А., Мольков А.А., Богатов Н.А. Определение скорости течения на морской поверхности доплеровским радиолокатором X-диапазона // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2020. Т. 13. № 3. С. 93–103. <https://doi.org/10.7868/S2073667320030089>
  20. Бурдуковская В.Г., Хилько А.И., Коваленко В.В., Хилько А.А. Анализ влияния длинных поверхностных волн на формирование рассеянного ветровым волнением акустического поля в океанических волноводах // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 763–773.
  21. Байдаков Г.А., Досаев А.С., Разумов Д.Д., Салин М.Б. Оценка уширения спектра коротких поверхностных волн при наличии длинноволнового волнения // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2018. Т. 61. № 5. С. 374–384.
  22. Салин М.Б., Разумов Д.Д. Особенности дифракции звука на взволнованной водной поверхности в среднем диапазоне частот // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2021. Т. 14. № 4. С. 98–110.
  23. Deane G.B., Stokes M.D. Scale dependence of bubble creation mechanisms in breaking waves // Nature. 2002. V. 418. № 6900. P. 839–844.
  24. Hall M.V. A comprehensive model of wind-generated bubbles in the ocean and predictions of the effects on sound propagation at frequencies up to 40 kHz // J. Acoust. Soc. Am. 1989. V. 86. № 3. P. 1103–1117.
  25. Vagle S., McNeil C., Steiner N. Upper ocean bubble measurements from the NE Pacific and estimates of their role in air-sea gas transfer of the weakly soluble gases nitrogen and oxygen // J. Geophys. Res.: Oceans. 2010. V. 115. № C12. C12054. P. 1–16.
  26. Vagle S., Gemmrich J., Czerski H. Reduced upper ocean turbulence and changes to bubble size distributions during large downward heat flux events // J. Geophys. Res.: Oceans. 2012. V. 117. № C7. C00H16. P. 1–12.
  27. Акуличев В.А., Буланов В.А. Акустические исследования мелкомасштабных неоднородностей в морской среде. Владивосток: ТОИ ДВО РАН, 2017. С. 182–188.
  28. Akulich V.A., Bulanov V.A. Measurements of bubbles in sea water by nonstationary sound scattering // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. № 5. P. 3438–3449.
  29. Акуличев В.А., Буланов В.А., Кленин С.А. Акустическое зондирование газовых пузырьков в морской среде // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 3. С. 289–296.
  30. Капустин И.А., Ермошкин А.В., Богатов Н.А., Мольков А.А. Об оценке вклада приводного ветра в кинематику сликов на морской поверхности в условиях ограниченных разгонов волнения // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2019. Т. 16. № 2. С. 163–172.
  31. Розенберг А.Д. Исследование морской поверхности радио и акустическими методами. Диссертация. Москва, 1980. 237 с.
  32. Dahl P.H., Plant W.J., Nützel B., Schmidt A., Herwig H., Terray E.A. Simultaneous acoustic and microwave backscattering from the sea surface // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. № 5. P. 2583–2595.

## ШИРОКОПОЛОСНОЕ ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ В МЕЛКОВОДНОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕОДНОРОДНЫМ ДНОМ

© 2023 г. Д. Д. Сидоров<sup>а, \*</sup>, В. Г. Петников<sup>а, \*\*</sup>, А. А. Луньков<sup>а, \*\*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова, 38, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: sidorov.dan.dmit@gmail.com

\*\*e-mail: petniko@kapella.gpi.ru

\*\*\*e-mail: lunkov@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 02.03.2023 г.

После доработки 10.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

С помощью численного моделирования исследуется широкополосное (35–1000 Гц) звуковое поле, создаваемое точечным излучателем в шельфовой зоне с неоднородной структурой донных осадков. Глубина шельфа составляет около 30 м, максимальное расстояние – 10 км. В качестве модельной неоднородности выбирается переходная область от дна со скоростью звука 1400 м/с к дну со скоростью 1600 м/с. Для расчетов звукового поля используется модовое описание и широкоугольные параболические уравнения. В численных экспериментах показано, что на частоте ниже 100 Гц проявляется главным образом горизонтальная рефракция. Она приводит к увеличению амплитуды низкочастотного звукового импульса, распространяющегося вдоль переходной области, на 10 и более дБ по сравнению с аналогичным волноводом с однородным дном. На частоте выше 100 Гц доминирующим эффектом является межмодовое взаимодействие, вызывающее появление модуляции амплитуды мод в частотной области. Сделанные в рамках упрощенной модели выводы подтверждаются при расчетах для реальной структуры донных осадков в Карском море.

*Ключевые слова:* акустика мелкого моря, численное моделирование, нормальные волны, широкополосный сигнал, горизонтальная рефракция, межмодовое взаимодействие, неоднородное дно

DOI: 10.31857/S0320791923600221, EDN: NFQPXC

### ВВЕДЕНИЕ

В акустике мелкого моря всегда большое внимание уделялось и уделяется определению свойств дна и изучению их влияния на распространение звука в водном слое [1]. Если геометрические параметры мелководного волновода и профиль скорости звука в воде измерить относительно просто, то оценка параметров даже верхнего осадочного слоя представляется весьма сложной задачей, которая решается главным образом с помощью методов геоакустической инверсии [2] (в том числе в трехмерной постановке [3]) при поддержке анализа проб грунта в отдельных точках. Среди последних исследований в этом направлении следует выделить комплексный эксперимент Mud patch experiment, проведенный на Атлантическом шельфе США в области с неоднородным грязеподобным дном [4, 5]. Основное внимание было уделено оценке зависимости скорости звука и плотности от глубины в верхнем слое осадков.

Пожалуй, наиболее сложная структура дна наблюдается на Арктическом шельфе. Данные инженерной сейсморазведки в Карском море [6] позволили получить трехмерное распределение скорости звука в верхнем слое донных осадков, которое выявило значительные неоднородности. В частности, были обнаружены обширные области водоподобных осадков, где скорость звука в дне примерно равна скорости звука в воде, граничащие с областями полуконсолидированных и консолидированных осадков. При этом толщина водного слоя оставалась примерно постоянной.

Неоднородности дна влияют на звуковое поле, формируемое в водном слое. В большинстве случаев в качестве доминирующего фактора выступает донный рельеф [7–9], однако встречаются ситуации, когда характеристики звукового поля в основном определяются структурой толщи дна [10–13]. Например, как показало численное моделирование в работе [11], неоднородности в структуре дна даже при его ровной поверхности могут приводить к эффектам горизонтальной ре-

фракции и межмодового взаимодействия, которые обычно свойственны подводной среде с интенсивными внутренними волнами или особенностями батиметрии. В указанной работе было рассмотрено распространение тональных сигналов. Представляет интерес проследить эти эффекты в широкой полосе частот и для импульсных сигналов. Это важно, например, для более точного прогнозирования акустического воздействия на животных под водой на низких частотах [14], и оценки работоспособности алгоритмов звукоподводной связи (ЗПС) на более высоких частотах [15]. Типичным низкочастотным широкополосным источником (30–80 Гц) является пневмолушка, используемая в сейсморазведке [16]. Наиболее перспективным диапазоном для дальней ЗПС на мелководном арктическом шельфе является область 500–1000 Гц.

Моделирование широкополосных сигналов в сложных волноводах проводилось в работах [17–19], но трехмерные неоднородности в толще дна не рассматривались. В работах [20, 21] в рамках численного моделирования было показано, что частотная зависимость амплитуд мод вследствие межмодового взаимодействия на сосредоточенной неоднородности (локальное поднятие дна, солитон внутренних волн, ледяной киль) приобретает характерную модуляцию, период которой зависит от расстояния до этой неоднородности. Измеряя период модуляции, можно оценивать дистанция от источника звука до неоднородности при работе на стационарной акустической трассе. Оценка применимости этого подхода для локализации неоднородностей в структуре верхнего слоя донных осадков представляется актуальной задачей.

В настоящей работе рассматривается формирование широкополосного звукового поля точечным ненаправленным источником в полосе частот от 35 до 1000 Гц в мелководном волноводе постоянной глубины с неоднородной структурой поля скорости звука в верхнем слое донных осадков. Для оценки влияния данного типа неоднородности на распространение звука проводится численное моделирование с использованием метода нормальных волн и метода параболического уравнения. Последовательно рассматриваются две модели неоднородного дна: 1) идеализированная, в которой предполагается, что скорость звука в дне зависит только от одной, горизонтальной координаты; 2) приближенная к реальности, которая строится на основе данных 3D сейсморазведки в Карском море [6]. Ввиду отсутствия подробной информации о пространственном распределении плотности дна и коэффициента затухания звука в дне эти параметры выбираются

постоянными в обеих моделях. При этом значение плотности соответствует экспериментальным данным, полученным при пробном бурении в указанной акватории. При распространении звука поперек неоднородности анализируется межмодовое взаимодействие, при распространении вдоль – горизонтальная рефракция. Причем первый эффект сильнее выражен на более высоких частотах (100–1000 Гц), а второй – на низких (до 100 Гц) в одномодовом режиме [10]. Межмодовое взаимодействие исследуется в 2D постановке с использованием широкоугольного параболического уравнения в вертикальной плоскости [22] и последующего выделения мод на вертикальной антенне, горизонтальная рефракция – с помощью модовых параболических уравнений [23]. В последнем случае широкоугольное параболическое уравнение решается в горизонтальной плоскости с введением на границах рассматриваемой области искусственных поглощающих слоев.

### МОДОВОЕ ОПИСАНИЕ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

Комплексная амплитуда звукового давления, создаваемого излучателем в точке волновода с декартовыми координатами  $(x, y, z)$  на частоте  $\omega$ , может быть записана в виде суммы локальных волноводных мод  $\Psi_l(\omega, z, x, y)$  [24]

$$P(\omega, x, y, z) = \sum_{l=1}^{M(\omega)} A_l(\omega, x, y) \Psi_l(\omega, z, x, y), \quad (1)$$

где  $A_l(\omega, x, y)$  – амплитуды моды с номером  $l$ , причем в месте расположения источника звука (точка  $(x_s, y_s, z_s)$ )  $A_l(\omega, x_s, y_s) = \Psi_l(\omega, z_s, x_s, y_s)$ . Собственные функции  $\Psi_l(\omega, z, x, y)$  и собственные значения  $\xi_l^2(\omega, x, y)$  определяются решением задачи Штурма–Лиувилля

$$\begin{cases} \frac{d^2 \Psi_l}{dz^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c_w(z, x, y)^2} - \xi_l^2(\omega, x, y) \right] \Psi_l = 0, \\ \Psi_l|_{z=0} = 0, \\ \left[ \Psi_l + g(\xi_l(\omega, x, y)) \frac{d\Psi_l}{dz} \right]_{z=H(x, y)} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $c_w(z, x, y)$  – вертикальный профиль скорости звука в водном слое,  $g(\xi_l(\omega, x, y)) = iZ_1(\xi_l(\omega, x, y))/\omega\rho_w$ ,  $Z_1(\xi_l(\omega, x, y))$  – входной импеданс на границе вода/дно, который определяется распределением скорости звука в дне

$c_b(x, y, z)$ , плотностью  $\rho_b$  и коэффициентом затухания  $\beta_\lambda$ ,  $\rho_w$  — плотность воды.

В данном исследовании предполагается, что градиент скорости звука в дне  $c_b$  имеет доминирующую составляющую вдоль оси  $Y$ . При распространении звука вдоль оси  $Y$  рассматривается только межмодовое взаимодействие. При распространении вдоль направления оси  $X$  — только горизонтальная рефракция.

### Взаимодействие мод

При умеренном межмодовом взаимодействии, когда можно пренебречь обратным рассеянием, модовые амплитуды  $A_l(\omega, x, y)$  удовлетворяют системе из  $M(\omega)$  обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [25]

$$\frac{dA_l}{dy} = i\tilde{\xi}_l(\omega, x, y) A_l + \sum_m^{M(\omega)} B_{lm}(\omega, x, y) A_m; \quad (3)$$

$$l = \overline{1, M(\omega)}.$$

Приближенное выражение для коэффициентов межмодового взаимодействия имеет вид

$$B_{lm}(\omega, x, y) \approx \int_0^{H(x,y)} \Psi_m(\omega, z, x, y) \frac{\partial \Psi_l(\omega, z, x, y)}{\partial y} dz \approx -B_{ml}(\omega, x, y).$$

Если неоднородности распределены по всей акустической трассе, то решение задачи (2) и системы (3) в широкой полосе частот является довольно трудоемким. В этом случае удобнее проводить вычисление полного звукового поля  $P(\omega, x, y, z)$  методом широкоугольного параболического уравнения [22] в вертикальной плоскости, а затем только в конце акустической трассы выделять моды (оценивать  $A_l$ ). Этот прием использован в настоящей работе.

### Горизонтальная рефракция

Модовые амплитуды  $A_l(\omega, x, y)$  в горизонтальной плоскости в отсутствие межмодового взаимодействия описываются  $M(\omega)$  уравнениями вида

$$\frac{\partial^2 A_l}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_l}{\partial y^2} + \xi_l^2(\omega, x, y) A_l = 0. \quad (4)$$

Если акустическая волна распространяется преимущественно вдоль оси  $X$  и обратное рассеяние

мало, то уравнение (4) можно свести к параболическому уравнению вида [23]

$$\frac{\partial A_l}{\partial x} = iq_l^0(\omega) \left( 1 + \sum_{j=1}^n \frac{a_{j,n} X_j(\omega, x, y)}{1 + b_{j,n} X_j(\omega, x, y)} \right) A_l. \quad (5)$$

Здесь в скобках использована Паде-аппроксимация оператора квадратного корня  $(1 + X_l(\omega, x, y))^{1/2}$ . Коэффициенты  $a_{j,n}$  и  $b_{j,n}$  регулируют точность и устойчивость решения;  $X_l = q_l^0{}^{-2} (\partial^2/\partial y^2 + \xi_l^2 - (q_l^0)^2)$ , где  $q_l^0(\omega)$  — действительная часть горизонтального волнового числа  $\xi_l^0(\omega) = q_l^0(\omega) + i\alpha_l^0(\omega)$  моды  $l$  в месте расположения источника звука. Численное решение уравнения (5) находится с помощью алгоритма split-step Padé [26].

### МОДЕЛИРОВАНИЕ В ШИРОКОЙ ПОЛОСЕ ЧАСТОТ И ВЫДЕЛЕНИЕ МОД

В настоящей работе комплексные амплитуды звукового давления  $P(\omega, x, y, z)$  вычисляются для отдельных частотных составляющих  $\omega_k$  с шагом 1 Гц в полосе от 50 до 1000 Гц.

При известном спектре излучаемого сигнала  $S_0(\omega)$  временная реализация сигнала на приемнике получается с помощью Фурье-синтеза

$$p(t, x, y, z) = 2\text{Re} \left\{ \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_0(\omega) P(\omega, x, y, z) e^{i\omega t} d\omega \right\}. \quad (7)$$

В работе предполагается, что источники звука излучают сигналы с равномерным спектром  $S_0(\omega) \equiv 1$  в диапазоне частот между 35 и 1000 Гц. Амплитуду звукового давления в импульсе удобно представлять в логарифмическом масштабе (в дБ)

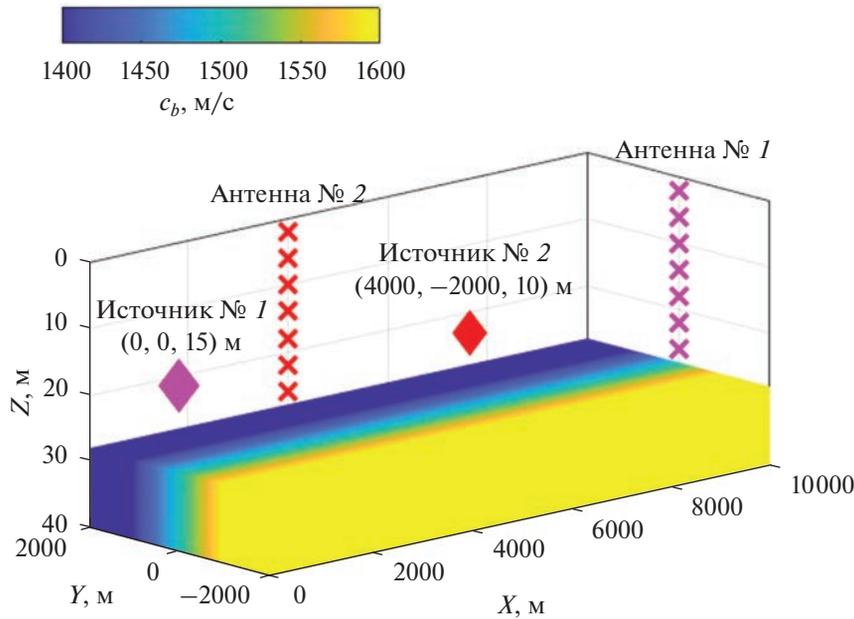
$$\text{SPL}(x, y, z) = 20 \lg \left( \frac{\max_t p_{\text{envel}}(t, x, y, z)}{\max_t p_{\text{envel}}(t, x = 1 \text{ м}, 0, 0)} \right), \quad (8)$$

где  $p_{\text{envel}}$  — огибающая импульса, получаемая с применением преобразования Гильберта.

Выделение мод (оценка модовых амплитуд  $A_l$ ) из полного звукового поля  $P(\omega, x, y, z)$  на некотором расстоянии от источника звука осуществляется с помощью вертикальной приемной антенны, перегораживающей весь водный слой по глубине

$$\tilde{A}_l(\omega, x, y) = \int_0^H P(\omega, x, y, z) \Psi_l(\omega, z; x, y) dz. \quad (9)$$

Здесь использовано условие ортогональности  $\int_0^\infty \Psi_l(\omega, z; x, y) \Psi_m(\omega, z; x, y) dz = \delta_{lm}$ , где  $\delta_{lm}$  — символ Кронекера. При интегрировании только



**Рис. 1.** Схема модельного волновода с изображением распределения скорости звука в дне в области перехода от относительно малых значений  $c_b$  к большим и для двух взаимно перпендикулярных акустических трасс: Источник № 1 – Антенна № 1 (изучение горизонтальной рефракции), Источник № 2 – Антенна № 2 (изучение межмодового взаимодействия).

по водному слою условие ортогональности выполняются лишь приближенно.

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ИДЕАЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ

#### Параметры волновода

Как и в предыдущей работе [10], вначале будем рассматривать следующую идеализированную модель мелководного волновода, представленную на рис. 1: на неоднородном полупространстве дна расположен однородный водный слой постоянной толщины  $H$  и с постоянной скоростью звука  $c_w$ . Параметры волновода представлены в табл. 1.

Будем анализировать звуковое поле в области перехода от дна со скоростью звука меньшей чем в воде ( $c_b < c_w$ ) к дну со скоростью звука большей

чем в воде ( $c_b > c_w$ ). Плотность дна  $\rho_b$  и коэффициент затухания в нем  $\beta_\lambda$  предполагаются постоянными. Скорость звука в дне кусочно-линейно изменяется в направлении оси  $Y$ , но не зависит от координат  $x$  и  $z$ :

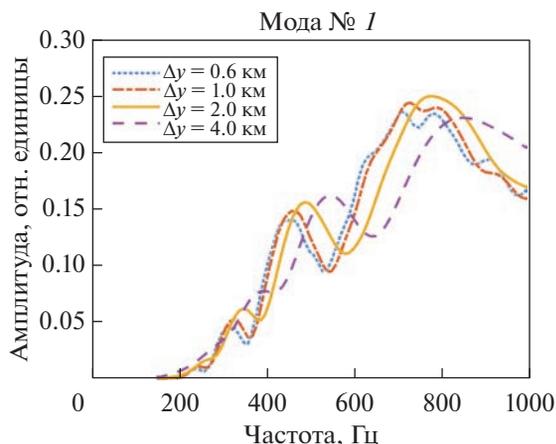
$$c_b(y) = \begin{cases} 1600 \frac{\text{м}}{\text{с}} & \text{при } y < -\frac{\Delta y}{2} \text{ м,} \\ \left(1500 - \frac{200}{\Delta y} y\right) \frac{\text{м}}{\text{с}} & \text{при } -\frac{\Delta y}{2} < y < \frac{\Delta y}{2} \text{ м,} \\ 1400 \frac{\text{м}}{\text{с}} & \text{при } y > \frac{\Delta y}{2} \text{ м.} \end{cases}$$

#### Взаимодействие мод

Для изучения особенностей взаимодействия мод акустическая трасса длиной  $r = 4$  км была ориентирована вдоль оси  $Y$  (трасса Источник № 2 – Антенна № 2). Источник звука располагается в точке с координатами  $x_s = 4000$  м,  $y_s = -2000$  м на глубине  $z_s = 10$  м. Приемная вертикальная линейная антенна (Антенна № 2), фильтрующая моды с помощью (9), перегораживает весь волновод по глубине с шагом 1 м в точке  $x_A = 4000$  м,  $y_A = 2000$  м. Модовая фильтрация (9) показывает, что в конце акустической трассы звуковое поле формируется главным образом первой, наиболее энергонесущей модой. Это связано с сильным ростом модо-

**Таблица 1.** Параметры модельного волновода

Толщина водного слоя $H$ , м	28
Скорость звука в воде $c_w$ , м/с	1470
Плотность воды $\rho_w$ , кг/м <sup>3</sup>	1000
Плотность дна $\rho_b$ , кг/м <sup>3</sup>	1850
Коэффициент затухания в дне $\beta_\lambda$ , дБ/λ	0.33
Ширина переходной области $\Delta y$ , м	600–4000



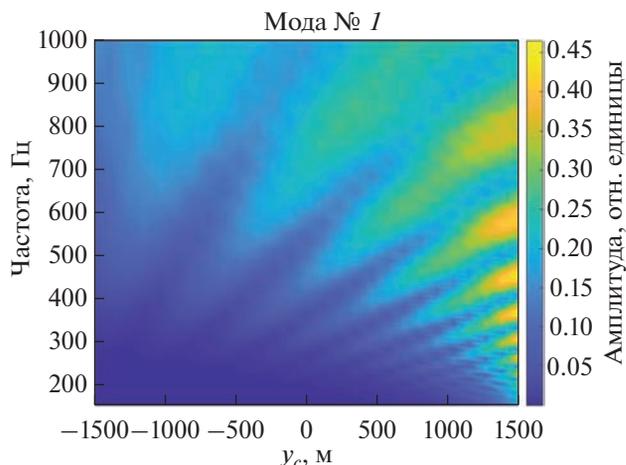
**Рис. 2.** Частотная зависимость амплитуды первой моды в возмущенном волноводе при различных размерах переходной области  $\Delta y$ .

вого затухания с номером моды в области низкоскоростного дна.

На рис. 2 приведены частотные зависимости амплитуды первой моды на приемной антенне (Антенна № 2) для различных размеров переходной области  $\Delta y$ . Можно заметить, что при распространении звука в волноводе с неоднородным дном, амплитуда первой моды приобретает глубокую модуляцию, величина которой растет с уменьшением ширины неоднородности  $\Delta y$ . Появление модуляции является следствием межмодового взаимодействия и служит индикатором присутствия неоднородности в структуре дна. Данный эффект выражен на частотах более 200 Гц. В отсутствие неоднородностей дна зависимость амплитуды первой моды является монотонной функцией частоты.

Зафиксировав длину трассы  $r = 4$  км, ширину переходной области  $\Delta y = 600$  м и варьируя только положение центра области  $y_c$  (в формуле (10) следует заменить  $y$  на  $y - y_c$ ), можно обнаружить, что период модуляции меняется от 1000 Гц при  $y_c = -1600$  м до 100 Гц при  $y_c = 1600$  м (см. рис. 3). Более того, частотный период осцилляций однозначно зависит от расстояния между источником звука и неоднородностью дна, что может быть использовано для решения задачи локализации этой неоднородности [20].

Здесь следует сделать следующее замечание. Ранее было показано [20, 21], что подобная модуляция в частотной области наблюдается при взаимодействии мод на сосредоточенной неоднородности (локальная неровность рельефа, одиночный ледяной киль, солитон внутренних волн), размер которой меньше периода интерфе-



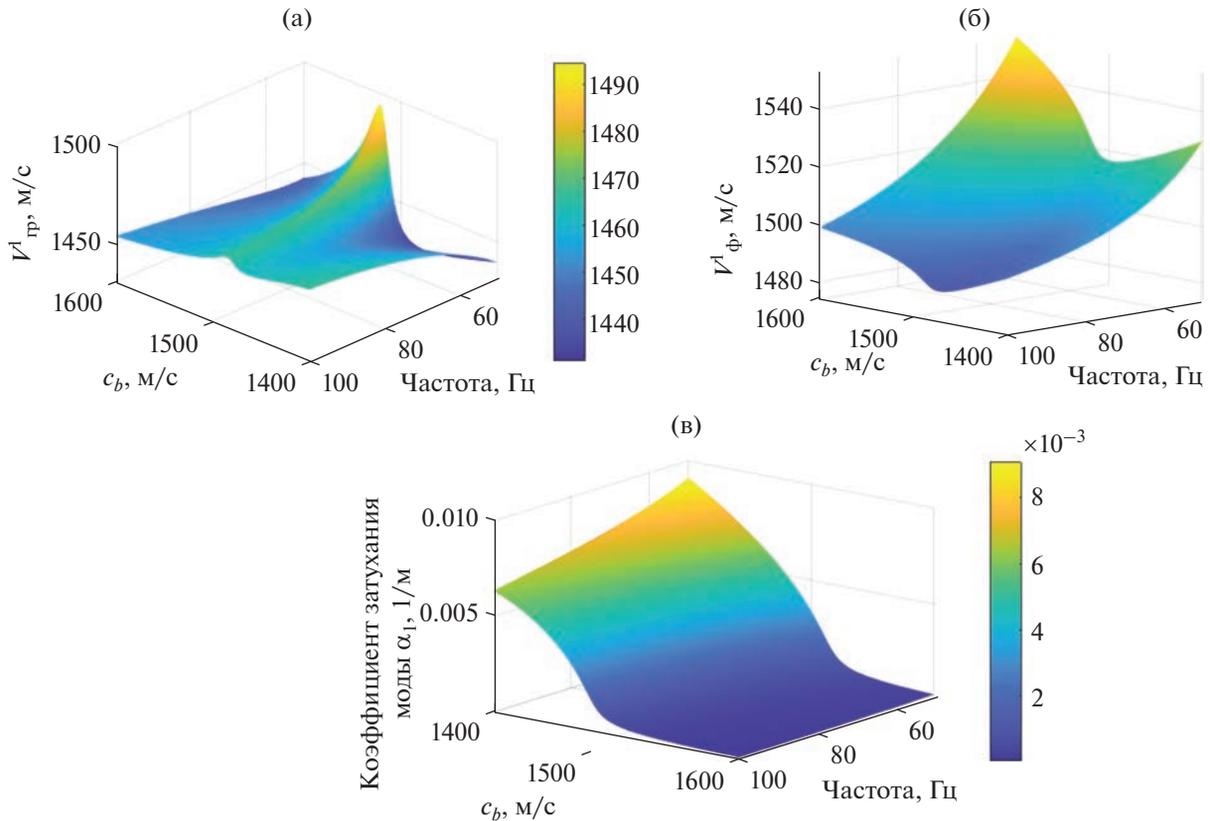
**Рис. 3.** Частотная модуляция амплитуды первой моды в зависимости от смещения центра переходной области  $y_c$ . Ширина переходной области фиксирована  $\Delta y = 600$  м.

ренционных биений первой и второй моды. В случае с переходной областью между разными типами дна эта неоднородность не удовлетворяет критерию сосредоточенности. Однако, как отмечено в работах [27, 28], интенсивное взаимодействие первой и второй моды ( $B_{12} \rightarrow \max$ ) происходит только в той части акустической трассы, где скорость звука в дне  $c_b$  примерно равна скорости звука в водном слое  $c_w$ , в остальных же частях трассы межмодовое взаимодействие пренебрежимо мало. С учетом этой особенности, рассматриваемую нами неоднородность можно считать сосредоточенной. Этим же можно объяснить и смещение зависимостей вдоль оси частот на рис. 2. Изменение ширины переходной области  $\Delta y$  приводит к изменению расстояния от источника звука до точки трассы, где  $c_b \approx c_w$ . При  $\Delta y = 600$  м эта точка находится на расстоянии 2090 м, при  $\Delta y = 4000$  м — на расстоянии 2600 м.

### Горизонтальная рефракция

В рамках исследования горизонтальной рефракции источник звука (Источник № 1) помещался в середине переходной области в точке с координатами  $x_s = 0$  м,  $y_s = 0$  м на глубине  $z_s = 15$  м. Анализ звукового поля проводился преимущественно в месте расположения вертикальной антенны (Антенна № 1), находящейся на расстоянии  $r = 10$  км от источника в точке  $x_A = 10000$  м,  $y_A = 0$  м (см. рис. 1).

При изучении горизонтальной рефракции наибольший интерес представляет диапазон ча-



**Рис. 4.** (а) – Зависимость групповой скорости, (б) – фазовой скорости и (в) – коэффициента затухания первой моды от частоты источника звука и скорости звука в дне.

стот до 100 Гц, где проявление этого эффекта максимально [10]. На этих частотах в рассматриваемом волноводе существует только одна энергонесущая мода, т.е. реализуется одномодовый режим. Зависимости групповой и фазовой скорости первой моды, а также ее коэффициента затухания от частоты излучения и скорости звука в дне приведены на рис. 4. Отметим, что групповая скорость  $V_{гр}$  на частотах 50–100 Гц имеет глобальный максимум (рис. 4а), который находится в той области, где скорость звука в дне  $c_b$  близка к скорости звука в воде  $c_w$ . Это тесно связано с присутствием минимума фазовой скорости  $V_{ф}$  в указанной области, что было показано в работе [10]. Там же было отмечено, что расположение точечного тонального излучателя в данной области приводит к горизонтальной рефракции.

Эффект горизонтальной рефракции для широкополосного сигнала можно продемонстрировать на примере распространения низкочастотного акустического импульса, смоделированного с помощью (7). Так как при уменьшении частоты излучения эффект рефракции становится более заметен, а поглощение дном существенно увели-

чивается (см. рис. 3в), для исследований был выбран диапазон частот 50–70 Гц, где потери при распространении звука еще не столь велики. Важно, что этот диапазон является наиболее значимым при сейсмоакустических исследованиях дна, так как в нем сосредоточена максимальная часть энергии пневмопушки [16].

На рис. 5 приведены нормированные на максимальное значение огибающие для импульса  $p(t)$  в полосе частот от 50 до 70 Гц в точках на расстояниях 100 м и 10 км от излучателя при распространении в направлении оси  $X$  и при фиксированном поперечном размере переходной области  $\Delta y = 2000$  м (см. формулу (10)). Видно, что в ходе распространения импульса его ширина по уровню 0.5 увеличивается в два раза (с 0.05 до 0.1 с), что обусловлено частотной зависимостью коэффициента затухания первой моды и ее внутримодовой дисперсией.

На рис. 6 представлены огибающие сигналов  $p(t)$  в логарифмическом масштабе,  $20 \lg(p_{envel}(t))$  дБ, для разных поперечных размеров переходной области  $\Delta y$ . Сигналы вычислены как в рамках метода модовых параболических уравнений, так и в

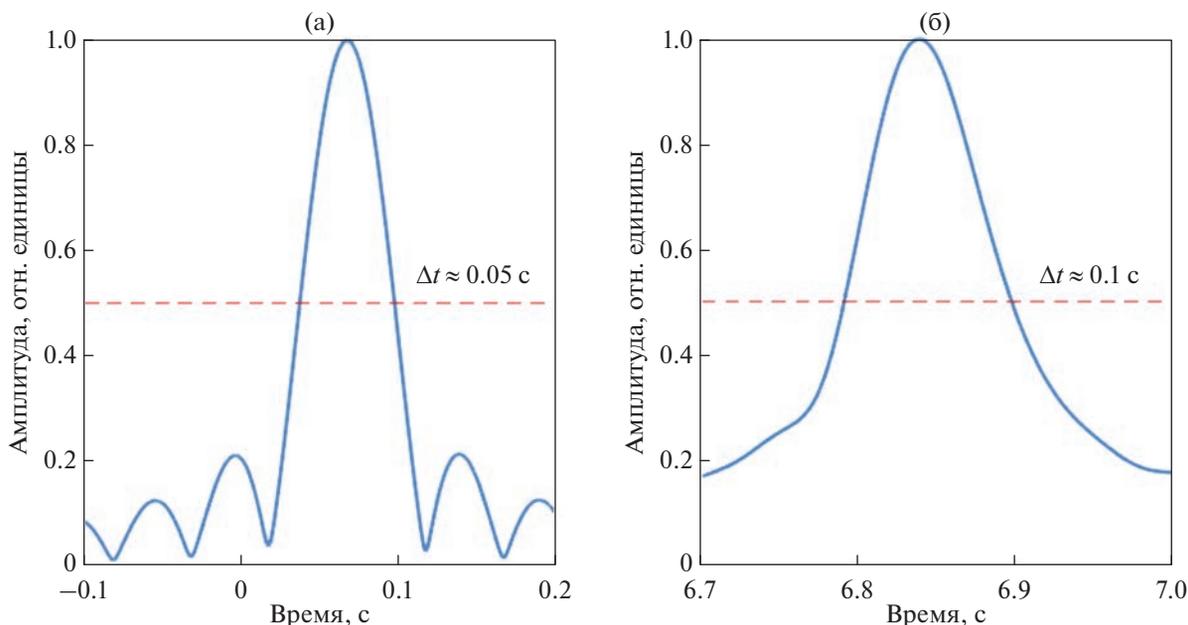


Рис. 5. Нормированные на максимальное значение огибающие импульса  $p(t)$  на расстоянии (а) – 100 м и (б) – 10000 м от излучателя вдоль прямой  $y = 0$ . Ширина переходной области  $\Delta y = 2000$  м.

приближении несвязных азимутов ( $N \times 2D$  приближение), когда горизонтальная рефракция не учитывается, а моделирование проводится независимо для отдельных вертикальных разрезов волновода. На основании рис. 6 можно сделать следующие выводы:

1) Максимальный уровень звукового давления, SPL (формула (8)), в низкочастотном импульсе увеличивается на величину до 65 дБ по сравнению с  $N \times 2D$  приближением за счет горизонтальной рефракции. Это обусловлено тем, что при распространении по изогнутой траектории импульс проходит над дном с меньшим затуханием звука. При этом влияние ширины переходной области  $\Delta y$  на величину SPL заметно лишь до определенных предельных значений  $\Delta y \approx 1.0$  км.

2) С уменьшением ширины  $\Delta y$  время распространения импульса увеличивается, что говорит о заметной горизонтальной рефракции. На расстоянии 10 км задержка времени прихода составляет 0.1 с для случая, когда ширина переходной области достигает  $\Delta y \approx 1.0$  км.

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ МЕЛКОВОДНОГО ВОЛНОВОДА КАРСКОГО МОРЯ

#### Параметры волновода

Для изучения проявлений межмодового взаимодействия и горизонтальной рефракции в условиях реалистичной модели волновода (рис. 7) с

неоднородной структурой дна был выбран мелководный район Карского моря примерно постоянной глубины ( $H = 28$  м), для которого известна трехмерная структура поля скорости звука в дне [6]. Оценка поля скорости звука в дне была проведена

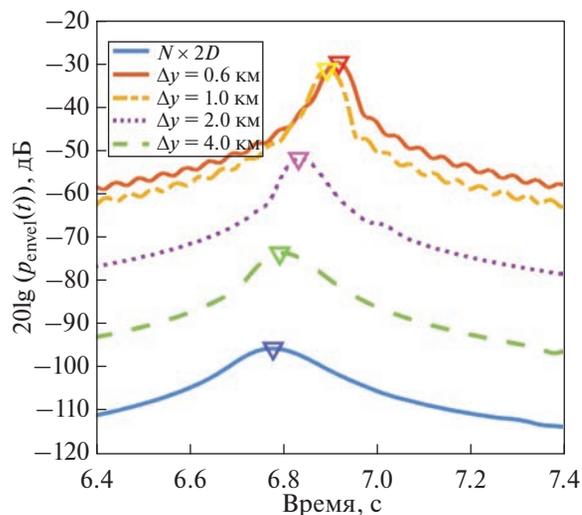
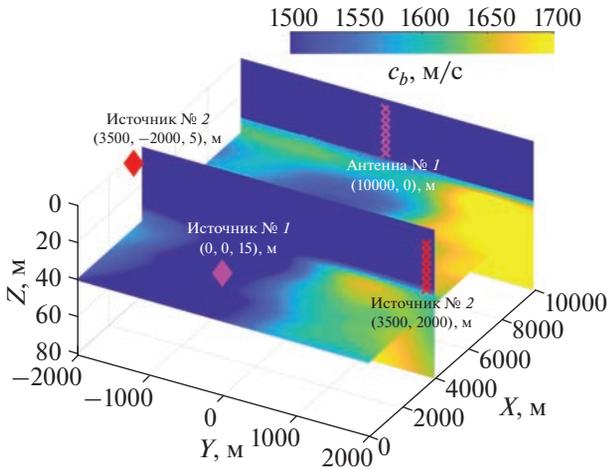


Рис. 6. Огибающие принимаемого сигнала  $p(t)$  в логарифмическом масштабе на расстоянии 10000 м от излучателя в точке расположения Антенны № 1 при разных поперечных размерах переходной области  $\Delta y$ . Нижняя синяя кривая рассчитана без учета горизонтальной рефракции в  $N \times 2D$  приближении. Треугольниками отмечены положения максимумов.



**Рис. 7.** Схема реалистичной модели волновода для одного из районов Карского моря с изображением трехмерной структуры скорости звука в дне и двух взаимно перпендикулярных акустических трасс: Источник № 1 – Антенна № 1 (изучение горизонтальной рефракции), Источник № 2 – Антенна № 2 (изучение межмодового взаимодействия).

геологами в рамках скоростного анализа данных инженерной 3D-сейсморазведки. Эти данные были получены в ходе экспериментов в осенний период, когда весь водный слой за счет перемешивания имел практически одинаковую температуру. Поэтому скорость звука в воде считалась постоянной и равной  $c_w = 1460$  м/с. Из рис. 7 видно, что скорость в дне  $c_b$  варьируется от 1460 м/с (синий цвет) до 1700 м/с (желтый цвет). Для достаточно протяженной области ( $8 \times 1.5$  км) скорость звука в дне  $c_b$  мало отличается от скорости звука в воде  $c_w$ , что может быть связано с наличием газонасыщенных осадков или водонасыщенных илистых отложений. Наибольшие градиенты скорости звука наблюдаются вдоль оси  $Y$ . Анализ результатов пробного бурения показал, что изменение плотности дна с глубиной незначительное, поэтому при численном моделировании было взято постоянное значение  $\rho_b = 1850$  кг/м<sup>3</sup>. Коэффициент затухания звука в осадках в Карском море принимался равным 0.33 дБ/λ.

*Взаимодействие мод*

Для анализа межмодового взаимодействия был выбран вертикальный разрез волновода вдоль оси  $Y$  при  $x = 3500$  м. Этот разрез показан отдельно на рис. 8а. Глубина источника звука составляет  $z_s = 5$  м. Длина акустической трассы –  $r = 4$  км. В отличие от идеализированной модели

волновода, которая была рассмотрена выше, здесь скорость звука в дне  $c_b$  не опускается ниже скорости звука в воде  $c_w$ . Кроме того, источник звука (Источник № 2) и приемная антенна (Антенна № 2) располагаются над акустически жестким дном. Эти два фактора предполагают наличие нескольких энергонесущих мод на частотах до 1 кГц.

Частотные зависимости амплитуд первых четырех мод, выделенных на Антенне № 2, приведены на рис. 8б. Можно заметить, что основной вклад в звуковое поле вносят 1-я, 2-я и 3-я моды, а их амплитуды демонстрируют значительные осцилляции в частотной области. Это является следствием межмодового взаимодействия. На рис. 8в представлены зависимости амплитуды первой моды от частоты для прямой (слева направо) и обратной (справа налево) ориентации акустической трассы. Как видно, период осцилляций сильно различается, что особенно заметно на частотах до 500 Гц.

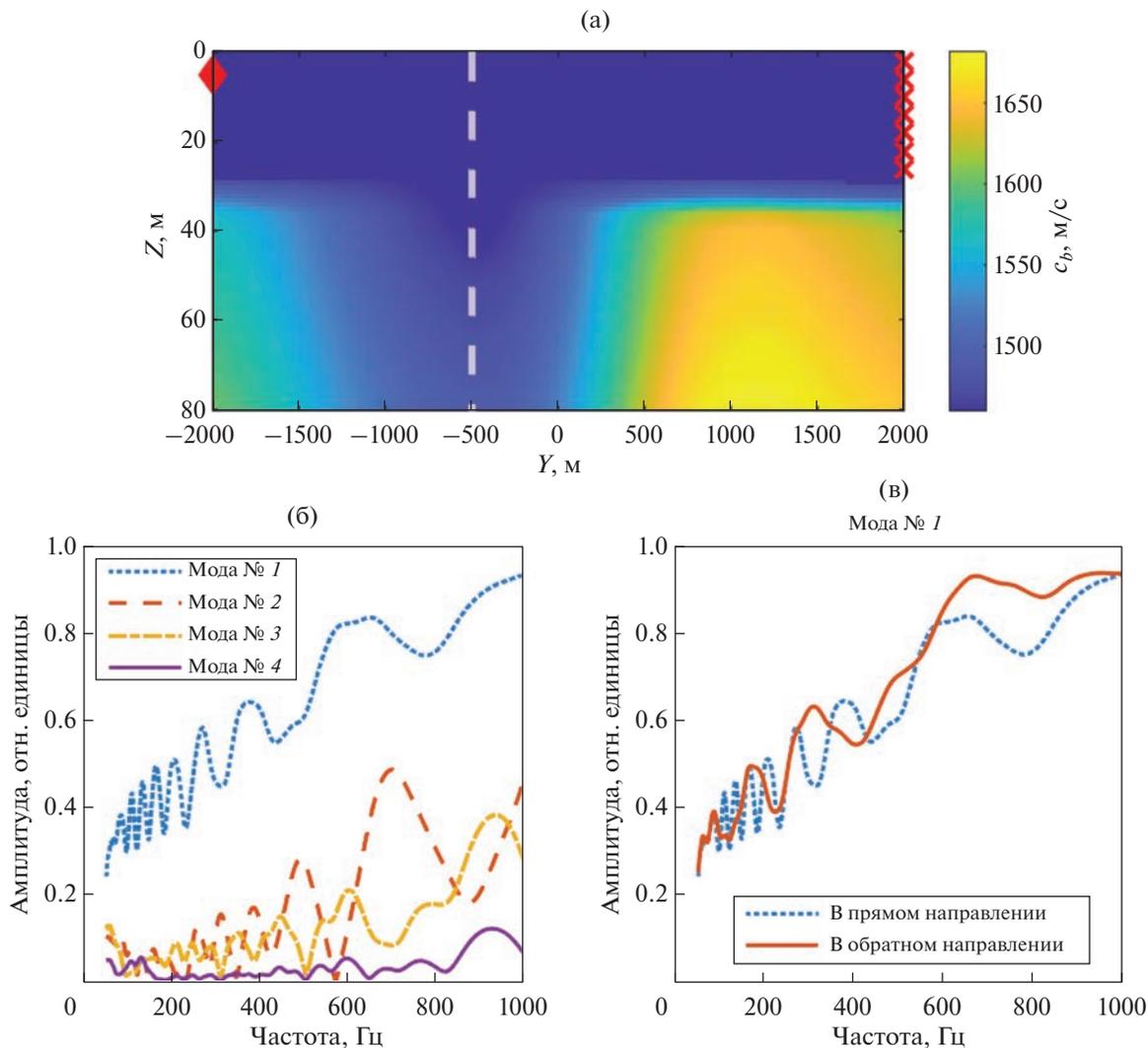
Область низкоскоростного дна находится примерно посередине акустической трассы ближе к источнику звука: минимум скорости звука в дне находится в месте, где  $y = -500$  м (рис. 8а). Как и в случае с идеализированной моделью дна, эту область можно рассматривать как сосредоточенную неоднородность. Ранее было показано [20], что в волноводе с постоянной скоростью звука в воде расстояние  $r_s$  от источника звука до сосредоточенной неоднородности прямо пропорционально числу максимумов  $L$  амплитуды первой моды, попадающих в фиксированный частотный диапазон, т.е.  $r_s \sim L$ . Эту особенность можно использовать для локализации неоднородности. Чтобы не решать задачу нахождения коэффициента пропорциональности между  $r_s$  и  $L$ , воспользуемся рис. 8в и следующим приемом. Обозначим  $L$  – число максимумов амплитуды моды при прямой ориентации трассы, а  $L'$  – при обратной. Расстояния от источника звука до неоднородности обозначим  $r_s$  и  $r'_s$ , соответственно, причем  $r_s + r'_s = r$  – длина акустической трассы. Тогда будет справедливо следующее соотношение  $\frac{r'_s}{r_s} = \frac{L'}{L}$  или

$$\frac{r - r_s}{r_s} = \frac{L'}{L},$$

из которого следует выражение для оценки расстояния до неоднородности

$$r_s = r \left( \frac{1}{1 + L'/L} \right).$$

Отношение  $\frac{L'}{L} \approx 2$  для частот до 500 Гц, что с учетом длины трассы  $r = 4000$  м дает значение расстояния от источника до неоднород-



**Рис. 8.** (а) – Скорость звука вдоль акустической трассы Источник № 2 – Антенна № 2, показанной на рис. 7 (белая штриховая линия обозначает положение минимума скорости звука в дне); (б) – частотная зависимость модовых амплитуд первых четырех мод на Антенне № 2; (в) – частотная зависимость амплитуды первой моды на расстоянии 4 км при распространении звука в прямом (слева направо) и обратном направлении (справа налево).

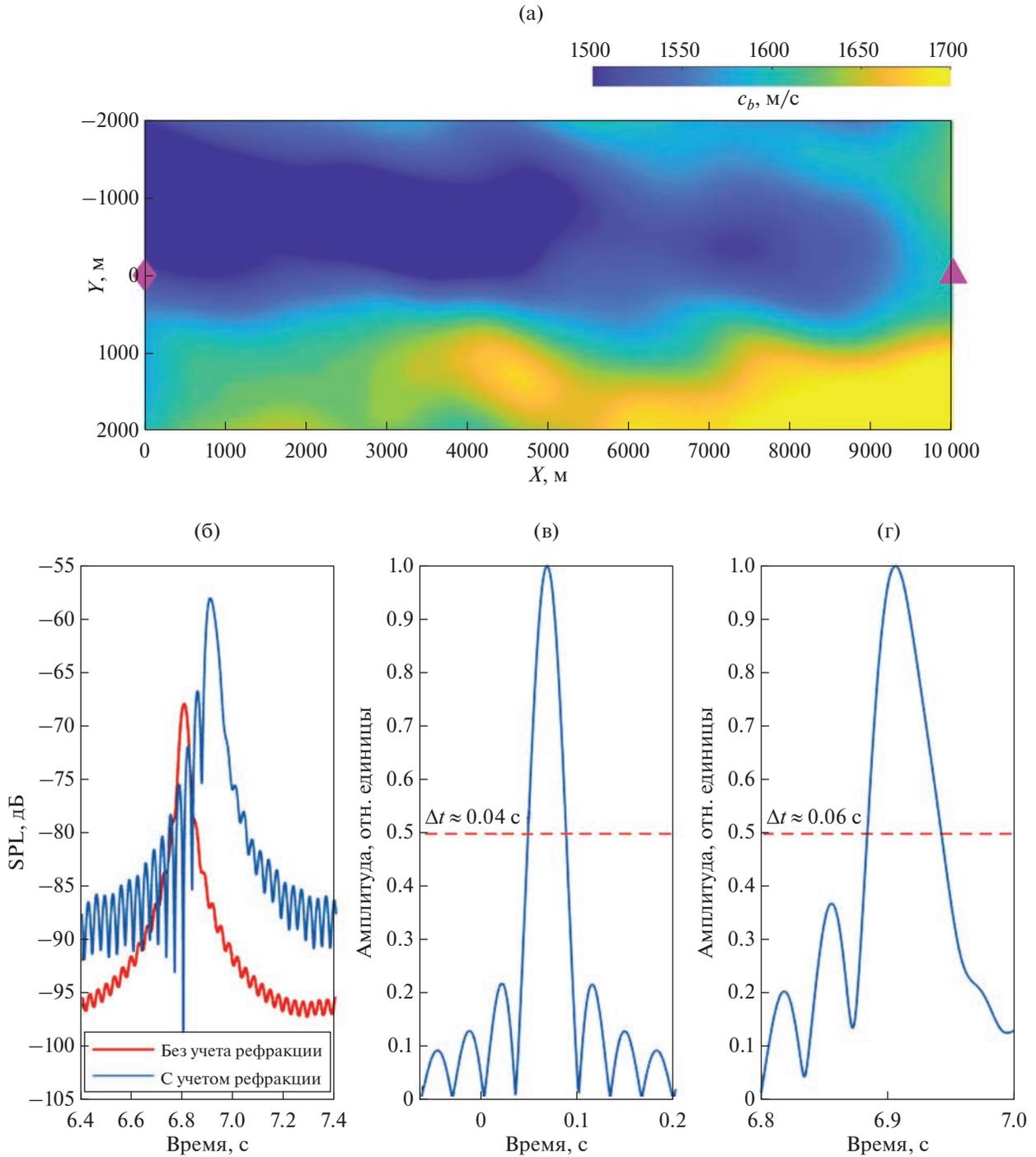
ности  $r_s \approx 1330$  м. Это значение с точностью до 170 м совпадает с положением минимума скорости звука в дне, которое отмечено вертикальной штриховой линией на рис. 8а.

### Горизонтальная рефракция

Для демонстрации горизонтальной рефракции источник звука (Источник № 1 на рис. 7) располагался в точке  $x_s = 0$  м,  $y_s = 0$  м,  $z_s = 15$  м, а вертикальная приемная антенна (Антенна № 1 на рис. 7) в точке  $x_A = 10000$  м,  $y_A = 0$  м. На рис. 9а показан горизонтальный разрез поля скорости звука в дне на глубине 14 м относительно границы вода/дно с указанием местоположения источника звука и антенны. Смоделированные импульс-

ные сигналы для диапазона частот от 35 до 65 Гц приведены на рис. 9б–9г. На этих частотах звуковое поле формируется только из одной энергонесущей моды.

Как и в случае идеализированного модельного волновода, в точке приема на расстоянии 10 км наблюдается повышение уровня звукового давления SPL (см. рис. 9б), рассчитанного с учетом горизонтальной рефракции, по сравнению с результатами моделирования без учета горизонтальной рефракции ( $N \times 2D$  приближение). Отличие уровней звукового давления составляет  $\Delta\text{SPL} \approx 11$  дБ. Задержка времени прихода импульсного сигнала примерно равна  $\Delta t = 0.1$  с. Указанные эффекты являются проявлениями горизонтальной рефракции.



**Рис. 9.** (а) – Горизонтальный разрез поля скорости звука в дне, показанном на рис. 7, по глубине 14 м относительно границы вода/дно (ромб показывает положение источника, треугольник – антенны); (б) – огибающие принимаемого сигнала  $p(t)$  в логарифмическом масштабе на расстоянии 10000 м от излучателя в точке расположения Антенны № 1 с учетом и без учета горизонтальной рефракции; (в)–(г) – нормированные на максимальное значение огибающие сигнала  $p(t)$  на расстоянии 100 м и 10 км вдоль оси  $X$ .

Рис. 9в и 9г показывают, как изменяется длительность импульса при распространении по акустической трассе. Ширина импульса по уров-

ню 0.5 на расстоянии 10 км возрастает в 1.5 раза по сравнению с импульсом на расстоянии 100 м от источника.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью численного моделирования для двух моделей мелководных волноводов с неоднородным дном и постоянной глубиной выявлены особенности широкополосных звуковых полей, связанные с эффектами межмодового взаимодействия и горизонтальной рефракции. Показано, что области, где скорость звука в дне близка к скорости звука в воде, ведут себя как сосредоточенные неоднородности, на которых происходит взаимодействие мод, проявляющееся в заметных осцилляциях модовых амплитуд в частотной области. Анализ периода осцилляций на частотах более 100 Гц позволяет проводить локализацию этих областей на стационарных акустических трассах. Горизонтальная рефракция приводит к увеличению амплитуды низкочастотного (ниже 100 Гц) импульса на 10 и более дБ и дополнительной задержке времени прихода на 0.1 с по сравнению с аналогичным однородным волноводом.

Результаты работы могут быть важны для локализации областей с низкой скоростью звука в дне, а также в задачах пеленгации подводных акустических источников. Они позволят с большой надежностью определить границы безопасных зон для морских млекопитающих в местах проведения сейсморазведки на Арктическом шельфе.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-72-10121, <https://rscf.ru/project/22-72-10121/>.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куперман У., Енсен Ф. Акустика дна океана. М.: Мир, 1984. 456 с.
2. Chapman R., Shang Ch. Review of Geoacoustic Inversion in Underwater Acoustics // J. Theor. Comput. Acoust. 2021. V. 29. № 3. P. 2130004.
3. Ballard M.S., Becker K.M., Goff J. Geoacoustic Inversion for the New Jersey Shelf: 3-D Sediment Model // IEEE J. Ocean. Eng. 2010. V. 35. № 1. P. 28–42.
4. Bonnel J., Lin Y.-T., Eleftherakis D., Goff J., Dosso S., Chapman R., Miller J., Potty G. Geoacoustic inversion on the New England Mud Patch using warping and dispersion curves of high-order modes // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. № 5. P. EL405–EL411.
5. Belcourt J., Holland C.W., Dosso S.E., Dettmer J., Goff J.A. Depth-dependent geoacoustic inferences with dispersion at the New England Mud Patch via reflection coefficient inversion // IEEE J. Ocean Eng. 2019. V. 45. № 1. P. 69–91.
6. Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терёхина Я.Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 342–358.
7. Ballard M.S., Lin Y.T., Lynch J.F. Horizontal refraction of propagating sound due to seafloor scours over a range-dependent layered bottom on the New Jersey shelf // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 131. № 4. P. 2587–2598.
8. Liu D., Li Z., Wang G., Liu Y. Sound propagation with undulating bottom in shallow water // J. Marine Science and Engineering. 2021. V. 9. № 9. P. 1010.
9. Petrov P.S., Petrova T.N. Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a sea with an underwater canyon // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 4. P. EL281–EL287.
10. Lunkov A., Sidorov D., Petnikov V. Horizontal refraction of acoustic waves in shallow-water waveguides due to an inhomogeneous bottom structure // J. Marine Science and Engineering. 2021. V. 9. № 11. P. 1269.
11. Petnikov V.G., Grigorev V.A., Lunkov A.A., Sidorov D.D. Modeling underwater sound propagation in an Arctic shelf region with an inhomogeneous bottom // J. Acoust. Soc. Am. 2022. V. 151. № 4. P. 2297–2309.
12. Komissarov A.A., Makarov D.V., Kholmogorov A.O., Shakirov R.B. Low-frequency sound propagation in an underwater waveguide with a giant gassy pockmark // J. Marine Science and Engineering. 2023. V. 11. № 1. P. 211.
13. Gulin O.E., Yaroshchuk I.O. On average losses of low-frequency sound in a two-dimensional shallow-water random waveguide // J. Marine Science and Engineering. 2022. V. 10. № 6. P. 822.
14. Рутенко А.Н., Гаврилевский А.В., Ковзель Д.Г., Коротченко Р.А., Путов В.Ф., Соловьев А.А. Мониторинг сейсмоакустических сигналов и антропогенных шумов на шельфе о. Сахалин // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 2. С. 248–257.
15. Волков М.В., Григорьев В.А., Жилин И.В., Луньков А.А., Петников В.Г., Шатравин А.В. Мелководный акустический волновод арктического типа как канал для передачи информации при звукоподводной связи // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 676–681.
16. Uzhangsky E., Gadol O., Lang G., Katsnelson B., Copel S., Kazaz T., Makovsky Y. Geoacoustic estimation of the seafloor sound speed profile in deep passive margin setting using standard multichannel seismic data // J. Marine Science and Engineering. 2021. V. 9. № 12. P. 1423.
17. Рутенко А.Н., Боровой Д.И., Гриценко В.А., Петров П.С., Ущиновский В.Г. Мониторинг акустического поля сейсморазведочных импульсов в прибрежной зоне // Акуст. журн. 2012. Т. 58, № 3. С. 356–369.
18. Sturm F. Numerical study of broadband sound pulse propagation in three-dimensional oceanic waveguides // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 3. P. 1058–1079.
19. Lin Y.T., Newhall A.E., Miller J.H., Potty G.R., Vigness-Raposa K.J. A three-dimensional underwater sound propagation model for offshore wind farm noise prediction // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. № 5. P. EL335–EL340.
20. Луньков А.А., Шерменева М.А. Взаимодействие мод на сосредоточенной неоднородности в мелководном акустическом волноводe в широкой полосе частот // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 5. С. 510–519.
21. Григорьев В.А., Луньков А.А. Взаимодействие мод на киле торося в широкой полосе частот // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 4. С. 453–364.

22. *Collins M.D., Westwood E.K.* A higher-order energy-conserving parabolic equation for range-dependent ocean depth, sound speed, and density // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 89. № 3. P. 1068–1075.
23. *Collins M.D.* The adiabatic mode parabolic equation // *J. Acoust. Soc. Am.* 1993. V. 94. № 4. P. 2269–2278.
24. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* *Fundamentals of Shallow Water Acoustics.* Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London, 2012.
25. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т. 2: Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. М.: Наука, 2009. 426 с.
26. *Collins M.* Generalization of the Split-step Pade solution // *J. Acoust. Soc. Am.* 1994. V. 96. № 1. P. 382–385
27. *Lunkov A.A., Volkov M.V., Petnikov V.G., Grigoriev V.A.* Normal mode coupling in a waveguide with a range-dependent sound speed profile in the bottom // 2019 Days on Diffraction (DD), St. Petersburg, Russia. 2019. P. 117–120.
28. *Grigor'ev V.A., Lunkov A.A., Petnikov V.G.* Effect of sound-speed inhomogeneities in sea bottom on the acoustic wave propagation in shallow water // *Physics of Wave Phenomena.* 2020. V. 28(3). P. 255–266.

## СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОКЕАНЕ, ОСНОВАННЫЕ НА ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИИ В ВИДЕ СУПЕРПОЗИЦИИ МОД

© 2023 г. А. Г. Тыщенко<sup>а, \*</sup>, С. Б. Козицкий<sup>а</sup>, М. С. Казак<sup>а</sup>, П. С. Петров<sup>а, b, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт  
им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская, 43, Владивосток, 690041 Россия

<sup>б</sup>Bergische Universität Wuppertal, Gaußstraße, 20, Wuppertal, 42119 Germany

\*e-mail: tyshchenko.ag@poi.dvo.ru

\*\*e-mail: petrov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 31.03.2023 г.

После доработки 27.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Представлен обзор современных методов моделирования акустических полей, основанных на их представлении в виде суперпозиции нормальных волн (акустических мод). В основе большинства описанных методов лежит подход к расчету модовых амплитуд с использованием параболических уравнений различного типа, как узкоугольных, так и широкоугольных. Рассматриваются также двумерные методы расчета акустических полей, к которым редуцируются указанные трехмерные подходы при отсутствии зависимости поля и параметров среды от одной из горизонтальных координат. Обсуждаются вопросы расчета как тональных акустических полей, так и импульсных звуковых сигналов. Рассмотрен ряд численных примеров, в которых такие расчеты выполняются с учетом трехмерных эффектов распространения звука. Впервые в рамках данного подхода выполнен расчет колебательных ускорений в точках приема импульсного сигнала, а также расчет плотности потока энергии векторного поля.

*Ключевые слова:* акустика океана, акустические моды, метод параболического уравнения, моделирование распространения звука

DOI: 10.31857/S0320791923600373, EDN: QQLCBK

### ВВЕДЕНИЕ

Моделирование трехмерных акустических полей в океане составляет одно из наиболее важных направлений исследований в подводной акустике [1, 2]. В настоящее время трудно себе представить ситуации и приложения, в которых было бы достаточно одних лишь данных натуральных измерений. Математическое моделирование и экспериментальные исследования являются дополняющими друг друга компонентами, позволяющими достичь комплексного и всестороннего понимания физических процессов и механизмов, связанных с распространением звука в тех или иных практических задачах и перейти от параметров акустических полей в точках, где расположены опорные гидрофоны, к их распределениям в пространстве и времени.

Методы моделирования распространения звука, основанные на модовом представлении акустического поля [3–5], а также основанные на них прикладные программы для выполнения

конкретных расчетов [6] известны с самых первых этапов развития теоретической и вычислительной акустики океана. Данное представление является, по-видимому, наиболее естественным, в частности, для низкочастотных акустических полей (соответствующих частотам до 1 кГц) в мелком море. Оно обеспечивает не только количественное, но и качественное описание процессов распространения звука, т.е. позволяет судить о физике связанных с ним явлений и дает аппарат для их анализа и понимания. Этим методы, основанные на модовом представлении поля, выгодно отличаются, например, от подходов, основанных на решении трехмерных параболических уравнений или же методов прямого численного решения волнового уравнения или уравнения Гельмгольца с помощью конечных разностей и конечных элементов. Заслуженной популярностью среди специалистов по акустике океана пользуются такие программы, как COUPLE [5, 6], Kraken [6, 7] и Orca [6, 8], позволяющие, во-первых,

рассчитывать непосредственно акустические моды волноводов, и, во-вторых, вычислять акустические поля через их представление в виде суперпозиций этих мод. Эти программы, однако, разработаны во времена, когда использовались в основном двумерные модели распространения звука, и, во-первых, отсутствовало понимание того, насколько важны трехмерные эффекты, а также, во-вторых, вычислительные мощности в любом случае были недостаточными для решения трехмерных задач.

Последние 20 лет авторы настоящей работы работают над разработкой и реализацией методов расчета звуковых полей, основанных на их представлении в виде суперпозиции мод, и ориентированных, прежде всего, на решение трехмерных задач. Данные работы начались с публикаций Трофимова [9, 10], посвященных выводу и решению модовых параболических уравнений (МПУ), т.е. параболических уравнений для модовых амплитуд. Простейший вариант МПУ впервые предложен в работе Коллинза [11] (отметим еще развитие этого подхода в более поздней работе [12]), однако, как представляется авторам, именно подход, предложенный Трофимовым, позволил сделать из этого весьма экзотического уравнения мощный вычислительный инструмент. Его конечным воплощением стали комплексы программ MPE (Modal Parabolic Equation, узкоугольные МПУ с взаимодействием мод) и AMPLE (Ample Modal Parabolic Equation, псевдодифференциальные МПУ), хотя, разумеется, их реализация стала возможной лишь после существенно-го развития теоретических и численных методов по сравнению с тем, что было сделано в [9]. Проведенные с тех пор исследования позволили сделать практически неограниченной апертуру МПУ в горизонтальной плоскости [13], сделать возможным их решение в криволинейных координатах [14], а также, что особенно важно на практике, разработать методы их решения, позволяющие использовать шаги дискретизации, существенно превышающие длину волны. Важно также отметить и другие вопросы, связанные с численным решением МПУ, например, искусственное ограничение расчетной области и постановку начальных условий, обеспечивающих, с одной стороны, достаточную апертуру решения и, с другой стороны, не требующих дополнительных ограничений на шаги сетки [13].

Заметим, что комплексы программ на основе МПУ изначально были ориентированы на расчет нестационарных звуковых полей, а также акустической экспозиции, отображающей степень акустического воздействия на некоторую точку пространства, называемой в иностранной литературе Sound Exposure Level (SEL), связанной с распро-

странением импульсных сигналов, и обычно необходимой для мониторинга антропогенных акустических шумов [15, 16]. Поскольку сами по себе МПУ аппроксимируют решение уравнения Гельмгольца, расчет временных рядов и полей, подобных SEL, в рамках данного подхода может быть осуществлен только методом Фурье-синтеза после моделирования распространения отдельных тональных компонент. Данное усложнение не существенно с теоретической точки зрения, однако накладывает дополнительные ограничения на время расчета звукового поля на каждой фиксированной частоте (нам представляется, в частности, что этот факт исключает использование в практических задачах методов, основанных на трехмерных параболических уравнениях). В данной работе мы впервые приводим тестовые расчеты, подтверждающие возможность моделирования импульсных сигналов с использованием МПУ.

Отметим еще, что в настоящее время вновь приобретают актуальность вопросы моделирования векторных акустических полей в океане. Они имеют важное значение в связи с задачами оценки влияния антропогенных акустических шумов на морскую фауну, а также и в методах геоакустической инверсии [17], обнаружения и отслеживания подводных объектов, например, средствами акустической голографии [18]. В последних вариантах программных комплексов MPE и AMPLE добавлена возможность расчета полей колебательных скоростей и ускорений, а также векторного поля плотности потока акустической энергии.

Параллельно с развитием этих вычислительных инструментов, основанных на МПУ, развивались и методы решения модельных задач, основанные на модовом представлении акустического поля и различных способах аналитического расчета коэффициентов разложения — модовых амплитуд. Оказалось, что существует много случаев, когда модовые амплитуды могут быть рассчитаны аналитически путем решения уравнений горизонтальной рефракции (например, с использованием теории специальных функций) или соответствующих параболических уравнений [19, 20]. Данные методы полезны, с одной стороны, для качественного понимания и анализа физических процессов (поскольку устанавливают прямые аналитические связи между параметрами волновода и формирующимися в нем акустическими полями). С другой стороны, аналитические решения играют важную роль в тестировании численных методов решения задач акустики океана.

Данная работа имеет целью обзор и обобщение всех результатов, относящихся к методам моделирования распространения звука в океане, основанным на модовом представлении акустиче-

ских полей, полученным авторами за последние 10 лет. Кроме этого, в работе впервые рассмотрены расчеты векторных полей в рамках данного подхода, а также выполнена верификация разработанных нами методов в задачах моделирования распространения импульсных акустических сигналов.

### МОДОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛЯ И УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МОДОВЫХ АМПЛИТУД В ОБЩЕМ ВИДЕ

В этом разделе мы приводим основные уравнения, связанные с модовым представлением акустических полей в трехмерных нерегулярных волноводах. Мы также представим два основных способа векторизации данных уравнений, которые затем будут использоваться нами на всем протяжении данной работы.

Акустическое поле, формируемое точечным тональным источником звука частоты  $f$  в океане, в линейном приближении удовлетворяет трехмерному уравнению Гельмгольца

$$P_{xx} + P_{yy} + P_{zz} + \frac{\omega^2}{c^2} P = -\delta(x)\delta(y)\delta(z - z_s), \quad (1)$$

где  $\omega = 2\pi f$  — циклическая частота,  $c = c(x, y, z)$  — скорость звука, а нижние индексы  $x, y, z$  означают частные производные по соответствующим переменным (мы будем повсеместно использовать это обозначение далее). Уравнение записано в обычной трехмерной декартовой координатной системе, где ось  $z$  соответствует глубине, поверхность моря описывается уравнением  $z = 0$ , а  $x, y$  суть горизонтальные координаты. При этом источник звука мы считаем расположенным в точке  $(0, 0, z_s)$ .

В настоящей работе решение уравнения Гельмгольца будет рассматриваться в области  $z \in [0, H]$ , где  $z = H$  представляет собой некоторую искусственную границу расчетной области. При этом на поверхности моря и на этой границе мы ставим условия Дирихле

$$P(x, y, 0) = 0, \quad P(x, y, H) = 0, \quad (2)$$

отмечая, однако, что последнее может быть с тем же успехом заменено на нулевое условие Неймана. Мы будем также предполагать, что внутри слоя  $z \in [0, H]$  может находиться несколько границ раздела сред, имеющих форму гладких поверхностей  $z = h(x, y)$  (для простоты и без ограничения общности мы будем считать, что такая поверхность только одна), на которых может иметь место скачок значений скорости звука и плотности. Мы будем предполагать выполнение обычных для таких границ условий непрерывно-

сти акустического давления и колебательной скорости:

$$P|_{z=h+0} = P|_{z=h-0}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} P_z \right) \Big|_{z=h+0} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} P_z \right) \Big|_{z=h-0}, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность среды, а  $z = h \pm 0$  означают пределы значений соответствующей величины при стремлении  $z$  к  $h(x, y)$  сверху и снизу.

Можно показать, что краевая задача для уравнения (1) с краевыми условиями (2) и условиями на границе раздела (3) имеет единственное решение, если дополнительно потребовать выполнения обобщенных парциальных условий излучения Свешникова (а также считать, что вне достаточно большого цилиндра  $r = \sqrt{x^2 + y^2} > r_{\max}$  волновод является регулярным, т.е. что его параметры не зависят от  $(x, y)$  при  $r > r_{\max}$ ).

В реальных условиях, характерных для приложений акустики океана, прямое решение рассмотренной выше краевой задачи путем использования метода конечных элементов (МКЭ) или метода конечных разностей (МКР) представляется невозможным и уж во всяком случае непрактичным. Действительно, при прямых дискретизациях уравнения (1) необходимо разрешать отдельные волны, так что количество точек сетки, на которой вычисляется решение, должно по крайней мере в 10 раз превышать размеры области в длинах волн по каждой из пространственных координат. В случае областей, протяженных на десятки или даже сотни километров по горизонтали, ресурсы, необходимые для прямого вычисления решения с использованием МКЭ/МКР, находятся далеко за рамками возможностей современных компьютеров (а также компьютеров сколько-нибудь обозримого будущего). По этой причине необходима предварительная аналитическая работа, направленная на упрощение краевой задачи для уравнения (1) путем исключения из рассмотрения несущественных с точки зрения физики эффектов.

#### Акустические моды

Определим акустические моды  $\varphi_j(z)$  как решения задачи Штурма—Лиувилля вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \varphi_j}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varphi_j = k_j^2 \varphi_j, \\ \varphi_j|_{z=0} = 0, \\ \varphi_j|_{z=h-0} = \varphi_j|_{z=h+0}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{d\varphi_j}{dz} \Big|_{z=h-0} = \frac{1}{\rho} \frac{d\varphi_j}{dz} \Big|_{z=h+0}, \\ \varphi_j|_{z=H} = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

со спектральным параметром  $k_j^2$ , вычисленные при фиксированной паре значений  $(x, y)$ , т.е. в некотором заданном сечении слоя  $z \in [0, H]$ , в котором решается задача, вертикальной прямой. Ввиду зависимости решений задачи (4) от выбора  $x, y$  имеет место параметрическая зависимость ее решений  $\varphi_j(z) = \varphi_j(z, x, y)$  и  $k_j = k_j(x, y)$  от горизонтальных координат. При этом величина  $k_j$  называется обычно горизонтальным волновым числом акустической моды. В нашей постановке задача (4) имеет счетное число вещественных решений, которые мы будем считать пронумерованными по убыванию  $k_j^2$  (либо вещественной части  $k_j^2$ , если поглощение звука в среде учитывается через мнимую добавку к скорости звука). Отметим, что лишь конечное число  $k_j^2$  будет положительно. Соответствующие акустические моды называются распространяющимися.

Собственные функции мод  $\varphi_j$  для любой пары значений  $(x, y)$  образуют полную ортогональную систему функций в данном вертикальном сечении волновода. Мы будем считать данную систему нормированной относительно взвешенного скалярного произведения в пространстве  $L^2_\rho [0, H]$ , т.е. предположим, что

$$\int_0^H \frac{\varphi_j(z, x, y) \varphi_\ell(z, x, y)}{\rho(z)} dz = \delta_{j\ell}. \quad (5)$$

*Модовое представление поля*

Поскольку при любых фиксированных  $(x, y)$  модовые функции  $\varphi_j$  образуют полную ортонормированную систему, вертикальный разрез поля акустического давления  $P(x, y, z)$  может быть представлен в виде ряда по модам. На практике, разумеется, всегда ограничиваются частичной суммой ряда

$$P(x, y, z) = \sum_{m=1}^M A_m(x, y) \varphi_m(z, x, y), \quad (6)$$

включающей в себя первые  $M$  распространяющихся мод (т.е. таких, что  $k_m^2 > 0$ ). Коэффициенты  $A_m(x, y)$  в разложении (6) при этом называются модовыми амплитудами.

Подставляя разложение (6) в уравнение (1) и проектируя обе части равенства последовательно на все моды  $\varphi_n, n = 1, \dots, M$ , можно получить систему уравнений

$$\begin{aligned} A_{n,xx} + A_{n,yy} + k_n^2 A_n + \sum_{m=1}^N (V_{mn} - V_{nm}) A_{m,x} + \\ + \sum_{m=1}^N (W_{mn} - W_{nm}) A_{m,y} + \sum_{m=1}^N U_{mn} A_m = \\ = -\delta(x) \delta(y) \varphi_n(z_s, 0, 0), \end{aligned} \quad (7)$$

где коэффициенты взаимодействия мод определяются по формулам

$$\begin{aligned} V_{mn} &= \int_0^H \frac{1}{\rho} \varphi_{m,x} \varphi_n dz, & W_{mn} &= \int_0^H \frac{1}{\rho} \varphi_{m,y} \varphi_n dz, \\ U_{mn} &= \int_0^H \frac{1}{\rho} (\varphi_{m,xx} + \varphi_{m,yy}) \varphi_n dz. \end{aligned}$$

Отметим, что во многих источниках указывается, что, например  $V_{mn} - V_{nm} = 2V_{mn}$  (т.е. что матрицы, составленные из элементов  $V_{mn}$  или, аналогично,  $W_{mn}$  кососимметричны). Данное, утверждение, однако не соответствует действительности, как показано в работах [21, 22].

Введем векторно-матричную форму записи связанных уравнений для модовых амплитуд, объединив все скалярные уравнения и введя векторнозначную неизвестную функцию  $\mathbf{a}(x, y) = (A_1, A_2, \dots, A_M)^T$  (здесь  $(\cdot)^T$  означает транспонирование и показывает, что  $\mathbf{a}$  есть вектор-столбец). Система уравнений (7) в этих обозначениях эквивалентна одному уравнению

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{,xx} + \mathbf{a}_{,yy} + \mathbf{K}^2 \mathbf{a} + \mathbf{V} \mathbf{a}_x + \mathbf{W} \mathbf{a}_y + \mathbf{U} \mathbf{a} = \\ = -\delta(x) \delta(y) \tilde{\varphi}(z_s), \end{aligned} \quad (8)$$

где матрицы  $\mathbf{V}(x, y), \mathbf{W}(x, y), \mathbf{U}(x, y)$  определены соотношениями  $\mathbf{V}_{mn} = V_{mn} - V_{nm}, \mathbf{W}_{mn} = W_{mn} - W_{nm}, \mathbf{U}_{mn} = U_{mn}$ , а матрица  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_M)$  (диагональная матрица, составленная из горизонтальных волновых чисел, т.е. такая, что  $\mathbf{K}_{mn} = \delta_{mn} k_m$ ). Вектор-столбец в правой части уравнения (8) имеет вид

$$\tilde{\varphi}(z_s) = (\varphi_1(z_s, 0, 0), \varphi_2(z_s, 0, 0), \dots, \varphi_M(z_s, 0, 0))^T.$$

Данная работа посвящена обзору современных методов решения уравнения (8), в частности, развитых за последнее время в работах [13, 21, 23–25]. Заметим, что в рамках данной статьи мы стандартизировали обозначения (которые несколько различались в наших прошлых работах), что позволит читателю отследить взаимосвязи описанных далее методов. Как правило, мы будем использовать строчные полужирные буквы для обозначения вектор-функций, а прописные полужирные – для матриц-функций (матриц, элементы которых являются функциями).

## ДВУМЕРНЫЕ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

В этом разделе мы рассматриваем два различных метода расчета двумерных акустических полей, основанных на их модовом представлении. Таких методов на самом деле, разумеется, гораздо больше. Например, широко используемые комплексы программ Kraken и COUPLE в своей основе имеют разбиение волновода на набор регулярных сегментов, которое, в частности, предполагает аппроксимацию батиметрического профиля вдоль трассы ступенчатой функцией. Следует отметить также уравнения для модовых амплитуд, полученные в важной работе Година [26], а также уравнения из классической монографии [1]. Мы, тем не менее, ограничимся описанием двух методов из работ [23, 24]. Выбор этот не случаен, так как описанные в следующем разделе методы расчета трехмерных акустических полей редуцируются к векторизованному методу ВКБ, описанному ниже.

### Модели с учетом обратного рассеяния (уравнения погружения)

В двумерном случае, когда параметры задачи не зависят от переменной  $y$ , уравнение (8) принимает вид

$$\mathbf{a}_{xx} + \mathbf{K}^2 \mathbf{a} + \mathbf{V} \mathbf{a}_x + \mathbf{U} \mathbf{a} = -\delta(x) \tilde{\varphi}(z_s), \quad (9)$$

где, по-прежнему, матрицы  $\mathbf{V}(x)$ ,  $\mathbf{W}(x)$ ,  $\mathbf{U}(x)$  определены соотношениями  $\mathbf{V}_{mn} = V_{mn} - V_{nm}$ ,  $\mathbf{W}_{mn} = W_{mn} - W_{nm}$ ,  $\mathbf{U}_{mn} = U_{mn}$ , а матрица  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_M)$  (диагональная матрица, составленная из горизонтальных волновых чисел, т.е. такая, что  $\mathbf{K}_{mn} = \delta_{mn} k_m$ ). Следуя работе [24] без ограничения общности предположим, что источник сигнала расположен в точке  $x = L = 0$ , и рассмотрим задачу о падении генерируемого им тонального сигнала на слой  $[L_0, L]$ , находящийся слева от него.

Задача расчета поля в таком волноводе может быть сведена к вспомогательной матричной краевой задаче [24]

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{dx^2} + \mathbf{V}(x) \frac{d}{dx} \right) \mathbf{A}(x, L) + \\ & + \left( \mathbf{K}^2(L) + \mathbf{U}(L) \right) \mathbf{A}(x, L) = 0, \\ & \frac{\partial \mathbf{A}(L_0, L)}{\partial x} + i\mathbf{K}_0 \mathbf{A}(L_0, L) = 0, \\ & \frac{\partial \mathbf{A}(L, L)}{\partial x} - i\mathbf{K}_0 \mathbf{A}(L, L) = -\mathbf{E}. \end{aligned} \quad (10)$$

Столбцы неизвестной матрицы  $\mathbf{A}(x, L)$ , которую мы на время будем считать параметрически зависящей от положения правой границы нерегуляр-

ного участка волновода, суть  $M$  векторов-столбцов  $\mathbf{a}_m$ , каждый из которых представляет собой решение задачи рассеяния  $m$ -й нормальной моды на данном нерегулярном участке.

Решение уравнения (9) связано с решением задачи (10) соотношением

$$\mathbf{a}(x) = 2i\mathbf{K}_0 \mathbf{A}(x) \tilde{\varphi}(z_s), \quad (11)$$

поскольку при решении (10) одновременно решается задача рассеяния каждой из  $M$  мод на нерегулярном участке волновода, а каждый столбец результирующей матрицы  $\mathbf{A}(x)$  соответствует рассеянию одной из них. Формула (11) соответствует представлению поля точечного источника в виде линейной комбинации возбуждаемых им мод.

Пользуясь методом инвариантного погружения [24], мы сводим матричную краевую задачу (10) к паре вспомогательных задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (с матричнозначной неизвестной функцией). Первая задача Коши служит, собственно, для определения матрицы  $\mathbf{A}(x; L)$ , которая удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{A}(x, L)}{\partial L} = & \mathbf{A}(x, L) [\mathbf{V}(L) + i\mathbf{K}_0 + \\ & + (-\mathbf{V}(L) + i\mathbf{K}_0) i\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}^2(L) + \mathbf{U}(L)] \mathbf{A}_L \end{aligned} \quad (12)$$

и начальному условию

$$\mathbf{A}(x, L)|_{L=x} = \mathbf{A}(x, x) = \mathbf{A}_x. \quad (13)$$

В этих соотношениях, по определению,  $\mathbf{A}(L, L) \equiv \mathbf{A}_L(L)$ . Данная функция, необходимая для решения (12), находится путем решения задачи Коши для уравнения Риккати

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{A}_L}{dL} = & \mathbf{A}_L \left[ -(\mathbf{V}(L) + i\mathbf{K}_0) i\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}^2(L) + \mathbf{U}(L) \right] \mathbf{A}_L + \\ & + \mathbf{A}_L i\mathbf{K}_0 + i\mathbf{K}_0 \mathbf{A}_L + \mathbf{A}_L \mathbf{V}(L) - \mathbf{E} \end{aligned} \quad (14)$$

с начальным условием

$$\mathbf{A}_{L_0} = \mathbf{A}(L_0, L_0) = (2i\mathbf{K}_0)^{-1}. \quad (15)$$

Метод инвариантного погружения позволяет учитывать обратное рассеяние звука, причем матричный коэффициент можно рассчитать по формуле

$$\mathbf{R}(L) = 2i\mathbf{K}_0 \mathbf{A}_L - \mathbf{E}. \quad (16)$$

Элемент матрицы  $\mathbf{R}_{mn}$  соответствует доле акустической энергии, приходящейся на  $m$ -ую моду в отраженном от неоднородного участка поле, полученном при рассеянии на нем  $n$ -ой моды.

Заметим, что (12) и (14) вместе образуют систему уравнений метода инвариантного погружения (или, коротко, уравнения погружения) [27]. Дан-

ный метод позволит полностью учитывать обратное рассеяние, не требуя при этом решения краевых задач для эллиптических уравнений (для обоих уравнений погружения ставится задача Коши, которая может быть решена элементарными средствами, например, методами Рунге-Кутты). Недостатком метода является то, что при решении уравнения (12) приходится выбирать сетку таким образом, чтобы хорошо разрешались отдельные волны. Это обстоятельство существенным образом ограничивает его применимость на практике. Данный недостаток лишен, однако, рассмотренный в следующем разделе векторизованный метод ВКБ. Отметим еще, что идейно и технически вывод векторно-матричных уравнений инвариантного погружения [24, 28] (в качестве инструмента для расчета модовых амплитуд), повторяет вывод для скалярного уравнения из работы [27].

*Модели однонаправленного распространения (векторизованный ВКБ)*

В этом разделе мы рассматриваем уравнения для модовых амплитуд, полученные с помощью некоторого обобщения метода ВКБ [29]. Предложенный нами вывод [23] в некотором смысле является частным случаем асимптотического метода из [30], а результирующие уравнения подобны тем, что выведены в [1] другим способом (на наш взгляд, этот способ в меньшей степени подчеркивает аналогию с классическим методом ВКБ).

В уравнении (9) в реалистичных сценариях распространения звука можно пренебречь членом, содержащим  $\mathbf{U}(x)$ . Для упрощенного таким образом уравнения поставим краевую задачу, задав при  $x = 0$  условие  $A_m(0) = B_{m,0}$ , где  $B_{m,0}$  находится по формуле

$$B_{m,0} = \frac{i\Phi_m(z_s)}{2\rho(z_s)}.$$

Данная формула фактически описывает коэффициенты модового разложения поля точечного источника. При  $x = x_{\max}$  потребуем выполнения условия

$$\left. \frac{dA_m}{dx} - k_{m,\infty} A_m \right|_{x=x_{\max}} = 0,$$

представляющего собой некоторый вариант парциального излучения Свешникова.

Асимптотика решения данной краевой задачи, как показано в [23], может быть найдена в виде

$$\mathbf{a}(x) = \begin{pmatrix} B_1(x)e^{i\Phi_1(x)} \\ B_2(x)e^{i\Phi_2(x)} \\ \vdots \\ B_M(x)e^{i\Phi_M(x)} \end{pmatrix} = \exp(i\Phi(x))\mathbf{b}(x), \quad (17)$$

где  $\Phi(x) = \text{diag}(\Phi_1(x), \dots, \Phi_M(x))$ , и  $\mathbf{b}(x) = (B_1(x), \dots, B_M(x))^T$ .

После подстановки (17) в дифференциальное уравнение (9) и выполнения стандартных шагов метода ВКБ может быть получено уравнение для фазовой матрицы  $\Phi(x)$ , имеющее вид  $\Phi' = \mathbf{K}$  и допускающее решение в квадратурах вида  $\Phi_m(x) = \int_0^x k_m(x) dx$ .

В следующем порядке метода ВКБ получается также и уравнение для вектора огибающих модовых амплитуд  $\mathbf{b}(x)$ , которое имеет вид

$$2\mathbf{K}(x)\mathbf{b}'(x) + \mathbf{K}'(x)\mathbf{b}(x) + e^{-i\Phi(x)}\mathbf{V}(x)e^{i\Phi(x)}\mathbf{K}(x)\mathbf{b}(x) = 0. \quad (18)$$

В качестве начального условия для последнего выступает  $B_j(0) = B_{j,0}$ . Заметим, что элементы матрицы  $\mathbf{\Xi} = e^{-i\Phi(x)}\mathbf{V}(x)e^{i\Phi(x)}$ , описывающей взаимодействие мод в (18), могут быть найдены по формуле

$$\Xi_{mn} = \mathbf{V}_{mn}e^{\Phi_n(x) - \Phi_m(x)}.$$

Отметим, что поскольку векторизованный метод ВКБ позволяет, в частности, перейти от уравнений для модовых амплитуд  $\mathbf{a}(x)$  к уравнениям для их огибающих  $\mathbf{b}(x)$ , результирующая задача Коши может решаться на весьма грубой сетке по эволюционной переменной  $x$  (например, шаг сетки в примерах из работы [23] составляет  $\lambda/2$ ). Таким образом, уравнения для модовых амплитуд, полученные с помощью метода ВКБ, обеспечивают гораздо более высокую скорость расчета акустических полей на практике.

**ТРЕХМЕРНЫЕ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН**

При исследовании распространения звука в трехмерных океанических волноводах методом нормальных волн необходимо решать либо связанную систему уравнений (8), либо отдельные несвязанные друг с другом уравнения для модовых амплитуд, которые получаются из нее, когда взаимодействием мод можно пренебречь

$$\frac{\partial^2 A_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_m}{\partial y^2} + k_m^2(x, y) A_m = -\Phi_m(z_s) \delta(x) \delta(y), \quad (19)$$

$$m = 1, \dots, M.$$

Данные уравнения мы будем называть адиабатическими уравнениями горизонтальной рефракции. Их решение может осуществляться самыми разными способами. Так, например, в фундаментальной работе [31] их решение осуществляется лучевым методом, что приводит к представлению поля, известному как “вертикальные моды + горизонтальные лучи”. Данное представление, на наш взгляд, замечательно скорее возможностью получения качественных оценок изменчивости структуры поля в горизонтальных направлениях, чем своими вычислительными качествами. Уравнения (19) можно также решать и используя метод гауссовых пучков, что реализовано в работе [25]. В отдельных случаях его можно даже получить аналитически.

С нашей точки зрения наиболее перспективный инструмент для решения практических трехмерных задач дают модовые параболические уравнения (МПУ), представляющие собой уравнения однонаправленного распространения, соответствующие (8) или (19). В наших работах развиты несколько вариантов теории МПУ, каждый из которых доведен до практической реализации в виде комплекса программ, пригодных для решения задач акустики океана общего вида.

#### *Псевдодифференциальное МПУ в общем виде*

Мы начнем с вывода уравнения однонаправленного распространения, соответствующего (8). Хотя для его решения требуется векторизованный аналог метода split-step Padé (SSP), заключающегося в формальном дифференцировании псевдодифференциального уравнения по эволюционной координате (см. ниже), который в настоящее время проходит верификацию и реали-

зован лишь в виде прототипа для решения модельных задач, мы, тем не менее, считаем важным обратить внимание читателя на то, как псевдодифференциальное МПУ с учетом взаимодействия мод связано с прочими методами, рассмотренными в данном обзоре.

Заметим, во-первых, что формальную факторизацию оператора в уравнении (8) на сомножители, соответствующие распространению в положительном и отрицательном направлениях, произвести обычным способом нельзя ввиду того, что оно содержит первую производную по  $x$ . Для устранения проблемы мы сперва выполним замену

$$\mathbf{a}(x, y) = \mathbf{S}(x, y) \mathbf{u}(x, y), \quad (20)$$

где  $\mathbf{S} = \mathbf{S}(x, y)$  – некоторая матричнозначная функция, а  $\mathbf{u}(x, y)$  – новая неизвестная вектор-функция. Легко видеть, что при такой замене в уравнении (8) будет устранена первая производная неизвестной функции по  $x$ , если выполняется соотношение

$$2\mathbf{S}_x + \mathbf{V}\mathbf{S} = 0. \quad (21)$$

Удовлетворяющая этому соотношению матричная функция  $\mathbf{S}$  может быть представлена в виде Т-экспоненты [32]

$$\mathbf{S}(x, y) = \mathbf{T} \left\{ \exp \left( -\frac{1}{2} \int_0^x \mathbf{V} d\tau \right) \right\} \mathbf{S}_0, \quad (22)$$

где  $\mathbf{S}_0 = \mathbf{E}$  – единичная матрица. После вычисления матрицы  $\mathbf{S}$  и подстановки (20) в уравнение (8), получим новое уравнение

$$\mathbf{u}_{xx} + \mathbf{u}_{yy} + \mathbf{S}^{-1} \mathbf{K}^2 \mathbf{S} \mathbf{u} + \left( 2\mathbf{S}^{-1} \mathbf{S}_y + \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}\mathbf{S} \right) \mathbf{u}_y + \mathbf{S}^{-1} \left( \mathbf{U}\mathbf{S} + \mathbf{S}_{xx} + \mathbf{S}_{yy} + \mathbf{W}\mathbf{S}_y + \mathbf{V}\mathbf{S}_x \right) \mathbf{u} = 0, \quad (23)$$

оператор в котором может быть факторизован стандартным образом. В результате факторизации мы получим уравнение однонаправленного распространения следующего вида

$$\mathbf{u}_x = i \sqrt{\partial_y^2 + \left( 2\mathbf{S}^{-1} \mathbf{S}_y + \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}\mathbf{S} \right) \partial_y + \mathbf{S}^{-1} \left( \mathbf{K}^2 \mathbf{S} + \mathbf{U}\mathbf{S} + \mathbf{S}_{xx} + \mathbf{S}_{yy} + \mathbf{W}\mathbf{S}_y + \mathbf{V}\mathbf{S}_x \right)} \mathbf{u}. \quad (24)$$

Оператор в правой части данного уравнения представляет собой функцию (квадратный корень) от квадратной матрицы порядка  $M$ , элементы которой являются дифференциальными операторами по “поперечной” переменной  $y$ .

Отметим, что уравнение (24) формально может быть решено с помощью обобщения метода SSP на случай вектор-функций (и функций от матрично-дифференциальных операторов). Однако это обобщение находится за рамками дан-

ной работы и к настоящему моменту находится в разработке.

#### *Узкоугольное МПУ с взаимодействием мод*

Хотя решение (24) с аппроксимациями квадратного корня высших порядков требует весьма нетривиальных математических решений, в простейшем случае, когда достаточно приближения

Тейлора первого порядка  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$ , параболическое уравнение приобретает существенно более простой вид. Мы, однако, не будем приводить здесь результат такого рода узкоугольной аппроксимации непосредственно. Вместо этого, следуя [33, 34], мы запишем результирующее МПУ в том виде, в котором оно получается методом многомасштабных разложений. Данный вид эквивалентен полученному из (24) с точностью до упрощения коэффициентов последнего с помощью ряда несложных асимптотик. Для этого представим функцию  $h(x, y)$ , описывающую рельеф дна в области распространения звука, в виде

$$h(x, y) = h_0(x) + h_1(x, y), \quad (25)$$

где  $h_1$  предполагается малым по сравнению с  $h_0$ , а также положим, что

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \kappa^2(x, z) + v(x, y, z), \quad (26)$$

где  $v$  также мало по сравнению с  $\kappa^2$ .

В этих обозначениях узкоугольное МПУ с учетом взаимодействия мод может быть записано в виде

$$2i\mathbf{K}\mathbf{b}_x + i\mathbf{K}'\mathbf{b} + \mathbf{b}_{yy} + \mathbf{\Xi}\mathbf{b} = 0, \quad (27)$$

где  $\mathbf{K} = \mathbf{K}(x)$  – вновь (как и в предыдущем разделе) диагональная матрица  $\mathbf{K}(x) = \text{diag}(k_1(x, 0), k_2(x, 0), \dots, k_M(x, 0))$ , составленная из собственных чисел, рассчитанных при  $y = 0$ , неизвестная вектор-функция  $\mathbf{b}(x, y)$  вновь представляет собой набор огибающих для модовых амплитуд

$$\mathbf{a}(x, y) = e^{i\Phi(x)}\mathbf{b}(x, y),$$

а матрица взаимодействия мод  $\mathbf{\Xi}(x, y)$  на этот раз имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{\Xi}(x, y) &= e^{-i\Phi(x)}\mathbf{T}(x, y)e^{i\Phi(x)}, \\ \mathbf{\Xi}_{nm}(x, y) &= \mathbf{T}_{nm}(x, y)e^{\Phi_n(x) - \Phi_m(x)}. \end{aligned}$$

При этом элементы матрицы  $\mathbf{T}$  определяются по формуле

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{nm}(x, y) &= \int_0^H \frac{1}{\rho} v \varphi_m \varphi_n dz - ik_m (V_{nm} - V_{mn}) + \\ &+ \left\{ h_1 \varphi_n \left[ \left( \left( \frac{1}{\rho} \varphi_{m,z} \right)_z \right)_+ - \left( \left( \frac{1}{\rho} \varphi_{m,z} \right)_z \right)_- \right] - \right. \\ &\left. - h_1 \frac{1}{\rho^2} \varphi_{m,z} \varphi_{n,z} [(\rho)_+ - (\rho)_-] \right\} \Big|_{z=h_0}. \end{aligned} \quad (28)$$

Последняя формула (28) может быть переписана в несколько более удобном для проведения вычислений виде

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{nm}(x, y) &= \int_0^H \frac{1}{\rho} v \varphi_m \varphi_n dz - ik_m (V_{nm} - V_{mn}) + \\ &+ \left\{ h_1 \varphi_m \varphi_n \left[ k_m^2 \left( \frac{1}{\rho_+} - \frac{1}{\rho_-} \right) - \left( \frac{\kappa^2}{\rho} \right)_+ + \left( \frac{\kappa^2}{\rho} \right)_- \right] - \right. \\ &\left. - h_1 \frac{1}{\rho^2} \varphi_{m,z} \varphi_{n,z} [(\rho)_+ - (\rho)_-] \right\} \Big|_{z=h_0}. \end{aligned}$$

Отметим, что в работах [33, 34] также получена удобная формула для вычисления коэффициентов взаимодействия мод  $V_{mn}$ , имеющая вид

$$\begin{aligned} (k_l^2 - k_j^2) V_{jl} &= \int_0^H \left( \frac{1}{\rho} \right)_x \varphi_{jz} \varphi_{lz} dz - \\ &- \int_0^H \left( \frac{1}{\rho} \kappa^2 \right)_x \varphi_j \varphi_l dz + 2k_{j,x} k_j \delta_{jl} + \\ &+ k_j^2 \int_0^H \left( \frac{1}{\rho} \right)_x \varphi_j \varphi_l dz + \left\{ h_{0,x} \left( \frac{1}{\rho^2} \varphi_{j,z} \varphi_{l,z} \right)_+ [(\rho)_+ - (\rho)_-] - \right. \\ &\left. - h_{0,x} \varphi_j \varphi_l \left[ \left( \frac{1}{\rho} (k_j^2 - \kappa^2) \right)_+ - \left( \frac{1}{\rho} (k_j^2 - \kappa^2) \right)_- \right] \right\} \Big|_{z=h_0}. \end{aligned} \quad (29)$$

Отметим, что  $\left( \frac{1}{\rho^2} \varphi_{j,z} \varphi_{l,z} \right)_+ = \left( \frac{1}{\rho^2} \varphi_{j,z} \varphi_{l,z} \right)_-$ .

Коэффициенты  $V_{jl}$  могут быть вычислены из этой формулы при  $l \neq j$ , а при  $l = j$  мы получаем формулу для расчета  $k_{jx}$ . Заметим, что данные формулы эквивалентны выражениям для расчета тех же величин из работ [26, 35]. Фактически, данное представление коэффициентов межмодового взаимодействия связано с их линеаризацией относительно  $h_1(x, y)$  и  $v(x, y, z)$  [19, 35]. В остальном, очевидно, что с точностью до методики расчета коэффициентов узкоугольное МПУ с учетом взаимодействия мод (27) является прямым обобщением амплитудного уравнения, полученного с использованием векторизованного метода ВКБ (18).

### Широкоугольное адиабатическое МПУ

В этом разделе приведены основные результаты теории широкоугольных модовых параболических уравнений. В данном разделе, однако, мы рассмотрим оптимальный, на наш взгляд, способ расчета модовых амплитуд  $A_j$ , который основан на псевдодифференциальных параболических уравнениях и методе SSP (split-step Padé, или метод расщепления Паде).

Выделяя главную осцилляцию (используя некоторое отсчетное значение горизонтального волнового числа  $k_{j,0}$ , например, рассчитанное в точке, где находится источник, т.е.  $k_{j,0} = k_j(0, 0)$ )

$$A_j(x, y) = e^{ik_{j,0}x} B_j(x, y),$$

мы получаем следующее псевдодифференциальное параболическое уравнения для огибающей  $B_j(x, y)$

$$\frac{\partial B_j}{\partial x} = ik_{j,0} \left( \sqrt{1 + \hat{L}_j} - 1 \right) B_j, \quad (30)$$

где оператор  $\hat{L}_j$  определяется соотношением  $k_{j,0}^2 \hat{L}_j = \partial_y^2 + k_j^2 - k_{j,0}^2$ . Уравнение (30) называется псевдодифференциальным, поскольку в правой его части содержится функция  $\sqrt{\cdot}$  дифференциального оператора  $\hat{L}_j$ , представляющая собой уже псевдодифференциальный оператор.

Выполняя формальное интегрирование по  $x$  уравнения (30) на малом интервале  $\Delta x = h$ , мы можем получить следующее представление для пропагатора  $\hat{P}$

$$B_m^{n+1} = \exp\left(ik_{j,0}h\left(\sqrt{1 + \hat{L}} - 1\right)\right) B_m^n \equiv \hat{P} B_m^n, \quad (31)$$

где, по определению,  $B_m^n(y) = B_m(x_n, y)$  (считаем, что по  $x$  введена равномерная сетка  $x_{n+1} - x_n = h$ ).

Аппроксимант Паде порядка  $(q, p)$  для пропагатора  $\hat{P}$ , представляющий собой дробно-рациональную функцию оператора  $\hat{L}$ , числитель которой есть полином  $Q_q$  степени  $q$ , а знаменатель – полином  $P_p$  степени  $p \geq q$  (обычно полагают  $q = p$  или  $q = p - 1$ ), может быть представлен в виде разложения на простейшие дроби вида

$$\begin{aligned} \exp\left(ik_{j,0}h\left(\sqrt{1 + \hat{L}} - 1\right)\right) &\approx \frac{Q_q(\hat{L})}{\mathcal{P}_\varphi(\hat{L})} = \\ &= \left( \mu_{q,p}^0 + \sum_{s=1}^p \frac{\mu_{q,p}^s}{1 + v_{q,p}^s \hat{L}} \right), \end{aligned} \quad (32)$$

где коэффициенты  $\mu_{q,p}^s, v_{q,p}^s$  несложно пересчитать из коэффициентов ряда Тейлора функции (31), аргументом которой является  $\hat{L}$ .

Функции  $B_m^n(y)$ , составляющие приближенное решение уравнения (30) на равномерной сетке  $\{x_n\}$ , таким образом, могут рассчитываться одна за другой с помощью маршевой численной схемы

$$B_m^{n+1} = \left( \mu_{q,p}^0 + \sum_{s=1}^p \frac{\mu_{q,p}^s}{1 + v_{q,p}^s \hat{L}} \right) B_m^n. \quad (33)$$

Данная вычислительная процедура обычно называется методом SSP. Разумеется, для проведения конкретных вычислений в общем случае требует-

ся некоторая дискретизация оператора  $\hat{L}$ , а также искусственное ограничение расчетной области, например, с помощью совершенных поглощающих слоев (PML). Так или иначе, один шаг численной схемы (33) сводится к решению  $p$  систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей.

## РАСЧЕТ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

В данном разделе мы обсуждаем вопросы расчета и визуализации векторных акустических полей в программных комплексах, ориентированных на решение задач акустики океана общего вида. С одной стороны, расчет поля колебательной скорости или ускорения представляется тривиальной задачей, если уже вычислено скалярное поле акустического давления. Требуется лишь выполнить расчет градиента давления путем численного дифференцирования  $P(x, y, z)$  по всем пространственным координатам. С другой стороны, как уже неоднократно отмечалось, при решении практических задач, как правило, используются сетки с шагами порядка длины волны звука. Прямое численное дифференцирование  $P$  на таких сетках невозможно. Тем не менее, решение проблемы лежит на поверхности, и само модовое представление поля подсказывает способ вычисления производных: следует просто использовать правило Лейбница и отдельно дифференцировать быстроосциллирующую экспоненту, ее огибающую и модовую функцию. В интересах полноты изложения мы рассматриваем здесь эту процедуру.

Визуализация полей давления и колебательной скорости весьма затруднительна, поскольку оба вектора изменяются во времени, двигаясь по поверхности некоторого эллипса, приобретая противоположные направления в моменты времени, разделенные половиной периода. По этой причине для отрисовки такие векторные поля вряд ли годятся. Интерес, однако, может представлять график плотности потока акустической энергии (активной компоненты вектора интенсивности).

### Расчет колебательного ускорения и колебательной скорости

Вектор колебательного ускорения может быть рассчитан по формуле

$$\{a_x, a_y, a_z\} = \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y}, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \nabla P. \quad (34)$$

Используя модовое разложение поля (6) и выделяя главную осцилляцию, получим выражения для ускорения через огибающую  $B_j$  и ее производные

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial x} &= \sum_{m=1}^M \frac{\partial}{\partial x} \left( e^{ik_m,0x} B_m(x,y) \Phi_m(z,x,y) \right) = \\ &= \sum_{m=1}^M e^{ik_m,0x} \left( ik_{m,0} B_m(x,y) \Phi_m(z,x,y) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial x} (B_m(x,y) \Phi_m(z,x,y)) \right) = \\ &= \sum_{m=1}^M e^{ik_m,0x} \left( ik_{m,0} B_m \Phi_m + \frac{\partial B_m}{\partial x} \Phi_m + \frac{\partial \Phi_m}{\partial x} B_m \right), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial y} &= \sum_{m=1}^M e^{ik_m,0x} \frac{\partial}{\partial y} (B_m(x,y) \Phi_m(z,x,y)) = \\ &= \sum_{m=1}^M e^{ik_m,0x} \left( \frac{\partial B_m}{\partial y} \Phi_m + \frac{\partial \Phi_m}{\partial y} B_m \right), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z} &= \sum_{j=1}^M e^{ik_m,0x} \frac{\partial}{\partial z} (B_j(x,y) \Phi_m(z,x,y)) = \\ &= \sum_{j=1}^M e^{ik_m,0x} B_m \frac{\partial \Phi_m}{\partial z}. \end{aligned} \quad (37)$$

Исключение главной осцилляции позволяет получить высокую численную устойчивость при расчете колебательного ускорения методом численного дифференцирования.

Вектор колебательной скорости также может быть выражен через пространственную производную  $P$ . Используя тот факт, что в частотной области  $a = (-i\omega)v$ , получим

$$\mathbf{v} = \{v_x, v_y, v_z\} = \left\{ \frac{i}{\omega} a_x, \frac{i}{\omega} a_y, \frac{i}{\omega} a_z \right\} = -\frac{i}{\omega \rho} \nabla P. \quad (38)$$

#### Расчет плотности потока энергии

Плотность потока энергии  $\mathbf{I}(x, y, z)$  для тонального акустического сигнала определяется как активная компонента вектора интенсивности

$$\mathbf{I}(x, y, z) = \frac{1}{2} \left\langle \Re \left( P_t \mathbf{v}_t^* \right) \right\rangle, \quad (39)$$

где  $\langle \cdot \rangle$  означают усреднение по интервалу времени, кратному одному периоду. Функция  $P_t$ , как и прежде, есть скалярное поле акустического давления

$$P_t(x, y, z, t) = P(x, y, z, \omega) e^{-i\omega t},$$

в котором в рамках данного раздела подразумевается наличие множителя, описывающего гармоническую зависимость от времени. Векторная функция

$$\mathbf{v}_t(x, y, z, t) = \mathbf{v}(x, y, z, \omega) e^{-i\omega t}$$

— вектор колебательной скорости. Символ \* означает комплексное сопряжение, а нижний индекс  $t$

подчеркивает, что величины заданы во временной области (чтобы отличать их от величин, заданных в частотной области).

Тот факт, что мы имеем дело с тональным сигналом, позволяет нам легко выполнить усреднение по времени, так как, на самом деле,

$$\mathbf{I}(x, y, z, \omega) = \frac{1}{2} \Re (P(x, y, z, \omega) \mathbf{v}^*(x, y, z, \omega)).$$

Отметим еще, что реактивная компонента вектора интенсивности в наших обозначениях может быть вычислена по формуле

$$\mathbf{J}(x, y, z, \omega) = \frac{1}{2} \Im (P \mathbf{v}^*).$$

Векторные поля  $\mathbf{I}(x, y, z, \omega)$ ,  $\mathbf{J}(x, y, z, \omega)$ , таким образом, не зависят от времени (для фиксированной частоты) и могут использоваться для визуализации. Их расчет представляет собой тривиальную процедуру, если вычислены и поле давления  $P(x, y, z, \omega)$ , и поле колебательной скорости  $\mathbf{v}(x, y, z, \omega)$ .

#### О моделировании распространения широкополосных импульсных сигналов

Моделирование импульсных акустических сигналов в рамках 4D подхода сводится к тому, что исходный сигнал представляется в виде суммы тональных компонент при помощи быстрого преобразования Фурье (БПФ), основанного на алгоритме Кули–Тьюки. Распространение отдельных тональных компонент в слоистых волноводах мы умеем моделировать при помощи разработанных ранее модовых параболических уравнений. В силу линейности этих уравнений тональные компоненты распространяются независимо друг от друга, так что в точке приемника остается определить их комплексные амплитуды и при помощи обратного БПФ получить импульс в точке приема.

Более подробно, весь алгоритм моделирования распространения импульсного сигнала сводится к следующим пунктам:

1. Исходный импульс в точке источника может быть как модельным, так и полученным из экспериментальных измерений. При этом он интерполируется на используемую сетку, число точек в которой составляет степень двойки (для БПФ). При помощи БПФ получается спектр импульса. При этом могут быть использованы спектральные окна. Спектр импульса анализируется, и из него исключаются компоненты малой амплитуды, распространением которых можно пренебречь. Это позволяет существенно уменьшить вычислительные затраты.

2. На следующей стадии вычисляются собственные числа и собственные функции каждой из спектральных компонент вдоль трассы. Для вычисления собственных чисел использован метод деления отрезка пополам (bisection), а для вычисления собственных функций использован метод обратной итерации, которые в связке показали очень хорошую скорость вычислений. С целью увеличения точности мы применяем методы экстраполяции Ричардсона вплоть до второго порядка. На основе полученных собственных функций и собственных чисел далее вычисляются коэффициенты параболических уравнений.

3. На третьей стадии мы получаем численные решения для модовых параболических уравнений с использованием схемы Кранка–Николсона. В качестве начальных условий используются функции источника для МПУ, которые получаются из тех соображений, чтобы решения адиабатических МПУ асимптотически соответствовали решению исходного уравнения Гельмгольца от точечного источника. Таким образом, для каждой из спектральных компонент мы получаем акустическое поле в точках приемников. Всего в рамках заявленного подхода могут быть реализованы 4 метода вычисления поля. Это трехмерные МПУ – адиабатическое и с взаимодействующими модами, а также решения МПУ, обладающие цилиндрической симметрией, с учетом взаимодействия мод и адиабатические.

4. На четвертой стадии импульсы в точках приемников синтезируются из полученных ранее спектров тональных компонент при помощи обратного БПФ. При этом приходится предусматривать то, что импульсы к точкам приемников приходят с задержкой во времени, что приводит к необходимости умножать спектральные компоненты на корректирующие множители. Полученные результаты могут быть выведены в отдельные текстовые файлы, позволяющие нарисовать графики импульсов сторонними программами и произвести их постобработку при необходимости.

Отметим, что отдельные алгоритмы представленного 4D подхода, такие как вычисления коэффициентов параболических уравнений, могут быть эффективно распараллелены, например, с использованием открытого стандарта OpenMP для распараллеливания программ на языке C++. Это позволяет заметно ускорить вычисление импульсов, что особенно актуально, когда общее время счета измеряется часами.

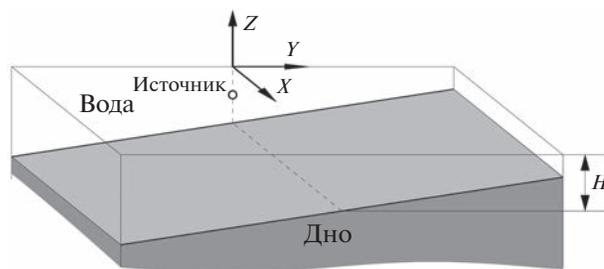


Рис. 1. Геометрия клиновидного прибрежного волновода в тестовом примере. Угол наклона дна составляет  $\approx 2.86^\circ$ , расстояние по горизонтали от источника до ребра клина – 4 км. Источник расположен на глубине 100 м. Глубина моря в месте расположения источника составляет  $h = 200$  м.

## ПРИМЕРЫ: МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В СЛОИСТЫХ ГЕОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ МЕТОДОМ ФУРЬЕ-СИНТЕЗА

### Описание рассматриваемого волновода

С целью тестирования разработанной методики моделирования распространения акустических импульсов в слоистых волноводах мы провели ряд численных экспериментов. Мы рассмотрели распространение импульсов в проницаемом клине (стандартный тестовый сценарий, применяемый при верификации методов моделирования распространения звука [2]) с углом около  $2.86$  градусов (см. рис. 1). Скорость звука в воде при этом составляет  $1500$  м/с. Скорость звука в жидком дне –  $1700$  м/с. Плотность дна –  $1500$  кг/м<sup>3</sup>, а плотность воды –  $1000$  кг/м<sup>3</sup>. Поглощение в воде при этом отсутствует, а в дне поглощение составляет  $0.5$  дБ на длину волны. Во всех случаях точечный источник расположен на глубине  $100$  м, а глубина расположения приемников –  $30$  м (горизонтальные разрезы поля также строятся для этой глубины). Глубина моря в точке, где расположен источник, составляет  $h(0,0) = 200$  м. При проведении вычислений общая глубина расчетной области составляла  $H = 1500$  м. Кроме клиновидного волновода мы также провели расчеты для волновода сравнения, в котором глубина моря постоянна и равна  $h(x,y) = 200$  м.

### Импульсные сигналы

Исходная форма модельных импульсов описывается нормализованными полиномами Эрмита  $n$ -го порядка

$$P(t) = A\beta_n H_n\left(\frac{t-t_0}{\sigma}\right) \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\sigma}\right)^2\right], \quad (40)$$

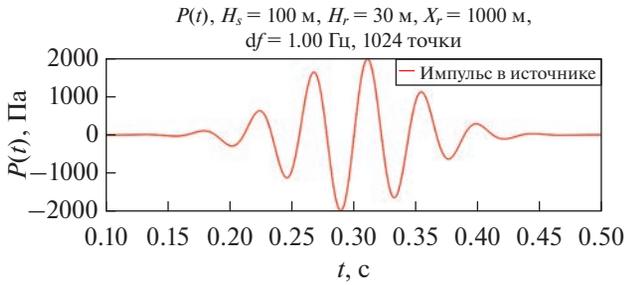


Рис. 2. Исходный импульс для  $n = 25$ .

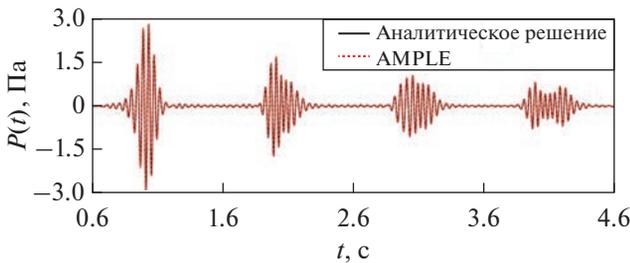


Рис. 3. Зависимость акустического давления от времени в волноводе с плоским дном во всех точках приема.

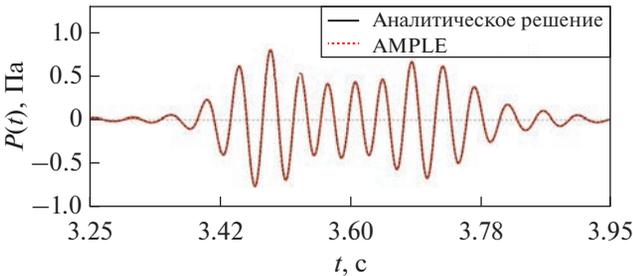


Рис. 4. Зависимость акустического давления от времени в волноводе с плоским дном на расстоянии 4750 м от источника звука.

где  $H_n$  –  $n$ -й полином Эрмита. Коэффициент  $\beta_n$  введен для нормализации  $n$ -го полинома Эрмита и вычисляется по формулам

$$n = 2k: \beta_n = \frac{k!}{(2k)!},$$

$$n = 2k + 1: \beta_n = (-1)^k \frac{k! \sqrt{4k + 3}}{(2k)! (4k + 2)}.$$

Величина коэффициента  $\beta_n$  выбрана исходя из следующих оценок, справедливых для больших  $n$ :

$$n = 2k: \beta_n H_n(x) e^{-x^2} \approx (-1)^k e^{-x^2/2} \cos(x\sqrt{4k + 1}),$$

$$n = 2k + 1: \beta_n H_n(x) e^{-x^2} \approx (-1)^k e^{-x^2/2} \sin(x\sqrt{4k + 3}).$$

Для таких импульсных сигналов можно аналитически рассчитать центральную частоту и форму их спектра. Центральная частота импульса может быть асимптотически выражена формулой  $f_c = \sqrt{2n + 1}/(2\pi)$ , или, в случае импульса (40),

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sigma} \sqrt{2n + 1} \text{ Гц.}$$

Например, центральная частота импульса с  $\sigma = 0.05$  и  $n = 25$  составляет  $f_c \approx 23$  Гц. Для  $n = 4$  центральная частота  $f_c \approx 10$  Гц.

Для верификации описанных выше методов, основанных на модовых параболических уравнениях, в случае импульсных сигналов мы провели три серии численных экспериментов. В обеих сериях мы использовали следующие параметры излучаемых импульсов (42):  $\sigma = 0.05$ ,  $t_0 = 0.3$  и  $A = 2000.0$ ,  $n = 25$  (25-ый полином Эрмита), изображенный на рис. 2.

*Результаты расчетов*

Мы будем рассчитывать импульсные акустические сигналы, наблюдаемые в точках приема на глубине  $z_r = 30$  м на расстояниях 1, 2.25, 3.5 и 4.75 км от источника по горизонтали.

В первой серии расчетов сигналы в приемниках рассчитаны для плоского дна (в этом случае имеет значение только расстояние от источника); во второй серии расчеты выполнялись для клиновидного волновода, причем точки приема располагались на оси  $x$  при  $y = 0$  (в точках  $x = 1, 2.25, 3.5$  и  $4.75$  км, соответственно); наконец, расчеты третьей серии также выполнялись для клина, однако на этот раз приемники были расположены вдоль оси  $y$  при  $x = 0$  (в точках  $y = 1, 2.25, 3.5$  и  $4.75$  км, соответственно).

В первой серии результаты расчетов сопоставлялись с решением, полученным с использованием аналитических выражений для модовых амплитуд через функции Ханкеля (мы приводим только результаты, полученные с помощью AMPLE, поскольку для регулярного волновода MPE дает в точности тот же результат). Результаты расчета звукового давления во всех точках приема представлены на рис. 3. Отдельно на рис. 4 представлен импульс в наиболее удаленной точке приема. Рисунки показывают, что МПУ в регулярном волноводе обеспечивают идеальную точность расчета модовых амплитуд.

На рис. 5 и 6 показана зависимость от времени компонент колебательного ускорения в точках приема. Поскольку эти величины получаются через дифференцирование поля давления как для аналитического решения, так и для решения, рас-

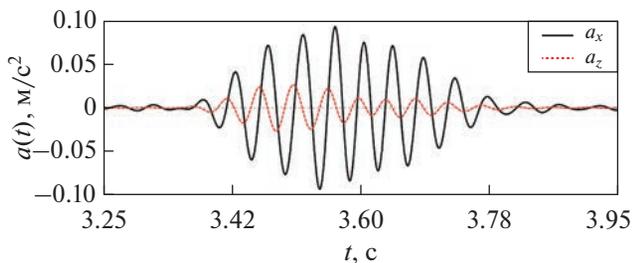


Рис. 5. Импульс колебательного ускорения в волноводе с плоским дном на расстоянии 4750 м от источника.

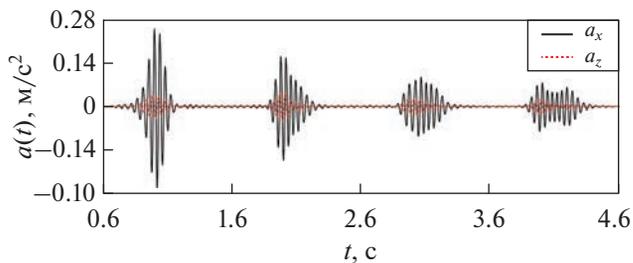


Рис. 6. Импульс колебательного ускорения в волноводе с плоским дном в точках приема.

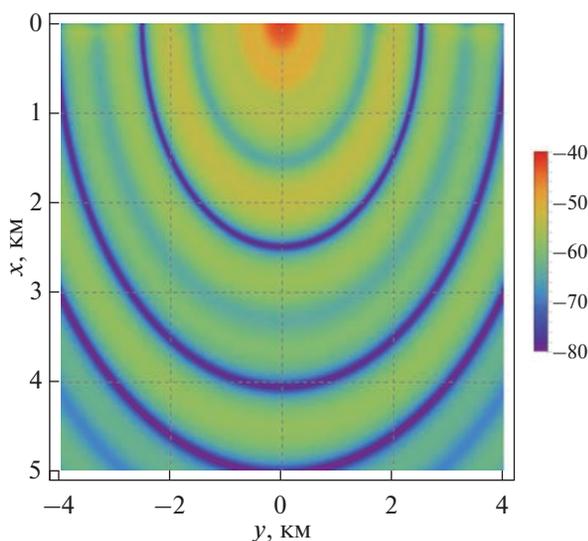


Рис. 7. Зависимость акустического давления (в дБ отн. 1 м от источника) от горизонтальных координат на глубине  $z_r = 30$  м в волноводе с плоским дном на частоте 25 Гц.

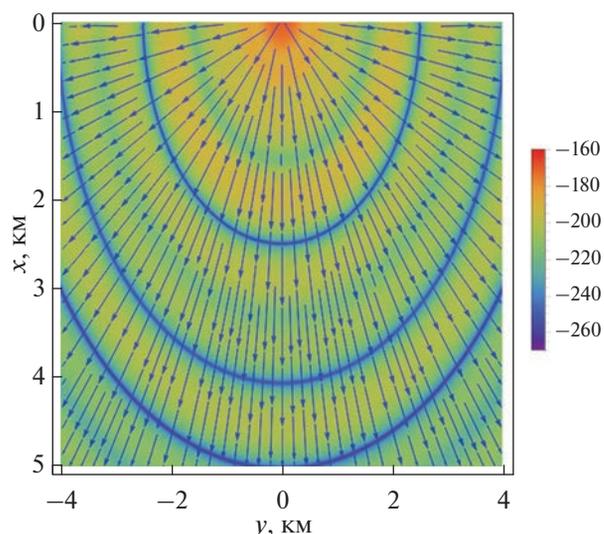


Рис. 8. Контурный график модуля плотности потока энергии в волноводе с плоским дном на частоте 25 Гц и векторное поле плотности потока энергии.

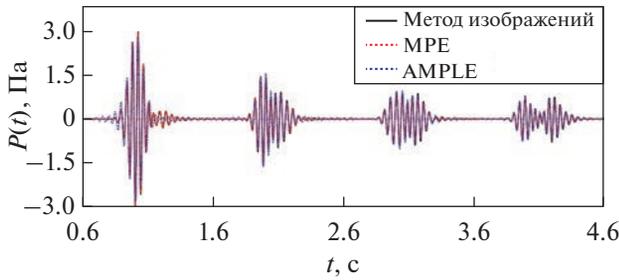
считанного с помощью МПУ, мы не приводим здесь сравнения. Более интересным оказывается сопоставить амплитуды колебания двух компонент ускорения друг с другом.

На рис. 7 и 8 представлены контурные графики зависимости акустического давления и модуля вектора плотности потока энергии от горизонтальных координат. На рис. 8 показан также поток векторного поля активной компоненты интенсивности. Разумеется, на обоих графиках линии уровня суть концентрические окружности, расходящиеся из источника.

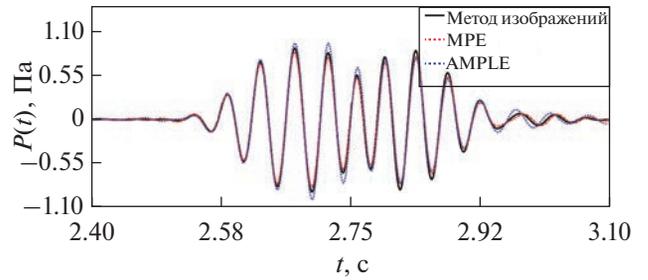
Результаты второй серии расчетов представлены на рис. 9–14. Для временных рядов акустического давления на этот раз приведено сравнение импульсов, полученных с использованием AMPLE, MPE, а также эталонного решения, полученного с помощью метода изображений [36].

Как видно из рисунков, импульсные сигналы практически идеально совпадают друг с другом. В наиболее удаленной точке приема наиболее медленная часть сигнала, рассчитанная с помощью MPE, отличается от двух других решений. Это отличие объясняется апертурой узкоугольного уравнения, которой на этом расстоянии уже не вполне достаточно для учета горизонтальной рефракции высших (т.е. наиболее медленных) мод.

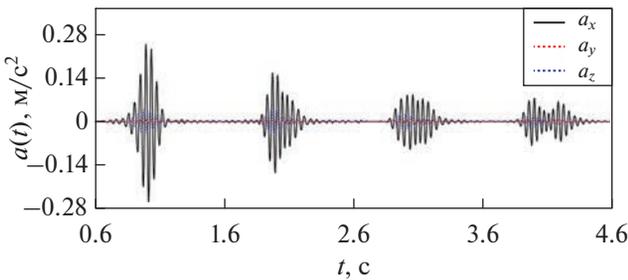
На рис. 11 и 12 представлены графики трех компонент колебательного ускорения. Интересно отметить, что проекция вектора ускорения на ось  $y$  становится заметной лишь в дальних точках приема и в наиболее медленной компоненте сигнала. Этот факт вновь обусловлен тем, что наиболее медленные высшие моды в наибольшей степени подвержены горизонтальной рефракции, и потому их горизонтальные лучи в наибольшей степени отклоняются от оси  $x$ .



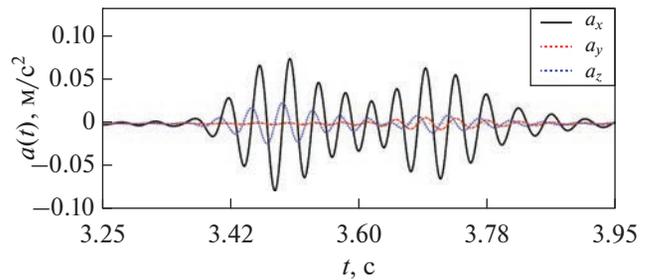
**Рис. 9.** Зависимость акустического давления от времени в клиновидном волноводе в точках приема, ориентированных вдоль оси  $x$ .



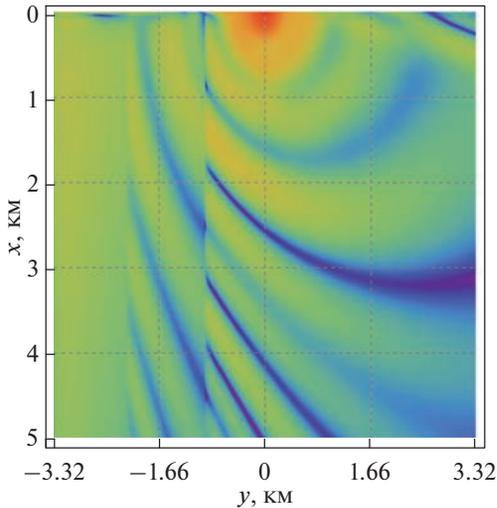
**Рис. 10.** Зависимость акустического давления от времени в клиновидном волноводе в точке  $x = 4750$  м,  $y = 0$ .



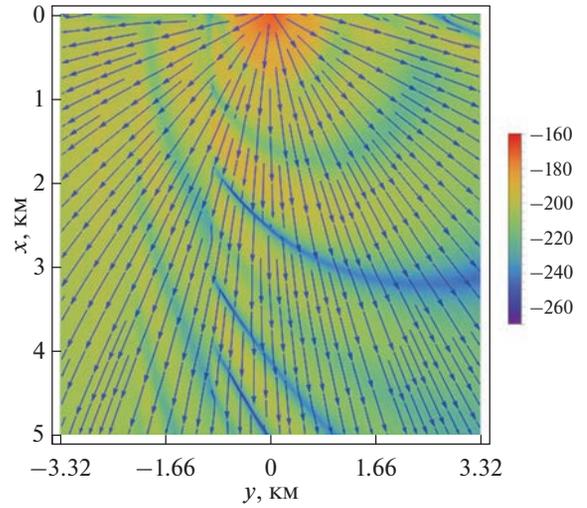
**Рис. 11.** Зависимость трех компонент колебательного ускорения от времени в клиновидном волноводе в точках приема, ориентированных вдоль оси  $x$ .



**Рис. 12.** Зависимость трех компонент колебательного ускорения от времени в клиновидном волноводе в точке приема  $x = 4750$  м,  $y = 0$ .



**Рис. 13.** Зависимость акустического давления (в дБ отн. 1 м от источника) от горизонтальных координат на глубине  $z_r = 30$  м в клиновидном волноводе на частоте 25 Гц.

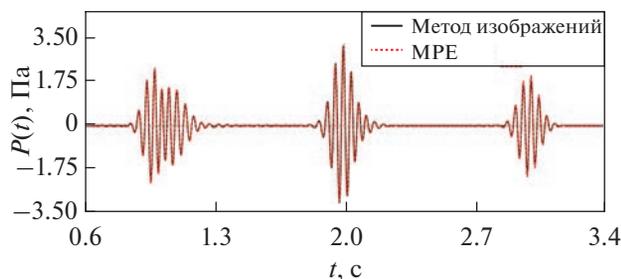


**Рис. 14.** Контурный график модуля плотности потока энергии в клиновидном волноводе на частоте 25 Гц и поток векторного поля плотности потока энергии.

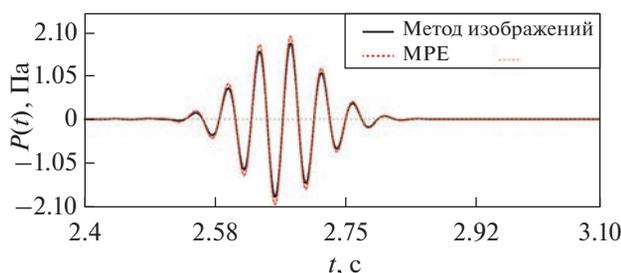
Горизонтальный разрез поля акустического давления и проекция плотности потока энергии на горизонтальную плоскость представлены на рис. 13–14.

Третья серия расчетов соответствует распространению звука вдоль градиента глубины, при

котором точки приема ориентированы вдоль оси  $y$ . В этом случае мы приводим лишь расчеты с использованием МРЕ, поскольку известно, что при таком наклоне дна использование адиабатических методов некорректно (причину этой некорректности хорошо видно на рис. 13, при уменьшении глу-



**Рис. 15.** Зависимость акустического давления от времени в клиновидном волноводе в точках приема, ориентированных вдоль оси  $y$  (распространение вдоль градиента глубины).



**Рис. 16.** Зависимость акустического давления от времени в клиновидном волноводе в точке  $x = 3500$  м  $y = 0$ .

бины распространяющаяся энергия теряется ввиду отсутствия межмодового взаимодействия). Результаты сравнения решений, полученных с помощью МПУ и метода изображений для приемников, ориентированных вдоль  $y$ , представлены на рис. 15–16. Как видно, и в этом случае наблюдается хорошее соответствие эталонного и численного решений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа представляет собой описание совокупности достижений нашей научной группы в развитии методов моделирования распространения звука, основанных на модовом представлении поля. С нашей точки зрения данное представление является оптимальным в случае низкочастотных сигналов (до 500–1000 Гц) и, с одной стороны, дает возможность проводить вычисления за разумное время и, с другой стороны, позволяет учесть множество факторов и эффектов (и пренебречь теми из них, которые не существенны в контексте той или иной задачи). Авторы полагают, что во многих случаях адиабатические псевдодифференциальные параболические уравнения позволят добиться необходимой точности, в особенности если речь идет об инте-

гральных характеристиках нестационарных акустических полей, например, звуковой экспозиции (SEL). В случае, если эффекты, связанные с горизонтальной рефракцией, проявляются относительно слабо, но при этом перепады глубины вдоль трассы значительны, имеет смысл пользоваться узкоугольным МПУ с взаимодействием мод. Оба метода в границах их применимости хорошо справляются с расчетами как тональных, так и импульсных сигналов, и, кроме того, позволяют вычислять поля колебательной скорости и ускорения без необходимости измельчения расчетной сетки.

Разумеется, максимальная гибкость в применении данных методов будет достигнута при реализации векторизованного метода SSP и решении с его помощью уравнения (24). Как было отмечено ранее, интеграция данного метода в программу AMPLE – вопрос самого ближайшего будущего. Отметим также, что важным усовершенствованием в будущем должна стать возможность учета волн сдвига в дне. Один из вариантов реализации упругих волн в программе, не требующий радикального увеличения вычислительных затрат по сравнению с моделью жидкого дна, рассмотрен в недавней работе [37]. Тем не менее, для развития данного метода все еще требуются дополнительные исследования. В настоящее время модель может восстанавливать (по данным, полученным в некоторой опорной точке измерения) и использовать в расчетах эффективную функцию источника [16]. Мы полагаем, что наличие двух опорных гидрофонов на различных расстояниях от точки излучения могло бы позволить осуществить одновременную оценку параметров дна волновода методом геоакустической инверсии и, таким образом, превратило бы AMPLE в автоматическое средство акустического мониторинга и прогнозирования уровней шумов, практически не требующее участия оператора в выборе тех или иных параметров.

Заметим также, что хотя в данной работе численные примеры ограничиваются случаем ровного дна и классическим тестовым сценарием распространения звука в волноводе с наклонным проницаемым дном (конфигурационные файлы расчетов доступны онлайн [38]), который эксплуатируется с 1980-х гг., для авторов очевидно, что стандартный подобных задач должен расширяться и стандартизироваться. Так, например, в работах [39, 19] нами был предложен тестовый сценарий распространения звука над подводным каньоном, в котором, однако, речь все еще идет о горизонтальной рефракции, обусловленной неоднородностями рельефа дна. Ясно, что трехмерный характер распространения звука может быть вызван и другими факторами. Так, например, в недавних ра-

ботах [40, 41] получены интересные результаты о горизонтальной рефракции звука, связанной с анизотропией распределения акустических параметров дна в горизонтальных направлениях.

В завершение данной работы авторы считают нужным коротко рассмотреть существующие альтернативы предлагаемым в данной работе методам и подходам. Мы полагаем, что среди них реальные возможности для решения трехмерных практических задач предоставляют программа Портера Bellhop [42], а также программа Родригеза и Калазана [43]. Нам представляется, что методы решения трехмерных параболических уравнений на данном этапе их развития все еще не годятся для моделирования распространения широкополосных импульсных сигналов. Их преимуществом, однако, является известная надежность и всеядность, которая, впрочем, не должна сбивать пользователя с толку, поскольку обычно гарантировано только получение результата, но не его правильность. Несколько обособленным является метод, основанный на теории волноводных инвариантов и развитый в недавних работах Сертлека и Энсли [44]. Он представляется авторам крайне перспективным для решения многих задач (особенно для случаев, когда для решения задачи достаточны интегральные энергетические характеристики поля). Его недостатком по настоящее время является то, что он не позволяет учитывать трехмерные эффекты (учет неоднородностей рельефа дна в рамках этого метода также фактически аналогичен адиабатическому приближению).

Авторам приятно выразить признательность В.Г. Петникову и А.И. Малеханову, пригласивших их представить данную работу в специальный выпуск “Акустического журнала”.

Работа А.Г. Тыщенко и С.Б. Козицкого поддержана грантом Российского научного фонда № 22-11-00171 (<https://rscf.ru/project/22-11-00171/>). Работа П.С. Петрова и М.С. Казака в ТОИ ДВО РАН выполнялась в рамках темы № 121021700341-2 гос. задания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. N.Y.: Springer, 2012. V. 1.
2. *Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H.* Computational ocean acoustics. N.Y.: Springer, 2011.
3. *Pekeris C.L.* Theory of propagation of explosive sound in shallow water. In Propagation of Sound in the Ocean. Geological Society of America, 1948.
4. *Miller J.F., Ingenito F.* Normal mode fortran programs for calculating sound propagation in the ocean. Naval Research Lab. Report, 1975.
5. *Evans R.B.* A coupled mode solution for acoustic propagation in a waveguide with stepwise depth variations of a penetrable bottom // J. Acoust. Soc. Am. 1983. V. 74. № 1. P. 188–195.
6. Ocean Acoustics Library – OALIB/Normal Modes. <https://oalib-acoustics.org/models-and-software/normal-modes/> [Online; accessed 30-March-2023].
7. *Porter M., Reiss E.L.* A numerical method for ocean-acoustic normal modes // J. Acoust. Soc. Am. 1984. V. 76. № 1. P. 244–252.
8. *Westwood E.K., Tindle Ch.T., Chapman N.R.* A normal mode model for acousto-elastic ocean environments // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 100. № 6. P. 3631–3645.
9. *Трофимов М.Ю.* Узкоугольные параболические уравнения адиабатического распространения звука одной моды в горизонтально неоднородном мелком море // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 5. С. 647–652.
10. *Трофимов М.Ю.* Широкоугольные модовые параболические уравнения // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6. С. 822–829.
11. *Collins M.D.* The adiabatic mode parabolic equation // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. P. 2269–2278.
12. *Abawi A.T., Kuperman W.A., Collins M.D.* The coupled mode parabolic equation // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 102. № 1. P. 233–238.
13. *Petrov P.S., Ehrhardt M., Tyshchenko A.G., Petrov P.N.* Wide-angle mode parabolic equations for the modeling of horizontal refraction in underwater acoustics and their numerical solution on unbounded domains // J. Sound. Vib. 2020. V. 484. P. 115526.
14. *Petrov P.S., Antoine X.* Pseudodifferential adiabatic mode parabolic equations in curvilinear coordinates and their numerical solution // J. Comp. Phys. 2020. V. 410. P. 109392.
15. *Рутенко А.Н., Боровой Д.И., Гриценко В.А., Петров П.С., Ущиповский В.Г.* Мониторинг акустического поля сейсморазведочных импульсов в прибрежной зоне // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 3. С. 356–356.
16. *Manul'chev D., Tyshchenko A., Fershalov M., Petrov P.* Estimating sound exposure levels due to a broadband source over large areas of shallow sea // J. Mar. Sci. Eng. 2022. V. 10. № 1. P. 82.
17. *Bonnel J., Dall'Osto D.R., Dahl P.H.* Geoacoustic inversion using vector acoustic modal dispersion // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 146. № 4. P. 2930–2930.
18. *Переселков С.А., Кузькин В.М., Кузнецов Г.Н., Прозовецкий Д.Ю., Ткаченко С.А.* Интерференционный метод оценки координат движущегося шумового источника в мелком море с использованием высокочастотных сигналов // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 437–445.
19. *Petrov P.N., Petrov P.S.* Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a shallow sea with the bathymetry described by a parametric quadratic function // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 146. № 3. P. 1946–1955.
20. *Казак М.С., Петров П.С.* Об адиабатическом распространении звука в мелком море с изогнутым подводным каньоном // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 613–621.

21. Trofimov M.Yu., Kozitskiy S.B., Zakharenko A.D. A mode parabolic equation method in the case of the resonant mode interaction // *Wave Motion*. 2015. V. 58. P. 42–52.
22. Trofimov M., Zakharenko A., Kozitskiy S., Petrov P. Formal derivations of mode coupling equations in underwater acoustics: how the method of multiple scales results in an expansion over eigenfunctions and the vectorized wkbj solution for the amplitudes // *J. Mar. Sci. Eng.* 2023. Submitted for publication.
23. Petrov P.S., Kazak M.S., Petrova T.N. A generalization of wkbj method for solving a system describing propagation of coupled modes in underwater acoustics // *Phys. Lett. A*. 2022. V. 450. P. 128383.
24. Kazak M., Koshel K., Petrov P. Generalized form of the invariant imbedding method and its application to the study of back-scattering in shallow-water acoustics // *J. Mar. Sci. Eng.* 2021. V. 9. № 9. P. 1033.
25. Trofimov M.Yu., Zakharenko A.D., Kozitskiy S.B. Mode gaussian beam tracing // *Comp. Phys. Commun.* 2016. V. 207. P. 179–185.
26. Godin O.A. A note on differential equations of coupled-mode propagation in fluids // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 103. № 1. P. 159–168.
27. Babkin G.I., Klyatskin V.I. Invariant imbedding method for wave problems // *Wave motion*. 1982. V. 4. № 3. P. 195–207.
28. Гулин О.Э. К расчетам низкочастотных акустических полей в нерегулярных волноводах при наличии сильного обратного рассеяния // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 4. С. 575–586.
29. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Quantum mechanics: non-relativistic theory*. V. 3. Elsevier, 2013.
30. Маслов В.П., Федорюк М.В. *Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики*. М.: Наука, 1976.
31. Burridge R., Weinberg H. Horizontal rays and vertical modes // *Wave propagation and underwater acoustics*. 2005. P. 86–152.
32. Nazaikinskii V.E., Shatalov V.E., Sternin B.Yu. *Methods of noncommutative analysis: theory and applications*. de Gruyter, 1996.
33. Trofimov M.Yu., Kozitskiy S.B., Zakharenko A.D. A mode parabolic equation method in the case of the resonant mode interaction // *Wave Motion*. 2015. V. 58. P. 42–52.
34. Trofimov M.Yu., Kozitskiy S.B., Zakharenko A.D. Simulation of the pulse propagation by the interacting mode parabolic equation method // *Comp. Phys. Commun.* 2018. V. 228. P. 54–60.
35. Petrov P.S., Trofimov M.Yu., Zakharenko A.D. Modal perturbation theory in the case of bathymetry variations in shallow-water acoustics // *Rus. J. Math. Phys.* 2021. V. 28. № 2. P. 257–262.
36. Tang J., Петров П.С., Piao Sh., Козицкий С.Б. К вопросу о методе изображений в задаче о распространении звука в клине в акустике океана: некоторые исправления и дополнения // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 2. С. 228–240.
37. Kozitskiy S. Coupled-mode parabolic equations for the modeling of sound propagation in a shallow-water waveguide with weak elastic bottom // *J. Mar. Sci. Eng.* 2022. V. 10. № 10. P. 1355.
38. AMPLE. Конфигурационные файлы экспериментов. [Электронный ресурс] URL: <https://github.com/GoldFeniks/Ample/tree/master/samples>
39. Тыщенко А.Г., Заикин О.С., Сорокин М.А., Петров П.С. Комплекс программ для расчета акустических полей в мелком море на основе метода широкоугольных модовых параболических уравнений // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 5. С. 533–541.
40. Луньков А.А., Шерменева М.А. Взаимодействие мод на сосредоточенной неоднородности в мелководном акустическом волноводе в широкой полосе частот // *Акуст. журн.* 2022. Т. 68. № 5. С. 510–519.
41. Petnikov V.G., Grigorev V.A., Lunkov A.A., Sidorov D.D. Modeling underwater sound propagation in an arctic shelf region with an inhomogeneous bottom // *J. Acoust. Soc. Am.* 2022. V. 151. № 4. P. 2297–2309.
42. Porter M.B. Beam tracing for two- and three-dimensional problems in ocean acoustics // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 146. № 3. P. 2016–2029.
43. de Moraes Calazan R., Rodriguez O.C. Simplex based three-dimensional eigenray search for underwater predictions // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. № 4. P. 2059–2065.
44. Sertlek H.Ö., Ainslie M.A., Heaney K.D. Analytical and numerical propagation loss predictions for gradually range-dependent isospeed waveguides // *IEEE J. Ocean. Eng.* 2019. V. 44. № 4. P. 1240–1252.

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ.  
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 532.591;550.83.017

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЛЕДОВОГО ПОКРОВА  
С ПОМОЩЬЮ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

© 2023 г. Д. А. Преснов<sup>а, \*</sup>, А. Л. Собисевич<sup>а</sup>, А. С. Шуруп<sup>а, b, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук,  
ул. Большая Грузинская, 10, стр. 1, Москва, 123995 Россия

<sup>б</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,  
ГСП-1, Ленинские горы, 1, стр. 2, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: presnov@physics.msu.ru

\*\*e-mail: shurup@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 07.04.2023 г.

После доработки 02.05.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Предложен и апробирован на экспериментальных данных метод оценки параметров ледового покрова океана (толщина, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, плотность), не требующий применения источника. Для реализации рассматриваемого подхода требуются два расположенных на поверхности льда одноканальных сейсмоприемника, регистрирующих вертикальную компоненту колебательной скорости сейсмического шума. Спектрально-корреляционный анализ функции взаимной корреляции шумов, зарегистрированных приемниками, позволяет оценить дисперсионную зависимость групповой скорости изгибно-гравитационной волны, распространяющейся по ледовой пластине. Решение обратной задачи основано на анализе дисперсии не только групповой, но и фазовой скорости, что позволяет увеличить объем первичных данных. Полученные оценки параметров льда соответствуют результатам независимых наблюдений, проводимых в ходе эксперимента, а также оценкам других авторов, полученным для характеристик льда в регионе проведения эксперимента.

*Ключевые слова:* изгибные волны, ледяной покров, лед, сейсмические станции, сейсмоакустический шум, нормальные волны

DOI: 10.31857/S0320791923600385, EDN: SMJYOA

ВВЕДЕНИЕ

Стремительный рост деловой активности на шельфе арктических морей, сопровождающийся увеличением объема перевозок по Северному морскому пути, в сочетании с повышенным интересом правительственных и общественных организаций к состоянию морского ледового покрова как индикатора глобальных климатических изменений, предопределил бурное развитие технической и методической базы ледовых наблюдений [1]. Толщина льда играет ключевую роль в параметрах ледяного покрова замерзающих водоемов мирового океана. Так как морской лед находится на границе между океаном и атмосферой, его толщина и распределение по регионам отражают состояние обеих сред, обеспечивая интегральный показатель климатических колебаний и динамики атмосферных и гидрологических процессов. Более того, межгодовые и климатические изменения толщины льда на судоходных путях явля-

ются важным параметром для оценивания и планирования новых морских транспортных систем.

В естественных условиях лед неоднороден по толщине, имеет вертикальную слоистость, при этом в зависимости от условий формирования льдины, соленость и плотность слоев может различаться. Деформированный лед (такой как сморози, торосы и наслоения) обладает еще более сложной структурой. Измерение толщины морского льда является одной из наиболее важных и сложных задач. В наши дни разработаны и широко используются в полевых исследованиях несколько методов [2]: 1) бурение льда; 2) методы эхолотации с использованием сонаров на подледных буях и лодках; 3) электромагнитные методы; 4) визуальные и телевизионные наблюдения с борта судов и ледоколов, осуществляющих ледовое плавание. Однако для масштабных измерений толщина льда остается одним из наиболее трудных параметров. Перспективным является применение дистанционных неконтактных методов определения параметров льда, как с искусственных спутни-

ков Земли, так и с воздушных судов, включая беспилотные летательные аппараты.

Несмотря на большое разнообразие подходов к оценке толщины льда все они не лишены недостатков. Так, большинство контактных методов подразумевают непосредственное присутствие человека, что существенно усложняет процедуру, учитывая в том числе суровые погодные условия Арктики. Дистанционные методы сталкиваются с трудностями в облачную погоду и не всегда могут обеспечить высокое пространственное разрешение при измерении. В связи с этим перспективным является совместное использование спутниковых наблюдений и результатов “наземных” наблюдений [3], в качестве которых могут выступать сейсмо- и гидроакустические данные, содержащие информацию о характеристиках упругих волн, распространяющихся в ледовом покрове [4, 5].

Распространение упругих волн в ледовом покрове океана исследуется на протяжении многих десятилетий, начиная с работ уже прошлого века [6, 7] и заканчивая совсем недавними исследованиями в этой области [8, 9]. Использование сейсмоакустических волн позволяет оценить толщину льда  $h$ , а также его механические свойства – плотность  $\rho$ , модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\mu$  [10]. Несмотря на всю свою привлекательность, сейсмоакустический мониторинг характеристик льда редко реализуется на практике. Основная причина связана с необходимостью использования специальных источников, что приводит к заметному увеличению стоимости эксперимента и его технической сложности. Привлечение методов шумовой интерферометрии [11–13] позволяет предложить схему пассивного мониторинга льда, использующую в качестве источника информации о среде естественные шумы, возникающие, например, при локальных механических разрушениях ледовой пластины, а также за счет ветрового воздействия. В этом случае функция взаимной корреляции шумов, измеренных двумя разнесенными в пространстве сейсмоприемниками, позволяет оценить характеристики функции Грина, т.е. получить данные, как если бы сигнал излучался и принимался в точках расположения сейсмоприемников.

В последние годы интерес к этой идее неуклонно растет, причем как правило исследователи используют множество приемников на льду, формирующих сейсмоакустическую антенну. Упорядочив корреляционные функции по увеличению расстояния между точками наблюдения, можно сформировать корреляционную матрицу, вдоль строки и столбцов которой будут изменяться расстояние и время. Двойное Фурье-преобразование этой матрицы позволяет перейти от координат “расстояние–время” к координатам “волновое число–частота” и, используя тот или иной

метод обработки, оценить фазовую скорость модовых составляющих [9, 14], формирующих сейсмоакустическое поле в ледовой пластине. Аналитическая связь между фазовыми скоростями мод и характеристиками льда в виде дисперсионного уравнения позволяет решить прямую задачу расчета модельных частотных зависимостей фазовых скоростей в зависимости от параметров льда. Решение прямой задачи, в свою очередь, используется для восстановления характеристик льда за счет выбора тех их значений, которые обеспечивают наилучшее совпадение численно рассчитанных и экспериментально измеренных фазовых скоростей в рассматриваемом частотном диапазоне.

В настоящей работе представлена пассивная схема оценки характеристик ледового покрова по данным о вертикальной составляющей колебательной скорости сейсмоакустических шумов, измеренных двумя разнесенными в пространстве стационарными приемниками, установленными на лед. В этом случае спектрограмма шумовой корреляционной функции позволяет оценить дисперсионную зависимость групповой скорости изгибно-гравитационной волны, формирующей основной вклад в вертикальную компоненту регистрируемого шумового поля. Для решения обратной задачи предложен подход, учитывающий дисперсию не только групповой, но и фазовой скорости, что позволяет увеличить объем первичных данных для решения обратной задачи, улучшая тем самым ее обусловленность. Предложенный пассивный сейсмоакустический мониторинг характеристик льда ( $h$ ,  $\rho$ ,  $E$ ,  $\mu$ ) апробирован на экспериментальных данных, зарегистрированных на поверхности льда озера Байкал.

#### ОЦЕНКА ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕДОВОГО ПОКРОВА ПО ДАННЫМ О ДИСПЕРСИИ ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ ИЗГИБНО-ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ

В случае ледовой пластины толщины  $h$ , лежащей на жидком полупространстве, на низких частотах  $f$ , для которых величина  $fh$  не превышает  $\approx 50$  Гц м (такое условие характерно для натуральных экспериментов, проводившихся в Арктическом регионе [8–10]), сейсмоакустическое поле формируется преимущественно тремя модами [8]: продольной модой, поляризованной вдоль направления распространения волны, поперечной модой с горизонтальной поляризацией вдоль поверхности пластины [9] и изгибно-гравитационной модой [10]. При использовании трехкомпонентного сейсмоприемника, установленного вертикально на поверхности льда, один из горизонтальных каналов которого ориентирован вдоль трассы распространения, указанные волны

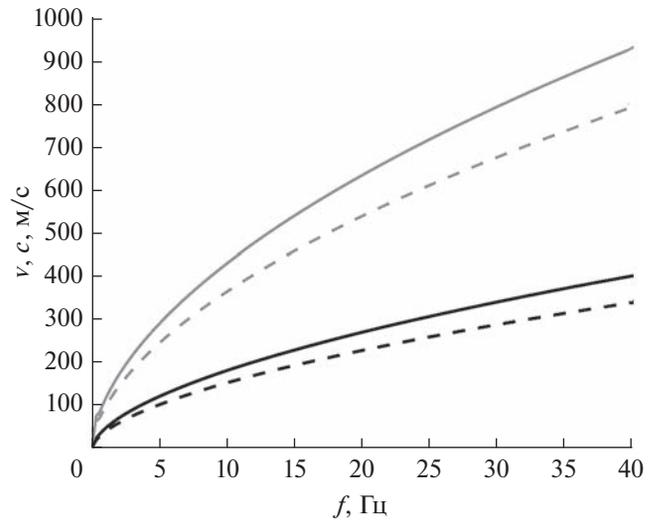
естественным образом разделяются и дают преимущественный вклад каждая на соответствующем канале [13]: изгибно-гравитационная мода регистрируется на вертикальном канале, поперечная мода – на горизонтальном канале, ориентированном перпендикулярно направлению распространения волны, продольная – на горизонтальном канале, ориентированном вдоль трассы распространения, где также будет наблюдаться и вклад от изгибно-гравитационной волны, так как для нее характерна эллиптическая поляризация. При этом продольная и поперечные моды практически не обладают дисперсией в рассматриваемом частотном диапазоне и распространяются со скоростями продольных и поперечных волн в безграничном упругом пространстве; в то же время для изгибно-гравитационной волны дисперсия проявляется заметно (рис. 1) [14]. Характерный вид временной зависимости изгибно-гравитационной волны начинается с высокочастотной части, которая приходит раньше, и завершается медленно распространяющейся низкочастотной составляющей поля этой моды. В рассматриваемой в настоящей работе схеме оценки параметров ледового покрова используются одноканальные датчики, регистрирующие вертикальную компоненту сейсмического шума в низкочастотной области, где основной вклад в регистрируемое поле дает изгибно-гравитационная волна.

Для рассматриваемых условий  $fh < 50$  Гц м справедливо дисперсионное уравнение изгибно-гравитационной волны, распространяющейся вдоль упругого однородного изотропного ледового слоя, расположенного на жидком полупространстве [1, 10]:

$$k^4 - \frac{h\rho\omega^2}{D} + \frac{\rho_w}{D} \left( g - \frac{\omega^2}{\sqrt{k^2 - k_w^2}} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $k = \omega/c$ ,  $k_w = \omega/c_w$  – волновое число;  $g = 9.8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $\omega = 2\pi f$  – циклическая частота;  $h, \rho$  – толщина и плотность ледовой пластины;  $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$  – цилиндрическая жесткость ледовой пластины, где  $E, \mu$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона; в дальнейшем плотность жидкости и скорость акустических волн в ней предполагаются известными и равными  $\rho_w = 1020 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_w = 1500 \text{ м/с}$ , соответственно. Отметим, что более сложное дисперсионное уравнение, применимое для мелкого моря и учитывающее наличие твердого основания – дна, было получено, например в [15], однако в этой работе не рассматривалось действие силы тяжести.

Дисперсионное уравнение (1) позволяет по заданным параметрам льда  $h, \rho, E, \mu$  рассчитать дисперсионную зависимость фазовой скорости



**Рис. 1.** Примеры дисперсионных зависимостей скоростей изгибно-гравитационной волны: фазовая скорость  $c(f)$  (черным цветом) рассчитана на основе уравнения (1); групповая скорость  $v(f)$  (серым цветом) – с использованием формулы (2). Сплошными линиями изображены результаты расчетов, полученных при численном моделировании (табл. 2), штриховыми линиями в результате решения обратной задачи при экспериментальной апробации (табл. 3).

изгибно-гравитационной волны  $c(f)$ . Вычисление групповой скорости  $v(f)$  осуществляется путем численного дифференцирования значений  $c(f)$  на основе формулы Рэлея (рис. 1), которая может быть записана в виде:

$$v^{(ph)} = \frac{c}{1 - \frac{f}{c} \frac{dc}{df}}. \quad (2)$$

В итоге, решение обратной задачи может быть основано на минимизации многопараметрического функционала невязки

$$\epsilon_{gr}(h, \rho, E, \mu) = \left\| v(f) - v^{(ph)}(f; h, \rho, E, \mu) \right\|_{L_2},$$

где  $v(f)$  – групповая скорость, оцененная из экспериментальных данных,  $v^{(ph)}(f; h, \rho, E, \mu)$  – результаты численного моделирования, которые зависят от искомым параметров льда  $h, \rho, E, \mu$ ;  $\|\dots\|_{L_2}$  обозначает норму  $L_2$ . В дальнейшем, для удобства изложения численное значение невязки между экспериментальными и модельными групповыми скоростями обозначается как  $\chi_c$  и вычисляется следующим образом:

$$\chi_c = \sqrt{\frac{\sum_i |v(f_i) - v^{(ph)}(f_i; h, \rho, E, \mu)|^2}{\sum_i v^2(f_i)}}, \quad (3)$$

где  $f_i$  – дискретизированные значения частот в рассматриваемой полосе.

Как отмечалось ранее, при решении задачи оценки параметров ледового покрова зачастую используют данные о фазовой скорости [8–10]. Фазовая информация более чувствительна к изменениям среды, по сравнению с амплитудной, фактически, заложенной в групповой скорости. В связи с этим ставится задача включить в процесс решения обратной задачи информацию о фазе изгибно-гравитационной волны. При наличии множества приемников, оценка фазовой скорости осуществляется стандартными методами [16]. Однако при наличии только одной пары стационарных точек наблюдения решение этой задачи затруднительно. Дело в том, что задача нахождения неизвестной фазовой скорости  $c(f)$  по данным в виде  $v(f)$  является неоднозначной. Действительно, из (2) следует, что для нахождения  $c(f)$  требуется интегрирование  $v(f)$ . Это приводит к необходимости оценки неизвестной в общем случае постоянной интегрирования  $C$ :

$$c^{(\text{gr})} = f \left[ \int \frac{df}{v} + C \right]^{-1}. \text{ Например, при численном}$$

интегрировании от нижней частоты  $f_0$  рассматриваемого частотного диапазона, постоянная интегрирования определяется как  $C = f_0/c(f_0)$  [17], однако значение  $c(f_0)$  неизвестно. Решение отмеченной проблемы неоднозначного восстановления фазовой скорости из групповой может быть основано на итерационной процедуре, использующей в качестве начального приближения асимптотику  $c(f)$  при  $f \rightarrow 0$ , которая оценивается из (1) аналитически, или на основе численной аппроксимации дифференциального уравнения (2), однако подробное рассмотрение этих вопросов выходит за рамки настоящей работы.

Как оказалось, для решения обратной задачи неоднозначность оценки фазовой скорости из  $v(f)$  может быть устранена. Для этого предлагается использовать аналог метода Кейпона, изначально разработанного и положительно зарекомендовавшего себя для решения задач пространственного и временного спектрального оценивания, обеспечивающего при определенных условиях разрешение лучше рэлеевского [18]. Алгоритм оценки параметров льда с использованием фазовой информации  $c^{(\text{gr})}$  основывается на максимизации следующей функции правдоподобия:

$$L(h, \rho, E, \mu) = \left[ \langle \Phi(h, \rho, E, \mu) | R_{\text{ph}}^{-1} | \Phi(h, \rho, E, \mu) \rangle \right]^{-1}, \quad (4)$$

где  $\Phi(h, \rho, E, \mu) = \exp\{-i2\pi f/c(f; h, \rho, E, \mu)\}$  – фазирующий вектор, вычисляемый на основе модельных данных  $c(f; h, \rho, E, \mu)$ ,  $R_{\text{ph}} = |\Phi_{\text{ph}}\rangle\langle\Phi_{\text{ph}}|$  – аналог выборочной корреляционной матрицы,

построенной на основе фазовой скорости  $c^{(\text{gr})}(f)$ , вычисленной для произвольной константы интегрирования  $C$ :

$$\Phi_{\text{ph}} = \exp\left\{\frac{-i2\pi f}{c^{(\text{gr})}(f)}\right\} = \exp\left\{-i2\pi \int \frac{df}{v} - i2\pi C\right\};$$

$|\dots\rangle, \langle\dots|$  – обозначения Дирака для вектор-столбца и вектор-строки, которые в рассматриваемом случае эрмитово сопряжены, что и обеспечивает исключение неизвестной переменной интегрирования  $C$  при формировании матрицы  $R_{\text{ph}}$ . Таким образом, алгоритм (5) позволяет учесть при решении обратной задачи фазовую информацию, при этом неоднозначность оценки  $c^{(\text{gr})}$  из экспериментальной групповой скорости  $v(f)$  снимается. Функцию правдоподобия (5) можно преобразовать в вид функционала, подлежащего минимизации  $\varepsilon_{\text{ph}}(h, \rho, E, \mu) = \sqrt{-\ln(L)}$ . Итоговый вид функционала, учитывающего и фазовую, и групповую скорости, минимизация которого позволяет оценить параметры льда в рассматриваемой обратной задаче, представляется в следующем виде:

$$\varepsilon(h, \rho, E, \mu) = \varepsilon_{\text{gr}}(h, \rho, E, \mu) + \alpha \varepsilon_{\text{ph}}(h, \rho, E, \mu), \quad (5)$$

где коэффициент  $\alpha$  выбирается таким образом, чтобы значения  $\varepsilon_{\text{gr}}$  и  $\varepsilon_{\text{ph}}$  были сравнимы по порядку величины на первых шагах поиска минимума.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Исходя из того, что входные данные для решения обратной задачи (дисперсионные кривые групповой скорости) являются реализациями некоторых случайных величин (в силу случайного характера ошибок их определения в эксперименте), решения  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  также носят вероятностный характер, что позволяет применять методы статистического оценивания для их анализа. Первым этапом решения обратной задачи является параметризация модели среды – выбор параметров, подлежащих оценке, и задание множества возможных значений с целью ограничения области поиска решения. На основе данных литературных источников [8, 19–22] были определены диапазоны изменений параметров льда  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , которые наблюдались при натурных исследованиях (см. табл. 1).

Для исследования решения обсуждаемой обратной задачи можно воспользоваться широко используемым в геофизических приложениях байесовским подходом [23, 24], когда все параметры описываются в вероятностных терминах. В этом случае результат решения обратной задачи представляется с помощью условной плотности вероят-

**Таблица 1.** Используемые диапазоны значений восстанавливаемых параметров модели, по литературным данным

	Минимальное значение	Максимальное значение
Толщина льда, $h$ , м	0.5	1.5
Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	700	1000
Модуль Юнга, $E$ , ГПа	2	15
Коэффициент Пуассона, $\mu$	0.1	0.5

ности  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$  параметров модели  $\mathbf{m} = [\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}]$  при условии, что измеренные данные принимают заданное значение  $\mathbf{d}_{\text{obs}} = v(f_i)$ . Таким образом, каждой конкретной модели ставится в соответствие некоторая вероятность, определяемая измерениями. Функция  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$  носит название апостериорного распределения (полученного после проведения опыта, т.е. после проведения измерений) и имеет размерность, равную числу неизвестных параметров модели (в нашем случае – четыре). Зная апостериорное распределение, можно получить как итоговое решение обратной задачи, используя наиболее вероятную или среднюю модель, так и получить оценки допустимых диапазонов для отдельных параметров модели.

Для того чтобы оценить апостериорное распределение  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$ , используется формула Байеса для условной вероятности, которую можно переписать в виде [25, 26]:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}}) = \frac{p(\mathbf{d}_{\text{obs}}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m})}{\int p(\mathbf{d}_{\text{obs}}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m}) d\mathbf{m}}, \quad (6)$$

здесь  $p(\mathbf{m})$  – это распределение вероятностей, которое выражает то, что мы знаем о параметрах модели до проведения измерений (обычно предполагается равномерное распределение в диапазоне возможного изменения параметров, см. табл. 1),  $p(\mathbf{d}_{\text{obs}}|\mathbf{m})$  – функция правдоподобия, которая определяется для фиксированных измерений  $\mathbf{d}_{\text{obs}}$ . Из (6) следует оценка  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}}) \sim p(\mathbf{d}_{\text{obs}}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m})$ , которая связывает апостериорное распределение с данными наблюдений и априорной информацией о модели.

В нашем случае мера близости экспериментальных и модельных данных определяется функционалом (5). Если модельные данные близки к измеренным, то тестовая модель близка к реальной модели, а функционал (5) стремится к минимуму. В большинстве практических случаев, ошибки измерений представляют собой нормально распределенные случайные величины [9, 26], в итоге, минимизация квадратичного функционала невязки

эквивалентна максимизации вероятности гауссовской функции правдоподобия:

$$p(\mathbf{d}_{\text{obs}}|\mathbf{m}) \sim \exp\left(\frac{-\varepsilon(\mathbf{m})^2}{2\sigma^2}\right), \quad (7)$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия результатов измерений.

На практике в случае большого числа параметров полный перебор моделей становится невозможным и единственным вариантом оценки апостериорного распределения становится его вычисление в различных точках пространства параметров модели. В результате требуется многократное решение прямой задачи, т.е. нахождение корней дисперсионного уравнения (1) относительно фазовой скорости  $c$ . Так как  $c$  нельзя выразить из (1) аналитически, то искать решение приходится в неявной форме, используя, например, стандартные итерационные методы, что требует дополнительных временных затрат. Для рассматриваемого далее частотного диапазона 1–40 Гц и для значений параметров  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  из диапазонов их изменений, заданных выше, путем численного моделирования было установлено, что  $c \leq 3.5c_w$ ,  $c\omega \gg g$ . В итоге, дисперсионное уравнение (1) может быть записано в упрощенном виде:

$$c^5 + Ac^4 - B = 0,$$

где  $A = \frac{h\rho\omega}{\rho_w}$ ,  $B = \frac{D}{\rho_w}\omega^3$ . Тем самым, задача нахождения дисперсионной зависимости  $c(f)$  сводится к задаче отыскания корней полинома 5-ой степени с заданными коэффициентами, которая решается стандартными безытерационными методами, реализованными в виде готовых функций во многих программных приложениях. Однако оценка апостериорной вероятности для всего пространства параметров модели, например, с однородным шагом, остается недостижимой за разумное время, так как размерности всех четырех неизвестных параметров перемножаются в размерности искомого распределения вероятностей.

В этой связи, эффективно использование методов статистического оценивания для генерации

представительной выборки из всего пространства возможных параметров модели. Для решения этой задачи нами применялся один из наиболее популярных алгоритмов – МСМС (Markov chain Monte Carlo) [23, 24], позволяющий получить ансамбль реализаций  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , удовлетворяющих исходным данным с заданной вероятностью. В частности, использовалась реализация метода Метрополиса–Гастингса, функционирующая в соответствии со следующим алгоритмом:

1) На основе стартовой модели  $\mathbf{m}$  (которая представляет из себя вектор параметров модели  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ) предлагается новая модель, путем выбора из распределения вероятностей  $q(\mathbf{m}'|\mathbf{m})$  такого, что новая предлагаемая модель  $\mathbf{m}'$  зависит только от текущей модели  $\mathbf{m}$ . В качестве  $q(\mathbf{m}'|\mathbf{m})$  обычно используется гауссовское распределение вероятностей, со средним значением в точке с текущими параметрами.

2) Для модели  $\mathbf{m}'$  решается прямая задача, после чего вычисляется функционал невязки (5), функция правдоподобия (7) и, собственно, значение апостериорного распределения для предлагаемой модели.

3) Принимается решение использовать новые параметры модели или нет, на основе распределения вероятностей (учтена симметричность  $q(\mathbf{m}'|\mathbf{m}) = q(\mathbf{m}|\mathbf{m}')$ ):

$$\alpha(\mathbf{m}|\mathbf{m}') = \min\left(1, \frac{p(\mathbf{m}'|\mathbf{d}_{\text{obs}})}{p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})}\right).$$

Таким образом, если предлагаемая модель имеет более высокое значение апостериорной функции распределения, она всегда принимается и становится текущей моделью. Если это значение меньше, то новая модель принимается с вероятностью равной отношению значений апостериорных распределений. В случае, когда априорные распределения совпадают (6), условие принятия новых параметров модели определяется просто отношением функций правдоподобия. В итоговый результат включается выбранная на данном этапе модель (новая или старая) и алгоритм повторяется до тех пор, пока выборка не заполнится требуемым количеством реализаций.

Следовательно, в выборку попадают такие параметры модели  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , которые наилучшим образом описывают измеренные данные, что соответствует минимуму функционала невязки или максимуму функции правдоподобия. На основе полученного обширного ансамбля реализаций, для каждого оцениваемого параметра строится апостериорная функция плотности вероятности, анализ которой дает итоговые оценки  $\langle \hat{h} \rangle, \langle \hat{\rho} \rangle, \langle \hat{E} \rangle, \langle \hat{\mu} \rangle$  и дисперсии этих оценок.

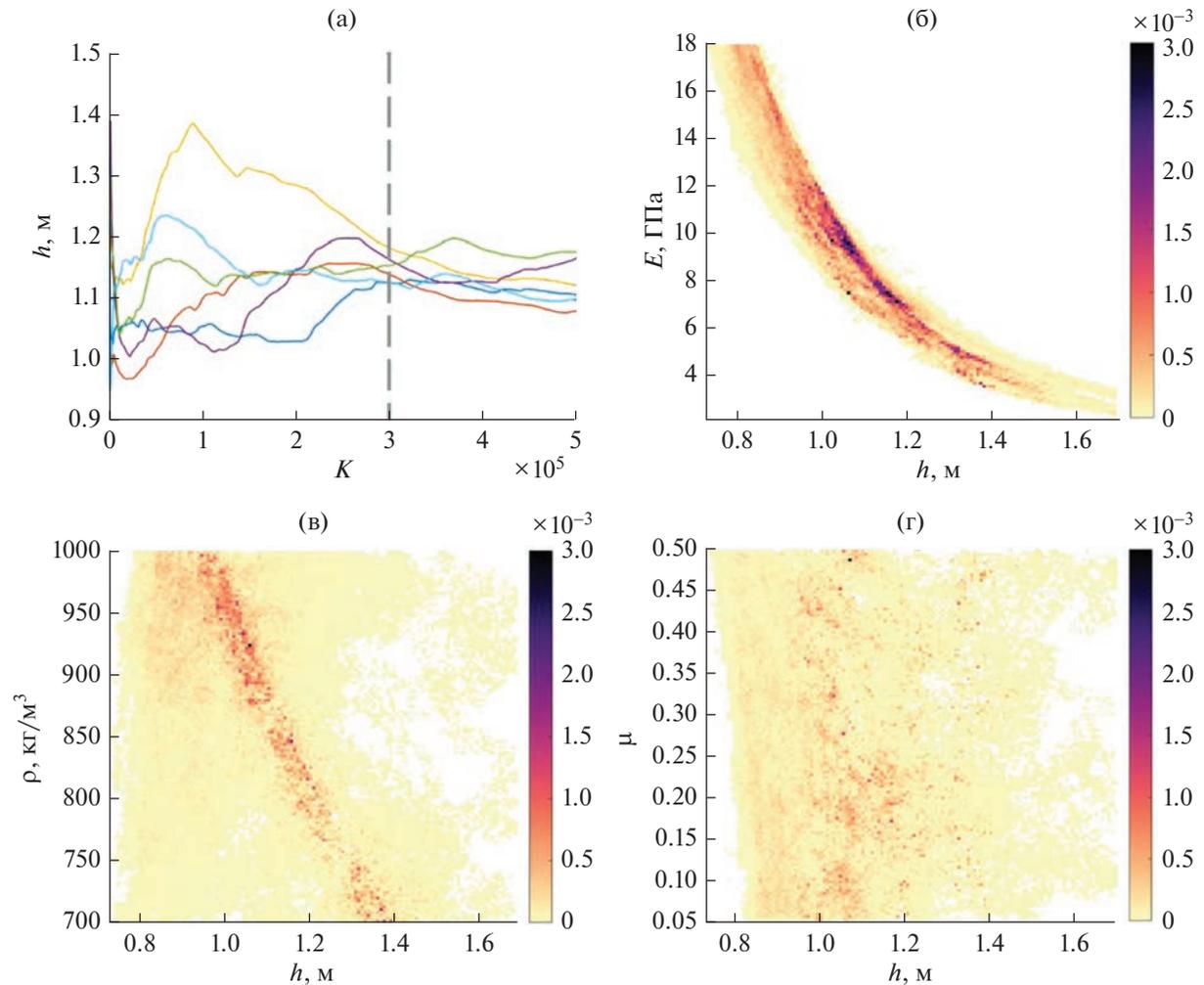
В рамках исследования алгоритма (5) рассматривалось восстановление параметров  $h, \rho, E, \mu$  на основе модельных дисперсионных зависимостей  $v^{(\text{ph})}(f; h_0, \rho_0, E_0, \mu_0)$ , полученных путем решения прямой задачи для следующих истинных значений параметров  $h_0 = 1.1$  м,  $\rho_0 = 870$  кг/м<sup>3</sup>,  $E_0 = 8$  ГПа,  $\mu_0 = 0.3$ , которые выбирались произвольным образом из принятых выше диапазонов их изменений. При этом использовалась широкая полоса частот ( $\approx 150$  частот) в диапазоне от 1 до 40 Гц. Изложенный выше алгоритм запускался параллельно для шести различных начальных точек, сгенерированных случайным образом для контроля сходимости метода. Для изучения всего пространства моделей генерировалась достаточно обширная выборка, содержащая  $N = 500000$  реализаций.

Чтобы оценить достаточность числа реализаций в рассматриваемой задаче, были рассчитаны зависимости средних значений толщины льда

$$\langle \hat{x}^{(K)} \rangle = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \hat{x}_i^2} \quad (\hat{x} - \text{условное обозначение}$$

для  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ) от количества элементов выборки  $K = 1 \dots N$ , используемых при вычислении среднего. На рис. 2а приведен вид этой зависимости для толщины льда при разных начальных значениях алгоритма МСМС. Как можно видеть на рис. 2а, после усреднения уже по  $K \approx 300000$

среднее значение случайной величины  $\hat{h}$  слабо изменяется для всех реализаций марковских процессов, т.е. рассматриваемого количества “испытаний”  $N = 500000$  достаточно для получения стационарного состояния марковской цепи. Аналогичные зависимости получаются для параметров  $\hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ . В качестве итоговой выборки можно использовать модели, начиная с 300000 реализации, что позволит исключить элементы, на которые оказывает влияние стартовая модель. Для изучения свойств апостериорного распределения вероятностей все шесть независимых марковских цепей объединялись в одну выборку. Таким образом был получен обширный набор параметров модели  $\mathbf{m} = [\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}]$ , удовлетворительно описывающий входные данные  $\mathbf{d}_{\text{mod}}$ , в качестве которых использовались модельные дисперсионные кривые  $v^{(\text{ph})}(f; h_0, \rho_0, E_0, \mu_0)$ . По полученным значениям  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  строились двумерные гистограммы отдельно для каждого оцениваемого параметра в зависимости от толщины льда (рис. 2). Цветовая шкала гистограмм соответствует нормированной частоте, с которой значения параметров встречаются в общем ансамбле полученных решений, тем самым определяя функции плотности вероятности  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{mod}})$  для искомым параметров модели  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ .



**Рис. 2.** Результат оценки апостериорной функции вероятности для пространства восстанавливаемых параметров с использованием модельных данных: (а) – сходимость средних значений для различных начальных состояний; (б) – двумерные гистограммы полученных решений в зависимости от: (б) – толщины ледового слоя и модуля Юнга, (в) – толщины и плотности льда, (г) – толщины льда и коэффициента Пуассона.

Как видно на рис. 2, наиболее вероятные значения параметров наблюдаются для толщины льда  $\hat{h}$  и модуля Юнга  $\hat{E}$ , для которых распределения локализованы вблизи истинных значений  $h_0, E_0$ . Здесь необходимо отметить, что локализация максимума плотности вероятности достигается за счет включения в процедуру решения обратной задачи второго слагаемого в уравнении (5). В противном случае возникает неоднозначность совместной оценки  $\hat{h}$  и  $\hat{E}$ , для устранения которой необходимо фиксировать один из параметров. Для  $\hat{\rho}$  функция плотности вероятности не локализуется вблизи истинного значения  $\rho_0$  и имеет сравнительно широкое распределение по диапазону возможных значений (рис. 2в). Тем не менее, следующая из графика близкая к линейной зависимость между  $\hat{\rho}$  и  $\hat{h}$  позволяет оценивать

среднее значение случайной величины  $\hat{\rho}$ , которое с приемлемой точностью соответствует истине  $\rho_0$  (см. табл. 2). Для коэффициента Пуассона выделяющихся значений  $\hat{\mu}$  не наблюдается вовсе; функция плотности вероятности для этого параметра близка к равномерной (рис. 2г), в итоге, среднее квадратическое отклонение этой оценки получается весьма существенным (см. табл. 2).

Аналогичные результаты были получены ранее в [4], где также восстанавливались параметры ледового покрова по сейсмоакустическим данным. В [4], как и в настоящей работе, оцениваемые функции плотности вероятности для толщины льда  $\hat{h}$  и модуля Юнга  $\hat{E}$  имеют более локализованный характер по сравнению с  $\hat{\rho}$ . При этом для коэффициента Пуассона  $\hat{\mu}$  аналогичная зависимость имеет форму, близкую к гауссовской, в

**Таблица 2.** Результаты восстановления по модельным данным. Оценки, полученные простым арифметическим усреднением, представлены в столбце  $\langle x \rangle \pm \sigma_x$  ( $x$  обозначает каждый из рассматриваемых параметров  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ); результаты, полученные с учетом функции плотности вероятности, приведены в столбце  $\bar{x} \pm \bar{\sigma}_x$ ; истинные значения параметров  $h_0, \rho_0, E_0, \mu_0$  представлены в столбце  $x_0$

	$\langle x \rangle \pm \sigma_x$	$\bar{x} \pm \bar{\sigma}_x$	$x_0$
Толщина льда, $h$ , м	$1.1 \pm 0.2$	$1.1 \pm 0.2$	1.1
Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$(8.6 \pm 0.9) \times 10^2$	$(8.6 \pm 0.9) \times 10^2$	870
Модуль Юнга, $E$ , ГПа	$9 \pm 4$	$9 \pm 4$	8
Коэффициент Пуассона, $\mu$	$0.25 \pm 0.12$	$0.26 \pm 0.13$	0.3

то время как в настоящем исследовании локализации  $\hat{\mu}$  не наблюдается. Это отличие связано с различным подходом к решению обратной задачи. В [4] вместо дисперсионной зависимости групповой скорости изгибно-гравитационной волны  $v(f)$  в качестве исходных данных используется ее фазовая скорость  $c(f)$ , а кроме того, скорость продольных  $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}$  и попереч-

ных  $c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}}$  волн во льду. Таким образом, использовался намного больший объем первичной информации, что требовало анализировать данные с более чем 90 трехкомпонентных геофонов, расположенных на поверхности льда. В то время как для оценки групповой скорости  $v(f)$  в настоящем исследовании достаточно использовать данные всего с двух однокомпонентных сейсмометров. Столь принципиальное сокращение количества используемых датчиков существенно упрощает и удешевляет проведение эксперимента, однако приводит к заметным ограничениям на объем используемой информации и, как следствие, на возможность раздельного восстановления рассматриваемых характеристик ледового покрова. Дополнительная априорная информация может заметно улучшать результаты раздельного восстановления параметров. Другой подход повышения качества решения обратной задачи связан с уменьшением количества неизвестных. Например, дисперсионное уравнение (1) можно решать относительно трех неизвестных  $h, \rho$  и  $D$ . Коэффициенты  $E, \mu$  одновременно присутствуют в цилиндрической жесткости льда  $D$ , при этом величина  $E$  примерно на девять порядков больше, чем  $\mu$ , что, по-видимому, и приводит к столь слабому выделению  $\mu$  на фоне  $E$  при использовании только уравнения (1) без дополнительных ограничений на эти характеристики. Рассмотрение упомянутых направлений улучшения результатов восстановления мы относим к перспективам дальнейших исследований.

Для заданной функции плотности вероятности  $p(x)$  случайной величины  $x$ , оценки ее среднего по ансамблю реализаций значения  $\bar{x}$  и среднеквадратического отклонения  $\bar{\sigma}_x$  вычисляются стандартным способом:  $\bar{x} = \int_X xp(x)dx$ ,  $\bar{\sigma}_x = \sqrt{\int_X (x - \bar{x})^2 p(x)dx}$ , где  $X$  – область определения  $x$ . Используя эти соотношения, были получены средние по ансамблю значения для рассматриваемых решений  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  и их среднеквадратические отклонения. Результаты в виде  $\bar{h} \pm \bar{\sigma}_h$  (аналогично для  $\hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ), а также оценки, полученные при арифметическом усреднении в виде  $\langle \hat{h} \rangle \pm \sigma_h$  (аналогично для  $\hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ), представлены в табл. 2. Там же приведены истинные значения параметров  $h_0, \rho_0, E_0, \mu_0$ , которые использовались при моделировании входных данных  $v^{(ph)}(f; h_0, \rho_0, E_0, \mu_0)$ . Как видно из табл. 2, оценки восстанавливаемых параметров описывают их истинные значения в пределах полученной точности. На рис. 1 сплошными линиями приведены дисперсионные зависимости результатов восстановления групповой скорости  $\bar{v} = v^{(ph)}(f; \bar{h}, \bar{\rho}, \bar{E}, \bar{\mu})$ , для которой значение невязки (3)  $\chi_c$  составляет  $\approx 0.021$  (для решения  $\hat{v} = v^{(ph)}(f; \langle \hat{h} \rangle, \langle \hat{\rho} \rangle, \langle \hat{E} \rangle, \langle \hat{\mu} \rangle)$  невязка оказалась равной  $\chi_c \approx 0.029$ ).

Полученные в рамках численного моделирования результаты применения рассматриваемого метода оценки параметров ледового покрова позволяют перейти к его экспериментальной апробации. Далее приводится описание полевого эксперимента и результатов восстановления параметров ледового покрова в природных условиях.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АПРОБАЦИЯ

Экспедиционные исследования выполнялись во второй половине марта 2020 г. на льду озера

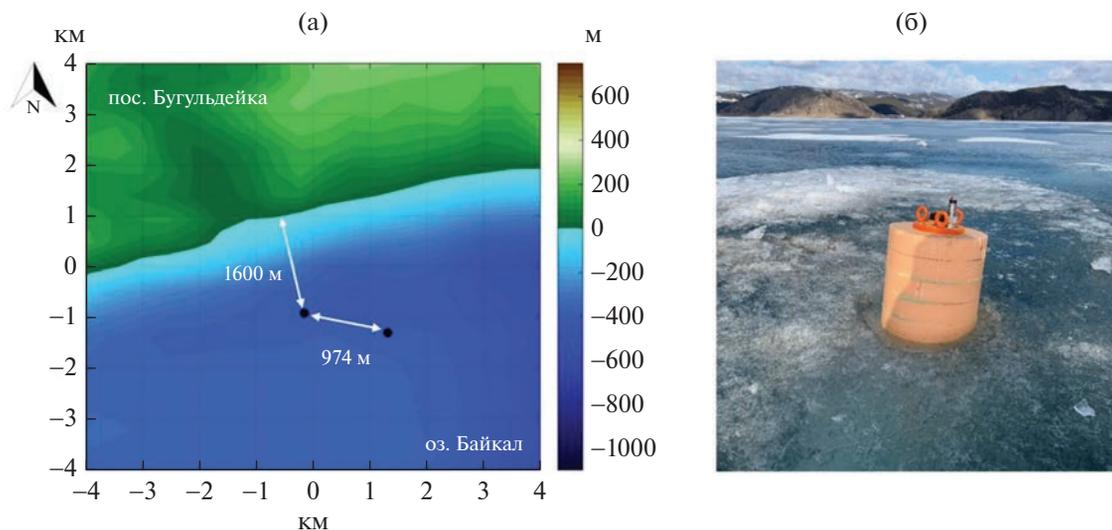
Байкал в районе пос. Бугульдейка, Иркутской области, вблизи геодинамического полигона ИЗК СО РАН. Ставилась задача размещения сейсмического и гидроакустического оборудования на поверхности льда с целью изучения особенностей регистрации сейсмических событий и искусственных сигналов от расположенного на противоположном берегу озера 100-тонного вибратора ЦВО-100 [27]. Параллельно с этой задачей был получен массив непрерывных наблюдений низкочастотного сейсмоакустического шума, формирующегося в ледовых условиях, на анализ которого направлено настоящее исследование. Лед озера Байкал имеет уникальную структуру, он обладает высокой оптической прозрачностью, что связано с тем, что лед очень плотный и не содержит пузырьков воздуха, которые обычно присутствуют во льду других водоемов. Кроме того, обширные размеры озера и сильные ветра делают его практически свободным от снежного покрова, но возникающие при этом напряжения создают торосы и трещины. Необходимо отметить, что в зимний период здесь функционирует ледовая автомобильная переправа на остров Ольхон длиной более 10 км, что делает разработку методов автономного контроля толщины и прочности льда актуальной и практически важной задачей.

На протяжении всего времени работы экспедиции температура воздуха колебалась от 0 до 5°C, что обеспечило благоприятные условия для выполнения измерений. Сам лед был достаточно прочным и толстым — его толщина составляла 1 метр, что теоретически позволяет использовать транспорт для передвижения по льду. При этом следует отметить, что поверхность льда озера слегка подтаивала в солнечные часы. Установка оборудования на льду выполнялась с использованием опыта предшествующих исследований [9, 19]. Во льду вырубалась лунка, позволяющая полностью погрузить прибор под поверхность льда, для защиты от ветровой помехи. Дно лунки заполнялось песком, благодаря чему датчик проще выравнять по горизонтали. В качестве основного измерительного оборудования использовались автономные гео-гидроакустические буи [28], специально разработанные для применения в ледовых условиях, с учетом возможных низких температур и сильных воздействий на корпус прибора. Гео-гидроакустический буй, созданный на основе широкополосного сейсмометра СМЕ4211, способен обеспечить непрерывную регистрацию вертикальных упругих колебаний в полосе частот 0.033–50 Гц в течение одной недели. В рамках настоящего исследования была выбрана частота оцифровки 250 Гц. Приемная группа на поверхности льда состояла из шести автономных буев и одной трехкомпонентной станции, апертура установки составляла  $\approx 1.2$  км [27]. В качестве эксперимента один из приборов был помещен в теп-

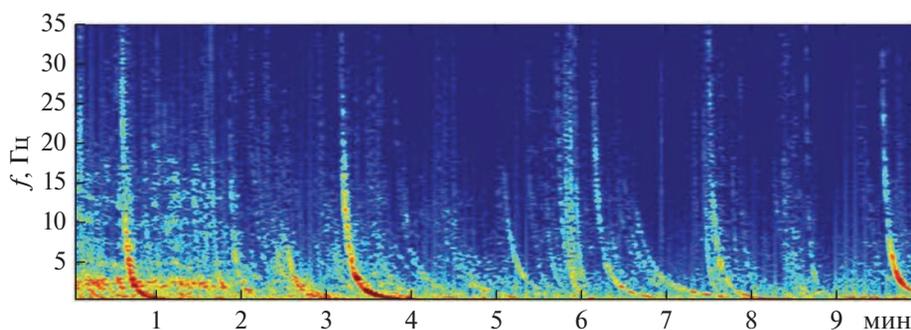
лоизолирующий кожух из пенопласта для оценки возможности снижения влияния температуры на показания сейсмометра, однако это привело к тому, что прибор получил положительную плавучесть и из-за ускоренного таяния льда в этой лунке буй плавал (рис. 3б), поэтому он был исключен из дальнейшего анализа. Дополнительно для временных подводных наблюдений использовались низкочастотные пьезокерамические гидрофоны. Место установки станций было выбрано с учетом достаточной удаленности от берега и существенной глубины озера, которая составляла  $\approx 400$  м. В таком режиме автономные станции непрерывно функционировали несколько суток, благодаря чему было зарегистрировано несколько локальных и региональных сейсмических событий. В настоящей работе рассматриваются экспериментальные данные сейсмоакустических шумов, записанных на поверхности льда только двумя приборами (рис. 3а).

Общий визуальный анализ экспериментальных волновых форм показывает, что фоновые сейсмоакустические сигналы, регистрируемые на поверхности льда, весьма интенсивны. При измерении вертикальных колебаний льда основной вклад в волновое поле на льду связан с волновыми модами изгибно-гравитационного типа (рис. 3), генерируемыми ветром, водными потоками, пузырьками газа, ударяющимися о поверхность льда или “льдотрясениями”, которые вызываются, как известно, внутренней деформацией ледовой пластины из-за относительного дрейфа и теплового расширения льда, приводя к растрескиванию. В качестве примера на рис. 4 приведена обработка 10-минутного участка экспериментальной записи с использованием методов спектрально-временного анализа. На ней можно визуально распознать по меньшей мере 12 поступающих сигналов, обладающих дисперсией, характерной для изгибно-гравитационной моды, временная зависимость которой начинается с высокочастотной части, приходящей раньше, и завершается медленно распространяющейся низкочастотной составляющей поля этой моды. По опыту сейсмоакустических измерений, например, на Ладожском озере и озере Умбозеро [13, 14], следует отметить, что уровень сейсмоакустической зашумленности льда озера Байкал существенно выше. Например, шумы льда здесь ощущаются даже в слышимом диапазоне. Однако количественный анализ подобных импульсных сигналов затруднителен, так как источник возмущения и его расположение в общем случае неизвестны.

Эффективным способом оценки времени распространения сигнала между двумя приемниками является исследование функции взаимной корреляции шумов [11, 12]. За счет усреднения за длительный период накопления шумового сигнала вклад в функцию взаимной корреляции будут



**Рис. 3.** (а) – Схема проведения эксперимента и глубина озера Байкал в районе работ, черными точками отмечены положения приемников; (б) – фотография приемника – вмораживаемого гео-гидроакустического буя в процессе эксперимента.



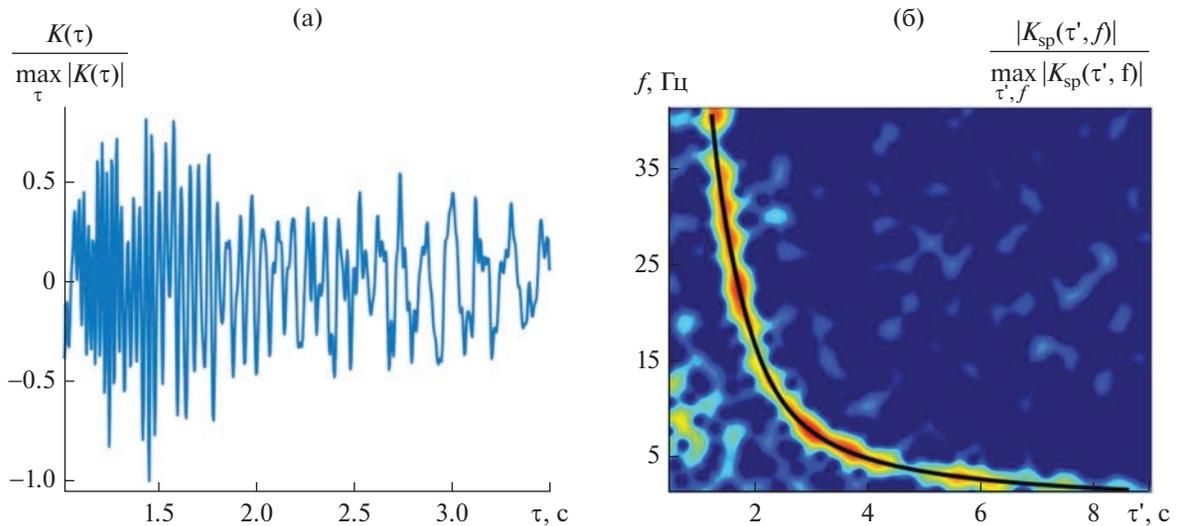
**Рис. 4.** Типичная спектрограмма сигнала, регистрируемого на льду озера Байкал – выделяются импульсные вступления в виде диспергирующих изгибно-гравитационных сигналов.

вносить только источники, расположенные вблизи оси между приемниками, в результате чего функция взаимной корреляции должна иметь два симметричных относительно нулевой временной задержки максимума, положения которых соответствуют времени пробега сигнала между приемниками. В случае диспергирующей волны в ледовом покрове сигнал растягивается во времени, однако его симметричность также остается важным критерием достоверной оценки времени пробега. Для получения симметричных корреляционных пиков использовался следующий алгоритм обработки экспериментальных данных.

На предварительном этапе обработки экспериментальных данных использовались стандартные операции удаления линейного тренда и полосовой фильтрации. Необходимыми процедурами являются “нормализация” амплитуды и “обеление” спектра сигнала, которые можно считать стан-

дартными в задачах, где применяется шумовая интерферометрия [16]. Особенностью обработки именно ледовых сигналов являются подобранные эмпирическим путем параметры методов, использовавшихся в [16]. Длительность интервала разбиения в настоящем исследовании составила один час при полной длительности непрерывных измерений, равной 53 ч. Для амплитудной нормализации использовался диапазон частот 3–16 Гц с шириной окна бегущего среднего  $\approx 73$  с. В процедуре обеления спектра использовалось спектральное окно скользящего среднего  $\approx 1.4$  Гц. После этого вычислялись часовые взаимно-корреляционные функции шумовых сигналов для пары станций, которые затем усреднялись за весь рассматриваемый период.

На данном этапе проводимого исследования была выбрана одна пара приемников, расположенных на расстоянии  $R \approx 974$  м (рис. 3а), которое заведомо



**Рис. 5.** Нормированная полусумма  $K(\tau) = [C(\tau) + C(-\tau)]/2$  двух фрагментов экспериментальной функции взаимной корреляции  $C(\tau)$  для пары приемников, показанных на рис. 3а, соответствующих положительным и отрицательным задержкам. (а) – Изображена часть итоговой полусуммы  $K(\tau)$ , содержащая характерные для изгибно-гравитационной волны особенности – первые высокочастотные приходы с последующими низкочастотными вступлениями. (б) – Нормированный модуль спектрограммы  $|K_{sp}(\tau', f)|$  функции взаимной корреляции  $K(\tau)$ , рассчитанный по экспериментальным данным. Черной линией изображена оценка дисперсионной зависимости групповой скорости изгибно-гравитационной волны, полученная в результате решения обратной задачи.

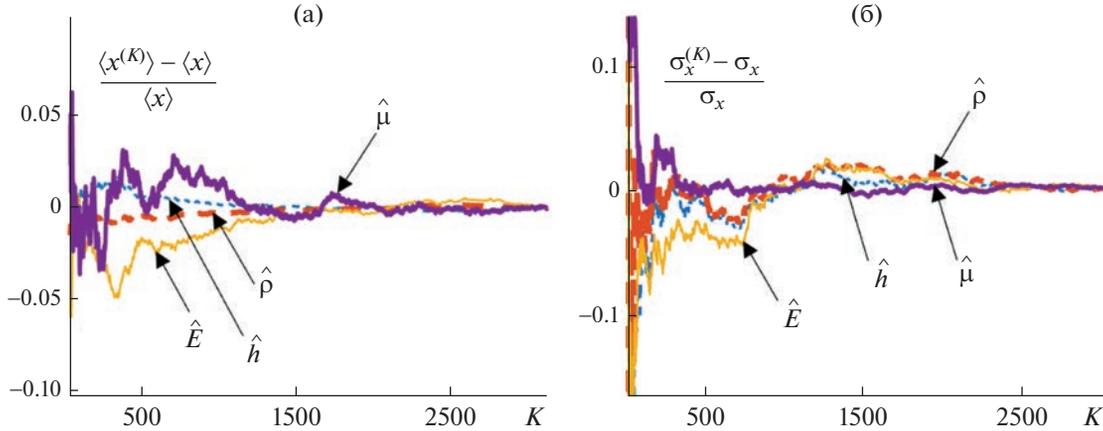
больше, чем три длины волны изгибно-гравитационных возмущений. В дальнейшем будет анализироваться полусумма фрагментов функции взаимной корреляции, соответствующих положительным и отрицательным задержкам (рис. 5а), что позволяет дополнительно повысить отношение сигнал/помеха за счет учета взаимности распространения сигналов между сейсмоприемниками. Для простоты изложения далее итоговая полусумма будет называться просто функцией взаимной корреляции  $K(\tau) = [C(\tau) + C(-\tau)]/2$ . На рис. 5б представлен модуль спектрограммы  $|K_{sp}(\tau', f)|$  функции взаимной корреляции  $K(\tau)$ . Сама спектрограмма  $K_{sp}(\tau', f)$  рассчитывалась как оконное Фурье-преобразование от  $K(\tau)$ :

$$K_{sp}(\tau', f) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\tau)h(\tau - \tau') \exp(-i2\pi f\tau) d\tau.$$

Здесь  $f$  – частота в герцах, а служащий аргументом функции  $K(\tau)$  временной сдвиг  $\tau$  – в секундах. При вычислении  $K_{sp}(\tau', f)$  функция окна  $h(\tau - \tau')$  имела характерную длительностью  $\approx 0.77$  с (с центром в точке  $\tau = \tau'$ ); сдвиг по центральной временной задержке  $\tau'$  осуществлялся с шагом  $\approx 0.04$  с. На рис. 5б отчетливо прослеживаются максимумы спектрограммы, соответствующие временам прихода основной энергии сигнала в различные моменты времени на различных частотах. Другими словами, наблюдается дисперси-

онная зависимость групповой скорости изгибно-гравитационной волны, которая дает основной вклад в регистрируемую вертикальную компоненту колебательной скорости сейсмоакустического шума. Определение координат  $(\tau', f)$  максимумов модуля спектрограммы  $|K_{sp}(\tau', f)|$  дает оценку зависимости групповой скорости от частоты  $v(f)$ , где  $v = R/\tau'$ ,  $R \approx 974$  м – известное расстояние между сейсмоприемниками. Полученная на основе максимумов  $|K_{sp}(\tau', f)|$  зависимость  $\tau'(f)$  изображена на рис. 5б черной линией. Ошибка полученной оценки  $v(f)$  по данным, представленным на рис. 5б, не превышает 3% в среднем по рассматриваемому частотному диапазону. В итоге, частотно-временной анализ функции взаимной корреляции шумового поля, зарегистрированного на поверхности ледового покрова парой разнесенных в пространстве сейсмоприемников, позволяет оценить усредненную вдоль трассы между приемниками дисперсию групповой скорости  $v(f)$  изгибно-гравитационной волны. Эти данные используются далее для оценки параметров льда  $h, \rho, E, \mu$ , которые также следует понимать как средние значения вдоль линии, соединяющей приемники (рис. 3а).

В качестве метода поиска минимума функции многих переменных (5) использовался стандартный для геофизических приложений алгоритм “имитации отжига” (simulated annealing) [23], так же относящийся к классу методов МСМС. Одной из особенностей этого подхода является вероят-



**Рис. 6.** Результаты, полученные при обработке экспериментальных данных: (а) – сходимость центрированных относительно нуля нормированных средних значений  $\frac{\langle x^{(K)} \rangle - \langle x \rangle}{\langle x \rangle}$  и (б) – среднеквадратических отклонений  $\frac{\sigma_x^{(K)} - \sigma_x}{\sigma_x}$  при увеличении количества “испытаний”  $K$  ( $x$  – условное обозначение для  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ).

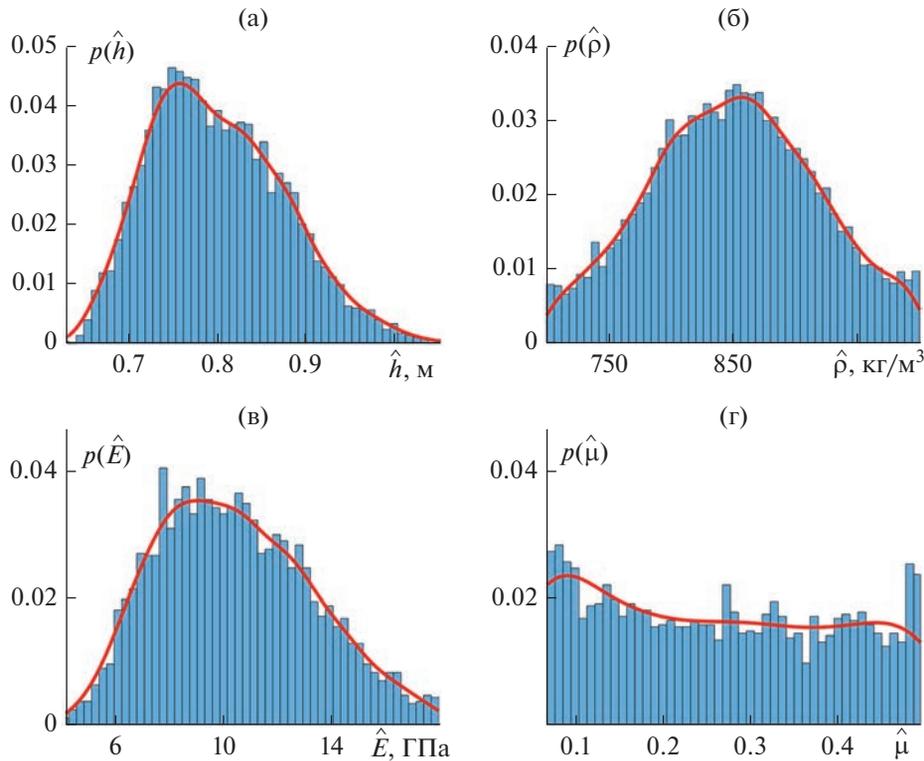
ностный метод определения направления поиска минимума в пространстве неизвестных параметров; в рассматриваемом случае – на множестве возможных значений параметров  $h, \rho, E, \mu$ . Многократное применение алгоритма “отжига” позволяет получить набор решений  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , обеспечивающих минимальное значение  $\varepsilon(h, \rho, E, \mu)$  с ошибкой не более заданного уровня, определяемого в нашем случае точностью эксперимента. Алгоритм “отжига” запускался  $N = 10000$  раз, в каждом из этих “испытаний” выполнялось 500 итерационных шагов, после чего поиск решения останавливался. Полученные таким образом оценки  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  дают значения невязок  $\chi_c$  2.5%, т.е. на уровне шумов в исходных экспериментальных данных. Чтобы оценить достаточность числа реализаций  $N = 10000$ , помимо средних значений (как в разделе по численному моделированию) были рассчитаны зависимости среднеквадратических отклонений

$$\sigma_x^{(K)} = \sqrt{[\hat{x} - \langle \hat{x} \rangle]^2} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\hat{x}_k - \langle \hat{x} \rangle)^2} \quad (\hat{x} -$$

условное обозначение для  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ) от количества элементов выборки  $K = 1 \dots N$ , используемых при вычислении. На рис. 6 приведены центрированные относительно нуля и нормированные оценки вида  $(\hat{x}^{(K)} - \langle \hat{x} \rangle) / \langle \hat{x} \rangle, (\sigma_h^{(K)} - \sigma_h) / \sigma_h$ , где  $\langle \hat{x} \rangle, \sigma_h$  – значения, полученные при усреднении по всему рассматриваемому ансамблю реализаций, т.е. при  $K = N$ . На рис. 6а, 6б демонстрируется уменьшение средних значений  $\langle \hat{h} \rangle, \langle \hat{\rho} \rangle, \langle \hat{E} \rangle, \langle \hat{\mu} \rangle$  для рассматриваемых решений  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$  и их среднеквадратических отклонений  $\sigma_h, \sigma_\rho, \sigma_E, \sigma_\mu$  с увеличением

количества  $K$  используемых для их вычисления решений. Как видно на рис. 6а, 6б, уже при  $K \approx 3000$  наблюдается сходимость этих оценок с приемлемой точностью.

Гистограммы, рассчитанные по наборам случайных величин  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , представлены на рис. 7, где сплошными линиями изображены оценки функций плотности вероятности  $p(\hat{h}), p(\hat{\rho}), p(\hat{E}), p(\hat{\mu})$  для рассматриваемых параметров ледового покрова. Как видно, на рис. 7 распределения  $p(\hat{h}), p(\hat{E}), p(\hat{\rho})$  локализованы вблизи наиболее вероятных значений  $\hat{h}, \hat{E}, \hat{\rho}$ ; для  $\hat{\mu}$  распределения  $p(\hat{\mu})$  не обладают явно выраженными максимумами. Результаты оценок параметров ледового покрова в виде средних и наиболее вероятных  $\bar{h} \pm \sigma_h, \langle \hat{h} \rangle \pm \sigma_h$  (аналогично для  $\hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ), полученных на основе обработки экспериментальных данных, приведены в табл. 3. На рис. 5б и на рис. 1 изображены дисперсионные зависимости экспериментальной групповой скорости  $v = v(f)$  и результата ее восстановления  $\bar{v} = v^{(ph)}(f; \bar{h}, \bar{\rho}, \bar{E}, \bar{\mu})$  с невязкой (3)  $\chi_c \approx 1.9 \times 10^{-2}$  (для решения  $\hat{v} = v^{(ph)}(f; \langle \hat{h} \rangle, \langle \hat{\rho} \rangle, \langle \hat{E} \rangle, \langle \hat{\mu} \rangle)$  невязка оказалась равной  $\chi_c \approx 8.1 \times 10^{-2}$ ) на фоне спектрограммы  $K_{sp}(\tau', f)$  функции взаимной корреляции шумов. Как видно на рис. 5б, рис. 7, а также в табл. 3, полученные оценки параметров ледового покрова описывают экспериментальные данные с высокой точностью (невязка по исходным данным  $\chi_c \approx 2\%$ ), при этом с меньшей среднеквадратичной ошибкой восстанавливаются толщина



**Рис. 7.** Гистограммы, построенные по различным реализациям решений  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ; функции плотности вероятности  $p(\hat{h}), p(\hat{\rho}), p(\hat{E}), p(\hat{\mu})$ , оцененные по рассматриваемым наборам  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , изображены на гистограммах сплошными толстыми линиями.

льда и плотность. Модуль Юнга характеризуется бóльшим разбросом значений, при этом оцененное среднее значение представляется статистически значимым (рис. 7в). Для коэффициента Пуассона наиболее вероятного значения и вовсе не обнаруживается (рис. 7г), что приводит к существенному среднеквадратическому отклонению для этого параметра. Оценки вида  $\langle x \rangle \pm \sigma_x$ , полученные при простом усреднении по всему множеству реализаций  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ , оказываются хуже результатов, получаемых при учете функции плотности вероятности (см. табл. 3).

Следует отметить, что оценка  $E = 10 \pm 3$  ГПа соответствует значениям модуля Юнга, полученным независимо другими авторами в [20] при натурных измерениях на озере Байкал, а оценка толщины  $h = 0.79 \pm 0.08$  м находится в соответствии с наблюдениями, проводимыми в ходе выполнения настоящего эксперимента. Таким образом, в пассивном режиме были определены параметры льда озера Байкал, которые соответствуют трассе между двумя приемниками сейсмоакустического сигнала, установленными на льду (рис. 3а).

**Таблица 3.** Результаты восстановления по экспериментальным данным. Оценки, полученные простым арифметическим усреднением, представлены в столбце  $\langle x \rangle \pm \sigma_x$  ( $x$  обозначает каждый из рассматриваемых параметров  $\hat{h}, \hat{\rho}, \hat{E}, \hat{\mu}$ ); результаты, полученные с учетом функции плотности вероятности, приведены в столбце  $\bar{x} \pm \bar{\sigma}_x$

	$\langle x \rangle \pm \sigma_x$	$\bar{x} \pm \bar{\sigma}_x$
Толщина льда, $h$ , м	$1 \pm 0.3$	$0.79 \pm 0.08$
Плотность, $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$(8.5 \pm 0.7) \times 10^2$	$(8.4 \pm 0.7) \times 10^2$
Модуль Юнга, $E$ , ГПа	$7 \pm 5$	$10 \pm 3$
Коэффициент Пуассона, $\mu$	$0.25 \pm 0.15$	$0.22 \pm 0.13$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитие методов исследования Северного Ледовитого океана является критически важным для России, обладающей самым протяженным арктическим шельфом. Наблюдающиеся в настоящее время существенные климатические изменения в этом регионе требуют оперативного мониторинга состояния ледового покрова. Сокращение мощности ледового покрова на Арктическом шельфе открывает широкие возможности для промышленного освоения ресурсов этого региона, позволяет использовать новые транспортные артерии в системе глобальной мировой торговли. Прогнозирование такой деятельности является стратегически важной задачей.

В работе предложен метод оценки толщины, плотности, модуля Юнга и коэффициента Пуассона ледового покрова с упрощенными требованиями на его практическую реализацию. Используются всего лишь два разнесенных в пространстве сейсмоприемника, регистрирующих вертикальную компоненту колебательной скорости сейсмоакустического шума. Спектрально-корреляционный анализ зарегистрированных шумов позволяет оценить дисперсионную зависимость групповой скорости изгибно-гравитационной моды ледового покрова, что является исходными данными для восстановления средних значений параметров льда между точками наблюдения. Использование двух одноканальных сейсмоприемников существенно снижает стоимость и упрощает техническую сложность проведения эксперимента по сравнению с подходами, использующими антенные системы с десятками многоканальных приемников [8, 9], однако усложняет решение обратной задачи в виду существенного уменьшения объема исходных данных и количества ограничений на значения восстанавливаемых параметров. Тем не менее, результаты обработки экспериментальных данных с помощью представленного подхода указывают на возможность решения обратной задачи с приемлемой точностью. Отчасти это связано с тем, что фактическое количество используемых частот  $\approx 150$  заметно превышает количество восстанавливаемых параметров льда (четыре характеристики льда  $h, \rho, E, \mu$ ). Более того, предложенный алгоритм (5) использует информацию не только о групповой, но и о фазовой скорости изгибно-гравитационной волны, тем самым дополнительно увеличивая объем исходных данных. Важным фактором является также сравнительно высокое отношение сигнал/помеха, которое удалось получить в рассматриваемом эксперименте при спектрально-корреляционной обработке сейсмических шумов (рис. 5б). В перспективе, использование трехкомпонентных сейсмометров позволит учитывать данные о продольной и поперечной модах ледового покрова,

дающих вклад в регистрируемый шум на низких частотах. В этом случае решение обратной задачи может быть заметно улучшено за счет привлечения новых первичных данных, а также дополнительных ограничений на допустимые значения восстанавливаемых параметров. Подробный анализ этих возможностей относится к перспективам дальнейших исследований.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-77-00067.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Шуруп А.С.* Фундаментальные основы совершенствования пассивных сейсмогидроакустических методов исследования шельфа Арктики // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 1. С. 72–97.
2. *Алексеева Т.А., Фролов С.В., Сероветников С.С.* Обзор методов и основных результатов измерения толщины морского льда в Арктике // *Российская Арктика.* 2021. № 1(12). С. 33–49.
3. *Belter H.J., Krumpen T., Hendricks S., Hoelemann J., Janout M.A., Ricker R., Haas C.* Satellite-based sea ice thickness changes in the Laptev Sea from 2002 to 2017: comparison to mooring observations // *The Cryosphere.* 2020. V. 14. P. 2189–2203.
4. *Черных Е.Н., Ключевский А.В., Ружич В.В.* Сравнительное исследование записей близких землетрясений на скальном грунте и ледовом покрове озера Байкал // *Сейсмические приборы.* 2012. № 4. С. 55–66.
5. *Serdyukov A., Koulakov I., Yablokov A.* Numerical modelling of seismic waves from earthquakes recorded by a network on ice floes // *Geophys. J. Int.* 2019. V. 218. № 1. P. 74–87.
6. *Ewing M., Crary A.P.* Propagation of elastic waves in ice I // *Physics.* 1934. № 5. P. 165–168.
7. *Ewing M., Crary A.P.* Propagation of elastic waves in ice II // *Physics.* 1934. № 5. P. 181–184.
8. *Moreau L., Boué P., Serriperri A., Weiss J., Hollis D. et al.* Sea ice thickness and elastic properties from the analysis of multimodal guided wave propagation measured with a passive seismic array // *J. Geophys. Res. Oceans.* 2020. V. 125. № 4. P. e2019JC015709.
9. *Serriperri A., Moreau L., Boué P., Weiss J., Roux P.* Recovering and monitoring the thickness, density, and elastic properties of sea ice from seismic noise recorded in Svalbard // *The Cryosphere.* 2022. V. 16. № 6. P. 2527–2543.
10. *Stein P.J., Euerle S.E., Parinella J.C.* Inversion of pack ice elastic wave data to obtain ice physical properties // *J. Geophys. Res. Oceans.* 1998. V. 103. P. 21783–21793.
11. *Wapenaar K.* Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. № 25. P. 254301-1–254301-4.
12. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. № 5. P. 2731–2734.

13. *Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С.* О локализации геологических отдельных арктического шельфа на основе анализа модовой структуры сейсмоакустических полей // Докл. Росс. Акад. наук. 2018. Т. 479. № 1. С. 80–83.
14. *Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С.* Исследование возможностей пассивной томографической реконструкции параметров мелкого моря по данным натурных измерений на поверхности льда // Изв. РАН. Сер. физич. 2020. Т. 84. № 6. С. 815–818.
15. *Коньков А.И., Лебедев А.В., Разин А.В.* Анализ поверхностных волн в упругой среде с водоносным слоем // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59. № 4. С. 320–332.
16. *Тихоцкий С.А., Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С.* Использование низкочастотных шумов в пассивной сейсмоакустической томографии дна океана // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 107–116.
17. *Осетров А.В., Дроздова Л.Ф., Мышинский Э.Л.* Определение фазовой скорости в акустических волноводах по известной групповой скорости // Noise Theory and Practice. 2020. Т. 6. № 4. С. 90–94.
18. *Буров В.А., Касаткина Е.Е.* Применение метода максимального правдоподобия к обработке сигналов с градиентного приемника // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 1. С. 22–25.
19. *Богородский В.В.* Упругие характеристики льда // Акуст. журн. 1958. Т. 4. № 1. С. 19–23.
20. *Тимофеев В.Ю., Ардюков Д.Г., Гранин Н.Г., Жданов А.А., Кучер К.М., Бойко Е.В., Тимофеев А.В.* Деформация ледового покрова, приливные и собственные колебания уровня озера Байкал // Физическая мезомеханика. 2010. Т. 13. С. 58–71.
21. *Смирнов В.Н., Миронов Е.У.* Исследования прочности, морфометрии и динамики льда в инженерных задачах при освоении шельфа в замерзающих морях // Проблемы Арктики и Антарктики. 2010. № 2(85). С. 5–15.
22. *Марченко А.В., Карулин Е.Б., Чистяков П.В.* Экспериментальное определение упругих характеристик морского ледяного покрова // Научно-технический сборник Вести газовой науки. 2020. № 3(45). С. 129–140.
23. *Sambridge M., Mosegaard K.* Monte Carlo methods in geophysical inverse problems // Rev. Geophys. 2002. V. 40. № 3. P. 1009.
24. *Tarantola A.* Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. Society for industrial and applied mathematics, 2005. 339 p.
25. *Bertero M., Boccacci P., De Mol C.* Introduction to Inverse Problems in Imaging. Taylor & Francis Group, 2022. 341 p.
26. *Dosso S.E., Dettmer J.* Bayesian matched-field geoaoustic inversion // Inverse Problems. 2011. Т. 27. № 5. P. 055009.
27. *Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Тубанов Ц.А., Черемных А.В., Загорский Д.Л., Котов А.Н., Нумалов А.С.* Байкальский сейсмоакустический эксперимент // Докл. Росс. Акад. наук. Науки о Земле. 2021. Т. 496. № 1. С. 82–86.
28. *Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Агафонов В.М., Собисевич Л.Е.* Вмораживаемый автономный геогидроакустический буй нового поколения // Наука и технологические разработки. 2018. Т. 97. № 1. С. 25–34.

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ.  
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.21

ПРИМЕНЕНИЕ НЕКОГЕРЕНТНЫХ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ  
ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ  
ГИДРОАКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

© 2023 г. А. Ю. Родионов<sup>а</sup>, Л. Г. Стаценко<sup>а, \*</sup>, Д. А. Кузин<sup>а</sup>, М. М. Смирнова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Дальневосточный федеральный университет, п. Аякс 10, о. Русский, Владивосток, 690922 Россия

\*e-mail: statsenko.lg@dyfu.ru

Поступила в редакцию 28.02.2023 г.

После доработки 01.06.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Представлен класс цифровых некогерентных методов передачи информации на базе многочастотных сигналов для мобильных подводных комплексов, не требующий регулярной и точной оценки параметров канала и априорно устойчивый к различным типам помех в нестационарных гидроакустических каналах связи, и ориентированный на решение задач связи и навигации для подводных робототехнических комплексов. Показано ограничение спектральной эффективности подобных многочастотных систем передачи информации величиной 0.5 бит/с/Гц в различных частотных диапазонах, нестационарных гидроакустических условиях, с достижением максимальной дальности действия при приемлемых уровнях вероятности ошибки при декодировании информации. Работоспособность предложенного класса многочастотных методов уплотнения подтверждалась численными и натурными морскими экспериментами на шельфе на дистанциях от 2.5 до 7 км при взаимном дрейфе судов и при волнении моря до 3 баллов.

*Ключевые слова:* многочастотные сигналы, цифровая гидроакустическая связь, OFDM, нестационарные каналы связи

DOI: 10.31857/S0320791923600208, EDN: NEZIQH

## ВВЕДЕНИЕ

Цифровые системы гидроакустической связи и навигации являются важнейшим элементом при проведении морских работ и исследований – в морском экологическом мониторинге, геологических изысканиях, нефте- и газодобыче, сборе данных о биоресурсах акваторий, осуществлении поисковых и прочих работ, выполняемых с помощью автономных роботов в совокупности с судами сопровождения, донными станциями. Зачастую результаты выполнения подводных миссий во многом зависят от качества работы гидроакустических систем связи и навигации. Активное развитие цифровой радиосвязи, проводных и волоконно-оптических систем дает широкий выбор решений по организации коммуникаций, однако в подводной среде использование данных способов крайне ограничено. Ввиду высокой мобильности подводных робототехнических комплексов, судов сопровождения и значительной динамики гидроакустической среды распространения сигналов сейчас особенно актуальными являются вопросы организации связи и навигации в подобных нестационарных условиях. Несмотря на большое число работ, направленных на изучение

цифровых гидроакустических систем связи и навигации в различных гидроакустических условиях, системы, работающие при значительной динамике параметров среды распространения сигнала, изучены недостаточно [1, 2].

Основной проблемой при передаче данных является необходимость выделения дополнительного времени на оценку параметров канала гидроакустической связи, а также на передачу сообщений об успешной доставке пакетов или запросов на повторную передачу поврежденных пакетов информации. Для больших дальностей на оценку требуется значительное время, зачастую превышающее время когерентности канала. В связи с этим актуальны алгоритмы и методы передачи информации, априорно устойчивые к различным типам помех в нестационарных гидроакустических каналах связи и ориентированные на решение задач связи и навигации подводных робототехнических комплексов [3–8].

Высокие скорости передачи информации с помощью современных гидроакустических моделей достигаются за счет использования сложных и энергоемких методов обработки сигналов. Качество работы промышленных гидроакустических

модемов зависит от множества внешних параметров, и наличие дестабилизирующих факторов приводит либо к снижению реальной скорости передачи данных, либо к отсутствию связи вообще. В основном, оборудование разных производителей обеспечивает энергетическую дальность действия до нескольких километров, со скоростями информационного обмена порядка  $10 \dots 10^3$  бит/с [9–11].

### МНОГОЧАСТОТНЫЕ СИГНАЛЫ В НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

В последнее время для гидроакустической связи было предложено множество схем модуляции. В большинстве случаев невозможно достоверно сравнить характеристики этих схем, потому что производители оборудования и исследователи обычно проводят морские испытания в различных условиях. Даже в ходе одного эксперимента разброс характеристик канала может быть очень велик [12, 13]. Используемые модели каналов и имитаторы каналов имеют разную степень реалистичности, полноты и доступности. В отличие от наземной радиочастотной связи, подводная акустическая связь – это технологическая область, лишенная стандартных тестовых каналов. Неизвестно, какая структура и модель является лучшей, и, по всей вероятности, порядок выбора зависит от типа канала и выбранных показателей производительности. В данных случаях возможно использование численных моделей, полученных путем прямых измерений характеристик подводного канала в различных частотных диапазонах и на разных дистанциях. Одним из современных инструментов моделирования гидроакустического канала сейчас является симулятор Watermark, который был представлен в 2016 г. [14–16]. Модели Watermark представляют собой программную оболочку для испытываемого имитатора канала, который управляется проведенными ранее измерениями в реальных морских акваториях на различных частотах и дистанциях, а именно, изменяющейся во времени импульсной характеристикой. Watermark запрограммирован в MATLAB и может использоваться в операционных системах Windows и Linux.

Данный симулятор искажает входные сигналы, выполняя динамическую свертку с измеренными импульсными характеристиками тестовых каналов:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{h}(t, \tau) x(t - \tau) d\tau + n(t),$$

где  $x(t - \tau)$  – входной сигнал,  $\hat{h}(t, \tau)$  – оценка изменяющейся во времени импульсной характери-

стики,  $n(t)$  – шумовая составляющая, а  $y(t)$  – искаженный выходной сигнал. Воспроизведение канала может быть выполнено несколькими способами [15–19], и в последнее время этот способ также используется для моделирования гидроакустических сетей с измеренной статистикой ошибок пакетов [20]. Важным свойством симулятора Watermark является реалистичная нестационарность гидроакустического (ГА) канала связи, возможность повторяемости эксперимента и сравнения исследуемых сигналов в системах связи и навигации. Существует множество причин нестационарности водной среды, таких как относительное движение объектов, изменение погодных условий, движение приливов и т.п. [13, 21].

Рассматривалась модель канала Кауаи 1 (KAU1). KAU1 – это канал с одиночным излучателем и вертикально подвешенной антенной решеткой с 16 приемными гидрофонами. Этот эксперимент проводился на мелководье на дистанции 1080 м и регистрировался в полосе 4–8 кГц между буксируемым источником и приемной системой [22, 23].

Рис. 1 характеризует канал, где гидрофон расположен в центре антенной решетки. Первый луч (прямой путь) – это острый пик в профиле задержки. Более поздние поступления становятся слабее, шире и характеризуются увеличивающимся доплеровским разбросом. Это вызвано увеличением количества отражений от поверхности при увеличении углов скольжения.

На рис. 2 показан срез нормированной импульсной характеристики канала связи на временном интервале от 0 до 1.5 с, с характерным нестационарным поведением отдельных лучевых компонент (численный эксперимент в Watermark и оценки импульсных и фазовых характеристик выполнены авторами).

В дополнение к доплеровскому расширению из-за изменчивости среды существует изменяющийся во времени доплеровский сдвиг из-за движения буксирующего судна. Это также влияет на прямой луч и объясняет, почему в доплеровском спектре нет зеркального пика [15, 21]. Корреляционные тестовые сигналы дают сверхширокополосные оценки канала  $\hat{h}(t, \tau)$  [24], где передаточные функции гидроакустического канала связи, оборудования и тестового зондирующего сигнала накладываются друг на друга.

Были выполнены также оценки фазовой стабильности канала связи на разных частотах внутри полосы пропускания (5, 6 и 7 кГц) на 20-ти секундном временном интервале для KAU1 на первом приемном гидрофоне (рис. 3). Проведенный численный анализ нестационарного канала KAU1 в частотном диапазоне 4–8 кГц показывает, что применение в системах связи и навигации сигналов, чувствительных к фазовой и амплитудной неустойчивости затруднительно, ввиду существен-

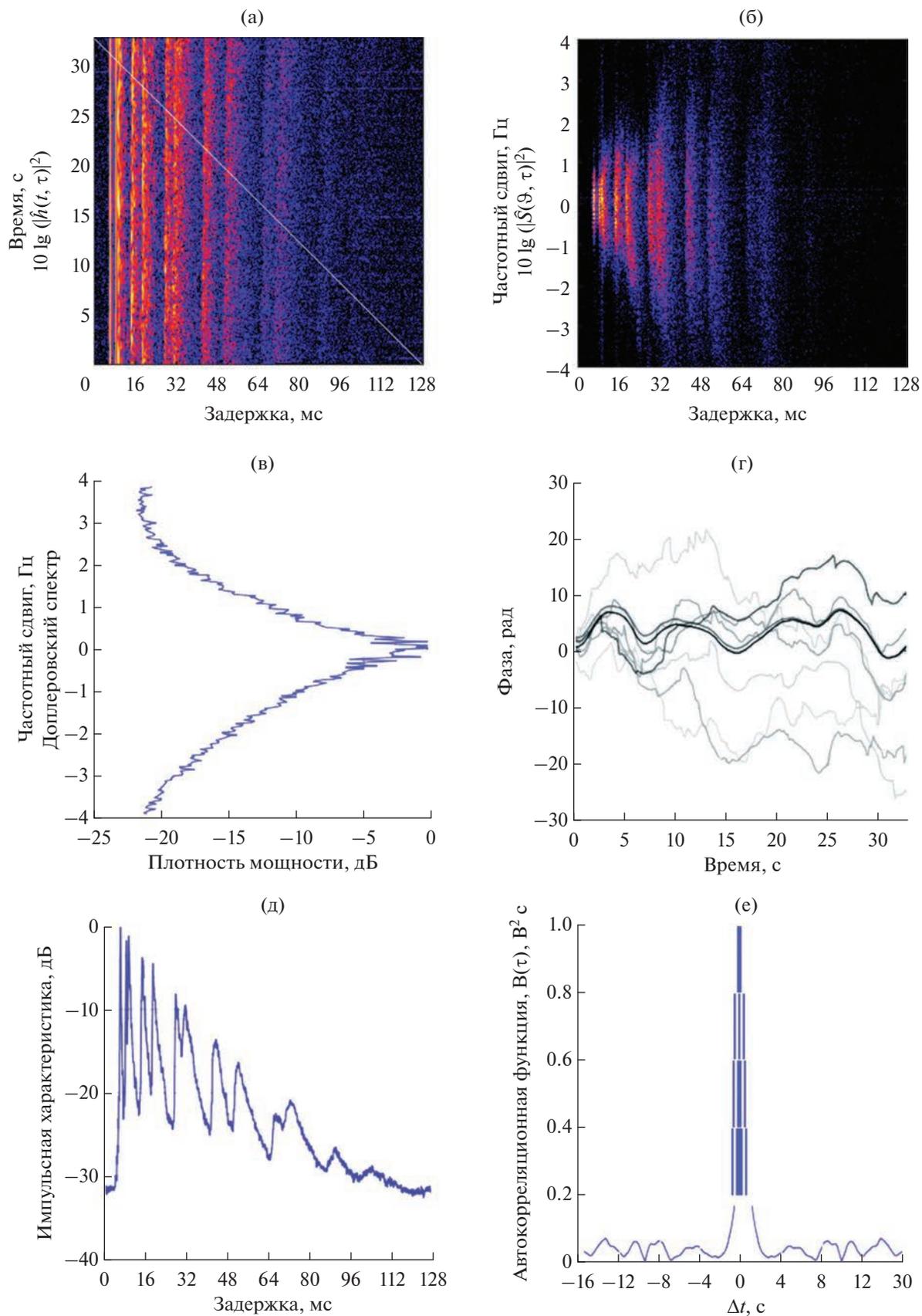
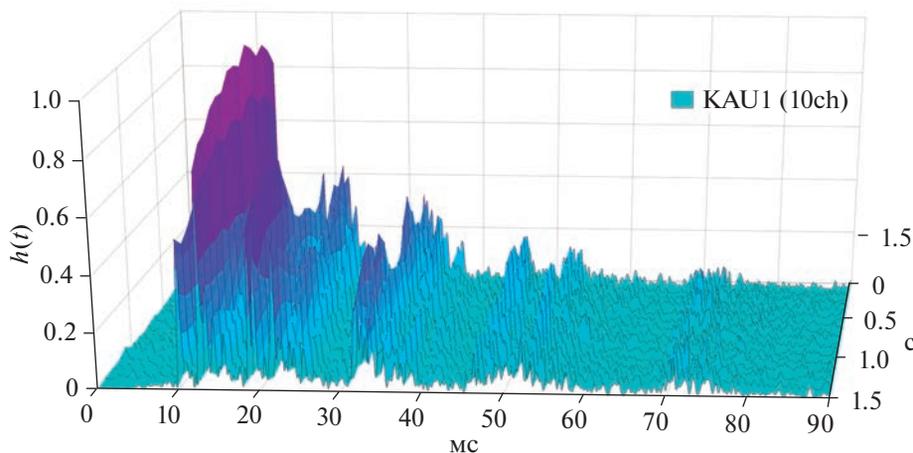
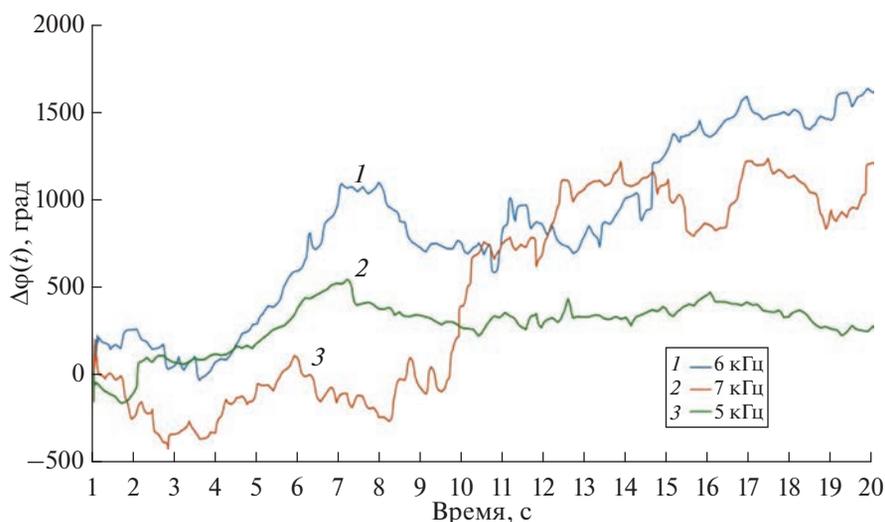


Рис. 1. Параметры гидроакустического канала связи КАУ1 1080 м (8-ой гидрофон).



**Рис. 2.** Динамика нормированной импульсной характеристики гидроакустического канала связи KAU1 (1080 м, 4–8 кГц) на 10-ом приемном гидрофоне. Временной интервал наблюдения 0–1.5 с.



**Рис. 3.** Пример изменения фаз в канале связи KAU1 (1-ый гидрофон).

ной динамики этих параметров. Изменение фазы сигнала на отдельных частотах может достигать 1000 градусов в течение нескольких секунд. Применение сложных адаптационных алгоритмов оправдано для стационарных и относительно стабильных гидроакустических сред распространения сигналов, но зачастую динамика канала связи настолько значительна, что требует иных подходов в разработке методов цифровой сигнальной обработки.

Анализируя усложняющие факторы организации гидроакустической связи в нестационарных условиях, а также современные наработки в области многочастотных систем связи в радио и гидроакустике, была выработана концепция нового класса многочастотных (Orthogonal frequency-division multiplexing, OFDM) методов уплотнения

для передачи цифровых данных на основе новых псевдослучайных последовательностей, найденных авторами ранее [11, 26]. OFDM-мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов является цифровой схемой модуляции, которая использует большое количество близко расположенных ортогональных поднесущих. Данный вид цифровой модуляции является основным трендом в последние десятилетия для всех физических каналов связи, ввиду максимизации пропускной способности и значительной устойчивости к многолучевому распространению [27].

Для предлагаемого класса многочастотных методов должны выполняться следующие требования: биполярное или униполярное кодирование поднесущих частотных компонент OFDM ввиду существенной динамики амплитудно-частотной

характеристики гидроакустического канала связи, либо использование дифференциальных методов кодирования фазы ввиду значительной нестабильности фазочастотных характеристик подводных трасс связи; использование комбинированных матриц рандомизации для OFDM на базе новых псевдослучайных последовательностей для минимизации пиковой мощности (пикфактора) многочастотных сигналов; излучение сигнала без предварительных оценок передаточной характеристики гидроакустической среды распространения; выполнение кадровой самосинхронизации многочастотных символов без использования окна быстрого преобразования Фурье (БПФ); некогерентная демодуляция символов OFDM без использования окна БПФ; устойчивость к нелинейным искажениям для высокой энергетической эффективности предлагаемых решений; выбор оптимальных значений частотного интервала между поднесущими для устойчивости к доплеровским смещениям в гидроакустической среде распространения сигнала; единая модель сигнальной обработки для узкополосных OFDM и широкополосных многочастотных сигналов.

Исходя из основных перечисленных требований для предлагаемого класса некогерентных многочастотных методов OFDM, была выработана следующая аналитическая модель для излучаемых спектров и сигналов:

$$\begin{aligned} \dot{G}(f) &= \dot{W}(f) \times \\ &\times \left[ \frac{1}{\dot{A}_A(f)} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{M_n P_n \sin\left(\pi \frac{(f - f_0 - \Delta f n)}{\Delta f}\right)}{\pi (f - f_0 - \Delta f n)} \right], \\ s(t) &= \frac{1}{h_A(t)} \times \\ &\times \left\{ a(t) \sum_{n=0}^{N-1} M_n P_n \operatorname{Re} \left\{ \exp(i2\pi t (f_0 + \Delta f n)) \right\} \right\}, \end{aligned}$$

где  $\dot{G}(f)$  – спектр излучаемого сигнала,  $\dot{W}(f)$  – спектр оконной функции для многочастотного символа (прямоугольная/приподнятого косинуса),  $\dot{A}_A(f)$  – передаточная характеристика антенного тракта линии связи,  $N$  – количество поднесущих частот в OFDM символе,  $M_n$  – матрица-вектор рандомизации на базе новых псевдослучайных последовательностей,  $P_n$  – модуляционный символный вектор,  $f_0$  – нижняя частота спектра OFDM,  $\Delta f$  – частотный разнос между поднесущими частотами,  $s(t)$  – сигнал, подаваемый на излучатель,  $h_A(t)$  – импульсная характеристика антенного тракта,  $a(t)$  – оконная функция для символа OFDM.

Для принимаемых дискретных информационных символов на  $n$ -ом частотном подканале:

$$\hat{P}_n = \left[ \frac{1}{\pi} \left( \frac{|\dot{L}(t)[s_{RX}(t) \exp(i2\pi t (f_0 + \Delta f n))]|^2}{\arg \{ \dot{L}(t)[s_{RX}(t) \exp(i2\pi t (f_0 + \Delta f n))] \}} - \arg \{ \dot{L}(t - aT)[s_{RX}(t - aT) \exp(i2\pi (t - aT)(f_0 + \Delta f n))] \}} \right) \right],$$

где  $\hat{P}_n$  – принимаемый символный вектор,  $\dot{L}(t)$  – комплексная импульсная характеристика цифрового БИХ-фильтра,  $s_{RX}(t)$  – принятый сигнал на приемный гидрофон,  $T$  – длительность символа OFDM,  $aT$  – увеличенная длительность символа ( $a \geq 1$ ).

Оценка максимальной пропускной способности для предлагаемого нового класса многочастотных сигналов при работе в нестационарной многолучевой гидроакустической среде в зависимости от предполагаемой дальности действия в значительной степени определяется возможностями приемоизлучающей системы. Принимая во внимание, что ширина полосы пропускания высокочастотных излучателей составляет от 20 до 35% от центральной частоты излучения, получим соотношение полосы пропускания системы связи в зависимости от дальности согласно фор-

муле оптимальной частоты гидроакустики для связи:

$$\Delta F = 18.6r^{-2/3},$$

где  $r$  – расстояние в км,  $\Delta F$  – частота в кГц.

Оценка пропускной способности предлагаемого класса OFDM методов выполняется по формуле:

$$F_{\text{бит}} \approx \Delta F \frac{p}{a + T_{\text{guard}} T^{-1}},$$

где  $p$  – количество бит, передаваемое на каждой поднесущей частоте (данная величина может быть дробной, учитывая, что может быть сформирована широкополосная многочастотная система с расширенным спектром – Wide Band OFDM, OFDM-WB),  $T_{\text{guard}}$  – защитный временной интервал для компенсации реверберационной помехи.

Соотношение  $T_{\text{guard}} T^{-1}$  защитного интервала к

**Таблица 1.** Значения максимальной пропускной способности в зависимости от дальности действия многочастотной системы с минимальным пикфактором

100 км	50 км	25 км	10 км	7 км	5 км	3 км
320 бит/с	509 бит/с	810 бит/с	1.5 кбит/с	1.9 кбит/с	2.4 кбит/с	3.4 кбит/с

символу OFDM выбирается обычно не более 25% для сохранения эффективной пропускной способности. Коэффициент  $a$  для максимизации скорости передачи данных также можно принять равным 1. Параметр  $p$  определяется структурой модуляционной матрицы  $P_n$  (для дифференциального кодирования параметр  $p = 1$ ).

Однако стоит принимать во внимание существенную нестабильность фазочастотной характеристики гидроакустической трассы распространения сигнала, где даже дифференциальные режимы могут приводить к сбоям и росту вероятности ошибок до уровня 50%. В таком случае параметр оптимально принять равным  $p = 0.5$ . Тогда максимальная пропускная способность для предлагаемого класса многочастотных сигналов с минимальным пикфактором на заданной дистанции будет определяться выражением:

$$F_{\text{кбит/с}} \approx 7r_{\text{км}}^{-2/3}.$$

Результаты вычислений пропускной способности приведены в табл. 1.

По результатам исследований было синтезировано выражение максимальной пропускной способности для некогерентных многочастотных систем в нестационарной многолучевой гидроакустической среде в зависимости от предполагаемой дальности действия, опираясь на выражение оптимальной частоты, полосы пропускания излучающих антенн.

### ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НЕКОГЕРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ OFDM

Вероятность появления ошибочного бита  $P_e$  (BER – Bit Error Rate) для данного класса некогерентных многочастотных сигналов в условиях аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) определяется выражениями [25]:

**Таблица 2.** Структура параметра  $P_n$  для предлагаемой многочастотной системы с расширенным спектром

$n$	1	2	3	4	5	6	7	...
	$P_1$	$P_2$	$\bar{P}_1$	$\bar{P}_2$	$P_1$	$P_2$	$\bar{P}_1$	...

$$P_e = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right), & P_n(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right), & P_n(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases},$$

где  $E_b$  – энергия на бит,  $N_0$  – спектральная плотность мощности шума.

Критически важным является устойчивость данного класса некогерентных многочастотных методов к мультипликативным помехам, появляющимся в многолучевых гидроакустических средах распространения, а также возникающие при этом важные аспекты цифровой сигнальной обработки. Ввиду значительной аналитической сложности и многовариантности получения характеристики вероятности ошибки в условиях воздействия мультипликативных помех (многолучевые искажения, доплеровские сдвиги) целесообразно для данного класса методов получить численные оценки параметра вероятности ошибки.

Вектор  $P_n$  может принимать следующие значения:  $P_n(k) = C_n(k)P_n(k-1)$  при  $P_n(0) = 1$ ;  $P_n(k) = [-1; 1]$  или  $P_n(k) = [0; 1]$ .

Таким образом, можно сформировать две модуляционные комбинации – с дифференциальным кодированием соседних символов OFDM на  $n$ -ой частоте, или с ООК (on-off keying) на  $n$ -ой поднесущей частоте. Оба данных режима поддерживают некогерентное детектирование информационных символов по алгоритму приема, либо в варианте квадратурной фильтрации на каждой частоте, либо в формате дифференциального декодирования. Следует отметить, что для формата дифференциального кодирования  $M_n$  – матрица-вектор рандомизации на базе новых псевдослучайных последовательностей – единичная. Параметр  $p$  определяется структурой модуляционной матрицы  $P_n$ , для дифференциального кодирования и для ООК режима  $p = 1$ . Для многочастотной системы с расширенным спектром  $P_n$  принимает иную структуру, как показано в табл. 2, и параметр  $p = 0.5$ .

Для оценки работоспособности и помехоустойчивости многочастотного метода с ООК на  $n$ -ой поднесущей частоте выполнена оценка их комплексных огибающих после излучения сигнала ООК-OFDM в квазистационарной и нестационарной гидроакустических средах распространения.

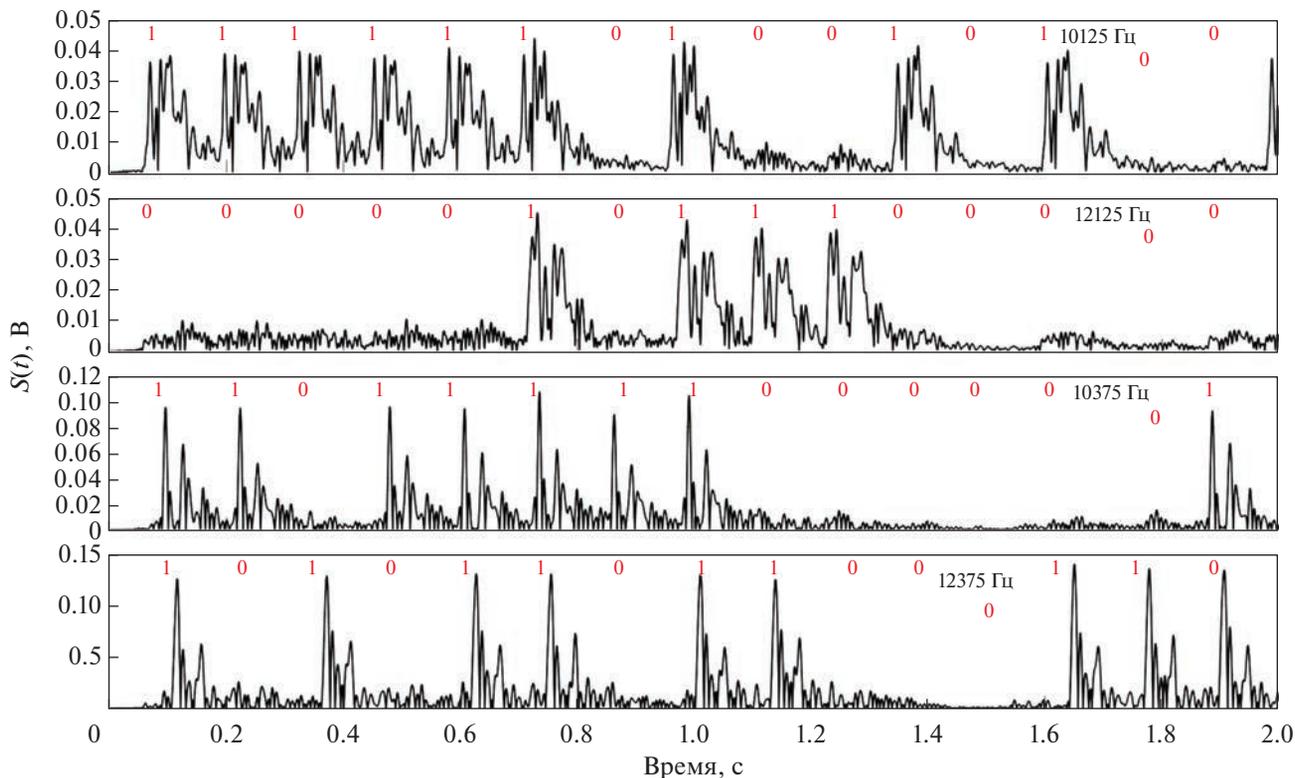


Рис. 4. Временные диаграммы декодированных сигналов четырех частотных каналов на выходе квадратурных фильтров при статичном положении антенн.

Для тестирования метода ООК-OFDM ( $N = 16$  частотных каналов) проводилась серия морских экспериментов в статичном положении антенн (полоса частот 10–14 кГц) и в динамике на относительной скорости до 0.5 м/с в мелководной акватории (глубина 10–14 м) на дистанции до 1 км. На приемном гидрофоне выполнялась процедура усиления, полосовой фильтрации и декодирования информационных символов по приемному алгоритму.

На рис. 4 показаны временные диаграммы четырех частотных каналов выборочно из 16-ти на выходе квадратурных фильтров при статичном положении антенн. Красным цветом отмечены передаваемые информационные символы.

На рис. 5 показаны временные диаграммы декодированных сигналов четырех частотных каналов выборочно из 16-ти на выходе квадратурных фильтров при движении на скоростях до 0.5 м/с. Для обоих экспериментов характерна собственная интерференционная картина на каждом из каналов. Наблюдаются частотно-селективные замирания отдельных каналов, где уровень сигнала соизмерим с фоновым уровнем шума и имеются трудности с пороговым декодированием подобных информационных символов. Для ООК выбор порога обусловлен точкой пересечения функ-

ций плотности распределения огибающей шумового сигнала  $\rho$  в частотном подканале:

$$W(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right),$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия шума в  $n$ -ом частотном канале, и функции плотности распределения при совместном воздействии шума и детектированного сигнала, которая имеет плотность распределения, подчиняющуюся закону Рэлея–Райса:

$$W_1(u, \rho, \sigma) = \frac{\rho}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2 + u^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{u\rho}{\sigma^2}\right),$$

где  $u$  — среднеквадратическое отклонение (СКО) полезного сигнала.

Для статического эксперимента наглядно показана необходимость подбора и настройки индивидуального порога детектирования для каждого частотного подканала OFDM, что может быть крайне затруднительным при большом количестве поднесущих.

Эксперимент, проведенный в динамических условиях (рис. 5), показывает невозможность установки статического амплитудного порога детектирования информационных символов 1/0 индивидуально для каждого частотного подканала

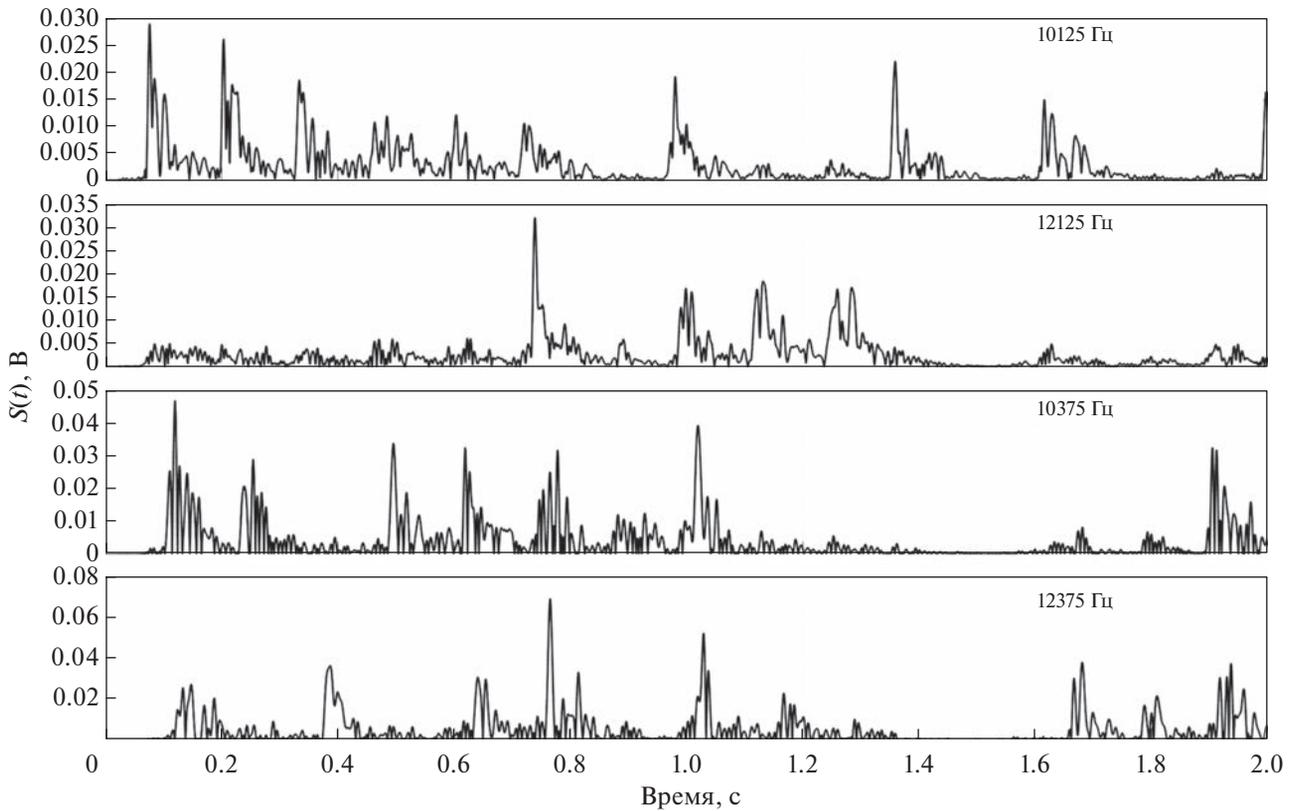


Рис. 5. Временные диаграммы декодированных сигналов четырех частотных каналов на выходе квадратурных фильтров при движении антенн.

OFDM ввиду малой величины времени когерентности гидроакустического канала связи (менее секунды в данных условиях). В этом случае становится очевидным практическая невозможность применения режима ООК для предлагаемых режимов многочастотной модуляции OFDM с минимальным пикфактором, ввиду крайне сложной и неэффективной схемы адаптации порогов детектирования каждого частотного канала в отдельности.

Ввиду сложности реализации некогерентной ООК-OFDM схемы декодирования и ее адаптации к нестационарной гидроакустической среде распространения сигнала, иными вариантами модуляционной матрицы  $P_n$  может быть дифференциальный режим кодирования, либо много-

частотная система с расширенным спектром, где  $P_n$  принимает структуру, показанную в табл. 2. Для дифференциального режима стоит принимать во внимание существенную нестабильность фазочастотной характеристики гидроакустической трассы распространения сигнала, где применение подобных методов может приводить к сбоям и росту вероятности ошибки до уровня 50%, ввиду малого значения времени когерентности канала связи.

Следует также отметить, что для формата дифференциального кодирования  $M_n$  – матрица-вектор рандомизации на базе новых псевдослучайных последовательностей – единичная, что может быть причиной увеличенных значений пикфактора OFDM сигнала и приводить к снижению энергетической эффективности системы в целом.

В численных и морских экспериментах многочастотную систему с расширенным спектром, формируемую по матрице  $P_n$ , обозначим OFDM-WB (OFDM-Wide Band). Параметры для системы OFDM-WB представлены в табл. 3.

В методе широкополосного ортогонального частотного уплотнения с некогерентным детектированием OFDM-WB возможно амплитудное ограничение сигнала и формирование практиче-

Таблица 3. Исходные параметры для OFDM-WB

$\Delta f$ , Гц	$T$ , с	$N$	$T_{\text{guard}}$ , с	$F_{\text{кбит}} / \text{с}$
100	0.01	20	0.5	2
50	0.02	40		
20	0.05	100		
10	0.1	200		

ски постоянной огибающей сигнала. Это позволяет максимально эффективно использовать энергетический ресурс излучающих трактов и как следствие – увеличить дальность действия подобных цифровых систем связи. Согласно аналитической модели, предельное значение спектральной эффективности для режима OFDM-WB составляет 0.5 бит/с/Гц и менее.

Учитывая, что средний пикфактор OFDM сигналов даже с учетом рандомизации фаз поднесущих частот составляет 12 дБ, снижение до значений 3–5 дБ за счет амплитудного ограничения дает энергетический выигрыш до 7–9 дБ. Существенное снижение пикфактора OFDM в данном случае достигается применением новых предложенных псевдослучайных последовательностей с наилучшими автокорреляционными свойствами по минимаксному критерию [11, 26, 28]. Результаты численного эксперимента показывают, что уровни вероятности ошибки (BER) при нелинейном преобразовании OFDM-WB сигнала в условиях АБГШ практически не зависят от количества поднесущих частот. Ограничение сигнала по уровню среднеквадратического отклонения  $\pm\sigma$  ухудшает все характеристики BER примерно на 3–4 дБ по уровню  $10^{-3}$  по сравнению с ограничением по уровню  $\pm 5\sigma$  – пиковой мощности OFDM. Учитывая то, что амплитудное ограничение дает энергетический выигрыш до 7–9 дБ при ухудшении характеристик BER на 3–4 дБ, то выигрыш в 3–6 дБ при использовании некогерентного режима OFDM-WB позволяет достичь лучших показателей по энергетике.

Для оценки работоспособности предложенного алгоритма были проведены численные и морские эксперименты в нестационарных многолучевых гидроакустических средах распространения сигнала. В качестве тестового канала была выбрана численная модель гидроакустической трассы в симуляторе Watermark на дальности 1080 м с параметрами, указанными в табл. 4. Для проводимых численных и последующих морских экспериментов были выбраны одинаковые параметры сигнала, указанные в табл. 3. Частотный диапазон был выбран эквивалентным модели канала Watermark: 4–8 кГц.

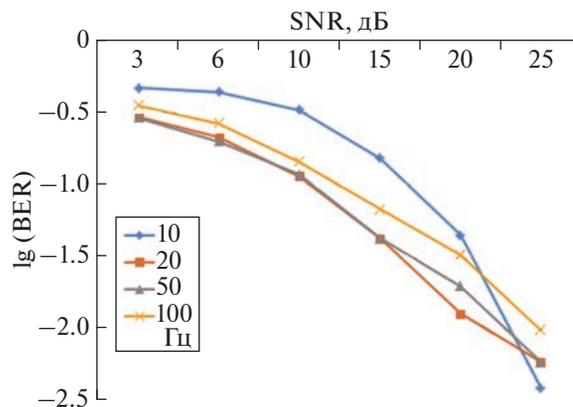
Количество информационных бит в многочастотном пакете OFDM-WB выбиралось для 4-х различных режимов разнесения поднесущих частот и указано в табл. 3. Результаты BER для многочастотного режима OFDM-WB (рис. 6) с рандомизацией и амплитудным ограничением по уровню  $\pm\sigma$  показывают стабильное уменьшение ошибок с ростом отношения сигнал/шум (SNR – signal to noise ratio). Здесь требование к высоким значениям отношения сигнал/шум (свыше 20 дБ для уровня BER  $< 10^{-2}$ ) обусловлено динамическими частотно-селективными замираниями поднесу-

**Таблица 4.** Параметры тестового канала KAU1 гидроакустической связи Watermark

Имя	KAU1
Местность	Отмель
Время года	Июль
Дальность	1080 м
Глубина	100 м
Место установки передатчика	Верх
Место установки приемника	Центр
Тип сигнала	ЛЧМ
Полоса частот	4–8 кГц
Roll-off фактор	1/8
Длительность сигнала	32.9 с
Задержка	128 мс
Доплеровское расширение	7.8 Гц
Тип	SIMO
Количество гидрофонов	16
Разнос элементов	3.75 м
Количество циклов	1
Общее время	33 с

щих, где для отдельных частотных компонент уровень отношения сигнал/шум становится за предельно низким.

Частотный разнос поднесущих в 20 Гц показывает лучшие результаты по минимизации BER. Величина длительности символа OFDM (0.05 с) в данном случае близка к интервалу когерентности канала и многочастотный символ не испытывает значительного влияния дополнительной паразитной амплитудной модуляции, нарушающей ортогональность поднесущих частот.



**Рис. 6.** Характеристика вероятности ошибки BER (SNR) для режима OFDM-WB с рандомизацией на гидроакустической трассе симулятора Watermark KAU1 (8-ой приемный гидрофон в середине толщи воды).

**Таблица 5.** Результаты BER для режима OFDM-WB в морском эксперименте на дальности 2.5 км

Частотный разнос $\Delta f$ , Гц	Уровень ограничения	BER
100	$\pm 5\sigma$	0.193
	$\pm \sigma$	0.086
50	$\pm 5\sigma$	0.113
	$\pm \sigma$	0.066
20	$\pm 5\sigma$	0.031
	$\pm \sigma$	0.058
10	$\pm 5\sigma$	0.05
	$\pm \sigma$	0.088

Морской эксперимент был проведен осенью на двух судах с излучающей антенной в диапазоне 4–8 кГц и приемным гидрофоном на дистанциях от 2.5 до 7 км. Волнение моря в день проведения эксперимента достигало 3 баллов. Была осуществлена передача цифровых данных со схожими параметрами, указанными ранее в численном эксперименте. Скорость передачи в информационном пакете OFDM-WB режима составляла 2 кбит/с.

Было выполнено излучение сигнала со стационарно закрепленного на якорю судна, глубина в точке излучения 32 метра, излучатель располагался на 15-ти метровой глубине. В точках приема сигнала глубина составляла порядка 40 м, приемная антенна аналогично излучающей располагалась на 15-ти метровой глубине. Длительность посылки составляла 60 с при длительности защитного интервала между символами OFDM 500 мс.

В эксперименте на дистанции 7 км режим OFDM-WB в условиях сильной качки судна и нестабильности положения приемного гидрофона показал уровни вероятности ошибки BER не хуже  $10^{-1}$ , что для подобных условий и пропускной способности 2 кбит/с являлось успешным результатом разработки и анализа всей системы на предмет возможных улучшений. Результаты декодирования BER для режима OFDM-WB в морском эксперименте на дальности 2.5 км в частотном диапазоне 4–8 кГц показаны в табл. 5. Для данной дистанции излучались сигналы без амплитудного ограничения  $\pm 5\sigma$ , а также с ограничением OFDM-WB сигнала по уровню  $\pm \sigma$ . Минимальные значения вероятности ошибки (0.031–0.05) были достигнуты для частотного разноса поднесущих OFDM, равного 10–20 Гц. Здесь так же, как и в численном эксперименте величина длительности символа (0.05–0.1 с) близка к интервалу когерентности гидроакустической трассы распространения сигнала и многочастотный символ не испытывает значительного влияния дополнительной паразитной амплитудной моду-

ляции, нарушающей ортогональность поднесущих частот.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги комплексного исследования нового класса многочастотных (OFDM) методов уплотнения для передачи цифровых данных на основе новых псевдослучайных последовательностей с некогерентной демодуляцией символов в условиях многолучевой нестационарной гидроакустической среды распространения, можно отметить следующее: излучение сигнала происходит без предварительных оценок передаточной характеристики гидроакустической среды распространения. Установлено, что униполярное кодирование поднесущих частотных компонент из-за нестационарности амплитудно-частотной характеристики гидроакустического канала связи неприменимо из-за практической сложности реализации декодирования данных. Использование комбинированных матриц рандомизации для OFDM на базе новых псевдослучайных последовательностей для минимизации пиковой мощности многочастотных сигналов повышает устойчивость OFDM-WB к нелинейным искажениям при высокой энергетической эффективности предлагаемых решений для передачи данных в нестационарных гидроакустических средах.

Работоспособность предложенного класса многочастотных методов уплотнения подтверждена численными и морскими экспериментами на шельфе на дистанциях от 2.5 до 7 км при взаимном дрейфе судов и при волнении моря до 3 баллов. Была достигнута пропускная способность 2 кбит/с при BER порядка  $10^{-2}$  в частотном диапазоне 4–8 кГц.

Данная работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России в сфере научной деятельности по проекту № FZNS-2023-0008.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Моргунов Ю.Н., Безответных В.В., Голов А.А., Буренин А.В., Лебедев М.С., Петров П.С. Экспериментальное и теоретическое исследование времен прихода и эффективных скоростей при дальнем распространении импульсных акустических сигналов вдоль кромки шельфа в мелком море // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 3. С. 291–297.
2. Петров П.С., Голов А.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Козицкий С.Б., Сорокин М.А., Моргунов Ю.Н. Экспериментальное исследование импульсной характеристики волновода Японского моря с использованием псевдослучайных последовательностей в приложении к навигации удаленных объектов // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 20–33.
3. Автономные подводные роботы: системы и технологии: монография / Агеев М.Д. и др.; под общ.

- ред. Агеева М.Д. Рос. акад. наук, Дальневосточное отделение, Институт проблем морских технологий. М.: Наука, 2005. ISBN 5-02-033526-6. 398 с.
4. Андреев М.Я., Ключин В.В., Охрименко С.Н., Рубанов И.Л., Яковлев В.А. Интегрированная система наблюдения для наводных кораблей // Морской сборник. 2006. № 8. С. 50–51.
  5. Бозушевич А.Я., Красненко Н.П. Эффект Доплера в акустике неоднородной движущейся среды // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 4. С. 598–602.
  6. Бурдинский И.Н., Карабанов И.В., Миронов А.С. Обработка фазоманипулированных шумоподобных сигналов гидроакустических систем с учетом эффекта Доплера // Вестник Тихоокеанского государственного университета. 2016. № 4(43). С. 13–22.
  7. Кебкал К.Г., Машошин А.И. Гидроакустические методы позиционирования автономных необитаемых подводных аппаратов // Гироскопия и навигация. 2016. Т. 24. № 3. С. 115–130.
  8. Корякин Ю.А., Лисс А.Р., Рыжиков А.В. Концепция создания систем обработки сигналов в гидроакустике на базе отечественной микроэлектроники // Морская радиоэлектроника. 2006. № 1(15). С. 30–33
  9. van Walree P., Sangfelt E., Leus G. Multicarrier spread spectrum for covert acoustic communications // Oceans. 2008. V. 1–4. P. 264–271.
  10. Proakis J.G., Stojanovic M., Catipovic J. Adaptive equalization algorithms for high rate underwater acoustic communications // Proc. IEEE Symp. Autonomous Underwater Vehicle Technology (AUV'94). 1994. P. 157–164.
  11. Rodionov A.Y., Unru P.P., Kirianov A.V., Dubrovin F.S., Kulik S.Yu. Some algorithms for DSSS signal processing with time-shift keying for long-distance underwater communication // IEEE OES Int. Symp. Underwater Technology. 2017. P. 7890287. <https://www.doi.org/10.1109/UT.2017.7890287>
  12. Preisig J. Acoustic propagation considerations for underwater acoustic communications network development // ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review. 2007. Т. 11. № 4. С. 2–10.
  13. van Walree P.A. Propagation and scattering effects in underwater acoustic communication channels // IEEE J. Ocean. Eng. 2013. V. 38. № 4. P. 614–631.
  14. van Walree P., Otnes R., Jenserud T. Watermark: A realistic benchmark for underwater acoustic modems // IEEE Third Underwater Communications and Networking Conf. (UComms). 2016. P. 1–4.
  15. van Walree P.A., Jenserud T., Smedsrud M. Adiscrete-time channel simulator driven by measured scattering functions // IEEE J. Sel. Areas Commun. 2008. V. 26. № 9. P. 1628–1637.
  16. Otnes R., van Walree P.A., Jenserud T. Validation of replay-based underwater acoustic communication channel simulation // IEEE J. Ocean. Eng. 2013. V. 38. № 4. P. 689–700.
  17. Socheleau F.-X., Laot C., Passerieux J.-M. Stochastic replay of non-WSSUS underwater acoustic communication channels recorded at sea // IEEE Trans. Sig. Proc. 2011. V. 59. № 10. P. 4838–4849.
  18. Isukapalli Y., Song H.C., Hodgkiss W.S. Stochastic channel simulator based on local scattering function // JASA Express Lett. 2011. V. 130. № 4. P. EL200–EL205.
  19. Socheleau F.-X., Laot C., Passerieux J.-P. Parametric replay-based simulation of underwater acoustic communication channels // IEEE J. Ocean. Eng. 2015. V. 40. № 4. P. 796–806.
  20. Petrioli C., Petrocchia R., Potter J.R., Spaccini D. The SUNSET framework for simulation, emulation and at-sea testing of underwater wireless sensor networks // Ad Hoc Networks. 2015. V. 34. P. 224–238.
  21. van Walree P. Channel sounding for acoustic communications: Techniques and shallowwater examples // Forsvarets Forskningsinstitut, FFI-rapport 2011/00007, 2011.
  22. Hodgkiss W.S., Preisig J.C. Kauai Acomms MURI 2011 (KAM11) experiment // Proc. ECUA'12, Edinburgh, UK, July 2012. P. 993–1000.
  23. Song H.C., Hodgkiss W.S. Efficient use of bandwidth for underwater acoustic communication (L) // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 134. № 2. P. 905–908.
  24. van Walree P.A., Otnes R. Ultrawideband underwater acoustic communication channels // IEEE J. Ocean. Eng. 2013. V. 38. № 4. P. 678–688. <https://doi.org/10.1109/JOE.2013.2253391>
  25. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. 2-е изд., испр. М.: Вильямс, 2004. 1104 с.
  26. Kovylin A.A., Zlobin D.V., Rodionov A.Y. The analysis of RLE-blocks repetition frequency in the binary codes family with the best minmax criteria of autocorrelation function // Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2013. Т. 1. № 83. С. 99–103.
  27. Berger C.R., Huang J., Moura J.M.F. Study of pilot overhead for iterative OFDM receivers on time-varying and sparse underwater acoustic channels // OCEANS'11 MTS/IEEE KONA. 2011. С. 1–8.
  28. Bezotvetnykh V.V., Burenin A.V., Morgunov Y.N., Strobyskin D.S. Specificities of applying pseudorandom sound signals to measuring impulse responses on the shelf of the Sea of Japan // Acoust. Phys. 2012. V. 58. № 1. P. 125–128.