

УДК 534.222

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ТЕСТИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОМЕТРИИ В МАСШТАБЕ ЯПОНСКОГО МОРЯ С РАЗМЕЩЕНИЕМ ПРИЕМНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСИ ПОДВОДНОГО ЗВУКОВОГО КАНАЛА

© 2023 г. Ю. Н. Моргунов^а, А. А. Голов^{а, *}, Е. А. Войтенко^а, М. С. Лебедев^а, В. В. Разживин^а, Д. Д. Каплуненко^а, С. С. Шкрамада^а

^аФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская, 43, Владивосток, 690041 Россия

*e-mail: golov_alexander@inbox.ru

Поступила в редакцию 28.03.2023 г.

После доработки 26.04.2023 г.

Принята к публикации 22.06.2023 г.

Обсуждаются результаты, полученные при выполнении тестового акустико-гидрологического эксперимента в августе 2022 г. на морском полигоне от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато в Японском море. Представлена методология предварительных исследований на акватории, предназначенной для изучения климатической изменчивости температурных режимов водной среды, основанная на численном моделировании с использованием вычислительной программы RAY и модели гидродинамической циркуляции океана NEMO. Одним из основных результатов является рассчитанная с высокой точностью величина средней температуры морской среды на оси подводного звукового канала в Японском море на тысячекилометровой акустической трассе при пересечении вихревой системы. Описанные в статье облик измерительной системы, технические и вычислительные средства и методики могут быть положены в основу организации высокоточного оперативного мониторинга термодинамических процессов на протяженных морских акваториях.

Ключевые слова: гидроакустика, псевдослучайные сигналы, модели циркуляции океана, импульсный отклик, локализация вихревых образований

DOI: 10.31857/S0320791923600348, **EDN:** NFWAMB

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия интенсивного изучения и освоения морей и океанов дистанционные методы гидроакустической термометрии в исследовании гидрофизических характеристик и термодинамических процессов получили значительное развитие и имеют неоспоримое преимущество по сравнению с любыми другими контактными методами для освоения и диагностики водных масс на акваториях больших масштабов. К сожалению, большинство экспериментальных и теоретических работ, посвященных акустической термометрии на расстояниях в тысячи километров, выполнялись на морских акваториях южных широт с расположением оси подводного звукового канала (ПЗК) на глубинах 800–1000 м [1–3]. В основном, эксперименты проводились при размещении источников сигналов на оси ПЗК, поэтому рассмотрение полученных результатов применительно к морским акваториям северных широт с заглублением оси ПЗК от 50 до 300 м не всегда корректно.

Для эффективной реализации акустической термометрии в северных широтах были предложены и апробированы методики с размещением источников сигналов на шельфе с последующим переходом акустической энергии на ось ПЗК в глубоком море [4–8]. В процессе выполнения исследовательских и прикладных работ в ТОИ ДВО РАН были изучены особенности формирования полей скорости звука на акватории северо-западной части экономической зоны Японского моря. Ежегодно проводились исследования на одной или двух протяженных (до 200 миль) акустических трассах с подробными гидроакустическими и гидрологическими измерениями [4–8]. Особое внимание было уделено замечательным свойствам ПЗК, обеспечивающим распространение сигналов вблизи оси ПЗК на тысячи километров с минимальным затуханием и с углами скольжения, близкими к нулевым. Это позволяло считать лучевые траектории прямолинейными и рассчитывать, при известных расстояниях между источниками и приемниками, средние скорости звука

на соответствующих трассах. Так как между скоростью звука и температурой в морской среде существует прямая связь, данные исследований были использованы для решения задач по исследованию климатической изменчивости температурных режимов океана на примере Японского моря, которое является одним из ключевых объектов северо-западной части Тихого океана [9].

Цель работ, обсуждаемых в статье, заключалась в проведении тестового акустико-гидрологического эксперимента на тысячекилометровой трассе в Японском море в интересах разработки методов и средств акустической термометрии для оперативного мониторинга и моделирования климатической изменчивости температурных режимов в сложных волноводах, включающих шельф и глубокое море.

При этом решались следующие задачи:

1) разработка и апробация облика измерительной системы для исследования и контроля температурных режимов в Японском море методом акустической термометрии;

2) экспериментальные исследования особенностей формирования и взаимодействия гидроакустических и гидрологических полей на протяженной (свыше 1000 км) трассе при пересечении вихревой системы;

3) проведение численного моделирования процессов формирования и взаимодействия гидроакустических и гидрологических полей на протяженной акустической трассе в северо-восточной части Японского моря с использованием модели гидродинамической циркуляции океана NEMO [10] и вычислительной программы RAY, разработанной на основе лучевых приближений.

МЕТОД И ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ В ЯПОНСКОМ МОРЕ

В представленной статье обсуждаются экспериментальные и теоретические результаты исследования климатической изменчивости температурных режимов в Японском море, полученные в августе 2022 г., при выполнении акустико-гидрологического эксперимента на морском полигоне от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато (трасса № 3, рис. 1). Облик системы и структура системы мониторинга климатической изменчивости температурных режимов в дальневосточных морях основываются на выборе критических акваторий, влияющих на общий характер структуры и динамики водных масс, и размещении в них акустических измерительных комплексов, структурно состоящих из излучающих и прием-

ных систем. По опыту экспериментальных работ ТОИ ДВО РАН это могут быть излучающие и приемные системы, размещения которых на акватории Японского моря указаны на рис. 1. Центральная приемная система-регистратор сигналов в донном исполнении (звездочка) будет размещена на банке Кита-Ямато. Излучатели импульсных широкополосных сигналов (красные точки) будут размещены в донном варианте на шельфовых зонах вблизи маячных сооружений у мысов Гамова, Островного и поселка Чехова (о. Сахалин) и соединены кабельными линиями с береговыми постами. Практическая реализация излучения с этих пунктов и приема сигналов на банке Кита-Ямато была неоднократно апробирована ранее при выполнении различных работ ТОИ ДВО РАН [4–9].

Метод акустической термометрии основан на разнесенном по пространству и синхронизированном по времени излучении и приеме зондирующих акустических сигналов на оси ПЗК диагностируемых волноводов. При свертке принятых сигналов с масками излученных определяются импульсные отклики (огигающие взаимно корреляционных функций принятых и излученных сигналов) соответствующих волноводов. Из структуры импульсных откликов выделяются отдельные приходы акустической энергии, и измеряется время их распространения. По известной дистанции между излучателем и приемником рассчитываются средние скорости звука на оси ПЗК для всех компонент. Далее, применяя общепринятый в океанологии алгоритм Чена–Миллеро [11], рассчитываются средние температуры в волноводе.

Важным обстоятельством выбора такой схемы измерений является тот факт, что трасса № 3 на северо-востоке, описываемая в статье, является продолжением хорошо изученных акустических трасс мыс Шульца–Кита-Ямато (трасса № 1) и мыс Островной–Кита-Ямато (трасса № 2). Это позволяет распространить полученные результаты на всю акваторию Японского моря.

ГИДРОЛОГИЧЕСКАЯ ОБСТАНОВКА В РАЙОНЕ ИССЛЕДОВАНИЙ

В рамках тестового эксперимента были проведены исследования особенностей формирования гидрологической обстановки в зоне проведения измерений. Вблизи приемной системы и в точках на удалениях 271.3, 404.3 и 652.5 км от излучателя производилось измерение вертикального распределения скорости звука и температуры (рис. 2а, 2б). Анализ этих зависимостей показывает, что ось ПЗК (минимум скорости звука) во всех точках находилась на глубине от 200 до 300 м, а в слоях



Рис. 1. Измерительная система для исследования и контроля температурных режимов в Японском море.

выше оси скорость звука и температура повышались с приближением к приемной системе (рис. 2, табл. 1). Следовательно, с приближением к точке приема фиксируется постепенное увеличение отрицательного градиента скорости звука с глубиной в верхних слоях волновода.

Кроме этого, можно отметить большее значение скорости звука и большее заглубление оси ПЗК в точке № 4 на удалении от излучателя 652.3 км.

Для более полного анализа гидрологической обстановки в районе исследований были использованы данные гидродинамической модели циркуляции океана NEMO о полях скорости звука на данной трассе и в данный промежуток времени. На рис. 3в отчетливо фиксируется отрезок от 600 до 700 км, на котором отмечаются большие значения скорости звука на оси ПЗК и большие глубины ее залегания. Это соответствует данным, полу-

ченным с STD (красные точки на рис. 3а, 3б), и позволяет предположить наличие на этом участке трассы топографической антициклонической вихревой системы с теплым ядром в центре. Предположение основано на фиксации этого вихря в течение трех летних месяцев (июль, август и сентябрь) и на влиянии подводной возвышенности Богорова, находящейся на этом участке.

Таблица 1. Параметры ПЗК вдоль акустической трассы

№	Дистанция, км	Минимальная скорость звука, м/с	Глубина, м
1	0	1466.025	41.4
2	271.3	1456.678	228.5
3	404.3	1457.067	272.4
4	652.5	1457.567	317.5
5	1073	1457.0756	242.9

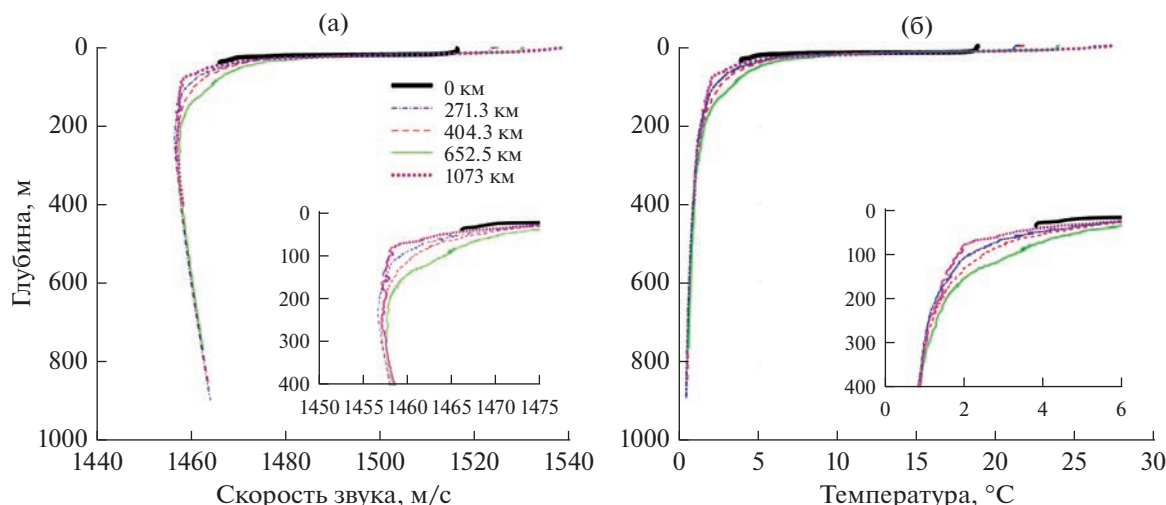


Рис. 2. Измеренные STD-зондом вертикальные распределения (а) — скорости звука и (б) — температуры по глубине в заданных точках. Скорость звука пересчитана косвенно по формуле Чена–Миллера, на основе прямых измерений с датчиков электропроводности, температуры и глубины.

Таким образом, при решении задач акустической термометрии данные гидродинамической модели циркуляции океана NEMO могут заменить или значительно расширить результаты измерений STD-зондами.

РЕЗУЛЬТАТЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОМЕТРИИ

Ниже обсуждаются результаты экспериментального тестирования акустической термометрии в масштабе Японского моря с использованием приемной системы на оси подводного звукового канала на расстоянии 1073 км.

Излучатель был расположен вблизи берега у поселка Чехов (о-в Сахалин), на глубине 41 м и на удалении 5 км от свала глубин (рис. 1). Каждые 6 мин излучался фрейм в составе нескольких фазоманипулированных псевдослучайными M-последовательностями сигналов, в том числе: длиной 1023 символа с заполнением 4-мя и 16-ю периодами несущей частоты на символ (далее M1023 и M1023_16) и 127 символов с 40 периодами на символ (далее M127). Все сигналы имели несущую частоту 400 Гц, но различные полосы частот: M1023 — полосу 300–500 Гц (длина символа 0.01 с); M127 — полосу 390–410 Гц (длина символа 0.1 с), M1023_16 — полосу 375–425 Гц (длина символа 0.04 с). Акустическое давление составляло около 8000 Па на 1 м от излучателя. Приемная система на базе радиогидроакустического буя дрейфовала вблизи обеспечивающего судна на удалении около 1073 км от излучателя (рис. 1, 5).

Гидрофон приемной системы погружался на ось ПЗК, которая определялась при измерении вертикального распределения скорости звука (ВРСЗ). Принятая сигнальная информация от излучателя поступала на поверхностный радиогидроакустический буй и по радиоканалу передавалась на приемное судно. На рис. 4 приведены импульсные отклики волновода, которые были получены в результате свертки принятых сигналов с излученными.

Следует отметить, что размещение излучателя на шельфе в данном случае обеспечивает реализацию эффекта акустического “оползня” — явления перехода акустической энергии из придонной области шельфа на ось подводного звукового канала в глубоком море.

Применение в эксперименте сигналов с различными длительностями символов осуществлялось для выбора наиболее помехоустойчивого варианта измерения времени пробега максимального и последнего прихода акустической энергии вблизи оси ПЗК. Этот приход формируется лучевыми траекториями с углами скольжения и разностью фаз, близкими к нулевым. В данном случае время пробега одинаково для всех вариантов (736.3 с) и применяется для высокоточного измерения средней скорости звука (температуры) на оси ПЗК. Все остальные приходы импульсного отклика несут информацию о температуре в слоях выше и ниже оси ПЗК, но количественные оценки на столь протяженной трассе затруднены и не рассматривались в статье.

Координаты дрейфа буя ежесекундно фиксировались системой GPS и учитывались при расче-

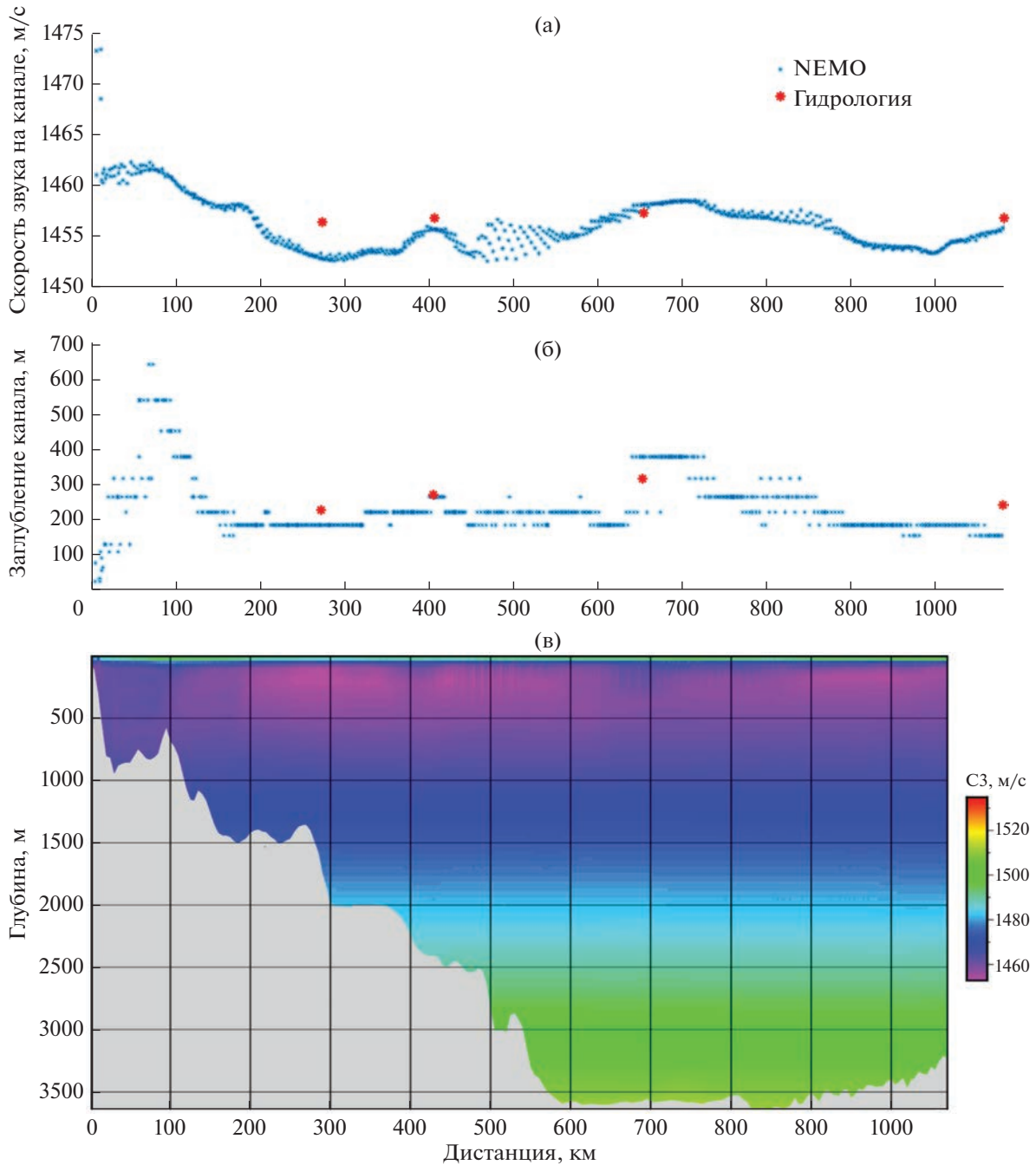


Рис. 3. Данные гибридной гидродинамической модели циркуляции океана NEMO и базы данных земной топографии GEBCO: (а) – изменение скорости звука на оси ПЗК вдоль акустической трассы; (б) – изменение глубины залегания оси ПЗК вдоль акустической трассы; (в) – поле скорости звука и рельеф дна вдоль акустической трассы.

тах расстояния между излучателем и приемной системой (рис. 5). На каждый момент прихода акустического сигнала рассчитывалась дистанция от источника до приемника. Расчет дистанции производился с помощью алгоритма [12] по GPS данным источника и приемника с учетом заглубления оси ПЗК. Поправка в расчете обуслав-

ливается уменьшением радиуса Земли при заглублении ниже уровня моря и как следствие уменьшением длины дуги, соединяющей корреспондирующие точки. Величина поправки ΔL определяется как:

$$\Delta L = 2\pi d \frac{L}{4 \times 10^7},$$

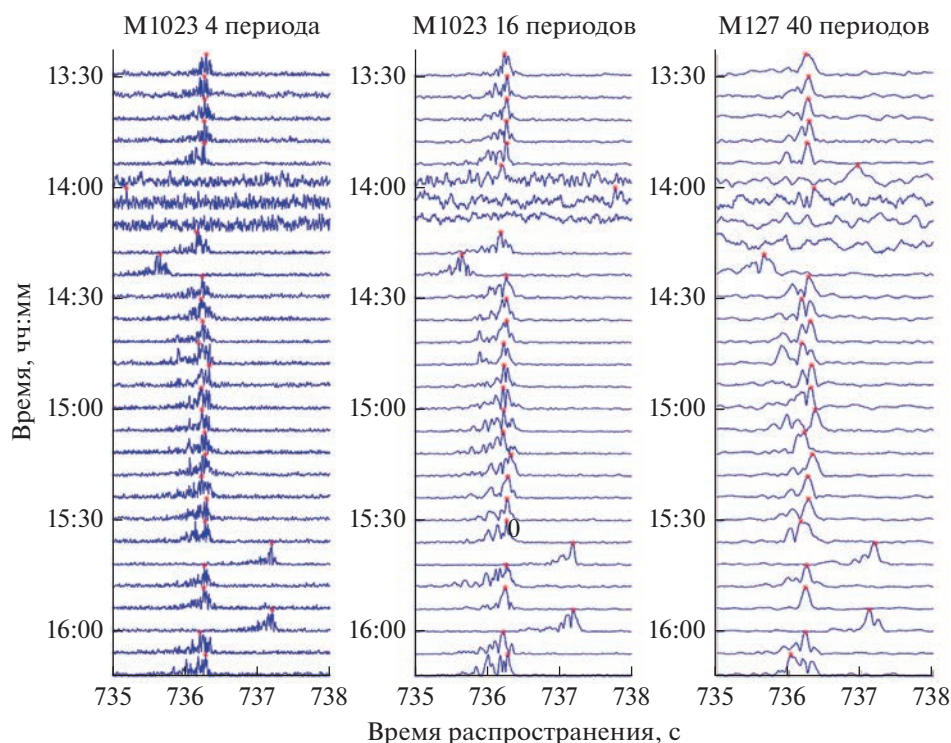


Рис. 4. Импульсные отклики, полученные от сигналов с разными длинами символов и количеством символов.

где L — дистанция между точками излучения и приема на уровне моря, м; 4×10^7 — средняя длина окружности Земли на уровне моря, м; d — глубина оси ПЗК, м.

Для дистанций между точками излучения и приема в диапазоне 1072.950–1073.3 км (рис. 6) и глубины оси ПЗК 250 м $\Delta L = 42$ м.

Далее, по данным координат буя и измеренному времени рассчитывалась средняя скорость звука на каждый момент дрейфа (рис. 6). Из полученной средней по трассе скорости звука, известных величин глубины залегания оси ПЗК (250 м) и солёности (34.1‰), по общепринятому в океанологии алгоритму Чена–Миллеро рассчитывалась температура (рис. 6).

Погрешность ΔC расчета скорости звука определяется протяженностью акустической трассы, временем распространения и временным разрешением применяемого акустического сигнала $\Delta \tau$, которое равно длительности символа М-последовательности [13]:

$$\Delta C = \frac{L}{\tau^2} \Delta \tau,$$

где L — протяженность акустической трассы, м; τ — время распространения, с; $\Delta \tau$ — длительность символа М-последовательности, с.

При использовании алгоритма Чена–Миллеро вычисления температуры в зависимости от солёности, которая практически не меняется по трассе в течение года (34.0–34.1‰), давления (глубины) и скорости звука, погрешность расчета температуры для сигнала М1023 с длительностью символа 0.01 с составит величину $\Delta t = 0.007^\circ\text{C}$. Для сигнала М127 с длительностью символа 0.1 с погрешность расчета температуры $\Delta t = 0.044^\circ\text{C}$.

Таким образом, инструментальные акустические измерения величины средней температуры на оси ПЗК на тысячекилометровой акустической трассе показали значение 1.216°C с погрешностью 0.007°C (средняя скорость звука 1457.24 м/с), среднее квадратичное отклонение при более 100 измерений составило 0.012°C . Необходимо отметить, что измерения производились на трассе, которая пересекала вихревую систему, описанную выше. Следовательно, длительный мониторинг температур на трассе в совокупности с данными модели NEMO может обеспечить важной информацией об изменчивости характеристик вихревой системы. Актуальность приведенных термометрических наблюдений связана с тем, что постоянное наличие теплого вихря в данном районе, его размеры и заглублиение могут иметь большое практическое значение для рыболовственной деятельности в регионе.

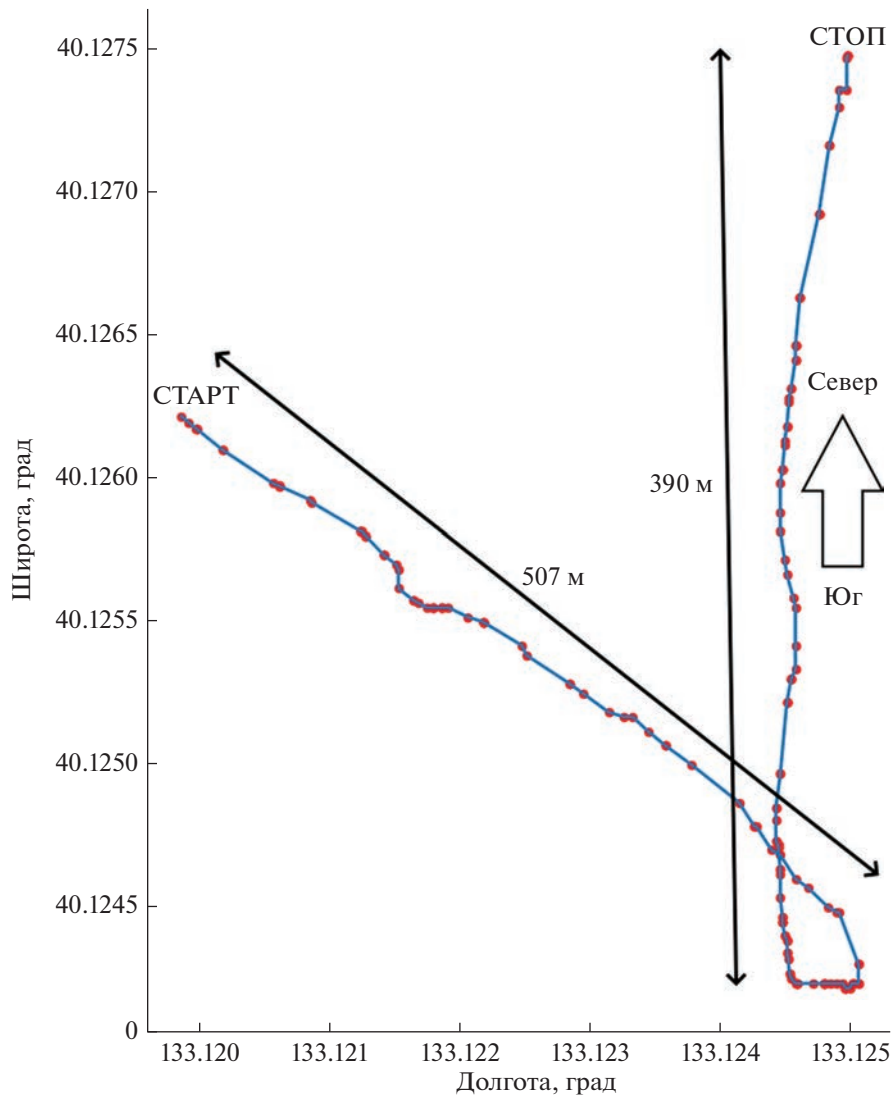


Рис. 5. Траектория дрейфа приемной системы с изменением дистанции до источника.

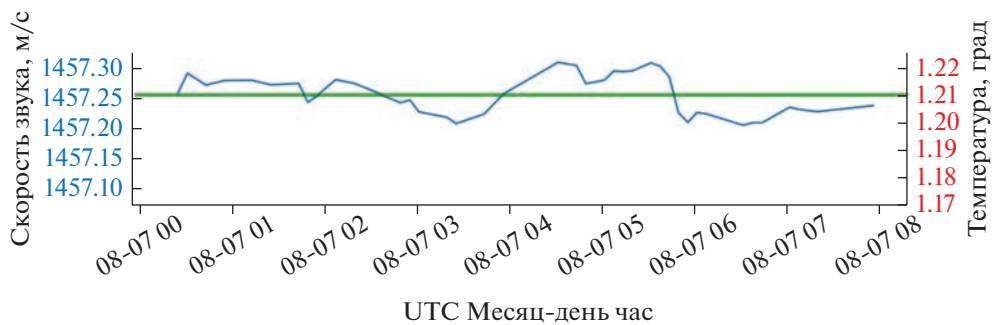


Рис. 6. Скорость звука и температура на оси ПЗК, рассчитанные по последнему приходу акустических сигналов (синий — окно усреднения по часовому интервалу, зеленый — среднее значение по всем измерениям).

Сравнение полученных данных с результатами многолетних измерений скорости звука, полученных на трассах № 1 и 2 [4–8], показывает, что в этот год значение средней скорости звука на

трассе № 3 сравнимо с данными более теплых лет (2019–2022 гг.), полученными на трассах № 1 и 2. Следовательно, можно утверждать, что трасса № 3 также находится в зоне более теплых транс-

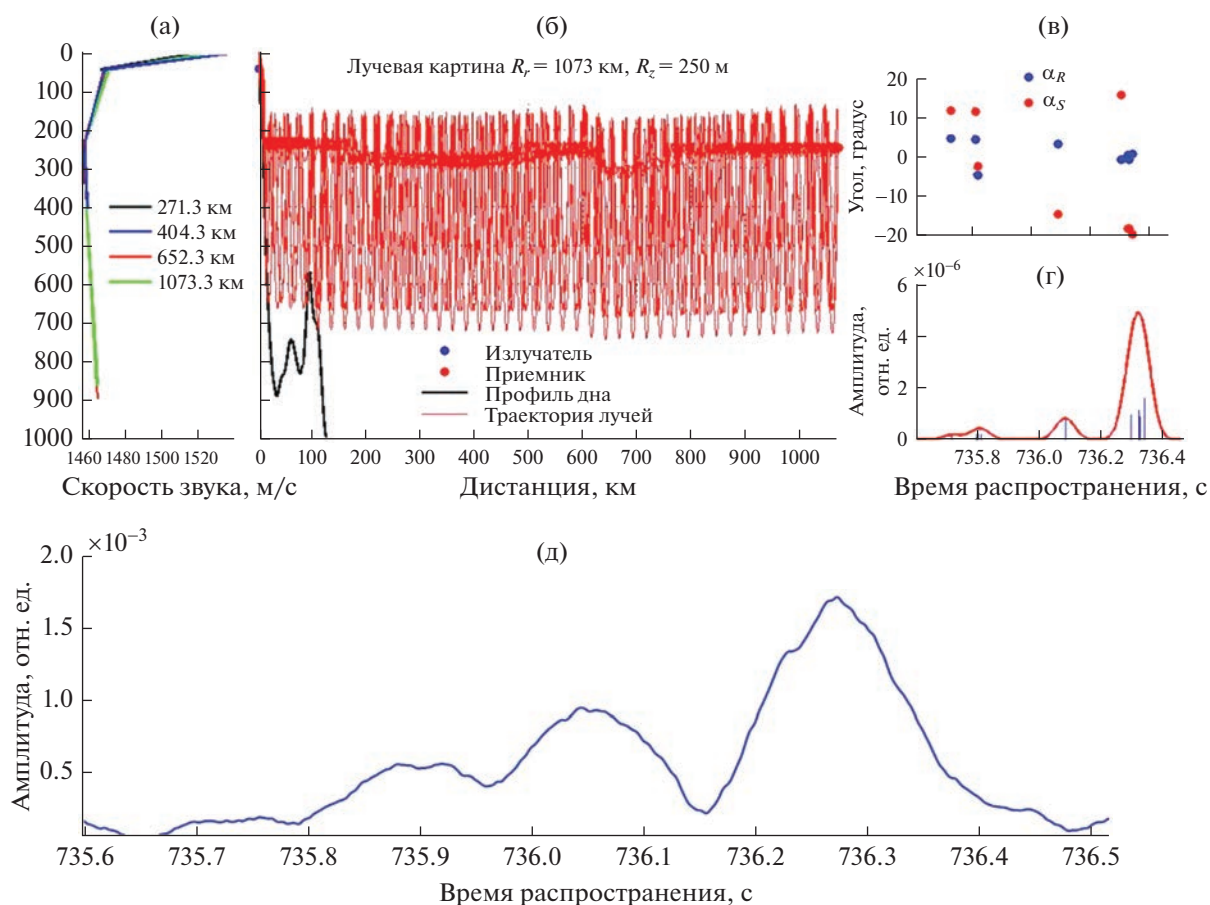


Рис. 7. Результаты моделирования распространения акустических сигналов по трассе длиной 1073 км с использованием программы RAY: (а) – ВРСЗ в точках вдоль трассы; (б) – лучевая картина распространения акустических сигналов для малых углов излучения; (в) – углы выхода и прихода; (г) – модель приходов акустических сигналов и формы импульсных откликов; (д) – экспериментально полученный импульсный отклик для сигнала M127.

формированных тихоокеанских вод из-за сдвига полярного фронта к северу.

Таким образом, предложенная измерительная схема, технические и вычислительные средства и методики могут быть использованы для организации высокоточного оперативного мониторинга климатической изменчивости температурных режимов во всей экономической зоне РФ Японского моря.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для физической интерпретации полученных результатов было проведено численное моделирование процесса распространения широкополосных импульсных сигналов с использованием программы RAY [14, 15], с привлечением приведенных выше данных гидродинамической модели циркуляции океана NEMO, характеристик ре-

льефа дна и измеренных ВРСЗ в заданных точках (рис. 7).

Расчеты показали, что при заданных параметрах модели, на приемном гидрофоне формируется импульсный отклик, состоящий из трех приходов с временами распространения, приблизительно равными полученным экспериментально (рис. 7г и 7д). При этом углы скольжения лучевых приходов имели значения от 0 (первый приход) до 5 градусов (рис. 7в, синие точки). Это свидетельствует о том, что акустическая энергия из шельфа перемещается на ось ПЗК в глубоком море и далее распространяется с минимальным затуханием. Рис. 7б иллюстрирует этот процесс “захвата” акустической энергии ПЗК. Видно, что на расстоянии от 600 до 730 км лучевые траектории заглубляются до 300 м, что соответствует данным модели NEMO и измерениям ВРСЗ. Критерием адекватности модельных расчетов реальному процессу распространения широкополосных импульсных сигналов является схожесть импульс-

ных откликов, как по форме, так и по временам отдельных приходов акустической энергии. В нашем случае достигнуть максимального подобия удалось путем подбора горизонтального размера вихря, который оказался равным в данный момент времени 130 км. Следовательно, программа RAY может успешно применяться для получения практических результатов моделирования процесса акустической термометрии в интересах организации мониторинга изменчивости климата в данном районе Японского моря.

ВЫВОДЫ

Результаты тестового эксперимента продемонстрировали эффективность комплексного применения технических и вычислительных средств для повышения точности и расширения возможностей акустической термометрии в сложных волноводах.

Результаты акустико-гидрологического эксперимента подтвердили эффективность методических и технических подходов к практической реализации метода акустической термометрии протяженных морских акваторий. Получена и подтверждена инструментальными измерениями величина средней температуры (1.216°C с инструментальной погрешностью 0.007°C и среднеквадратичным отклонением 0.012°C) на оси ПЗК в Японском море на тысячекилометровой акустической трассе при пересечении вихревой системы.

Результаты проведенных исследований по акустической термометрии на трассе от побережья о-ва Сахалин до банки Кита-Ямато показывают чувствительность метода для регистрации и мониторинга крупномасштабных гидрофизических процессов, оказывающих влияние на климатическую изменчивость в Японском море. В зоне функционирования разработанной измерительной системы зафиксировано потепление трансформированных тихоокеанских вод в 2019–2022 гг. из-за смещения Полярного фронта к северу.

Результаты численного моделирования процесса распространения импульсных широкополосных сигналов на протяженной (свыше 1000 км) акустической трассе с использованием вычислительной программы RAY и данных гибридной гидродинамической модели циркуляции океана NEMO позволили выявить и классифицировать значительную по размерам (около 130 км) вихревую систему. Актуальность приведенных термометрических наблюдений связана с тем, что постоянное наличие теплого вихря в данном районе, его размеры и заглупление могут иметь важное практическое значение для рыбохозяйственной деятельности в регионе.

Экспериментальные исследования выполнены в рамках госбюджетной тематики ТОИ ДВО РАН: “Разработка новых методов и средств исследования и освоения морских акваторий. Развитие методов диагностики и повышения эффективности функционирования сложных акустических систем” (регистрационный номер: АААА-А20-120031890011-8). Анализ и интерпретация результатов проводились в рамках НИР ТОИ ДВО РАН “Разработка системы климатического мониторинга дальневосточных морей России и северо-западной части Тихого океана на основе мультиплатформенных наблюдений и оперативного гидродинамического моделирования”, № гос. регистрации 123072000039-5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Worcester P.F., Cornuelle B.D., Dzieciuch M.A., Munk W.H., Howe B.M., Mercer J.A., Spindel R.C., Metzger K., Birdsall T.G. A test of basin-scale acoustic thermometry using a large-aperture vertical array at 3250-km range in the eastern North Pacific Ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 105. № 6. P. 3185–3201.
2. Baggeroer A.B., Birdsall T.G., Clark C., Colosi J.A., Cornuelle B.D., Costa D., Dushaw B.D., Dzieciuch M., Forbes A.M.G., Hill C., Howe B.M., Marshall J., Menemenlis D., Mercer J.A., Metzger K., Munk W., Spindel R.C., Stammer D., Worcester P.F., Wunsch C. Ocean climate change: Comparison of acoustic tomography, satellite altimetry, and modeling // ATOC Consortium. 1998. Science. 281. P. 1327–1332.
3. Howe B.M., Anderson S.G., Baggeroer A.B., Colosi J.A., Hardy K.R., Horvitt D., Karig F.W., Leach S., Mercer J.A., Metzger K., Jr., Olson L.O., Peckham D.A., Reddaway D.A., Ryan R.R., Stein R.P., Watson J.D., Weslander S.L., Worcester P.F. Instrumentation for the Acoustic Thermometry of Ocean Climate (ATOC) prototype Pacific Ocean network // OCEANS'95 Conference Proceedings, San Diego, CA, 9–12 October 1995. P. 1483–1500.
4. Моргунов Ю.Н., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А. Исследование влияния гидрологических условий на распространение псевдослучайных сигналов из шельфа в глубокое море // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 3. С. 341–347.
5. Акуличев В.А., Каменев С.И., Моргунов Ю.Н. Применение сложных акустических сигналов в системах связи и управления подводными объектами // Докл. Акад. наук. 2009. Т. 426. № 6. С. 821–823.
6. Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н. Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 1. С. 51–52.
7. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С. Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных

- сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
8. *Петров П.С., Голов А.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Козицкий С.Б., Сорокин М.А., Моргунов Ю.Н.* Экспериментальное и теоретическое исследование времен прихода и эффективных скоростей при дальнем распространении импульсных акустических сигналов вдоль кромки шельфа в мелком море // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 20–33.
 9. *Dolgikh G., Morgunov Y., Burenin A., Bezotvetnykh V., Luchin V., Golov A., Tagiltsev A.* Methodology for the Practical Implementation of Monitoring Temperature Conditions over Vast Sea Areas Using Acoustic Thermometry // J. Mar. Sci. Eng. 2023. V. 11. P. 137.
 10. *Gurvan M., Bourdallé-Badie R., Jérôme Chanut J. et al.* NEMO ocean engine // Scientific Notes of IPSL Climate Modelling Center. 2017. V. 27. <https://doi.org/10.5281/zenodo.146481610.528>
 11. *Chen C.-T., Millero F.J.* Speed of sound in seawater at high pressures // J. Acoust. Soc. Am. 1977. V. 62. № 5. P. 1129–1135.
 12. *Karney Ch.F.F.* Algorithms for geodesics // J. Geod. 2013. V. 87. P. 43–55. <https://doi.org/10.1007/s00190-012-0578-z>
 13. *Kaneko A., Zhu X.H., Lin J.* Coastal acoustic tomography // Coast. Acoust. Tomogr. 2020. P. 1–362. <https://doi.org/10.1016/C2018-0-04180-8>
 14. *Bowlin J.B., Spiesberger J.L., Duda T.F., Freitag L.E.* Ocean Acoustical Ray-tracing Software RAY // Woods Hole Oceanographic Technical Report, WHOI-93-10, 1993.
 15. *Сорокин М.А., Петров П.С., Каплуненко Д.Д., Голов А.А., Моргунов Ю.Н.* К вопросу о теоретических и экспериментальных оценках групповых скоростей модальных компонент импульсных акустических сигналов на протяженных трассах с использованием моделей циркуляции океана // Подводные исследования и робототехника. 2022. № 2(40). С. 54–64.