

ПРОИСХОЖДЕНИЕ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ НЕОДНОРОДНОГО ВРАЩЕНИЯ СОЛНЦА

© 2023 г. Л. Л. Кичатинов^{1,2*}

¹Институт Солнечно-Земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

²Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 31.05.2023 г.

После доработки 13.10.2023 г.; принята к публикации 20.10.2023 г.

Гелиосейсмология обнаружила возрастание скорости вращения с глубиной в тонком (~30 Мм) приповерхностном слое. Относительная величина неоднородности вращения в этом слое не зависит от широты. Показано, что такое состояние вращения является следствием малого характерного времени приповерхностной конвекции по сравнению с периодом вращения и радиальной анизотропии конвективной турбулентности. Аналитические расчеты в рамках гидродинамики средних полей воспроизводят наблюдаемую величину относительной неоднородности вращения и согласуются с численными экспериментами по радиационной гидродинамике солнечной конвекции. Приповерхностный слой является источником глобального меридионального течения, важного для солнечного динамо.

Ключевые слова: Солнце: вращение, конвекция, турбулентность.

DOI: 10.31857/S0320010823110049, **EDN:** NQJSRY

ВВЕДЕНИЕ

Гелиосейсмология обнаружила быстрое возрастание скорости вращения с глубиной под солнечной поверхностью (Томсон и др., 1996; Шу и др., 1998). Приповерхностный слой неоднородного вращения, называемый также поверхностным сдвиговым слоем (ПСС), интересен сам по себе и, как отмечали Бранденбург (2005) и Пипин и Косовичев (2011), может быть важен для солнечного динамо. Происхождение ПСС остается важной проблемой теории дифференциального вращения.

Лебединский (1941) впервые показал, что воздействие силы Кориолиса на звездную конвекцию приводит к перераспределению углового момента по радиусу звезды и тем самым создает дифференциальное вращение. Впоследствии обнаруженные Лебединским конвективные потоки углового момента стали называть Λ -эффектом (Рюдигер, 1989). Λ -эффект требует анизотропии турбулентного перемешивания: поток углового момента направлен к центру звезды, если интенсивность перемешивания по радиусу выше, чем по долготе. Такая радиальная анизотропия может быть следствием радиальной ориентации порождающих конвекцию сил плавучести.

Объяснение ПСС в рамках гидродинамики средних полей представляется очевидным.

Стандартные граничные условия требуют отсутствия потока углового момента через внешнюю поверхность. Тогда направленный вниз поток, возникающий из-за Λ -эффекта, уравнивается переносом в противоположном направлении из-за турбулентной вязкости, и скорость вращения возрастает с глубиной (Кичатинов, 2013). Однако такое объяснение не является общепринятым. Так, Хотта и др. (2015) и Гундерсон и Баттачержи (2019) полагали, что ПСС создается крупномасштабным меридиональным течением. Джа и Чудури (2021) посчитали, что ПСС является следствием баланса центробежной и бароклинной сил.

Примечательно, что, хотя радиальная неоднородность вращения и скорость вращения убывают с широтой, их относительная величина

$$\frac{r}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r} \simeq -1 \quad (1)$$

от широты не зависит (Барикет и др., 2014). Адекватная теория должна объяснять это обстоятельство. В данной статье будет показано, что отсутствие зависимости относительной неоднородности вращения от широты следует из малой величины корреляционного времени приповерхностной турбулентности по сравнению с периодом вращения Солнца. Такой результат следует из общих положений теории и не зависит от (с необходимостью приближенного) метода расчета ПСС, хотя

*Электронный адрес: kit@iszf.irk.ru

величина относительной неоднородности вращения зависит от приближений теории. Квазилинейное приближение гидродинамики средних полей дает наблюдаемую величину (1) для анизотропии турбулентности, полученной в численных экспериментах Китиашвили и др. (2023).

В последующих разделах статьи обсуждаются Λ -эффект и турбулентные вязкости для анизотропной турбулентности с малым временем корреляции. Как мы увидим, постоянная с широтой величина относительной неоднородности вращения в ПСС следует в этом случае из общей структуры тензора напряжений Рейнольдса. Проведен расчет неоднородности вращения в приповерхностном слое в квазилинейном приближении для турбулентности, анизотропной как по направлениям скоростей, так и по форме их области корреляции (формулы для Λ -эффекта и коэффициентов турбулентной вязкости приведены в Приложении). В заключении обсуждаются полученные результаты, проведено сравнение с численными экспериментами и перечислены основные выводы.

ОБЩАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ НЕОДНОРОДНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ СОЛНЦА

Эффекты турбулентности в гидродинамике средних полей определяются тензором напряжений Рейнольдса

$$R_{ij} = -\rho \langle v_i v_j \rangle, \quad (2)$$

где ρ — плотность, $\mathbf{v}$ — турбулентная скорость ($\langle \mathbf{v} \rangle = 0$), а угловые скобки означают усреднение. В задаче о дифференциальном вращении различают вклады в напряжения Рейнольдса, ответственные за Λ -эффект (R_{ij}^Λ) и турбулентные вязкости (R_{ij}^ν),

$$R_{ij} = R_{ij}^\Lambda + R_{ij}^\nu. \quad (3)$$

Для определения этих вкладов, в турбулентной скорости $\mathbf{v}$ выделяют ее возмущение $\mathbf{u}'$ крупномасштабным течением: $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \mathbf{u}'$, где $\mathbf{u}$ соответствует “исходной”, не возмущенной крупномасштабным течением, турбулентности. Тогда

$$R_{ij} = -\rho \langle u'_i u'_j + u_i u'_j \rangle. \quad (4)$$

Λ -эффект возникает из-за возмущений $\mathbf{u}'$, вызванных силой Кориолиса в системе отсчета вращающейся с локальной угловой скоростью Ω , а турбулентные вязкости — из-за возмущений неоднородным течением $\mathbf{V}$ в этой системе отсчета (Кичатинов, 2005).

Для возмущения силой Кориолиса имеем оценку

$$\mathbf{u}' = 2\tau\Omega \mathbf{u} \times \hat{\mathbf{z}}, \quad (5)$$

где τ — характерное время турбулентной конвекции (время корреляции) и $\hat{\mathbf{z}}$ — единичный вектор вдоль оси вращения. Подстановка (5) в (4) дает выражение для перекрестных компонент

$$\begin{aligned} R_{r\varphi}^\Lambda &= \rho 2\tau\Omega (\langle u_r^2 \rangle - \langle u_\varphi^2 \rangle) \sin \theta, \\ R_{\theta\varphi}^\Lambda &= \rho 2\tau\Omega (\langle u_\theta^2 \rangle - \langle u_\varphi^2 \rangle) \cos \theta = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

тензора напряжений, ответственных за перенос углового момента. Здесь использованы обычные сферические координаты (r, θ, φ) и учтено, что для исходной турбулентности имеется лишь радиальная анизотропия в направлении (единичного) вектора $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$:

$$\begin{aligned} \langle u_i u_j \rangle &= \frac{1}{2} (\langle u^2 \rangle - \langle u_r^2 \rangle) \delta_{ij} - \\ &- \frac{1}{2} (\langle u^2 \rangle - 3\langle u_r^2 \rangle) \hat{r}_i \hat{r}_j. \end{aligned} \quad (7)$$

Оценки (5) и (6) справедливы для малых чисел Кориолиса

$$\Omega^* = 2\tau\Omega, \quad (8)$$

$\Omega^* \ll 1$. Данное число является параметром взаимодействия конвекции с вращением. Взаимодействие является слабым для малых чисел Кориолиса. Именно поэтому в (4) опущен малый вклад $\langle u'_i u'_j \rangle$. Профиль числа Кориолиса вблизи поверхности Солнца показан на рис. 1; он рассчитан с помощью модели MESA¹ (Пакстон и др., 2013) строения и эволюции звезд (версия 496f408 модели), примененной к Солнцу. Возрастание Ω^* к поверхности на малых глубинах связано с выключением конвекции. MESA использует грубое приближение длины перемешивания. Неоднородности теплопроводности, связанные с частичной ионизацией вещества на малых глубинах, приводят к выделенным масштабам структур солнечной конвекции (Гетлинг и др., 2013; Щерица и др., 2018). Поэтому на рис. 1 приведена также оценка для солнечной грануляции.

Рисунок охватывает диапазон глубин, для которого Барикет и др. (2014) определили неоднородность вращения (1) в ПСС методами сейсмологии. Разумеется, ПСС охватывает не все глубины. На глубине около 30 тыс. км радиальная неоднородность вращения меняет знак (Шу и др., 1989). С приближением к этой глубине число Кориолиса возрастает, неоднородность вращения уменьшается и соотношение (1) нарушается (Комм, 2022; Антия, Базу, 2022). В данной статье рассматривается ПСС, где справедливо (1).

Как следует из рис. 1, число Кориолиса вблизи поверхности мало. Это существенно упрощает

¹ <https://docs.mesastar.org>

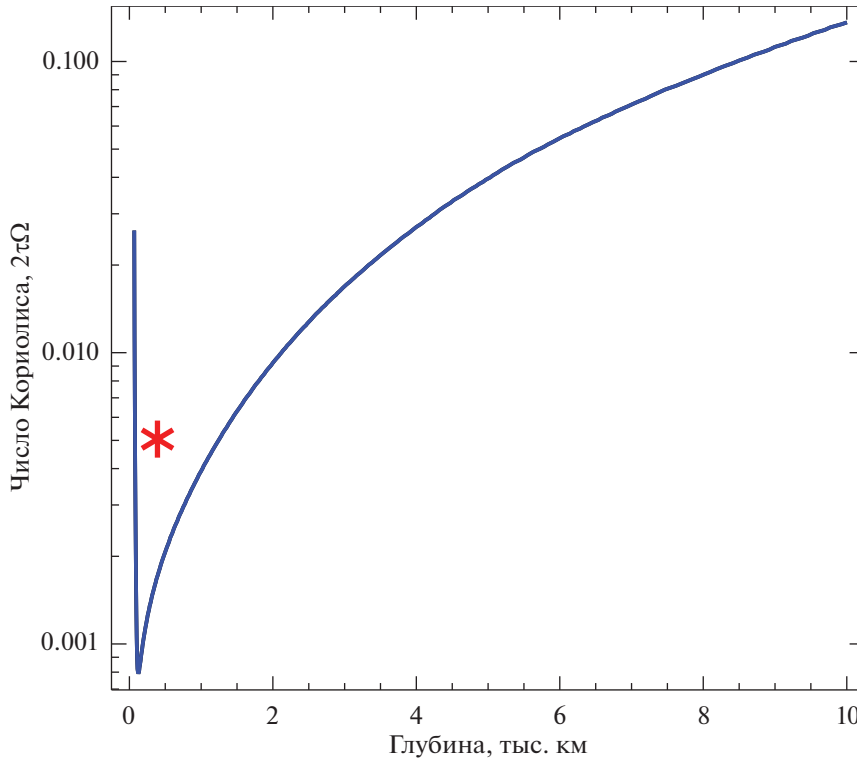


Рис. 1. Зависимость числа Кориолиса (8) от глубины под солнечной поверхностью. Звездочкой показана оценка для солнечной грануляции.

теорию приповерхностного слоя: она может быть линейной относительно скорости вращения. Проведенные выше оценки были выполнены для демонстрации этого обстоятельства. Перейдем теперь к рассмотрению общей структуры тензора напряжений для малых чисел Кориолиса.

Тензор R_{ij}^{Λ} может быть “построен” из (псевдо)-вектора $\mathbf{\Omega}$ угловой скорости, радиального вектора $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$ анизотропии, а также единичного (δ_{ij}) и полностью антисимметричного (ε_{ijk}) тензоров. Для симметричного тензора R_{ij}^{Λ} возможна лишь следующая линейная относительно $\mathbf{\Omega}$ структура:

$$R_{ij}^{\Lambda} = -\rho\nu_{\Lambda} (\hat{r}_i \varepsilon_{jkl} + \hat{r}_j \varepsilon_{ikl}) \hat{r}_k \Omega_l, \quad (9)$$

где ν_{Λ} — неопределенная на данный момент постоянная с размерностью вязкости, повторение индексов означает суммирование. Других возможностей для построения недиссипативной составляющей напряжений Рейнольдса, линейных относительно угловой скорости, не обнаруживается. Например, структура $\tilde{\nu}(\mathbf{\Omega} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \hat{r}_i \hat{r}_j$ не может присутствовать, так как коэффициент $\tilde{\nu}$ должен быть псевдо-скаляром, что возможно только с учетом нелинейных относительно $\mathbf{\Omega}$ вкладов. Стандартная оценка по порядку величины, $\nu_{\Lambda} \sim \tau u^2$, показывает, что выражение (9) линейно относительно числа Кориолиса.

В глубине конвективной зоны число Кориолиса не мало. Здесь требуется нелинейная относительно угловой скорости теория, что приводит к усложнению Λ -эффекта по сравнению с формулой (9) (Рюдигер и др., 2013).

Структуру диссипативной части R_{ij}^{ν} тензора напряжений определить еще проще. Так как крупномасштабная скорость $\mathbf{V}$ может входить лишь в виде пространственной производной,

$$R_{ij}^{\nu} = \rho \mathcal{N}_{ijkl} \frac{\partial V_k}{\partial r_l}, \quad (10)$$

то тензор вязкости $\mathcal{N}_{ijkl}$ строится лишь из $\hat{\mathbf{r}}$ и δ_{ij} :

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{ijkl} = & \nu_1 (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + \nu_2 \delta_{ij} \delta_{kl} + \\ & + \nu_3 (\delta_{ik} \hat{r}_j \hat{r}_l + \delta_{jk} \hat{r}_i \hat{r}_l) + \nu_4 (\delta_{il} \hat{r}_j \hat{r}_k + \delta_{jl} \hat{r}_i \hat{r}_k) + \\ & + \nu_5 \delta_{ij} \hat{r}_k \hat{r}_l + \nu_6 \delta_{kl} \hat{r}_i \hat{r}_j + \nu_7 \hat{r}_i \hat{r}_j \hat{r}_k \hat{r}_l. \end{aligned} \quad (11)$$

Усредненная по долготе скорость $\mathbf{V}$ во вращающейся системе отсчета включает дифференциальное вращение $\delta\Omega(r, \theta)$ и осесимметричную меридиональную циркуляцию.

Относительную неоднородность вращения $\partial \ln(\Omega)/\partial \ln(r)$ вблизи поверхности можно выразить через коэффициенты ν_{Λ} и $\nu_1, \dots, \nu_7$ из (9) и (11). Для определения этих коэффициентов можно воспользоваться каким-либо методом теории средних полей. Все известные методы являются

приближенными. Однако какой бы метод не был использован, расчеты приведут к относительной неоднородности вращения, не зависящей от широты. Это утверждение следует из условия

$$R_{r\varphi} = R_{r\varphi}^{\Lambda} + R_{r\varphi}^{\nu} = 0 \quad (12)$$

на поверхности конвективной зоны. Вспомним, что величина $R_{r\varphi}$ является поверхностной плотностью азимутальной составляющей силы, действующей на площадку, нормальную к радиусу $\mathbf{r}$. Граничное условие (12) требует отсутствия поверхностной плотности внешних сил. Иными словами, условие (12) означает, что глобальное течение определяется внутренними для Солнца процессами, а не внешним воздействием.

С учетом уравнений (9)–(11), условие (12) дает

$$R_{r\varphi} = \rho \sin \theta \left(\nu_{\Lambda} \Omega + (\nu_1 + \nu_3) r \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) = 0. \quad (13)$$

Здесь учтено, что среднее течение симметрично относительно оси вращения, а также то, что напряжения Рейнольдса для фиксированной точки (r, θ) определены относительно системы координат, вращающейся с локальной угловой скоростью $\Omega(r, \theta)$. Поэтому скорость $\mathbf{V}$ в (10) включает лишь неоднородность вращения и меридиональную циркуляцию, которая, впрочем, не дает вклада в $R_{r\varphi}$ (13).

Формула для относительной неоднородности вращения вблизи поверхности Солнца,

$$\frac{r}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r} = -\frac{\nu_{\Lambda}}{\nu_1 + \nu_3}, \quad (14)$$

общая для всех методов гидромеханики средних полей, следует из (13). В соответствии с гелиосейсмологией, относительная неоднородность (14) не зависит от широты. Однако эта постоянная с широтой величина зависит от (с необходимостью приближенного) метода ее вычисления. Измеренную Барикет и др. (2014) величину (1) относительной неоднородности вращения удастся воспроизвести в рамках квазилинейного приближения гидродинамики средних полей.

КВАЗИЛИНЕЙНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В квазилинейном приближении возмущения $\mathbf{u}'$ турбулентной скорости $\mathbf{u}$ в формуле (4) находятся из линеаризованного уравнения (см., например, Рюдигер и др., 2013). При этом удобно воспользоваться преобразованием Фурье,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{k}, \omega) &= \\ &= (2\pi)^{-4} \int \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d^3\mathbf{r} dt, \end{aligned} \quad (15)$$

что превращает дифференциальные операторы в алгебраические:

$$\begin{aligned} (\nu k^2 - i\omega) \hat{u}'_i(\mathbf{k}, \omega) &= \\ &= -2\varepsilon_{inm} \hat{k}_n \hat{u}_m(\mathbf{k}, \omega) (\hat{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\Omega}) - \\ &\quad - i(\delta_{in} - \hat{k}_i \hat{k}_n) k_m \times \\ &\quad \times \int [\hat{u}_m(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \omega - \omega') \hat{V}_n(\mathbf{k}', \omega') + \\ &\quad + \hat{u}_n(\mathbf{k} - \mathbf{k}', \omega - \omega') \hat{V}_m(\mathbf{k}', \omega')] d\mathbf{k}' d\omega'. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$ — единичный вектор, использовано приближение несжимаемости, $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{u}} = 0$, что позволило исключить давление.

Для вычисления тензора напряжений (4) нужно уравнение (16) умножить на $\hat{u}_j$, усреднить, выполнить обратное преобразование Фурье и добавить к полученному выражение с переставленными индексами i и j для симметрии. При этом можно ограничиться линейными вкладами по малому параметру $k'/k \ll 1$ (отношение корреляционной длины к пространственному масштабу усредненной скорости $\mathbf{V}$). Тогда первое слагаемое в правой части (16) даст Λ -эффект, а остальные — эффективную вязкость.

Для выполнения этих вычислений понадобится спектральный тензор $\hat{Q}_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ корреляций скорости для исходной турбулентности с радиальным направлением анизотропии

$$\begin{aligned} \langle \hat{u}_i(\mathbf{k}, \omega) \hat{u}_j(\mathbf{k}_1, \omega_1) \rangle &= \\ &= \hat{Q}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1) \delta(\omega + \omega_1), \\ \hat{Q}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) &= \frac{E(k, \omega, \mu)}{16\pi k^2} [(1 + S)(\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) - \\ &\quad - S(\mu^2 \delta_{ij} + \hat{r}_i \hat{r}_j - \mu \hat{r}_i \hat{k}_j - \mu \hat{r}_j \hat{k}_i)], \end{aligned} \quad (17)$$

где $\mu = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{k}} = \cos(\mathbf{r} \wedge \mathbf{k})$ — косинус угла между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{k}$. Формула (17) учитывает анизотропию двух типов: анизотропию направлений и анизотропию формы области корреляции флуктуаций скорости $\mathbf{u}$. Параметр S определяет анизотропию направлений. Для $S = 0$ распределение направлений скорости изотропно, однако зависимость спектральной функции E от μ учитывает анизотропию области корреляции. Для $\partial^2 E / \partial \mu^2 > 0$, корреляционный масштаб вдоль радиуса меньше, чем горизонтальный масштаб корреляции (сплюснутые по радиусу конвективные ячейки). Для $\partial^2 E / \partial \mu^2 < 0$ область корреляции вытянута по радиусу. Когда $\partial E / \partial \mu = 0$, анизотропия формы отсутствует, но возможна анизотропия направлений: $\langle u_r^2 \rangle > \langle u^2 \rangle / 3$ для $S < 0$ (радиальный тип анизотропии) и $\langle u_r^2 \rangle < \langle u^2 \rangle / 3$ для $S > 0$ (горизонтальная анизотропия).

Представление (17) для исходной турбулентности отличается от использовавшегося ранее (Кичатинов, 2016а) учета анизотропии формы. Как и раньше, положительная определенность спектрального тензора требует выполнения неравенства

$$S \geq -1. \quad (18)$$

Это означает, что турбулентность не может содержать лишь радиальные течения. Для максимальной анизотропии радиального типа ($S = -1$) присутствуют горизонтальные течения, $\langle u^2 \rangle - \langle u_r^2 \rangle > 0$. Однако максимальная величина S не ограничена, и возможна (двухмерная) турбулентность с $u_r = 0$.

Заметим, что, когда спектр флуктуаций $E(k, \omega)$ не зависит от μ (отсутствует анизотропия формы), справедливо простое выражение для параметра S через среднеквадратичные скорости,

$$S = \langle u^2 \rangle / \langle u_r^2 \rangle - 3. \quad (19)$$

Турбулентные вязкости и коэффициент ν_Λ формулы (9) для Λ -эффекта, рассчитанные в квазилинейном приближении для модели турбулентности (17), приведены в Приложении. Подстановка приведенных там коэффициентов переноса в формулу (14) дает

$$\frac{r}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r} = S \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \int_0^1 E(k, \omega, \mu) (1 - \mu^2)^2 d\mu dk d\omega}{4 \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu^3 k^6}{(\nu^2 k^4 + \omega^2)^2} \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \mu^2 (1 - \mu^2) d\mu dk d\omega}. \quad (20)$$

Согласно этой формуле, относительная величина приповерхностной неоднородности вращения пропорциональна параметру анизотропии S . Скорость вращения возрастает с глубиной для анизотропии радиального типа ($S < 0$), как и должно быть (Лебединский, 1941). Заметим, что неоднородность вращения появляется из-за анизотропии направлений турбулентной скорости. Анизотропия формы такой неоднородности не дает.

Оценка величины неоднородности вращения требует дальнейшего упрощения (19). Для этого можно использовать так называемое τ -приближение (Бранденбург, Субраманиан, 2005). Коэффициент $\nu k^2 - i\omega$ в левой части (16) заменяется на обратное время корреляции $1/\tau$. В конечном результате (20) квазилинейных вычислений такую замену можно провести, полагая $\nu k^2 = 1/\tau$ и $\omega = 0$. Пренебрегая также анизотропией формы (спектр $E(k, \omega)$ не зависит от μ), приходим к простому выражению для относительной неоднородности вращения:

$$\frac{r}{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial r} = S. \quad (21)$$

Согласно (18), измеренная гелиосейсмологией величина неоднородности (1) получается для максимальной возможной анизотропии радиального типа. Максимальная анизотропия может быть следствием того, что порождающие конвекцию силы плавучести направлены вверх или вниз по радиусу, т.е. в высшей степени анизотропны.

Заметим, что относительная неоднородность вращения (21) не зависит от интенсивности турбулентности (при условии, что число Кориолиса остается малым). Это видно уже из общего выражения (14). Для дифференциального вращения ПСС важна лишь анизотропия конвективной турбулентности, но не ее интенсивность.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Предлагаемая теория объясняет ПСС анизотропией приповерхностной турбулентной конвекции при условии (12) равенства нулю поверхностной плотности внешних сил. Наблюдаемому возрастанию скорости вращения с глубиной соответствует анизотропия радиального типа с отрицательной величиной параметра анизотропии S (19). При этом недиссипативный поток углового момента к центру Солнца (Λ -эффект) уравнивается потоком к поверхности из-за турбулентной вязкости. Для малых чисел Кориолиса (рис. 1) относительная величина неоднородности вращения (14) постоянна с широтой вне зависимости от метода ее вычисления. Квазилинейное приближение теории средних полей воспроизводит измеренную сейсмологией величину (1) для случая максимальной анизотропии с $S = -1$.

Такое объяснение согласуется с численными экспериментами Китиашвили и др. (2023), чьи

трехмерные расчеты в рамках радиационной гидродинамики воспроизвели ПСС. Перекрестная компонента R_{xz} тензора напряжений ($R_{r\varphi}$ в обозначениях данной статьи) в их расчетах мала по сравнению с диагональными компонентами, что соответствует с условию (12) данной статьи. Китиашвили и др. (2023) также привели анизотропию моделируемой конвективной турбулентности. Для этого они использовали параметр

$$A_V = 1 - 3\langle u_z^2 \rangle / \langle u^2 \rangle. \quad (22)$$

Этот параметр близок к постоянной величине $A_V \simeq -0.5$ в конвективной зоне (см. рис. 4 в Китиашвили и др., 2023). Отрицательная величина A_V означает анизотропию радиального типа. Параметр A_V (22) может быть преобразован к параметру S (19) данной статьи,

$$S = 3A_V / (1 - A_V), \quad (23)$$

что для $A_V \simeq -0.5$ дает величину $S \simeq -1$, для которой наши расчеты воспроизводят измеренную сейсмологией величину (1) относительной неоднородности вращения.

Анизотропия турбулентности могла бы быть определена по имеющимся наблюдениям фотосферной конвекции (см., например, Лайда и др., 2010; Абраменко и др., 2013; Эллис и др., 2020). Наблюдения ясно показывают присутствие радиальных течений на фотосфере. Однако ввиду того, что различные компоненты скоростей измеряются различными методами — доплеровские измерения вдоль луча зрения и движения трассеров в горизонтальных направлениях, — определение анизотропии по наблюдениям затруднительно.

Значение ПСС для солнечного динамо определяется, в частности, тем, что здесь генерируется глобальное меридиональное течение. Меридиональная циркуляция, по всей вероятности, определяет период солнечного цикла и является причиной миграции солнечных пятен к экватору (см., например, обзор Хазра и др., 2023). Условие (12) нарушает равновесие между центробежной и бароклинной силами, и такой дисбаланс является причиной меридиональной циркуляции (Кичатинов, 2016b).

Модели крупномасштабных течений на Солнце и звездах обычно помещают верхнюю границу на глубине в несколько процентов радиуса под фотосферой для исключения численных трудностей, связанных с сильной неоднородностью вблизи поверхности. Граничные условия в моделях средних полей полагают равной нулю радиальную составляющую крупномасштабного течения, $V_r = 0$, но конечная величина турбулентных скоростей на верхней границе учитывается в условии (12) для напряжений Рейнольдса. При этом удается воспроизвести возрастание скорости вращения с глубиной приблизительно в одной трети нижней части

ПСС, а также глобальное меридиональное течение (Кичатинов, Олемской, 2011). Другой подход используется в трехмерных численных моделях крупномасштабной конвекции. Здесь в качестве граничного условия принимается равенство нулю радиальной скорости, $v_r = 0$, без разделения на крупномасштабную и турбулентную составляющие. Тем самым напряжения Рейнольдса (12) исключаются из рассмотрения. Возможно, с этим связаны трудности воспроизведения ПСС и глобальной меридиональной циркуляции в трехмерных численных расчетах крупномасштабной конвекции.

В заключение перечислим основные выводы:

- Приповерхностный слой неоднородного вращения Солнца является следствием равновесия между Λ -эффектом и турбулентной вязкостью для анизотропной турбулентной конвекции.
- Относительная неоднородность вращения вблизи поверхности Солнца не зависит от широты, потому что характерное время турбулентной конвекции здесь мало по сравнению с периодом вращения, в результате чего Λ -эффект перераспределяет угловой момент только по радиусу, но не по широте.
- Квазилинейное приближение метода средних полей воспроизводит измеренную гелиосейсмологией величину неоднородности вращения в ПСС для анизотропии турбулентности, соответствующей численным экспериментам радиационной гидродинамики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ЭФФЕКТИВНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В данном приложении приведены турбулентные коэффициенты переноса для модели турбулентности (17). Для коэффициента ν_Λ , определяющего Λ -эффект (9), имеем:

$$\nu_\Lambda = -\frac{S}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (24)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) (1 - \mu^2)^2 d\mu dk d\omega.$$

Для турбулентных вязкостей формулы (11) находим:

$$\nu_1 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (25)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[\mu^2(1 + \mu^2) + S\mu^2(1 - \mu^2) + \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (1 + S)(1 - \mu^2)^2 \right] d\mu dk d\omega,$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (26)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[3 + \mu^4 + S(1 - \mu^2)(3 - \mu^2) - \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (1 - \mu^2) \times \right. \\ \left. \times (3 + \mu^2 + 3S(1 - \mu^2)) \right] d\mu dk d\omega,$$

$$\nu_3 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (27)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[3\mu^2 - 5\mu^4 - S\mu^2(1 - \mu^2) + \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (1 - \mu^2) \times \right. \\ \left. \times (5\mu^2 - 1 - S(1 - \mu^2)) \right] d\mu dk d\omega,$$

$$\nu_4 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (28)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[1 - 5\mu^4 + S(1 - \mu^2)(1 - 3\mu^2) - \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (1 - \mu^2) \times \right. \\ \left. \times (1 - 5\mu^2 + S(1 - \mu^2)) \right] d\mu dk d\omega,$$

$$\nu_5 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (29)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[(1 - \mu^2)(5\mu^2 - 1 - S(1 - \mu^2)) + \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (3 - 6\mu^2 - 5\mu^4 + \right. \\ \left. + S(1 - \mu^2)(3 - 7\mu^2)) \right] d\mu dk d\omega, \\ \nu_6 = \frac{1}{4} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} \times \quad (30)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[1 - 5\mu^4 - S(1 - \mu^2)(3 - \mu^2) + \frac{\nu^2 k^4 - \omega^2}{\nu^2 k^4 + \omega^2} (1 - \mu^2) \times \right. \\ \left. \times (5\mu^2 - 1 + 3S(1 - \mu^2)) \right] d\mu dk d\omega,$$

$$\nu_7 = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu^3 k^6}{(\nu^2 k^4 + \omega^2)^2} \times \quad (31)$$

$$\times \int_0^1 E(k, \omega, \mu) \left[3 - 30\mu^2 + 35\mu^4 - S(1 - 6\mu^2 + 5\mu^4) \right] d\mu dk d\omega.$$

В предельном случае изотропной турбулентности ($S \rightarrow 0$ и $E(k, \omega)$ не зависит от μ), вязкости ν_1 и ν_2 сводятся к известным выражениям (Штикс и др. 1993),

$$\nu_1 = \frac{4}{15} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu^3 k^6 E(k, \omega)}{(\nu^2 k^4 + \omega^2)^2} dk d\omega, \quad (32)$$

$$\nu_2 = \frac{4}{15} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\nu k^2 (\nu^2 k^4 + 5\omega^2) E(k, \omega)}{(\nu^2 k^4 + \omega^2)^2} dk d\omega,$$

а $\nu_3, \dots, \nu_7$ обращаются в нуль, как и должно быть.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абраменко и др. (V.I. Abramenko, G.P. Zank, A. Dosch, V.B. Yurchyshyn, P.R. Goode, K. Ahn, and W. Cao), *Astrophys. J.* **773**, 167 (2013).
2. Антия, Базу (H.M. Antia and S. Basu), *Astrophys. J.* **924**, 19 (2022).
3. Барикет и др. (A. Barekat, J. Schou, and L. Gizon), *Astron. Astrophys.* **570**, L12 (2014).
4. Бранденбург (A. Brandenburg), *Astrophys. J.* **625**, 539 (2005).

5. Бранденбург и Субраманиан (A. Brandenburg and K. Subramanian), *Astron. Astrophys.* **439**, 835 (2005).
6. Гетлинг и др. (A.V. Getling, O.S. Mazhorova, and O.V. Shcheritsa), *Geomagnetism and Aeronomy* **53**, 904 (2013).
7. Гундерсон, Баттачержи (L.M. Gunderson and A. Bhattacharjee), *Astrophys. J.* **870**, 47 (2019).
8. Джа, Чудури (B.K. Jha and A.R. Choudhuri), *MNRAS* **506**, 2189 (2021).
9. Китиашвили и др. (I.N. Kitiashvili, A.G. Kosovichev, A.A. Wray, V.M. Sadykov, and G. Guerrero), *MNRAS* **518**, 504 (2023).
10. Кичатинов Л.Л., *Успехи физ. наук* **175**, 475 (2005) [L.L. Kitchatinov, *Physics-Uspexhi* **48**, 449 (2005)].
11. Кичатинов (L.L. Kitchatinov), *Solar and Astrophysical Dynamos and Magnetic Activity, IAU Symp. 294* (Ed. A.G. Kosovichev, E. de Gouveia Dal Pino, Y. Yan, Cambridge Univ. Press, 2013), p. 399.
12. Кичатинов Л.Л. *Письма в Астрон. журн.* **42**, 379 (2016a) [L.L. Kitchatinov, *Astron. Lett.* **42** 339 (2016a)].
13. Кичатинов (L.L. Kitchatinov), *Geomagnetism and Aeronomy* **56**, 945 (2016b).
14. Кичатинов, Олемской (L.L. Kitchatinov and S.V. Olemskoy), *MNRAS* **411**, 1059 (2011).
15. Комм (R. Komm), *Frontier. Astron. Space Sci.* **9**, 428 (2022).
16. Лайда и др. (Y. Lida, T. Yokoyama, and K. Ichimoto), *Astrophys. J.* **713**, 325 (2010).
17. Лебединский А.И., *Астрон. журн.* **18**, 10 (1941).
18. Пакстон и др. (B. Paxton, M. Cantiello, P. Arras, L. Bildsten, E.F. Brown, A. Dotter, C. Mankovich, M.H. Montgomery et al.), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **208**, 4 (2013).
19. Пипин, Косовичев (V.V. Pipin and A.G. Kosovichev), *Astrophys. J.* **727**, L45 (2011).
20. Рюдигер (G. Rüdiger), *Differential rotation and stellar convection: Sun and solar-type stars* (Berlin: Akademie-Verlag, 1989).
21. Рюдигер и др. (G. Rüdiger, L.L. Kitchatinov, and R. Hollerbach), *Magnetic processes in astrophysics* (Weinheim: WILEY-VCH, 2013).
22. Томсон и др. (M.J. Thompson, J. Toomre, E.R. Anderson, H.M. Antia, G. Berthomieu, D. Burtonclay, S.M. Chitre, J. Christensen-Dalsgaard, et al.), *Science* **272**, 1300 (1996).
23. Штикс и др. (M. Stix, G. Rüdiger, M. Knölker, and U. Grabowski), *Astron. Astrophys.* **272**, 340 (1993).
24. Шу и др. (J. Schou, H.M. Antia, S. Basu, R.S. Bogart, R.I. Bush, S.M. Chitre, J. Christensen-Dalsgaard, M.P. Di Mauro, et al.), *Astrophys. J.* **505**, 390 (1998).
25. Щерица и др. (O.V. Shcheritsa, A.V. Getling, and O.S. Mazhorova), *Phys. Lett. A* **382**, 639 (2018).
26. Хазра и др. (G. Hazra, D. Nandy, L.L. Kitchatinov, and A.R. Choudhuri), *Space Sci. Rev.* **219**, 39 (2023).
27. Хотта и др. (H. Hotta, M. Rempel, and T. Yokoyama), *Astrophys. J.* **798**, 42 (2015).
28. Эллис и др. (L. Yelles Chaouche, R.H. Cameron, S.K. Solanki, T.L. Riethmüller, L.S. Anusha, V. Witzke, A.I. Shapiro, P. Barthol, et al.), *Astron. Astrophys.* **644**, 44 (2020).