
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ДИАГНОСТИКА ИСПЫТАНИЯ

УДК 621.01, 534.1

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С САМОСИНХРОНИЗИРУЮЩИМИСЯ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЯМИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ

© 2024 г. Г.Я. Пановко¹, А.Е. Шохин^{1,*}

¹Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия

*e-mail: shohinsn@mail.ru

Поступила в редакцию 06.05.2024 г.

После доработки 13.06.2024 г.

Принята к публикации 15.06.2024 г.

Представлены результаты экспериментального анализа влияния упругого ограничителя колебаний на динамику вибромашины с самосинхронизирующимися вибровозбудителями при взаимодействии с гранулированным материалом в резонансной области частот. Экспериментальный макет выполнен по схеме одномассовой вибромашины с плоскими колебаниями рабочего органа (платформа), которые возбуждаются двумя дебалансными вибровозбудителями. Получены зависимости амплитуд колебаний макета и взаимной фазы вращения вибровозбудителей от частоты возбуждения при различных значениях массы материала. Установлено, что контакт с упругим ограничителем приводит к расширению области частот вблизи второй резонансной частоты, в которой обеспечивается синхронное вращение вибровозбудителей с взаимной фазой близкой к нулю, а также к снижению в резонансных областях частот чувствительности амплитуд колебаний платформы к изменениям массы материала. Показана эффективность введения упругого ограничителя при обработке гранулированных материалов.

Ключевые слова: вибромашина, дебалансный вибровозбудитель, самосинхронизация, резонанс, упругий ограничитель колебаний

DOI: 10.31857/S0235711924050099, **EDN:** NTRRPH

Вопросы динамики механических систем с самосинхронизирующимися вибровозбудителями представляют значительный интерес для многих инженерных приложений [1, 2]. Наглядным примером эффективного практического использования явления самосинхронизации является широкий класс вибрационных машин с дебалансными вибровозбудителями различного технологического назначения, например, виброгрохоты, виброконвейеры, вибродробилки и т.п. [1, 3–5]. Применение самосинхронизирующихся вибровозбудителей, с одной стороны, позволяет существенно упростить конструкцию и повысить надежность вибромашин, а с другой стороны, требует определенного согласования параметров колебательной системы вибромашины с электромеханическими параметрами вибровозбудителей, механическими свойствами обрабатываемого материала и частотами возбуждения колебаний.

Подавляющее большинство таких вибромашин в настоящее время работают в резонансном режиме, что обусловлено высокой стабильностью амплитуд колебаний и синхронности вращения вибровозбудителей относительно возможных изменений

параметров системы, которые неизбежно возникают при работе, например, из-за изменения массы материала на рабочем органе, условий их взаимодействия и др. [1, 3, 6]. Известно, что возбуждение колебаний на окolorезонансных частотах позволяет значительно, до нескольких раз, увеличить энергоэффективность вибромашин [7–9]. Однако практическое использование резонансных режимов затруднено из-за высокой чувствительности системы к изменениям ее параметров и условий взаимодействия с материалом, которые могут приводить к нарушению синхронизации вибровозбудителей, к резкой смене взаимной фазы их вращения, а также формы и амплитуд колебаний машины.

В работах [10–13] разработана теория самосинхронизирующихся дебалансных вибровозбудителей и исследована самосинхронизация двух и более вибровозбудителей в системах с различным числом степеней свободы при линейных упругих связях. В [2–5, 14–16] рассматривались прикладные вопросы самосинхронизации дебалансных вибровозбудителей применительно к проектированию вибрационных машин. Вопросы самосинхронизации вибровозбудителей в системах с нелинейными упругими связями гладкого и гистерезисного типа рассматривались в работах [17–19]. В работах [20–23] исследована синхронизация вибровозбудителей за счет введения дополнительного управления электроприводом с обратной связью. Исследованию кратных режимов синхронизации вибровозбудителей посвящены работы [24, 25]. Следует отметить, что в большинстве этих работ рассматриваются режимы возбуждения колебаний на удалении от резонансных частот системы.

Исследования динамики систем с самосинхронизирующимися вибровозбудителями в резонансной области частот в большинстве случаев ограничиваются вопросами прохода через резонанс при разгоне вибровозбудителей в зарезонансную область частот [26, 27]. В [17, 18] рассматривалась синхронизация вибровозбудителей в двух-массовой системе с симметричной кусочно-линейной характеристикой упругих элементов в широком диапазоне частот включая резонансные области, однако без учета взаимодействия с обрабатываемым материалом, которое, как известно [3, 6, 14, 16], может оказывать значительное влияние на динамику вибромашины.

В отличие от упомянутых выше исследований, в работах [7, 28] были теоретически проанализированы окolorезонансные режимы в плоской колебательной системе с самосинхронизирующимися дебалансными вибровозбудителями при линейных и нелинейных упругих связях и взаимодействии с материалом. Показано [28], что введение в систему одностороннего упругого ограничителя колебаний, установленного с зазором, оказывает положительное влияние как на самосинхронизацию вибровозбудителей, так и на стабильность амплитуд колебаний в окolorезонансных областях частот. Для возможности дальнейшего практического использования полученного результата представляет интерес экспериментальная оценка эффективности использования упругого подвеса с кусочно-линейными характеристиками жесткости и проверка адекватности предложенных математических моделей.

С этой целью в настоящей статье рассматривается задача экспериментальной оценки влияния дополнительного упругого элемента, установленного с зазором, на колебания плоской механической системы и самосинхронизацию дебалансных вибровозбудителей, в зависимости от зазора и массы обрабатываемого сыпучего материала. Разработка макета этой системы проводилась с учетом близости его параметров к параметрам математической модели, разработанной в [28]. Отметим, что выбранная динамическая схема макета соответствует многим реальным вибромашинам, для нормальной работы которых требуется возбуждение колебаний однопольной силой [1, 3], возникающей при синхронном вращении вибровозбудителей во встречных направлениях с взаимной фазой вращения $\Delta\varphi = 0$ (при выбранной системе отсчета угловых положений). Далее для краткости такое синхронное вращение вибровозбудителей будем называть синхронно-синфазным, а при $\Delta\varphi = \pi$ — син-

хронно-противофазным. В соответствии с этим при дальнейшем анализе основное внимание будет уделено той области частот, в которой реализуется синхронно-синфазное или близкое к нему вращение вибровозбудителей, что представляет наибольший практический интерес.

Экспериментальный макет. Макет и его динамическая схема представлены на рис. 1а, б.

Макет выполнен в виде горизонтальной платформы, состоящей из жесткой прямоугольной металлической пластины 1 с закрепленными на ней контейнером 2 для материала 3, и двумя дебалансными вибровозбудителями 4 и 5. Платформа закреплена относительно неподвижной опорной плиты 6 с помощью четырнадцати одинаковых винтовых пружин 7. Пружины 7 установлены в два ряда по семь пружин через одинаковые расстояния вдоль длинных сторон пластины 1 (параллельно оси Oy) симметрично относительно ее осей симметрии Ox и Oy . Вибровозбудители 4 и 5, представляющие собой мотор-вибраторы асинхронного типа, закреплены на пла-

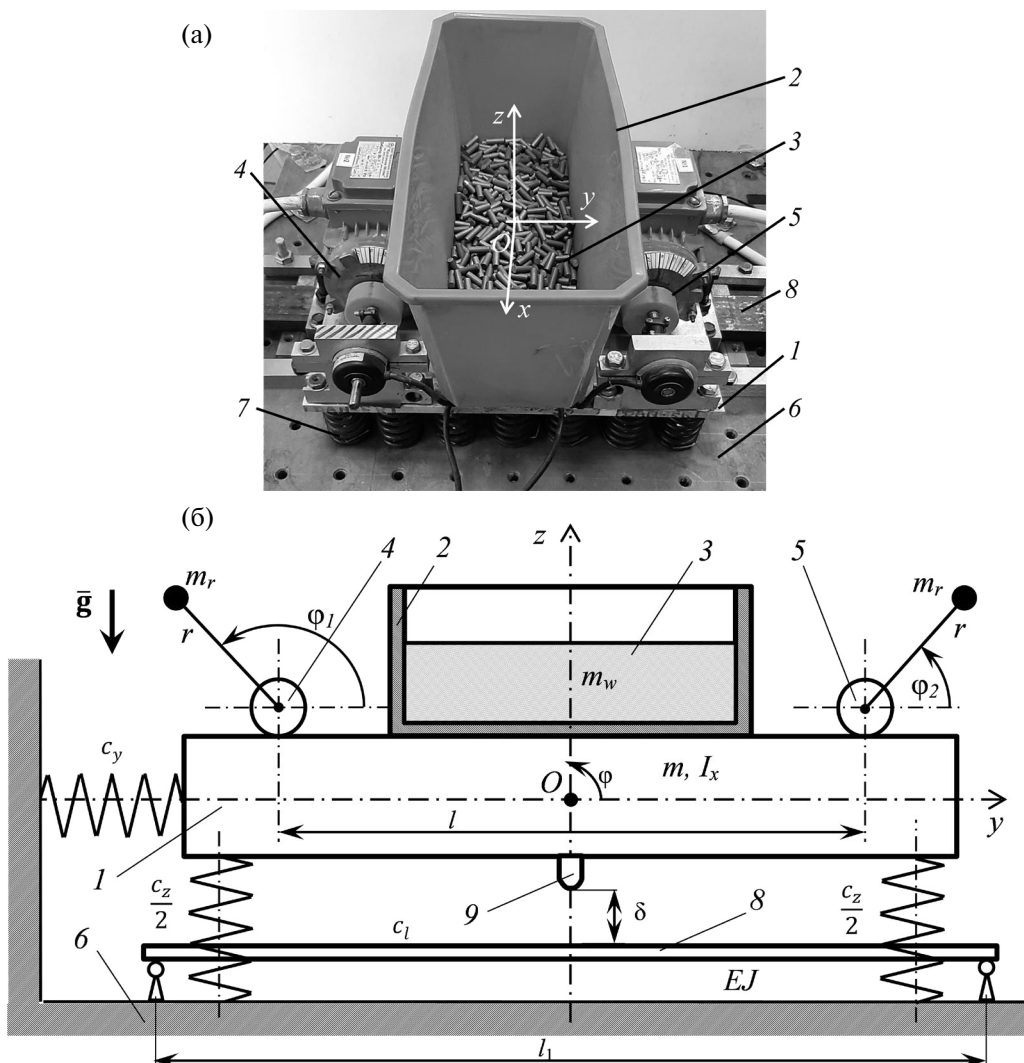


Рис. 1. Общий вид макета (а) и его схема (б).

стине I симметрично относительно оси Ox так, что оси их вращения параллельны оси Ox . Центробежная сила, возникающая при вращении каждого из вибровозбудителей, действует в плоскости Oyz . Соответственно, поле сил, возникающее при одновременном вращении обоих вибровозбудителей, возбуждает колебания макета в той же плоскости. Вибровозбудители имеют одинаковые дисбалансы и практически идентичные моментные характеристики. Электропитание мотор-вибраторов осуществляется через единый частотный преобразователь так, что они вращаются в противоположных направлениях. Таким образом, рассматриваемая система обладает пятью существенными степенями свободы, три из которых соответствуют двум поступательным и угловому перемещениям платформы, а две — соответствуют вращению дебалансов.

Между пластиной I и плитой 6 установлен упругий ограничитель колебаний 8 , выполненный в виде шарнирно закрепленной металлической балки, работающей на изгиб. Балка имеет прямоугольное поперечное сечение, вертикальная ось симметрии которого параллельна оси Oz . Продольная ось балки параллельна оси Oy . Опоры балки расположены симметрично относительно плоскости Oxz . Жесткость балки варьировалась путем изменения расстояния между ее опорами l_1 .

Контакт ограничителя с платформой происходит через жесткий металлический стержень 9 . Для центрирования удара относительно центра масс системы, стержень 9 закреплен в центре симметрии пластины. Резьбовое крепление стержня к пластине позволяет регулировать величину исходного зазора δ (рис. 16).

Основные характеристики макета: масса платформы (включая массы вибровозбудителей и контейнера) $m = 12.5$ кг; момент инерции платформы $I_x = 0.11$ кг·м²; дисбаланс каждого из вибровозбудителей $m_p \cdot r = 1.18 \cdot 10^{-3}$ кг·м; расстояние между осями вращения дебалансов $l = 0.235$ м; суммарные жесткости пружин, приведенные к центру масс макета: $c_z = 471$ кН/м, $c_y = 580$ кН/м, $c_\phi = 1.8$ кН·м/рад; номинальная мощность мотор-вибраторов $P_n = 0.09$ кВт.

Проведение эксперимента. Измерение колебаний макета осуществлялось с помощью трех акселерометров: для измерения вертикальных и угловых колебаний в плоскости Oyz использовались два акселерометра, установленные по краям платформы симметрично относительно плоскости Oxz , измеряющие колебания вдоль оси Oz . Для измерения горизонтальных колебаний в направлении оси Oy использовался акселерометр, закрепленный в центре платформы. По регистрируемым осциллограммам определялись среднеквадратические значения (СКЗ) амплитуд виброускорений.

Угловые положения дебалансов вибровозбудителей и скорости их вращения измерялись с помощью оптических энкодеров, установленных на валу каждого из мотор-вибраторов.

Сигналы с акселерометров и энкодеров поступали на контроллер с аналого-цифровым преобразователем, где оцифровывались с частотой 4000 измерений в секунду по каждому каналу. Далее эти сигналы преобразовывались соответственно в сигналы ускорений, угловых положений и скоростей вращения дебалансов. Частота возбуждения колебаний определялась по частоте основной гармоники возмущающих сил, СКЗ виброускорений рассчитывались по выборкам соответствующих осциллограмм длительностью в одну секунду, взаимная фаза вращения дебалансов определялась разностью угловых положений дебалансов, взятых с учетом направления их вращения.

Оценка влияния упругого ограничителя на колебания макета и синхронизацию вибровозбудителей выполнялась на основе сравнительного анализа частотных характеристик. С этой целью определялись экспериментальные зависимости СКЗ амплитуд виброускорений и взаимной фазы вращения дебалансов от частоты возбуждения как при колебаниях макета без контакта с ограничителем, так и при контакте

с ним при различных значениях исходного зазора δ . Все эксперименты проводились при четырех значениях массы гранулированного материала $m_w = \{0, 1, 2, 3\}$ кг, помещаемого в контейнер. В качестве материала использовались металлические ролики диаметром 6 мм и длиной от 5 до 20 мм.

При проведении экспериментов, в первую очередь, определялись резонансные частоты для системы без ограничителя колебаний и диапазоны частот синхронно-синфазного вращения вибровозбудителей. В качестве управляющего параметра использовалась частота электрического питания, подаваемого на вибровозбудители. При этом регистрировалась частота вращения вибровозбудителей f , которая и являлась частотой возбуждения колебаний системы.

Резонансная частота определялась частотой срыва амплитуд колебаний и сменной режима синхронного вращения вибровозбудителей. Далее выбирались те резонансные частоты, при приближении к которым вибровозбудители вращаются синхронно-синфазно. В этом случае реализуется однонаправленная возмущающая сила и, соответственно, однонаправленное движение колебательной системы вдоль оси Oz . Вблизи этих резонансных частот возбуждения выполнялись эксперименты при контакте с ограничителем колебаний.

Экспериментальные результаты. В результате выполненных экспериментов, в первую очередь, были построены и проанализированы амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) для различных масс материала при отсутствии ограничителя, измеренные в вертикальном направлении Oz (рис. 2а), и зависимости взаимной фазы вращения дебалансов $\Delta\varphi$ от частоты синхронного вращения f (рис. 2б), при различных соотношениях масс материала и платформы $\mu_w = m_w/m$ (на рис. 2а и далее по оси ординат указаны значения СКЗ амплитуд виброскорости). В приведенных графиках стрелками обозначены срывы колебаний в зарезонансную область частот (рис. 2).

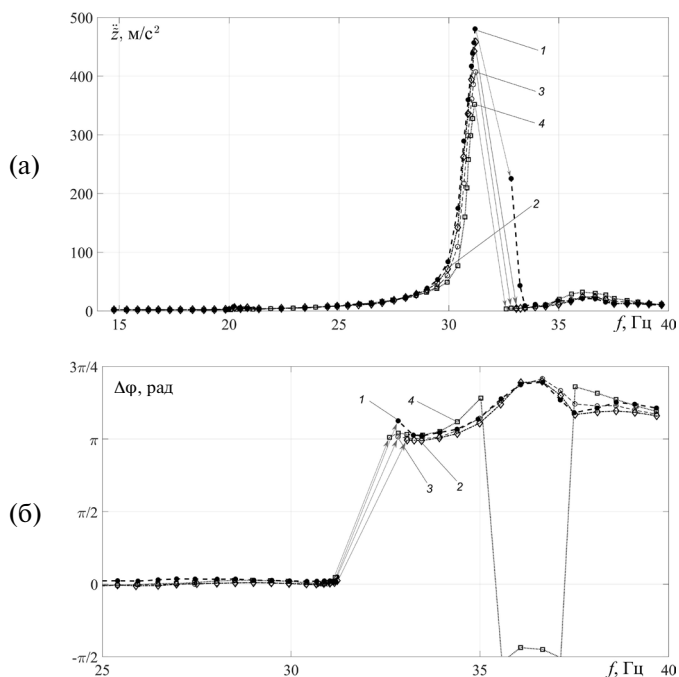


Рис. 2. СКЗ амплитуд вертикальных виброскоростей пластины (а) и взаимной фазы вращения вибровозбудителей (б) в зависимости от частоты возбуждения f в системе без ограничителя:

1 — $\mu_w = 0$; 2 — $\mu_w = 0.08$; 3 — $\mu_w = 0.16$; 4 — $\mu_w = 0.24$.

На графиках (рис. 2а) на частоте 20 Гц мало заметен первый резонанс системы, который возникает при синхронно-противофазном вращении вибровозбудителей. При этом возникают интенсивные угловые колебания платформы. Таким образом, наблюдаемые максимумы амплитуд вертикальных колебаний (рис. 2а) соответствуют второму резонансу системы.

В системе без ограничителя колебаний искомый синхронно-синфазный режим вращения вибровозбудителей с взаимной фазой $\Delta\varphi$ близкой нулю реализуется в области частот между первым и вторым резонансом системы (рис. 2б). Увеличение массы материала приводит к уменьшению амплитуд вертикальных колебаний вблизи второй резонансной частоты системы. Одновременно с этим наблюдается незначительный сдвиг влево частоты, при которой возникает срыв колебаний в зарезонансную область частот (рис. 2а). Заметное увеличение отклонения $\Delta\varphi$ от нуля наблюдается при приближении к 2-й резонансной частоте (рис. 2б) вследствие роста амплитуд колебаний (рис. 2а), что, как известно [1, 10], приводит к увеличению рассеяния энергии в системе и проявлению эффекта застревания частоты возбуждения на резонансной частоте системы. Переход через резонанс сопровождается резким скачкообразным изменением скоростей вращения вибровозбудителей и взаимной фазы их вращения, значения которой устанавливаются вблизи $\Delta\varphi = \pi$, соответствующего режиму синхронно-противофазного вращения. Таким образом, при одной и той же частоте возбуждения изменение массы материала приводит к существенно изменению амплитуд колебаний и изменению взаимной фазы вращения вибровозбудителей. Заметим, что малое увеличение частоты вращения приводит к срыву в зарезонансную область, который сопровождается резкой сменой взаимной фазы вращения дебалансов и формы колебаний платформы.

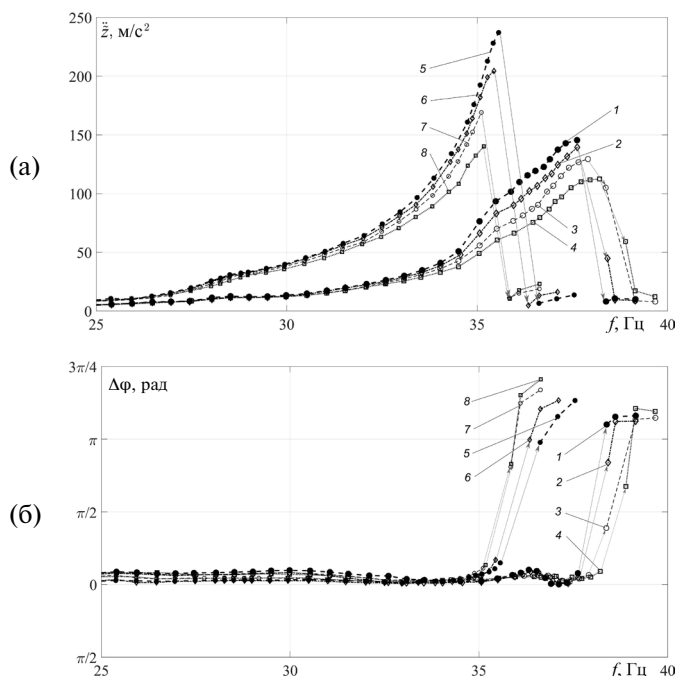


Рис. 3. СКЗ амплитуд вертикальных виброускорений пластины (а) и взаимной фазы вращения вибровозбудителей $\Delta\varphi$ (б) в зависимости от частоты возбуждения f в системе с ограничителем при $c_1 = 2c_z$: при $\delta = 0$ мм: 1 — $\mu_w = 0$; 2 — $\mu_w = 0.08$; 3 — $\mu_w = 0.16$; 4 — $\mu_w = 0.24$; при $\delta = 1$ мм: 5 — $\mu_w = 0$; 6 — $\mu_w = 0.08$; 7 — $\mu_w = 0.16$; 8 — $\mu_w = 0.24$.

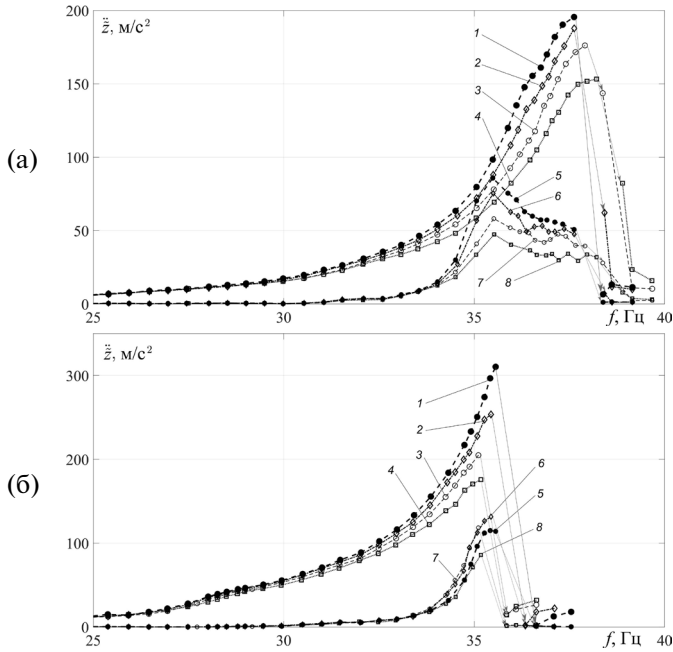


Рис. 4. Амплитуды гармонических составляющих вертикальных виброускорений пластины (а) в зависимости от частоты возбуждения f в системе с ограничителем при $c_1 = 2c_z$ и зазоре $\delta = 0$ мм (а) и $\delta = 1$ мм (б); гармоническая составляющая на частоте возбуждения: 1 — $\mu_w = 0$; 2 — $\mu_w = 0.08$; 3 — $\mu_w = 0.16$; 4 — $\mu_w = 0.24$; гармоническая составляющая на частоте в 4 раза больше частоты возбуждения: 5 — $\mu_w = 0$; 6 — $\mu_w = 0.08$; 7 — $\mu_w = 0.16$; 8 — $\mu_w = 0.24$.

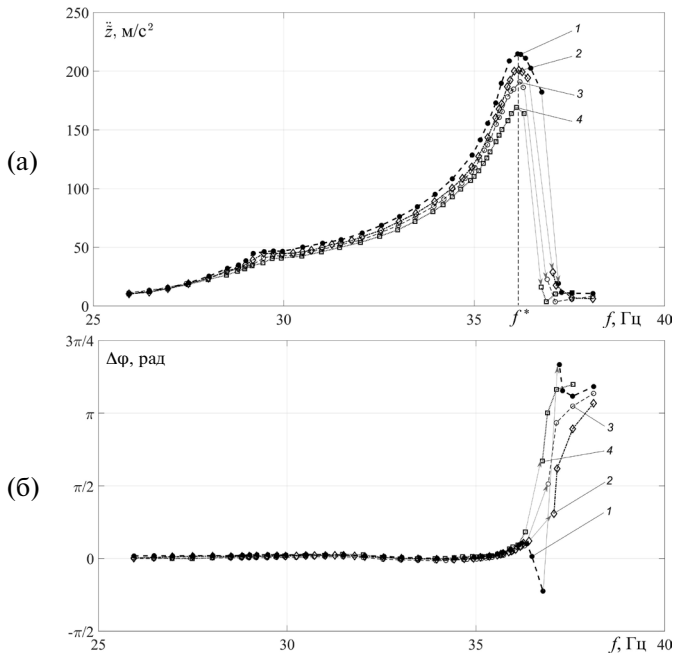


Рис. 5. СКЗ амплитуд вертикальных виброускорений пластины (а) и взаимной фазы вращения вибровозбудителей $\Delta\varphi$ (б) в зависимости от частоты возбуждения f в системе с ограничителем при зазоре $\delta = 1$ мм и $c_1 = 4c_z$: 1 — $\mu_w = 0$; 2 — $\mu_w = 0.08$; 3 — $\mu_w = 0.16$; 4 — $\mu_w = 0.24$.

Анализ влияния ограничителя проводился при двух различных значениях зазора $\delta = \{0, 1\}$ мм и двух различных значениях жесткости ограничителя $c_1 = \{2c_z, 4c_z\}$. На рис. 3–5 представлены графики СКЗ амплитуд вертикальных виброускорений пластины и взаимной фазы вращения вибровозбудителей $\Delta\varphi$ в зависимости от частоты возбуждения f (частота вращения вибровозбудителей) в области частот вблизи второго резонанса при колебаниях с контактом с ограничителем.

Из сравнения графиков (рис. 2, 3) следует, что введение упругого ограничителя способствует расширению области частот с устойчивым синхронным вращением вибровозбудителей, близким к синфазному, вблизи 2-й резонансной частоты системы. Одновременно с этим существенно уменьшается чувствительность амплитуды колебаний платформы и взаимной фазы вращения вибровозбудителей к изменению массы материала. Временной и спектральный анализ осциллограмм колебаний показал, что движение платформы имеет полигармонический характер с одним контактом с ограничителем за период возбуждения. С увеличением частоты возбуждения в спектре колебаний наблюдается значительное увеличение амплитуды гармонической составляющей на частоте в 4 раза больше частоты возмущения (рис. 4). Увеличение массы материала приводит к незначительному смещению вправо частоты, при которой происходит срыв колебаний в зарезонансную область частот, сопровождающийся резким изменением режима синхронного вращения вибровозбудителей на близкий к синхронно-противофазному с $\Delta\varphi \approx \pi$, а также формы и амплитуд колебаний.

Сопоставление результатов, полученных для различной величины исходного зазора между ограничителем и платформой δ (рис. 3) показывает, что увеличение δ приводит к росту амплитуд ее колебаний при одних и тех же частотах возбуждения. При этом чувствительность амплитуд колебаний к изменению массы материала практически не изменяется. При $\delta = 1$ мм увеличение массы материала приводит к смещению влево частоты срыва колебаний в зарезонансную область частот. Колебания платформы по характеру и спектральному составу схожи с наблюдаемыми при $\delta = 0$ мм.

Увеличение жесткости упругого ограничителя приводит к расширению области частот синхронно-синфазного вращения вибровозбудителей вследствие сдвига вправо частоты срыва колебаний (рис. 3, 5). За счет этого удастся достичь более высоких амплитуд колебаний при больших значениях массы материала по сравнению с системой с менее жестким ограничителем. Чувствительность амплитуд колебаний к изменению массы материала, равно как и характер колебаний, практически не изменились. Независимо от массы материала максимумы амплитуд колебаний достигаются при одной и той же частоте возбуждения f^* (рис. 5а), а срывы колебаний в зарезонансную область частот возникают на ниспадающих участках АЧХ при частотах превышающих f^* .

Заключение. Выполненные эксперименты показали, что влияние обрабатываемого материала (в данном случае — металлических роликов), на динамические характеристики макета по своему характеру аналогично тому, как, если в систему ввести линейно-вязкий элемент с коэффициентом диссипации, пропорциональным массе материала. Увеличение массы материала до 25% относительно массы платформы, при колебаниях без контакта с упругим ограничителем колебаний приводит к уменьшению их амплитуд вблизи 2-й резонансной частоты системы и незначительному уменьшению частоты возникновения срыва колебаний в зарезонансную область частот. Такое влияние обусловлено характером движения материала и его взаимодействия с платформой. Можно заключить, что при таких условиях поведение материала для целей учета его влияния на динамику вибромашин при математическом моделировании может моделироваться дополнительным линейно-вязким элементом, величина диссипации которого зависит от массы материала.

Введение в колебательную систему упругого ограничителя колебаний способствует расширению области частот вблизи второй резонансной частоты, в которой обеспечивается синхронно-синфазное вращение вибровозбудителей с взаимной фазой близкой к нулю. Кроме того, в этой области частот уменьшается чувствительность амплитуд колебаний макета и взаимной фазы вращения вибровозбудителей к изменению массы материала. При этом изменяется характер колебаний на периодический полигармонический с периодом равным периоду возбуждения и с одним контактом с ограничителем за период. Увеличение исходного зазора приводит к увеличению возбуждаемых амплитуд колебаний при одновременном сужении диапазона частот синхронно-синфазного вращения вибровозбудителей вследствие уменьшения частот срыва колебаний. Увеличение жесткости ограничителя приводит к сдвигу частот срыва вправо и увеличению развиваемых амплитуд при больших значениях массы материала.

Полученные экспериментальные результаты подтверждают результаты теоретических расчетов [28] в части возможности моделирования обрабатываемого материала дополнительным диссипативным элементом, а также влияния параметров упругого ограничителя на изменение областей частот самосинхронизации и чувствительность амплитуд колебаний к изменению массы материала.

Введение в конструктивную схему вибромашин упругих ограничителей с зазором позволяет повысить стабильность работы вибромашин вблизи резонансных частот возбуждения за счет снижения чувствительности этих режимов к изменению массы обрабатываемого материала.

Финансирование работы. Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда, проект № 24-19-00333, <https://rscf.ru/project/24-19-00333/>

Конфликт интересов. Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вибрации в технике: Справочник. Т. 4: Вибрационные процессы и машины. М.: Машиностроение, 1989. 509 с.
2. Блехман И. И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб.: Издательский дом «Руда и металлы», 2013. 640 с.
3. Вайсберг Л. А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. М.: Недра, 1986. 144 с.
4. Вайсберг Л. А., Зарогатский Л. П., Туркин В. Я. Вибрационные дробилки. Основы расчета, проектирования и технологического применения. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2004. 305 с.
5. Wen B., Zhang H., Liu S., He Q., Zhao C. Vibrating Machinery: Theory, Techniques and Applications. Alpha Science International Ltd, 2012. 386 p.
6. Гончаревич И. Ф., Фролок К. В. Теория вибрационной техники и технологии. М.: Наука, 1981. 320 с.
7. Пановко Г. Я., Шохин А. Е. Динамика резонансных вибромашин с самосинхронизирующимися дебалансными вибровозбудителями. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2020. 168 с.
8. Antipov V. I. Dynamic of vibration machines with combinational parametric excitation // J. of Mach. Manuf. and Reliab. 2001. V. 2. P. 13.
9. Zahedia S. Abolfazl, Babitsky V. Modeling of autoresonant control of a parametrically excited screen machine // J. of Sound and Vibration. 2016. V. 380. P. 78.
10. Блехман И. И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 894 с.
11. Nagaev R. Dynamics of synchronizing systems. Berlin: Springer-Verlag, 2003.
12. Nijmeijer H., Rodriguez-Angeles A. Synchronization of mechanical systems. Singapore: World Scientific Publishing, 2003.
13. Liu Y., Zhang X., Gu D., Jia L., Wen B. Synchronization of a Dual-Mass Vibrating System with Two Exciters // Shock and Vibration. 2020. V. 2020. 12 p. <https://doi.org/10.1155/2020/9345652>

14. *Bikhovskiy I. I.* Fundamentals of the theory of vibration technology. Moscow: Mashinostroenie, 1968.
15. *Васильков В. Б., Шишкин Е. В.* Динамика вибрационного устройства с торсионно подвешенными маятниками // Обогащение руд. 2014. № 6. С. 25.
16. *Yong-Zheng J., Kuan-Fang H., Yong-Le D., Da-Lian Y., Wei S.* Influence of load weight on dynamic response of vibrating screen // Shock and Vibration. 2019. V. 2019. 8 p. <https://doi.org/10.1155/2019/4232730>
17. *Zhang X. L., Kong X. X., Wen B. C., Zhao C. Y.* Numerical and experimental study on synchronization of two exciters in a nonlinear vibrating system with multiple resonant types // Nonlinear Dynamics. 2015. V. 82. P. 987.
18. *Zhang X., Wen B., Zhao C.* Theoretical study on synchronization of two exciters in a nonlinear vibrating system with multiple resonant types // Nonlinear Dynamics. 2016. V. 85 (1). P. 141.
19. *Zhang N.* Self-synchronization characteristics of a class of nonlinear vibration system with asymmetrical hysteresis // J. of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control. 2020. V. 39 (1). P. 114.
20. *Huang Z., Song G., Zhang Z., Zhang X.* Control Synchronization of Two Nonidentical Homodromy Exciters in Nonlinear Coupled Vibration System // IEEE Access. 2019. V. 7. P. 109934.
21. *Тягушев С. Ю., Туркин В. Я., Шонин О. Б.* Стабилизация синхронно-противофазного режима вибрационной щековой дробилки средствами автоматизированного электропривода // Обогащение руд. 2011. № 2. С. 38.
22. *Huang Z. L., Song G. Q., Li Y. M., Sun M. N.* Synchronous control of two counter-rotating eccentric rotors in nonlinear coupling vibration system // Mechanical Systems and Signal Processing. 2019. V. 114. P. 68.
23. *Kong X., Zhang X., Chen X., Wen B., Wang B.* Phase and speed synchronization control of four eccentric rotors driven by induction motors in a linear vibratory feeder with unknown time-varying load torques using adaptive sliding mode control algorithm // J. Sound Vib. 2016. V. 370. P. 23.
24. *Zhang X., Zhang Xu, Hu W., Zhang W., Chen W., Wang Z., Wen B.* Theoretical, numerical and experimental studies on multi-cycle synchronization of two pairs of reversed rotating exciters // Mechanical Systems and Signal Processing. 2022. V. 167. Part A. 108501.
25. *Li L., Chen X.* Times-frequency synchronization of two exciters with the opposite rotating directions in a vibration system // J. of Sound and Vibration. 2019. V. 443. P. 591.
26. *Fradkov A. L., Tomchina O. P., Tomchin D. A.* Controlled passage through resonance in mechanical systems // J. of Sound and Vibration. 2011. V. 330 (6). P. 1065.
27. *Gorlatov D. V., Tomchina O. P., Tomchin D. A.* Controlled passage through resonance for two-rotor vibration unit: influence of drive dynamics // IFAC-PapersOnLine. 2015. V. 48 (11). P. 313.
28. *Panovko G., Shokhin A.* Dynamics features of a resonant vibromachine with self-synchronizing inertial vibroexciters in the presence of vibration limiter // J. of Vibroengineering. 2021. V. 23 (8). P. 1727.