

Б. Ю. Калмыков, П. В. Харламов, О. М. Калмыкова

ПРИМЕНЕНИЕ КЛАССИЧЕСКИХ МИКРОМОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ СЛЕДОВАНИЯ ЗА ЛИДЕРОМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДОРОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

Аннотация. Представлен анализ математической нелинейной модели следования за автомобилем-лидером в транспортном потоке с целью рациональной организации дорожного движения на улично-дорожной сети городов. Авторами на основе классических микромоделей теории следования за лидером предложены математические выражения для расчета ускорений, скоростей движения и расстояний для ведомого автомобиля в транспортном потоке с учетом сдвига по времени, связанного со временем реакции водителя. Получены графики зависимостей указанных параметров от времени движения автомобиля. Предложена математическая зависимость, устанавливающая связь между ускорениями автомобиля-лидера и ведомого автомобиля в анализируемой схеме движения.

Ключевые слова: математическое моделирование, теория следования за лидером, транспортные потоки, автомобиль.

Для цитирования: Калмыков, Б. Ю. Применение классических микромоделей теории следования за лидером при моделировании дорожного движения / Б. Ю. Калмыков, П. В. Харламов, О. М. Калмыкова // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 2. – С. 188–194. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_2_188.

При моделировании дорожного движения для его рациональной организации на улично-дорожной сети городов можно использовать классические микромодели теории следования за лидером.

В работе В. В. Зырянова [1] предложена классификация моделей следования за лидером, в числе первых рассмотрены классические модели, разработанные Л. Эдай, Р. Фут, Р. Херман и Р. Ротери. Данными исследователями была выведена следующая математическая нелинейная модель следования за лидером:

$$a_{n+1}(t + T) = \frac{\alpha_0 \cdot V_n(t)}{[X_n(t) - X_{n+1}(t)]^2} [V_n(t) - V_{n+1}(t)], \quad (1)$$

где $a_{n+1}(t + T)$ – ускорение ведомого автомобиля, м/с² (рис. 1), рассчитано для текущего времени t , с, с учетом времени реакции водителя $T = 0,5 \div 1,5$ с;

α_0 – чувствительность водителя ведомого автомобиля, зависящая в основном от дистанции между автомобилем-лидером и ведомым автомобилем, м;

$V_n(t)$, $V_{n+1}(t)$ – скорости движения соответственно автомобиля-лидера и ведомого автомобиля, м/с;

$X_n(t)$, $X_{n+1}(t)$ – расстояния, пройденные соответственно автомобилем-лидером и ведомым автомобилем, м.

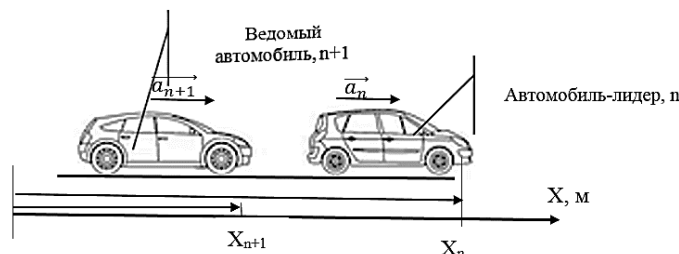


Рис. 1. Схема движения автомобилей

Введем допущение, что автомобили (см. рис. 1) двигаются с равнопеременным ускорением, т.е. $a_n = \text{const}$.

Тогда основные параметры движения связаны между собой следующими выражениями:

$$V(t) = V_0 + a(t) \cdot t; \quad (2)$$

$$X(t) = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{a(t) \cdot t^2}{2}, \quad (3)$$

где V_0, X_0 – начальные условия движения, соответственно начальная скорость, м/с, и путь, с которого начал движение автомобиль, м.

Подставим выражения (2), (3) в модель (1), приняв начальные условия движения равными нулю, т.е. $V_0 = 0, X_0 = 0$:

$$a_{n+1}(t) = \frac{\alpha_0 \cdot a_n(t) \cdot t}{\left[\frac{a_n(t) \cdot t^2}{2} - \frac{a_{n+1}(t) \cdot t^2}{2} \right]^2} [a_n(t) \cdot t - a_{n+1}(t) \cdot t], \quad (4)$$

где $a_n(t)$ – ускорение автомобиля лидера, м/с².

Таким образом, установлена взаимосвязь между ускорениями автомобиля-лидера и ведомого автомобиля.

Задаваясь значениями ускорений автомобиля-лидера, можно определить ускорение ведомого автомобиля в любой момент времени t , с, а затем определить параметры движения автомобилей по формулам (2), (3).

Упростив уравнение (4), получим

$$a_{(n+1)}(t)_{1,2} = \frac{a_n(t)}{2} \pm \frac{\sqrt{t^2 \cdot a_n(t)^2 - 16 \cdot \alpha_0 \cdot a_n(t)}}{2t}. \quad (5)$$

Таким образом, взаимосвязь между значениями ускорений $a_n(t)$ и $a_{n+1}(t)$ согласно выражению (5) может быть установлена при соблюдении следующих условий:

- 1) при $t \neq 0$;
- 2) при $a_n(t) > 0$ – равноускоренное движение, тогда

$$a_{(n+1)}(t)_1 = \frac{a_n(t)}{2} + \frac{\sqrt{t^2 \cdot a_n(t)^2 - 16 \cdot \alpha_0 \cdot a_n(t)}}{2t}, \quad (6)$$

- 3) при $a_n(t) = 0$ – равномерное движение, тогда

$$a_{(n+1)}(t) = 0; \quad (7)$$

- 4) при $a_n(t) < 0$ – равнозамедленное движение, тогда

$$a_{(n+1)}(t)_2 = \frac{a_n(t)}{2} - \frac{\sqrt{t^2 \cdot a_n(t)^2 - 16 \cdot \alpha_0 \cdot a_n(t)}}{2t}. \quad (8)$$

На рис. 2 представлена зависимость ускорений $a_n(t)$ и $a_{n+1}(t)$ при $\alpha_0 = 0,5$ и следующих исходных данных, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

t, s	$a_n, m/s^2$	t, s	$a_n, m/s^2$
0	0	15	–0,05
1	0,05	16	–0,15
2	0,1	17	–0,2
3	0,15	18	–0,25
4	0,2	19	–0,3
5	0,25	20	–0,3
6	0,3	21	0
7	0,35	22	0
8	0,4	23	0
9	0,5	24	0
10	0,5	25	0,2
11	0	26	0,4
12	0	27	0,6
13	0	28	0,8
14	0	29	1

Как видно из заданного режима движения автомобиля-лидера, ускорение ведомого автомобиля начинает принимать действительные значения только с 6-й секунды, так как в интервале с 1-й по 5-ю

секунду подкоренное выражение уравнения (5) отрицательно, следовательно, корни этого выражения будут мнимыми. В интервалах с 6-й по 10-ю секунду и с 25-й по 29-ю секунду автомобиль-лидер ускоряется, с 11-й по 14-ю секунду и с 21-й по 24-ю секунду движется равномерно, а с 15-й по 20-ю секунду замедляется.

Далее вернемся к формуле (1) и обратим внимание на то, что ведомый автомобиль начинает ускоряться (замедляться) со сдвигом во времени (задержкой), который зависит от времени реакции водителя T , с.



Рис. 2. Зависимость ускорений $a_n(t)$ и $a_{n+1}(t)$ при $\alpha_0 = 0,5$

В ряде литературных источников [2, 3] представлена обратно пропорциональная связь между чувствительностью водителя ведомого автомобиля α_0 и временем его реакции T :

$$\alpha_0 = 1/T. \quad (9)$$

Из выражения (9) определим время реакции водителя при $\alpha_0 = 0,5$: $T = 2$ с. Исходные данные для расчетов такие же, как в табл. 1 (рис. 3).

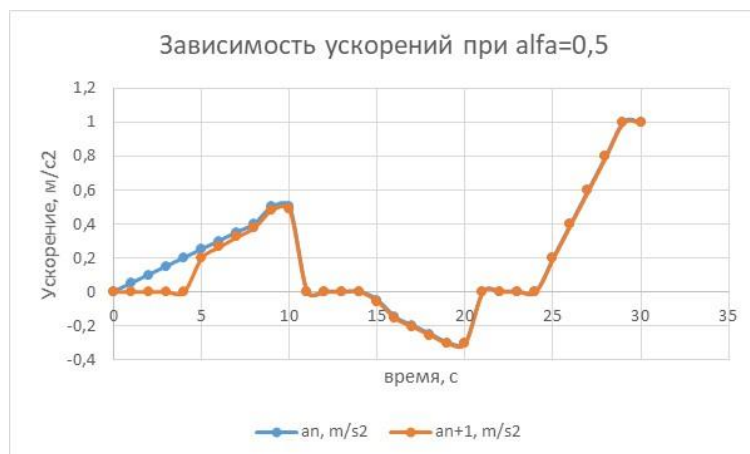


Рис. 3. Зависимость ускорений $a_n(t)$ и $a_{n+1}(t + T)$ при $\alpha_0 = 0,5$

Как видно из рис. 3, действительные значения выражения (5) получаются с 5-й секунды. Остальные параметры остались практически без изменений.

Далее определим, какое влияние оказывает коэффициент чувствительности, если его увеличить до значения $\alpha_0 = 2,0$. Приведем график зависимости ускорений при исходных данных, представленных в табл. 1, и $\alpha_0 = 2,0$ (рис. 4).



Рис. 4. Зависимость ускорений $a_n(t)$ и $a_{n+1}(t + T)$ при $\alpha_0 = 2,0$

Учитывая, что на рис. 3 и 4 разница между значениями ускорений начиная с 10-й секунды практически не видна, приведем табл. 2, в которой представлены расчеты этих значений для отдельных периодов времени.

Таблица 2

Сравнительный анализ ускорений

$t, \text{ с}$	$a_n, \text{ м/с}^2$	$a_n + 1$ при $\alpha_0 = 0,5$	$a_n + 1$ при $\alpha_0 = 2,0$
9	0,5	0,483	0,385
10	0,5	0,486	0,412
15	-0,05	-0,056	-0,073
16	-0,15	-0,156	-0,175
19	-0,3	-0,304	-0,320
20	-0,3	-0,304	-0,318
29	1	0,998	0,991
30	1	0,998	0,991

Из табл. 2 видно, что водитель с коэффициентом чувствительности 0,5 на 10-й секунде движения ускорится на 0,074 м/с² быстрее, чем водитель с $\alpha_0 = 2,0$. Замедляется на 16-й секунде водитель с $\alpha_0 = 0,5$ быстрее на 0,016 м/с², чем водитель с $\alpha_0 = 2,0$.

Следовательно, чем меньше коэффициент чувствительности, тем ближе значение ускорения ведомого автомобиля к ускорению автомобиля-лидера.

Более наглядно этот процесс замечен при расчете скоростей движения автомобиля-лидера по формуле (2) (рис. 5–8).

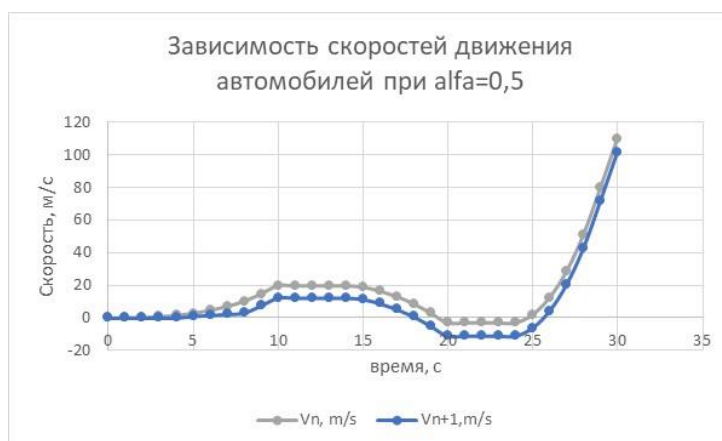


Рис. 5. Зависимость скоростей $V_n(t)$ и $V_{n+1}(t)$ при $\alpha_0 = 0,5$

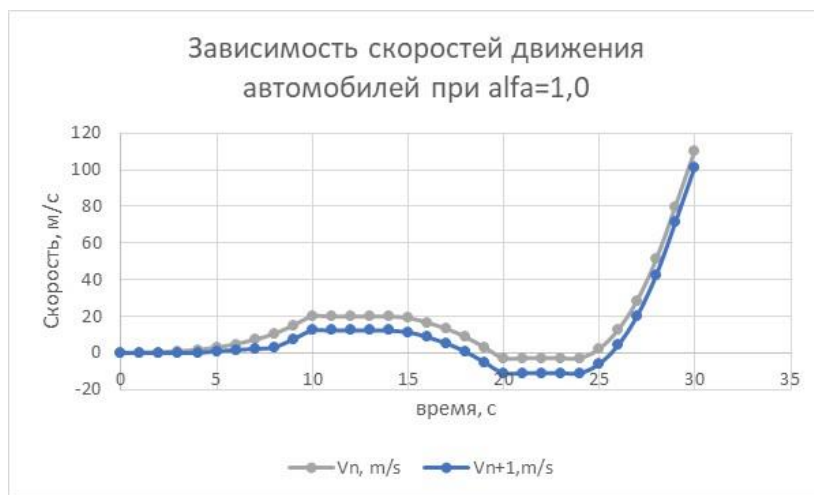


Рис. 6. Зависимость скоростей $V_n(t)$ и $V_{n+1}(t)$ при $\alpha 0 = 1,0$

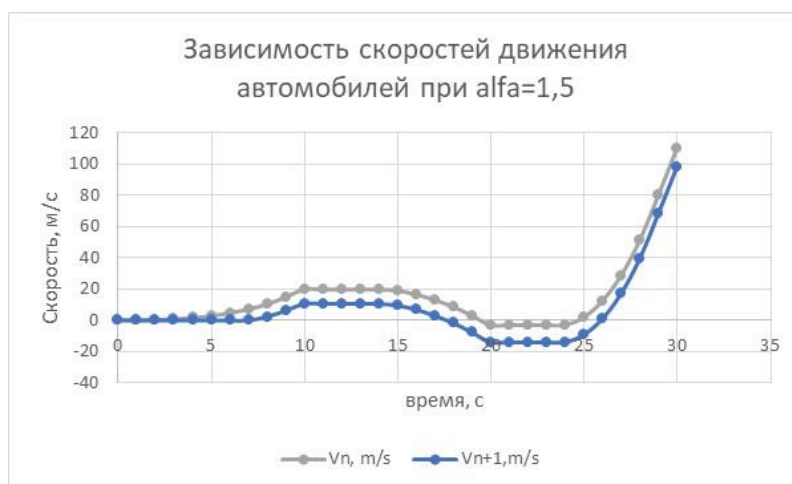


Рис. 7. Зависимость скоростей $V_n(t)$ и $V_{n+1}(t)$ при $\alpha 0 = 1,5$

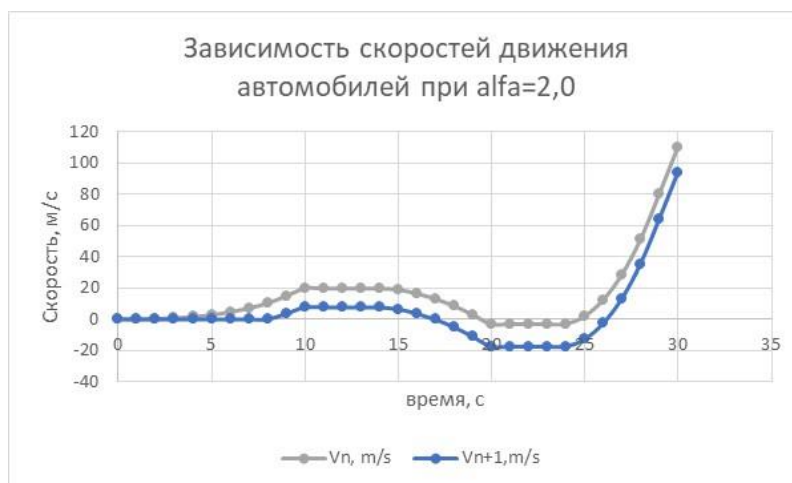


Рис. 8. Зависимость скоростей $V_n(t)$ и $V_{n+1}(t)$ при $\alpha 0 = 2,0$

Таким образом, формулу (5) можно представить в следующем виде, используя кусочно-постоянную функцию вещественного аргумента $\text{sng}(x)$:

$$a_{(n+1)}(t) = \frac{a_n(t)}{2} + \text{sng}\left(\frac{\sqrt{t^2 \cdot a_n(t)^2 - 16 \cdot \alpha_0 \cdot a_n(t)}}{2t}\right). \quad (10)$$

При этом будут справедливы условия (6)–(8).

Список литературы

- 1 **Зырянов, В. В.** Моделирование дорожного движения : монография / В. В. Зырянов. – Ростов-на-Дону : Ростовский государственный строительный университет, 2015. – 163 с. – ISBN 978-5-9525-0141-6.
- 2 **Мамаев, Э. А.** Методические подходы структурирования показателей оценки потенциала международного транспортного коридора / Э. А. Мамаев, Д. В. Сорокин // *Логистика и управление цепями поставок*. – 2024. – Т. 21, № 3 (112). – С. 11–24. – ISSN 2587-6775.
- 3 **Gerlough, D. L.** Traffic flow theory : a monograph / D. L. Gerlough, M. J. Huber // *Transpn. Res. Board, Special report*. – 1975. – No. 165. – 220 p. – ISBN 0-309-02459-5.
- 4 **Юнг, А. А.** Моделирование процесса движения средств индивидуальной мобильности в городской среде / А. А. Юнг, А. Г. Шевцова // *Автомобиль. Дорога. Инфраструктура*. – 2022. – № 1 (31). – ISSN 2409-7217.
- 5 **Жанказиев, С. В.** Современное представление о маршрутном ориентировании участников дорожного движения в интеллектуальных транспортных системах / С. В. Жанказиев // *Средства и технологии телематики на автомобильном транспорте : сборник научных трудов МАДИ (ГТУ)*. – Москва : Издательство МАДИ (ГТУ), 2008. – С. 220–232.
- 6 Expert methods for assessing the quality of transportation services / G. Chekmareva, D. Khamurova, S. Matyashchuk, E. Fillimonova, E. Mamaev // *Transportation Research Procedia : Collection of materials XIII International Conference on Transport Infrastructure : Territory Development and Sustainability*. – Krasnoyarsk, 2023. – P. 98–108. – DOI 10.1016/j.trpro.2023.02.012.
- 7 Развитие методики цифрового аксиоматного моделирования объекта транспортной инфраструктуры / О. Н. Числов, Н. М. Луганченко, В. В. Хан, Н. М. Магомедова // *Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения*. – 2024. – № 1 (68). – С. 22–32. – ISSN 1815-9265.

References

- 1 **Zyryanov, V. V.** Traffic modeling : monograph / V. V. Zyryanov – Rostov-on-Don : Rostov State University of Civil Engineering, 2015. – 163 p. – ISBN 978-5-9525-0141-6.
- 2 **Mamaev, E. A.** Methodological approaches to structuring indicators for assessing the potential of an international transport corridor / E. A. Mamaev, D. V. Sorokin // *Logistics and supply chain management*. – 2024. – Vol. 21, No. 3 (112). – P. 11–24. – ISSN 2587-6775.
- 3 **Gerlough, D. L.** Traffic flow theory : a monograph / D. L. Gerlough, M. J. Huber // *Transpn. Res. Board, Special report*. – 1975. – No. 165. – 220 p. – ISBN 0-309-02459-5.
- 4 **Jung, A. A.** Modeling the process of movement of individual mobility vehicles in an urban environment / A. A. Jung, A. G. Shevtsova // *Automobile. Road. Infrastructure*. – 2022. – No. 1 (31). – ISSN 2409-7217.
- 5 **Zhankaziev, S. V.** Modern concept of route orientation of road users in intelligent transport systems / S. V. Zhankaziev // *Telematics tools and technologies in automobile transport : collection of scientific papers of MADI (STU)*. – Moscow : Publishing house of MADI (STU), 2008. – P. 220–232.
- 6 Expert methods for assessing the quality of transportation services / G. Chekmareva, D. Khamurova, S. Matyashchuk, E. Fillimonova, E. Mamaev // *Transportation Research Procedia : Collection of materials XIII International Conference on Transport Infrastructure : Territory Development and Sustainability*. – Krasnoyarsk, 2023. – P. 98–108. – DOI 10.1016/j.trpro.2023.02.012.
- 7 Development of the methodology of digital axiomat modeling of a transport infrastructure object / O. N. Chislov, N. M. Luganchenko, V. V. Khan, N. M. Magomedova // *The Siberian Transport University Bulletin*. – 2024. – No. 1 (68). – P. 22–32. – ISSN 1815-9265.

B. Yu. Kalmykov, P. V. Kharlamov, O. M. Kalmykova

APPLICATION OF CLASSICAL MICROMODELS OF FOLLOW-THE-LEADER THEORY IN MODELLING ROAD TRAFFIC

Abstract. The article presents an analysis of a mathematical nonlinear model of following a leader vehicle in a traffic flow for the purpose of rational organization of traffic on the city road network. Based on classical micromodels of the follow-the-leader theory, the authors propose mathematical expressions for calculating accelerations, speeds, and distances for a follower vehicle in a traffic flow, taking into account the time shift associated with the driver's reaction time. Graphs of the dependences of these parameters on the time of vehicle movement

are obtained. A mathematical dependence is proposed that establishes a connection between the accelerations of the leader and follower vehicles in the analyzed traffic pattern.

Keywords: mathematical modeling, follow-the-leader theory, traffic flows, automobile.

For citation: Kalmykov, B. Yu. Application of classical micromodels of follow-the-leader theory in modelling road traffic / B. Yu. Kalmykov, P. V. Kharlamov, O. M. Kalmykova // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2025. – No. 2. – P. 188–194. – DOI 10.46973/0201–727X_2025_2_188.

Сведения об авторах

Калмыков Борис Юрьевич

Институт сферы обслуживания
и предпринимательства (филиал) ФГБОУ
«Донской государственный технический
университет» в г. Шахты Ростовской области,
кафедра «Автомобильный транспорт
и технологическое оборудование»,
кандидат технических наук, доцент,
заведующий кафедрой,
e-mail: doc_tea@sssu.ru

Харламов Павел Викторович

Ростовский государственный университет путей
сообщения (РГУПС),
кафедра «Проектирование и технология
производства машин»,
доктор технических наук, доцент,
заведующий кафедрой,
e-mail: kcharlamov@yandex.ru

Калмыкова Ольга Михайловна

Институт сферы обслуживания
и предпринимательства (филиал) ФГБОУ
«Донской государственный технический
университет» в г. Шахты Ростовской области,
кафедра «Автомобильный транспорт
и технологическое оборудование»,
кандидат философских наук, доцент,
e-mail: doc_tea@sssu.ru

Information about the authors

Kalmykov Boris Yuryevich

Institute of Service and Entrepreneurship (branch)
of DGTU (the FSBEI "Don State Technical
University") in Shakhty, Rostov Region,
Chair "Automobile Transport and Technological
Equipment",
Candidate of Engineering Sciences,
Associate Professor, Head of Chair,
e-mail: doc_tea@sssu.ru

Kharlamov Pavel Viktorovich

Rostov State Transport University (RSTU),
Chair "Design and Technology of Machine
Production",
Doctor of Engineering Sciences,
Associate Professor,
Head of Chair,
e-mail: kcharlamov@yandex.ru

Kalmykova Olga Mikhailovna

Institute of Service and Entrepreneurship (branch)
of DGTU (the FSBEI "Don State Technical
University") in Shakhty, Rostov Region,
Chair "Automobile Transport and Technological
Equipment",
Candidate of Philosophical Sciences,
Associate Professor,
e-mail: doc_tea@sssu.ru