

В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева, И. С. Сердюк

АНАЛИЗ САМОУСТАНОВКИ КОЛЕС ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ С АРОЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Аннотация. Цилиндрические передачи с арочными зубьями позволяют кратно увеличить долговечность по контактной и изгибной прочности передач силовых приводов энергонасыщенных машин, работающих в условиях неизбежного угла перекоса осей. Передачи с арочными зубьями обладают свойством компенсации угла перекоса путем осевого перемещения (самоустановки) одного из колес при обеспечении отсутствия кромочного контакта зубьев в зацеплении. В работе предложена приближенная зависимость для расчета величины смещения точки касания (погрешность не более 1...5 %) арочных зубьев в зацеплении по активной поверхности арочного зуба шестерни в направлении оси ее вращения. Для тяговой цилиндрической передачи электровоза с различной степенью локализации контакта арочных зубьев выполнен анализ величины самоустановки колеса с арочными зубьями, компенсирующей перекося (0, 1', 2', ..., 7') зубьев в зацеплении, а также величины смещения полуколес с целью получения в зацеплении адаптивной цилиндрической передачи с арочными зубьями двух зон контакта.

Ключевые слова: цилиндрическая передача, арочные зубья, самоустановка.

Для цитирования: Сызранцев, В. Н. Анализ самоустановки колес цилиндрических передач с арочными зубьями / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева, И. С. Сердюк // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – № 2. – С. 96–105. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_2_96.

Введение

Приводы энергонасыщенных машин характеризуются высокой податливостью корпусов, деталей и звеньев передач. В следствие чего прямые, косые и шевронные зубья колес цилиндрических передач работают в условиях неизбежного угла перекоса (γ) осей вращения колеса и шестерни, нарушающего линейный характер касания активных поверхностей зубьев в зацеплении и приводящего к точечному (кромочному) контакту зубьев на внешнем их торце. При этом передаточная функция цилиндрической передачи приобретает пилообразную форму и передача перестает быть сопряженной [1].

Эффективным путем повышения нагрузочной способности и увеличения ресурса цилиндрических передач приводов энергонасыщенных машин в отмеченных условиях эксплуатации является использование колес с зубьями арочной формы (рис. 1) с начальным точечным касанием их активных поверхностей [2–4]. Изгибная прочность зубьев арочной формы на 20...24 % выше по сравнению с косыми и прямыми зубьями [5]. Характер контакта активных поверхностей арочных зубьев в продольном их направлении является выпукло-вогнутым, что не только снижает опасность «выхода» точки касания арочных зубьев на торец зуба, но и обеспечивает более рациональное распределение напряжений по площадке контакта в условиях угла перекоса. Цилиндрические передачи с арочными зубьями могут быть выполнены самоустанавливающимися, что позволяет им адаптироваться к меняющемуся силовому потоку и погрешностям положения [2, 3]. К настоящему времени известно [2–4] полтора десятка различных способов изготовления арочных зубьев колес цилиндрических передач, отличающихся как применяемыми инструментами, так и формообразующими движениями. В отличие от прямозубых и косозубых колес, геометрия активных поверхностей зубьев арочной формы и характеристики их зацепления в передаче зависят от способа формообразования арочных зубьев [2, 3]. Исследования геометрических особенностей различных процессов нарезания арочных зубьев, геометрических характеристик их контактирования в передаче, решение задач расчета контактной и изгибной прочности арочных зубьев выполняются как отечественными [2, 3], так и зарубежными учеными [4]. В последнее время активные исследования различных аспектов цилиндрических передач с арочными зубьями выполняются специалистами Китайской Народной Республики [5–10].

Главное назначение цилиндрических передач с арочными зубьями заключается в возможности компенсации неизбежного в силовых приводах угла перекоса зубьев путем осевого перемещения (самоустановки) одного из колес при обеспечении отсутствия кромочного контакта в зацеплении. В цилиндрических передачах с шевронными зубьями самоустановка происходит под действием осевой силы в зацеплении, возникающей вследствие значительного угла наклона зубьев. В передачах с арочными

зубьями из-за смещения активной действующей линии в зацеплении по поверхности арочного зуба в зону с малым углом его наклона, самоустановка колеса ограничена. Для решения этой проблемы предложена адаптивная передача [11] с арочными зубьями, в которой, по аналогии с шевронной передачей, реализуются две зоны контакта, причем возникающие в этих зонах осевые силы друг друга уравнивают. Несмотря на актуальность анализа явления самоустановки колес с арочными зубьями цилиндрических передач, такие исследования до настоящей работы не выполнялись.

Известно [2, 3], что определение точек контакта в зацеплении арочных зубьев цилиндрической передачи, при наличии погрешностей изготовления и сборки ее элементов и закона движения, в теории пространственных передач является содержанием обратной задачи зацепления. Основой обратной задачи [12] является решение системы семи трансцендентных уравнений (совпадение трех проекций радиусов векторов точек контакта на поверхности зуба шестерни и на поверхности зуба колеса, двух проекций ортов нормалей на поверхности зуба шестерни и поверхности зуба колеса в точке контакта, двух уравнений зацепления, описывающих процесс формообразования поверхностей зуба шестерни и зуба колеса).



Рис. 1. Цилиндрическая передача с арочными зубьями

В настоящей статье исследуется самоустановка зубчатых колес с арочными зубьями цилиндрических передач, формообразование которых осуществляется круговыми резцовыми головками методом обката с единичным делением [12]. В отличие от многих других, данный способ имеет принципиально важное технологическое преимущество. Его реализация не требует специализированных зуборезных станков и возможна на универсальных станках с числовым программным управлением.

В среднем сечении арочного зуба, в котором угол его наклона равен нулю, профиль зуба является эвольвентным. В системе координат $S_1(x_1, y_1, z_1)$, жестко связанной с шестерней, среднее сечение поверхности ее арочного зуба описывается зависимостями [12]:

$$\begin{aligned} x_1 &= r_{w1} \left[\sin \varphi_1 - \varphi_1 \cos \alpha_0 \cos(\varphi_1 + \alpha_0) \right], \\ y_1 &= -r_{w1} \left[\cos \varphi_1 + \varphi_1 \cos \alpha_0 \sin(\varphi_1 + \alpha_0) \right], \\ R_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Среднее сечение арочного зуба колеса в системе координат $S_2(x_2, y_2, z_2)$, жестко с ним связанной, описывается выражениями:

$$x_2 = r_{w2} \left[\sin \varphi_2 - \varphi_2 \cos \alpha_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_0) \right], \quad (2)$$

$$y_2 = r_{w2} [\cos \varphi_2 + \varphi_2 \cos \alpha_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_0)],$$

$$R_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}.$$

В формулах (1) и (2) обозначено: r_{w1}, r_{w2} – радиусы начальных окружностей шестерни и колеса, R_1, R_2 – модули радиус-векторов точек профиля арочных зубьев шестерни и колеса в среднем сечении арочного зуба; α_0 – угол профиля исходного производящего контура; φ_1, φ_2 – углы поворота шестерни и колеса в процессе формообразования поверхностей арочных зубьев и их зацепления в передаче.

Начальный (φ_{1n}) и конечный (φ_{1k}) углы поворота шестерни, определяющие активный участок профиля ее арочного зуба, рассчитываются по зависимостям:

$$\varphi_{1n} = \frac{-\sin 2\alpha_0 + \sqrt{\sin^2 2\alpha_0 - 4\cos^2 \alpha_0 [1 - (r_{a1}/r_{w1})^2]}}{2\cos^2 \alpha_0},$$

$$\varphi_{1k} = \frac{\sin 2\alpha_0 - \sqrt{\sin^2 2\alpha_0 - 4\cos^2 \alpha_0 [1 - (r_{a2}/r_{w2})^2]} \cdot r_{w2}}{2r_{w1} \cos^2 \alpha_0},$$
(3)

где r_{a1}, r_{a2} – радиусы окружностей вершин соответственно шестерни и колеса.

Радиус вектор R_1 точки касания в среднем сечении поверхности арочного зуба шестерни рассчитывается по формулам (1) при изменении угла φ_1 в диапазоне $\varphi_{1n} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{1k}$, при этом $\varphi_2 = \varphi_1 r_{w1} / r_{w2}$.

Решение обратной задачи для рассматриваемого способа нарезания арочных зубьев представлено в работах [12, 13]. Обратная задача позволяет вскрыть геометро-кинематические характеристики зацепления арочных зубьев при наличии погрешностей их изготовления и сборки, получить необходимые исходные данные (проекции точек контакта, главные приведенные кривизны) для расчета нагруженности зацепления арочных зубьев. Поскольку задача оценки распределения нагрузки в контакте арочных зубьев является еще более сложной, нежели обратная задача, на этапе проектного расчета цилиндрической передачи с арочными зубьями необходимо иметь возможность приближенной оценки геометрических характеристик зацепления арочных зубьев при наличии угла перекоса, исключающей необходимость решения систем трансцендентных уравнений обратной задачи.

Материалы и методы

Традиционно для цилиндрической передачи с арочными зубьями на этапе ее проектирования известны следующие параметры: число зубьев шестерни z_1^* и колеса z_2^* , нормальный модуль m_n , коэффициент головки зуба h_a , коэффициент радиального зазора c_0 , коэффициент смещения для шестерни χ_1 , коэффициент смещения для колеса χ_2 , расчетный радиус резцовой головки для шестерни r_{g1} и колеса r_{g2} , ширина зуба b_w . Геометрические параметры колеса и шестерни цилиндрической передачи с арочными зубьями рассчитываются по методике, представленной в работе [3]. При заданном угле перекоса γ для расчета величины смещения (z_0') точки касания арочных зубьев в зацеплении по активной поверхности арочного зуба шестерни в направлении оси z_1 вращения шестерни, относительно среднего сечения зуба, получена следующая приближенная зависимость:

$$z_0' = K_z \left[\operatorname{tg}(\gamma \cdot \cos \alpha_w) + \left(\sin(\gamma \cdot \cos \alpha_w) / k_{11} + \Delta_z \right) / 2r_{g2} \right] / (k_{22} - k_{12}) + \Delta_z,$$
(4)

где Δ_z – смещение шестерни вдоль оси вращения z_1 ; α_w – угол зацепления в передаче; K_z – корректирующий коэффициент; k_{11}, k_{12} – главные кривизны вогнутой стороны зуба шестерни в профильном и продольном направлениях [13]; k_{22} – главная кривизна выпуклой стороны зуба колеса в продольном направлении арочного зуба [13]. В среднем сечении арочного зуба шестерни и колеса, в котором угол наклона зуба равен нулю, кривизны k_{11}, k_{12}, k_{22} рассчитываются по формулам:

$$k_{11} = -\frac{1}{r_{w1}(\sin \alpha_0 - \varphi \cos \alpha_0)}, k_{12} = -\frac{\cos \alpha_0}{r_{w1}\varphi_1 \sin^2 \alpha_0 - r_{g1}}, k_{22} = -\frac{\cos \alpha_0}{r_{w2}\varphi_2 \sin^2 \alpha_0 - r_{g2}}. \quad (5)$$

Отметим, что поскольку входящие в формулу (5) кривизны в среднем сечении арочных зубьев шестерни и колеса зависят от углов φ_1 и φ_2 , определяющих, как показано в работах [12, 13], фазу зацепления в сопряженной передаче, то величина смещения z_0' зависит, в том числе, и от фазы зацепления.

Выражение (4) позволяет оценить величину смещения z_0' точки контакта по поверхности арочного зуба шестерни в любой заданной фазе зацепления в зависимости от угла перекося. В качестве примера, используя формулу (4), определим величины смещения (z_0') точки контакта при изменении угла перекося $\gamma = 0, 1', 2', \dots, 7'$ для зацепления арочных зубьев в полюсе ($\varphi_1 = \varphi_2 = 0$) тяговой цилиндрической передачи электроваза ЭР9П [14], имеющей параметры: $z_1^* = 23$, $z_2^* = 73$, $m_n = 10$ мм, $\alpha_0 = 20^\circ$, $h_a = 1$, $c_0 = 0,25$, $\chi_1 = 0,44$, $\chi_2 = 0,042$, $r_{g1} = 220$ мм, $r_{g2} = 215$ мм, $b_w = 120$ мм. Шестерня передачи имеет следующие конструктивные параметры: толщина ступицы 50 мм, толщина диска 120 мм, смещение оси диска относительно оси венца 0 мм. В этой передаче (передача 1) локализация контакта высокая. На рис. 2 в координатах $\gamma - z_0'$ линией с черными кружками показаны результаты расчета по формуле (4). Здесь же кружками обозначены смещения точек контакта по активной поверхности арочного зуба шестерни в направлении оси ее вращения z_1 в передаче [12], полученные в результате решения обратной задачи зацепления с использованием методов теории пространственных зубчатых зацеплений и соответствующего программного обеспечения [12].

Аналогичные результаты для этой же передачи с арочными зубьями, но с более плотным контактом в зацеплении: $r_{g1} = 220$ мм, $r_{g2} = 218$ мм (передача 2) – показаны на рис. 2 линией с черными треугольниками, а прозрачными треугольниками – результаты расчета на основе решения обратной задачи [12].

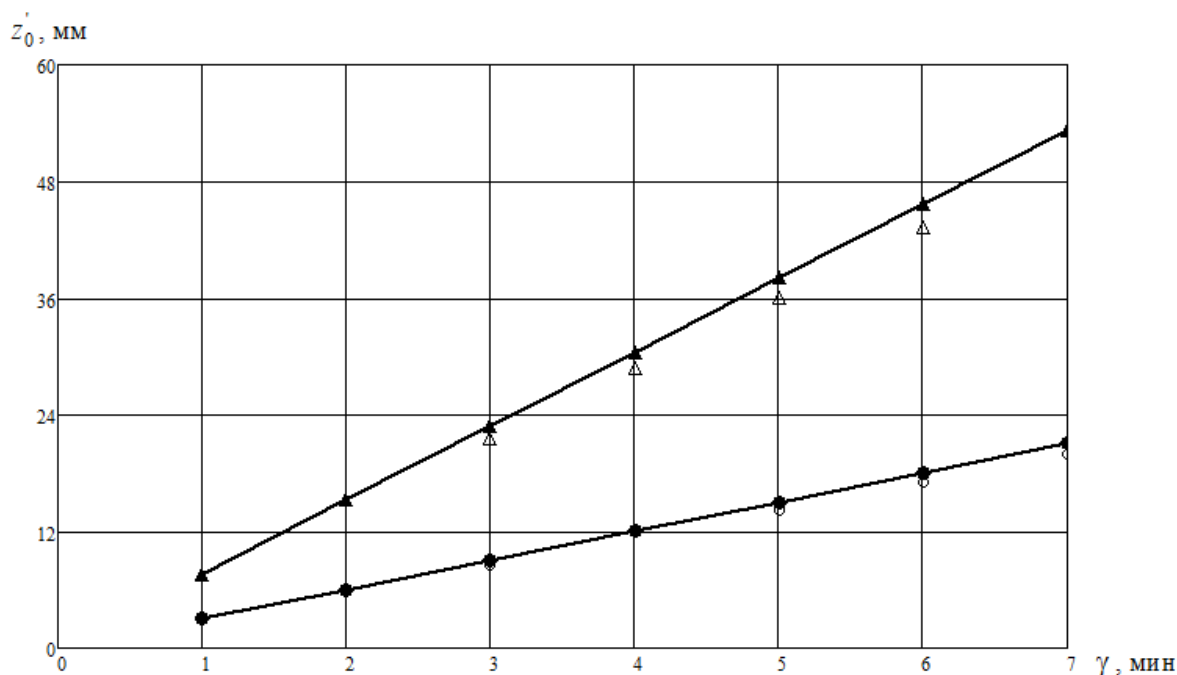


Рис. 2. Смещение точки касания по поверхности арочного зуба шестерни для зацепления в полюсе в зависимости от угла перекося

Геометрия арочных зубьев шестерни и колеса по профилю зубьев, в отличие от прямозубых и косозубых передач, изменяется [2, 12, 13]. Следствием этого, при $\gamma \neq 0$, является различная величина смещения точки касания по поверхности арочного зуба шестерни в зависимости от фазы зацепления. На основании формулы (4) с учетом зависимостей (5) для диапазона изменения $\varphi_{1n} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{1k}$ при $\gamma = 1', 2', \dots, 7'$ были выполнены расчеты z_0' для передачи 1, показанные на рис. 3, а для передачи 2 на

рис. 4. На рис. 3 и 4 слева показан профиль зуба шестерни, для точек которого рассчитывалась величина z_0' при фиксированном угле перекоса.

Другой вариант использования зависимости (4) заключается в возможности расчета для передачи с арочными зубьями, работающей в условиях известного угла перекоса γ , величины смещения (Δ_z) вдоль оси вращения шестерни или колеса, обеспечивающего расположение точки контакта в среднем сечении арочного зуба. Данная задача позволяет оценить величину необходимого смещения элементов передачи при полной ее самоустановке. Для решения этой задачи в формуле (4) положим $z_0' = 0$ и решим ее относительно Δ_z . В результате получим:

$$\Delta_z = -K_z \left[2r_{g2} \operatorname{tg}(\gamma \cdot \cos \alpha_w) + \sin(\gamma \cdot \cos \alpha_w) / k_{11} \right] / \left[K_z + 2r_{g2} (k_{22} - k_{12}) \right]. \quad (6)$$

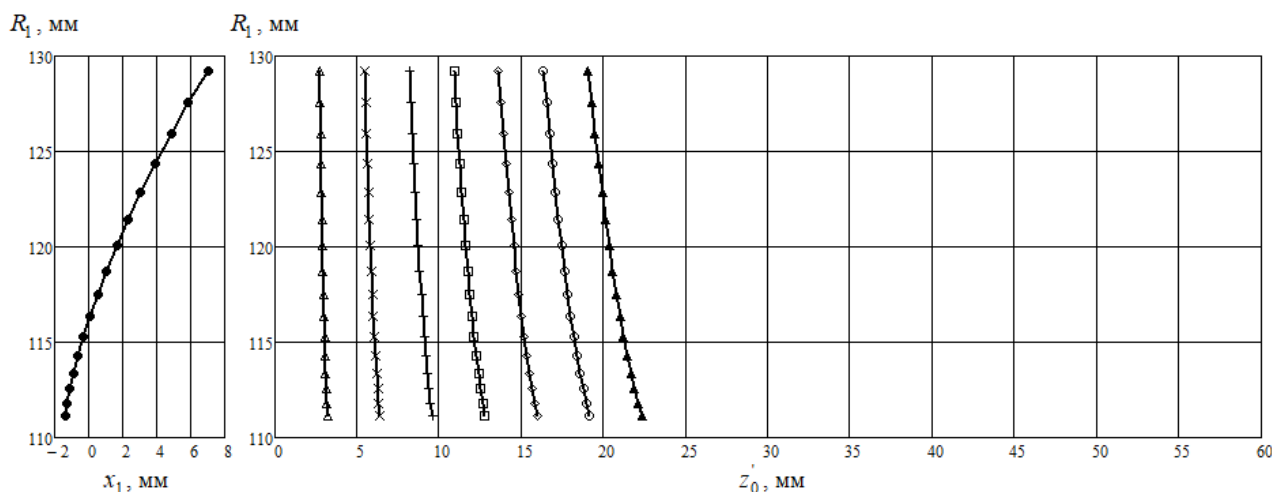


Рис. 3. Смещение точки касания по поверхности арочного зуба шестерни в различных фазах зацепления для передачи 1 в зависимости от угла перекоса $\gamma = 1', 2', \dots, 7'$

Рассчитанная по зависимости (6) величина Δ_z используется для оценки максимального осевого смещения при полной самоустановке колес цилиндрической передачи с арочными зубьями. Воспользовавшись данными обоих вариантов вышерассмотренной цилиндрической передачи с арочными зубьями, по формуле (6) определим величины Δ_z для касания арочных зубьев в полюсе при различных углах перекоса $\gamma = 0, 1', 2', \dots, 7'$ (рис. 5).

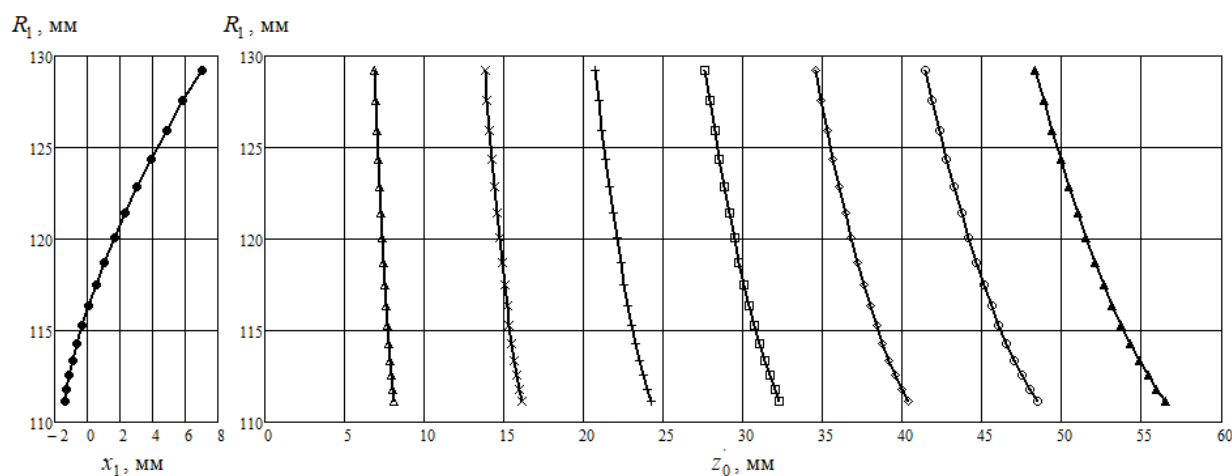


Рис. 4. Смещение точки касания по поверхности арочного зуба шестерни в различных фазах зацепления для передачи 2 в зависимости от угла перекоса $\gamma = 1', 2', \dots, 7'$

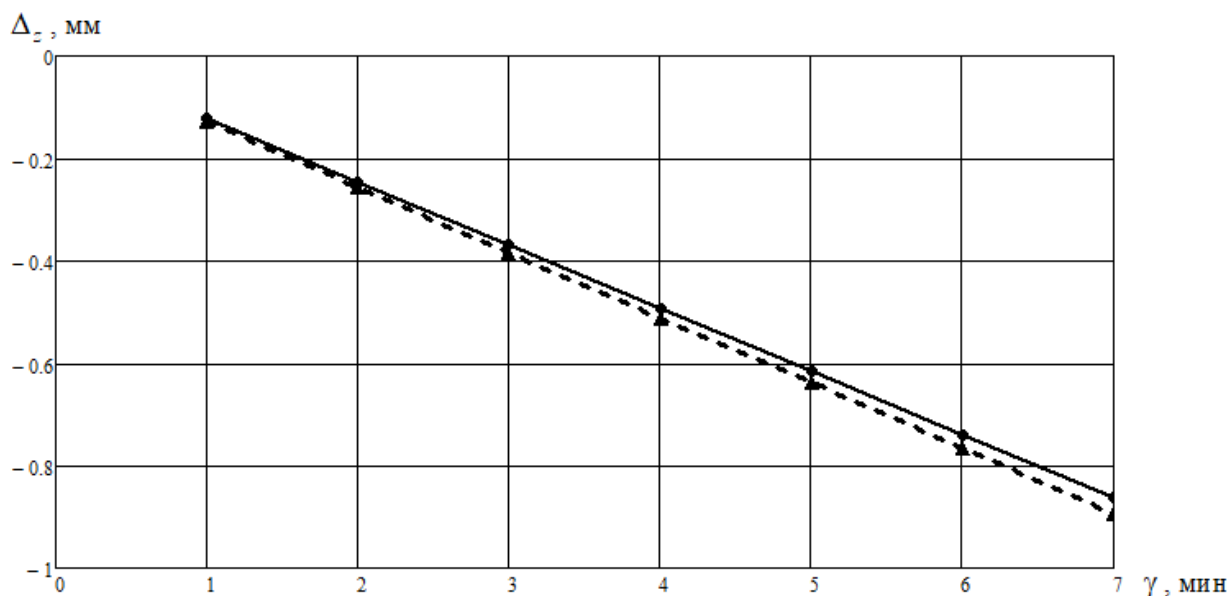


Рис. 5. Функция $\Delta_z = \Delta_z(\gamma)$, передача 1 (кружки), передача 2 (треугольники)

В процессе работы передачи точки контакта поверхностей арочных зубьев шестерни и колеса в зависимости от фазы зацепления перемещаются по профилю зубьев, а в зависимости от угла перекоса – в продольном их направлении. Известно [2, 3, 12], что каждый способ формообразования арочных зубьев характеризуется своими геометрическими параметрами активных поверхностей, которые при фиксированном угле перекоса могут приводить в течение всего времени контактирования пары зубьев к различным величинам смещения Δ_z . Для оценки изменения Δ_z при фиксированных углах перекоса $\gamma = 0, 1', 2', \dots, 7'$ в течение полного цикла зацепления пары арочных зубьев передач ($\varphi_{1n} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{1k}$) с использованием формулы (6) для двух вариантов исследуемой передачи выполнены расчеты максимальной ($\Delta_{z\max}$) и минимальной ($\Delta_{z\min}$) величины Δ_z при полной самоустановке передачи, представленные в таблице.

Предельные величины осевого смещения элементов передач при полной самоустановке

Параметры	Угол перекоса арочных зубьев, минуты						
	1	2	3	4	5	6	7
Передача 1 $r_{g1} = 220$ мм, $r_{g2} = 215$ мм							
$\Delta_{z\min}$	-0,126	-0,252	-0,378	-0,504	-0,629	-0,755	-0,881
$\Delta_{z\max}$	-0,139	-0,279	-0,418	-0,557	-0,696	-0,836	-0,975
Передача 2 $r_{g1} = 220$ мм, $r_{g2} = 218$ мм							
$\Delta_{z\min}$	-0,124	-0,248	-0,372	-0,497	-0,621	-0,745	-0,869
$\Delta_{z\max}$	-0,137	-0,275	-0,412	-0,550	-0,687	-0,824	-0,962

Еще один вариант использования формулы (4) заключается в определении величины Δ_z для случая расположения точки контакта в заданной зоне на активной поверхности арочного зуба шестерни. Данная задача возникает при проектировании адаптивной цилиндрической передачи [2, 11, 16], колесо которой состоит из двух полуколес, имеющих возможность осевого перемещения друг относительно друга. Контактное взаимодействие арочных зубьев в адаптивной передаче осуществляется в двух зонах, расположенных по разные стороны от среднего сечения арочного зуба шестерни по его длине. Подобно шевронной передаче в адаптивной передаче с арочными зубьями осевые силы в зацеплении правого и левого полуколес уравниваются, при этом обеспечивается возможность компенсации угла перекоса путем перемещения полуколес друг относительно друга вдоль оси вращения. Характер касания арочных зубьев в адаптивной передаче является точечным, что позволяет, по аналогии с коническими передачами с круговыми зубьями, исключить возможность опасного кромочного контакта в зацеплении и обеспечить повышение нагрузочной способности передач в условиях угла перекоса зубьев.

Основой геометрического расчета адаптивной цилиндрической передачи с арочными зубьями является обеспечение в заданной фазе зацепления касания зубьев в середине левого и правого полуколеса. Для решения данной задачи в формуле (4) зададим $z'_0 = b_w / 4$, $\gamma = 0$ и разрешим полученное уравнение относительно Δ_z :

$$\Delta_z = \left[r_{g2} b_w (k_{22} - k_{12}) / 2 \right] / \left[K_z + 2r_{g2} (k_{22} - k_{12}) \right]. \quad (7)$$

Удвоенное значение Δ_z , рассчитанное по зависимости (7), определяет величину «раздвижки» двух полуколес адаптивной передачи, обеспечивающее в зацеплении арочных зубьев две, разнесенные по длине, контактные зоны в середине ширины зуба каждого полуколеса. В том случае, когда адаптивную передачу изготавливают на основе вышерассмотренной передачи первого варианта ($r_{g1} = 220$ мм, $r_{g2} = 215$ мм), расчет по формуле (7) дает $\Delta_z = 0,504$ мм, если используется второй вариант передачи, то $\Delta_z = 0,497$ мм.

Для того, чтобы оценить величину осевого перемещения полуколес в адаптивной передаче при наличии угла перекося, в формуле (4) достаточно задать $z'_0 = b_w / 4$ и разрешить ее относительно Δ_z , в результате получим выражение:

$$\Delta_z = \left[r_{g2} b_w (k_{22} - k_{12}) / 2 - K_z \left(2 \operatorname{tg}(\gamma \cdot \cos \alpha_w) r_{g2} + \sin(\gamma \cdot \cos \alpha_w) / k_{11} \right) \right] / \left[K_z + 2r_{g2} (k_{22} - k_{12}) \right]. \quad (8)$$

Результаты исследования

Из рис. 2 следует, что передача 2 значительно более чувствительна к углу перекося зубьев по сравнению с передачей 1. Например, при угле перекося $\gamma = 3^\circ$ в передаче 1 (кружки) точка контакта смещается от среднего сечения арочного зуба на величину 9,6 мм, в то же время в передаче 2 (треугольники) величина смещения при $\gamma = 3^\circ$ составляет уже 24,3 мм. Несмотря на то, что передача 1 менее чувствительна к углу перекося, контактные напряжения, вследствие высокой локализации контакта, здесь выше, чем в передаче 2. Выбор оптимальной величины локализации контакта в заданных условиях работы передачи связан с анализом характера распределения напряжений по площадке контакта в зацеплении арочных зубьев, который зависит как от положения точки касания на поверхности зуба при заданной величине угла перекося, так и плотности прилегания поверхностей зубьев в окрестности точки контакта [3, 15].

Анализ смещений z'_0 , определенных по приближенной зависимости (4) для передач 1 и 2 (рис. 2) и других передач, показал, что по сравнению с точным решением они практически постоянно, примерно на 5 %, систематически завышают точное значение z'_0 . С целью согласования результатов расчета по формуле (4) в нее включен корректирующий коэффициент K_z , величина которого для приведенных на рис. 2, 3 и 4 расчетов была принята $K_z = 1$. В случае $K_z = 0,95$ погрешность смещений z'_0 , рассчитанных по формуле (3), относительно точных значений составляет менее 1 %.

Показанные на рис. 5 результаты свидетельствуют, что для обеспечения касания арочных зубьев колес в полюсе зацепления в зоне среднего сечения арочного зуба при угле перекося в передаче до семи минут достаточно осевого перемещения шестерни (или колеса) не более одного миллиметра, при этом степень локализации контакта практически на величину Δ_z не влияет. Из анализа данных таблицы следует, что несмотря на существенную разницу положения на поверхности зуба шестерни точек активной действующей линии в передачах 1 и 2 (рис. 3, 4) для одних и тех же углов перекося, величина смещения элементов передачи для полной ее самоустановки за весь цикл зацепления пары арочных зубьев изменяется на величину от 0,01 мм ($\gamma = 1^\circ$) до 0,1 мм ($\gamma = 7^\circ$). Из полученных результатов следует, что реализация процесса компенсации угла перекося путем применения передачи с арочными зубьями с разнесенными зонами контакта возможна в пределах осевой «игры» подшипников.

Заключение

Для цилиндрических передач с арочными зубьями получена приближенная зависимость по расчету величины смещения точки касания по активной поверхности зуба шестерни при заданной фазе за-

цепления и угле перекося, позволяющая определять геометрические характеристики контакта без решения систем трансцендентных уравнений с погрешностью, не превышающей 1...5 %. Предложены процедуры использования приближенной зависимости: для оценки положения активных действующих линий в передаче с арочными зубьями при варьировании угла перекося зубьев в зацеплении; расчете величины смещения элементов передачи при условии ее самоустановки при наличии угла перекося; для определения необходимых величин смещения элементов адаптивной цилиндрической передачи с арочными зубьями, обеспечивающими положение центров пятен контакта в средней части арочных зубьев полуколес.

Список литературы

1 **Лагутин, С. А.** Предопределение функции ошибки в передачах с двойной модификацией зубьев / С. А. Лагутин // Пространство зацеплений : сборник докладов научного семинара Учебно-научного центра зубчатых передач и редукторостроения. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2001. – С. 26–37.

2 **Сызранцев, В. Н.** Формообразование арочных зубьев цилиндрических колес и геометро-кинематические характеристики их зацеплений : монография / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева. – Тюмень : ТИУ, 2023. – 174 с. – ISBN 978-5-9961-3079-5.

3 **Сызранцев, В. Н.** Цилиндрические передачи с арочными зубьями: геометрия, прочность, надежность : монография / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева. – Тюмень : ТИУ, 2020. – 171 с. – ISBN 978-5-9961-2378-0.

4 **Arafa, H. A.** C-gears : Geometry and Machining, Part C. / H. A. Arafa // Journal of Mechanical Engineering Science. – 2005. – No. 219 (7). – P. 709–726.

5 **Jia, F.** Modelling and bending strength analysis of cylindrical gears with arcuate tooth trace / F. Jia, L. Hou, Y. Wei, B. Li, Y. You // Australian Journal of Mechanical Engineering. – 2015. – Vol. 13, No. 2. – P. 77–86. – DOI 10.7158/M13-068.2015.13.2.

6 **Ma, D.** Tooth surface reconstruction and tooth profile geometric analysis of circular arc tooth trace cylindrical gears / D. Ma, Z. Ye, H. Yang // Transactions of FAMENA. – 2019. – Vol. 43, No. 1. – P. 29–44. – DOI 10.21278/TOF.43103.

7 **Jiang, Y.** Contact ratio calculation of involute arc gear device Academic / Y. Jiang // Journal of Manufacturing Engineering. – 2017. – Vol. 15, No. 3. – P. 19–22.

8 Milling machine error modelling and analysis in the machining of circular-arc-tooth-trace cylindrical gears / Y. Wu, L. Hou, L. Lan [et al.] // Transactions of FAMENA. – 2021. – Vol. 44, No. 4. – P. 13–29. – DOI 10.21278/TOF.444009419.

9 **Zhang, X.** Mathematical model and contact characteristics of curvilinear cylindrical gears with line contact / X. Zhang, Z. Liang // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering.

References

1 **Lagutin, S. A.** Predetermination of the error function in gears with double modification of teeth / S. A. Lagutin // Space of engagements: collection of reports of the scientific seminar of the Educational and Scientific Center for Gear Drives and Gearbox Engineering. – Izhevsk : Publishing house of Izhevsk State Technical University, 2001. – P. 26–37.

2 **Syzrantsev, V. N.** Formation of arched teeth of cylindrical wheels and geometric and kinematic characteristics of their engagement : monograph / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva. – Tyumen : TIU, 2023. – 174 p. – ISBN 978-5-9961-3079-5.

3 **Syzrantsev, V. N.** Cylindrical gears with arched teeth: geometry, strength, reliability : monograph / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva. – Tyumen : TIU, 2020. – 171 p. – ISBN 978-5-9961-2378-0.

4 **Arafa, H. A.** C-gears : Geometry and Machining, Part C. / H. A. Arafa // Journal of Mechanical Engineering Science. – 2005. – No. 219 (7). – P. 709–726.

5 **Jia, F.** Modelling and bending strength analysis of cylindrical gears with arcuate tooth trace / F. Jia, L. Hou, Y. Wei, B. Li, Y. You // Australian Journal of Mechanical Engineering. – 2015. – Vol. 13, No. 2. – P. 77–86. – DOI 10.7158/M13-068.2015.13.2.

6 **Ma, D.** Tooth surface reconstruction and tooth profile geometric analysis of circular arc tooth trace cylindrical gears / D. Ma, Z. Ye, H. Yang // Transactions of FAMENA. – 2019. – Vol. 43, No. 1. – P. 29–44. – DOI 10.21278/TOF.43103.

7 **Jiang, Y.** Contact ratio calculation of involute arc gear device Academic / Y. Jiang // Journal of Manufacturing Engineering. – 2017. – Vol. 15, No. 3. – P. 19–22.

8 Milling machine error modelling and analysis in the machining of circular-arc-tooth-trace cylindrical gears / Y. Wu, L. Hou, L. Lan [et al.] // Transactions of FAMENA. – 2021. – Vol. 44, No. 4. – P. 13–29. – DOI 10.21278/TOF.444009419.

9 **Zhang, X.** Mathematical model and contact characteristics of curvilinear cylindrical gears with line contact / X. Zhang, Z. Liang // Journal of the

– 2021. – Vol. 43, No. 4. – DOI 10.1007/s40430-021-02894-w.

10 Meshing Contact Impact Properties of Circular Arc Tooth Trace Cylindrical Gear Based on Rotating Knife Dish Milling Process / D. Ma, Y. Liu, Z. Ye [et al.] // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2021. – Vol. 2021. – DOI 10.1155/2021/8819818.

11 Патент RU № 2721579 C1, МПК F16H1/06. Адаптивная цилиндрическая передача с арочными зубьями / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева, В. П. Вибе, Ю. Г. Денисов. – № 2019136799 ; заявл. 15.11.2019 ; опубл. 20.05.2020, Бюл. № 14. – 1 с.

12 Сызранцев, В. Н. Расчет геометро-кинематических характеристик зацепления арочных зубьев цилиндрической передачи при погрешностях взаимного расположения / В. Н. Сызранцев, А. И. Стариков // *Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение»*. – 2023. – Т. 23, № 1. – С. 5–18. – DOI 10.14529/engin230101.

13 Сызранцев, В. Н. Повышение надежности работы арочных цилиндрических передач на основе определения граничных величин смещения, обеспечивающих касание колес / В. Н. Сызранцев, А. И. Стариков // *Вестник МГТУ «Станкин»*. – 2023. – № 4 (67). – С. 93–102. – DOI 10.47617/2072-3172_2023_4_93.

14 Гришко, В. А. Повышение износостойкости зубчатых передач / В. А. Гришко. – Москва : Машиностроение, 1977. – 232 с.

15 Сызранцев, В. Н. Расчет распределенной по площадке контакта нагрузки в зацеплении прямых и бочкообразных зубьев в условиях их перекоса / В. Н. Сызранцев, К. В. Сызранцева, И. С. Сердюк // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. – 2024. – № 3 (365). – С. 52–61. – DOI 10.33979/2073-7408-2024-365-3-52-61.

16 Сызранцев, В. Н. Синтез адаптивной цилиндрической передачи с арочными зубьями с двумя зонами контакта / В. Н. Сызранцев, А. И. Стариков // *Омский научный вестник*. – 2023. – № 4 (188). – С. 38–45. – DOI 10.25206/1813-8225-2023-188-38-45.

Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering. – 2021. – Vol. 43, No. 4. – DOI 10.1007/s40430-021-02894-w.

10 Meshing Contact Impact Properties of Circular Arc Tooth Trace Cylindrical Gear Based on Rotating Knife Dish Milling Process / D. Ma, Y. Liu, Z. Ye [et al.] // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2021. – Vol. 2021. – DOI 10.1155/2021/8819818.

11 Pat. 2721579 Russian Federation, MPK F 16 N 1/06. Adaptive spur gear with arched teeth / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva, V. P. Vibe, Yu. G. Denisov. – No. 2019136799 ; declared. 15.11.2019 ; published. 20.05.2020, Bulletin No. 14. – 1 p.

12 Syzrantsev, V. N. Calculation of the geometric and kinematic characteristics of the engagement of the arc teeth of a cylindrical gear with errors in the relative position / V. N. Syzrantsev, A. I. Starikov // *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*. – 2023. – Vol. 23, No. 1. – P. 5–18. – DOI 10.14529/engin230101.

13 Syzrantsev, V. N. Improving the reliability of the operation of arched cylindrical gears based on the determination of the boundary values of displacement that ensure the wheels touch / V. N. Syzrantsev, A. I. Starikov // *Vestnik MSUT “Stankin”*. – 2023. – No 4 (67). – P. 93–102. – DOI 10.47617/2072-3172_2023_4_93.

14 Grishko, V. A. Increase of wear resistance of toothed gears / V. A. Grishko. – Moscow : Mashinostroenie, 1977. – 232 p.

15 Syzrantsev V. N. Calculation of the load distributed over the contact area in the meshing of straight and barrel-shaped teeth under conditions of their skewing / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva, I. S. Serdyuk // *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*. – 2024. – No (365). – P. 52–61. – DOI 10.33979/2073-7408-2024-365-3-52-61.

16 Syzrantsev, V. N. Synthesis of an adaptive cylindrical gear with arched teeth with two contact zones / V. N. Syzrantsev, A. I. Starikov // *Omsk Scientific Bulletin*. – 2023. – No. 4 (188). – P. 38–45. – DOI 10.25206/1813-8225-2023-188-38-45.

V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva, I. S. Serdyuk

ANALYSING THE SELF-ALIGNMENT OF CYLINDRICAL GEAR WHEELS WITH ARC TEETH

Abstract. Cylindrical gears with arc teeth make it possible to multiply the durability in terms of the contact and bending strength of gears of power drives of energy-intensive machines operating under conditions of inevitable skew angle of axes. Gears with arc teeth have the property of compensation of the skew angle by axial displacement (self-adjustment) of one of the wheels while ensuring the absence of edge contact of teeth in engagement. In the work

an approximate dependence for calculation of displacement value of the touch point (error not more than 1...5 %) of the arc teeth in engagement on the active surface of the arc tooth of the gear in the direction of the axis of its rotation is offered. For the traction cylindrical gear of an electric locomotive with a different degree of localisation of the contact of the arc teeth, the analysis of the value of the self-alignment of the wheel with arc teeth, compensating for the skew (0, 1', 2', ..., 7') of the teeth in engagement, as well as the value of the displacement of the half-wheels in order to obtain an adaptive cylindrical gear with arch teeth of two contact zones in engagement.

Keywords: cylindrical gear, arc teeth, self-alignment.

For citation: Syzrantsev, V. N. Analysing the self-alignment of cylindrical gear wheels with arch teeth / V. N. Syzrantsev, K. V. Syzrantseva, I. S. Serdyuk // Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putej Soobshcheniya. – 2025. – No. 2. – P. 96–105. – DOI 10.46973/0201-727X_2025_2_96.

Сведения об авторах

Сызранцев Владимир Николаевич

Тюменский Индустриальный университет,
кафедра машин и оборудования нефтяной
и газовой промышленности,
доктор технических наук, профессор,
заслуженный деятель наук РФ, профессор,
e-mail: syzrantsevvn@tyuiu.ru

Сызранцева Ксения Владимировна

Тюменский индустриальный университет,
кафедра машин и оборудования нефтяной
и газовой промышленности,
доктор технических наук, доцент,
e-mail: kv.syzr@gmail.com

Сердюк Иван Сергеевич

Тюменский индустриальный университет,
кафедра машин и оборудования нефтяной и
газовой промышленности,
аспирант,
e-mail: serdyuk.ivan.98@mail.ru

Information about the authors

Syzrantsev Vladimir Nikolaevich

Tyumen Industrial University,
Chair “Machines and Equipment of Oil
and Gas Industry”,
Doctor of Engineering Sciences, Professor, Honoured
Worker of Sciences of the Russian Federation,
Professor,
e-mail: syzrantsevvn@tyuiu.ru

Syzrantseva Ksenia Vladimirovna

Tyumen Industrial University,
Chair “Machines and Equipment of Oil
and Gas Industry”,
Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor,
e-mail: kv.syzr@gmail.com

Serdyuk Ivan Sergeevich

Tyumen Industrial University,
Chair “Machines and Equipment of Oil
and Gas Industry”,
Postgraduate Student,
e-mail: serdyuk.ivan.98@mail.ru