

ВЛИЯНИЕ КРЕПЛЕНИЯ КАНАТА НА СПЕКТР ЕГО СОБСТВЕННЫХ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ

© 2024 г. К.Р. Муратов^{1,2,*}, Д.А. Лихачев^{1,**}, Р.А. Соколов^{1,2,***}, А.М. Чехунова^{1,****},
М.А. Осинцева^{1,*****}, А.Л. Ваганов^{1,3,*****}

¹Тюменский индустриальный университет, Россия 625000 Тюмень, ул. Володарского, 38

²ООО «АЛЬФА-СИСТЕМЫ», Россия 625019 Тюмень, ул. Республики, 204

³ЗАО «НПЦ «Сибнефтегаздиагностика», Россия 625026 Тюмень, ул. Рижская, 45а

E-mail: *muratows@mail.ru; **tiger.lowe2015@yandex.ru; ***falcon.rs@mail.ru; ****chehunovaam@tyuiu.ru;
*****osintsevama@tyuiu.ru; *****vaganov@sngd.ru

Поступила в редакцию 07.09.2024; после доработки 07.09.2024

Принята к публикации 04.10.2024

По разработанной ранее методике, которая учитывает изгибную жесткость стальных канатов при их поперечном колебании, проведены исследования канатов пешеходного моста «Влюбленных» в городе Тюмень. Полученные значения сил натяжений и изгибной жесткости оказались в ожидаемом диапазоне. Высокий разброс значений изгибной жесткости заставил обратить внимание на точность исходных значений длин канатов, которые были получены по фотографии. Чтобы уточнить длину канатов предложен метод регистрации узловых гармоник, однако полученные этим методом результаты оказались выше значений, полученных по фотографии. Оценка погрешностей измерений это завышенное отклонение не объяснила, что привело к необходимости пересмотреть решение дифференциального уравнения поперечных колебаний. Оказалось, что ранее рассматривалось только его частное решение предполагающее шарнирное крепление каната, тогда как оно является консольным и имеет реакцию на изгиб. Учет этой особенности введением дополнительного граничного условия позволил усовершенствовать расчетную модель и объяснить завышение длины каната в методе узловых гармоник.

Учет характера крепления каната позволил ввести обобщенный параметр s , который для жесткого консольного крепления принимает нулевое значение, а для шарнирного равен единице. Тогда ослабление жесткости внутри крепления проявится ростом параметра s и по результатам регистрации спектра колебаний может быть обнаружено.

Ключевые слова: вантовый мост, стальной канат, стальной трос, стоячие волны, сила натяжения каната, изгибная жесткость, мониторинг состояния, мост «Влюбленных».

INFLUENCE OF ROPE FASTENING ON THE SPECTRUM OF ITS NATURAL TRANSVERSE VIBRATIONS

© 2024 Kamil Muratov^{1,2,*}, Danil Likhachev^{1,**}, Roman Sokolov^{1,2,***},
Anna Chekhunova^{1,****}, Marina Osintseva^{1,*****}, Alexei Vaganov^{1,3,*****}

¹Industrial University of Tyumen, Russia 625000, Tyumen, Volodarsky Street, 38

²LTD «ALPHA SYSTEMS», Russia 625019, Tyumen, Respublika Street, 204

³CJSC «NPC «Sibneftegazdiagnostika», Russia 625026, Tyumen, Rzhskaya Street, 45a

E-mail: *muratows@mail.ru; **tiger.lowe2015@yandex.ru; ***falcon.rs@mail.ru; ****chehunovaam@tyuiu.ru;
*****osintsevama@tyuiu.ru; *****vaganov@sngd.ru

According to the previously developed method, which takes into account the bending stiffness of steel ropes during their transverse oscillation, the ropes of the pedestrian bridge 'Lovers' in the city of Tyumen were investigated. The obtained values of tension forces and bending stiffness were within the expected range. The high variation of bending stiffness values forced to pay attention to the accuracy of the initial values of rope lengths, which were obtained from the photograph. To measure the rope lengths, a method of nodal harmonic registration was proposed, but the results obtained by this method were higher than the values obtained from the photograph. The evaluation of measurement errors did not explain this overestimation, which led to the necessity to revise the solution of the differential equation of transverse oscillations. It turned out that previously only its partial solution was considered, assuming a hinged rope attachment, whereas it is cantilevered and has a bending reaction. Taking this feature into account by introducing an additional boundary condition allowed to improve the calculation model and explain the overestimation of the rope length in the method of nodal harmonics.

Taking into account the nature of the rope attachment allowed us to introduce a generalised parameter s , which takes zero value for rigid cantilever attachment, and is equal to one for articulated attachment. Then the stiffness weakening inside the anchorage will be manifested by the growth of the parameter s and can be detected by the results of the oscillation spectrum registration.

Keywords: cable-stayed bridge, steel rope, steel cable, standing waves, rope tension force, bending stiffness, condition monitoring, Lovers' bridge.

DOI: 10.31857/S0130308224110062

ВВЕДЕНИЕ

Стальные канаты имеют широкое применение в различных конструкциях и нет необходимости обосновывать предъявляемые к ним требования надежности эксплуатации. Для этого стальные канаты проходят периодическое обследование на предмет поиска дефектов с помощью различных средств контроля [1—5] и выполняется прогнозная оценка остаточного ресурса [6]. В современных условиях, когда устройства автоматики и телеметрии имеют высокую надежность и сравнительно низкую стоимость, разумно применение мониторинговых систем. Например, в работе [7] подъемные канаты естественным образом в процессе эксплуатации проходят сквозь магнитный дефектоскоп. В случае стационарных канатов (ванты моста) требуется перемещение магнитного дефектоскопа [8], что исключает непрерывный мониторинг. Кроме того, при достаточной надежности такие обследования дорогостоящие. Для создания систем непрерывного мониторинга необходимо привлечение других физических принципов, которые могут отражать состояние стальных канатов в целом. Такими свойствами обладают поперечные колебания канатов, регистрацию спектрального состава которых не сложно осуществить.

На примере ранее выполненных обследований стальных канатов вантового перехода и лабораторных исследований в работе [9] показано влияние изгибной жесткости канатов на спектр их собственных поперечных колебаний. Частота ν отдельной гармоники спектра зависит от ее номера n , силы натяжения каната F , изгибной жесткости EI и коэффициента затухания β :

$$\nu^2 = \frac{F}{4\tau L^2} n^2 + \frac{\pi^2 EI}{4\tau L^4} n^4 - \frac{\beta^2}{4\pi^2}, \quad (1)$$

где L — длина каната; τ — масса единицы длины каната. Если EI и β в выражении (1) обратить в ноль, то зависимость частоты ν будет строго пропорциональна ее номеру n , а в общем случае зависимость нелинейная. Если пренебречь затуханием колебаний, то выражение (1) можно преобразовать в линейную зависимость отношения ν^2/n^2 от n^2 :

$$\frac{\nu^2}{n^2} = f + g \cdot n^2. \quad (2)$$

Коэффициенты $f = F/4\tau L^2$, $g = \pi^2 EI/4\tau L^4$ позволяют найти силу натяжения и изгибную жесткость.

Для определения состояния каната было предложено выполнение мониторинга изгибной жесткости, которая может изменяться в местах нарушения целостности каната. В последующей работе [10] была проведена теоретическая оценка такой возможности и показано, что влияние дефекта каната на изменение характера зависимости $\nu(n)$ ничтожно. При этом отношение амплитуд колебаний по обе стороны от дефекта зависит от его величины и положения и может быть зарегистрировано инструментально. В этом случае необходимо одновременно выполнять регистрацию спектра колебаний вблизи двух точек крепления каната. С одной стороны, такое решение позволяет обнаружить дефект, с другой стороны, это усложняет измерения как технически, так и материально. Однако понимая, что такой вывод был сделан на основании только теоретической оценки, и расчетная модель имела упрощения, было решено изучить дополнительные особенности колебаний каната и другие факторы влияния.

ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ И АНАЛИЗ ПЕРВИЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В качестве объекта исследования выбран пешеходный мост через реку Тура в Тюмени, с недавнего времени он носит название «Мост влюбленных» (рис. 1). Мост подвешен на канатах диаметром 70 мм. Число внешних сегментов 37 штук, из чего сделано предположение что канат соответствует ГОСТ 7676—73. Визуально можно наблюдать дефекты оболочки канатов в виде выступающих волокон (рис. 2).

К пилоны прикреплено 20 канатов с береговой и 20 с речной стороны. Учитывая диаметр канатов, углы их входа относительно пилоны (рис. 3, слева) канаты скорее всего имеют неподвижное анкерное закрепление внутри пилоны [11, стр. 48]. Подвижное скользящее или балансирующее крепление внутри пилоны повлечет сильный изгиб каната. За балку моста канаты крепятся цилиндрическими анкерами (рис. 3, справа). Обозначения канатов приведены на рис. 4.

Выполненные по методике [9] измерения показали соответствие спектра колебаний канатов уравнению (2) (рис. 5). Хорошая линейность зависимостей на рис. 5 говорит о пренебрежимо малом влиянии затуханий (см. уравнение (1)). Аппроксимируя полученные прямые, были получены значения сил натяжения канатов и их изгибной жесткости (рис. 6.) Характер распределе-

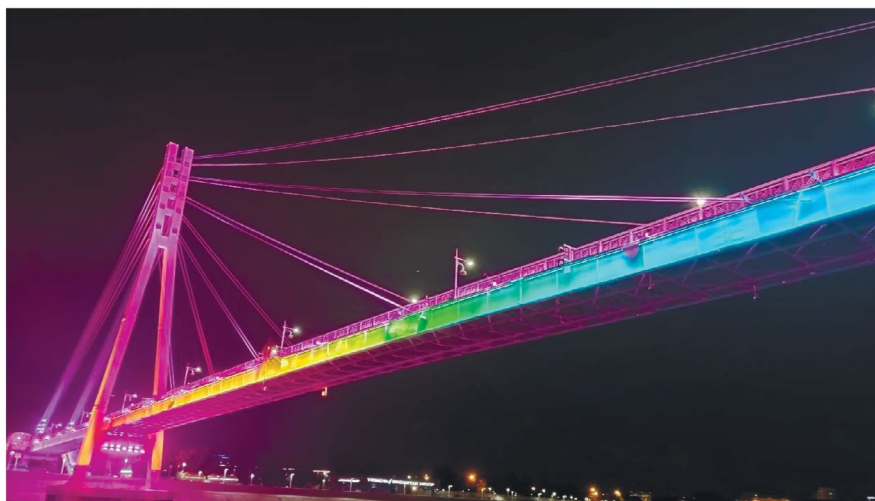


Рис. 1. Пешеходный мост «Влюбленных» в городе Тюмень.



Рис. 2. Дефекты наружного слоя канатов.

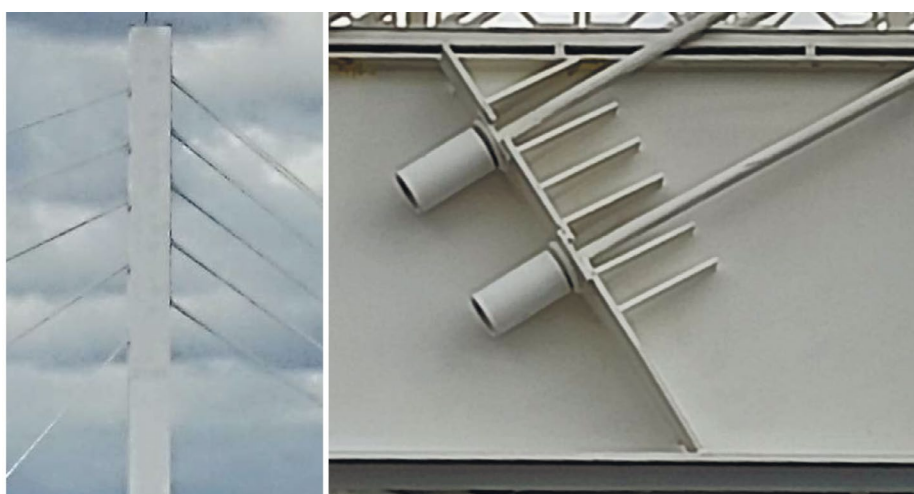


Рис. 3. Расположение канатов относительно пилона (слева) и схема их крепления за полотно моста (справа).

ния сил подтверждает ранее сделанное предположение о схеме крепления канатов в пилоне. Если бы канаты имели скользящую или балансирующую опору внутри пилонов, то наблюдались бы близкие значения сил на их береговом и речном участках.

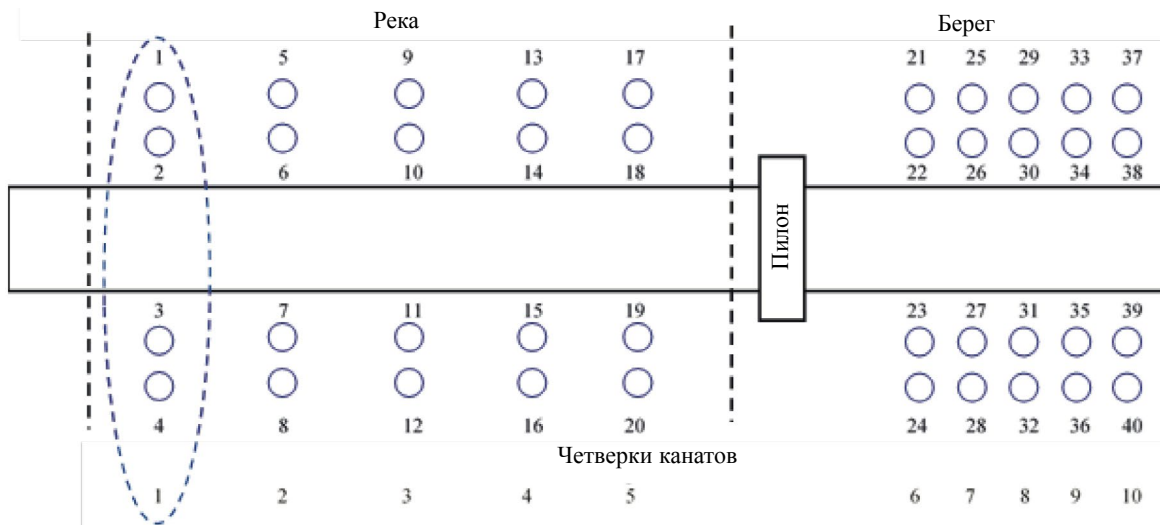
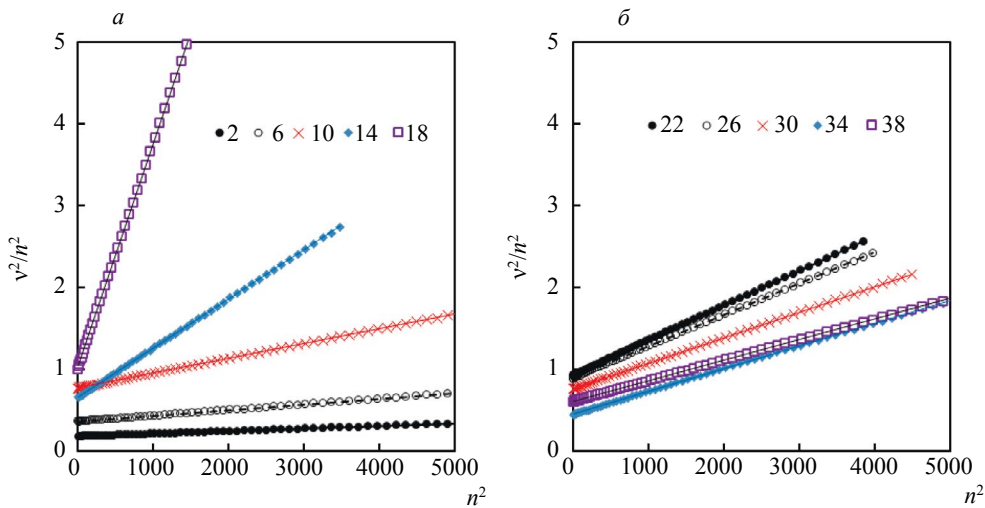


Рис. 4. Схема канатов моста.

Рис. 5. Зависимость v^2/n^2 от n^2 для канатов речного участка моста (а) и берегового (б).

Результирующая горизонтальная сила, действующая со стороны канатов на пилон, составила 367 кН и направлена к береговой части. Вертикальная прижимающая сила имеет величину 11100 кН. Таким образом, угловое отклонение результирующей силы от оси пилон составило $1,9^\circ$.

Значения изгибной жесткости речного участка (рис. 6б) оказались равными $169^{+7,4}_{-5,1}$ кПа · м⁴, берегового участка — $183^{+4,6}_{-7,2}$ кПа · м⁴. Обращает на себя внимание, что разброс этих значений между четверками канатов береговой части выше разброса для речной. Принимая во внимание, что канаты одинаковы, то наблюдаемое различие жесткостей непонятно. Такая нестыковка результатов обусловлена неточностью значений длин канатов, которые определяли по фотографии без учета перспективы. Угол обзора составлял около 13° , что без учета других факторов может дать порядка 2 % погрешности длины. В уравнении для изгибной жесткости длина каната возведена в четвертую степень, для силы натяжения — во вторую. В результате погрешность длины в 2 % приводит к 8 % погрешности изгибной жесткости и 4 % силы натяжения. Более точную информацию о длинах канатов от обслуживающей мост организации получить не удалось.

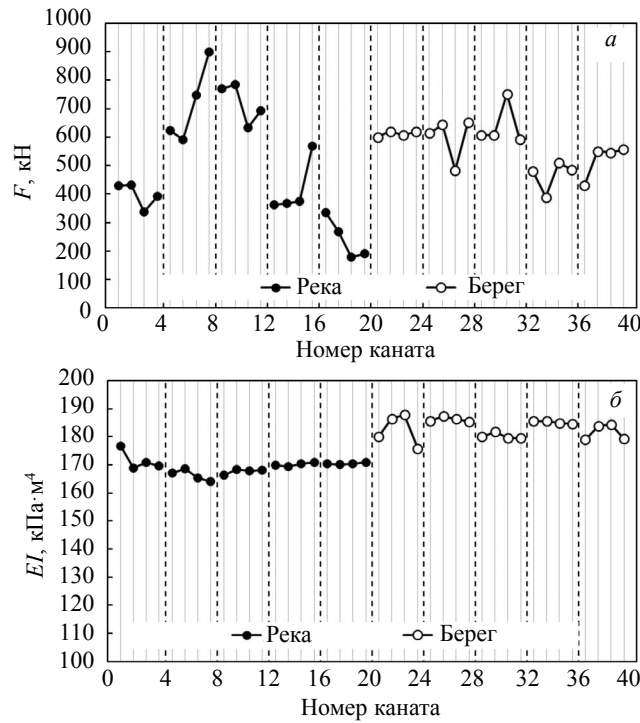


Рис. 6. Полученные значения силы натяжения (а) и изгибной жесткости (б) канатов моста в их речной и береговой части.

ОЦЕНКА ДЛИН КАНАТОВ МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ ГАРМОНИК

Чтобы уточнить длины участков канатов L , было предложено измерить длину полуволн $\lambda/2$ некоторых гармоник согласно известному условию для стоячей волны:

$$L = \frac{\lambda}{2}n, \tag{3}$$

т.е. в длине каната должно укладываться целое число полуволн. На рис. 7 приведена схема распределения амплитуд колебаний U_0 каната вдоль его оси для трех соседних гармоник. Тогда зависимость координаты x точки наблюдения первой узловой точки гармонике n будет иметь вид $x = L \frac{1}{n}$. Если рассматривать не только первую узловую точку, но и узловые точки порядка m , то получим обобщенную зависимость:

$$x = L \frac{m}{n}. \tag{4}$$

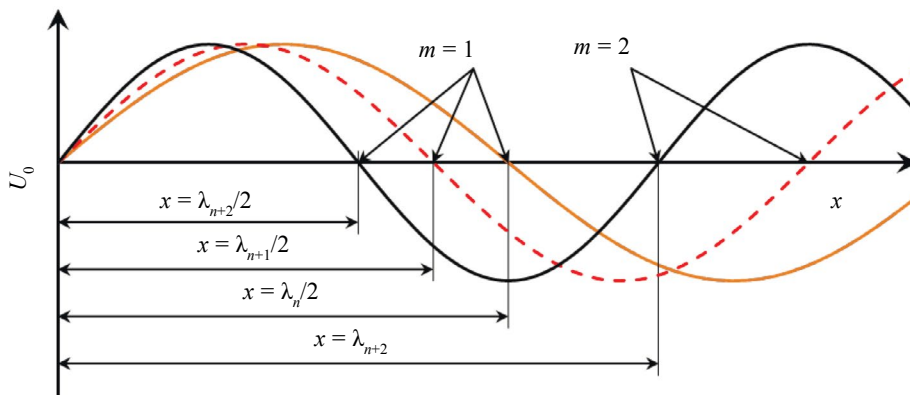


Рис. 7. Схема распределения амплитуды колебаний трех соседних гармоник вблизи точки крепления каната.

В зависимости $x\left(\frac{m}{n}\right)$ длина каната L является угловым коэффициентом прямой, который несложно выделить из экспериментальной зависимости. Для реализации предложенного подхода была выполнена регистрация спектра виброускорения в различных точках канатов с шагом 100—500 мм. Расстояние от точки измерения до крепления измерялось лазерным дальномером с точностью не хуже ± 5 мм. Резиновой киянкой производилось возбуждение колебаний каната и через 1-2 с в эту же точку магнитным держателем прикреплялся датчик виброанализатора СД-21 и регистрировали спектр колебаний. Конструктивно длины канатов в каждой четверке одинаковы (см. схему на рис. 4), поэтому измерения выполнялись на одном канате из каждой четверки.

На рис. 8 показан пример спектрограмм для двух точек регистрации с координатами $x = 4$ и $x = 7$ м для каната № 2. Характерные впадины огибающих спектрограмм являются проявлением узловых точек соответствующих гармоник. Определение их номера не составляет труда при подборе достаточной чувствительности виброанализатора.

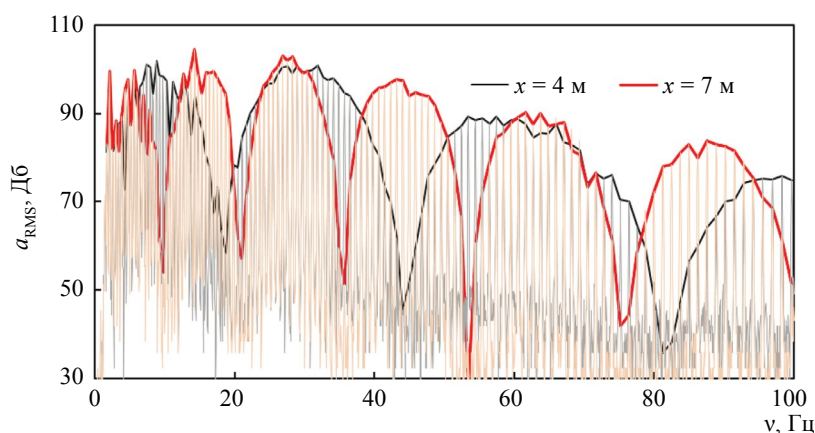


Рис. 8. Характер спектрограммы СКЗ виброскорости каната № 2 для точек с удалением от зажима на 4 и 7 м.

На рис. 9а приведен ожидаемый линейный характер зависимости $x\left(\frac{m}{n}\right)$ для каната № 2. Линейная отнулевая аппроксимация на рис. 9а получена для всех четырех значений m . Для остальных канатов наблюдается аналогичный линейный характер (рис. 9б). Однако если рассмотреть результаты только для первой узловой гармоники ($m = 1$) и аппроксимировать их методом наименьших квадратов линейной функцией вида:

$$x\left(\frac{1}{n}\right) = L \cdot \frac{1}{n} + \Delta, \quad (5)$$

то обнаружим только положительные значения свободного члена Δ (4—42 см) для всех десяти измерений, т.е. наблюдаемое одностороннее отклонение не является случайной погрешностью.

При измерении координаты x луч лазерного дальномера мог попадать на поверхность 1 или 2 (рис. 10). В конструкции крепления каната (см. рис. 10) начало отсчета координаты x должно находиться в окрестности точки C_1 , однако в этом случае свободный член Δ должен оказаться отрицательным, т.е. с учетом наблюдаемых положительных значений Δ условный шарнир должен располагаться в окрестности точки C_2 (см. рис. 10).

Кроме этой аномалии обращено внимание на значения длин канатов, полученные с помощью регистрации узловых гармоник. Они оказались больше ранее оцененных по фотографии на 2—13 % или в абсолютном выражении на 1,5—7,4 м (рис. 11), т.е. отклонения выходят за рамки погрешности длины. Также замечено, что практически во всех случаях расчетные значения длин канатов с ростом номера m уменьшались (см. рис. 11).

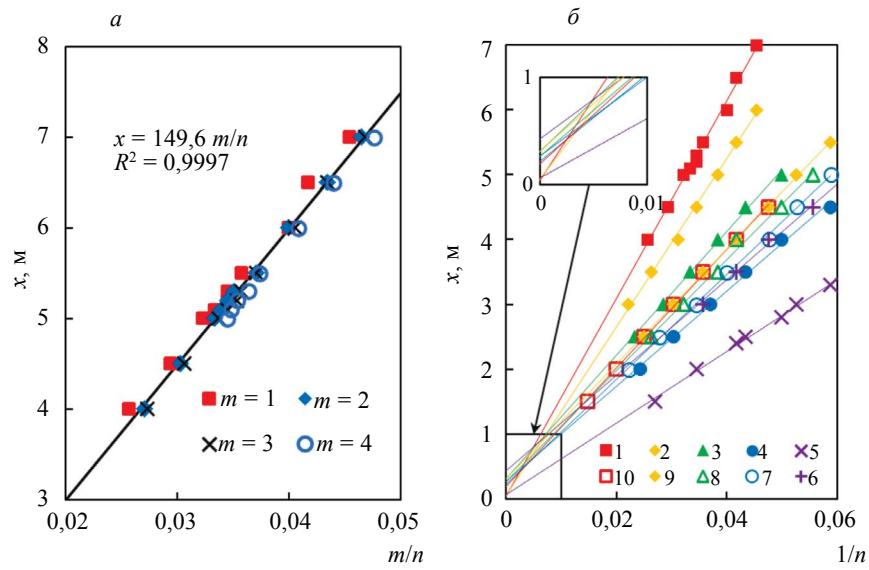


Рис. 9. Зависимость координаты узловой точки x от соотношения m/n для каната № 2 (а) и аналогичная зависимость для всех десяти четверок канатов при $m = 1$ (б).

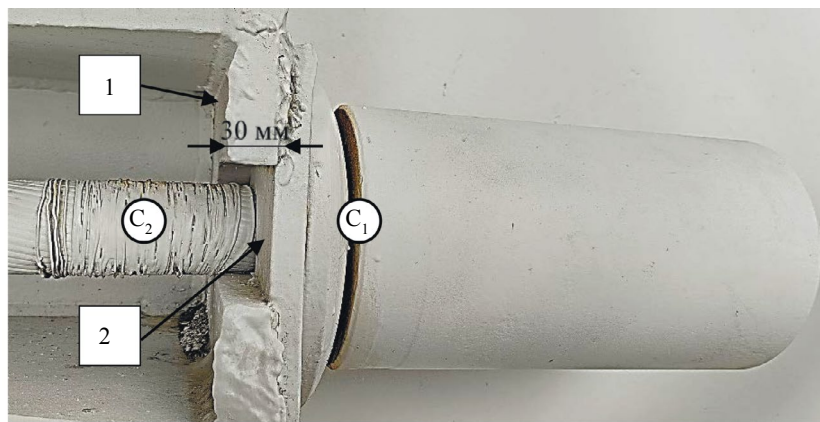


Рис. 10. Крепление каната.

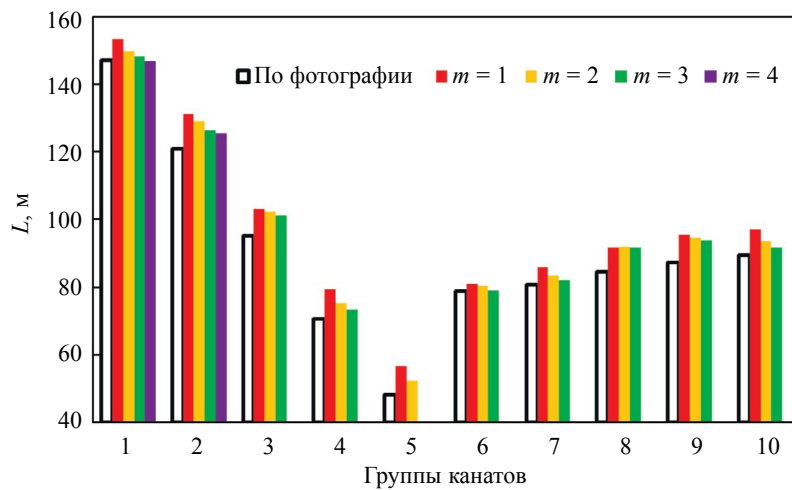


Рис. 11. Длины канатов, определенные по фотографии и методом регистрации узловых точек.

Использование значений длин, вычисленных по узловым гармоникам, не смогло выровнять изгибные жесткости между четверками канатов, а даже увеличило разброс, т.е. измерение длин методом узловых гармоник оказалось менее точным, чем по фотографии. Анализ показал, что источником погрешностей в предложенном методе может являться дискретность выбора номера узловой гармоники. Поясним на примере каната № 2, длина которого 147 м, доступ для установки датчиков был в диапазоне 4—7 м от нижнего крепления. Принимая во внимание уравнение (4), для 30-й гармоники узел будет иметь координату $147/30 = 4,9$ м. Для двух соседних 29-й и 31-й гармоник узел будет иметь координату 5,07 и 4,74 м соответственно. Установка датчика может происходить в произвольно выбранной точке, при этом точность определения ее координаты может быть высокой. Предположим, датчик был установлен в точке с координатой 4,95 м. В этом случае, анализируя зарегистрированную спектрограмму (см. рис. 8), будет выбрана гармоника № 30. Погрешность координаты составит 0,05 м, причем она не связана с точностью измерения расстояния, а полностью является результатом дискретности n . Далее, умножая на 30, получим ощутимые 1,5 м.

Проведенное имитационное моделирование измерения длины методом узловых гармоник показало, что разброс возможных значений может составить от 1 до 2,5 %, причем отклонения могут быть как в большую, так и в меньшую сторону от истинного. Экспериментальные наблюдения дают большие отклонения, причем в положительную сторону.

Таким образом, предложенный метод узловых гармоник дает качественное согласие с экспериментом, но при этом имеет отклонения, выше ожидаемых погрешностей. В совокупности с остальными наблюдениями это дало повод говорить о наличии неучтенной особенности в модели колебаний каната.

ВЛИЯНИЕ КРЕПЛЕНИЯ КАНАТА

В работе [9], чтобы учесть изгибную жесткость и затухание, было предложено дифференциальное уравнение:

$$F \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - r \frac{\partial u}{\partial t} = \tau \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (6)$$

где u — поперечное смещение материальных точек; x — продольная координата; r — коэффициент сопротивления. Пользуясь общими представлениями о предполагаемом решении дифференциального уравнения (1), было предложено следующее уравнение:

$$u(x, t) = U_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega t), \quad (7)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ — циклическая частота; U_0 — начальная амплитуда колебаний; $\beta = r/2\tau$ — коэффициент затухания. Учитывая, что при $x = 0$ и $x = L$ поперечные смещения u будут равны нулю, было получено выражение (1), которое качественно и количественно согласовалось с результатами предыдущих и настоящих исследований.

Характер решения в форме (7) был принят постулативно, но при этом не противоречил исходному дифференциальному выражению (6). Это натолкнуло на мысль о том, что уравнение (7) является частным решением и были упущены из вида другие детали. Мы обратили внимание на формулировку граничных условий на концах канатов — неподвижность этих точек. Однако не было учтено отсутствие излома в этих точках, что означает шарнирное крепление каната. Формально излом линии каната представляет собой разрыв первой производной функции $u(x)$ и бесконечное значение ее второй производной, что с учетом изгибной жесткости каната означает бесконечные механические напряжения в нем [12]. Тогда, чтобы зажим каната представлял собой жесткую заделку (консольное крепление), к прежним граничным условиям необходимо добавить нулевые значения производных в точках зажима канатов:

$$\frac{\partial u}{\partial x}_{x=0} = 0 \text{ и } \frac{\partial u}{\partial x}_{x=L} = 0. \quad (8)$$

Будем рассматривать случай стоячих волн, поскольку бегущая волна в ограниченном пространстве угасает быстрее стоячей волны. Также примем, что колебания — гармонические. Коэффициентом затухания β пренебрежем. В этом случае функция поперечного смещения материальных точек каната будет записана в виде:

$$u(x, t) = U(x) \cdot \cos(\omega \cdot t), \quad (9)$$

где $U(x)$ — функция распределения амплитуды колебаний вдоль координаты x .

Если пренебречь затуханием ($r = 0$), то уравнение (6) приобретет стационарный вид и становится линейным однородным уравнением четвертого порядка относительно одной переменной x :

$$\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} - \frac{F}{EI} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\tau \omega^2}{EI} U = 0. \quad (10)$$

Полное решение уравнения (10):

$$U(x) = A_1 e^{-x\sqrt{a+b}} + A_2 e^{x\sqrt{a+b}} + A_3 e^{-x\sqrt{a-b}} + A_4 e^{x\sqrt{a-b}}, \quad (11)$$

где A_1, A_2, A_3, A_4 — коэффициенты, определяемые начальными и граничными условиями;

$$a = \frac{F}{2EI}; \quad b = \frac{\sqrt{F^2 + 4EI\tau\omega^2}}{2EI}. \quad (12)$$

В выражении (11) первые два члена суммы являются экспонентами с вещественными показателями степени. Третий и четвертый члены содержат мнимые показатели (так как $b > a$) и с помощью формулы Эйлера могут быть записаны в тригонометрической форме, а после наложения условия вещественности значений U выражение (11) можно преобразовать к виду:

$$U(x) = A_1 e^{-x\sqrt{a+b}} + A_2 e^{x\sqrt{a+b}} + A_0 \sin(k \cdot x - \varphi), \quad (13)$$

где A_0 — амплитуда колебаний стоячей волны; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \sqrt{b-a}$ — волновое число; φ — сдвиг фазы гармонической функции. Здесь две экспоненты зеркальны друг другу и играют свою роль вблизи точек зажима: первая — при $x = 0$, вторая — при $x = L$. Можно показать, что экспонента $e^{-x\sqrt{a+b}}$ уменьшится в e раз на расстоянии, не более чем $\lambda/2\pi$. Это значит, что вблизи одного зажима каната экспонентой противоположного зажима можно пренебрегать. Амплитуда A_0 по своей сути отражает начальные условия, т.е. зависит от интенсивности возбуждения колебаний или просто является масштабным коэффициентом. Поэтому в дальнейшем ее можно принять равной единице. Тогда выражение (13) для описания колебаний вблизи $x = 0$ можно трансформировать в простой и удобный для анализа вид:

$$U(x) = A_e e^{-x\sqrt{a+b}} + \sin(k \cdot x - \varphi). \quad (14)$$

Коэффициенты A_e и φ определяются, исходя из граничных условий неподвижности и отсутствия излома каната в точке зажима:

$$A_e = \sin(\varphi); \quad (15a)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}}. \quad (15b)$$

На рис. 12 проиллюстрирован характер зависимости (14). Исходя из полученного результата, становится понятно превышение длины канатов и положительные значения свободного члена Δ в уравнении (5), т.е. он является смещением синусоиды относительно случая с шарнирным креплением. Смещение $\Delta = \varphi\lambda/2\pi$ превышает экспериментальное значение полуволны $\lambda/2$ и при его умножении на номер гармоники также превышает расчетную длину каната. При регистрации координаты узловых точек второго, третьего и более высокого порядка ($m = 1, 2, \dots$) вклад смещения Δ в завышение длины каната должен снижаться кратно значению m , что находит подтверждение на рис. 11.

Дискретный набор частот колебаний стоячих волн будет определяться условием укладки в длину каната L за вычетом двух смещений Δ целого числа полуволн $\lambda/2$:

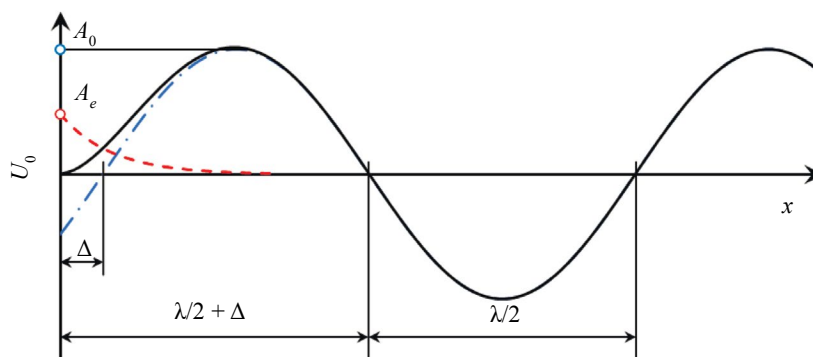


Рис. 12. Схема распределения амплитуды колебаний каната U_0 для случая его жесткого крепления.

$$L - 2\Delta = \frac{\lambda}{2}n. \quad (16)$$

После преобразований это выражение примет вид:

$$L = \frac{\pi\sqrt{2EI}}{\sqrt{\sqrt{F^2 + 16\pi^2 EI \cdot \tau \cdot v^2} - F}} \left(n + \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{\sqrt{\sqrt{F^2 + 16\pi^2 EI \cdot \tau \cdot v^2} - F}}{\sqrt{\sqrt{F^2 + 16\pi^2 EI \cdot \tau \cdot v^2} + F}} \right) \right). \quad (17)$$

Схемы конечных креплений канатов различны [12], одни из них можно рассматривать как шарнирные, другие — как консольные. Можно сделать обобщение на оба этих случая. Для этого обратимся к граничным условиям (8), где производная в конечных точках приравнялась нулю. Для случая консольного закрепления не сложно догадаться, что в уравнении (14) экспоненциальная компонента будет равна нулю и останется гармоническая функция. Тогда производная в точке $x = 0$ станет равной волновому числу k , т.е. для крепления промежуточной жесткости (между консольным и шарнирным) производная dU/dx в точках зажима будет иметь значение от 0 до k . Чтобы обобщить все эти случаи запишем граничные условия (8) следующим образом:

$$\frac{dU}{dx}_{x=0} = s \cdot k \quad \text{и} \quad \frac{dU}{dx}_{x=L} = s \cdot k, \quad (18)$$

где коэффициент s назовем «шарнирной гибкостью» крепления. При $s = 0$ — крепление консольное, при $s = 1$ — шарнирное. Тогда различным схемам крепления будет соответствовать свое значение s , и если, например, в креплении будут происходить какие-либо деградиционные процессы, то это значение будет расти. Если учесть граничное условие (18), то эквивалентом выражению (15б) станет уравнение:

$$\frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi) - s} = \frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}}. \quad (19)$$

С учетом (16) получим:

$$s = \cos \left(\frac{L}{2} \sqrt{b-a} - \frac{\pi}{2} n \right) - \frac{\sqrt{b+a}}{\sqrt{b-a}} \sin \left(\frac{L}{2} \sqrt{b-a} - \frac{\pi}{2} n \right). \quad (20)$$

Выразить аналитически зависимость частоты колебаний v от номера гармоники n из уравнения (20) нельзя, однако получить численное решение, например, в среде Mathcad, несложно. На рис. 13 приведен результат моделирования зависимости v^2/n^2 от n^2 путем решения выражения (20) для различных значений «шарнирной гибкости» s . Параметры моделирования близки к экспериментальным: $F = 400$ кН, $EI = 165$ кПа·м⁴, $L = 147$ м, $\tau = 30$ кг/м. Также учтены настройки виброанализатора: диапазон регистрации 25 Гц, 1600 линий дискретизации (N). Эта дискретность при малых частотах приводит к ощутимому разбросу значений v^2/n^2 (рис. 13). С ростом частоты влияние дискретности убывает.

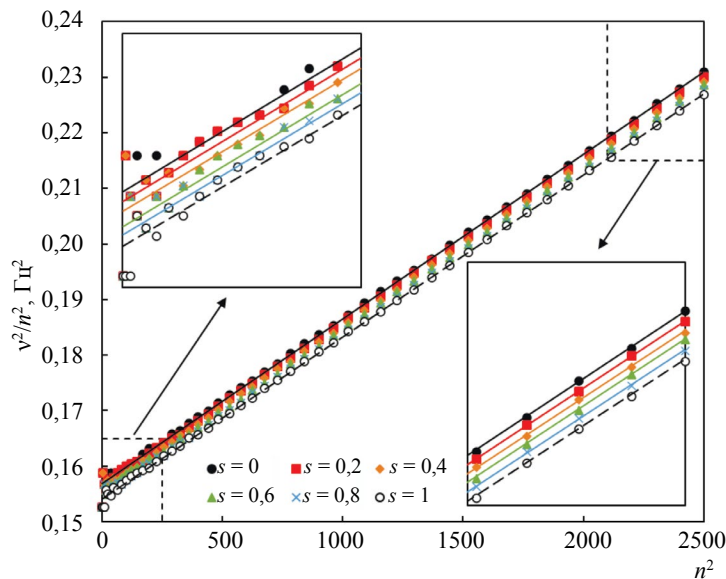


Рис. 13. Модельная зависимость v^2/n^2 от n^2 .

Влияние «шарнирной гибкости» s на зависимость $\frac{v^2}{n^2}(n^2)$ слабое (см. рис. 13). Если извлечь из модельных данных значения силы натяжения и изгибной жесткости согласно методике [9], то с ростом s они будут убывать, что изображено на рис. 14. Можем видеть также характер влияния дискретности измерения частоты. Для удобства восприятия приведены относительные значения этих величин:

$$\delta F = \frac{F_{\text{model}} - F_{\text{true}}}{F_{\text{true}}} \quad \text{и} \quad \delta EI = \frac{EI_{\text{model}} - EI_{\text{true}}}{EI_{\text{true}}}, \quad (21)$$

где индекс «model» означает модельное значение, индекс «true» — истинное.

В приведенном моделировании источником погрешности является только дискретность регистрации частоты. Если учесть остальные источники погрешностей, то для F и EI погрешность может достигать 5 и более процентов. В реальной ситуации параметр s вряд ли будет изменяться во всем возможном диапазоне, поэтому его изменение будет практически незаметно на фоне флуктуации других факторов.

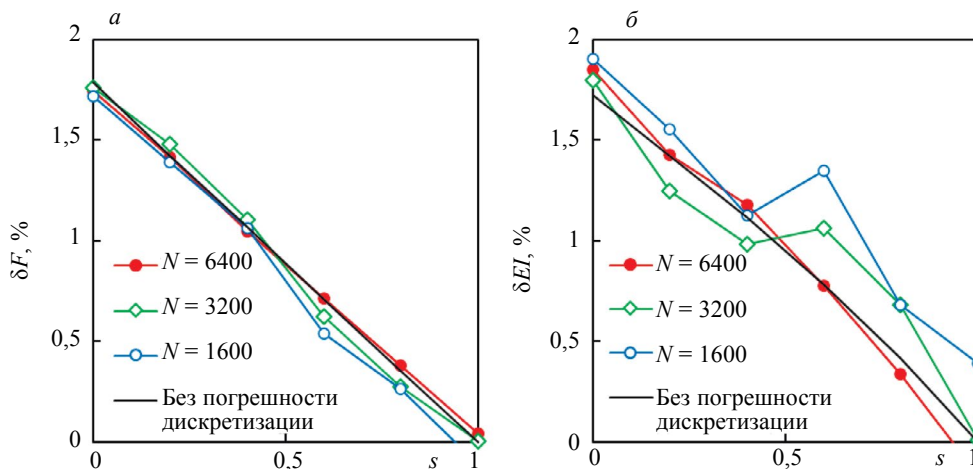


Рис. 14. Характер влияния параметра s на вычисленные значения силы натяжения (а) и изгибной жесткости (б) при различной дискретности регистрируемых частот.

Шарнирная гибкость по сравнению с силой натяжения и изгибной жесткостью является слабым параметром и при регистрации спектральной характеристики $v(n)$ приборами обычного класса точности не может быть выявлена. Эта «слабость» обусловлена локальностью влияния зажима. Область его влияния ($x \leq \lambda/2\pi$) по сравнению с длиной каната незначительна, тогда как сила и жесткость действуют по всей длине. Поэтому для осуществления мониторинга состояния каната в его зажиме требуется решить вопросы точности измерений и выявить особенности влияния внешних факторов. Кроме того, необходима разработка алгоритма извлечения искомым значений (F , EI , s) из массива экспериментальных данных $v(n)$ согласно зависимости (20).

Отметим также еще один возможный источник неточностей. Выше, коэффициент s был введен простым обобщением и подразумевался независимым от частоты, силы натяжения и изгибной жесткости. Никакого четкого физического смысла с позиции теории упругости дано не было. Поэтому при всей строгости математических выводов предложенная модель подлежит уточнению и экспериментальной апробации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обследование вантового моста в городе Тюмень позволило установить распределение сил натяжений канатов и выявило высокую значимость точного значения длин канатов для оценки их изгибной жесткости. Изгибная жесткость рассматривается как некоторый интегральный параметр целостности каната и может отслеживаться средствами мониторинга.

Предложена методика регистрации узловых гармоник, которая позволяет оценить длины канатов. По результатам оценки длин канатов обследованного моста обнаружена необходимость учета характера крепления канатов. Это было сделано введением дополнительного граничного условия. Обобщение различных вариантов крепления с помощью предложенного параметра s открывает возможность оценки состояния каната в его креплении.

Для целей создания мониторинговой системы с непрерывным определением силы натяжения и изгибной жесткости, включая также параметр s , требуется создание алгоритмов обработки спектральной функции $v(n)$ и повышенной точности измерения частоты колебаний.

Работа выполнена при поддержке Национального проекта «Наука и университеты» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (грант № FEWN- 2024-0005).

Выражаем благодарность специалисту второй категории кафедры Физики и приборостроения ТИУ Густову Юрию Геннадьевичу за помощь в проведении экспериментов, ведущему инженеру по техническому надзору МБУ «Тюменьгормост» Кузнецову Сергею Владимировичу за оперативное сопровождение работ и обеспечение их безопасного выполнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ли Б., Чжан Ц., Чен Ц. Неразрушающий контроль стальных тросов с использованием оптимизированного метода опорных векторов // Дефектоскопия. 2021. № 11. С. 49—59.
2. Павленко А.В., Короткий А.А., Пузин В.С., Хальфин М.Н., Медведев В.В., Щучкин Д.А. Устройства для неразрушающего контроля состояния стальных канатов // Горное оборудование и электромеханика. 2007. № 10. С. 42—47.
3. Меркурьев И.В., Хроматов В.Е. Разработка робототехнического комплекса для диагностики стальных тросов методом неразрушающего контроля // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2021. № 11. С. 60—62.
4. Семенов А.В. Вихретоковые проходные преобразователи для неразрушающего контроля замкнутых протяженных объектов // Контроль. Диагностика. 2022. Т. 25. № 10 (292). С. 4—11.
5. Семенов А.В., Слесарев Д.А. Неразрушающий контроль стальных канатов больших диаметров // Контроль. Диагностика. 2019. № 4. С. 20—27.
6. Слесарев Д.А., Воронцов А.Н. Вероятностные характеристики оценки прочности и ресурса стальных канатов по результатам дефектоскопии // Дефектоскопия. 2016. № 2. С. 55—62.
7. Сухоруков В.В. Техническая диагностика стальных канатов добывающей промышленности: от дефектоскопии к автоматизированному мониторингу // В мире неразрушающего контроля. 2019. Т. 22. № 3. С. 4—8.
8. Сухоруков В.В., Волоховский В.Ю., Воронцов А.Н., Цуканов В.В., Абакумов А.А. Диагностирование состояния и оценка остаточного ресурса канатов вантовых мостов // Дороги. Инновации в строительстве. 2021. № 98. С. 38—45.
9. Муратов К.Р., Новиков В.Ф., Кулак С.М., Соколов Р.А., Сафаргалиев Р.Ф., Мусихин С.А., Проботюк В.В. Учет жесткости стальных канатов при оценке силы их натяжения по результатам измерения частоты собственных колебаний // Дефектоскопия. 2023. № 2. С. 16—23.

10. Муратов К.Р., Шаропина И.А., Бевзюк И.С., Соколов Р.А., Проботюк В.В. Модель влияния дефекта каната на спектр его свободных поперечных колебаний // Дефектоскопия. 2023. № 11. С. 60—62.
11. Качурин В.К., Брагин А.В., Ерунов Б.Г. Проектирование висячих и вантовых мостов. М.: Транспорт, 1971. 280 с.
12. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1962. 456 с.
13. Малиновский В.А. Стальные канаты: аналитический справочник. Одесса: Астропринт, 2016. 252 с.

REFERENCES

1. Li Bing, Zhang J., Chen Q. Quantitative Nondestructive Testing of Steel Wire Rope Based on Optimized Support Vector Machine // Defectoskopiya. 2021. No. 11. P. 49—59. <https://doi.org/10.1134/S106183092111005X>
2. Pavlenko A.V., Korotkiy A.A., Puzin B.C., Khalfin M.N., Medvedev V.V., Shchuchkin D.A. Devices for nondestructive control of the steel ropes condition // Mining equipment and electromechanics. 2007. No. 10. P. 42—47. (In Russian).
3. Merkur'yev I.V., Khromatov V.E. Development of a robotic complex for diagnostic of steel cables by non-destructive testing method // Izvestiya Tula State University. Technical Sciences. 2021. No. 11. P. 60—62. (In Russian).
4. Semenov A.V. Encircling eddy current testing probes for non-destructive testing of closed linearly extended objects // Kontrol'. Diagn. 2022. No. 10. P. 4—11. <https://doi.org/10.14489/td.2022.10.pp.004-011>
5. Semenov A.V., Slesarev D.A. Nondestructive testing of strand ropes of large diameters // Kontrol'. Diagn. 2019. No. 4. P. 20—27. <https://doi.org/10.14489/td.2019.04.pp.020-027>
6. Slesarev D.A., Vorontsov A.N. The probabilistic characteristics of estimation of the residual strength and operation lifetime of steel wire rope based on the results of non-destructive testing // Defectoskopiya. 2016. No. 2. P. 55—62. <https://doi.org/10.1134/S1061830916020078>
7. Sukhorukov V.V. Technical diagnostics of steel ropes in extractive industry: from flaw detection to automated monitoring // NDT WORLD. 2019. V. 22. No. 3. P. 4—8. https://doi.org/10.12737/article_5d5fcca11f3624.52556014
8. Sukhorukov V.V., Volokhovskiy V.Y., Vorontsov A.N., Vorontsov A.N., Tsukanov V.V., Abakumov A.A. Condition diagnostics and residual life assessment of cable-stayed bridge ropes // Roads. Innovations in Construction. 2021. No. 98. P. 38—45. (In Russian).
9. Muratov K.R., Novikov V.F., Kulak S.M., Sokolov R.A., Safargaliev R.F., Musikhin S.A., Probotyuk V.V. Accounting for the Rigidity of Steel Cables When Assessing Their Tension Force Based on the Results of Measuring the Frequency of Natural Vibrations // Defectoskopiya. 2023. No. 2. P. 16—23. <https://doi.org/10.1134/S1061830923700250>
10. Muratov K.R., Sharopina I.A., Bevzyuk I.S., Sokolov R.A., Probotyuk V.V. Model of Influence of a Rope Defect on the Spectrum of its Free Transverse Vibrations // Defectoskopiya. 2023. No. 11. P. 60—62. (In Russian). <https://doi.org/10.31857/S0130308223110076>
11. Kachurin V.K., Bragin A.V., Erunov B.G. Design of suspension and cable-stayed bridges. M.: Transport, 1971. 280 p. (In Russian).
12. Rabotnov Yu.N. Soprotivlenie materialov (Resistance of Materials). M.: Fizmatgiz, 1962.
13. Malinovskii V.A. Stal'nie kanaty: analiticheskii spravochnik (Steel Ropes: An Analytical Reference Book). Odessa: Astroprint, 2016.