

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННЫХ ПРОЗРАЧНОСТЕЙ В СЧЕТНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДА ДУАЛЬНЫХ ЭНЕРГИЙ НА ОСНОВЕ АНАЛОГОВОГО АМПЛИТУДНОГО АНАЛИЗА ИСХОДНЫХ СИГНАЛОВ

© 2024 г. В.А. Удод^{1,*}, С.Э. Воробейчиков^{1,**}, С.П. Осипов^{2,***}

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия 634050 Томск, пр-т Ленина, 36

²Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия 634050 Томск, пр-т Ленина, 30

E-mail: *pr.udod@mail.ru; **sev@mail.tsu.ru; ***osip1809@rambler.ru

Поступила в редакцию 12.04.2024; после доработки 02.05.2024

Принята к публикации 03.05.2024

Приведена математическая модель радиационных прозрачностей в счетной реализации метода дуальных энергий на основе аналоговой дискриминации исходных сигналов. Обобщенная математическая модель радиационных прозрачностей в анализируемой реализации метода дуальных энергий базируется на аналоговом разделении исходных электрических сигналов с детектора рентгеновского излучения по амплитуде на низкоэнергетические и высокоэнергетические сигналы с последующим счетом этих сигналов. Аналоговое разделение выходных сигналов детектора рентгеновского излучения по амплитуде осуществляется с помощью двухканального амплитудного анализатора. Предложенная модель учитывает максимальную энергию рентгеновских фотонов, порог энергии для разделения сигналов на низкоэнергетические и высокоэнергетические сигналы, материалы и размеры чувствительных к радиации элементов детекторов, параметры объектов контроля. Модель может быть использована для проведения исследований по влиянию шумов, обусловленных квантовой природой рентгеновского излучения, на качество идентификации ослабляющего материала, например, по эффективному атомному номеру, применительно к рассматриваемой реализации метода дуальных энергий, а также для обоснованного выбора параметров соответствующих двухэнергетических систем цифровой радиографии и рентгеновской компьютерной томографии.

Ключевые слова: рентгеновское излучение, досмотровый контроль, цифровая радиография, счетный режим регистрации, амплитудный анализатор, атомный номер, распознавание материалов, метод дуальных энергий.

MATHEMATICAL MODELING OF RADIATION TRANSPARENCIES IN THE COUNTABLE IMPLEMENTATION OF THE DUAL ENERGY METHOD BASED ON ANALOG AMPLITUDE ANALYSIS OF ORIGINAL SIGNALS

© 2024 V.A. Udod^{1,*}, S.E. Vorobeychikov^{1,**}, S.P. Osipov^{2,***}

¹National Research Tomsk State University, Lenin Ave., 36, 634050, Tomsk, Russia

²National Research Tomsk Polytechnic University, Lenin Ave., 30, 634050, Tomsk, Russia

E-mail: *pr.udod@mail.ru; **sev@mail.tsu.ru; ***osip1809@rambler.ru

A mathematical model of radiation transparency in the computational implementation of the dual energy method based on analog discrimination of the original signals is given. The generalized mathematical model of radiation transparency in the analyzed implementation of the dual energy method is based on the analog separation of the initial electrical signals from the X-ray detector by amplitude into low-energy and high-energy signals with subsequent counting of these signals. Analog separation of the output signals of the X-ray detector by amplitude is carried out using a two-channel amplitude analyzer. The proposed model takes into account the maximum energy of X-ray photons, the energy threshold for separating signals into low-energy and high-energy signals, materials and sizes of radiation-sensitive detector elements, and parameters of control objects. The model can be used to conduct research on the influence of noise caused by the quantum nature of X-ray radiation on the quality of identification of the attenuating material, for example, by effective atomic number, in relation to the considered implementation of the dual energy method, as well as for a reasonable choice of parameters of the corresponding dual-energy digital radiography systems and X-ray computed tomography.

Keywords: X-ray radiation, inspection control, digital radiography, counting registration mode, amplitude analyzer, atomic number, material recognition, dual energy method.

DOI: 10.31857/S0130308224040049

ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе общественного развития для обеспечения комплексной транспортной и экономической безопасности при перевозке пассажиров, товаров, перемещении транспортных средств, почтовых и багажных отправок все более активную роль играет рентгеновский

досмотровый контроль [1—8], целями которого является обнаружение и распознавание запрещенных веществ, материалов и предметов. Номенклатура технических систем (комплексов), используемых для этих целей, является достаточно большой. В настоящее время сканирующие системы цифровой рентгенографии (ССЦР) продолжают лидировать среди технических средств таможенного и досмотрового контроля как по охвату объектов контроля, так и по его эффективности [1, 2, 9—11].

Формирование цифровых рентгенографических изображений в ССЦР сводится к сканированию объекта контроля (ОК) узким (коллимированным) веерным пучком рентгеновского излучения, которое в последствии регистрируется коллимированной линейкой (одномерным матричным массивом) детекторов [2, 9].

В настоящее время широко применяются багажные и транспортные системы досмотрового контроля, дополненные функцией распознавания материала ОК и их структурных фрагментов методом дуальных энергий (МДЭ) [1, 2, 10, 11]. Отмеченная функция существенно повышает информативную способность систем досмотрового контроля. В качестве параметра распознавания материала используют эффективный атомный номер материала (ЭАН) либо некоторую функцию от него [12—14]. На формальном уровне одновременные оценки ЭАН материала ОК и его массовой толщины являются решением системы двух неких нелинейных уравнений, формируемых для условно низких и условно высоких энергий рентгеновских фотонов [3, 5, 12, 13]. Левые и правые части упомянутых уравнений могут характеризовать те или иные параметры ослабления условно низкоэнергетических и условно высокоэнергетических рентгеновских фотонов. В качестве параметров, характеризующих ослабление рентгеновских фотонов объектом контроля, могут выступать, например, радиационные прозрачности ОК для условно низкоэнергетических и условно высокоэнергетических рентгеновских фотонов [9].

Всю совокупность технических реализаций МДЭ можно разделить по способу получения первичной информации об ослаблении рентгеновских фотонов условно «низкой» энергии и условно «высокой» энергии и по способу обработки первичной информации. К классическому способу получения первичной информации в МДЭ относится раздельное сканирование ОК узкими пучками рентгеновского излучения с «низкой» и «высокой» максимальными энергиями [15]. Этот способ отличается достаточно низкой производительностью и пригоден для источников рентгеновского излучения непрерывного действия. Для импульсных источников рентгеновского излучения, допускающих чередование импульсов с «низкой» и «высокой» максимальной энергией, реализация классического метода сводится к однократному сканированию ОК [16]. Одним из недостатков такого подхода является зависимость производительности контроля от частоты следования импульсов рентгеновского излучения. Более быстродействующий способ получения первичной информации в МДЭ связан с однократным сканированием ОК узким пучком рентгеновских фотонов с регистрацией их сэндвич-детекторами (передний детектор + ослабляющий фильтр + задний детектор), которые осуществляют мягкую селекцию (разделение) рентгеновских фотонов при их регистрации на фотоны с условно «низкой» энергией (первый детектор) и с условно «высокой» энергией (второй детектор) [15, 17—20].

Еще один подход к реализации МДЭ, связанный с однократным сканированием ОК узким пучком рентгеновского излучения и формированием первичной дуальной информации, базируется на аналоговом разделении по амплитуде электрических сигналов с выхода усилителя детектора на сигналы условно «низкой» энергии и условно «высокой» энергии. Указанная трансформация аналоговых сигналов для каждого отдельного элемента линейного детектора осуществляется с помощью специальных устройств — двухканальных амплитудных анализаторов. Отмеченный подход к формированию первичной дуальной информации в информационном отношении имеет потенциальное преимущество, в частности, по сравнению со схемой, где используются сэндвич-детекторы. Это обусловлено двумя факторами. Во-первых, в сэндвич-детекторе принципиально возможно «диффузное перемешивание» низко- и высокоэнергетической частей спектра излучения, а именно — высокоэнергетический фотон может поглотиться в переднем детекторе и, напротив, низкоэнергетический фотон, пусть и с малой вероятностью, может поглотиться в заднем детекторе. Это приводит к определенному искажению информации. Во-вторых, наличие промежуточного фильтра между передним и задним детекторами приводит к тому, что часть излучения просто поглощается без регистрации, что также приводит к потере информации.

Сформулируем цель наших исследований. Для теоретической оценки потенциальных возможностей схемы реализации МДЭ с двухканальными амплитудными анализаторами необходимо внести соответствующие усовершенствования, обусловленные введением этих элементов в схему ССЦР, в математические модели формирования исходной дуальной информации [19, 20] с учетом аналогового разделения электрических сигналов на сигналы, ассоциированные с фотонами с условно «низкой» энергией и условно «высокой» энергией. Далее отмеченные ус-

вершенствованные модели исходной дуальной информации должны быть трансформированы в математические модели радиационных прозрачностей ОК для сигналов с условно «низкой» энергией рентгеновских фотонов и условно «высокой» энергией рентгеновских фотонов.

На первом этапе приведем описание математической модели исходной дуальной информации для линейного детектора рентгеновского излучения, элементы которого сопряжены с двухканальными амплитудными анализаторами и счетчиками импульсов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ С ДЕТЕКТОРА, СОДЕРЖАЩЕГО ДВУХКАНАЛЬНЫЙ АНАЛОГОВЫЙ АМПЛИТУДНЫЙ АНАЛИЗАТОР

Для построения математической модели предположим, что используется ССЦР, содержащая линейку идентичных детекторов, каждый из которых сопряжен с двухканальным аналоговым амплитудным анализатором. Предположим также, что аналоговые сигналы с выходов двухканального аналогового амплитудного анализатора поступают на вход счетного устройства (счетчика импульсов). Амплитудный анализатор осуществляет аналоговую селекцию исходных импульсов по энергии. Схема формирования выходных цифровых сигналов для отдельного детектора из линейки приведена на рис. 1.

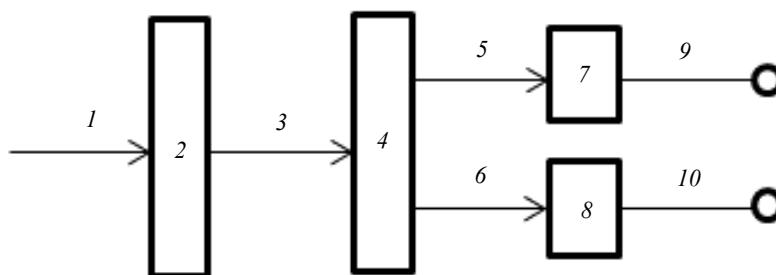


Рис. 1. Схема формирования цифровых сигналов для отдельного детектора из линейки, сопряженного с двухканальным аналоговым амплитудным анализатором:

1 — поток квантов рентгеновского излучения, падающих на детектор; 2 — детектор излучения; 3 — поток электрических импульсов на выходе детектора; 4 — аналоговый амплитудный анализатор; 5 — поток низкоэнергетических электрических импульсов; 6 — поток высокоэнергетических электрических импульсов; 7, 8 — устройство регистрации (счетчик импульсов); 9 — низкоэнергетический цифровой сигнал; 10 — высокоэнергетический цифровой сигнал.

Из аналитических соотношений, приведенных в [21, 22], и анализа схемы, изображенной на рис. 1, вытекает, что при наличии ОК число электрических импульсов $N_L(H)$ с канала амплитудного анализатора, ассоциированного с условно «низкой» энергией фотонов, и число электрических импульсов $N_H(H)$ с канала амплитудного анализатора, ассоциированного с условно «высокой» энергией фотонов, оцениваются по формулам:

$$N_L(H) = [\overline{N_L}(H) + \Phi_L(H)]; \quad N_H(H) = [\overline{N_H}(H) + \Phi_H(H)]; \quad (1)$$

$$\overline{N_L}(H) = C_{id} \int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE; \quad (2)$$

$$\overline{N_H}(H) = C_{id} \int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE. \quad (3)$$

Здесь $[\arg]$ — целая часть аргумента $\arg$; $\overline{N_L}(H)$, $\overline{N_H}(H)$ — средние значения цифровых сигналов $N_L(H)$ и $N_H(H)$; H — толщина ОК, см; $\Phi_L(H)$, $\Phi_H(H)$ — шумы, обусловленные квантовой природой рентгеновского излучения, со средними значениями $\overline{\Phi_L}(H)$, $\overline{\Phi_H}(H)$ и дисперсиями $\sigma^2(\Phi_L(H))$, $\sigma^2(\Phi_H(H))$, оцениваемыми по формулам:

$$\overline{\Phi_L}(H) = 0, \quad \overline{\Phi_H}(H) = 0; \quad (4)$$

$$\sigma^2(\Phi_L(H)) = \sigma^2(N_L(H)) = C_{id} \int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE; \quad (5)$$

$$\sigma^2(\Phi_H(H)) = \sigma^2(N_H(H)) = C_{id} \int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE, \quad (6)$$

где $C_{id} = C_{id0}T$ — параметр, характеризующий систему контроля, а

$$C_{id0} = \frac{\psi(\Omega_{det})}{F^2} S \quad (7)$$

— вероятность попадания фотона, излученного источником, на фронтальную поверхность элемента детектора при отсутствии ОК; Ω_{det} — вектор направление луча фотонов от источника на центр фронтальной поверхности детектора; $\psi(\Omega)$ — распределение числа фотонов, излучаемых источником по направлениям Ω ; S — площадь эффективной фронтальной поверхности чувствительного к радиации элемента детектора; T — время формирования аналогового сигнала; F — расстояние от центра фокусного пятна источника излучения до центра фронтальной поверхности детектора; E_{max} — максимальная энергия рентгеновских фотонов, МэВ; E_{thr} — энергетический эквивалент порога аналогового амплитудного анализатора $U_{thr} = \gamma_c E_{thr}$, установленного в анализаторе для разделения суммарного потока электрических импульсов на промежуточном выходе детектора на потоки аналоговых сигналов с условно «низкой» и «высокой» энергией, попадающих на соответствующие счетчики импульсов, на выходе которых и оценивается число фотонов $N_L(H)$ и $N_H(H)$, зарегистрированных на промежутке $[0, T]$, с условно «низкой» и «высокой» энергией; γ_c — коэффициент преобразования энергии рентгеновских фотонов, зарегистрированных детектором, в электрический заряд, Кл/МэВ; $g(E, E_{max}) = dN/dE$ — нормированное распределение числа фотонов по энергии, $1/(МэВ \cdot с)$; $m(E, Z)$ — массовый коэффициент ослабления (МКО) гамма-излучения с энергией E для материала ОК, $см^2/г$; Z — эффективный атомный номер материала ОК; ρ — плотность материала ОК, $г/см^3$; ρH — массовая толщина ОК, $г/см^2$;

$$\varepsilon(E) = 1 - \exp(-m(E, Z_{det})\rho_{det}H_{det}) \quad (8)$$

— эффективность регистрации детектором гамма-квантов с энергией E ; Z_{det} , ρ_{det} , H_{det} — атомный номер, плотность и толщина радиационно-чувствительного элемента детектора.

Напомним, что итоговые цифровые сигналы $N_L(H)$ и $N_H(H)$ имеют следующий физический смысл: $N_L(H)$ — количество рентгеновских фотонов из энергетического диапазона $[0, E_{thr}]$, регистрируемых детектором за время T при наличии ОК толщиной H ; $N_H(H)$ — количество рентгеновских фотонов из энергетического диапазона $(E_{thr}, E_{max}]$, регистрируемых детектором за время T при наличии ОК толщиной H . Соответственно при этом: $N_L(H)$ — среднее значение цифрового сигнала $N_L(H)$; $N_H(H)$ — среднее значение цифрового сигнала $N_H(H)$.

Средние значения и дисперсии цифровых сигналов $N_L(0)$ и $N_H(0)$ в случае отсутствия ОК находятся из формул (2), (3), (7), (8) с помощью подстановки $H = 0$.

Набор выражений (1)—(8) является усовершенствованием математической модели процесса формирования цифровых сигналов $N_L(H)$ и $N_H(H)$ с учетом аналогового разделения исходных электрических сигналов с детектора рентгеновского излучения по амплитуде на условно низкоэнергетические и условно высокоэнергетические импульсы с последующим счетом этих импульсов. Аналоговое разделение выходных сигналов детектора рентгеновского излучения по амплитуде осуществляется с помощью двухканального амплитудного анализатора.

Отмеченная предложенная модель формирования исходной дуальной информации позволяет получить сведения о различии ослабления рентгеновского излучения в двух энергетических диапазонах, поэтому может служить основой для уточнения математической модели оценки радиационных прозрачностей ОК [20] применительно к аналоговому разделению исходных (первичных) сигналов с детектора фотонов по амплитуде на условно низкоэнергетические и условно высокоэнергетические сигналы (импульсы) с последующим их счетом.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРИБОРНОЙ ОЦЕНКИ РАДИАЦИОННОЙ ПРОЗРАЧНОСТИ ОБЪЕКТА КОНТРОЛЯ ДЛЯ АНАЛИЗИРУЕМОГО ВАРИАНТА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СЕЛЕКЦИИ

Радиационная прозрачность объекта контроля является одним из параметров, характеризующих процесс ослабления гамма- или рентгеновского излучения. Традиционно это понятие связывают с вероятностью прохождения фотонами ОК без взаимодействия [9, 23, 24]. Так как оценка радиационной прозрачности применительно к МДЭ зависит от режима регистрации рентгеновских фотонов, параметров радиационно-чувствительных элементов детекторов и варианта энергетической селекции, то такую оценку логично называть приборной. Приборная

оценка радиационной прозрачности ОК по определению равна отношению цифрового сигнала с детектора, расположенного за ОК, к цифровому сигналу в случае отсутствия объекта при одних и тех же условиях измерения. Используя данное определение и математическую модель цифровых сигналов с детектора для рассматриваемого варианта энергетической селекции, можно получить соответствующие формулы для приборной оценки радиационных прозрачностей d_L , d_H для фотонов с условно «низкой» и с условно «высокой» энергией. Упомянутые формулы выглядят следующим образом:

$$d_L = \frac{N_L(H)}{N_L(0)} = \frac{\overline{N_L(H)} + \Phi_L(H)}{\overline{N_L(0)} + \Phi_L(0)}; \quad (9)$$

$$d_H = \frac{N_H(H)}{N_H(0)} = \frac{\overline{N_H(H)} + \Phi_H(H)}{\overline{N_H(0)} + \Phi_H(0)}. \quad (10)$$

Для оценки итоговых цифровых сигналов $N_L(0)$ и $N_H(0)$, ассоциированных с условно «низкой» энергией и с условно «высокой» энергией, на практике можно использовать их выборочные средние значения, которые оцениваются экспериментально по выборкам большого объема. Для выборок большого объема и соблюдения неравенств $N_L(0) \gg 1$ и $N_H(0) \gg 1$ дисперсиями выборочных средних $\overline{N_L(0)}$ и $\overline{N_H(0)}$ допустимо пренебречь. Условия $N_L(0) \gg 1$ и $N_H(0) \gg 1$ необходимы для предотвращения так называемого «квантового голодания». Из сказанного выше следует, что

$$N_L(0) \approx \overline{N_L(0)}, \quad N_H(0) \approx \overline{N_H(0)}. \quad (11)$$

Формула (11) эквивалентна следующей:

$$\Phi_L(0) \approx 0, \quad \Phi_H(0) \approx 0. \quad (12)$$

Выражения (9), (10) с учетом (11), (12) примут вид:

$$d_L \approx \frac{N_L(H)}{N_L(0)} = \frac{\overline{N_L(H)} + \Phi_L(H)}{\overline{N_L(0)}} = \frac{\overline{N_L(H)}}{\overline{N_L(0)}} + \frac{\Phi_L(H)}{\overline{N_L(0)}} = d_{Ll} + \Phi_{dL}; \quad (13)$$

$$d_H \approx \frac{N_H(H)}{N_H(0)} = \frac{\overline{N_H(H)} + \Phi_H(H)}{\overline{N_H(0)}} = \frac{\overline{N_H(H)}}{\overline{N_H(0)}} + \frac{\Phi_H(H)}{\overline{N_H(0)}} = d_{Hl} + \Phi_{dH}, \quad (14)$$

где d_{Ll} и d_{Hl} — средние значения приборных оценок радиационных прозрачностей ОК для фотонов с условно «низкой» и с условно «высокой» энергией; Φ_{dL} и Φ_{dH} — шумы приборных оценок радиационных прозрачностей ОК, обусловленные квантовой природой рентгеновского излучения, для цифровых сигналов, ассоциированных с условно «низкой» и с условно «высокой» энергией рентгеновских фотонов.

Поясним физический смысл величин d_L , d_{Ll} в (13) и d_H , d_{Hl} в (14). Под d_L , d_{Ll} будем понимать экспериментальную и теоретическую приборные оценки радиационных прозрачностей ОК для цифровых сигналов, ассоциированных с условно «низкой» энергией, а под d_H , d_{Hl} — экспериментальную и теоретическую приборные оценки радиационных прозрачностей ОК для цифровых сигналов, ассоциированных с условно «высокой» энергией.

Для проведения анализа влияния параметров излучения, детектора и ОК на величину и точность приборных оценок радиационных прозрачностей ОК, а также последующего определения информативных параметров рассматриваемой реализации МДЭ, необходима развернутая аналитическая запись соответствующих уравнений связи. Упомянутые уравнения связи выводятся из формул (2), (13) и (3), (14):

$$d_{Ll} = \frac{\int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE}{\int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \varepsilon(E) dE}; \quad (15)$$

$$d_{IH} = \frac{\int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE}{\int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \varepsilon(E) dE}. \quad (16)$$

Из анализа уравнений (15) и (16) теоретическим приборным оценкам радиационных прозрачностей можно придать следующий теоретикопровероятностный смысл: d_{IL} — вероятность того, что фотон из энергетического диапазона $[0, E_{thr}]$, испущенный источником в сторону детектора, пройдет через ОК без взаимодействия и будет зарегистрирован детектором; d_{IH} — вероятность того, что фотон из энергетического диапазона $(E_{thr}, E_{max}]$, испущенный источником в сторону детектора, пройдет через ОК без взаимодействия и будет зарегистрирован детектором.

Развернутые выражения для вычисления средних значений шумов $\bar{\Phi}_{dL}$, $\bar{\Phi}_{dH}$ и дисперсий шумов $\sigma^2\Phi_{dL}$, $\sigma^2\Phi_{dH}$ приборных оценок радиационных прозрачностей выводятся из формул (2)—(7), (13), (14) и выглядят следующим образом:

$$\bar{\Phi}_{dL} = 0; \quad \bar{\Phi}_{dH} = 0; \quad (17)$$

$$\sigma^2(\Phi_{dL}) = \frac{\sigma^2[\Phi_L(H)]}{[\bar{N}_L(0)]^2} = \frac{\int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE}{C_{id} \left[\int_0^{E_{thr}} g(E, E_{max}) \varepsilon(E) dE \right]^2}; \quad (18)$$

$$\sigma^2(\Phi_{dH}) = \frac{\sigma^2[\Phi_H(H)]}{[\bar{N}_H(0)]^2} = \frac{\int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE}{C_{id} \left[\int_{E_{thr}}^{E_{max}} g(E, E_{max}) \varepsilon(E) dE \right]^2}. \quad (19)$$

Совокупность формул (13)—(19) определяет математическую модель приборных оценок радиационных прозрачностей ОК для низко- и высокоэнергетических сигналов для рассматриваемого варианта энергетической селекции. Вместе с тем для полноты описания данной модели целесообразно исследовать статистическую взаимосвязь исследуемых цифровых сигналов, поскольку это имеет существенное значение, в частности, для корректного проведения численных экспериментов на основе этой модели.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НИЗКО- И ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ СИГНАЛАМИ

Для удобства проведения дальнейших преобразований введем обозначения:

$$G(E, E_{max}; H) = C_{id0} g(E, E_{max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E)$$

— числовой энергетический спектр фотонов излучения, регистрируемых детектором в единицу времени при наличии ОК, $1/(\text{МэВ} \cdot \text{с})$;

$$\lambda = \int_0^{E_{max}} G(E, E_{max}; H) dE$$

— интенсивность потока импульсов на выходе элемента детектора при наличии ОК, $1/\text{с}$;

$$f(E) = \frac{G(E, E_{\max}; H)}{\int_0^{E_{\max}} G(E, E_{\max}; H) dE} = \frac{g(E, E_{\max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E)}{\int_0^{E_{\max}} g(E, E_{\max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) \varepsilon(E) dE} \quad (20)$$

— плотность распределения энергии зарегистрированного детектором фотона излучения при наличии ОК;

$$A_i = \gamma_c E_{ab}(E_i) \quad (21)$$

— амплитуда электрического импульса, соответствующая поглощенной энергии $E_{ab}(E_i)$ зарегистрированного детектором в момент времени t_i фотона с энергией E_i .

Далее ограничимся случаем, когда каждый из отдельных детекторов линейки представляет собой детектор полного поглощения, что в физическом отношении вполне оправдано из соображений полноты использования падающего на детектор излучения. Тогда

$$\varepsilon(E) = 1; \quad E_{ab}(E_i) = E_i.$$

Соответственно при этом формулы (20) и (21) преобразуются к виду:

$$f(E) = \frac{g(E, E_{\max}) \exp(-m(E, Z)\rho H)}{\int_0^{E_{\max}} g(E, E_{\max}) \exp(-m(E, Z)\rho H) dE};$$

$$A_i = \gamma_c E_i. \quad (22)$$

Для исследования статистической взаимосвязи между низко- и высокоэнергетическими сигналами целесообразно проанализировать сам процесс на выходе детектора, поскольку именно из него в последующем и формируются эти сигналы.

Согласно [25—27], процесс на выходе детектора излучения представляет собой случайный поток электрических импульсов, который может быть описан следующим образом:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^N A_i \delta(t - t_i), \quad (23)$$

здесь N — случайное число импульсов на выходе детектора на промежутке измерения (регистрации) излучения $[0, T]$; $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака.

Величины в правой части (23) имеют следующий теоретиковеяроятностный смысл [26, 27]: N — случайная величина, которая распределена по Пуассону с параметром L , $L = \lambda T$; A_i ($i = 1, 2, \dots, N$) — последовательность амплитуд электрических импульсов, которые являются взаимно независимыми случайными величинами с одинаковым распределением; последовательность времен $\{t_i\}$ образует пуассоновский поток событий с интенсивностью λ .

На выходе двухканального амплитудного анализатора формируются низко- $Z_L(t)$ и высокоэнергетический $Z_H(t)$ потоки электрических импульсов:

$$Z_L(t) = \sum_{i=1}^N A_i I\{A_i \leq A_{\text{thr}}\} \delta(t - t_i);$$

$$Z_H(t) = \sum_{i=1}^N A_i I\{A_i > A_{\text{thr}}\} \delta(t - t_i).$$

Здесь $I\{A_i \leq A_{\text{thr}}\}$ и $I\{A_i > A_{\text{thr}}\}$ — индикаторы событий $\{A_i \leq A_{\text{thr}}\}$ и $\{A_i > A_{\text{thr}}\}$ соответственно.

Сформированные на выходе амплитудного анализатора в течение промежутка времени $[0, T]$ импульсы подсчитываются на соответствующих устройствах. При этом различие в амплитудах импульсов не принимается во внимание (игнорируется).

Формально данная процедура регистрации излучения может быть описана следующим образом. Сначала потоки $Z_L(t)$ и $Z_H(t)$ путем замены в них множителей A_i ($i = 1, 2, \dots, N$) на 1 преобразуются в потоки $\hat{Z}_L(t)$ и $\hat{Z}_H(t)$ соответственно:

$$\hat{Z}_L(t) = \sum_{i=1}^N I\{A_i \leq A_{\text{thr}}\} \delta(t - t_i);$$

$$\hat{Z}_H(t) = \sum_{i=1}^N I\{A_i > A_{\text{thr}}\} \delta(t - t_i).$$

Затем потоки $\hat{Z}_L(t)$ и $\hat{Z}_H(t)$ интегрируются на промежутке $[0, T]$, в результате чего и получаются низко- и высокоэнергетический цифровые сигналы:

$$N_L(H) = \int_0^T \hat{Z}_L(t) dt = \sum_{i=1}^N I\{A_i \leq A_{\text{thr}}\}; \quad (24)$$

$$N_H(H) = \int_0^T \hat{Z}_H(t) dt = \sum_{i=1}^N I\{A_i > A_{\text{thr}}\}. \quad (25)$$

Из (24), (25) следует, что в теоретиковеяроятностном отношении низко- и высокоэнергетический цифровые сигналы представляют собой суммы случайного числа случайных слагаемых.

С учетом равенства $A_{\text{thr}} = \gamma_c E_{\text{thr}}$ и (22) формулы (24) и (25) примут вид:

$$N_L(H) = \sum_{i=1}^N I\{E_i \leq E_{\text{thr}}\}; \quad (26)$$

$$N_H(H) = \sum_{i=1}^N I\{E_i > E_{\text{thr}}\}. \quad (27)$$

Для краткости описания последующих выкладок введем дополнительные обозначения:

$$X = N_L(H); \quad Y = N_H(H); \quad (28)$$

$$X_i = I\{E_i \leq E_{\text{thr}}\} = \begin{cases} 1, & E_i \leq E_{\text{thr}} \\ 0, & E_i > E_{\text{thr}} \end{cases} = \begin{cases} 1, & 0 \leq E_i \leq E_{\text{thr}} \\ 0, & E_{\text{thr}} < E_i \leq E_{\text{max}} \end{cases}; \quad (29)$$

$$Y_i = I\{E_i > E_{\text{thr}}\} = \begin{cases} 1, & E_i > E_{\text{thr}} \\ 0, & E_i \leq E_{\text{thr}} \end{cases} = \begin{cases} 1, & E_{\text{thr}} < E_i \leq E_{\text{max}} \\ 0, & 0 \leq E_i \leq E_{\text{thr}} \end{cases}, \quad (30)$$

$$p = \int_0^{E_{\text{thr}}} f(E) dE$$

— вероятность того, что при наличии ОК энергия, зарегистрированного детектором кванта, находится в низкоэнергетическом диапазоне $[0, E_{\text{thr}}]$;

$$q = 1 - p = \int_{E_{\text{thr}}}^{E_{\text{max}}} f(E) dE$$

— вероятность того, что при наличии ОК энергия зарегистрированного детектором кванта находится в высокоэнергетическом диапазоне $(E_{\text{thr}}, E_{\text{max}}]$.

Из (26) — (30) получаем:

$$X = \sum_{i=1}^N X_i; \quad Y = \sum_{i=1}^N Y_i. \quad (31)$$

Таким образом, задача выявления статистической взаимосвязи между сигналами $N_L(H)$ и $N_H(H)$ свелась к эквивалентной задаче — выявлению указанной взаимосвязи между случайными величинами X и Y , описываемыми формулами (29), (30) и (31).

Отметим очевидные, но важные свойства случайных величин $X_i, Y_i (i = 1, 2, \dots, N)$:

$$X_i + Y_i = 1 (i = 1, 2, \dots, N); \quad X_i Y_i = 0 (i = 1, 2, \dots, N).$$

Наряду с этим, вследствие независимости как процессов испускания отдельных фотонов источником излучения, так и процессов их прохождения через вещество, для данных случайных величин будут также справедливы и следующие свойства:

- $X_i Y_i (i = 1, 2, \dots, N)$ не зависят от N ;
- $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$ не зависят от $Y_j (j = 1, 2, \dots, N)$ при $i \neq j$;
- $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$ независимы друг от друга и имеют одинаковое распределение;
- $Y_i (i = 1, 2, \dots, N)$ независимы друг от друга и имеют одинаковое распределение.

Закон распределения $X_i (i = 1, 2, \dots, N)$ имеет вид:

$$P\{X_i = 0\} = q; P\{X_i = 1\} = p. \quad (32)$$

Закон распределения $Y_i (i = 1, 2, \dots, N)$ имеет вид:

$$P\{Y_i = 0\} = p; P\{Y_i = 1\} = q. \quad (33)$$

Из свойств анализируемых случайных величин $X_i, Y_i (i = 1, 2, \dots, N)$, законов распределения (32), (33) и теорем из [28, 29] следует, что случайные величины X и Y распределены по Пуассону с параметрами L_L и L_H :

$$L_L = \lambda T p; \quad L_H = \lambda T q.$$

В [30] сформулирована и доказана теорема о независимости потоков, формируемых в результате вероятностного раздвоения пуассоновского потока. Из данной теоремы, в частности, следует, что рассматриваемые нами случайные величины X и Y являются независимыми.

Таким образом, из результатов проведенных исследований вытекает, что низкоэнергетический цифровой сигнал $N_L(H)$ и высокоэнергетический цифровой сигнал $N_H(H)$ являются независимыми случайными величинами, распределенными по Пуассону с параметрами L_L и L_H соответственно. При этом очевидно, что $L_L = \bar{N}_L(H)$, $L_H = \bar{N}_H(H)$ (в чем также легко убедиться, учитывая формулы, описывающие параметры $L_L, L_H, \lambda, T, p, q$). Заметим также, учитывая (13) и (14), что из независимости сигналов $N_L(H)$ и $N_H(H)$ следует независимость приборных оценок радиационных прозрачностей d_L и d_H равно как и шумов Φ_{dL} и Φ_{dH} . Что же касается законов распределения прозрачностей d_L и d_H (шумов Φ_{dL} и Φ_{dH}), то в соответствии с (13) и (14) они будут однозначно определяться по известным законам распределения сигналов $N_L(H)$ и $N_H(H)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена одна из схем реализации метода дуальных энергий, заключающаяся в однократном сканировании объекта контроля узким пучком рентгеновского излучения с аналоговой энергетической селекцией регистрируемых фотонов с помощью двухканального аналогового амплитудного анализатора с последующим счетом электрических импульсов с элемента детектора. При этом на выходе одного из каналов каждого амплитудного анализатора, дополненного счетчиком импульсов, формируется низкоэнергетический цифровой сигнал, а на выходе другого — высокоэнергетический цифровой сигнал. Представлена и исследована математическая модель формирования дуальных цифровых сигналов для анализируемой реализации метода дуальных энергий. На ее основе построена математическая модель приборных оценок радиационных прозрачностей объекта контроля, соответствующих условно «низкой» и условно «высокой» энергии рентгеновского излучения.

Модели могут быть использованы для проведения исследований по влиянию шумов, обусловленных квантовой природой рентгеновского излучения, на качество идентификации ослабляющего материала, например, по эффективному атомному номеру, применительно к рассматриваемой реализации метода дуальных энергий, а также для обоснованного выбора параметров соответствующих двухэнергетических систем цифровой радиографии и рентгеновской компьютерной томографии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках Государственного задания «Наука», проект № FSWW-2023-0004.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Khan S.U., Khan I.U., Ullah I., Saif N., Ullah I. A review of airport dual energy X-ray baggage inspection techniques: image enhancement and noise reduction // *Journal of X-ray Science and Technology*. 2020. V. 28. No. 3. P. 481—505. <https://doi.org/10.3233/XST-200663>
2. Yalçın O., Reyhancan I.A. Detection of explosive materials in dual-energy X-Ray security systems // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2022. V. 1040. Article ID 167265. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2022.167265>
3. Chang C.H., Ni Y.C., Tseng S.P. Calculation of effective atomic numbers using a rational polynomial approximation method with a dual-energy X-ray // *Journal of X-Ray Science and Technology*. 2021. V. 29. No. 2. P. 317—330. <https://doi.org/10.3233/xst-200790>
4. Yim C.W., Hong S.G. A MCNP simulation for a new dual-energy dual-beam X-ray inspection method using multi-angle Compton scattering to determine the effective atomic number of explosives // *Radiation Physics and Chemistry*. 2022. V. 195. Article ID 110084. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2022.110084>
5. Duvillier J., Dierick M., Dhaene J., Van Loo D., Masschaele B., Geurts R., Hoorebeke L.V., Boone M.N. Inline multi-material identification via dual energy radiographic measurements // *NDT & E International*. 2018. V. 94. P. 120—125. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.01.002>
6. Cordova A. Technologies for primary screening in aviation security // *Journal of Transportation Security*. 2022. V. 15. No. 3-4. P. 141—159. <https://doi.org/10.1007/s12198-022-00248-8>
7. Linardatos D., Koukou V., Martini N., Konstantinidis A., Bakas A., Fountos G., Valais I., Michail C. On the response of a micro non-destructive testing X-ray detector // *Materials*. 2021. V. 14. P. 888. <https://doi.org/10.3390/ma14040888>
8. Vukadinovic D., Anderson D. X-ray baggage screening and AI, EUR 31123 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022. <http://dx.doi.org/10.2760/46363>
9. Osipov S.P., Udod V.A., Wang Y. Identification of materials in X-Ray inspections of objects by the dual-energy method // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2017. V. 53. No. 8. P. 568—587. <https://doi.org/10.1134/S1061830917080058> [Осипов С.П., Удод В.А., Ван Я. Распознавание материалов методом дуальных энергий при радиационном контроле объектов // *Дефектоскопия*. 2017. № 8. С. 33—56.]
10. Kayalvizhi R., Malarvizhi S., Topkar A., Vijayakumar P. Raw data processing techniques for material classification of objects in dual energy X-ray baggage inspection systems // *Radiation Physics and Chemistry*. 2022. V. 193. Article ID 109512. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109512>
11. Mamchur D., Peksa J., Le Clainche S., Vinuesa R. Application and advances in radiographic and novel technologies used for non-intrusive object inspection // *Sensors*. 2022. V. 22. No. 6. Article ID 2121. <https://doi.org/10.3390/s22062121>
12. Alvarez R.E. Invertibility of the dual energy x-ray data transform // *Medical Physics*. 2019. V. 46. No. 1. P. 93—103. <https://doi.org/10.1002/mp.13255>
13. Osipov S., Chakhlov S., Udod V., Usachev E., Schetinkin S., Kamysheva E. Estimation of the effective mass thickness and effective atomic number of the test object material by the dual energy method // *Radiation Physics and Chemistry*. 2020. V. 168. Article ID 108543. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2019.108543>
14. Zhang Y., Kong W., Li D., Liu X. On using XMC R-CNN model for contraband detection within X-ray baggage security images // *Mathematical Problems in Engineering*. 2020. V. 2020. Article ID 1823034. <https://doi.org/10.1155/2020/1823034>
15. Огородников С.А. Распознавание материалов при радиационном таможенном контроле на базе линейного ускорителя электронов / Дис. ... канд. техн. наук. Санкт-Петербург. 2002. 121 с.
16. Свистунов Ю.А., Ворогушин М.Ф., Петрунин В.И., Сидоров А.В., Гавриш Ю.Н., Фиалковский А.М. Развитие работ по созданию рентгеновских и ядерно-физических инспекционных комплексов в НИИЭФА им. Д.В. Ефремова // *Problems of atomic science and technology*. 2006. No 3. P. 171—173.
17. Заявка 2458408. Европейское патентное ведомство, МПК G01V 5/00. Dual-energy X-ray body scanning device and image processing method. Chen Xue Liang, Chen Li, Huo Mei Chun, Yang Li Rui, Dong Ming Wen, Kong Wei Wu, Yang XiaoYue, Xue Kai, Li Yong Qing, Li Guang Qing, Zhao Lei; BEIJING ZHONGDUN ANMIN ANALYSIS TECHNOLOGY CO LTD, FIRST RES INST OF MINISTRY OF PUBLIC SECURITY OF P R C. № 11167491. Заявл. 25.05.2011. Оpubл. 30.05.2012.
18. Fredenberg E. Spectral and dual-energy X-ray imaging for medical applications // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2018. V. 878. P. 74—87. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.07.044>
19. Udod V.A., Osipov S.P., Nazarenko S.Yu. Algorithm for Evaluating Errors in Recognition of Materials in X-Ray Testing System Containing X-Ray Sandwich Detectors // *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2022. V. 58. No. 1. P. 46—56. <https://doi.org/10.1134/S1061830922010065>

[Удод В.А., Осипов С.П., Назаренко С.Ю. Алгоритм оценки погрешностей при распознавании материалов в системе рентгеновского контроля, содержащей сэндвич-детекторы излучения // Дефектоскопия. 2022. № 1. С. 40—51.]

20. Udod V.A., Vorobeichikov S.E., Nazarenko S.Y. Mathematical models of radiation transparency of test objects when using sandwich X-ray radiation detectors // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2020. V. 56. No. 2. P. 161—170. <https://doi.org/10.1134/S1061830920020096> [Удод В.А., Воробейчиков С.Э., Назаренко С.Ю. Математические модели радиационных прозрачностей объекта контроля при использовании сэндвич-детекторов рентгеновского излучения // Дефектоскопия. 2020. № 2. С. 31—41.]

21. Udod V.A., Osipov S.P., Wang Y. Estimating the influence of quantum noises on the quality of material identification by the dual-energy method // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2018. V. 54. No. 8. P. 585—600. <https://doi.org/10.1134/S1061830918080077> [Удод В.А., Осипов С.П., Ван Я. Оценка влияния квантовых шумов на качество распознавания материалов методом дуальных энергий // Дефектоскопия. 2018. № 8. С. 50—65.]

22. Марчук Г.И., Орлов В.В. К теории сопряженных функций / В кн.: Нейтронная физика. Сб. статей. Под ред. П.А. Крупчинского. М.: Атомиздат, 1961. С. 30—45.

23. Гавриш Ю.Н., Бердников Я.А., Спиринов Д.О., Передерий А.Н., Сафонов М.В., Романов И.В. Программный комплекс для восстановления интроскопических изображений с использованием метода дуальной энергии // Problems of atomic science and technology. 2010. № 3. Series: Nuclear Physics Investigations (54). P. 123—125.

24. Rogers T.W., Jaccard N., Griffin L.D. A deep learning framework for the automated inspection of complex dual-energy x-ray cargo imagery. — Anomaly Detection and Imaging with X-Rays (ADIX) II // International Society for Optics and Photonics. 2017. V. 10187. No. Article 101870L.

25. Горбунов В.И., Покровский А.В. Радиометрические системы радиационного контроля. М.: Атомиздат, 1979. 224 с.

26. Тарасов Г.П. Статистические методы обработки информации в системах измерения ионизирующего излучения. М.: Атомиздат, 1980. 208 с.

27. Solodushkin V.I., Udod V.A., Klimenov V.A., Temnik A.K. Optimal evaluation of radiometric signal intensity for the count-time radiation recording mode // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2012. V. 48. No. 9. P. 505—510. [Солодушкин В.И., Удод В.А., Клименов В.А., Темник А.К. Оптимальная оценка интенсивности радиометрического сигнала для счетно-временного режима регистрации излучения // Дефектоскопия. 2012. № 9. С. 3—9.]

28. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. Издание второе. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. 368 с.

29. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 480 с.

30. Цицаишвили Г.Ш. Пуассоновские потоки в системе с повторным обслуживанием // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 4 (37). С. 83—88.

REFERENCES

1. Khan S.U., Khan I.U., Ullah I., Saif N., Ullah I. A review of airport dual energy X-ray baggage inspection techniques: image enhancement and noise reduction // Journal of X-ray Science and Technology. 2020. V. 28. No. 3. P. 481—505. <https://doi.org/10.3233/XST-200663>

2. Yalçın O., Reyhancan I.A. Detection of explosive materials in dual-energy X-Ray security systems // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2022. V. 1040. P. 167265. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2022.167265>. EDN: HMLQTK.

3. Chang C.H., Ni Y.C., Tseng S.P. Calculation of effective atomic numbers using a rational polynomial approximation method with a dual-energy X-ray // Journal of X-Ray Science and Technology. 2021. V. 29. No. 2. P. 317—330. <https://doi.org/10.3233/xst-200790>

4. Yim C.W., Hong S.G. A MCNP simulation for a new dual-energy dual-beam X-ray inspection method using multi-angle Compton scattering to determine the effective atomic number of explosives // Radiation Physics and Chemistry. 2022. V. 195. P. 110084. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2022.110084>. EDN: QTOMYF.

5. Duvillier J., Dierick M., Dhaene J., Van Loo D., Masschaele B., Geurts R., Hoorebeke L.V., Boone M.N. Inline multi-material identification via dual energy radiographic measurements // NDT & E International. 2018. V. 94. P. 120—125. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.01.002>

6. Cordova A. Technologies for primary screening in aviation security // Journal of Transportation Security. 2022. V. 15. No. 3—4. P. 141—159. <https://doi.org/10.1007/s12198-022-00248-8>

7. Linardatos D., Koukou V., Martini N., Konstantinidis A., Bakas A., Fountos G., Valais I., Michail C. On the response of a micro non-destructive testing X-ray detector // Materials. 2021. 14. P. 888. <https://doi.org/10.3390/ma14040888>

8. *Vukadinovic D., Anderson D.* X-ray baggage screening and AI, EUR 31123 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022. <http://dx.doi.org/10.2760/46363>
9. *Osipov S.P., Udod V.A., Wang Y.* Identification of materials in X-Ray inspections of objects by the dual-energy method // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2017. V. 53. No. 8. P. 568—587. <https://doi.org/10.1134/S1061830917080058>. EDN: XPBBAH.
10. *Kayalvizhi R., Malarvizhi S., Topkar A., Vijayakumar P.* Raw data processing techniques for material classification of objects in dual energy X-ray baggage inspection systems // Radiation Physics and Chemistry. 2022. V. 193. P. 109512. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109512>. EDN: TVVVTB.
11. *Mamchur D., Peksa J., Le Clainche S., Vinuesa R.* Application and advances in radiographic and novel technologies used for non-intrusive object inspection // Sensors. 2022. V. 22. No. 6. P. 2121. <https://doi.org/10.3390/s22062121>. EDN: HKXRET.
12. *Alvarez R.E.* Invertibility of the dual energy x-ray data transform // Medical Physics. 2019. V. 46. No. 1. P. 93—103. <https://doi.org/10.1002/mp.13255>
13. *Osipov S., Chakhlov S., Udod V., Usachev E., Schetinkin S., Kamysheva E.* Estimation of the effective mass thickness and effective atomic number of the test object material by the dual energy method // Radiation Physics and Chemistry. 2020. V. 168. P. 108543. <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2019.108543>. EDN: XJMSTU.
14. *Zhang Y., Kong W., Li D., Liu X.* On using XMC R-CNN model for contraband detection within X-ray baggage security images // Mathematical Problems in Engineering. 2020. V. 2020. P. 1823034. <https://doi.org/10.1155/2020/1823034>. EDN: KEUNDA.
15. *Ogorodnikov S.A.* Recognition of materials during radiation customs control based on a linear electron accelerator / Dis. ... Cand. tech. Sci. Saint Petersburg. 2002. 121 p.
16. *Svistunov Yu.A., Vorogushin M.F., Petrunin V.I., Sidorov A.V., Gavrish Yu.N., Fialkovsky A.M.* Development of work on the creation of X-ray and nuclear physics inspection complexes at NIEFA named after D.V. Efremova // Problems of atomic science and technology. 2006. No 3. P. 171—173.
17. *Chen Xue Liang, Chen Li, Huo Mei Chun, Yang Li Rui, Dong Ming Wen, Kong Wei Wu, Yang XiaoYue, Xue Kai, Li Yong Qing, Li Guang Qing, Zhao Lei.* European Patent Office Appl. #2458408. MPKG01V 5/00. Dual-energy X-ray body scanning device and image processing method, Beijing Zhongdun Anmin Analysis Technology Co. Ltd., First Res of Ministry of Public Security of PRC no. 11167491, declared May 25, 2011, publ. May 30, 2012.
18. *Fredenberg E.* Spectral and dual-energy X-ray imaging for medical applications // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2018. V. 878. P. 74—87. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.07.044>
19. *Udod V.A., Osipov S.P., Nazarenko S.Yu.* Algorithm for Evaluating Errors in Recognition of Materials in X-Ray Testing System Containing X-Ray Sandwich Detectors // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2022. V. 58. No. 1. P. 46—56. <https://doi.org/10.1134/S1061830922010065>. EDN: JQWDYU.
20. *Udod V.A., Vorobeichikov S.E., Nazarenko S.Y.* Mathematical models of radiation transparency of test objects when using sandwich X-ray radiation detectors // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2020. V. 56. No. 2. P. 161—170. <https://doi.org/10.1134/S1061830920020096>. EDN: NFCCTR.
21. *Udod V.A., Osipov S.P., Wang Y.* Estimating the influence of quantum noises on the quality of material identification by the dual-energy method // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2018. V. 54. No. 8. P. 585—600. <https://doi.org/10.1134/S1061830918080077>. EDN: WTNFBC.
22. *Marchuk G.I., Orlov V.V.* On the theory of conjugate functions. In the book: Neutron physics. Sat. articles. Ed. P.A. Krupchinsky. M.: Atomizdat, 1961. P. 30—45.
23. *Gavrish Yu.N., Berdnikov Ya.A., Spirin D.O., Perederiy A.N., Safonov M.V., Romanov I.V.* Software package for restoration of introsopic images using the dual energy method // Problems of atomic science and technology. 2010. No. 3. Series: Nuclear Physics Investigations (54). P. 123—125.
24. *Rogers T.W., Jaccard N., Griffin L.D.* A deep learning framework for the automated inspection of complex dual-energy x-ray cargo imagery. — Anomaly Detection and Imaging with X-Rays (ADIX) II // International Society for Optics and Photonics. 2017. V. 10187. P. 101870L. <https://doi.org/10.1117/12.2262662>
25. *Gorbunov V.I., Pokrovsky A.V.* Radiometric radiation monitoring systems. M.: Atomizdat, 1979. 224 p.
26. *Tarasov G.P.* Statistical methods of information processing in systems for measuring ionizing radiation. M.: Atomizdat, 1980. 208 p.
27. *Solodushkin V.I., Udod V.A., Klimenov V.A., Temnik A.K.* Optimal evaluation of radiometric signal intensity for the count-time radiation recording mode // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2012. V. 48. No. 9. P. 505—510. <https://doi.org/10.1134/S1061830912090070>. EDN: RGBSON.
28. *Ventzel E.S., Ovcharov L.A.* Probability theory. Second edition. M.: Science. Main editorial office of Phys.-Math. lit., 1973. 368 p.
29. *Ventzel E.S., Ovcharov L.A.* Probability theory and its engineering applications. M.: Science. Main editorial office of Phys.-Math. lit., 1988. 480 p.
30. *Tsitsiashvili G.Sh.* Poisson flows in systems with retrieval queues // Bulletin of Tomsk State University. Management, computing and information science. 2016. No. 4 (37). P. 83—88. <https://doi.org/10.17223/19988605/37/9>. EDN: XDCCZT.