

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРХНЕМАНТИЙНОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗОНЕ СУБДУКЦИИ

© 2025 г. А.Н. Четырбоцкий^{1,*}

¹690022 Владивосток, пр-т 100 лет Владивостоку, 159, Дальневосточный геологический институт ДВО РАН, Россия

*e-mail: Chetyrbotsky@yandex.ru

Поступила в редакцию 18.08.2024 г.

Переработанный вариант 29.08.2024 г.

Принята к публикации 20.09.2024 г.

Разработана модель верхнемантийной конвекции в зоне погружения холодной литосферной плиты (субдукции) в верхнюю толщу Земли. Обсуждаются вопросы построения начальных распределений переменных модели. Приводятся вычислительные схемы решения модельных уравнений. Расчет динамики мантийной конвекции и перестройки ее структуры выполнены в переменных завихренность-функция тока, а расчет динамики погружения плиты — на основании метода сглаженных частиц (SPH). Выполнена серия вычислительных экспериментов. Библ. 27. Фиг. 1.

Ключевые слова: мантийная конвекция, уравнения Стокса, тепломассоперенос, метод фиктивных областей, метод сглаженных частиц (SPH).

DOI: 10.31857/S0044466925010085, **EDN:** CCTVGF

ВВЕДЕНИЕ

Вместе с вращением Земли и влиянием на нее внешних факторов мантийная конвекция является ведущей составляющей термогравитационного механизма динамики геосфер, что подчеркивает ее значимость при рассмотрении вопросов строения и динамических свойств оболочек Земли. Самостоятельный интерес представляет изучение динамики границ геосфер, в особенности в зоне непосредственного контактного взаимодействия двух различных механизмов переноса тепла: конвективного в сравнительно маловязкой астеносфере и кондуктивного — в твердой литосфере.

В геодинамике принимается определение субдукции как “процесс погружения океанической литосферной плиты/слэба в мантию под континент или островную дугу” [1], где основными движущими механизмами динамики Земли выступают: заключенный в ней запас тепловой энергии [2], различие плотностей между холодной субдуцирующей плитой и окружающей мантией. Согласно положениям тектоники литосферных плит слэбом именуется выделяемый по данным сейсмотомографии фрагмент океанической литосферной плиты мощностью 80–100 км, погружающийся (субдуцируемый) в мантию при субдукции [3]. Зона субдукции хорошо прослеживается на сейсмотомографических профилях вплоть до границы верхней и нижней мантии (670 км) [4].

Математический аппарат для построения современных моделей динамики мантии основан на положениях механики сплошной среды, которые следуют квазигидродинамическим уравнениям в стоковском приближении, уравнениям тепломассопереноса и, в большинстве случаев, принятием приближения Буссинеска (ОБ). Записи уравнений моделей разделяются способом представления погружающейся (субдуцированной) плиты как самостоятельного геодинамического объекта, постановкой граничных условий и принятием начальных распределений переменных.

Известен ряд способов представлений слэба. Так, в [5, 6] образом слэба выступает тонкая упругая пластина отрицательной плавучести. Такой подход допустим только для начальных слоев верхней мантии, где выполняются положения Кирхгофа о сохранении нормалей к срединной поверхности деформируемой плиты и сохранении ее толщины [7]. Тем не менее, результат сейсмического зондирования указывает на снижение толщины плиты [4] и нарушении остальных положений Кирхгофа.

При моделировании под слэбом обычно принимается холодный поток особой квазижидкости, динамика которой следует тем же уравнениям, что и модель мантийной конвекции [8–11]. Кроме того, не рассматривается этап его начального погружения в мантию.

Целью этой работы является изучение перестройки структуры мантийной конвекции, которая вызвана субдукцией. В работе слэб представляет самостоятельный модельный объект, динамика которого определяется

уравнениями Стокса. Учитываются потери слэбом его легких фракций и просочившихся сюда объемов морской воды. Расчет динамики мантийной конвекции и перестройка ее структуры выполнена в переменных завихренность-функция тока, а расчет динамики слэба- на основании метода сглаженных частиц (SPH).

1. МОДЕЛЬ ВЕРХНЕМАНТИЙНОЙ КОНВЕКЦИИ

Мантийная конвекция сочетает конкуренцию между диффузией тепла (теплопроводностью), сопротивлением движению (вязкостью) и выталкивающими силами (способностью к тепловому расширению) [12]. Модельным приближением верхней мантии выступает несжимаемая ньютоновская квазижидкость. Задача рассматривается в двумерной постановке в декартовой системе координат. Вследствие высокой вязкости мантии конвективные течения определяются уравнениями Стокса, безразмерная запись которых в терминах завихренности — функция тока принимает вид [13, 14]

$$\Delta \mu \xi - 2 [\mu_{xx} \psi_{yy} - 2\mu_{xy} \psi_{xy} + \mu_{yy} \psi_{xx}] - \text{Ra} \rho_x = 0, \quad (1)$$

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} - \xi = 0, \quad (2)$$

$$T_t + (\psi_y T)_x - (\psi_x T)_y = \Delta T, \quad (3)$$

$$\rho_t + (\psi_y \rho)_x - (\psi_x \rho)_y = \chi_\rho \Delta \rho, \quad (4)$$

где безразмерные переменные принимают такой смысл: x, y — оси декартовой системы координат ($x = y = 0$ левый угол), ось y направлена вниз; t — безразмерное время; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — двумерный оператор Лапласа; $\mu(T, y)$, $\xi(x, y, t)$, $\psi(x, y, t)$, $\rho(x, y, t)$ — динамическая вязкость мантии, завихренность и функция тока мантийных течений, плотность мантии; $U(x, y, t) \equiv \psi_y$, $V(x, y, t) \equiv -\psi_x$, $T(x, y, t)$ — латеральная и вертикальная скорости мантийных течений, распределение температуры в мантии; Ra — численный параметр; χ_ρ — коэффициент диффузии плотности горных пород; нижние индексы переменных указывают на соответствующие одноименные частные производные.

Если для представления ρ_x используется приближение Буссинеска, то

$$\text{Ra} = g \bar{\rho} \beta_T (T_{\max} - T_{\min}) H^2 / \bar{\mu} \bar{U};$$

$\beta_T = 3.75 \cdot 10^{-5} [1/^\circ\text{C}]$ — коэффициент линейного расширения вещества верхней мантии. Обезразмеривание уравнений выполнялось стандартным образом (штрихом отмечены безразмерные переменные):

$$(x, y) = H \cdot (x, y)', \quad \mu = \bar{\mu} \cdot \mu', \quad T = (T_{\max} - T_{\min})^{-1} T', \quad t = H \chi^{-1} t', \\ \rho = \bar{\rho} \cdot \rho, \quad \chi = \lambda / \bar{\rho} C_P, \quad \bar{U} = H^{-1} \chi, \quad (U, V) = \bar{U} \cdot (U, V)',$$

где $\bar{\mu}$ — масштабный множитель вязкости, а \bar{U} — характерная скорость мантийных течений; $H = 6.7 \cdot 10^5$ м — глубина верхней мантии, $x_{\max} = 6.7 \cdot 10^6$ м — латеральная протяженность области вычислений; T_{\min}, T_{\max} — предельные значения мантийных температур; χ — температуропроводность мантии, λ — теплопроводность, а C_P — удельная изобарическая теплоемкость; $g = 9.8 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ — ускорение свободного падения. Далее в уравнениях модели штрихи опускаются. При этих значениях параметров $\text{Ra} = 5.745 \cdot 10^5$.

Характерные значения параметров среды модели принимают значения:

$$H = 6.7 \cdot 10^5 \text{ м}, \quad \bar{\mu} = 10^{23} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \chi = 2.88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}, \\ \chi_\rho = 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 / \text{с}, \quad \bar{\rho} = 3.64 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}, \quad \bar{U} = 10^{-13} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Расчетная область представляет двумерную прямоугольную область декартовой системы координат. Принимается один и тот же характер граничных условий для температуры и плотности: отсутствие потоков тепла и вещества мантии на боковых границах области; ненулевые потоки на горизонтальных границах

$$T_x(0, y, t) = T_x(x_{\max}, y, t) = 0, \quad T_y(x, 0, t) = q_M, \quad T_y(x, 1, t) = q_C, \\ \rho_x(0, y, t) = \rho_x(x_{\max}, y, t) = 0, \quad \rho_y(x, 0, t) = Q_M, \quad \rho_y(x, 1, t) = Q_C, \quad (5)$$

где q_M, q_C, Q_M, Q_C — потоки тепла и вещества на верхней и нижней границах мантии. Для скоростей заданы условия прилипания на боковых границах

$$\psi(0, y, t) = \psi(x_{\max}, y, t) = 0, \quad \psi_n(0, y, t) = \psi_n(x_{\max}, y, t) = 0, \quad (6)$$

где ψ_n — производная по нормали к границам области. На участке верхней мантии, где океаническая плита движется к месту своего погружения и на всей нижней подошве мантии принимается условие проскальзывания

$$\psi(x, 0, t) = \psi(x, 1, t) = 0, \quad \partial^2 \psi(x \in X, y = 0, t) / \partial n^2 = 0, \quad (7)$$

где X — участок верхней границы до участка погружения субдукции слэба.

Для решения эллиптических уравнений (1) и (2) используется метод установления, сущность которого состоит в применении псевдонестационарной трансформации уравнений в их параболические приближения [15]. Для чего вводится фиктивная временная производная, которая выполняет роль параметра контроля квазистационарных итераций.

2. МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СЛЭБА

Анализ профилей сейсмотомографии [4] показывает существенное превышение протяженности слэба над его толщиной, что допускает представления его модельного образа посредством гибкого тонкого стержня и допустимость принятия независимости между латеральной и вертикальной скоростями субдукции. Принимается также гидростатичность состояния слэба. Погружение слэба происходит при условии $\rho^* - \rho > 0$, когда плотность слэба ρ^* превышает плотность мантии. Тогда модель субдукции можно определить такими безразмерными уравнениями:

$$(\eta u_x)_x - \text{Ra}_S y \rho^* = 0, \quad (8)$$

$$(\eta v_y)_y + \text{Ra}_S g(\rho^* - \rho) = 0, \quad (9)$$

$$T_t^* + (uT^*)_x + (vT^*)_y = k \cdot \Delta T^*, \quad (10)$$

$$\rho^* = \rho_0^* [1 - \beta_T (T_{\max}^* - T_{\min}^*) \cdot T^* - f(t, y)], \quad (11)$$

где $\eta(T, y)$ — вязкость слэба (порядка $10^{21} - 10^{23} \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-2}$ [16]); $u(x, t)$, $v(y, t)$, $T^*(x, y, t)$, $\rho^*(x, y, t)$ — его латеральная и вертикальная скорости погружения, температура и плотность слэба; y — безразмерная вертикальная координата; $\bar{u} = 1.6 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ — характерная скорость субдукции; k — коэффициент температуропроводности слэба; $\text{Ra}_S = g \bar{u} \frac{H^2}{\eta \bar{\alpha}}$ — плотностное число Рэлея для слэба; $\rho_0^* = 4.6 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ — масштаб изменения плотности слэба; для численного моделирования принимались следующие характерные значения параметров: $\bar{\eta} = 10^{25} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $k = 4.608 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, $\text{Ra}_S = 2.392 \cdot 10^3$; $f(t, y)$ — безразмерная концентрация его легкого вещества, которая вследствие всплытия легких составляющих вещества слэба характеризует прирост его плотности.

При записи (8)–(11) принимается приближение вещества слэба смесью тяжелой и легкой компонент, динамика последних обусловлена следующим. Морская вода просачивается в океаническую литосферу через трещины и поры, где вступает в реакцию с минералами в земной коре и мантии с образованием водных минералов (таких как серпентин), которые накапливают воду в своих кристаллических структурах [17]. Объемы этой воды и флюиды слэба входят в состав его легких компонент. Поэтому различные трансформации таких минералов (в частности, формирование за счет выжимания воды их более плотных упаковок) можно интерпретировать как частичный фазовый переход вещества слэба. В дальнейшем локализация этого процесса уже в самой мантии приводит к аккумуляции таких флюидов, что в последующем может вызвать сейсмичность и плавление внутри субдуцируемой плиты, а далее и в вышележащем мантийном клине.

Глубинное повышение давления и прирост температуры среды приводит к всплытию легких компонент слэба и, как результату, росту концентрации его тяжелой составляющей и последующему росту плотности слэба. Механизм этого процесса видится в следующем. На верхних слоях мантии, где вещество слэба перенасыщено объемами просочившейся сюда морской воды (и, соответственно, легких компонент слэба), происходит массовое всплытие и формирование избыточных объемов высокотемпературных и насыщенных газами компонент последующего магматического очага. До момента, когда плотность слэба оказывается близкой плотности мантии, его погружение снижается и может совсем прекратиться. Происходит так называемая стагнация, максимальная зафиксированная глубина которой не превышает 700 км [4]. Области стагнации отчетливо прослеживаются также по гипоцентрам глубоких землетрясений. Далее по мере роста концентрации тяжелой компоненты происходит прорыв зоны стагнации и последующее затем погружение отдельных его частей вплоть до ядра земли [18].

Простая запись такого механизма здесь представлена в виде

$$f(t, y) = a_f(t) \cdot y \cdot \exp[-b_f(t) \cdot y], \quad (12)$$

где $a_f(t)$, $b_f(t)$ — некоторые неотрицательные функции. Максимальное значение этой функции

$$\max_y f(t, y) = y_f(t) \cdot \exp(-1)$$

достигается при $y_f(t) = a_f(t) / b_f(t)$, которое здесь допускает интерпретацию как глубины наибольшего оттока легких компонент слэба.

Для решения уравнений (8)–(10) требуется вычисление частных производных в достаточно тонкой криволинейной области (ее ширина 80–100 км) размещения слэба, что обуславливает применение адекватных бессеточных методов. В этой ситуации уместным видится применение бессеточного лагранжевого метода сглаженных частиц (SPH) [19]. Сущность метода состоит в интегральной интерполяции функций, которые представлены конечным множеством дискретных частиц. В рамках SPH интерполяционные соотношения для вычисления некоторой функции $\Phi(\mathbf{r})$, ее градиента и лапласиана для p -й частицы с текущей координатой \mathbf{r}_p определяются выражениями

$$\Phi(\mathbf{r}_p) = \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} \Phi_q W(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|, h), \quad (13)$$

$$\nabla \Phi(\mathbf{r}_p) = \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} \Phi_q \nabla W(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|, h), \quad (14)$$

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}_p) = \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} (\Phi_p - \Phi_q) \left[\frac{1}{x_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dx_q} + \frac{1}{y_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dy_q} \right], \quad (15)$$

где p, q – порядковые номера частиц, $p, q = 1 \div N(t)$; $N(t)$ – текущее суммарное количество частиц метода; $Q(p)$ – совокупность частиц, которые оказываются соседними к p -й частице (методические вопросы построения этого набора рассмотрены в [20]); $x_{pq} = x_p - x_q$, $y_{pq} = y_p - y_q$ и $W_{pq} = W(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q|, h)$ – функция ядра, на основании которой аналитически рассчитываются производные в квадратных скобках; h – радиус сглаживания. Представление лапласиана $\Delta \Phi(\mathbf{r}_p)$ следует работе [21].

Для момента $t + 1$ координаты частиц определяются выражениями

$$x_p(t + 1) = x_p(t) + dt \cdot u_p(t) \quad \text{и} \quad y_p(t + 1) = y_p(t) + dt \cdot v_p(t), \quad (16)$$

где dt – временной шаг модели; $u_p(t)$, $v_p(t)$ – латеральная и вертикальная скорости частиц, которые при заданных начальных и граничных условиях определяются методом SPH из уравнений (10) и (11).

3. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Вычислительная схема строилась на неравномерной по x и равномерной по y расчетных сетках

$$\omega_x = \{x_i = x_{i-1} + (h_x)_i, \quad i = 1 \div N_x, \quad x_0 = 0, \quad x_{N_x} = X_{\max}/H\},$$

$$\omega_y = \{y_j = y_{j-1} + h_y, \quad j = 1 \div N_y, \quad y_0 = 0, \quad y_{N_y} = 1\},$$

где $(h_x)_i$, h_y – длины соответствующих шагов сетки ($h_y = \text{const}$) сетки; N_x , N_y – число узлов вдоль каждого направления; вдоль направления x сетка сгущается в области ее центральной части; в расчетах принимается постоянный шаг Δt по времени. Параметры вычислительного процесса определяются значениями: при таких численных значениях параметров вычислений: $N_x = 100$, $N_y = 50$, $\Delta t = 10^{-4}$, $\Delta \tau = 10^{-6}$, $\Delta x = 9.67 \cdot 10^{-2}$, $\Delta y = 5.76 \cdot 10^{-2}$.

Здесь является параметром итераций решения уравнений (1), (2), (8) и (9) методом установления. Временной промежуток H/\bar{u} составляет $9.1324 \cdot 10^7$ лет (\bar{u} – характерный масштаб скорости погружения слэба). Число временных слоев $N_t = 2000$ и временной шаг $\Delta t = 4.132 \cdot 10^4$ лет.

Сеточные операторы L_x , L_{xx} , L_{xy} , L_y , L_{yy} определяются выражениями

$$(L_x f)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{(h_x)_{i+1} - (h_x)_i}, \quad (L_{xx} f)_{i,j} = \frac{1}{\bar{h}_i} \left[\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{(h_x)_{i+1}} - \frac{f_{i,j} - f_{i-1,j}}{(h_x)_i} \right],$$

$$(L_{xy} f)_{i,j} = \frac{1}{2h_y} \frac{f_{i-1,j-1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i+1,j+1}}{(h_x)_i + (h_x)_{i+1}},$$

$$(L_y f)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2h_y}, \quad (L_{yy} f)_{i,j} = \frac{f_{i,j-1} - 2f_{i,j} + f_{i,j+1}}{h_y^2},$$

где $i = 2 \div N_x - 1$, $j = 1 \div N_y$ и $\bar{h}_i = [(h_x)_i + (h_x)_{i+1}] / 2$; $i = 1$ и $i = N_x$, отвечают определению граничных условий.

Выражение для безразмерной вязкости верхней мантии и слэба здесь следует соотношению

$$\mu = \exp(-a_T T + b_Y y),$$

где $a_T = -0.2$ и $b_Y = 1.33$, см. [10].

Поскольку критерий устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви $(U/\Delta x^2 + V/\Delta y^2)dt$ решения уравнений системы здесь существенно меньше 1, то для решения уравнений (1)–(2) и (8)–(9) используются явные разностные схемы.

Разностная схема для уравнений мантийной конвекции принимает вид

$$\xi_{ij}^{s+1,n} = \xi_{ij}^{s,n} + \Delta\tau[(L_{xx} + L_{yy})(\mu\xi_{ij}^{s,n}) - 2R_{ij}^{s,n} - \text{Ra}L_x(\rho_{ij}^{s,n})], \quad (1)'$$

$$R_{ij}^{s,n} = (L_{xx}\mu L_{yy}\psi_{ij}^{s,n}) - 2(L_{xy}\mu L_{xy}\psi_{ij}^{s,n}) + (L_{yy}\mu L_{xx}\psi_{ij}^{s,n}),$$

$$\psi_{ij}^{s+1,n} = \psi_{ij}^{s,n} + \Delta\tau[-\xi_{ij}^{s,n} + (L_{xx} + L_{yy})\psi_{ij}^{s,n}], \quad (2)'$$

$$T_{ij}^{n+1} = T_{ij}^n + \Delta_1 t[-L_x(UT)_{ij}^n - L_y(VT)_{ij}^n + (L_{xx} + L_{yy})T_{ij}^n], \quad (3)'$$

$$\rho_{ij}^{n+1} = \rho_{ij}^n + \Delta_1 t[-L_x(U\rho)_{ij}^n - L_y(V\rho)_{ij}^n + \chi_\rho(L_{xx} + L_{yy})\rho_{ij}^n], \quad (4)'$$

$$U_{ij}^{s+1,n} = L_y\psi_{ij}^{s,n}, \quad V_{ij}^{s+1,n} = -L_x\psi_{ij}^{s,n},$$

где верхний индекс n указывает текущее время t_n расчета; индекс s является параметром итерационного поиска решений уравнений методом установления; введение в расчеты временного шага $\Delta_1 t = 10^{-4}\Delta t$ вызвано проблемой синхронизации мантийной конвекции и субдукции (различием масштабов времени мантийной конвекции H/\bar{U} и субдукции H/\bar{u}).

Граничные и начальные условия (5)–(7) записываются подобным образом.

В качестве функции ядра для расчета динамики субдукции использовался сплайн 3-й степени [19]

$$W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|, h) = \begin{cases} \frac{15}{\pi h^6}(h - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|)^3, & 0 < |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q| < h; \\ 0, & |\mathbf{r} - \mathbf{r}_q| > h. \end{cases}$$

Вычислительные схемы строились на основании выражений (13)–(15)

$$u_p^{s+1,n} = u_p^{s,n} + d\tau \left[\sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{(\rho_q^*)^{s,n}} \eta_{pq} \left(\frac{u_p - u_q}{x_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dx_q} \right)^{s,n} - \text{Ra}_S^{(D)} y_q (\rho_q^*)^{s,n} \right],$$

$$v_p^{s+1,n} = v_p^{s,n} + d\tau \left[\sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{(\rho_q^*)^{s,n}} \eta_{pq} \left(\frac{u_p - u_q}{y_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dy_q} \right)^{s,n} - \text{Ra}_S^{(D)} ((\rho_q^*)^{s,n} - \rho_{ij}) \right],$$

$$T_p^{s+1,n} = T_p^{s,n} + dt \left\{ \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{(\rho_q^*)^{s,n}} \lambda_{pq} \left[(T_p - T_q) \left(\frac{1}{x_{ba}} \frac{dW_{ba}}{dx_a} + \frac{1}{y_{ba}} \frac{dW_{ba}}{dy_a} \right) \right]^{s,n} \right\},$$

$$(\rho_p^*)^{s+1,n} = \rho_0^* \left\{ 1 - \beta_T (T_{\max}^* - T_{\min}^*) \sum_q^{Q(p)} \left[\frac{m_q}{\rho_q^*} T_q^* W(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_q, h) \right]^{s,n} - f(t, y_q) \right\},$$

где s — параметр итерационного поиска решений уравнений методом установления; $\eta_{pq} = \eta_p + \eta_q$ и $\lambda_{pq} = \lambda_p + \lambda_q$, λ_p — температуропроводность слэба; параметры функции $f(t, y_q)$ из (12) определяются значениями: $b_f = y_2^{-1}$ и $a_f = 0.2 \exp(1) \cdot b_f$; $Q(p)$ — совокупность частиц, которые оказываются соседними к частице с номером p .

Алгоритм расчета $Q(p)$ выполняется следующим образом. На каждой итерации поиска решения уравнений частицы размещаются в ячейки вычислительной схемы и далее, если частица с номером p попала в (i, j) ячейку, для нее вычисляется среднее расстояния между ее координатами и координатами частиц из ячеек (i, j) , $(i \pm 1, j \pm 1)$. К соседним частицам причисляются те из них, которые оказываются на расстоянии от рассматриваемой меньше этого среднего.

Вычислительный алгоритм состоит в следующем. Сначала в области вычислений устанавливается режим мантийной конвекции, для чего при заданных начальных и граничных условиях (5) на регулярной сетке находятся решения уравнений (1)–(4). Функция тока на границе мантия–слэб равна нулю, а значение завихренности на границах следует (6). Решение (8)–(11) выполняется по такой схеме. Для участка поступления слэба в мантию (ячейка $(x_A, 1)$ вычислительной схемы) формируется выборка частиц с фиксированным набором характеристик (скорость, температура, плотность). Чтобы избежать скопления частиц на этом участке, следующее формирование такой выборки происходит в момент, когда этот участок свободен от частиц предыдущей

выборки. Далее динамика частиц следует уравнениям (8)–(16). Воздействие мантийных течений на динамику субдукции здесь учитывается следующим образом. В пограничных для слэба ячейках среды размещаются выборки частиц с одним и тем же набором среднего для ячейки значением динамических переменных. Координаты частиц определяются случайным образом.

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

При решении задач моделирования геодинамики встает проблема формирования начальных распределений переменных моделей, которая вызвана трудностями проведения натурных наблюдений. Проведение многообразных численных экспериментов с перебором вариантов значений переменных во многих случаях не дают полной картины рассматриваемых явлений. Да и указание точных значений переменных мало что дают. Более того, выборка начальных распределений уже сама изначально должна быть гетерогенной. Здесь численные значения атрибутов частиц определяются случайным образом на основании соответствующих диапазонов переменных модели (8)–(11): скорость $5 \div 8$ см/год; температура $(1000 \div 1500)^\circ\text{C}$; плотность $(3500 \div 3600)$ кг/м³; концентрация тяжелой компоненты рассчитывалась по формуле (11) подстановкой в ее левую часть значения плотности. Эти диапазоны были сформированы на основании литературных источников [1, 16, 24–27].

Для проведения вычислительных экспериментов такие начальные распределения для температуры и плотности определялись соотношениям

$$T(x, y, 1) = \frac{T^{(L)}(x, y)}{T_{\max} - T_{\min}} + \xi \cdot 10^{-2} \sin(\pi y) \cos(\pi x),$$

$$\rho(x, y, 1) = \frac{\rho^{(L)}(x, y)}{\bar{\rho}} + \xi \cdot 10^{-2} \sin(\pi y) \cos(\pi x),$$

где $T^{(L)}(x, y)$ и $\rho^{(L)}(x, y)$ формировались на базе литературных источников [22, 23]; ξ — равномерно распределенная на интервале $(0, 1)$ случайная величина, полученная датчиком случайных чисел.

Результаты моделирования мантийной конвекции в зоне субдукции после 1000 и 1500 временных шагов представлены на фиг. 1, где крупные точки характеризуют координаты участков слэба (для наглядности здесь и далее масштаб функции тока увеличен в 10^4 раз). Для понимания особенностей распределений они представлены в непосредственной окрестности слэба.

Анализ показывает плавный характер течений, интенсивность которых растет с течением времени: скорость в центре конвективной ячейки для случая фиг. 1б почти в два раза выше случая фиг. 1а. Согласно условиям задачи, на границе области выполняется условие прилипания и равенство нулю функции тока. Поскольку граница между мантией и слэбом является непротекаемой, то на ней функция тока также обращается в нуль, что и приводит к плавному обтеканию профилей слэба.

Дальнейшее сопоставление случаев показывает уплотнение распределений значений функции тока и фрагментацию слэба, которая вызвана неравномерным распределением плотности вдоль его длины (она возрастает вследствие всплытия легкой компоненты и утяжелением с ростом глубины) и воздействием на слэб мантийных течений.

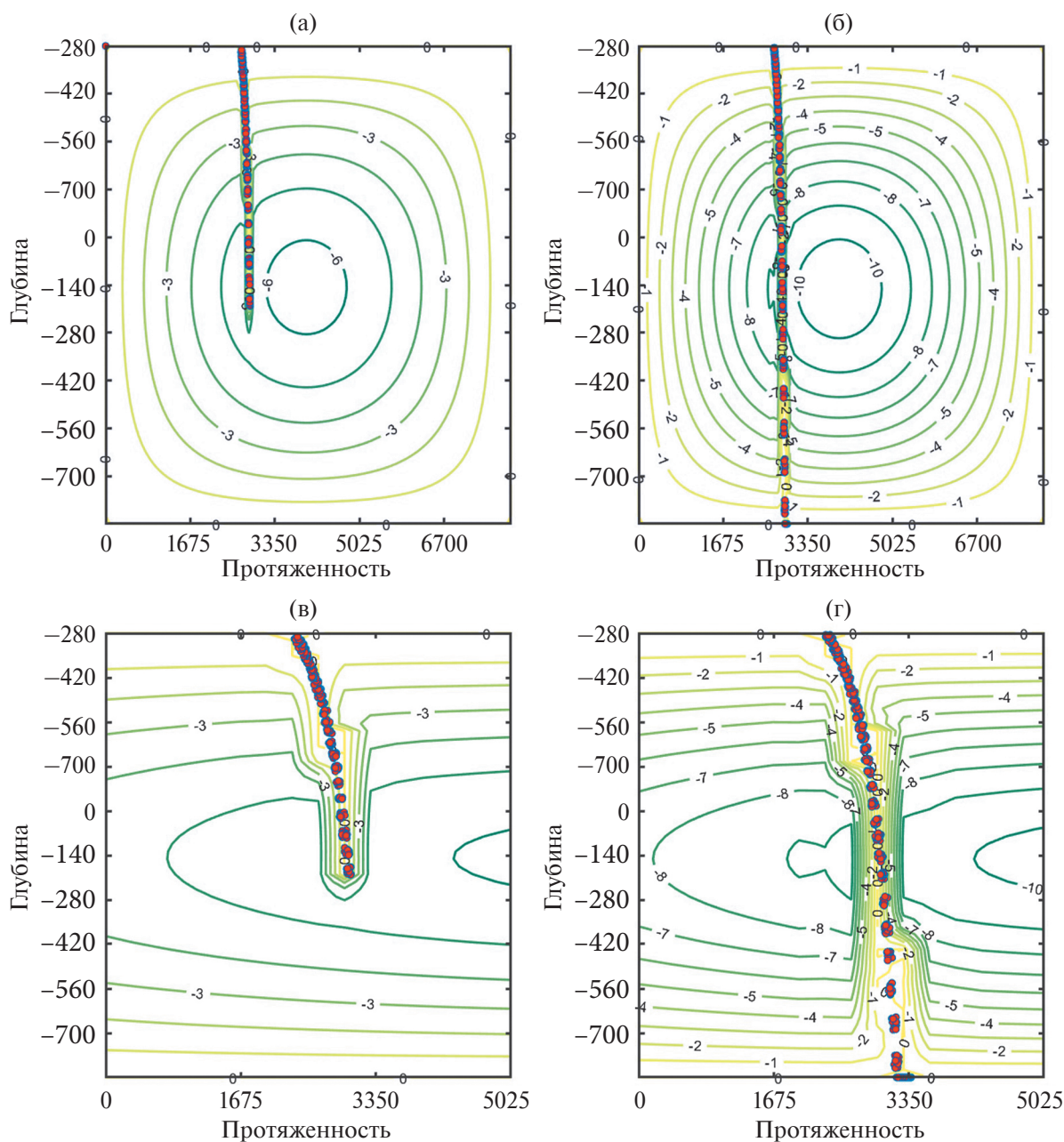
Погружение плиты в мантию (субдукция) вызывает разбиение исходной конвективной ячейки на ее две составляющие. В этой ситуации слэб реально выступает вертикальной “перегородкой”.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается комплексная модель, составляющими которой выступает модель мантийной конвекции (уравнения завихренности, функции тока и уравнения тепломассопереноса) и пространственно-временная модель динамики слэба (уравнения скоростей, уравнения тепломассопереноса, для решения поставленной задачи выполнена адаптация метода SPH). Предлагается модель отделения из состава слэба его легких компонент, что приводит к росту плотности слэба и допускает интерпретацию как частичного фазового перехода его вещества.

Воздействие мантийных течений на динамику субдукции здесь учитывается дополнением модельного образа слэба наборами неразличимыми между собой частиц из примыкающих с ним в текущий момент ячеек мантии.

Воздействие на слэб мантийных течений и неравномерность распределения вдоль него плотности обуславливает его частичную фрагментацию



Фиг. 1. Распределения функции тока при t_{1000} (а), (в) и t_{1500} (б), (г).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Глубинная геодинамика. Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал "Гео", 2001. 408 с.
2. Хаин В.Е. Об основных принципах построения подлинно глобальной модели динамики земли // Геология и геофизика. 2010. Т. 51. № 6. С. 753–760.
3. Кулаков И.Ю., Добрецов Н.Л., Бушенкова Н.А., Яковлев А.В. Форма слэбов в зонах субдукции под Курило-Камчатской и Алеутской дугами по данным региональной томографии // Геология и геофизика. 2011. Т. 52. № 6. С. 830–851.

4. *Fukao Y., Obayashi M., Nakakuki M.* Deep Slab Project Group. Stagnant Slab: A Review // *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*. 2009. Vol. 37. P. 19–46.
5. *Тёркот Д., Шуберт Дж.* Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред. Ч. 1. М.: Мир, 1985. 376 с.
6. *Гаврилов А.С., Харитонов С.В.* О субдукции амурской микроплиты и конвективном механизме выноса диссипативного тепла и углеводородов из мантийного клина в Охотское море к востоку от острова Сахалин // *Вестник АН РБ*. 2022. Т. 42. № 1. С. 5–12.
7. *Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.* Пластины и оболочки. М.: Мир, 1966. 635 с.
8. *Cristensen U.* Convection with pressure- and temperature-depend non Newtonian rheology // *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* 1984. Vol. 77. № 2. P. 343–384.
9. *Gerya T.V., Yuen D.A.* Characteristics-based marker-in-cell method with conservative finite-differences schemes for modeling geological flows with strongly variable transport properties // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2003. Vol. 140. P. 293–318.
10. *Трубицын В.П., Трубицын А.П.* Численная модель образования совокупности плит и их прохождение через границу 660 км // *Физ. Земли*. 2014. № 6. С. 138–147.
11. *Лобковский Л.И., Рамазанов М.М.* Исследование конвекции в верхней мантии, термомеханически связанной с зоной субдукции, и ее геодинамические приложения для Арктики и северо-восточной Азии // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2021. № 3. С. 139–150.
12. *Torrance, K. E., Turcotte, D. L.* Thermal convection with large viscosity variations // *J. Fluid. Mech.* 1971. Vol. 47. P. 113–125.
13. *Роуч П. Дж.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 618 с.
14. *Honda S., Yuen D.A.* Model for Convective Cooling of Mantle with Phase Changes: Effects of Aspect Ratios and Initial Conditions // *J. Phys. Earth*. 1994. Vol. 42. P. 165–186.
15. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. М.: Мир, 1991. 553 с.
16. *Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г.* Распределение температуры в субдуцирующей плите и в верхней мантии на континентальном крыле зоны субдукции // *Геосферные исследования*. 2023. № 1. С. 6–19.
17. *Frost D.* The Stability of Hydrous Mantle Phases // *Reviews in Mineralogy & Geochemistry*. 2006. Vol. 62. P. 243–271.
18. *Agrusta R., Goes S., van Humer J.* Subducting-slab transition zona interaction: Stagnant, penetration and mode switch // *Earth and Planetary Science Letters*. 2017. Vol. 464. P. 10–23.
19. *Monaghan J.J.* Smoothed particle hydrodynamics // *Rep. Prog. Phys.* 2005. Vol. 68. P. 1703–1759.
20. *Афанасьев К.Е., Макарыч Р.С., Попов А.Ю.* Алгоритм поиска ближайших соседей в методе сглаженных частиц и его параллельная реализация // *Вычисл. технологии*. 2005. Т. 13. № S5. С. 9–13.
21. *Brookshaw, L.* A Method of Calculating Radiative Heat diffusion in Particle Simulations // *Proc. of the Astronomical Society of Australia*. 1985. Vol. 6. P. 207–210.
22. *Dziewonski A.M., Andersen D.L.* Preliminary reference earth model // *Phys. Earth Planet Inter.* 1981. Vol. 25. P. 277–356.
23. *Сорохтин О.Г., Ушаков С.А.* Развитие Земли. Из-во МГУ, 2002. 506 с.
24. *Кирдяшкин А.А., Кирдяшкин А.Г., Добрецов Н.Л.* Влияние субдукции на структуру тепловых гравитационных течений в астеносфере под континентом // *Геология и геофизика*. 2000. Т. 41. № 2. С. 207–219.
25. *Кирдяшкин А.А., Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г.* Экспериментальное моделирование влияния субдукции на пространственную структуру конвективных течений в астеносфере под континентом // *Докл. АН*. 2002. Т. 384. № 5. С. 682–686.

26. Добрецов Н.Л., Кирдяшкин А.Г., Кирдяшкин А.А. Геодинамическая и тепловая модель зоны субдукции // Физ. мезомехан. 2009. Vol. 12. № 1. С. 5–16.
27. Royden L.H., Husson L. Subduction with Variations in Slab Buoyancy: Models and Application to the Banda and Apennine Systems // Subduction zone geodynamics. Berlin: Springer-Verlag, 2009. P. 35–46. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-87974-9>

MODELING UPPER MANTLE CONVECTION IN THE SUBDUCTION ZONE

A. N. Chetyrbotskii^{a,*}

^a Far East Geological Institute of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, 690022 Russia

*e-mail: Chetyrbotsky@yandex.ru

Received: 18 August 2024

Revised: 29 August 2024

Accepted: 20 September 2024

Abstract. A model of upper mantle convection in the subduction zone of a cold lithospheric plate (subduction) into the Earth's upper strata is developed. The issues of constructing the initial distributions of model variables are discussed. Computational schemes for solving the model equations are given. Calculation of dynamics of mantle convection and reorganization of its structure are performed in the vorticity-current function variables, and dynamics of the plate subduction is calculated on the basis of the smoothed-particle hydrodynamics method (SPH). A series of computational experiments are performed.

Keywords: mantle convection, Stokes equations, heat and mass transfer, fictitious domain method, smoothed-particle hydrodynamics (SPH)