—— — ИНФОРМАТИКА ——

УДК 519.67

УСКОРЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ВЫРАЩИВАНИЯ СЕГМЕНТОВ ИЗ ОБЛАСТЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2024 г. Д.М. Мурашов^{1,*}

¹ 119333 Москва, ул. Вавилова, 44, ФИЦ ИУ РАН, Россия *e-mail: d_murashov@mail.ru

> Поступила в редакцию 08.04.2024 г. Переработанный вариант 15.05.2024 г. Принята к публикации 26.07.2024 г.

В работе предлагаются новые алгоритмы объединения суперпиксельных областей в сегменты. Основная идея состоит в том, чтобы при объединении суперпикселей, во-первых, использовалась стратегия, при которой сегмент выращивается из соседних областей до тех пор, пока выполняются условия объединения, и, во-вторых, при объединении областей применяемая информационная мера качества не должна возрастать. Предлагается три алгоритма на основе указанной стратегии, которые отличаются условиями принятия решения об объединении суперпикселей. Проведен вычислительный эксперимент на тестовых изображениях. Эксперимент показал, что предлагаемые алгоритмы позволяют ускорить процесс сегментации по сравнению с применявшейся процедурой при допустимых потерях информационных мер качества полученных разбиений. Библ. 25. Фиг. 8, Табл. 2.

Ключевые слова: сегментация изображений, информационная избыточность, вариация информации, выращивание сегментов, объединение сегментов, суперпиксель.

DOI: 10.31857/S0044466924110164, EDN: KFMQQV

1. ВВЕДЕНИЕ

В статье предлагаются алгоритмы выращивания сегментов из малых областей в задаче сегментации цифровых изображений. Один из известных подходов к решению задачи сегментации состоит в разбиении входного изображения на достаточно большое количество элементарных областей (или сегментов, или суперпикселей) и объединении их в более крупные сегменты, соответствующие объектам на оригинальном изображении, минимизируя при этом некоторый функционал качества.

Задача формулируется следующим образом. Пусть задано изображение U как некоторая область пространства \mathbb{Z}^2 . Пусть из заданного изображения U с помощью некоторого алгоритма получено разбиение V_0 на K_0 непересекающихся однородных сегментов:

$$V_0 = \bigcup_{k=1}^{K_0} S_k^{V_0}, \quad S_i^{V_0} \bigcap_{i \neq j} S_j^{V_0} = \varnothing, \quad i = 1, 2, \dots, K_0, \quad j = 1, 2, \dots, K_0, \quad k = 1, 2, \dots, K_0.$$

Выполняя последовательно операцию объединения сегментов $S_m^{V_{q+1}}=S_k^{V_q}\bigcup S_l^{V_q},\ k=1,2,\ldots,K_q,$ $l=1,2,\ldots,K_q,\ 0< K_q< K_0$ и формируя разбиения $V_{q+1}=\left(V_q\backslash S_k^{V_q}\backslash S_l^{V_q}\right)\bigcup S_m^{V_{q+1}},$ где $m\in[1,K_{q+1}]$ и $K_{q+1}=K_q-1,$ необходимо получить разбиение $V_{q\min}$, минимизирующее заданную меру качества $M\left(U,V_q\right)$:

$$V_{q\min} = \underset{V_{q}}{\operatorname{arg\,min}} \left[M\left(U, V_{q} \right) \right]. \tag{1.1}$$

Вид полученного разбиения зависит от выбранной меры качества, а также порядка и условия принятия решения об объединении сегментов.

В литературе опубликовано достаточно большое количество методов, реализующих указанный подход. При объединении использовались различные правила, критерии и признаковые описания областей изображений.

Так, например, в работе [1] были предложены алгоритмы объединения областей в сегменты по пороговым правилам в зависимости от величины евклидова расстояния между точками, описывающими области изображения в цветовом пространстве HSI. Комбинированное условие объединения областей по степени однородности и близости значений признаков представлено в статье [2]. В [3] авторы предложили алгоритм адаптивного слияния областей по критериям на основе геометрических, гистограммных, текстурных и контурных характеристик. В работе [4] критерием объединения суперпикселей является тест на унимодальность распределения признаков, извлекаемых из отдельных суперпикселей, и сегмента, полученного при их слиянии. Пороговый метод слияния суперпиксельных областей по значениям градиента интенсивности, показателя однородности, отношений длин перепадов интенсивности и общей границы между объединяемыми областями предложен в работе [5]. В [6] разработан подход к сегментации цифровых изображений, обобщающий модель Мамфорда—Шаха (Митбогd—Shuh model) слияния множеств пикселей изображения и включающий дополнительную операцию коррекции. Этот подход позволяет сформировать кусочно—постоянные приближения (разбиения) с минимальными среднеквадратичными отклонениями усредненных по сегментам значений пикселей этих приближений от значений пикселей соответствующих областей оригинального изображения.

Ряд исследователей решали задачу сегментации методами объединения областей на основе многоуровневых иерархических моделей [7—10]. В [7] иерархическая модель применялась для получения разбиения, состоящего из суперпикселей, однородных относительно минимума дисперсии интенсивности. Далее соседние суперпиксели объединялись по пороговому критерию сходства распределений интенсивности в каналах цветового пространства СІЕ Lab. Метод малочувствителен к шуму и обеспечивает хорошее совпадение разбиений с эталонами, однако необходимо подбирать значение порога критерия сходства для объединения суперпикселей. В работе [8] применялась итерационная древовидная иерархическая модель слияния суперпикселей на основе прогнозирования функции правдоподобия с использованием ансамбля классификаторов границ. Иерархический алгоритм выращивания сегментов, использующий критерий близости точек в объединенном пространстве яркостных, цветовых и текстурных признаков, разработан в [9]. Для оценки текстурных признаков изображения предложен метод на основе многомасштабной ориентированной локальной вариации и локальной осцилляции градиента. В [10] предложен метод на базе древовидной кластеризации однородных по яркости областей пикселей и формировании множества кратномасштабных кластерных образов исходного изображения. В методе производится также поиск избыточных границ однородных областей и объединение соседних однородных по яркости кластеризованных областей.

Известен ряд работ, в которых при объединении областей применяются информационные функционалы качества. В [11] разработаны алгоритмы объединения областей по значениям дивергенции Кульбака—Лейблера и коэффициента Бхаттачарья (Bhattacharyya coefficient). В работах [12—14] предложены методы выращивания областей изображения на основе минимизации потерь взаимной информации между оригинальным и сегментированным изображением (метод информационного "бутылочного горлышка" (information bottleneck), см. [15]).

При сегментации изображений в задаче дистанционного зондирования [16] объединение примитивных сегментов выполнялось с помощью модели глубокого обучения, которая применялась для измерения степени сходства "примитивных сегментов" изображений. Сходство областей оценивалось евклидовым расстоянием в пространстве признаков, включающим среднее значение и среднеквадратическое отклонение яркости пикселей сегмента в каждом спектральном диапазоне, среднее значение яркости по всем спектральным диапазонам, индикаторы компактности, формы и границ сегментов.

Большинство рассмотренных выше методов требуют настройки параметров, таких как значения порогов, количество итераций и др., что осложняет их применение. В работах [17—19] был предложен метод решения сформулированной выше задачи сегментации на основе принципа минимизации информационного функционала качества. С помощью суперпиксельного алгоритма SLIC [20] и процедуры объединения суперпикселей при различных значениях параметра порождалось множество разбиений оригинального изображения на сегменты. Из множества полученных разбиений оригинального изображения с разным числом сегментов выбиралось разбиение, которое минимизировало заданный функционал качества [17] в виде меры информационной избыточности. Этот метод позволил получить оптимальное в смысле меры информационной избыточности разбиение. При этом для решения задачи требуется задать только границы изменения и шаг параметра. Эти величины определяют мощность множества разбиений, из которых выбирается оптимальное. Описанный выше алгоритм достаточно трудоемкий, и возникает необходимость ускорить получение карт сегментации.

Целью настоящей работы является разработка ускоренных алгоритмов объединения суперпикселей в сегменты, которые представляют объекты, зафиксированные на изображении. Основная идея состоит в том, чтобы при объединении суперпиксельных областей, во-первых, использовалась стратегия, при которой сегмент выращивается из соседних областей до тех пор, пока выполняются условия объединения, и, во-вторых, мера качества не должна возрастать. Предлагается три алгоритма на основе указанной стратегии, которые отлича-

ются условиями принятия решения об объединении суперпикселей. Предлагаемые алгоритмы являются модификациями алгоритма, описанного в работах [17, 18].

2. ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СЕГМЕНТАЦИИ

В работах [17—19] было предложено использовать для описания операции сегментации модель информационного канала. Эта модель будет использована и в представляемой работе. Предполагается, что оригинальное полутоновое изображение и сегментированное изображение являются входом и выходом стохастической информационной системы. Значения уровней яркости изображений описываются дискретными случайными переменными U и V со значениями u и v. Тогда можно представить операцию сегментации следующей моделью:

$$V = F(U + \eta, t), \tag{2.1}$$

где U — сигнал на входе канала, V — выход канала; F — функция преобразования; t — параметр; η — шум канала, переменные U и η независимы. В работах [17—19] задача сегментации была сформулирована следующим образом. Пусть из заданного входного изображения U с помощью алгоритма сегментации (2.1) получено множество Q разбиений $\mathcal{V} = \{V_0, V_1, \dots, V_q, \dots, V_Q\}$ при различных значениях параметра t. Разбиение

$$V_{q} = \bigcup_{k=1}^{K_{q}} S_{k}^{V_{q}}, \quad S_{i}^{V_{q}} \bigcap_{i \neq j} S_{j}^{V_{q}} = \varnothing, \quad k = 1, 2, \dots, K_{q}, \quad i = 1, 2, \dots, K_{q}, \quad j = 1, 2, \dots, K_{q},$$

состоит из K_q сегментов. В работах [17—19] применялся функционал качества в виде меры информационной избыточности,

$$R(U, V_q) = 1 - \frac{I(U; V_q)}{H(V_q)} = \frac{H(U, V_q) - H(U_q)}{H(V_q)} = \frac{H(V_q | U)}{H(V_q)},$$
(2.2)

где $I(U;V_q)$ — средняя взаимная информация между входным изображением U и картой сегментации V_q , $H\left(U,V_q\right)$ — совместная энтропия, H(U) и $H(V_q)$ — энтропии входа и выхода, $H(V_q|U)$ — условная энтропия выхода при условии, что вход равен U.

Задача формулируется следующим образом. Требуется найти разбиение $V_{q \min}$, обеспечивающее минимум меры качества $R(U, V_{q \min})$:

$$V_{q \min} = \underset{V_q}{\arg \min} \left[R(U, V_q) \right], \quad q = 1, 2, \dots, Q.$$
 (2.3)

3. АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ КАРТ СЕГМЕНТАЦИИ МЕТОДОМ ВЫРАЩИВАНИЯ СЕГМЕНТОВ

Рассматривается алгоритм формирования разбиений V_q , применявшийся в работах [17, 18], который в представляемой работе рассматривается как базовый алгоритм. Задача сегментации методом выращивания сегментов была сформулирована во введении.

Ниже приводится базовый алгоритм формирования разбиений изображения методом выращивания сегментов, формулируется задача ускоренного выращивания сегментов и предлагается три алгоритма для ее решения.

3.1. Базовый алгоритм формирования карт сегментации

В работах [17, 18] начальным приближением V_0 изображения V при формировании карт сегментации является суперпиксельное разбиение, полученное алгоритмом SLIC [20]:

$$V_0 = \bigcup_i S_i^{V_0}, \quad S_i^{V_0} \bigcap S_j^{V_0} = \varnothing, \quad i \neq j, \quad i = 1, 2, ..., K_0, \quad j = 1, 2, ..., K_0,$$

где $S_i^{V_0},\ S_j^{V_0}$ — сегменты разбиения V_0 с номерами i и j, K_0 — число сегментов разбиения V_0 . Ниже будет рассмотрен базовый алгоритм объединения суперпикселей изображения V_0 для формирования множества Q разбиений $\mathcal{V}=\{V_0,V_1,\ldots,V_q,\ldots,V_Q\}$. Основная идея алгоритма состоит в следующем. При выбранном значении параметра t модели (2.1) выполняется перебор центров $\mathbf{C}_i=(c_i^1,c_i^2,c_i^3)^{\mathrm{T}}$ всех суперпикселей изображения V_0 , полученного на выходе алгоритма SLIC, и проверяется условие близости соседних суперпикселей. Формируется матрица сходства Px, соответствующим элементам которой присваивается единица, если выполняется условие близости, и ноль в противном случае. После завершения формирования матрицы Px выполняется объединение суперпикселей, которые соответствуют ненулевым элементам этой матрицы, в сегменты, и генерируется новое разбиение V_1 . Эти операции повторяются для различных значений параметра t, и, таким образом, порождается множество разбиений $\mathcal{V}=\{V_0,V_1,\ldots,V_q,\ldots,V_Q\}$.

Базовый алгоритм

- **Шаг 1.** Выбирается разбиение $V = V_0$. С числом сегментов $K = K_0$. Задается значение параметра $t = t_0$.
- **Шаг 2.** Выбирается суперпиксель S_i^V с номером i=1 разбиения V и соседний суперпиксель S_j^V с номером $j=i+1, \partial S_i^V \cap S_i^V \neq \varnothing, \partial S_i^V \cap S_i^V \neq \varnothing,$ где ∂S_i^V и $\partial S_i^V -$ границы суперпикселей $S_i^V, S_i^V.$
- Шаг 3. Проверяется условие

$$d_e(\mathbf{C}_i, \mathbf{C}_j) \leqslant \rho t, \tag{3.1}$$

где \mathbf{C}_i , \mathbf{C}_j — векторы координат центров соседних суперпикселей в выбранном цветовом пространстве, $\mathbf{C}_i=(c_i^1,c_i^2,c_i^3)^\mathrm{T}$; c_i^{ch} — координаты центров; ch=1,2,3 — номер компоненты используемого цветового пространства; $d_e(\mathbf{C}_i,\mathbf{C}_j)$ — евклидово расстояние между центрами суперпикселей S_i^V и S_i^V , ρ — константа, t — параметр модели (2.1).

- **Шаг 4.** Формируется матрица сходства Px размера $K \times K$, элементы которой $Px_{ij} = 1$, если выполняется условие (6), и $Px_{ij} = 0$ в противном случае.
- **Шаг 5.** Если $j \le K$, то i = i + 1 и переход к шагу 2, иначе переход к шагу 6.
- **Шаг 6.** После завершения формирования матрицы Px выполняется объединение суперпикселей, которые соответствуют ненулевым элементам этой матрицы, в сегменты: $S_m^{V_{q+1}} = S_i^V \bigcup S_j^V$. Полученное разбиение V_{q+1} оригинального изображения сохраняется.
- **Шаг 7.** Выбирается новое значение параметра $t = t + \Delta t, q = q + 1, V = V_{q+1}$. Если $t < t_{\max}$, переход к шагу 2, иначе переход к шагу 8.
- **Шаг 8.** Из полученного множества разбиений $\mathcal{V} = \{V_0, V_1, \dots, V_q, \dots, V_Q\}$ выбирается разбиение $V_{q \min}$ согласно (2.3), на котором функционал качества (2.2) достигает минимума.

3.2. Задача ускоренного формирования карт сегментации

Описанный в п. 3.1 алгоритм достаточно трудоемкий, и возникает необходимость разработки более быстрых способов получения карт сегментации без значительных потерь качества в смысле функционала (2.2). Для этого предлагается реализовать процедуру выращивания сегментов из областей (суперпикселей) непосредственно в процессе сканирования изображения V_0 . В задаче сегментации (2.1), (2.2) мера качества (2.2) применялась только на этапе выбора оптимального разбиения $V_{q\,\mathrm{min}}$ из множества разбиений \mathcal{V} . В представляемой работе предлагается: (а) выращивать каждый сегмент из соседних суперпикселей, не переходя к следующему до тех пор, пока выполняются условия объединения; (б) использовать условие невозрастания меры избыточности $R\left(U,V_q\right)$ (2.2) для объединения сегментов при формировании разбиения V_{q+1} из разбиения V_q . Задача формулируется следующим образом.

Пусть из изображения U получено суперпиксельное изображение V_0 . Выращиванием сегментов из суперпикселей

 $S_{k}^{V_{q+1}} = S_{k}^{V_{q}} \bigcup S_{l}^{V_{q}}, \quad V_{q+1} = \bigcup_{i} S_{i}^{V_{q+1}}, \quad V_{q} = \bigcup_{j} S_{j}^{V_{q}}$

необходимо сформировать разбиение $V_{q \min}$ так, что выполняется условие (3.1) для соседних суперпикселей $S_k^{V_q}$ и $S_l^{V_q}$ в выбранном цветовом пространстве, или (и) выполняется условие

$$R\left(U, V_{q \min}\right) \leqslant \ldots \leqslant R\left(U, V_{q+1}\right) \leqslant R\left(U, V_{q}\right) \leqslant \ldots \leqslant R\left(U, V_{0}\right). \tag{3.2}$$

В следующем подразделе будет предложено три ускоренных алгоритма формирования карт сегментации, которые являются модификациями базового алгоритма.

3.3. Модификации базового алгоритма

В предлагаемых модификациях описанного выше базового алгоритма объединение суперпикселей выполняется непосредственно в процессе сканирования разбиения V_0 . Пусть Ω_k — множество суперпикселей, соседних с суперпикселем $S_k^{V_m}$ с центром \mathbf{C}_k ,

$$\Omega_k = \left\{S_l^{V_m}\right\}, \ l = 1, 2, \dots, L, \quad \partial \, S_k^{V_m} \cap S_l^{V_m} \neq \varnothing, \quad \partial \, S_l^{V_m} \cap S_k^{V_m} \neq \varnothing,$$

где V_m — разбиение V_0 на шаге объединения $m, \partial S_k^{V_m}$ и $\partial S_l^{V_m}$ — границы суперпикселей $S_k^{V_m}, S_l^{V_m}$. Алгоритмы включают следующие операции.

- **Шаг 1.** Назначается начальное значение параметра $t = t_0$ и $V_m = V_0$, m = 0.
- **Шаг 2.** Выбирается суперпиксель $S_k^{V_m}$ изображения V_m с центром \mathbf{C}_k .
- **Шаг 3.** Проверяется условие объединения суперпикселя $S_k^{V_m}$ с центром \mathbf{C}_k с соседним суперпикселем $S_l^{V_m} \subset \Omega_k$ с центром \mathbf{C}_l (3.1) или (и) (3.2).
- **Шаг 4.** Если условие объединения выполняется, то суперпиксель $S_k^{V_m}$ объединяется с суперпикселем $S_l^{V_m} \subset \Omega_L$:

$$S_{kl} = S_k^{V_m} \left(\int S_l^{V_m}, \quad 1 \leqslant k \leqslant K_m, \quad 1 \leqslant l \leqslant L, \right.$$

где $K_m = |V_m|$ - число суперпикселей разбиения V_m . Объединенному суперпикселю $S_{kl}^{V_m}$ присваивается номер k, $S_k^{V_m} = S_{kl}^{V_m}$, и пересчитывается вектор координат центра \mathbf{C}_k .

- **IIIar 5.** $K_m = K_m 1, l = l + 1, m = m + 1.$
- **Шаг 6.** Если условие объединения не выполняется и l < L, то l = l + 1 и переход к шагу 3.
- **Шаг 7.** Если l > L, то выбирается следующий суперпиксель k = k + 1, переход к шагу 3.
- **Шаг 8.** Если $k > K_m$, разбиение $V_q = V_m$ сохраняется, меняется параметр $t = t + \Delta t$, и выполняется переход к шагу 2.

В предлагаемых алгоритмах используются три различных условия объединения. В первом из предлагаемых алгоритмов применяется условие (3.1), наложенное на расстояние в цветовом пространстве между центрами объединяемых объектов.

Во втором алгоритме необходимо, чтобы в результате слияния суперпикселей не возрастала информационная мера качества (2.2):

$$\Delta R = R(U, V_{m+1}) - R(U, V_m) \le 0, (3.3)$$

где V_m — разбиение изображения U на шаге объединения m.

В третьем алгоритме условием слияния суперпикселей является комбинация (логическое "И") условий (3.1) и (3.3). Так как второй и третий алгоритм обеспечивают невозрастание меры качества (2.2), то на выходе алгоритма будет получено разбиение с минимумом (не обязательно глобальным) меры. При этом не требуется формировать большого числа разбиений для всего диапазона значений параметра t как для базового алгоритма и его модификации с условием (3.1), что обусловило более высокое быстродействие. Если в алгоритме используется только условие объединения (3.1), то решением будет разбиение, удовлетворяющее условию (2.3). Если применяется условие (3.2), то алгоритм выполняется до достижения стабильности или минимально допустимого количества сегментов $K_m = 2$.

Для проверки условий объединения, в которых используется мера информационной избыточности (2.2), применяются следующие формулы вычисления ее приращения:

$$\Delta R = R(U, V_{m+1}) - R(U, V_m) = \frac{H(U, V_{m+1}) - H(U)}{H(V_{m+1})} - \frac{H(U, V_m) - H(U)}{H(V_m)}.$$

Прогнозируемые совместные и маргинальные энтропии на шаге m+1 вычисляются по формулам:

$$H(U, V_{m+1}) = H(U, V_m) + \sum_{i=1}^{L_U} \left(\frac{n_{ik}}{N} \log \frac{n_{ik}}{n_{ik} + n_{il}} \right) + \sum_{i=1}^{L_U} \left(\frac{n_{il}}{N} \log \frac{n_{il}}{n_{ik} + n_{il}} \right),$$

$$H\left(V_{m+1}\right) = H\left(V_{m}\right) + \left(\sum_{i=1}^{L_{U}} \frac{n_{ik}}{N}\right) \log \left(\sum_{i=1}^{L_{U}} n_{ik} \middle/ \sum_{i=1}^{L_{U}} \left(n_{ik} + n_{il}\right)\right) + \left(\sum_{i=1}^{L_{U}} \frac{n_{il}}{N}\right) \log \left(\sum_{i=1}^{L_{U}} n_{il} \middle/ \sum_{i=1}^{L_{U}} \left(n_{ik} + n_{il}\right)\right),$$

где N — количество пикселей в изображениях U, V_m и V_{m+1}, L_U — количество уровней яркости изображения U; k и l — метки сегментов разбиения $V_m; n_{ik}, n_{il}$ — частоты встречаемости пикселей с уровнем яркости i и метками сегментов k и l в совместной гистограмме яркости изображений U и V_m .

4. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА АЛГОРИТМОВ СЕГМЕНТАЦИИ

При оценивании результатов сегментации желательно знать теоретически достижимые граничные значения показателей качества для анализируемых изображений. В работе [21] для задачи классификации данных была найдена нижняя граница соотношение между наименьшей средней взаимной информацией и вероятностью ошибки, которая дает нижнюю оценку вероятности ошибки классификации на заданном множестве объектов при любом фиксированном значении средней взаимной информации. В работе [12] из неравенства Фано [22] было получено соотношение, связывающее вероятность ошибки сегментации изображений и среднюю взаимную информацию между гистограммой яркости сегментируемого изображения и его разбиением на сегменты.

Одной из широко применяемых оценок качества сегментации является вариация информации [23, 24], которая характеризует информационное различие между двумя изображениями. При решении практических задач сегментации важно оценить наименьшее возможное информационное различие между заданным входным изображением U и полученным разбиением V. Зная нижнюю границу вариации информации для оригинала U и его некоторого идеального разбиения, можно оценить качество полученного разбиения V и, соответственно, качество используемого алгоритма сегментации. Оценку нижней границы вариации информации дает следующее

Утверждение. Минимально возможная величина вариации информации между изображением U и его разбиением V определяется соотношением

$$VI_{\min}(U,V) = H(U) - \log K, \tag{4.1}$$

 ${\it где}\ H(U)$ — энтропия изображения U, K — число сегментов разбиения V, a минимально возможная величина нормированной вариации информации — соотношением

$$VI_{n\min}(U,V) = 1 - \frac{\log K}{H(U)}.$$
(4.2)

Доказательство. По определению величина вариации информации между изображениями *U* и *V* равна [23]:

$$VI(U,V) = H(U) + H(V) - 2I(U;V),$$
 (4.3)

где $H\left(U\right)$ и $H\left(V\right)$ — энтропии оригинального изображения U и его разбиения V, $I\left(U;V\right)$ — средняя взаимная информация между U и V. Максимальное значение взаимной информации в (4.3) равно энтропии разбиения V, т.е. $I_{\max}\left(U;V\right) = H\left(V\right)$ и $H\left(V|U\right) = 0$. Это возможно в том случае, если пиксели изображения U с определенными уровнями яркости будут находиться только в одном сегменте. Тогда минимальное значения вариации информации будет равно разности энтропий:

$$VI_{\min}(U, V) = H(U) - H(V).$$
 (4.4)

Максимальное значение энтропии $H\left(V\right)$ соответствует разбиению V изображения U, состоящему из сегментов одинаковой площади (т.е. включающих равное количество пикселей). В этом случае

$$H_{\max}(V) = -\sum_{k=1}^{K} \frac{1}{K} \log \frac{1}{K} = \log K,$$
 (4.5)

где K — число сегментов разбиения V. Тогда, подставляя (4.5) в (4.4), получаем выражение, определяющее нижнюю границу вариации информации (4.1) между оригинальным изображением U и его разбиением V:

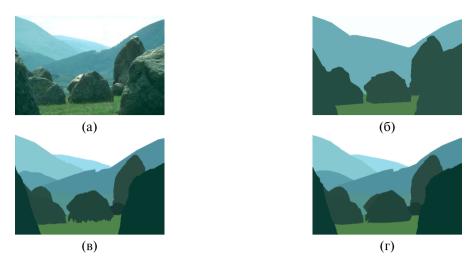
$$VI(U, V) \geqslant VI_{\min}(U, V) = H(U) - H_{\max}(V) = H(U) - \log K.$$

Нормированная вариация информации определена в виде:

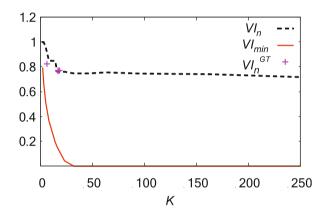
$$VI_{n}(U,V) = \frac{H(U) + H(V) - 2I(U;V)}{H(U,V)} = \frac{H(U) + H(V) - 2I(U;V)}{H(U) + H(V) - I(U;V)}.$$
(4.6)

С учетом максимально возможных значений энтропии выхода и средней взаимной информации, из (4.6) получим оценку нижней границы нормированной вариации информации (4.2):

$$VI_n(U, V) \geqslant VI_{n \min}(U, V) = \frac{H(U) - H_{\max}(V)}{H(U)} = 1 - \frac{\log K}{H(U)}.$$



Фиг. 1. Изображение 241004.jpg из базы BSDS500 [24, 25] (а) и его эталонные разбиения: (б) — на 6 сегментов; (в) — на 17 сегментов; (г) — на 18 сегментов.



Фиг. 2. Графики нормированной вариации информации (штриховая линия) $VI_n\left(U,V_q\right)$ для разбиений с различным числом сегментов и изображения, показанного на фиг. 1а, оценки нижней границы $VI_{n \min}\left(U,V\right)$ (сплошная линия) и нормированной вариации информации эталонных разбиений, показанных на фиг. 16—г (отмечены символом "+").

Таким образом, нижняя граница вариации информации (а также нормированной вариации информации) между оригинальным изображением U и его разбиением V имеет вид кривой, зависящей от энтропии U и количества сегментов K разбиения V. Так как согласно свойствам метрики вариация информации неотрицательна, то значения $VI_{\min}\left(U,V\right)$ и $VI_{n\min}\left(U,V\right)$ в формулах (4.1) и (4.2) ограничиваются условиями $VI_{\min}\left(U,V\right)\geqslant 0$ и $VI_{n\min}\left(U,V\right)\geqslant 0$.

Пример графика оценки нижней границы нормированной вариации информации для тестового изображения и его разбиений, показанных на фиг. 1, приведен на фиг. 2. На фиг. 1 представлено изображение 241004јрд из базы BSDS500 [24, 25] и его эталонные разбиения на 6, 17 и 18 сегментов, соответственно. На фиг. 2 показан график нижней границы (сплошная линия), график нормированной вариации информации (штриховая линия) для разбиений, полученных базовым алгоритмом сегментации, с различным числом сегментов K, и точки, соответствующие эталонным разбиениям (отмечены символом "+").

Из фиг. 2 следует, что разбиения, полученные базовым алгоритмом, имеют малое информационное различие с эталонными разбиениями из базы BSDS500. Эталонным разбиениям с малым числом сегментов K=6 на графике соответствуют точки, расположенные ближе к нижней границе вариации информации, чем точки, соответствующие разбиениям с 17 и 18 сегментами. Разбиение $V_{q\,\mathrm{min}}$, порожденное базовым алгоритмом и соответствующее минимуму меры избыточности, состоит из 16 сегментов.

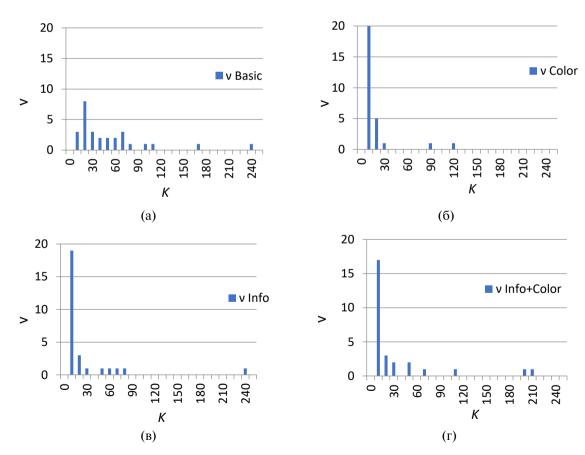
В следующем разделе будет описан вычислительный эксперимент, позволяющий оценить характеристики предложенных алгоритмов.

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

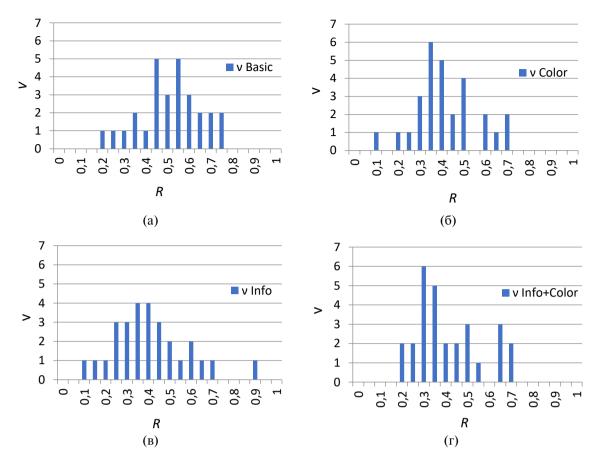
Вычислительный эксперимент, позволяющий оценить характеристики предложенных алгоритмов, проводился на наборе из 28 тестовых изображений из базы BSDS500 [24, 25] и 140 эталонных разбиений с использованием персонального компьютера с процессором Intel Core i5-2410M, 2.3GHz, 4GB оперативной памяти и операционной системой Windows. Эксперимент состоял из трех частей. В первой части были вычислены информационные меры, с помощью которых проведено сравнение разбиений полученных базовым алгоритмом и тремя новыми алгоритмами. Во второй части эксперимента оценивалось информационное различие полученных разбиений с эталонными картами сегментации из базы BSDS500. В третьей части оценивалось быстродействие предложенных алгоритмов.

Чтобы применить информационные меры к цветным изображениям, значения меры избыточности R (2.2) и вариации информации VI_n (4.6) для разных цветовых каналов взвешивались соответствующими энтропиями (см. [17—19]).

В первой части эксперимента из 28 тестовых изображений $U_i, i=1,2,\ldots,28$, получены разбиения $V_i^j, j=1,2,\ldots,4$, с использованием четырех алгоритмов формирования сегментов (базового алгоритма и трех его модификаций, описанных в разд. 3). Для каждого разбиения вычислено значение меры избыточности $R(U_i,V_i^j)$ и нормированной вариации информации $VI_n(U_i,V_i^j)$. Кроме того, для каждого из тестовых изображений получены оценки минимально возможного значения вариации информации $VI_{n\min}(U_i,V_i^j)$ для количества сегментов K в разбиении V_i^j , и вычислены разности $\Delta VI_i^j = VI_n(U_i,V_i^j) - VI_{n\min}(U_i,V_i^j)$, характеризующие избыточность вариации информации для полученных карт сегментации изображений U_i относительно минимально возможного значения. Для каждого из четырех исследуемых алгоритмов вычислены частоты V_i^j и избыточности вариации информации V_i^j , показанные на фиг. 3—5. Для оценки различия разбиений, полу-



Фиг. 3. Частота v количества сегментов K в разбиениях, полученных разными алгоритмами: (а) — базовым; (б) — с условием объединения сегментов по расстоянию в цветовом пространстве (3.1); (в) — с информационным условием объединения сегментов (3.3); (г) — с комбинацией условий (3.1) и (3.3).



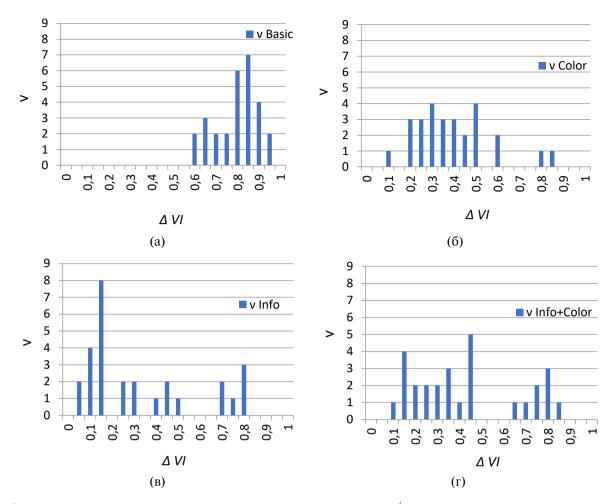
Фиг. 4. Частота v значений меры избыточности $R(U_i, V_i^j)$ для разбиений, полученных алгоритмами: (а) — базовым; (б) — с условием объединения сегментов по расстоянию в цветовом пространстве (3.1); (в) — с информационным условием объединения сегментов (3.3); (г) — с комбинацией условий (3.1) и (3.3).

Таблица 1. Значения информационных мер качества для разбиений, полученных разными алгоритмами

Алгоритм/усло- вие объединения	Среднее чис-ло сегментов	Среднее/СКО $R(U_i, V_i^j)$	C реднее/СКО $\Delta V I_i^j$	Среднее/СКО $VI_n(V_i^j, V_i^{kGT})$	Среднее/СКО $VI_n(U_i, V_i^j)$
Базовый	48	0.488/0.145	0.767/0.102	0.559/0.109	0.85/0.067
Ускоренный/ условие (3.1)	15	0.393/0.145	0.43/0.384	0.551/0.129	0.878/0.06
Ускоренный/ условие (3.3)	22	0.383/0.176	0.303/0.260	0.608/0.143	0.882/0.07
Ускоренный/ комбинация (3.1) и (3.3)	30	0.39/0.147	0.405/0.242	0.617/0.15	0.863/0.059

ченных исследуемыми алгоритмами, и эталонных карт сегментации V_i^{kGT} , $k=1,2,\ldots,5$, из базы изображений BSDS500, вычислены величины нормированной вариации информации $VI_n(V_i^j,V_i^{kGT})$. Результаты представлены в виде четырех гистограмм на фиг. 6. Средние значения и величины среднеквадратического отклонения информационных характеристик полученных карт сегментации даны в табл. 1.

На рисунках введены следующие обозначения: значения частот количества сегментов и информационных мер для разбиений тестовых изображений, полученных базовым алгоритмом, имеют метку Basic, алгоритмом с условием слияния суперпикселей (3.1) помечены как Color, алгоритмом с условием (3.3) — Info, а алгоритмом с комбининацией условий (3.1) и (3.3) — Info+Color.

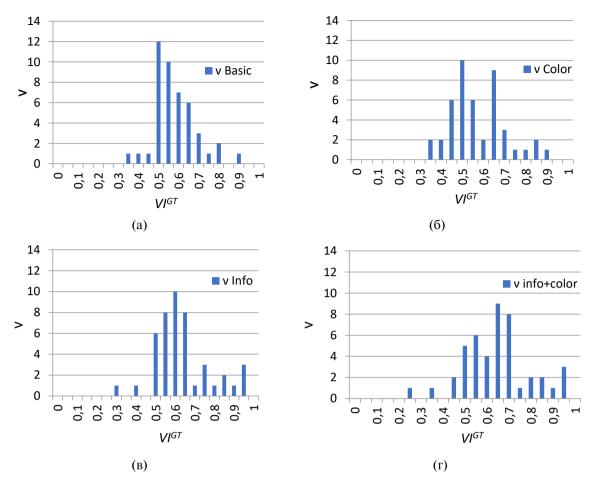


Фиг. 5. Частота ν значений избыточности вариации информации $\Delta V I_i^j$ для разбиений, полученных алгоритмами: (a) — базовым; (б) — с условием объединения сегментов по расстоянию в цветовом пространстве (3.1); (в) — с информационным условием объединения сегментов (3.3); (г) — с комбинацией условий (3.1) и (3.3).

Из фиг. 3-6 можно заключить следующее. Гистограммы, представленные на фиг. 3, показывают, что количество сегментов в разбиениях, полученных тремя предложенными алгоритмами, меньше, чем в разбиениях, которые порождает базовый алгоритм. Сокращение количества сегментов в разбиениях приводит к снижению величины меры избыточности $R(U_i,V_i^j)$ (см. фиг. 4) и избыточности вариации информации относительно минимально возможного значения $\Delta V I_i^j$ (см. фиг. 2 и 5). Так, например, среднее значение избыточности $\Delta V I_i^j$ для базового алгоритма составило 0.488, для модифицированного алгоритма с условием объединения сегментов (3.1)-0.393, для алгоритма с информационным условием объединения (3.3)-0.383, а для алгоритма с комбинированным условием -0.39 при среднеквадратическом отклонении (СКО), равном 0.144-0.147 для алгоритмов с условием (3.1) и 0.176 для алгоритма с информационным условием (3.3). При этом данные из последнего столбца табл. 1 показывают, что разбиения V_i^j , сформированные новыми алгоритмами, демонстрируют большее информационное отличие $VI_n(U_i,V_i^j)$ от оригинала U_i , чем разбиения, порожденные базовым алгоритмом.

Одновременно наблюдается более высокое информационное различие между эталонными картами сегментации и разбиениями, полученными новыми алгоритмами, особенно алгоритмами, в которых работает информационное условие объединения суперпикселей (см. фиг. 6 и табл. 1). Так величина среднего значения вариации информации $VI_n(V_i^j,V_i^{kGT})$ для базового алгоритма составляет 0.559 при СКО, равным 0.11; для модификации с условием объединения по евклидову расстоянию в цветовом пространстве — 0.551 при СКО 0.13; для модификации с информационным условием (3.3) — 0.608 и СКО, равным 0.14; для модификации с комбинированным условием — 0.617 при СКО 0.15.

Результаты работы четырех исследуемых алгоритмов проиллюстрированы на фиг. 7 и 8. На этих рисунках показаны тестовые изображения (фиг. 7а и 8а), суперпиксельные изображения (фиг. 7б и 8б), полученные ал-



Фиг. 6. Частота v значений информационного различия (средней нормированной вариации информации $VI^{GT} = VI_n(V_i^j, V_i^{kGT})$) между эталонными разбиениями V_i^{kGT} и разбиениями тестовых изображений V_i^j , полученных разными алгоритмами: (а) — базовым; (б) — с условием объединения сегментов по расстоянию в цветовом пространстве (3.1); (в) — с информационным условием объединения сегментов (3.3); (г) — с комбинацией условий (3.1) и (3.3).

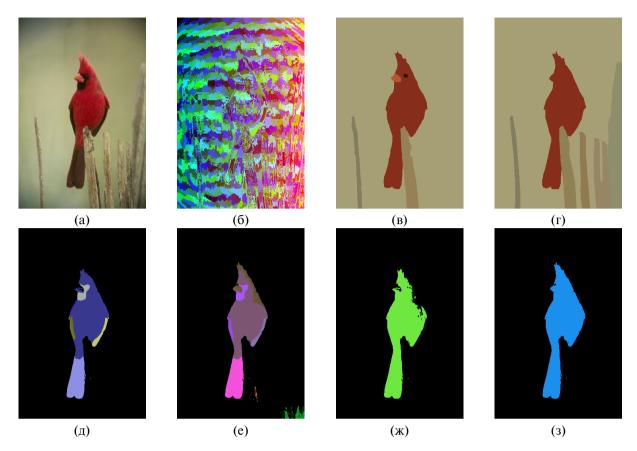
Таблица 2. Время работы алгоритмов

Алгоритм/условие объединения	Время работы алгоритма, с		
Базовый	34.97		
Ускоренный/условие (3.1)	27		
Ускоренный/условие (3.3)	4.34		
Ускоренный/комбинация условий (3.1) и (3.3)	28.08		

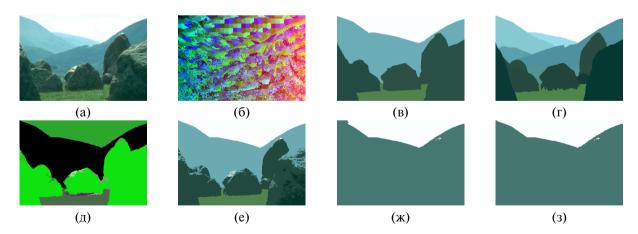
горитмом SLIC, и по два из эталонных разбиения из базы BSDS500 (фиг. 7в, 7г и 8в, 8г. На фиг. 7д—з, 8д—з показаны разбиения, полученные с помощью четырех алгоритмов объединения суперпикселей. Фиг. 7 и 8 демонстрируют, что число сегментов в разбиениях, полученных тремя новыми алгоритмами меньше, чем в разбиениях, порожденных базовым алгоритмом.

В третьей части тестирования получены экспериментальные оценки затрат времени разными алгоритмами. Результаты представлены в табл. 2. Базовым алгоритмом затрачено на формирование разбиения в среднем 34.97 с, ускоренным алгоритмом с условием объединения (3.1)-27 с, алгоритмом с условием (3.3)-4.34 с, а алгоритмом с комбинированным условием -28.08 с. Из результатов эксперимента следует, что информационные характеристики разбиений тестовых изображений, полученные алгоритмом с информационным условием объединения суперпикселей (3.3), близки к характеристикам разбиений, полученных алгоритмом с комбинированным условием (3.1), (3.3) (см. фиг. 3-8) при меньших почти в 7 раз затратах времени.

Эксперимент также показал, что алгоритмы, в которых условия объединения включают информационное условие (3.3), позволяют получить приемлемые карты сегментации не для всех тестовых изображений (см., на-



Фиг. 7. Тестовое изображение 196027.jpg из базы BSDS500 — (а); суперпиксельное изображение — (б); эталонные разбиения на 7 и 8 сегментов — (в) и (г) соответственно. Карты сегментации, полученные различными алгоритмами слияния суперпикселей: (д) — базовым алгоритмом, 8 сегментов; (е) — алгоритмом с условием по расстоянию в цветовом пространстве (3.1), 10 сегментов; (ж) — алгоритмом с условием минимизации информационной меры (3.3), 2 сегмента; (з) — алгоритмом с условием в виде комбинации расстояния в цветовом пространстве и информационной меры, 2 сегмента.



Фиг. 8. Тестовое изображение 241004.jpg из базы BSDS500 (а); суперпиксельное изображение — (б); эталонные разбиения на 6 и 17 сегментов — (в) и (г) соответственно. Карты сегментации, полученные различными алгоритмами слияния суперпикселей: (д) — базовым алгоритмом, 16 сегментов; (е) — алгоритмом с условием по расстоянию в цветовом пространстве (3.1), 7 сегментов; (ж) — алгоритмом с условием минимизации информационной меры (3.3), 2 сегмента; (з) — алгоритмом с условием в виде комбинации расстояния в цветовом пространстве и информационной меры, 2 сегмента.

пример, фиг. 8). Для получения карт сегментации, которые будут в большей мере соответствовать оригинальным изображениям, целесообразно использовать меру качества, включающую не только меру избыточности, но и вариацию информации. Такая мера позволит найти компромисс между условиями минимизации количества выделенных информационно важных сегментов и минимизации информационного различия между оригинальным изображением и полученным разбиением.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены ускоренные модификации разработанного ранее алгоритма выращивания областей в задаче сегментации изображений, использующие различные условия объединения областей пересегментированных изображений. В первом из предлагаемых алгоритмов применяется пороговое условие, наложенное на расстояние в цветовом пространстве между центрами объединяемых областей. Второй алгоритм основан на условии невозрастания меры избыточности в результате слияния областей. В третьем алгоритме условием слияния областей является комбинация двух условий. Предлагаемые алгоритмы позволяют ускорить процесс сегментации по сравнению с применявшимся ранее алгоритмом при некотором допустимом ухудшении информационных характеристик полученных разбиений. Наибольшее быстродействие обеспечивается алгоритмом с информационным условием объединения суперпикселей. Предложенные алгоритмы универсальны в том смысле, что не накладывают ограничений на способ получения пересегментированных изображений, из которых формируются разбиения. Дальнейшие исследования будут направлены на повышение точности сегментации за счет применения в алгоритмах комбинированной меры качества, включающей не только меру избыточности, но и вариацию информации. Такая мера позволит получать карты сегментации, обеспечивающие компромисс между условиями минимизации количества выделенных информационно важных сегментов и минимизации информационного различия между оригинальным изображением и полученным разбиением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Ikonomatakis N., Plataniotis K. N., Zervakis M., Venetsanopoulos A. N.* Region growing and region merging image segmentation // Proc. of 13th Internat. Conference on Digital Signal Proc., Santorini, Greece. 1997. Vol. 1. P. 299–302. doi: 10.1109/ICDSP.1997.628077.
- 2. *Peng B., Zhang L., Zhang D.* Automatic Image Segmentation by Dynamic Region Merging // IEEE Transactions on Image Proc.. 2011. Vol. 20(12). P. 3592–3605. doi: 10.1109/TIP.2011.2157512.
- 3. *Ko H.Y., Ding J.J.* Adaptive growing and merging algorithm for image segmentation // 2016 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA), Jeju, Korea (South). 2016. P. 1–10. doi: 10.1109/APSIPA.2016.7820762.
- 4. *Chamalis T., Likas A.* Region merging for image segmentation based on unimodality tests // 2017 3rd Internat. Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR), Nagoya, Japan. 2017. P. 381–384. doi: 10.1109/ICCAR.2017.7942722.
- 5. *Tang R., Song W., Guan X., Ge H., Kong D.* Dam Burst: A region-merging-based image segmentation method // ArXiv. 2020. abs/2003.04797. https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.04797.
- 6. *Kharinov M.* Stable Segmentation of Digital Image //arXiv preprint arXiv:1208.2655. 2012.
- 7. Shuanhu Di, Miao Liao, Yuqian Zhao, Yang Li, Yezhan Zeng. Image superpixel segmentation based on hierarchical multi-level LI-SLIC // Optics & Laser Technology. 2021. Vol. 135. 106703. https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2020.106703.
- 8. *Liu T., Seyedhosseini M., Tasdizen T.* Image Segmentation Using Hierarchical Merge Tree // IEEE Transactions on Image Proc. 2016. Vol. 25(10). P. 4596–4607. doi: 10.1109/TIP.2016.2592704.
- 9. *Чочиа П.А*. Сегментация изображений на основе анализа расстояний в пространстве признаков // Автометрия. 2014. №4. С. 97—110.
- 10. *Альмияхи О.М., Цветков В.Ю., Конопелько В.К., Гусева О.В.* Адаптивное двухпороговое квантование и сегментация изображений на основе разделения и слияния областей // Докл. БГУИР. 2016. №7(101). С. 183—187.

- 11. *Calderero F., Marques F.* Region Merging Techniques Using Information Theory Statistical Measures // IEEE Transactions on Image Proc. 2010. Vol. 19(6). P. 1567–1586. doi: 10.1109/TIP.2010.2043008.
- 12. *Rigau J.*, *Feixas M.*, *Sbert S.* An information theoretic framework for image segmentation // 2004 Internat. Conference on Image Proc. ICIP '04. Singapore. 2004. Vol. 2. P. 1193–1196. doi: 10.1109/ICIP.2004.1419518.
- 13. *Bardera A., Rigau J., Boada I., Feixas M., Shert S.* Image Segmentation Using Information Bottleneck Method // IEEE Transactions on Image Processing. 2009. Vol. 18(7). P. 1601–1612. doi: 10.1109/TIP.2009.2017823.
- 14. *Mirsadeghi S. E., Royat A., Rezatofighi H.* Unsupervised Image Segmentation by Mutual Information Maximization and Adversarial Regularization // IEEE Robotics and Automation Letters. 2021. Vol. 6(4). P. 6931–6938. DOI: 10.1109/LRA.2021.3095311.
- 15. *Tishby N. Pereira F. C., Bialek W.* The information bottleneck method // Proc. of the 37th Annual Allerton Conference on Communication, Control and Computing. 1999. P. 368–377.
- 16. Lv X., Persello C., Huang X., Ming D., Stein A. DeepMerge: Deep Learning-Based Region-Merging for Image Segmentation //arXiv preprint arXiv:2305.19787v2[cs.CV]. 2024. https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.19787
- 17. *Murashov D*. Theoretical-information quality model for image segmentation // Procedia Engng. 2017. Vol. 201. P. 239–248.
- 18. *Murashov D*. Application of Information Redundancy Measure To Image Segmentation. In: Strijov V., Ignatov D., Vorontsov K. (eds) Intelligent Data Processing. IDP 2016. Communications in Computer and Information Science. Springer, Cham. 2019. Vol. 794. P. 125–139. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-35400-8_9
- 19. *Murashov D.M.* An Information Model for Digital Image Segmentation // Pattern Recognit. Image Anal. 2021. Vol. 31. P. 632–645.
- 20. Achanta R., Shaji A., Smith K., Lucchi A., Fua P., Susstrunk S. SLIC superpixels compared to state-of-the-art superpixel methods // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 2012. Vol. 34(11). P. 2274—2282.
- 21. Ланге А.М., Ланге М.М., Парамонов С.В. О соотношении взаимной информации и вероятности ошибки в задаче классификации данных // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2021. Т. 61. № 7. С. 1192—1205.
- 22. *Cover T.M, Thomas J.A.* Elements of Information Theory. Wiley Series in Telecommunications. 2-nd ed. John Wiley & Sons, Inc. 2006. 774 P.
- 23. *Meila M.* Comparing clusterings: an axiomatic view // In: Proc. of the 22nd Int. Conf. on "Machine learning (ACM, 2005)", Bonn, Germany, August 7 11 2005. ACM, New York, NY, USA. 2005. P. 577–584.
- 24. Arbelaez P., Maire M., Fowlkes C., Malik J. Contour Detection and Hierarchical Image Segmentation // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2011. Vol. 33(5), P. 898–916. DOI: 10.1109/TPAMI.2010.161
- 25. *Martin D., Fowlkes C., Tal D., Malik J.* A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics // Proc. "8th Int. Conf. on Comput. Vis. (ICCV 2001)", Vancouver, BC, Canada, 07–14 July 2001. IEEE. 2001. Vol. 2. P. 416–423.

2226 МУРАШОВ

ACCELERATED ALGORITHMS FOR GROWING SEGMENTS FROM IMAGE REGIONS

D. M. Murashov*

119333 Moscow, 44, Vavilov str., FRC CSC RAS *e-mail: d murashov@mail.ru

> Received: 08.04.2024 Revised: 15.05.2024 Accepted: 26.07.2024

Abstract. The paper proposes new algorithms for combining superpixel regions into segments. The main idea is that when combining super pixels, firstly, a strategy is used in which the segment is grown from neighboring areas as long as the conditions for combining are met, and secondly, when combining areas, the applied information quality measure should not increase. Three algorithms based on this strategy are proposed, which differ in the conditions for making a decision on combining superpixels. A computational experiment was carried out on test images. The experiment showed that the proposed algorithms make it possible to speed up the segmentation process compared to the procedure used, with acceptable losses of information quality measures of the obtained partitions.

Keywords: image segmentation, information redundancy, information variation, growing segments, combining segments, superpixel.