

РАСПАД СКАЛЯРОНА В ПЕРТУРБАТИВНОЙ КВАНТОВОЙ ГРАВИТАЦИИ

Б. Н. Латош ^{a,b*}

^a *Лаборатория теоретической физики им. Боголюбова,
Объединенный институт ядерных исследований
141980, Дубна, Московская обл., Россия*

^b *Государственный Университет “Дубна”
141982, Дубна, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 5 октября 2022 г.,
после переработки 3 ноября 2022 г.
Принята к публикации 9 ноября 2022 г.

Модель квадратичной гравитации Старобинского описывает успешный инфляционный сценарий. Инфляция происходит из-за новой скалярной степени свободы, называемой скаляроном. После окончания инфляции скалярон распадается на материальные степени свободы и степени свободы темной материи и производит разогрев Вселенной. Мы изучаем новые каналы, по которым скалярон может передавать энергию в сектор материи. Эти каналы представляют собой аннигиляцию и распад через промежуточные состояния гравитонов. Результаты получены в рамках пертурбативной квантовой гравитации. В пределе тяжелого скалярона через аннигиляционный канал рождаются преимущественно скалярные частицы. При этом допускается распад в любые типы частиц. В пределе легкого скалярона канал распада сильно подавлен. Ожидается, что рождение бозонов по каналу аннигиляции будет преобладать на ранних стадиях разогрева, тогда как рождение фермионов будет доминировать на более поздних стадиях.

DOI: 10.31857/S0044451023050024

EDN: BBVSSE

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель модифицированной гравитации $R + R^2$ занимает особое место среди моделей модифицированной гравитации. Во-первых, она не содержит духовых степеней свободы несмотря на наличие высших производных [1, 2]. Во-вторых, она имеет одну дополнительную скалярную степень свободы, которую можно выделить явно при помощи конформного отображения на скалярно-тензорную гравитацию [2–6]. Самое главное, модель описывает инфляционный сценарий, полностью согласованный с данным наблюдений [7–11].

Широко изучались возможности описания постинфляционного разогрева в рамках модели $R + R^2$. Возможно, простейший сценарий основан на превращениях новой гравитационной степени свободы – скалярона [12–16]. Скалярон обеспечивает проте-

вание инфляции в режиме медленного скатывания, скользя по плоской части потенциала. Когда инфляция заканчивается, скалярон начинает колебаться вокруг минимума потенциала. Эти колебания приводят к интенсивному образованию частиц, которые разогревают Вселенную. Если скалярон имеет каналы, по которым он может переходить в другие степени свободы, то соответствующие факторы, такие как сечение аннигиляции или ширина распада, естественным образом войдут в космологические уравнения и будут играть роль эффективного трения, подавляющего осцилляции скалярона. Точный механизм, ответственный за трансмутации скалярона, сильно зависит от модели.

Мы рассмотрим два аспекта такого постинфляционного разогрева. В первую очередь, скалярон может аннигилировать в степени свободы материи (или темной материи) через промежуточные гравитонные состояния. Такая аннигиляция возможна, потому что все типы материи, включая скалярон, взаимодействуют с гравитацией. Такие процессы можно последовательно описать в рамках пертурбативной квантовой гравитации и рассчитать соот-

* E-mail: latosh@theor.jinr.ru

ветствующие сечения аннигиляции. Вклад этого канала в разогрев обсуждается ниже. Во-вторых, скалярон может распадаться непосредственно на степени свободы материи, потому что он взаимодействует с тензором энергии-импульса материи. Он получает новый канал распада на однопетлевом уровне, так как также может аннигилировать через промежуточные гравитационные состояния. Мы приведем конкретные примеры таких процессов и обсудим их вклад в разогрев.

Статья организована следующим образом. Во-первых, мы обсудим формализм, используемый для вычислений. Мы покажем, что после окончания инфляции слабые квантовые гравитационные эффекты можно согласовано описать в рамках пертурбативной квантовой гравитации. Мы кратко обсудим ее формализм и применимость в разд. 2. В разд. 3 мы обсуждаем аннигиляцию скалярона в материальные степени свободы. Для простоты мы рассматриваем только распады в состояния с $s = 0$, $m \neq 0$, которые подобны состояниям бозона Хиггса; состояния с $s = 1/2$, $m \neq 0$, которые подобны кваркам, лептонам и легкой темной материи; и состояния $s = 1$, $m = 0$, которые подобны глюонам и фотонам. В разд. 4 мы строим явные примеры скалярных распадов в материальные степени свободы, которые существуют только на однопетлевом уровне. Также мы обсуждаем их роль в постинфляционном разогреве. В разд. 5 приведены выводы.

2. ПЕРТУРБАТИВНАЯ КВАНТОВАЯ ГРАВИТАЦИЯ

Пертурбативная квантовая гравитация представляет простой формализм, способный согласованно учитывать квантовые гравитационные эффекты [17–21]. Подход основан на следующих предположениях. Во-первых, построенная теория является эффективной. Это означает, что она применима при энергиях ниже планковского масштаба, и ее не следует пытаться расширять далее в ультрафиолетовую область. Во-вторых, гравитация пертурбативна. Это означает, что теория учитывает только гравитационные эффекты, описываемые малыми метрическими возмущениями.

На практике эти предположения реализуются следующим образом. Метрика полного пространства-времени $g_{\mu\nu}$ составляется из плоского фона $\eta_{\mu\nu}$ и его малых возмущений $h_{\mu\nu}$:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \kappa h_{\mu\nu}. \quad (1)$$

Тут κ — гравитационная постоянная, связанный с постоянной Ньютона G_N следующим образом:

$$\kappa^2 = 32\pi G_N. \quad (2)$$

В некотором смысле $h_{\mu\nu}$ играет роль калибровочного поля со спином 2, распространяющегося на плоском фоне. Квантовая динамика системы описывается соответствующим производящим функционалом

$$\mathcal{Z}[J^{\mu\nu}] = \int \mathcal{D}[h_{\alpha\beta}] \exp[i\mathcal{A}[h_{\alpha\beta}] + iJ^{\mu\nu}h_{\mu\nu}]. \quad (3)$$

Здесь $\mathcal{A}$ — микроскопическое действие, описывающее используемую гравитационную модель. Действие $\mathcal{A}$ следует разложить в пертурбативный ряд по $h_{\mu\nu}$, порождая бесконечный ряд:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = & -\frac{1}{2}h_{\mu\nu}\mathcal{P}^{\mu\nu\alpha\beta}\Box h_{\alpha\beta} + \\ & + \kappa\hat{\mathcal{V}}_3^{\mu_1\nu_1\mu_2\nu_2\mu_3\nu_3}h_{\mu_1\nu_1}h_{\mu_2\nu_2}h_{\mu_3\nu_3} + \\ & + \kappa^2\hat{\mathcal{V}}_4^{\mu_1\nu_1\mu_2\nu_2\mu_3\nu_3\mu_4\nu_4}h_{\mu_1\nu_1}h_{\mu_2\nu_2}h_{\mu_3\nu_3}h_{\mu_4\nu_4} + \\ & + \mathcal{O}(\kappa^3). \end{aligned} \quad (4)$$

Первый член разложения описывает пропагатор гравитона, а члены $\hat{\mathcal{V}}_n$ соответствуют вершинам взаимодействия гравитонов. Следует отметить, что это разложение содержит бесконечное число членов взаимодействия, последовательно подавляемых планковским масштабом.

Построенная таким теория неперенормируема [17, 22, 23]. В рамках обсуждаемого подхода отсутствие перенормируемости объясняется конечностью области применимости. Применение стандартной процедуры перенормировки для пертурбативной гравитации потребовало бы бесконечного числа перенормировочных констант. Это лишь показывает, что данные о поведении гравитации при высоких энергиях отсутствуют в построенной теории, что уже обеспечено ограничением на область ее применимости.

Несмотря на эти недостатки, теория предоставляет согласованный и контролируемый способ вычисления амплитуд. В любом порядке по теории возмущений нужно определить набор релевантных взаимодействий и построить соответствующий им набор диаграмм Фейнмана, дающих вклад в вычисляемый матричный элемент. Правила Фейнмана для взаимодействия гравитона и материи, составляющие основу теории, могут быть построены аналитически [24–26]. В статье [27] был предложен алгоритм вычисления правил Фейнмана для гравитации. Он

был реализован в пакете FeynGrav, который расширяет FeynCalc [27–29]. В этой статье все расчеты выполнены с помощью FeynGrav.

Пертурбативный подход можно использовать для изучения квантовых гравитационных эффектов после окончания инфляционной фазы. Прежде всего, можно утверждать, что все процессы со степенями свободы скалярона, материи и темной материи в постинфляционной Вселенной происходят на временном масштабе, намного меньшем, чем масштаб космологического расширения. Иными словами, такие процессы хорошо локализованы как в пространстве, так и во времени, поэтому их можно отделить от космологического фона и учитывать лишь малые локальные возмущения метрики, описываемые теорией возмущений. Во-вторых, модель гравитации $R + R^2$ однозначно соответствует известной скалярно-тензорной модели гравитации [1, 2]. В скалярно-тензорной параметризации лагранжиан модели диагонален, что позволяет использовать стандартный формализм, свободный от высших производных.

Таким образом, пертурбативный подход к квантовой гравитации предоставляет согласованный и контролируемый способ вычисления квантовых гравитационных эффектов. Нет препятствий для его последовательного применения в постинфляционной Вселенной для использования для изучения процессов, связанных со степенями свободы гравитации, скалярона, материи и темной материи.

3. АННИГИЛЯЦИЯ СКАЛЯРОНА

Обратимся к обсуждению аннигиляции скалярона в материальные степени свободы. Рассмотрим аннигиляцию пары скаляронов (являющихся скалярами с массой M) в легкие скаляры $s = 0$, $0 < m \ll M$; легкие дираковские фермионы $s = 1/2$, $0 < m_f \ll M$; безмассовые векторы $s = 1$, $m_v = 0$. Выбор этих процессов обусловлен тем, что такие степени свободы могут быть связаны как со степенями свободы стандартной модели, так и со степенями свободы темной материи. А именно, легкие скаляры подобны бозону Хиггса, фермионные степени свободы подобны кварками и лептонами, а безмассовые векторные степени свободы можно ассоциировать либо с фотонами, либо с глюонами.

В этом разделе, во-первых, будут вычислены все обсуждаемые амплитуды и соответствующие сечения. После этого будет проведен анализ того, к каким физическим последствиям приводят эти ре-

зультаты. Все расчеты проводятся с помощью пакетов “FeynCalc” [28, 29], “FeynGrav” [27], “Package-X” [30, 31] и FeynHelpers [32]. Соответствующие публикации содержат подробные описания их использования, поэтому мы не будем их в данной статье.

Кинематика таких аннигиляционных процессов определяется следующим образом:

$$\begin{cases} p_1^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{M^2 + p^2} & 0 & 0 & p \end{pmatrix}, \\ p_2^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{M^2 + p^2} & 0 & 0 & -p \end{pmatrix}, \\ q_1^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + q^2} & q \sin \theta & 0 & q \cos \theta \end{pmatrix}, \\ q_2^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + q^2} & -q \sin \theta & 0 & -q \cos \theta \end{pmatrix}, \end{cases} \quad (5)$$

$$q = \sqrt{M^2 + p^2 - m^2},$$

$$\begin{cases} s = (p_1 + p_2)^2 = 4(M^2 + p^2), \\ t = (p_1 - q_1)^2 = -(p + q)^2 + 4pq \cos^2 \frac{\theta}{2}, \\ u = (p_1 - q_2)^2 = -(p + q)^2 + 4pq \sin^2 \frac{\theta}{2}. \end{cases}$$

Здесь p_1 и p_2 обозначают входящие импульсы скаляронов на оболочке; q_1 и q_2 обозначают исходящие импульсы рожденных частиц; p — пространственный импульс центра масс; m — масса рожденных степеней свободы; s , t и u обозначают стандартные переменные Мандельштама [33, 34].

Заданный аннигиляционный матричный элемент $\mathcal{M}$ связан с дифференциальным сечением стандартной формулой:

$$d\sigma = \frac{1}{j} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - q_1 - q_2) \times \\ \times \frac{1}{2E(p_1)} \frac{1}{2E(p_2)} \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 2E(q_1)} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 2E(q_2)}. \quad (6)$$

Здесь j обозначает фактор, нормирующий сечение на единичный поток:

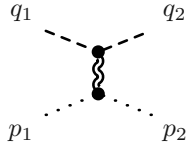
$$\frac{1}{j} = \left(\frac{\sqrt{p_1 \cdot p_2 - M^2 M^2}}{p_1^0 p_2^0} \right)^{-1} = \frac{M^2 + p^2}{\sqrt{(M^2 + 2p^2)^2 - M^4}}. \quad (7)$$

Другие факторы нормируют свободные начальные и конечные состояния и выполняют интегрирование по фазовому пространству двух тел. Эта формула очень подробно обсуждается в классических учебниках [35–37]. Для данного случая формула приводит к следующей связи между матричным элементом и дифференциальным сечением:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{256\pi^2} \frac{1}{M} \frac{1}{p} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2}}{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2} |\mathcal{M}|^2. \quad (8)$$

Здесь $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ обозначает телесный угол.

Аннигиляция двух скаляронов в два легких скаляра с массой $0 < m \ll M$ задается следующим матричным элементом:



$$= \mathcal{M}_{SS \rightarrow SS} =$$

$$= i \frac{\kappa^2}{4} \frac{1}{s} \left[tu - (M^2 + m^2)(t + u) + m^4 + M^4 + 4m^2 M^2 \right]. \quad (9)$$

Здесь и далее в этом разделе используются обозначения (5). Следовательно, p_1 и p_2 обозначают входящие импульсы скаляронов на массовой оболочке, q_1 и q_2 обозначают исходящие импульсы скаляров на оболочке, и эти импульсы подчиняются закону сохранения $p_1 + p_2 = q_1 + q_2$. Амплитуда дает дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma_{SS \rightarrow SS}}{d\Omega} = \frac{1}{16} (GM)^2 \frac{M}{p} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2}}{\left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^3} \times$$

$$\times \left[\left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right) \left(2 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 + \left(\frac{m}{M}\right)^2\right) - \left(\frac{p}{M}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2\right) \cos 2\theta \right]^2. \quad (10)$$

Полное сечение выражается формулой

$$\sigma_{SS \rightarrow SS} = \frac{\pi}{60} (GM)^2 \frac{M}{p} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2}}{\left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^3} \times$$

$$\times \left[15 \left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right)^2 \left(2 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 + \left(\frac{m}{M}\right)^2\right)^2 + 10 \left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right) \left(2 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 + \left(\frac{m}{M}\right)^2\right) \times \right.$$

$$\times \left(\frac{p}{M}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2\right) + \left. 7 \left(\frac{p}{M}\right)^4 \left(1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m}{M}\right)^2\right)^2 \right]. \quad (11)$$

Полезно разложить сечение (11) в ряд по малой массе $m \ll M$ и малому импульсу $p \ll M$:

$$\sigma_{SS \rightarrow SS} = \frac{\pi}{15} (GM)^2 \frac{M}{p} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2}} \times$$

$$\times \left[15 + 20 \left(\frac{p}{M}\right)^2 + 8 \left(\frac{p}{M}\right)^4 \right] + \mathcal{O} \left(\frac{m^2}{M^2} \right) =$$

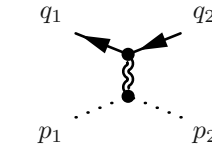
$$= \frac{\pi}{4} (GM)^2 \frac{M}{p} \sqrt{1 - \left(\frac{m}{M}\right)^2} \left[2 + \left(\frac{m}{M}\right)^2 \right]^2 +$$

$$+ \mathcal{O} \left(\frac{p}{M} \right) =$$

$$= \left[\pi (GM)^2 \frac{M}{p} + \mathcal{O} \left(\frac{m^2}{M^2} \right) \right] + \mathcal{O} \left(\frac{p}{M} \right). \quad (12)$$

Мы подробно обсудим этот результат ниже, в конце этого раздела. Для начала мы укажем только две особенности сечения (11). Во-первых, сечение имеет гладкий предел при $m \rightarrow 0$, поэтому его можно использовать для безмассовых скаляров. Во-вторых, сечение ожидаемо сингулярно в пределе $p \rightarrow 0$. И матричный элемент (9), и поперечное сечение (11) вычислены в системе центра масс. Предел $p \rightarrow 0$ соответствует ситуации, когда частицы не сближаются и не участвуют во взаимодействии, поэтому справедливо ожидать, что соответствующий матричный элемент будет сингулярным.

Аннигиляция двух скаляронов в два легких дираковских фермиона с массой $0 < m_f \ll M$ задается матричным элементом



$$= \mathcal{M}_{SS \rightarrow f\bar{f}} =$$

$$= u(q_1) \left[i \frac{\kappa^2}{16} \frac{1}{s} (s + 2M^2)(\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + 4m_f) \right] v(q_2). \quad (13)$$

Здесь используются те же обозначения для импульсов, а $u(q)$, $v(q)$ обозначают спиноры, описывающие поляризацию внешних фермионных состояний. Соответствующее дифференциальное сечение задано формулой

$$\frac{d\sigma_{SS \rightarrow f\bar{f}}}{d\Omega} = \frac{1}{2} (GM)^2 \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 \frac{M}{p} \times$$

$$\times \frac{\left[3 + 2 \left(\frac{p}{M}\right)^2 \right]^2 \left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 \right]^3}. \quad (14)$$

Здесь производится суммирование по всем внешним фермионным поляризациям. Полное сечение находится по следующей формуле:

$$\sigma_{SS \rightarrow f\bar{f}} = 2\pi (GM)^2 \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 \frac{M}{p} \times$$

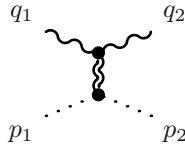
$$\times \frac{\left[3 + 2\left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^2 \left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2 - \left(\frac{m_f}{M}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^3}. \quad (15)$$

Вклады в первом порядке по малой массе $m_f \ll M$ и малому импульсу $p \ll M$ выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_{SS \rightarrow \bar{f}f} &= \\ &= 2\pi(GM)^2 \frac{M}{p} \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 \frac{\left[3 + 2\left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^2}{\left[1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} + \mathcal{O}\left(\frac{m_f^4}{M^4}\right) = \\ &= 18\pi(GM)^2 \frac{M}{p} \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{m_f}{M}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} + \mathcal{O}\left(\frac{p}{M}\right) = \\ &= \left[18\pi(GM)^2 \frac{M}{p} \left(\frac{m_f}{M}\right)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{p}{M}\right)\right] + \mathcal{O}\left(\frac{m_f^4}{M^4}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

В полной аналогии с предыдущим случаем сечение сингулярно в пределе $p \rightarrow 0$ и допускает гладкий предел $m_f \rightarrow 0$. В отличие от предыдущего случая, сечение обращается в нуль, если $m_f = 0$, поэтому безмассовые фермионы по этому механизму не рождаются.

Наконец, амплитуда, описывающая аннигиляцию двух скаляронов в пару безмассовых векторов, выглядит следующим образом:



$$= \mathcal{M}_{SS \rightarrow VV}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{SS \rightarrow VV} &= \left(i \frac{\kappa^2}{4} \frac{1}{s}\right) \varepsilon_{\sigma_1}^*(q_1) \varepsilon_{\sigma_2}^*(q_2) \times \\ &\times \left[M^4 \eta^{\sigma_1 \sigma_2} + M^2 \left\{ (s - t - u) \eta^{\sigma_1 \sigma_2} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - q_1^{\sigma_1} q_1^{\sigma_2} - q_2^{\sigma_1} q_2^{\sigma_2} - 4 q_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} \right\} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (s^2 - t^2 - u^2) \eta^{\sigma_1 \sigma_2} + s \{ p_1^{\sigma_1} p_2^{\sigma_2} + p_1^{\sigma_2} p_2^{\sigma_1} + q_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} \} + \right. \\ &\quad \left. + t (p_1^{\sigma_1} q_1^{\sigma_2} + p_2^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1}) + u (p_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} + p_2^{\sigma_1} q_1^{\sigma_2}) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Кинематика (5) допускает гладкий предел $m \rightarrow 0$, поэтому мы применяем его для этого случая и используем те же обозначения. Здесь $\varepsilon_\sigma(q)$ обозначают векторы поляризации, описывающие поляриза-

ции свободных векторных состояний. Соответствующее дифференциальное сечение задано следующей формулой:

$$\frac{d\sigma_{SS \rightarrow VV}}{d\Omega} = \frac{1}{2} (GM)^2 \frac{\left(\frac{p}{M}\right)^3}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2}} \sin^4 \theta. \quad (19)$$

Производится суммирование по всем внешним векторным поляризациям. Полное сечение находится по формуле

$$\begin{aligned} \sigma_{SS \rightarrow VV} &= \frac{16}{15} \pi (GM)^2 \frac{\left(\frac{p}{M}\right)^3}{\sqrt{1 + \left(\frac{p}{M}\right)^2}} = \\ &= \frac{16}{15} \pi (GM)^2 \left(\frac{p}{M}\right)^3 + \mathcal{O}\left(\frac{p^5}{M^5}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Сечение (20) не обращается в нуль для безмассовых векторных бозонов, как в случае безмассовых скалярных бозонов. В то же время сечение регулярно в пределе $p \rightarrow 0$ и обращается в нуль.

Обсудим физические следствия полученных сечений (11), (15) и (20). Результаты сильно зависят от иерархии масс. Полученные сечения явно содержат отношения масс, но влияние иерархии масс этим не ограничивается. Полная энергия поля инфлатона в конце инфляции конечна, и ее значение может быть ограничено при помощи данных о современной Вселенной. Следовательно, если инфлатон тяжелый, то есть его масса лежит в планковской области, то в конце инфляции Вселенная будет заполнена небольшим числом нерелятивистских скаляронов (частиц поля скалярона). Напротив, если инфлатон легкий и его масса примерно равна массе топ кварка, то в конце инфляции Вселенная будет заполнена большим количеством релятивистских скаляронов. В случае тяжелого инфлатона отношения масс m/M , m_f/M вместе с фактором p/M малы. В случае легкого инфлатона отношения масс m/M , m_f/M могут быть порядка единицы, а p/M может быть большими. Рассмотрение этих предельных случаев позволяет сделать исчерпывающие выводы о роли обсуждаемых процессов в разогреве.

Начнем со случая тяжелого скалярона. В этом случае главные вклады в обсуждаемые сечения аннигиляции даны выражениями

$$\begin{aligned} \sigma_{SS \rightarrow ss} &= \frac{1}{16} \sigma_0 \frac{M}{p}, \\ \sigma_{SS \rightarrow \bar{f}f} &= 0, \\ \sigma_{SS \rightarrow VV} &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

В этих выражениях

$$\sigma_0 \stackrel{\text{def}}{=} \pi(4GM)^2 \quad (22)$$

обозначает характерное сечение, равное поверхности плоского диска радиусом $4GM$, что является гравитационным радиусом черной дыры с массой $2M$. Как было отмечено выше, рождение фермионов сильно подавляется фактором $(m_f/M)^2$ и эффективно обращается в нуль независимо от импульсного фактора p/M . Рождение безмассовых векторов свободно от массовых множителей, но подавлено импульсным множителем $(p/M)^3$, поэтому оно также обращается в нуль в пределе тяжелого скалярона. Следовательно, в пределе тяжелого скаляра эффективно рождаются только скалярные частицы.

В пределе легкого скалярона главные вклады даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \sigma_{SS \rightarrow ss} &= \frac{1}{30} \sigma_0 \left(\frac{p}{M} \right)^2, \\ \sigma_{SS \rightarrow \tilde{f}\tilde{f}} &= \frac{1}{2} \sigma_0, \\ \sigma_{SS \rightarrow v\bar{v}} &= \frac{1}{15} \sigma_0 \left(\frac{p}{M} \right)^2. \end{aligned} \quad (23)$$

В этом случае все сечения не обращаются в нуль, но ведут себя по разному. Рождение фермионов достигает некоторого предельного значения и дальше не растет. Рождение бозонов, напротив, растет квадратично с импульсом центра масс p . Следовательно, в пределе легкого скалярона рождение фермионов не прекращается, но все же подавляется, а скалярные и векторные степени свободы рождаются в равных количествах. Отметим, что сечение рождения векторов больше, чем сечение рождения скаляров. Это связано с тем, что сечение рождения векторов учитывает две поляризации векторных бозонов. По этой причине мы предпочитаем говорить, что обсуждаемые бозонные степени свободы производятся в равных количествах.

Следует отметить, что эти выводы нельзя прямо переносить на сценарий постинфляционного разогрева по следующей причине. Из общих соображений можно установить, что плотность скалярона n подчиняется уравнению Зельдовича–Ли–Вайнберга [38, 39]:

$$\dot{n} + 3Hn + \langle \sigma_{\text{annihilation}} v \rangle (n^2 - n_0^2) = 0. \quad (24)$$

Здесь H обозначает параметр Хаббла, $v = p/M$ — скорость в системе центра масс, n_0 обозначает равновесную плотность скалярона, а $\langle \cdot \rangle$ — тепловое среднее (см. [16] для более подробного обзора). В обсуждаемом сценарии разогрева $\sigma_{\text{annihilation}}$

должны учитывать все каналы аннигиляции. Наши результаты позволяют получить явные выражения для соответствующего теплового среднего фактора. В приближении тяжелого скалярона соответствующий множитель для бозонов имеет вид

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{SS \rightarrow ss} v \rangle &= \left[\int_0^\infty dp 4\pi p^2 \exp \left[-\frac{p^2}{2MT} \right] \right]^{-1} \times \\ &\times \left[\int_0^\infty dp \left(\frac{1}{16} \sigma_0 \right) 4\pi p^2 \exp \left[-\frac{p^2}{2MT} \right] \right] = \frac{1}{16} \sigma_0. \end{aligned} \quad (25)$$

В приближении легкого скалярона соответствующий множитель для скаляров (и векторных бозонов заданной киральности) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{SS \rightarrow ss} v \rangle &= \left[\int_0^\infty dp \frac{4\pi p^2}{\exp \left[\frac{p}{T} \right] + 1} \right]^{-1} \times \\ &\times \left[\int_0^\infty dp \left(\frac{1}{30} \sigma_0 \left(\frac{p}{M} \right)^3 \right) \frac{4\pi p^2}{\exp \left[\frac{p}{T} \right] + 1} \right] = \\ &= \frac{31\pi^6}{11340\zeta(3)} \sigma_0 \left(\frac{T}{M} \right)^3. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь ζ обозначает дзета-функцию Римана. Для фермионов данный фактор задан следующим выражением:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{SS \rightarrow \tilde{f}\tilde{f}} v \rangle &= \left[\int_0^\infty dp \frac{4\pi p^2}{\exp \left[\frac{p}{T} \right] + 1} \right]^{-1} \times \\ &\times \left[\int_0^\infty dp \left(\frac{1}{2} \sigma_0 \left(\frac{p}{M} \right) \right) \frac{4\pi p^2}{\exp \left[\frac{p}{T} \right] + 1} \right] = \\ &= \frac{7\pi^4}{360\zeta(3)} \sigma_0 \frac{T}{M}. \end{aligned} \quad (27)$$

Эти результаты показывают, что производство фермионов может стать преобладающим, поскольку оно испытывает более слабое подавление тепловым фактором (T/M) .

Результаты, представленные в этом разделе, следует суммировать таким образом. Обсуждаемые процессы и их вклад в разогрев чрезвычайно чувствительны к иерархии масс. В пределе тяжелого скалярона преобладает рождение скалярных бозонов. В пределе легкого скалярона ситуация намного сложнее. Векторные бозоны заданной киральности и скалярные бозоны производятся в равных количествах. Рождаются также и фермионы, чье рождение, по-видимому, может стать доминирующим, так

как оно гораздо слабее подавлено тепловым фактором. Более подробное обсуждение сценария разогрева с учетом представленных процессов выходит за рамки данной статьи и требует отдельного рассмотрения.

4. РАСПАД СКАЛЯРОНА

Перейдем к обсуждению распадов скалярона, реализующихся только на однопетлевом уровне. Существование таких распадов связано с самодействием скаляронов. Хорошо известно, что квадратичная гравитация

$$\mathcal{A}_{\text{quadratic}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{M_{\text{Pl}}^2}{16\pi} \right) \left[R - \frac{1}{6M^2} R^2 \right] \quad (28)$$

однозначно связана со скалярно-тензорной гравитацией [1, 2]:

$$\mathcal{A} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M_{\text{Pl}}^2}{16\pi} R + \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - \frac{3M_{\text{Pl}}^2 M^2}{32\pi} \left(\exp \left[\sqrt{\frac{16\pi}{3}} \frac{\phi}{M_{\text{Pl}}} \right] - 1 \right)^2 \right]. \quad (29)$$

В этом разделе удобнее использовать планковскую массу M_{Pl} , которая связана с гравитационной константой κ и постоянной Ньютона G_N следующим образом:

$$\kappa^2 = 32\pi G_N = \frac{32\pi}{M_{\text{Pl}}}. \quad (30)$$

Отметим, что в этих формулах мы опустили тензор энергии-импульса материи, который получает минимальную связь с ϕ из-за конформных преобразований. Эта связь не имеет отношения к данной проблеме, поэтому мы не будем обсуждать ее дальше.

Уместно следующее замечание по поводу этого изменения параметризации. Квантовое поведение скалярона можно описать с помощью стандартного подхода пертурбативной квантовой теории поля. Для пертурбативной трактовки требуется отделить кинетическую часть действия от пертурбативной части, описывающей слабое взаимодействие. Из-за этого исходное действие (28) нельзя использовать в рамках обсуждаемого подхода. Его альтернативная параметризация (29), напротив, пригодна для использования в рамках пертурбативного подхода. Эта параметризация явно отделяет кинетическую часть, описывающую распространение свобод-

ных скалярных и тензорных состояний, от пертурбативной части, описывающей взаимодействие этих состояний.

Хотя параметризация (29) позволяет использовать пертурбативный подход, в то же время она ограничивает область применимости модели. Пертурбативный подход можно последовательно использовать только в области слабого поля, где взаимодействие степеней свободы слабо. В исходной параметризации (28) это соответствует области малой кривизны. Система естественным образом входит в эту область возмущений в конце инфляции, когда происходит разогрев. С точки зрения параметризации (28) система приближается к области малой кривизны и может рассматриваться пертурбативно. С точки зрения параметризации (29) скалярное поле приближается к основному состоянию, поэтому его возмущения можно последовательно рассматривать в рамках теории возмущений. С практической точки зрения это означает следующее. Хотя процессы, подобные описанным в этом разделе, могут происходить во время инфляционной фазы, нет оснований полагать, что они могут быть непротиворечиво описаны используемым формализмом.

Поскольку параметризация (29) диагонализует лагранжиан скалярной степени свободы и делает явной структуру его самодействия, имеем:

$$\mathcal{A} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M_{\text{Pl}}^2}{16\pi} R + \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{1}{3!} \frac{\sqrt{48\pi}}{M_{\text{Pl}}} M^2 \phi^3 + \mathcal{O} \left(\frac{\phi^4}{M_{\text{Pl}}^4} \right) \right]. \quad (31)$$

Эта формула показывает, что скалярон является скалярной частицей с массой M и имеет бесконечное число членов взаимодействия. Каждый последующий член взаимодействия подавляется более высокой степенью M_{Pl} , что делает релевантным только кубическое взаимодействие в пределе низких энергий:

$$\begin{array}{c} \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \\ \vdots \end{array} = -i\sqrt{48\pi} \frac{M}{M_{\text{Pl}}} M. \quad (32)$$

Существование такой вершины приводит к существованию следующих процессов:

$$\begin{array}{c} q_1 \quad q_2 \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \\ \vdots \\ p \end{array} \quad (33)$$

Здесь двойная сплошная линия соответствует произвольной материальной степени свободы. Как и в предыдущем случае, мы будем рассматривать только распады в легкие скаляры, легкие дираковские фермионы и безмассовые вектор по точно таким же причинам. А именно, такие процессы можно легко связать как со стандартной моделью, так и за пределами стандартных модельных степеней свободы.

Кинематика распада скалярона достаточно проста. В системе центра масс она определяется следующими соотношениями импульсов:

$$\begin{cases} p^\mu = \begin{pmatrix} M & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ q_1^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + q^2} & 0 & 0 & q \end{pmatrix}, \\ q_2^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + q^2} & 0 & 0 & -q \end{pmatrix}. \end{cases} \quad q = \sqrt{\frac{M^2}{4} - m^2}. \quad (34)$$

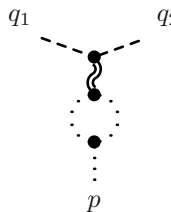
Здесь p обозначает входящий скалярный импульс на оболочке, q_1 и q_2 обозначают исходящие импульсы рожденных степеней свободы с массой m , фиксированные на массовой оболочке.

Ширина распада Γ связана с заданным матричным элементом $\mathcal{M}$ формулой

$$\begin{aligned} d\Gamma &= |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - q_1 - q_2) \times \\ &\times \frac{1}{2M} \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3 2E(q_1)} \frac{d^3 q_2}{(2\pi)^3 2E(q_2)} = \\ &= \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{M} \sqrt{1 - 4\left(\frac{m}{M}\right)^2} |\mathcal{M}|^2 d\Omega. \end{aligned} \quad (35)$$

Вывод этой формулы аналогичен выводу формулы дифференциального сечения и обсуждается в классических учебниках [35–37].

Распад скалярона на два легких скаляра задается следующим матричным элементом:



$$= \mathcal{M}_{S \rightarrow ss}. \quad (36)$$

Здесь и далее p обозначает входящий импульс скалярона на оболочке; q_1 и q_2 обозначают исходящие импульсы скалярного поля с массой m , фиксированные на оболочке; импульсы связаны законом сохранения $p = q_1 + q_2$. Амплитуда может быть выра-

жена с помощью интегралов Пассарино–Вельтмана [28, 40]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow ss} &= 8\sqrt{3}\pi^{\frac{3}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \frac{(d-3)(d-2)}{d-1} \times \\ &\times \left(D - 2 + 4\frac{m^2}{M^2} \right) i\pi^2 A_0(M^2) - \\ &- 4\sqrt{3}\pi^{\frac{3}{2}} \frac{M^3}{M_{\text{Pl}}^3} M \frac{(d-3)(d+2)}{d-1} \times \\ &\times \left(D - 2 + 4\frac{m^2}{M^2} \right) i\pi^2 B_0(M^2, M^2, M^2). \end{aligned} \quad (37)$$

Структура этих интегралов хорошо известна и может быть вычислена с помощью пакетов “Package-X” [30, 31] и “FeynHelpers” [32] для “FeynCalc”:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow ss} &= -i \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} (M^2 + 2m^2) \times \\ &\times \left[\frac{1}{\varepsilon_{\text{UV}}} - \ln \frac{M^2}{\mu^2} + \frac{8}{3} - \gamma - \sqrt{3}\pi - \ln \pi \right] - \\ &- im \frac{32\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \frac{m}{M_{\text{Pl}}}. \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь ε_{UV} обозначает параметр размерной регуляризации, а μ обозначает нормировочный масштаб.

Амплитуда состоит из двух членов. Первый член содержит ультрафиолетовую расходимость и подлечит перенормировке. Второй член свободен от ультрафиолетовой расходимости, поэтому он не требует перенормировки. Он обеспечивает конечный вклад в ширину распада, который не зависит от ультрафиолетовой структуры теории. Мы будем использовать следующую перенормированную амплитуду:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow ss} &\rightarrow \mathcal{M}_{S \rightarrow ss, \text{ren}} = \\ &= -i \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} (M^2 + 2m^2) \mathcal{F}_1 - \\ &- im \frac{32\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \frac{m}{M_{\text{Pl}}}. \end{aligned} \quad (39)$$

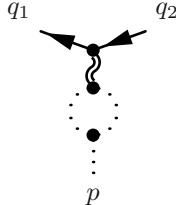
Здесь $\mathcal{F}_1$ обозначает конечную неизвестную константу, которая должна быть установлена по эмпирическим данным. Соответствующая ширина распада дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Gamma_{S \rightarrow ss} &= \frac{16}{3}\pi^6 \left(\frac{M}{M_{\text{Pl}}} \right)^6 M \sqrt{1 - 4\left(\frac{m}{M}\right)^2} \times \\ &\times \left[\mathcal{F}_1 + 2(1 + \mathcal{F}_1) \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right]^2. \end{aligned} \quad (40)$$

Ее ультрафиолетово-конечная часть равна

$$\Gamma_{S \rightarrow ss} \Big|_{\text{UV finite}} = \frac{64}{3} \pi^6 \left(\frac{M}{M_{\text{Pl}}} \right)^6 M \sqrt{1 - 4 \left(\frac{m}{M} \right)^2} \left(\frac{m}{M} \right)^4. \quad (41)$$

Распад скаляра в два легких дираковских фермиона описывается следующей амплитудой:



$$= \mathcal{M}_{S \rightarrow \bar{f}f}. \quad (42)$$

Здесь используются те же обозначения для импульсов. В терминах интегралов Пассарино–Вельтмана амплитуда задается выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow \bar{f}f} = & u(q_1) \times \\ & \times \left[8\sqrt{3}\pi^{\frac{3}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} (d-2) \frac{1}{M^2} \left[(d-3)(\hat{q}_1 + \hat{q}_2) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2(d-2)m_f \right] i\pi^2 A_0(M^2) - \right. \\ & \left. - 4\sqrt{3}\pi^{\frac{3}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} (d+2) \left[(d-3)(\hat{q}_1 + \hat{q}_2) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 2(d-2)m_f \right] i\pi^2 B_0(M^2, M^2, M^2) \right] v(q_2). \quad (43) \end{aligned}$$

Здесь u и v обозначают спиноры, описывающие поляризацию внешних фермионов. Соответствующее аналитическое выражение для амплитуды имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow \bar{f}f} = & u(q_1) \times \\ & \times \left[-i8\sqrt{3}\pi^{\frac{7}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} [\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + 4m_f] \times \right. \\ & \times \left(\frac{1}{\varepsilon_{\text{UV}}} - \ln \frac{M^2}{\mu^2} - \sqrt{3}\pi - \gamma + 3 - \ln \pi \right) \\ & \left. - i32\sqrt{3}\pi^{\frac{7}{2}} \frac{m_f}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \right] v(q_2). \quad (44) \end{aligned}$$

В полной аналогии с предыдущим случаем, амплитуда содержит ультрафиолетово-конечную часть, на которую не влияет перенормировка. Мы используем следующее перенормированное выражение для амплитуды:

$$\mathcal{M}_{S \rightarrow \bar{f}f} \rightarrow \mathcal{M}_{S \rightarrow \bar{f}f, \text{ren}} =$$

$$\begin{aligned} = & u(q_1) \left[-i8\sqrt{3}\pi^{\frac{7}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} [\hat{q}_1 + \hat{q}_2 + 4m_f] \mathcal{F}_2 - \right. \\ & \left. - i32\sqrt{3}\pi^{\frac{7}{2}} \frac{m_f}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \right] v(q_2). \quad (45) \end{aligned}$$

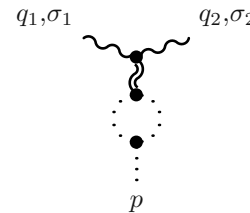
Оно дает следующее выражение для ширины распада (выполняется суммирование по всем внешним фермионным поляризациям):

$$\begin{aligned} \Gamma_{S \rightarrow \bar{f}f} = & 384\pi^6 \left(\frac{M}{M_{\text{Pl}}} \right)^6 M \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \times \\ & \times \left[1 - 4 \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} (1 + \mathcal{F}_2)^2. \quad (46) \end{aligned}$$

Часть этой ширины распада, которая не зависит от ультрафиолетовой структуры теории, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \Gamma_{S \rightarrow \bar{f}f} \Big|_{\text{UV finite}} = & 384\pi^6 \left(\frac{M}{M_{\text{Pl}}} \right)^6 M \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \left[1 - 4 \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (47) \end{aligned}$$

Наконец, распад скалярона на пару безмассовых векторов задается следующим матричным элементом:



$$= \mathcal{M}_{S \rightarrow \nu\bar{\nu}}. \quad (48)$$

В терминах интегралов Пассарино–Вельтмана амплитуда определяется выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{S \rightarrow \nu\bar{\nu}} = & \varepsilon_{\sigma_1}^*(q_1) \varepsilon_{\sigma_2}^*(q_2) 8\sqrt{3}\pi^{\frac{3}{2}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} \times \\ & \times \left[(d-3)(d-4)M^2 \eta^{\sigma_1\sigma_2} - 2(d-3)(d-4)q_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} - 4q_1^{\sigma_1} q_2^{\sigma_2} \right] \times \\ & \times \left[-\frac{d-2}{d-1} \frac{1}{M^2} i\pi^2 A_0(M^2) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{d+2}{d-1} i\pi^2 B_0(M^2, M^2, M^2) \right]. \quad (49) \end{aligned}$$

Соответствующее аналитическое выражение имеет вид

$$\mathcal{M}_{S \rightarrow \nu\bar{\nu}} = \varepsilon_{\sigma_1}^*(q_1) \varepsilon_{\sigma_2}^*(q_2) \left[-i \frac{32\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{1}{M_{\text{Pl}}} \frac{M^2}{M_{\text{Pl}}^2} q_1^{\sigma_1} q_2^{\sigma_2} \times \right.$$

$$\times \left[\frac{1}{\varepsilon_{UV}} - \ln \frac{M^2}{\mu^2} + \frac{17}{3} - \gamma - \sqrt{3}\pi - \ln \pi \right] - \\ - i \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{M^3}{M_{Pl}^3} M \eta^{\sigma_1 \sigma_2} + i \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{1}{M_{Pl}} \frac{M^2}{M_{Pl}^2} q_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} \Bigg]. \quad (50)$$

Мы используем регуляризованную амплитуду

$$\mathcal{M}_{S \rightarrow v\bar{v}} \rightarrow \mathcal{M}_{S \rightarrow v\bar{v}, \text{ren}} = \varepsilon_{\sigma_1}^*(q_1) \varepsilon_{\sigma_2}^*(q_2) \times \\ \times \left[-i \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{1}{M_{Pl}} \frac{M^2}{M_{Pl}^2} q_1^{\sigma_1} q_2^{\sigma_2} \mathcal{F}_3 \right. \\ \left. - i \frac{32\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{1}{M_{Pl}} \frac{M^3}{M_{Pl}^3} M \eta^{\sigma_1 \sigma_2} + i \frac{16\pi^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{3}} \frac{1}{M_{Pl}} \frac{M^2}{M_{Pl}^2} q_1^{\sigma_2} q_2^{\sigma_1} \right]. \quad (51)$$

Он дает следующую ширину распада:

$$\Gamma_{S \rightarrow v\bar{v}} = \frac{32}{3} \pi^6 \left(\frac{M}{M_{Pl}} \right)^6 M. \quad (52)$$

В отличие от предыдущих случаев, данная ширина распада не зависит от константы перенормировки $\mathcal{F}_3$. Причиной этого является импульсная структура амплитуды. Операторы поляризации векторов ε являются поперечными:

$$\varepsilon_\sigma(q) q^\mu = 0. \quad (53)$$

Следовательно, часть амплитуды, зависящая от перенормировки, исчезает. Следует отметить, что это свойство выполняется только на массовой оболочке.

Обратимся к обсуждению следствий вычисленных ширины распада (40), (46) и (52). Важно отметить, что эти ширины распада подавлены общим планковским фактор M/M_{Pl} . Его присутствие обеспечивает чрезвычайно сильное подавление. Удобнее оперировать ширинами распада, нормированными на этот фактор:

$$\bar{\Gamma}_{S \rightarrow ss} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma_{SS \rightarrow ss}}{(M/M_{Pl})^6} = \\ = M \frac{16}{3} \pi^6 \sqrt{1 - 4 \left(\frac{m}{M} \right)^2} \left[\mathcal{F}_1 + 2(1 + \mathcal{F}_1) \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right]^2, \\ \bar{\Gamma}_{S \rightarrow f\bar{f}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma_{S \rightarrow f\bar{f}}}{(M/M_{Pl})^6} = \\ = 384 \pi^6 M \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \left[1 - 4 \left(\frac{m_f}{M} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} (1 + \mathcal{F}_2)^2, \\ \bar{\Gamma}_{S \rightarrow v\bar{v}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Gamma_{S \rightarrow v\bar{v}}}{(M/M_{Pl})^6} = \frac{32}{3} \pi^6 M. \quad (54)$$

Их структура позволяет сделать следующие выводы.

Прежде всего, распад в безмассовые векторы свободен от внешних параметров и соответствующее характерное время жизни можно вычислить явно:

$$\tau_{S \rightarrow v\bar{v}} = \left(\frac{M_{Pl}}{M} \right)^7 \frac{3}{32\pi^6} \frac{1}{M_{Pl}} \simeq \\ \simeq 9.7515 \cdot 10^{-5} \left(\frac{M_{Pl}}{M} \right)^7 T_{Pl}. \quad (55)$$

Здесь $T_{Pl} = \hbar/(M_{Pl}c^2) \simeq 5.391 \cdot 10^{-44}$ с — планковское время. Чем меньше масса скалярона, тем больше ожидаемое время жизни. Для $M \sim 10^{-7} M_{Pl}$ характерное время жизни составляет около секунды. Для M , равного массе топ кварка, характерное время жизни равно $\tau_{S \rightarrow v\bar{v}} \sim 10^{64}$ с, что на 47 порядок больше возраста Вселенной. Наконец, время жизни равно возрасту Вселенной для $M/M_{Pl} \sim 10^{-10}$, что отмечает область масс скалярона, для которых актуален обсуждаемый механизм распада:

$$10^{-10} \ll \frac{M}{M_{Pl}} < 1. \quad (56)$$

Во-вторых, как для скалярного, так и для фермионного сбора полученных данных не достаточно для однозначных выводов. В пределе $|\mathcal{F}_{1,2}| \rightarrow \infty$ соответствующие ширины распада можно сделать относительно большими. Более того, для каждого канала можно найти такие значения $\mathcal{F}_{1c}$, $\mathcal{F}_{2c}$, для которых соответствующие ширины распада обращаются в нуль:

$$\mathcal{F}_{1c} = -\frac{2 \left(\frac{m}{M} \right)^2}{1 + 2 \left(\frac{m}{M} \right)^2}, \quad \mathcal{F}_{2c} = -1. \quad (57)$$

Тем не менее, сделать некоторые содержательные выводы все же можно. А именно, можно максимизировать ширину распада для отношения масс.

Канал распада фермионов предоставляет наиболее простой случай. Ширина распада максимальна, когда отношение масс принимает следующее значение:

$$\frac{m_f}{M} = \frac{1}{\sqrt{10}}. \quad (58)$$

Это значение не зависит от константы перенормировки $\mathcal{F}_2$. Мы берем $\mathcal{F}_2 = 0$, потому что это позволяет нам оперировать с ультрафиолетово-независимой частью амплитуды. Соответствующая максимальная ширина распада и минимальное характеристическое время жизни:

$$\bar{\Gamma}_{S \rightarrow f\bar{f}, \text{max}} = \frac{576}{25} \sqrt{\frac{3}{5}} \pi^6 M,$$

$$\tau_{S \rightarrow \tilde{f}\tilde{f}, \max} = \left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^7 \frac{25}{576\pi^6} \sqrt{\frac{5}{3}} T_{Pl} \simeq 5.8283 \cdot 10^{-5} \left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^7 T_{Pl}. \quad (59)$$

По полной аналогии с предыдущим случаем, он равен возрасту Вселенной при $M/M_{Pl} \sim 10^{-10}$.

Скалярный канал распада представляет собой более сложный случай, поскольку максимальное значение сечения определяется нормировочной константой $\mathcal{F}_1$:

$$\frac{1}{M} \bar{\Gamma}_{S \rightarrow ss, \max} = \begin{cases} \frac{64}{75} \pi^6 (1 + 3\mathcal{F}_1)^2 \sqrt{\frac{1+3\mathcal{F}_1}{5+5\mathcal{F}_1}}, & \mathcal{F}_1 < -2 \text{ or } \mathcal{F}_1 > \xi \\ \frac{16}{3} \pi^6 \mathcal{F}_1^2, & -2 < \mathcal{F}_1 < \xi. \end{cases} \quad (60)$$

Здесь $\mathcal{F}_1 = -2$ и $\mathcal{F}_1 = \xi \simeq -0.14032$ являются корнями уравнения

$$\frac{4}{25} (1 + 3\mathcal{F}_1)^2 \sqrt{\frac{1+3\mathcal{F}_1}{5+5\mathcal{F}_1}} = \mathcal{F}_1^2. \quad (61)$$

Выражение максимального сечения неограниченно сверху и достигает минимума в точке $\mathcal{F}_1 = \xi$. Соответствующее характерное время жизни составляет

$$\tau_{S \rightarrow ss, \max} = \left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^7 \frac{3}{16\pi^6} \frac{1}{\xi^2} T_{Pl} = 9.9052 \cdot 10^{-3} \left(\frac{M_{Pl}}{M}\right)^7 T_{Pl}. \quad (62)$$

Время жизни равно возрасту Вселенной, если $M/M_{Pl} \sim 10^{-9}$, что аналогично предыдущим случаям.

Результаты этого раздела следует резюмированы следующим образом. Прежде всего, ширины распада (40) и (46) сильно зависят от значения констант перенормировки $\mathcal{F}_1$ и $\mathcal{F}_2$. Несмотря на это, можно максимизировать соответствующие ширины распадов для массового фактора M/M_{Pl} . Это позволяет установить осмысленные нижние границы характерных времен жизни (62), (60), (55). Эти результаты показывают, что представленный механизм распада актуален только для следующего диапазона иерархии масс:

$$10^{-9} \ll \frac{M}{M_{Pl}} < 1. \quad (63)$$

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В данной статье мы обсудили новые каналы постинфляционного разогрева в модели гравитации $R + R^2$. Модель имеет дополнительную скалярную степень свободы, называемую скалярон. Он ведет инфляционную фазу расширения в режиме медленного скатывания по плоской части потенциала. Когда инфляция завершается, Вселенная наполняется скалярными частицами, которые должны вновь разогреть Вселенную, передав свою энергию в сектор материи и темной материи.

Обсуждаются новые каналы такого разогрева, возникающие из-за квантовых гравитационных эффектов. Пертурбативная квантовая гравитация служит формализмом, способным описать такие эффекты контролируемым образом. Первый канал, обсуждаемый в данной статье, — это аннигиляция двух скаляронов в пару состояний материи. Мы получили сечения аннигиляции для массивных скаляронов (11), массивных дираковских фермионов (15) и безмассовых векторов (20). Второй обсуждаемый канал — это распад одиночного скалярона в пару двух состояний материи, реализующийся на однопетлевом уровне. Такие процессы возможны благодаря тому, что скалярон имеет неминимальное кубическое самодействие. Это позволяет скалярону возбуждать промежуточные гравитонные состояния и распадаться в состояния чистой материи. Мы рассчитали ширину распада для массивных скаляронов (40), массивных дираковских спиноров (46) и безмассовых векторов (52).

Подробное обсуждение сценария повторного нагрева, учитывающего эти новые каналы распада, требует отдельного рассмотрения и выходит далеко за рамки данной статьи. Однако можно сделать некоторые содержательные выводы о влиянии представленных процессов.

Во-первых, в пределе тяжелого скалярона рождение фермионов и безмассовых векторов сильно подавлено, поэтому эффективно рождаются только скалярные частицы. В то же время в пределе тяжелого скалярона нельзя пренебрегать обсуждаемыми ширинами распада. На основании рассуждений, приведенных в предыдущем разделе, можно сделать вывод, что при массе скалярона $M \gg 10^{-9} M_{Pl}$ характерное время жизни скалярона меньше возраста Вселенной. Таким образом, предел тяжелых скаляронов содержит широкую и интересную феноменологию, поскольку он может способствовать повторному нагреву как по каналам аннигиляции, так и по каналам распада.

Во-вторых, в пределе легкого скалярона обсуждаемые распады сильно подавлены множителем $(M_{\text{Pl}}/M)^7$, что делает их пренебрежимо малыми. Канал аннигиляции, напротив, обеспечивает более сложную феноменологию. Рождаются все типы частиц. Бозонные состояния (т. е. скалярные состояния и векторные состояния с фиксированной киральностью) рождаются в равных количествах. Соответствующие сечения растут квадратично с увеличением импульса в системе центра масс. Рождение фермионов приближается к некоторому конечному предельному значению и не растет дальше. Однако эти сечения не оказывают прямого влияния на макроскопическую скорость рождения частиц. Эволюция скалярной плотности во времени определяется уравнением Зельдовича–Ли–Вайнберга, которое содержит сечение аннигиляции после определенного термодинамического усреднения. Мы вычислили соответствующие факторы и установили, что рождение фермионов подавлено тепловым фактором (T/M) , а рождение бозонов испытывает более сильное термическое подавление $(T/M)^3$. Следовательно, разумно предположить, что рождение бозонов доминирует только на ранней стадии разогрева, а рождение фермионов преобладает на более поздних стадиях.

Результаты настоящей работы позволяют исследовать сценарий постинфляционного разогрева в модели гравитации $R + R^2$, объясняющей обсуждаемые процессы. Такие исследования представляют собой самостоятельную сложную проблему, которая требует отдельного рассмотрения.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-22-00294, <https://rscf.ru/project/22-22-00294/>).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Accioly, S. Ragusa, H. Mukaim, and E. C. de Rey Neto, *Int. J. Theor. Phys.* **39**, 1599 (2000); doi:10.1023/A:1003632311419
2. A. Hindawi, B. A. Ovrut, and D. Waldram, *Phys. Rev. D* **53**, 5583 (1996); doi:10.1103/PhysRevD.53.5583 [arXiv:hep-th/9509142 [hep-th]].
3. R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **125**, 2163 (1962); doi:10.1103/PhysRev.125.2163.
4. K. i. Maeda, *Phys. Rev. D* **39**, 3159 (1989); doi:10.1103/PhysRevD.39.3159.
5. V. Faraoni, E. Gunzig, and P. Nardone, *Fund. Cosmic Phys.* **20**, 121 (1999) [arXiv:gr-qc/9811047 [gr-qc]].
6. A. De Felice and S. Tsujikawa, *Living Rev. Rel.* **13**, 3 (2010) doi:10.12942/lrr-2010-3 [arXiv:1002.4928 [gr-qc]].
7. A. A. Starobinsky, *Phys. Lett. B* **91**, 99 (1980); doi:10.1016/0370-2693(80)90670-X.
8. Y. Akrami *et al.* [Planck], *Astron. Astrophys.* **641**, A10 (2020); doi:10.1051/0004-6361/201833887 [arXiv:1807.06211 [astro-ph.CO]].
9. P. A. R. Ade *et al.* [BICEP and Keck], *Phys. Rev. Lett.* **127**, no.15, 151301 (2021); doi:10.1103/PhysRevLett.127.151301 [arXiv:2110.00483 [astro-ph.CO]].
10. D. Paoletti, F. Finelli, J. Valiviita, and M. Hazumi, [arXiv:2208.10482 [astro-ph.CO]].
11. G. Galloni, N. Bartolo, S. Matarrese, M. Migliaccio, A. Ricciardone, and N. Vittorio, [arXiv:2208.00188 [astro-ph.CO]].
12. A. Vilenkin, *Phys. Rev. D* **32**, 2511 (1985); doi:10.1103/PhysRevD.32.2511.
13. A. S. Koshelev, L. Modesto, L. Rachwal, and A. A. Starobinsky, *JHEP* **11**, 067 (2016); doi:10.1007/JHEP11(2016)067 [arXiv:1604.03127 [hep-th]].
14. E. V. Arbuzova, A. D. Dolgov, and L. Reverberi, *JCAP* **02**, 049 (2012); doi:10.1088/1475-7516/2012/02/049 [arXiv:1112.4995 [gr-qc]].
15. E. V. Arbuzova, A. D. Dolgov, and R. S. Singh, *JCAP* **07**, 019 (2018); doi:10.1088/1475-7516/2018/07/019 [arXiv:1803.01722 [gr-qc]].
16. E. Arbuzova, A. Dolgov, and R. Singh, *Symmetry* **13**, 877 (2021); doi:10.3390/sym13050877.
17. B. N. Latosh, *Phys. Part. Nucl.* **51**, 859 (2020); doi:10.1134/S1063779620050056 [arXiv:2003.02462 [hep-th]].
18. C. P. Burgess, *Living Rev. Rel.* **7**, 5 (2004); doi:10.12942/lrr-2004-5 [arXiv:gr-qc/0311082 [gr-qc]].
19. M. Levi, *Rept. Prog. Phys.* **83**, 075901 (2020); doi:10.1088/1361-6633/ab12bc [arXiv:1807.01699 [hep-th]].
20. X. Calmet, *Int. J. Mod. Phys. D* **22**, 1342014 (2013); doi:10.1142/S0218271813420145 [arXiv:1308.6155 [gr-qc]].
21. P. Vanhove, [arXiv:2104.10148 [gr-qc]].

22. G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Ann. Inst. H. Poincare Phys. Theor. A **20**, 69 (1974).
23. M. H. Goroff and A. Sagnotti, Phys. Lett. B **160**, 81 (1985); doi:10.1016/0370-2693(85)91470-4.
24. D. Prinz, Class. Quant. Grav. **38**, 215003 (2021); doi:10.1088/1361-6382/ac1cc9 [arXiv:2004.09543 [hep-th]].
25. B. S. DeWitt, Phys. Rev. **162**, 1239 (1967); doi:10.1103/PhysRev.162.1239.
26. S. Sannan, Phys. Rev. D **34**, 1749 (1986); doi:10.1103/PhysRevD.34.1749.
27. B. Latosh, Class. Quant. Grav. **39**, 165006 (2022); doi:10.1088/1361-6382/ac7e15 [arXiv:2201.06812 [hep-th]].
28. R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner, Comput. Phys. Commun. **64**, 345 (1991); doi:10.1016/0010-4655(91)90130-D.
29. V. Shtabovenko, R. Mertig, and F. Orellana, Comput. Phys. Commun. **256**, 107478 (2020); doi:10.1016/j.cpc.2020.107478 [arXiv:2001.04407 [hep-ph]].
30. H. H. Patel, Comput. Phys. Commun. **197**, 276 (2015); doi:10.1016/j.cpc.2015.08.017 [arXiv:1503.01469 [hep-ph]].
31. H. H. Patel, Comput. Phys. Commun. **218**, 66 (2017); doi:10.1016/j.cpc.2017.04.015 [arXiv:1612.00009 [hep-ph]].
32. V. Shtabovenko, Comput. Phys. Commun. **218**, 48 (2017) doi:10.1016/j.cpc.2017.04.014; [arXiv:1611.06793 [physics.comp-ph]].
33. S. Mandelstam, Phys. Rev. **115**, 1741 (1959); doi:10.1103/PhysRev.115.1741.
34. S. Mandelstam, Phys. Rev. **112**, 1344 (1958); doi:10.1103/PhysRev.112.1344.
35. S. M. Bilenky, *Introduction to Feynman Diagrams and Electroweak Interactions Physics*, Moscow, Nauka (1995).
36. S. Weinberg, *The Quantum theory of fields. Vol. 1: Foundations*, Cambridge University Press (2005).
37. M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley (1995).
38. Y. b. Zeldovich, Adv. Astron. Astrophys. **3**, 241 (1965); doi:10.1016/b978-1-4831-9921-4.50011-9.
39. B. W. Lee and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **39**, 165 (1977); doi:10.1103/PhysRevLett.39.165.
40. G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979); doi:10.1016/0550-3213(79)90234-7.