

# АНАЛИЗ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОТОНОВ НА ЯДРАХ $^{54,56}\text{Fe}$

© 2024 г. В. И. Кудряшов<sup>1)</sup>, М. С. Онегин<sup>2),\*</sup>

Поступила в редакцию 21.12.2023 г.; после доработки 21.01.2024 г.; принята к публикации 01.02.2024 г.

В работе анализируются результаты экспериментов по неупрочному рассеянию поляризованных протонов на ядрах  $^{54,56}\text{Fe}$ . В работе впервые представлены дифференциальные сечения и анализирующая способность для уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  при рассеянии протонов с энергией 16 МэВ. Также анализируются опубликованные экспериментальные данные для этих же уровней, но для энергии протонов 18.6 и 400 МэВ. Расчеты наблюдаемых неупрочного рассеяния выполнялись по методу связанных каналов для энергий протонов 16 и 18.6 МэВ и по методу искаженных волн для энергии 400 МэВ. Сравнивались предсказания двух коллективных моделей возбужденных состояний ядра: модели асимметричного ротатора и многофононной вибрационной модели. Кроме того, тестились волновые функции возбужденных состояний, рассчитанные по модели оболочек.

DOI: 10.31857/S0044002724060051, EDN: HPCRBC

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Неупрочное рассеяние протонов на ядрах может служить инструментом для исследования возбужденных дискретных состояний ядер. Различные состояния имеют различную природу и только частично характеризуются квантовыми числами состояния — спином и четностью. Для ядра  $^{56}\text{Fe}$  имеется несколько состояний со спином 2 положительной четности с энергией возбуждения меньше 4 МэВ, а также, по крайней мере, два уровня  $4^+$  с энергиями возбуждения 2.085 и 3.123 МэВ. Первый уровень  $2^+$  с энергией возбуждения 0.846 МэВ имеет существенно меньшую энергию возбуждения по сравнению с первым уровнем  $2^+$  в ядре  $^{54}\text{Fe}$ . Второй уровень  $2^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  расположен существенно выше и имеет энергию возбуждения 2.657 МэВ.

В рамках модели оболочек отличие ядра  $^{56}\text{Fe}$  от  $^{54}\text{Fe}$  состоит в наличии двух дополнительных нейтронов, расположенных на оболочке  $1f_{5/2}$ , тогда как в ядре  $^{54}\text{Fe}$  нейтронные оболочки замкнуты (число нейтронов принимает магическое значение 28). В обоих ядрах имеется шесть валентных протонов, расположенных на оболочках  $1f_{7/2}$ ,  $2p_{3/2}$  и  $2p_{1/2}$ , или две дырки по отношению к магическому ядру  $^{58}\text{Ni}$ . Как отмечено в работе [1], наличие валентных нейтронов приводит к сильному квадрупольному взаимодействию между протонной и нейtronной подоболочками. Такое взаимодействие может объяснить уменьшение энергии первого уровня  $2^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$ , а также для ядер  $^{56,58}\text{Fe}$  можно ожидать изменчивость формы при ядерных возбуждениях [2, 3]. В работах [4, 5] анализировалось рассеяние  $\alpha$ -частиц и протонов на ядре  $^{56}\text{Fe}$  в рамках модели гармонических поверхностных

колебаний ядерной материи, а также в рамках модели асимметричного ротатора. Как показали эти исследования, обе модели дают сравнимое по качеству описание угловых распределений дифференциального сечения рассеяния с возбуждением уровней  $2_1^+$  (0.846 МэВ),  $2_2^+$  (2.657 МэВ),  $4_1^+$  (2.085 МэВ) и  $4_2^+$  (3.123 МэВ).

В настоящей работе анализируется неупрочное рассеяние поляризованных протонов с энергией 16 МэВ с возбуждением указанных уровней. Эксперимент был выполнен в лаборатории TUNL (США) [6]. В эксперименте измерялось дифференциальное сечение неупрочного рассеяния, а также анализирующая способность. Полученные в этом эксперименте дополнительные данные в виде анализирующей способности рассеянных протонов могут позволить выделить одну из двух предложенных моделей ядерных возбуждений в качестве предпочтительной. Экспериментальные данные неупрочного рассеяния в основном были обработаны В.И. Кудряшовым (СПбГУ).

Дополнительно были рассчитаны волновые функции рассматриваемых возбуждений в ядрах  $^{54,56}\text{Fe}$  в рамках оболочечной модели. Тестирование данных волновых функций проводилось сравнением рассчитанных приведенных вероятностей радиационных переходов с экспериментом, а также в расчетах неупрочного рассеяния поляризованных протонов с энергией 400 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$ . Рассчитанные волновые функции согласуются с предложенной ранее интерпретацией природы возбуждений как возбуждений смешанной изотопической природы. Проводится сравнение качества описания дифференциального сечения и анализирующей способности при низких (16 и 18.6 МэВ) и промежуточных энергиях протонов (400 МэВ).

<sup>1)</sup> ЗАО “Комита”, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>2)</sup> НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

\* E-mail: onegin@pnpi.nrcki.ru

## 2. АНАЛИЗ ЯДЕРНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В РАМКАХ КОЛЛЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ

Возможны, по крайней мере, две интерпретации низколежащих возбужденных состояний ядра  $^{56}\text{Fe}$  в рамках коллективной модели. Если использовать многофононную коллективную модель ядерных возбуждений, уровень  $2_1^+$  является однофононным возбуждением, тогда как  $2_2^+$  и  $4_1^+$  имеют двухфононную природу. В качестве третьего состояния двухфононного триплета можно принять состояние  $0_2^+$  с энергией возбуждения  $E_x = 2.942 \text{ МэВ}$  [7]. Следует отметить, что при такой интерпретации должна иметь место ангармоничность осциллятора, поскольку тринплет уровней  $0_2^+ - 2_2^+ - 4_1^+$  существенно вырожден по энергии: 2.942 МэВ; 2.657 МэВ; 2.085 МэВ, причем данные значения энергии возбуждения существенно больше удвоенной энергии однофононного возбуждения —  $2\hbar\omega = 1.69 \text{ МэВ}$ . Экспериментальная приведенная вероятность перехода  $B(E2) \downarrow$  для уровня  $2_1^+$ , равная  $204 \pm 11 \text{ e}^2 \text{ фм}^4$ , также отличается от приведения вероятности перехода  $B(E2) \downarrow$  с уровня  $4_1^+$  на  $2_1^+$ , которая равна  $295 \pm 80 \text{ e}^2 \text{ фм}^4$  [8].

Другой возможной интерпретацией рассматриваемых возбуждений может быть рассмотрение их как ротационных уровней асимметричного ротора. Как было отмечено в работах [1–3], уровни  $0^+, 2^+, 4^+, 6^+$  возбуждения ядра  $^{56}\text{Fe}$  можно интерпретировать как ротационную полосу. Характерные особенности собственных энергий и приведенных вероятностей переходов низколежащих состояний возбуждения ядра  $^{56}\text{Fe}$  позволяют сделать предположение [4, 5], что нижние состояния возбуждения описываются моделью асимметричного ротора.

Для формы ядра описываемой квадратичной формой можно выбрать систему координат, так что тензор инерции в ней будет иметь диагональный вид. В этой системе координат гамильтониан ядра, рассматриваемого как жесткий ротор без перестройки внутренней структуры, имеет вид [9]

$$H = \sum_{i=1}^3 \frac{AJ_i^2}{2\sin^2(\gamma - \frac{2\pi}{3}i)}. \quad (1)$$

Здесь  $J_i$  — проекции углового момента ядра на оси системы координат, связанной с вращающимся ядром;  $A = \hbar^2/4B\beta^2$  — параметр с размерностью энергии, определяемый моментом инерции деформированного ядра; параметр  $\gamma$ , лежащий в диапазоне от 0 до  $\pi/3$ , определяет отклонение формы ядра от аксиальной симметрии. Форма ядра во внутренней системе отчета характеризуется двумя параметрами —  $\beta$  и  $\gamma$ . Параметр  $\beta$  определяет деформацию ядра относительно шаровидной формы. Для трех полуосей эллипсоида, аппроксимирующего форму ядра, выполняется равенство

$$R_\lambda = R \left[ 1 + \beta \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \cos \left( \gamma - \frac{2\pi}{3}\lambda \right) \right], \quad \lambda = 1, 2, 3.$$

Гамильтониан ядра (1) обладает симметрией относительно операций поворота на угол  $180^\circ$  относительно осей системы координат, связанной с вращающимся ядром. Эта группа симметрий составляет представление точечной группы симметрии  $D_2$ . Данная группа состоит из четырех некоммутирующих элементов: 1,  $\mathfrak{R}_1(\pi)$ ,  $\mathfrak{R}_2(\pi)$  и  $\mathfrak{R}_3(\pi)$  поворотов на угол  $\pi$  вокруг каждой из трех главных осей системы координат, связанной с вращающимся ядром. Группа  $D_2$  имеет четыре неприводимых одномерных представления, характеризующихся квантовыми числами симметрии  $r_i = \pm 1$  операторов  $\mathfrak{R}_i(\pi)$ , так что выполнено соотношение  $r_1 = r_2 \cdot r_3$ . Представление группы  $D_2$ , описывающее волновую функцию асимметричного ядра, должно соответствовать квантовым числам  $r_1 r_2 r_3 = (+++)$ . Структура возбужденных уровней описана в работе [9]. Для спина  $J = 2$  имеется два уровня, уровень с  $J = 3$  — один, и имеется три уровня с  $J = 4$ . Угловая часть волновой функции вращательных возбуждений асимметричного ротора с четным спином  $J$  положительной четности имеет вид

$$\phi_{JM}(\omega) = \begin{bmatrix} \cos \beta_1^i D_{M,0}^J(\omega) + \sin \beta_1^i \cos \beta_2^i \times \\ \times \frac{D_{M,-2}^J(\omega) + D_{M,2}^J(\omega)}{\sqrt{2}} + \\ + \sin \beta_1^i \sin \beta_2^i \cos \beta_3^i \times \\ \times \frac{D_{M,-4}^J(\omega) + D_{M,4}^J(\omega)}{\sqrt{2}} + \dots \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $\omega = (\vartheta, \varphi)$  — эйлеровы углы вращения; углы  $\beta_J^i$  — параметры  $i$ -го ротационного возбуждения со спином  $J$ .

Для состояния  $2^+$  волновая функция определяется первыми двумя слагаемыми. Согласно [9] параметры  $\beta_1^1$  и  $\beta_2^2$  вычисляются по формулам

$$\tan \beta_1^1 = -\frac{3 \sin \gamma \cos 3\gamma - \cos \gamma \sin 3\gamma}{\sin \gamma \sin 3\gamma + 3 \cos \gamma \cos 3\gamma + \sqrt{9 - 8 \sin^2 3\gamma}},$$

$$\beta_1^2 = \beta_1^1 + \frac{\pi}{2}.$$

В единицах  $A$  энергии уровней с  $J = 2$  равны:

$$\varepsilon_1 = -\frac{9 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{8}{9} \sin^2(3\gamma)} \right]}{\sin^2(3\gamma)},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{9 \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{8}{9} \sin^2(3\gamma)} \right]}{\sin^2(3\gamma)}. \quad (3)$$

Следует отметить, что выражения (3), приведенные в [9], являются приближенными и не учитывают небольшой поправочный член, так что энергии возбуждений зависят не только от величины  $3\gamma$  [10]. В на-

ших расчетах диагонализация гамильтониана (1) выполнялась численно с учетом дополнительных членов по сравнению с (3).

Согласно [9] должно иметь место соотношение между энергиями возбуждения уровней со спином 2 и 3:

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_3$  — энергия возбуждения уровня со спином  $3^-$ . Энергия возбуждения уровня  $3_1^-$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  равна 4.510 МэВ [7], так что соотношение (3) выполняется с точностью 1 МэВ, если принять предположение, что состояния  $2_1^+$  и  $2_2^+$  имеют ротационную природу. Энергии трех уровней со спином 4 являются корнями алгебраического уравнения третьей степени [9]. Нахождение собственных значений и векторов состояний со спином 4 гамильтониана (1) также выполнялось численно с использованием программы MATHEMATICA.

Согласно [9] уровень  $2_1^+$  должен иметь отрицательный статический квадрупольный момент:

$$Q_1 = -Q_0 \frac{6 \cos(3\gamma)}{7\sqrt{9 - 8 \sin^2(3\gamma)}}, \quad (5)$$

где  $Q_0 = \frac{3ZR^2\beta}{\sqrt{5\pi}}$ . Экспериментально значение статического квадрупольного момента для уровня  $2_1^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  равно  $-19 \pm 8$  е фм $^2$  [8]. Для сравнения, для ядра  $^{54}\text{Fe}$  данное экспериментальное значение равно  $-5 \pm 14$  е фм $^2$  [8].

Модель асимметричного ротора предсказывает выражения для приведенных вероятностей квадрупольных переходов [9]. В единицах ( $e^2 Q_0^2 / 16\pi$ ) они имеют вид

$$\begin{aligned} B(E2, 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3 - 2 \sin^2(3\gamma)}{\sqrt{9 - 8 \sin^2(3\gamma)}} \right), \\ B(E2, 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3 - 2 \sin^2(3\gamma)}{\sqrt{9 - 8 \sin^2(3\gamma)}} \right), \\ B(E2, 2_2^+ \rightarrow 2_1^+) &= \frac{10}{7} \cdot \frac{\sin^2(3\gamma)}{9 - 8 \sin^2(3\gamma)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Как было отмечено ранее, представление группы  $D_2$  с квантовыми числами  $(r_1 r_2 r_3) = (+++)$  имеет два состояния со спином  $2^+$  и три состояния со спином  $4^+$ . Состояния со спином 2 отождествлялись с уровнями  $2_1^+$  и  $2_2^+$ , а два нижних по энергии состояния со спином 4 отождествлялись с состояниями  $4_1^+$  и  $4_2^+$ . Параметры  $\beta$  и  $\gamma$  формы ядра подбирались из наилучшего описания абсолютной величины сечения рассеяния с возбуждением уровня  $2_1^+$  и из соответствия расчетного отношения энергий второго и первого уровней возбуждения состояний со спином 2 эксперименту соответственно. В расчетах принималось, что деформа-

ция ядра не содержит гексодекапольной составляющей. В итоге были приняты следующие значения параметров:  $\beta = 0.239$  и  $\gamma = 20.5^\circ$ . Расчетное значение статического квадрупольного момента ядра по формуле (5) для состояния  $2_1^+$  равно  $-24$  е фм $^2$ , что согласуется с экспериментальным значением [8] в пределах ошибки эксперимента. Выражения (6) для приведенных вероятностей переходов предсказывают маленькое значение приведенной вероятности для перехода  $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$  и сравнимые с экспериментом вероятности для переходов  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ ,  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ .

Описание возбужденных состояний ядра в рамках вибрационной модели приведены в следующем разделе. Амплитуда однофононных возбуждений фиксировалась из наилучшего описания однофононного состояния  $2_1^+$ , так что возбуждения  $2_2^+$  и  $4_1^+$  описывались как двухфононные возбуждения той же амплитуды. Для улучшения описания дифференциального сечения с возбуждением уровня  $2_2^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  добавлялась примесь однофононного возбуждения аналогично тому, как это делалось в работах [4, 5].

Для описания возбуждений уровней со спином 2 и 4 в ядре  $^{54}\text{Fe}$  использовалась только вибрационная модель. Все состояния описывались в рамках однофононных возбуждений с различными амплитудами колебаний, так как описание уровней  $2_2^+$  и  $4_1^+$  как двухфононных состояний оказывается в этом случае неудовлетворительным.

### 3. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЕТОВ

Расчеты неупругого рассеяния протонов на ядрах сводятся к решению стационарного уравнения Шредингера с заданными граничными условиями. Для его решения можно использовать метод связанных каналов или ограничиться борновским приближением по неупругим переходам с учетом всех перерассеяний без изменений внутренней структуры ядра в начальном или выходном канале (Метод искаженных волн — МИВ). Использование МИВ может быть оправдано при промежуточных энергиях рассеиваемых протонов (энергия протонов больше 200 МэВ), когда центральный компонент нуклон-нуклонного потенциала существенно ослаблен [11]. При низких же энергиях протонов ( $E_p < 100$  МэВ) использование МИВ дает только качественное описание характеристик неупругого рассеяния.

Второй важный компонент расчетов неупругого рассеяния протонов на ядрах — это описание волновой функции возбужденных состояний ядра. Если рассматриваются низколежащие возбужденные состояния ядра нормальной четности, то обычно они имеют коллективную природу. Формализм описания рассеяния в методе связанных каналов с возбуждением коллективных степеней свободы был построен еще в работе [12]. В работе [13] было показано, что разработанная теория удовлетворительно описывает многие реакции неупругого рассеяния, в том числе при

использовании в экспериментах рассеяния поляризованных протонов.

Волновую функцию системы налетающий протон-ядро можно разложить по квантовым числам относительного движения протона в системе центра масс, а также по квантовым числам возбужденного ядра:

$$\Psi = r^{-1} \sum_{J \ n \ l_n \ j_n \ m_j \ M_n \ m_l \ m_s} R_{Jnl_nj_n}(r) (j_n I_n m_j M_n | JM) \times \\ \times (l_n s m_l m_s | j_n m_j) i^l Y_{l_n m_l}(\theta, \phi) \chi_{sm_s}(\sigma) \Phi_{I_n M_n}(\xi). \quad (7)$$

Здесь квантовые числа  $J$ ,  $M$  — спин и проекция спина рассматриваемого канала реакции;  $j_n$ ,  $m_j$  — спин и проекция спина налетающего протона;  $l_n$ ,  $m_l$  — орбитальный момент и его проекция на ось квантования;  $s$ ,  $m_s$  — спин протона и его проекция;  $\chi_{sm_s}(\sigma)$ ,  $\Phi_{I_n M_n}(\xi)$  — спиновая волновая функция протона и волновая функция возбужденного состояния ядра со спином  $I_n$  и проекцией  $M_n$ .

Общая система уравнений метода связанных каналов имеет вид

$$\left[ \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} - U + E_n \right) \right] R_{Jnl_nj_n}(r) = \\ = \sum_{n' l_n' j_n'} \left\langle \left( y_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n} \right)_{JM} \middle| V \right| \left( y_{l_n' j_n'} \otimes \Phi_{I_n'} \right)_{JM} \times \\ \times R_{Jnl_n' j_n'}(r). \quad (8)$$

Здесь  $E_n = E - E_n^*$ , где  $E$  — энергия протона в системе центра масс,  $E_n^*$  — энергия возбуждения ядра;  $U$  — оптический потенциал протона;  $V$  — потенциал, вызывающий переходы между состояниями ядра  $\Phi_{I_n}$  со спином  $I_n$ . Спин-тензор  $y_{l_n j_n}$  в формуле (8) определен как векторное сложение спиновой и орбитальной частей волновой функции рассеиваемого протона:

$$y_{l_n j_n, m_j} = (l_n s m_l m_s | j_n m_j) i^l Y_{l_n m_l}(\theta, \phi) \chi_{sm_s}(\sigma). \quad (9)$$

Суммирование в формуле (8) выполняется по состояниям  $n'$  возбужденного ядра. Решением системы уравнений (8) является радиальная часть волновой функции протона  $R_{Jnl_nj_n}$  для канала с полным спином  $J$ , возбужденным ядром в квантовом состоянии  $n$ , орбитальным и полным моментом протона в системе центра масс  $l_n$  и  $j_n$ . При описании возбуждений ядра в рамках коллективной модели в качестве потенциала  $V$  рассматривается недиагональная часть деформированного оптического потенциала.

Параметры использованного оптического потенциала приведены в табл. 1 для формы потенциала, имеющего следующую параметризацию:

$$U(r, \theta, \phi) = \\ = (-V + iW)f(r, R, a) - i4a_i W_D \frac{d}{dr} f(r, R_i, a_i) + \\ + (V_{LS} + iW_{LS})(\hbar/m_\pi c)^2 (\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{LS}, a_{LS}) + V_{coul}, \quad (10)$$

**Таблица 1.** Параметры оптического потенциала протонов для ядра  $^{56}\text{Fe}$  при энергии 16 МэВ

Потенциал, МэВ	Радиус, фм	Диффузность, фм			
V	53.189	R	4.54	a	0.663
W	1.4123	R	4.54	a	0.663
W <sub>D</sub>	7.9046	R <sub>i</sub>	4.91	a <sub>i</sub>	0.555
V <sub>LS</sub>	5.5102	R <sub>LS</sub>	3.83	a <sub>LS</sub>	0.58
W <sub>LS</sub>	—	R <sub>LS</sub>	3.83	a <sub>LS</sub>	0.58
V <sub>coul</sub>		R <sub>coul</sub>	4.82		

где функция  $f$  имеет следующий вид:

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R)/a]}.$$

Радиус колеблющегося или вращающегося ядра зависит от углов  $\theta$  и  $\phi$  рассеиваемой частицы в сферической системе координат:

$$R(\theta, \phi) = R \left( 1 + \sum_{\lambda \mu} \alpha_{\lambda \mu} Y_{\lambda, \mu}(\theta', \phi') \right). \quad (11)$$

В формуле (11) углы  $\theta'$  и  $\phi'$  совпадают с углами  $\theta$  и  $\phi$  в неподвижной системе координат для вибрационных возбуждений, тогда как для ротационных возбуждений углы характеризуют форму вращающегося ядра в системе координат, связанной с вращающимся ядром. Они связаны с углами следующей формулой:

$$Y_{\lambda \mu}(\theta', \phi') = \sum_{\mu'} D_{\mu' \mu}^{\lambda}(\omega) Y_{\lambda \mu'}(\theta, \phi), \quad (12)$$

где  $\omega$  — эйлеровы углы вращения, связывающие неподвижную и вращающуюся системы координат. Параметры  $\alpha_{\lambda \mu}$  в формуле (11) являются с-числами для модели асимметричного ротора и операторами для вибрационной модели возбуждений ядра.

Для модели асимметричного ротора, имеющего квадрупольную деформацию ( $\lambda = 2$ ), они выражаются через параметры  $\beta$  и  $\gamma$  следующими формулами:

$$\begin{aligned} \alpha_{2,0} &= \beta \cos \gamma, \\ \alpha_{2,\pm 1} &= 0, \\ \alpha_{2,\pm 2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметры  $\alpha_{2\mu}$  формулы (11) для всех параметров  $R$ ,  $R_i$ ,  $R_{LS}$  разных слагаемых потенциала (10) принимались одинаковыми. После подстановки зависящего от углов радиуса ядра (11) в выражение для оптического потенциала (10) получающийся потенциал зависит от радиус-вектора налетающего протона  $r$ , а также от ориентации системы координат, связанной с вращающимся ядром  $\hat{r}' = (\theta', \phi')$ . Он является суммой сфери-

чески симметричного оптического потенциала и деформированной части, вызывающей переходы между различными состояниями вращающегося ядра. Общий вид деформированной части потенциала после разложения по мультипольям имеет вид [14]

$$V(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{r}}') = 4\pi \sum_{\lambda, \mu} V_\lambda(r) Y_{\lambda, \mu}(\hat{\mathbf{r}}') Y_{\lambda, \mu}^*(\hat{\mathbf{r}}'). \quad (14)$$

Для модели асимметричного ротатора формфакторы переходов между различными каналами реакции в формуле (8) определяются матричным элементом потенциала (14) для волновых функций вращающегося ядра (2) в начальном и конечном состояниях.

В модели вибрационных возбуждений ядра операторы  $\alpha_{\lambda\mu}$  в формуле (11) связаны с операторами рождения  $Q_{\lambda\mu}^+$  и уничтожения  $Q_{\lambda\mu}$  фононов формулой А. Бора:

$$\alpha_{\lambda\mu} = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{2\lambda + 1}} (Q_{\lambda\mu}^+ + (-)^{\mu} Q_{\lambda\mu}). \quad (15)$$

Параметр  $\beta_\lambda$  характеризует амплитуду колебаний поверхности ядра для рассматриваемого состояния. Разложение деформированного оптического потенциала (10) после подстановки туда зависимости (11) выполняется по степеням  $\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda, \mu}(\theta, \phi)$  вплоть до второй степени при учете в расчете двухфононных возбуждений.

Волновая функция ядра  $\Phi_{IM}$  со спином  $I$  и проекцией спина  $M$  для состояний, содержащих различное число фононов  $n$  разной мультипольности, имеет вид

$$\begin{aligned} n = 1, \quad & \Phi_{IM}^1 = Q_{IM}^+ |0\rangle, \\ n = 2, \quad & \Phi_{IM}^2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{\lambda_1, \lambda_2}}} (Q_{\lambda_1}^+ \otimes Q_{\lambda_2}^+)_{IM} |0\rangle \end{aligned}$$

для одно- и двухфононных состояний.

Расчеты неупругого рассеяния для протонов с энергией 16 МэВ на ядрах  $^{54,56}\text{Fe}$  выполнялись по методу связанных каналов с помощью кода ECIS-94 [15]. При этом деформированный спин-орбитальный потенциал имел наиболее общий вид [16].

Расчеты неупругого рассеяния протонов с энергией 400 МэВ выполнялись в рамках борновского приближения метода искаженных волн. В данном формализме связь каналов не учитывается, так что выражение для дифференциального сечения неупругого рассеяния с возбуждением уровня ядра имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\mu}{2\pi} \right)^2 \frac{k_f}{k_i} \left| \langle \chi_f^{(-)} | V | \chi_i^{(+)} \rangle \right|^2 \quad (16)$$

где  $\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i$  — волновые числа налетающего и рассеянного протона соответственно. Волновая функция  $\chi_i^{(+)}$  является решением уравнения Шредингера во входном канале со сферически расходящимся асимптотическим граничным условием:

$$(p^2 - k_i^2 - 2\mu U) \chi_i^{(+)} = 0. \quad (17)$$

Здесь  $p$  — оператор импульса;  $U$  — оптический потенциал;  $\mu$  — приведенная масса рассеиваемого протона в системе центра масс. Волновая функция  $\chi_f^{(-)}$  является решением аналогичного уравнения (17) в выходном канале, но со сферически сходящейся волной на больших расстояниях.

Потенциал  $V$ , обуславливающий переходы между состояниями ядра, можно вычислить по формуле:

$$V = \left\langle \Phi_f \left| \sum_{k=1}^A V_{pk} \right| \Phi_i \right\rangle. \quad (18)$$

В формуле (18)  $\Phi_i, \Phi_f$  — волновая функция ядра в начальном и конечном состояниях, суммирование ведется по нуклонам ядра; потенциал  $V_{pk}$  — эффективный потенциал взаимодействия между рассеиваемым протоном и  $k$ -нуклоном ядра.

Нуклон-нуклонный потенциал, используемый в расчетах, имеет следующее представление в разложении по каналам с фиксированным спином  $S$  и изоспином  $T$ :

$$\begin{aligned} V = & \sum_{ST} V_{ST}^C(r) P^S P^T + \sum_T V_T^{LS}(r) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} P^T + \\ & + \sum_T V_T^T(r) S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) P^T. \end{aligned} \quad (19)$$

Потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия в формуле (19) содержит центральную ( $C$ ), спин-орбитальную ( $LS$ ) и тензорную ( $T$ ) компоненты взаимодействия. Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \\ \mathbf{L} &= \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \\ \mathbf{S} &= \frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2), \\ S_{12} &= 3\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}} \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}} - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2. \end{aligned}$$

Потенциал нуклон-нуклонного взаимодействия в расчетах в импульсном приближении входит в виде  $t(G)$ -матрицы рассеяния, которая, с учетом обменных членов, имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{t}(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) &= \left\langle \mathbf{k}_f \left| V(1 - X) \right| \mathbf{k}_i \right\rangle = \\ &= \int d^3 r e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}} V(1 - X) e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь оператор обмена  $X = X^r X^S X^T$ :

$$\begin{aligned} X^r |r\rangle &= -|r\rangle, \\ X^S |SM_S\rangle &= (-)^{1+S} |SM_S\rangle, \\ X^T |TM_T\rangle &= (-)^{1+T} |TM_T\rangle. \end{aligned}$$

Подстановка потенциала (19) в формулу (20) приводит к следующему выражению для  $t$ -матрицы:

$$\begin{aligned} \tilde{t}(\mathbf{k}_f, \mathbf{k}_i) = & \sum_{ST} \tilde{t}_{ST}^C P^S P^T + \sum_T \tilde{t}_T^{\text{LS}} (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \cdot \hat{\mathbf{n}} P^T + \\ & + \sum_T \left[ \tilde{V}_T^T(q) S_{12}(q) - (-)^{1+T} \tilde{V}_T^T(Q) S_{12}(Q) \right] P^T, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_f$ ;  $\mathbf{Q} = \mathbf{q}_i + \mathbf{q}_f$ ;  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{Q}}$ , а также

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{ST}^C &= \tilde{V}_{ST}^C(q) - (-)^{S+T} \tilde{V}_{ST}^C(Q), \\ \tilde{t}_T^{\text{LS}} &= \frac{1}{4} q Q \left[ \tilde{V}_T^{\text{LS}}(q) + (-)^{1+T} \tilde{V}_T^{\text{LS}}(Q) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Функции  $\tilde{V}^C$ ,  $\tilde{V}^{\text{LS}}$ ,  $\tilde{V}^T$  выражаются формулами:

$$\begin{aligned} \tilde{V}^C(q) &= 4\pi \int dr r^2 j_0(qr) V^C(r), \\ \tilde{V}^{\text{LS}}(q) &= 4\pi \int dr r^4 \frac{j_1(qr)}{qr} V^C(r), \\ \tilde{V}^T(q) &= 4\pi \int dr r^2 j_2(qr) V^T(r). \end{aligned} \quad (23)$$

Для расчета неупротого рассеяния протонов в диапазоне 100–800 МэВ можно использовать или  $t$ -матрицу свободного нуклон-нуклонного рассеяния, параметризованную в виде (19) в работе [11], или, если учесть модификацию  $t$ -матрицы при рассеянии протона на связанном в ядре нуклоне, использовать  $G$ -матрицу рассеяния, являющуюся решением уравнения Бете–Голдстоуна для нуклона в бесконечной ядерной среде. В качестве начального нуклон-нуклонного потенциала можно использовать различные представления потенциала нуклон-нуклонного взаимодействия, а также различные методы параметризации получающейся  $G$ -матрицы в виде (19). В работе [17] приведено, например, сравнение двух схем получения  $G$ -матрицы: Герамба (основанного на парижском нуклон-нуклонном потенциале) и Накояма–Лаве (основанного на боннском потенциале). В настоящей работе мы используем в вычислениях в качестве эффективного нуклон-нуклонного потенциала  $G$ -матрицу Герамба [18].

Нуклон-нуклонный потенциал в виде (19) при подстановке в формулу (18) приводит к выражению потенциала перехода через разные компоненты нуклон-нуклонного потенциала и переходные плотности ядерного возбуждения. Для центральной, не зависящей от спина части потенциала, это выражение сводится к виду

$$V(\mathbf{r}_p) = \int V^C(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

где переходная плотность имеет вид

$$\rho(\mathbf{r}) = \left\langle \Phi_f \left| \sum_k \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k) \right| \Phi_i \right\rangle. \quad (24)$$

Суммирование в формуле (24) выполняется по нуклонам ядра. Фурье-образ переходной плотности можно разложить по мультипольям, так что  $J$  — компонент разложения — равен:

$$\rho_J^m(q) = \left\langle \Phi_f \left| \sum_k j_J(qr_k) Y_J(\hat{r}_k) \right| \Phi_i \right\rangle. \quad (25)$$

Данная переходная плотность называется массовой и обычно определяет сечение неупротого рассеяния с возбуждением коллективных уровней натуральной четности. Другие переходные плотности, входящие в выражение для переходного потенциала, имеют вид [19]

$$\rho_{JL}^s(q) = \left\langle \Phi_f \left| \sum_k j_L(qr_k) [Y_L(\hat{r}_k) \times \boldsymbol{\sigma}]^J \right| \Phi_i \right\rangle, \quad (26)$$

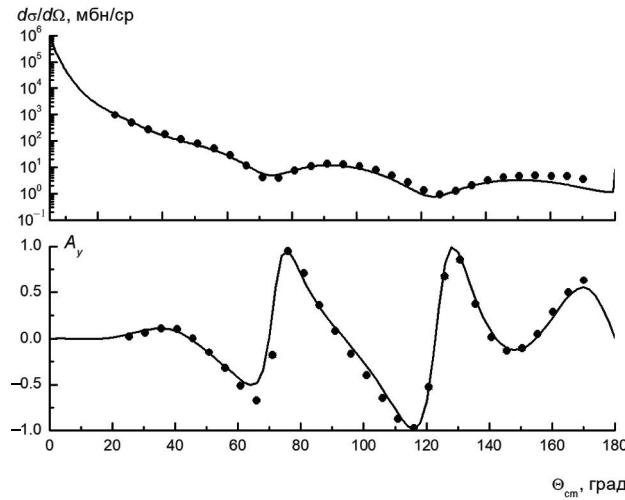
$$\rho_{JL}^l(q) = \left\langle \Phi_f \left| q^{-1} \sum_k j_L(qr_k) [Y_L(\hat{r}_k) \times \nabla]^J \right| \Phi_i \right\rangle, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \rho_{JL}^{ls}(q) = & \left\langle \Phi_f \left| (-) \sqrt{2} q^{-1} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \sum_k j_L(qr_k) [Y_L(\hat{r}_k) \times [\nabla \times \boldsymbol{\sigma}]^1]^J \right| \Phi_i \right\rangle \end{aligned} \quad (28)$$

имеют индексы  $s$ ,  $l$ ,  $ls$  и называются спиновой, токовой и спин-токовой переходными плотностями соответственно. Дополнительно различают протон-нейтронные и изоспиновые переходные плотности, которые имеют индексы  $p$ ,  $n$  или  $0$ ,  $1$  соответственно. Для протонной (соответственно нейтронной) переходной плотности суммирование в формулах (25)–(28) выполняется только по протонам (нейтронам). Указанные переходные плотности в импульсном представлении умножаются на различные компоненты  $t$ -матрицы нуклон-нуклонного взаимодействия (21) в соответствии с теоремой свертки в выражении для потенциала возбуждения (18). В борновском приближении выражение для сечения неупротого рассеяния имеет вид суммы квадратов таких произведений с учетом интерференционных членов [20]. В программе LEA переходные плотности (25)–(28) вычисляются с учетом одночастичных матричных элементов  $S_i$  для рассматриваемых возбуждений, вычисленных в рамках модели оболочек:

$$\rho_{JL}^a(q) = \sum_i S_i \left\langle p_i h_i \left| O^a \right| GS \right\rangle. \quad (29)$$

Здесь индекс  $a$  принимает значения  $m$ ,  $s$ ,  $l$  и  $ls$ , а операторы  $O^a$  соответствуют операторам в переходных плотностях (25)–(28). Суммирование в формуле (29) выполняется по всем одночастичным частично-дырочным возбуждениям, допустимым в рассматриваемом модельном пространстве модели оболочек с учетом правил отбора по спину и четности возбуждений.



**Рис. 1.** Сравнение расчетного значения дифференциального сечения (сверху) и анализирующей способности (внизу) упругого рассеяния протонов с энергией 16 МэВ — сплошная кривая с экспериментальными данными (кружки).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Сравнение расчетного дифференциального сечения упругого рассеяния и анализирующей способности с экспериментальными данными рассеяния протонов с энергией 16 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$  приведено на рис. 1. Расчет хорошо описывает как дифференциальное сечение, так и анализирующую способность. Расчет неупругого рассеяния на ядре  $^{56}\text{Fe}$  с возбуждением уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  в рамках модели асимметричного ротора выполнялся для связи каналов  $0^+ - 2_1^+ - 2_2^+ - 4_1^+ - 4_2^+$  с параметрами волновых функций (2) возбужденных состояний, вычисленных для квадрупольной асимметричной деформации ядра с параметрами  $\beta$  и  $\gamma$  (13). Результаты расчетов приведены на рис. 2.

Результаты расчетов дифференциального сечения и анализирующей способности уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  в рамках вибрационной модели также приведены на рис. 2. При этом расчет неупругих сечений выполнялся для связи каналов  $0^+ - 2_1^+ - 2_2^+ - 4_1^+ - 4_2^+ - 3_1^-$ . Уровни  $2_1^+$  и  $3_1^-$  описывались однофононными возбуждениями с коэффициентами деформации  $\beta_{0+ \rightarrow 2_1^+} = 0.239$  и  $\beta_{0+ \rightarrow 3_1^-} = 0.18$ , согласующимися с результатами анализа возбуждения данных уровней в работе [7]. Уровни  $2_2^+$  и  $4_1^+$  интерпретировались как двухфононные состояния. Описание состояния  $2_2^+$  как чистого двухфононного состояния приводит к неудовлетворительному описанию дифференциального сечения и анализирующей способности. В согласии с работой [4] принималось, что волновая функция уровня  $2_2^+$  имеет примесь однофононного возбуждения:

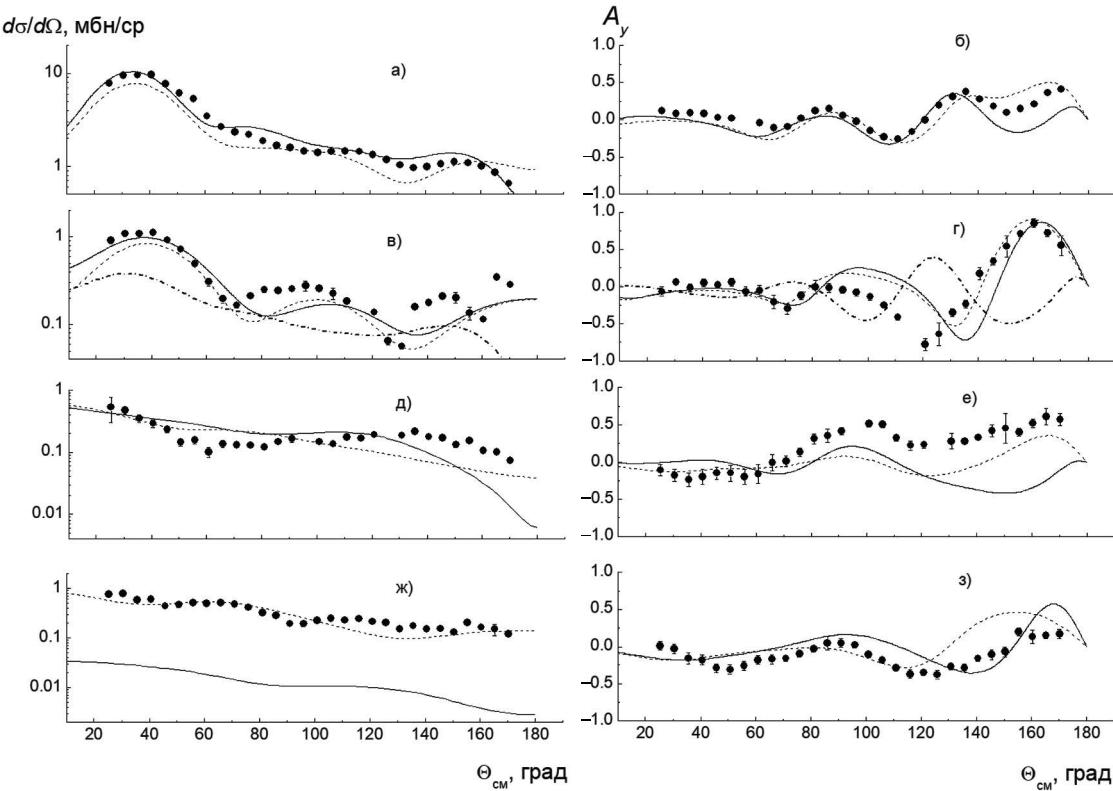
$$|2_2^+\rangle = \cos\phi |2^+, 1-ph\rangle + \sin\phi |2^+, 2-ph\rangle. \quad (30)$$

Здесь угол  $\phi$  — угол смешивания. Включение в волновую функцию уровня  $2_2^+$  примеси однофононного состояния существенно улучшает качество описания углового распределения сечения и анализирующей

способности. Следует отметить, что значения  $\phi$  и  $\beta_{0+ \rightarrow 2_2^+}$  сильно коррелированы, так что имеется значительный произвол в независимом определении данных параметров при фитировании экспериментальных данных. Значение параметра смешивания  $\phi$  однофонового и двухфононного возбуждений в формуле (30), полученного из наилучшего описания экспериментальных данных, равно  $50^\circ$ . Параметр деформации однофононного возбуждения  $\beta_{0+ \rightarrow 2_2^+}$ , используемый в расчете, был равен 0.08. Для сравнения, в работе [4] по неупругому рассеянию  $\alpha$ -частиц значение данного параметра принималось равным  $-0.064$ . Учет примеси однофононного возбуждения по формуле (30) при расчете возбуждения уровня  $2_2^+$  позволяет однозначно фиксировать знак квадрупольной деформации примесного однофононного возбуждения — на рис. 2 приведен расчет для значения  $\beta_{0+ \rightarrow 2_2^+}$ , равного  $-0.08$ . Как следует из сравнения с экспериментом, такой расчет существенно ухудшает согласие расчетного дифференциального сечения с экспериментальными данными, а для анализирующей способности дает значения в противофазе с экспериментальными.

В целом в рамках обеих моделей получается близкое по качеству описание эксперимента. При этом модель асимметричного ротора для формы ядра, описываемого только квадрупольными деформациями, предсказывает величину дифференциального сечения для уровня  $4_2^+$  существенно меньше эксперимента. Возможно, для уровня  $4_2^+$  существенную роль играют гексадекапольные деформации.

Схема уровней ядра  $^{54}\text{Fe}$  имеет ряд характерных отличий от схемы уровней для ядра  $^{56}\text{Fe}$  — сравнение схем уровней представлено на рис. 3. Уровень  $2_1^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  расположен существенно ниже по энергии, чем в ядре  $^{54}\text{Fe}$ . И в целом плотность уровней в ядре



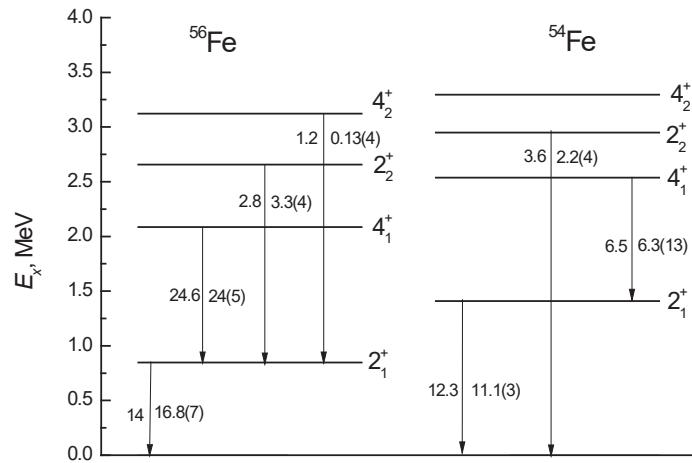
**Рис. 2.** Дифференциальное сечение (слева) и анализирующая способность (справа) неупругого рассеяния протонов с энергией 16 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$  с возбуждением уровня  $2_1^+$  (а, б);  $2_2^+$  (в и г);  $4_1^+$  (д и е);  $4_2^+$  (ж и з). Кривые: сплошная — расчеты в рамках модели асимметричного ротора, штриховая — расчеты в рамках многофононной вибрационной модели, штрих-пунктирная кривая на рис. в и г — то же, но с противоположной фазой для примесного однофононного возбуждения. Кружки — экспериментальные данные настоящей работы.

$^{54}\text{Fe}$  существенно выше, чем в ядре  $^{56}\text{Fe}$ . Возможны две интерпретации такой экспериментальной картины: или ядро  $^{56}\text{Fe}$  при добавлении двух нейтронов может приобрести аксиально-несимметричную деформацию [1–3], или же при возбуждениях в ядре  $^{56}\text{Fe}$  начинают играть роль два нейтрана над замкнутой оболочкой  $1f_{7/2}$ .

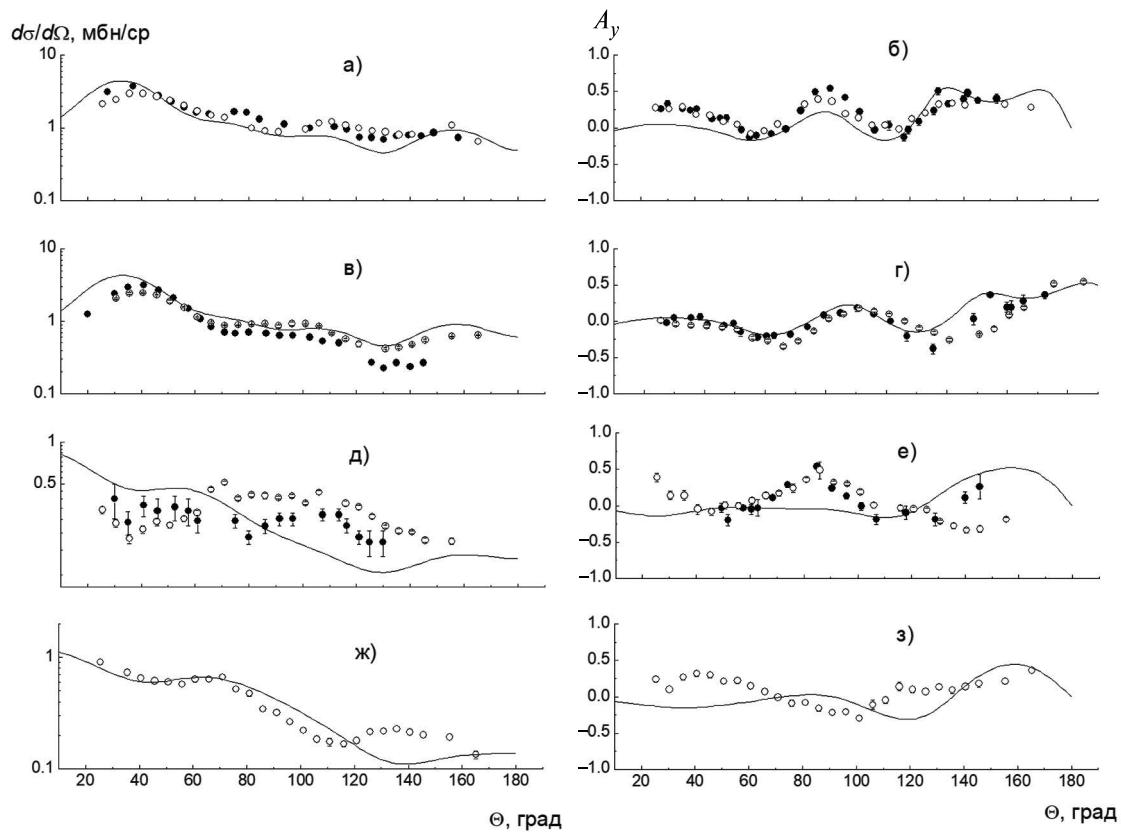
На рис. 3 показаны приведенные вероятности переходов для нижних возбужденных состояний. Приведенные вероятности выражены в одночастичных единицах, так что данные характеристики позволяют судить о степени коллективности переходов. Как и для ядра  $^{56}\text{Fe}$  переход  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$  в ядре  $^{54}\text{Fe}$  имеет приведенную вероятность  $B(E2)$  существенно больше единицы, так что для уровня  $2_1^+$  можно использовать коллективную модель возбуждения. Описание измеренного дифференциального сечения и анализирующей способности для расчета по вибрационной модели представлено на рис. 4. Расчет выполнялся для энергии протонов 18.6 МэВ. На рисунке кроме экспериментальных данных для энергии протонов 16 МэВ приведены также экспериментальные данные для неупругого рассеяния протонов с энергией 18.6 МэВ из работы [21]. Параметр деформации  $\beta_{0+ \rightarrow 2_1^+}$  в расчете принимался равным 0.2.

Из схемы распадов, представленной на рис. 3, следует, что переход с уровня  $2_2^+$  для ядра  $^{54}\text{Fe}$  в процессе радиационного распада идет не на уровень  $2_1^+$ , как в ядре  $^{56}\text{Fe}$ , а на уровень  $0_1^+$ . Таким образом, можно предположить, что уровень  $2_2^+$  в ядре  $^{54}\text{Fe}$ , как и уровень  $2_1^+$ , имеет однофононную природу. Действительно, приведенные на рис. 4 угловые распределения дифференциального сечения и анализирующей способности похожи. Приведенный на рис. 4 расчет угловых распределений дифференциального сечения и анализирующей способности для этого уровня в рамках однофононного возбуждения вибрационной модели описывает эксперимент в такой же степени, как и для уровня  $2_1^+$ . Параметр деформации  $\beta_{0+ \rightarrow 2_2^+}$  в расчете принимался равным 0.15.

Экспериментальное значение  $B(E2)$  для перехода  $4_1^+ \rightarrow 2_1^+$  в ядре  $^{54}\text{Fe}$  приблизительно в 2 раза меньше, чем для перехода  $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ . Это говорит против двухфононной природы уровня  $4_1^+$ . Действительно, расчеты по вибрационной модели с двухфононным возбуждением уровней  $2_2^+$  и  $4_1^+$  дает для этих уровней значение дифференциального сечения на порядок меньше экспериментального (на рис. 4 не показано). Результаты расчета дифференциального сечения и анализирующей способности возбуждения



**Рис. 3.** Сравнение схем распада для квадрупольных переходов в ядрах  $^{54}\text{Fe}$  и  $^{56}\text{Fe}$ . Слева от стрелок — экспериментальные значения приведенных вероятностей переходов, справа — расчетные значения. Приведенные вероятности квадрупольных переходов приведены в одночастичных единицах Вайскопфа.



**Рис. 4.** Дифференциальное сечение (слева) и анализирующая способность (справа) неупругого рассеяния протонов с энергией 16 МэВ на ядре  $^{54}\text{Fe}$  с возбуждением уровня  $2_1^+$  (*а* и *б*);  $2_2^+$  (*в* и *г*);  $4_1^+$  (*д* и *е*);  $4_2^+$  (*ж* и *з*). Сплошная кривая — расчеты в рамках вибрационной модели. Открытые кружки — экспериментальные данные настоящей работы для протонов 16 МэВ, закрытые кружки — экспериментальные данные из работы [21] для неупругого рассеяния протонов с энергией 18.6 МэВ.

уровня  $4_1^+$  по однофононной модели с параметром деформации  $\beta_{0+ \rightarrow 4_1^+} = 0.1$  представлены на рис. 4. Как следует из сравнения расчета с экспериментом, расчет плохо описывает структуру угловой зависимости как дифференциального сечения, так и анализирующей способности. Отсюда следует, что природа этого уровня, скорее всего, более сложная.

То же самое касается уровня  $4_2^+$  в ядре  $^{54}\text{Fe}$ . Сравнение расчета по вибрационной модели в однофононном приближении дифференциального сечения и анализирующей способности для этого уровня приведено на рис. 4. Использовался такой же параметр деформации для возбуждения этого уровня  $\beta_{0+ \rightarrow 4_2^+} = 0.1$ , как и для возбуждения уровня  $4_1^+$ . Расчет плохо описывает экспериментальное дифференциальное сечение рассеяния, начиная с угла  $80^\circ$ , при этом расчетная анализирующая способность для этого уровня идет практически в противофазе с экспериментом во всем диапазоне углов.

## 5. РАСЧЕТЫ В РАМКАХ ОБОЛОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ

Для ядер  $^{54,56}\text{Fe}$  были выполнены расчеты возбужденных состояний в рамках оболочечной модели по программе NuShellX [22]. Программа NuShellX решает трехмерное уравнение Шредингера для эффективного двухчастичного потенциала, описывающего протон-протонное, протон-нейтронное и нейтрон-нейтронное эффективные взаимодействия. В качестве базисных используются следующие функции:

$$|B, J\rangle = \left| \left[ (J_p, \alpha_p) \otimes (J_n, \alpha_n) \right] J \right\rangle, \quad (31)$$

где  $(J_p, \alpha_p)$  описывает волновую функцию протонной конфигурации с суммарным спином  $J_p$ , а  $(J_n, \alpha_n)$  — нейтронную конфигурацию. В качестве одночастичных базисных функций используются решения трехмерного гармонического осциллятора с квантовыми числами  $(n_p, \ell_p, j_p)$  для протонов и аналогично для нейtronов. Гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$H = H_{pp} + H_{nn} + H_{np}. \quad (32)$$

Здесь каждое взаимодействие задается двухчастичными матричными элементами между состояниями оболочечного пространства базисных функций. Размерность матрицы, которую требуется диагонализовать, определяется рассматриваемым модельным пространством оболочечной модели. При этом матрица взаимодействий  $H_{np}$  имеет максимальную размерность, равную произведению размерностей пространств базовых функций для протонов и нейtronов. Диагонализация и нахождение собственных функций и собственных значений гамильтониана (32) выполняется с использованием итерационного метода Ланцшоша. В расчетах по программе NuShellX использовалось модельное пространство  $fp$ , которое включает в

себя оболочки  $1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}$  и  $2p_{1/2}$ . В качестве остова используется ядро  $^{40}\text{Ca}$ , так что расчеты выполнялись для 14 или 16 валентных нуклонов. В модельном пространстве  $fp$  использовался  $gx1a$  гамильтониан из работы [23].

Ядро  $^{54}\text{Fe}$  имеет замкнутую нейтронную оболочку  $1f_{7/2}$ , тогда как ядро  $^{56}\text{Fe}$  имеет два дополнительных нейтрона на оболочках  $2p_{1/2}, 2p_{3/2}$  и  $1f_{5/2}$ . Протонная же оболочка в обоих ядрах не замкнута и имеет две дырки в оболочке  $1f_{7/2}$ . Следствием такой структуры является сильное взаимодействие между нейтронами и протонными оболочками в ядре  $^{56}\text{Fe}$  [1]. Так, первый уровень  $2_1^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$  расположен существенно ниже по энергии, чем в ядре  $^{54}\text{Fe}$ .

Расчеты в рамках оболочечной модели дают близкие к эксперименту значения для энергий возбуждения ядер. Расчетные значения приведенных вероятностей  $B(E2)$  квадрупольных переходов в единицах Вайскопфа в сравнении с экспериментальными значениями (взяты из базы данных ENDSF) представлены на рис. 3. В расчетах эффективный заряд протона принимался равным 1.5, а для нейтрона — 0.5. Расчет в целом хорошо согласуется с экспериментом для обоих ядер за исключением приведенной вероятности перехода  $4_2^+ \rightarrow 2_1^+$  в ядре  $^{56}\text{Fe}$ , где расчет дает на порядок большее значение.

Одночастичные переходные плотности (коэффициенты  $S_i$  формулы (29)) различных переходов в рамках оболочек  $1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}$  для рассматриваемых возбуждений также вычислялись по программе NuShellX. Эти матричные элементы использовались в расчетах неупругого рассеяния протонов в рамках метода искаженных волн по программе LEA [24]. Расчетные значения одночастичных переходных плотностей для уровней  $2_1^+$  и  $2_2^+$  приведены в табл. 2.

Для тестирования расчетных волновых функций рассматривалось рассеяние поляризованных протонов с энергией 400 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$  [7]. Расчеты выполнялись по программе LEA [24], где в качестве потенциала рассеяния использовалась  $G$ -матрица Герамба [18]. Расчеты по данной программе выполняются в рамках импульсного приближения метода искаженных волн, формализм которого был рассмотрен в разд. 2. Расчет характеристик упругого рассеяния по данной программе в рамках фолдинг-модели дает удовлетворительное описание дифференциального сечения и анализирующей способности для протонов с энергией 400 МэВ. Это косвенно свидетельствует об адекватности используемого потенциала при описании рассеяния. Расчеты характеристик неупругого рассеяния с возбуждением уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 5. Расчетные значения дифференциального сечения для уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+$  занижены по отношению к эксперименту в 5 раз. Для уровня же  $4_2^+$  занижение составляет 2 раза. Вместе с тем

**Таблица 2.** Одночастичные переходные плотности уровней  $2_1^+, 2_2^+$  ядра  $^{56}\text{Fe}$  (№ чдп — № частично-дырочного перехода)

№ чдп	Конфигу- рация частицы	Конфигу- рация дырки	$S_i$	
			протоны	нейтроны
Уровень $2_1^+$				
1	$1f_{7/2}$	$1f_{7/2}$	0.496	0.0155
2	$1f_{7/2}$	$1f_{5/2}$	0.116	0.0705
3	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	0.183	0.093
4	$1f_{5/2}$	$1f_{7/2}$	-0.123	-0.084
5	$1f_{5/2}$	$1f_{5/2}$	0.0041	0.076
6	$1f_{5/2}$	$2p_{3/2}$	-0.0185	-0.121
7	$1f_{5/2}$	$2p_{1/2}$	0.0083	0.129
8	$2p_{3/2}$	$1f_{7/2}$	0.266	0.167
9	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	0.0193	0.0773
10	$2p_{3/2}$	$2p_{3/2}$	0.0559	0.328
11	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	0.0275	0.204
12	$2p_{1/2}$	$1f_{5/2}$	0.0098	0.100
13	$2p_{1/2}$	$2p_{3/2}$	-0.0335	-0.230
Уровень $2_2^+$				
1	$1f_{7/2}$	$1f_{7/2}$	-0.190	0.0307
2	$1f_{7/2}$	$1f_{5/2}$	-0.0040	0.0164
3	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	0.0509	0.0220
4	$1f_{5/2}$	$1f_{7/2}$	-0.0402	0.0091
5	$1f_{5/2}$	$1f_{5/2}$	0.0139	-0.0172
6	$1f_{5/2}$	$2p_{3/2}$	-0.0185	-0.121
7	$1f_{5/2}$	$2p_{1/2}$	0.0057	0.0996
8	$2p_{3/2}$	$1f_{7/2}$	0.104	0.140
9	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	-0.0247	0.0775
10	$2p_{3/2}$	$2p_{3/2}$	-0.0086	0.283
11	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	0.0059	-0.0807
12	$2p_{1/2}$	$1f_{5/2}$	0.0058	0.0434
13	$2p_{1/2}$	$2p_{3/2}$	-0.0152	0.0308

следует отметить, что перенормированные во столько же раз дифференциальные сечения хорошо описывают экспериментальные данные, за исключением уровня  $4_1^+$ , где согласие только качественное. Согласие расчетной анализирующей способности с экспериментом удовлетворительное с точки зрения фазовой зависимости, но не для всех углов согласуется с экспериментальными значениями. В целом описание как дифференциального сечения, так и анализирующей способности существенно лучше, чем для протонов с энергией 16 МэВ. Занижение расчетного дифференциального сечения по отношению к эксперименту можно интерпретировать как неучет возбуждения низших оболочек модельного пространства в расчетах переходных плотностей по оболочечной модели, учет которых только перенормирует дифференциаль-

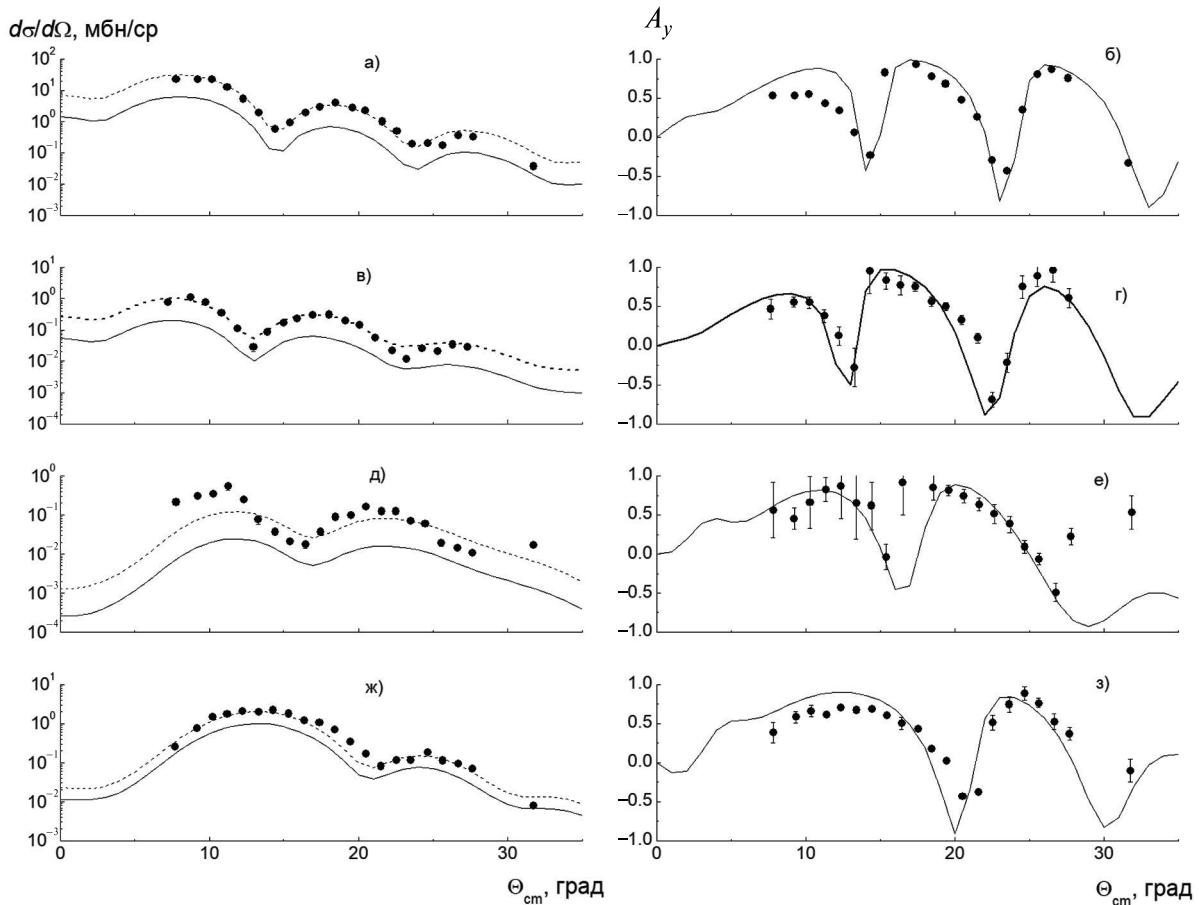
ное сечение по величине, не изменяя его фазовой зависимости.

Ранее в работах [25, 26] высказывалось предположение, что возбуждения  $2_1^+, 2_2^+$  отличаются своей природой с точки зрения вклада в данные возбуждения протонных и нейтронных степеней свободы. Так, если возбуждение  $2_1^+$  полностью симметрично относительно вклада протонов и нейтронов, то возбуждение  $2_2^+$  представляет смесь симметричного и антисимметричного компонент. Наш расчет дает похожую картину: фазы протонных и нейтронных матричных элементов переходов совпадают для возбуждения  $2_1^+$  и противоположны по знаку для переходов с возбуждением уровня  $2_2^+$ .

Наличие антисимметричного по протонам и нейтронам компонента для уровня  $2_2^+$  приводит к ненулевому значению магнитного матричного элемента для перехода  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$ , так что магнитный матричный элемент доминирует по отношению к электрическому. Экспериментальное значение  $E2/M1$ -параметра смешивания  $\delta = -0.18(1)$  (значение взято из базы данных ENDSF), тогда как расчетное значение равно -0.14. Это является косвенным подтверждением правильности описания природы возбуждения уровня  $2_2^+$  в рамках оболочечной модели. К сожалению, в настоящее время отсутствуют расчетные программы, позволяющие удовлетворительно микроскопически рассчитывать неупругое рассеяние при низких значениях энергии протонов. При таких энергиях необходимо учитывать связь каналов и уметь рассчитывать форм-факторы переходов между каналами в рамках микроскопического подхода, что в настоящее время еще не дает хороших результатов. Это не позволяет тестирувать оболочечные волновые функции возбуждений при неупругом рассеянии протонов с энергией 16 МэВ, используя экспериментальные данные, полученные в настоящей работе. Однако при энергии протонов 16 МэВ различие угловой зависимости дифференциальных сечений и анализирующих способностей для разных уровней одной мультипольности более сильное, чем для энергии протонов 400 МэВ, что является дополнительным стимулом к построению работающего механизма расчета реакции неупругого рассеяния протонов для таких энергий.

## 6. ВЫВОДЫ

В работе были проанализированы полученные ранее в [6], обработанные и впервые публикующиеся экспериментальные данные по неупругому рассеянию поляризованных протонов с энергией 16 МэВ с возбуждением низколежащих уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  в ядрах  $^{54,56}\text{Fe}$ . В рамках модели асимметричного ротора и многофононной вибрационной модели были рассчитаны наблюдаемые неупругого рассеяния протонов с энергией 16 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$ . С экспериментальными данными сравнивались дифференциальное



**Рис. 5.** Дифференциальное сечение (слева) и анализирующая способность (справа) неупругого рассеяния протонов с энергией 400 МэВ на ядре  $^{56}\text{Fe}$  с возбуждением уровня  $2_1^+$  (*а* и *б*);  $2_2^+$  (*в* и *г*);  $4_1^+$  (*д* и *е*);  $4_2^+$  (*ж* и *з*). Кривые: сплошная — расчеты в рамках модели искаженных волн, штриховая — то же, но с перенормированными дифференциальными сечениями (коэффициенты перенормировки указаны в тексте). Экспериментальные данные взяты из работы [7].

сечение и анализирующую способность неупругого рассеяния для уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$ . Расчет выполнялся по методу связанных каналов. Получено только качественное описание экспериментальных данных в расчете, при этом обе модели коллективного возбуждения ядра дают близкое по качеству описание рассматриваемых наблюдаемых рассеяния для ядра  $^{56}\text{Fe}$ . Таким образом, проведенный в настоящей работе анализ неупругого рассеяния поляризованных нейтронов дополняет анализ, проведенный в работе [4], по неупругому рассеянию  $\alpha$ -частиц и работу [5] по неупругому рассеянию неполяризованных протонов с энергией 26 МэВ на этом же ядре. В отличие от работы [5] согласие рассчитанного дифференциального сечения с экспериментом только качественное для обеих моделей возбуждения ядра, при этом анализ дополнительной наблюдаемой — анализирующей способности — не позволяет сделать однозначный выбор в пользу той или другой коллективной модели возбужденных состояний: модели асимметричного ротора или многофононной вибрационной модели. Параметры ядерных возбуждений, полученные в настоящей работе, также немного отличаются от параметров ядерных возбуждений, использованных в работах [4, 5].

Кроме ядра  $^{56}\text{Fe}$  анализировалось неупругое рассеяние на ядре  $^{54}\text{Fe}$ . С точки зрения оболочечной модели, ядро  $^{54}\text{Fe}$  имеет замкнутую нейтронную оболочку. Сравнительный анализ ядерных возбуждений в этих двух ядрах позволяет проанализировать влияние двух валентных нейтронов на структуру возбуждений в ядре  $^{56}\text{Fe}$ . Для ядра  $^{54}\text{Fe}$  угловые распределения рассеяния при возбуждении уровней  $2_1^+, 2_2^+$  подобны, и для описания наблюдаемых необходимо строить волновую функцию ядра для этих состояний в рамках модели однофононных возбуждений. Дифференциальное сечение и анализирующую способность неупругого рассеяния для уровней  $4_1^+$  и  $4_2^+$  ядра  $^{54}\text{Fe}$  плохо описываются в рамках вибрационной модели. Описание в рамках ротационной модели для ядра  $^{54}\text{Fe}$  не рассматривалось, поскольку данное ядро предполагается сферическим.

Дополнительно к анализу в рамках коллективных моделей ядерных возбуждений состояния ядер  $^{54,56}\text{Fe}$  анализировались в рамках оболочечной модели с использованием программы NuShellX [22].

Использовалась оболочечная модель с учетом протон-нейтронных взаимодействий. Возбуждения рассчитывались в модельном пространстве  $pf$  оболочек с использованием гамильтониана взаимодействия  $gx1a$  [23]. Модель оболочек хорошо предсказывает положения уровней  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  в ядрах  $^{54,56}\text{Fe}$ , а также вероятности радиационных переходов между уровнями. Рассчитанные для данных уровней одночастичные матричные элементы рассматриваемых возбуждений для ядра  $^{56}\text{Fe}$  использовались для расчета дифференциального сечения и анализирующей способности протонов с энергией 400 МэВ с возбуждением этих уровней. Расчеты сравнивались с экспериментальными данными, полученными в работе [7]. Как показало сравнение, использование оболочечных волновых функций при описании неупругого рассеяния в рамках импульсного приближения МИВ не позволяет правильно воспроизвести абсолютную величину сечений, тогда как угловая зависимость дифференциальных сечений и анализирующей способности описывается удовлетворительно. Возможно, данное расхождение связано с ограниченным модельным пространством, используемым в расчетах по оболочечной модели.

Авторы благодарят А.В. Плавко, ранее инициировавшего данную работу, за полезные обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. H. Horie and K. Ogawa, Nucl. Phys. A **216**, 407 (1973).
2. N. Bendjaballah, J. Delaunay, A. Jaffrin, T. Nomura, and K. Ogawa, Nucl. Phys. A **284**, 513 (1977).
3. D. G. Sarantites, J. Urbon, and L. L. Rutledge, Jr., Phys. Rev. C **14**, 1412 (1976).
4. F. Ballester, E. Casal, and J. B. A. England, Nucl. Phys. A **501**, 301 (1989).
5. A. Kumar, D. K. Avasthi, A. Tripathi, S. K. Datta, and I. M. Goliv, Phys. Rev. C **65**, 014305 (2001).
6. A. Plavko, V. Kudriashov, M. Onegin, T. Clegg, H. Karwowski, and R. Varner, in Proceedings of the Spin-94 Contribution to the VIII Symposium on Polarization Phenomenon in Nuclear Physics, Bloomington, Indiana (USA, 1994), p. 200.
7. R. De Leo, H. Akimune, N. Blasi, I. Daito, Y. Fujita, M. Fujiwara, S. I. Hayakawa, S. Hatori, K. Hosono, H. Ikegami, T. Inomata, I. Katayama, K. Katori, L. Lagamba, S. Micheletti, S. Morinobu, et al., Phys. Rev. C **53**, 2718 (1996).
8. M. J. Le Vine, E. K. Warburton, and D. Schwalm, Phys. Rev. C **23**, 244 (1981).
9. A. S. Davydov and G. F. Filippov, Nucl. Phys. **8**, 237 (1958).
10. W. Greiner and J. A. Maruhn, Nuclear Models (Springer, 1996).
11. W. G. Love and M. A. Franey, Phys. Rev. C **24**, 1073 (1981).
12. T. Tamura, Rev. Mod. Phys. **37**, 679 (1965).
13. T. Tamura, Ann. Rev. Nucl. Sci., p. 99 (1969).
14. J. Raynal, in Proceedings of the Lectures Presented at an International Seminar Course Computing as a Language of Physics, Trieste, 2–20 August, 1971 (IAEA, Vienna, 1972), p. 285.
15. J. Raynal, Notes on ECIS-94, Preprint CEA-N-2772 (September 1994).
16. A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, New York, 1975), Vol. 2.
17. M. S. Onegin and A. V. Plavko, nucl-th/0507001.
18. H. V. von Geramb, AIP Conf. Proc. **97**, 44 (1983).
19. F. Petrovich, R. J. Philpott, A. W. Carpenter, and J. A. Carr, Nucl. Phys. A **425**, 609 (1984).
20. F. Petrovich, J. A. Carr, and H. McManus, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **36**, 29 (1986).
21. C. Glasshauser and R. de Swiniarski, Phys. Rev. C **164**, 1437 (1967).
22. B. A. Brown and W. D. M. Rae, Nucl. Data Sheets **120**, 115 (2014).
23. B. A. Brown, Prog. Nucl. Part. Phys. **47**, 517 (2001).
24. J. J. Kelly, J. M. Finn, W. Bertozzi, T. N. Buti, F. W. Hersman, C. Hyde-Wright, M. V. Hynes, M. A. Kovash, B. Murdock, P. Ulmer, A. D. Bacher, G. T. Emery, C. C. Foster, W. P. Jones, D. W. Miller, and B. L. Berman, Phys. Rev. C **41**, 2504 (1990).
25. S. A. A. Eid, W. D. Hamilton, and J. P. Elliot, Phys. Lett. B **166**, 267 (1986).
26. G. Hartung, A. Richter, E. Spamer, H. Woertche, C. Rangacharyulu, C.W. De Jager, and H. De Vries, Phys. Lett. B **221**, 109 (1989).

# ANALYSIS OF INELASTIC SCATTERING OF POLARISED PROTONS ON $^{54,56}\text{Fe}$ NUCLEI

V. I. Kudriashov<sup>1)</sup>, M. S. Onegin<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*JSK "Komita", Saint-Petersburg, Russia*

<sup>2)</sup>*NRC "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia*

The paper analyzes the results of experiments on inelastic scattering of polarized protons on  $^{54,56}\text{Fe}$  nuclei. The work presents for the first time differential cross sections and analyzing power for levels  $2_1^+, 2_2^+, 4_1^+, 4_2^+$  for the scattering of protons with energy of 16 MeV. Published experimental data for the same levels, but for proton energies of 18.6 and 400 MeV are also analyzed. Calculations of inelastic scattering observables were performed using the coupled channel method for proton energy 16 and 18.6 MeV and the distorted wave method for proton energy of 400 MeV. The predictions of two collective models of excited states of the nucleus were compared: the asymmetric rotator model and the multiphonon vibrational model. In addition, the wave functions of excited states calculated using the shell model were tested.