

# НЕРАВНОВЕСНЫЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭМИССИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ

© 2023 г. А. Т. Дьяченко<sup>1), 2)\*</sup>, И. А. Митропольский<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 16.09.2022 г.; после доработки 16.09.2022 г.; принята к публикации 16.09.2022 г.

С целью развития гидродинамического подхода для описания столкновений тяжелых ионов промежуточных энергий в работе предложено совместно с решением уравнений гидродинамики решать кинетическое уравнение. Это позволило включить в рассмотрение неравновесную компоненту и успешно описать двойные дифференциальные сечения испускания кумулятивных протонов, пионов и фотонов при столкновениях тяжелых ядер углерода с бериллиевой мишенью в области энергий 2.0–3.2 ГэВ/нуклон, полученные в экспериментах ИТЭФ. При описании этих спектров были учтены поправка на микроканоническое распределение и вклад процесса фрагментации для выходов протонов. Полученное описание экспериментальных данных оказалось лучше, чем в каскадных моделях и моделях квантовой молекулярной динамики. Проведено сравнение с другими реакциями и подходами. Оказалось, что эффекты короткодействующих корреляций включены в предложенном подходе, поскольку в нем успешно описываются экспериментальные данные по спектрам жестких фотонов, которые в молекулярной динамике согласуются с экспериментом только при добавлении высокимпульсной компоненты.

DOI: 10.31857/S004400272301018X, EDN: RBFLBI

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Успех применения гидродинамики к столкновениям элементарных частиц высокой энергии начался с работы Л.Д. Ландау по множественному рождению вторичных частиц [1]. В [2] впервые использовано равновесное уравнение состояния, предполагающее установление в системе локального термодинамического равновесия для описания столкновений тяжелых ионов. В [3, 4] для энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса “NICA” предложено использовать гибридную модель, которая включает в себя быструю неравновесную кинетическую стадию на основе кода HSD (адронная струнная динамика) и последующее описание динамики ядро-ядерного столкновения на основе равновесной релятивистской гидродинамики (см. также [5, 6]). В [5] гибридная модель была усовершенствована включением вязкости в релятивистскую гидродинамику и заменой кода HSD на PHSD (партон-адронная струн-

ная динамика). Это дополняет описание процесса столкновения тяжелых ионов, проведенное как в рамках одножидкостной [7], так и двухжидкостной [8], и трехжидкостной [9] релятивистских гидродинамических моделей, поскольку существенную роль в процессе столкновения ядер играет его неравновесный характер.

С другой стороны, начатый Балдиным поиск объяснения механизма ядерных кумулятивных процессов [10, 11], кинематически запрещенных во взаимодействиях свободных нуклонов, до сих пор является нерешенной проблемой. Было предложено большое количество теоретических подходов, варьирующихся от образования многокварковых кластеров в ядерной материи [12, 13] до эффектов многократного рассеяния при прохождении частиц через ядро [14, 15]. Исследование этого явления в случае столкновения тяжелых ионов представляет интерес с целью выяснения коллективного многочастичного механизма кумулятивных процессов и проверки различных моделей ядро-ядерного взаимодействия при промежуточных и высоких энергиях.

В [16–21] нами было показано, что локальное термодинамическое равновесие в процессе столкновений тяжелых ионов устанавливается не сразу, поскольку на стадии сжатия важна неравно-

<sup>1)</sup>НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

<sup>2)</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия.

\*E-mail: dyachenko\_a@mail.ru

весная компонента функции распределения, приводящая к формированию бесстолкновительной ударной волны, аналогично бесстолкновительным ударным волнам в расчетах по зависящему от времени методу Хартри–Фока (TDHF) [22]. Для учета неравновесной компоненты было предложено совместно с уравнениями гидродинамики решать кинетическое уравнение. В [20] нами была усовершенствована модель ударной волны с изменяющимся фронтом, предложенная в пионерской работе [23], которая затем применена к процессу сжатия образующегося горячего пятна — hot spot.

В настоящей работе рассмотрено необходимое развитие гидродинамического подхода при описании столкновений тяжелых ионов промежуточных энергий с одной стороны, и его применение к описанию спектров кумулятивных вторичных частиц с другой. В предыдущих работах [16–21] в рамках неравновесного гидродинамического подхода рассчитаны дифференциальные сечения образования протонов, пионов и легких фрагментов при относительно низких энергиях ( $E < 1\text{--}2 \text{ ГэВ}$  на нуклон).

В процессе развития гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния [16–19] в настоящей работе нами рассмотрены столкновения ядер  $^{12}\text{C}$  с бериллиевой мишенью при энергиях налетающих ядер углерода 2.0 и 3.2 ГэВ/нуклон, экспериментально исследованные на ускорителе ИТЭФ, с испусканием протонов [24, 25], пионов [25] и фотонов [26]. Данные недавней работы [25] группы ИТЭФ были предоставлены нам В.В. Куликовым.

Далее изложение построено следующим образом. В разд. 2 описан неравновесный гидродинамический подход, в разд. 3 — схема наших гидродинамических расчетов с учетом микроканонической поправки. В разд. 4 приведены формулы для учета статистического механизма фрагментации, предложенного в [27, 28]. В разд. 5, 6 и 7 показано сравнение наших расчетов с экспериментальными данными и расчетами в других моделях и кодах. Показан успех нашего гидродинамического подхода при описании экспериментальных данных коллаборации NADES (GSI) [29] и преимущество нашего подхода в описании спектров кумулятивных частиц (протонов, пионов и фотонов) по сравнению с модельными расчетами в [24, 25] с современными кодами, встроенными в пакет GEANT4. В наших расчетах использован код HSD [30], созданный в институте теоретической физики в Гессене (Германия). В разд. 7 также показано, что наш подход описывает спектры жестких фотонов, которые в работе [31] описывались только за счет эффекта короткодействующих корреляций (SRC). В Заключении, в разд. 8, кратко сформулированы основные результаты работы.

## 2. НЕРАВНОВЕСНЫЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Для описания системы нуклонов воспользуемся одночастичной функцией распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , где  $\mathbf{r}(x_1, x_2, x_3)$  — пространственная координата,  $\mathbf{p}(p_1, p_2, p_3)$  — импульс,  $t$  — время, для которой при промежуточных энергиях сталкивающихся тяжелых ионов мы используем кинетическое уравнение [16–19]:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau}, \quad (1)$$

где  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — локально равновесная функция распределения,  $\tau$  — время релаксации.

Уравнение (1) должно решаться совместно с уравнениями гидродинамики, следующими из (1) взятием моментов с весом 1,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}^2$  в импульсном пространстве для нахождения функции распределения. Входящий в члены взаимодействия самосогласованный потенциал  $W(\rho)$  задается также, как это делается в случае зависящих от плотности  $\rho$  эффективных сил типа Скирма.

Время релаксации здесь выбрано в традиционной форме  $\tau = \lambda/v_T$  [16–19], где длина свободного пробега нуклонов  $\lambda = 1/\sigma\rho$ ,  $\sigma \approx 40$  мб — элементарное полное нуклон-нуклонное сечение,  $\rho$  — нуклонная плотность,  $v_T$  — средняя скорость теплового движения нуклонов. При низких энергиях для выбранной формы  $\tau$  его численное значение близко к значению, полученному для фермижидкости. При высоких энергиях нужно вместо сечения  $\sigma$ , вообще говоря, подставлять транспортное сечение  $\sigma_T$ , что увеличивает величину  $\tau$ . При больших временах релаксации можно использовать уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики в приближении локальной плотности [20].

Решение уравнения (1) ищется в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_1 q + f_0(1 - q), \quad (2)$$

где функция  $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  соответствует состоянию с деформированной ферми-поверхностью,  $q(\mathbf{r}, t)$  ( $0 \leq q \leq 1$ ) — релаксационный фактор, находящийся из кинетического уравнения с помощью взятия момента с весом  $p_{||}^2 - p_{\perp}^2$ , определяющего степень анизотропии функции распределения в импульсном пространстве [16–19] ( $p_{||}$  и  $p_{\perp}$  — продольная и поперечная составляющие импульса). При  $q = 0$  получаем уравнения равновесной, а при  $q = 1$  — неравновесной длиннопробежной гидродинамики.

В результате имеем замкнутую систему уравнений для нахождения плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , поля скоростей  $v(\mathbf{r}, t)$ , поля температур  $T(\mathbf{r}, t)$  и релаксационного фактора  $q(\mathbf{r}, t)$ , позволяющую найти функцию распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ .

### 3. ИНКЛЮЗИВНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА

После выделения области локального нагрева hot spot — области перекрытия сталкивающихся ядер, мы проанализировали стадии сжатия, расширения и разлета вещества в процессе столкновений тяжелых ионов. На стадии сжатия формируются бесстолкновительные ударные волны с изменяющимся фронтом [19–20].

На стадии расширения [16–19] по достижении ударной волной границ hot spot происходит расширение первоначально сжатой системы, которое описывается с учетом ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении. В рассматриваемом диапазоне энергий на этой стадии коэффициент вязкости  $\eta$  достаточно велик (число Рейнольдса  $Re = \frac{mpv}{\eta} \leq 1$ ). Это уменьшает скорость разлета hot spot и увеличивает его температуру. По достижении расширяющейся ядерной системой критической плотности (плотности замораживания)  $\rho^*$ , определяемой из условия  $\frac{dW}{dp} = 0$ , происходит формирование вторичных частиц (нуклонов, фрагментов, пионов) и их разлет.

Инвариантное двойное дифференциальное сечение испускания протонов в реакции  $A + B \rightarrow p + X$  имеет вид ( $b$  — параметр удара)

$$E \frac{d^2\sigma}{p^2 dp d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \times \quad (3)$$

$$\times \int G(b) b db \int d\mathbf{r} \gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t),$$

где  $G(b) = \sigma_t/\sigma_g$  — фактор, учитывающий, что сечение образования hot spot  $\sigma_t = \pi \langle R_b \rangle^2$  всегда больше геометрического  $\sigma_g$  сечения перекрывающихся частей,  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}^2}$  и  $\mathbf{p}$  — соответственно полная энергия, Лоренц-фактор и импульс протонов,  $\Omega$  — телесный угол,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  — поле скоростей,  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — функция распределения испускаемых протонов в пренебрежении неравновесной компонентой на стадии замораживания

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = g \times \quad (4)$$

$$\times \left[ \exp \left( \frac{\gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v} - \mu) + T\delta}{T} \right) \pm 1 \right]^{-1}.$$

В (4) спиновый фактор  $g = 2$ ,  $\mu(\mu = \mu_T + m)$  — химический потенциал, который находится из условия сохранения в среднем числа частиц для большого канонического ансамбля,  $T$  — температура,  $\delta$  — поправка на микроканоническое

распределение [16]. Знак “±” означает “+” для фермионов и “−” для бозонов соответственно.

Для описания испускания пионов можно использовать выражения (3) и (4), где в качестве функции распределения пионов использовать функцию (4), положив везде массу пионов равной  $m_\pi$ , а химический потенциал  $\mu$  — равным нулю, поскольку число пионов не задано,  $g = 1$ . Для фотонов масса и химический потенциал равны нулю,  $g = 2$  с учетом двух поляризаций. Для бозонов в (4) выбираем знак “−” перед 1.

Кроме вклада (3) в сечение от испускания протонов из hot spot нами учитывался также вклад от слияния неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер — “спектаторов”, как в модели “корона–кор” при высоких энергиях [32]. Временная эволюция hot spot, сжатие и последующее его разрежение напоминают флуктуации в ядерной системе, подобные флуктуации Д.И. Блохинцева [33], введенному для объяснения кумулятивного эффекта.

### 4. СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ФРАГМЕНТАЦИИ

Для описания мягкой части спектра испускаемых протонов нами использована статистическая модель фрагментации сталкивающихся тяжелых ионов, предложенная в [27, 28]. Согласно этой модели, вероятность выхода фрагментов из составного ядра пропорциональна  $\exp \left( -\frac{p^2}{2\sigma_K^2} \right)$ , где  $\mathbf{p}$  — импульс фрагмента в системе покоя ядра, дисперсия  $\sigma_K^2$

$$\sigma_K^2 = \sigma_0^2 \frac{K(A - K)}{A - 1}, \quad (5)$$

$A$  — массовое число фрагментирующего ядра,  $K$  — число нуклонов во фрагменте,  $\sigma_0^2$  равна

$$\sigma_0^2 = \frac{\langle p^2 \rangle}{3} = \frac{1}{3} \frac{3}{5} p_F^2, \quad (6)$$

где  $p_F$  — импульс Ферми.

Ограничимся испусканием протонов с  $K = 1$ , а нормировочный множитель  $C$  для определения выхода протонов найдем из условия [28]:

$$C \times 4V \times 4\pi \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \exp \left( -\frac{p^2}{2\sigma_0^2} \right) = A. \quad (7)$$

В результате  $C = \frac{A(2\pi\hbar)^3}{4\pi\sqrt{\pi}(2\sigma_0^2)^{3/2}V}$ , где  $V$  — объем системы. Используя (7), определяем [17] вклад в

сечение при фрагментации протонов ( $b$  — параметр удара):

$$E \frac{d^2\sigma}{p^2 dp d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \times \quad (8)$$

$$\times \int b db \int C d\mathbf{r} \gamma(E - \mathbf{p}\mathbf{v}) \exp\left(-\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2}{2\sigma_0^2}\right),$$

где  $E$  — полная энергия испускаемого протона,  $\mathbf{p}(p = \sqrt{E^2 - m^2})$  — импульс протона с учетом движущейся со скоростью  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  системы отсчета ( $\mathbf{r}$  — радиус-вектор,  $t$  — момент времени начала фрагментации),  $\mathbf{p}_0 = \gamma t \mathbf{v}$ . Отметим, что сечение (8) относится к неперекрывающимся частям сталкивающихся тяжелых ионов — периферическая фрагментация. В (8) учтено, что при вылете протоны могут запираться средним полем за счет энергии связи, от которой надо отсчитывать энергию  $E$ .

Вклад от фрагментации составного ядра, образующегося из перекрывающихся частей, получен аналогичным образом. В этом случае можно использовать (8) с  $\sigma_0^2 = mT$  при температуре  $T_h$  образующегося составного ядра — hot spot, временная эволюция которого рассматривается нами в гидродинамическом подходе [16–20].

## 5. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В качестве иллюстрации успеха гидродинамического подхода на рис. 1 приведены распределения  $\frac{dN}{p_T dp_T}$  испускаемых  $N$  протонов по попечному импульсу  $p_T$  в реакции  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au} \rightarrow p + X$  на фиксированной мишени при энергии налетающих ядер золота 1.48 ГэВ/нуклон. Можно видеть, что наш расчет (сплошная кривая) находится в согласии с другими расчетами, проведенными в рамках решения кинетического уравнения Больцмана—Улинга—Уленбека (BUU) [30, 34] и модели квантовой молекулярной динамики [35, 36]. Эти расчеты приведены для сравнения различных кодов в [37].

Наш подход применим не только к данной реакции. Например, нам удалось воспроизвести (см. рис. 2) экспериментальные данные коллаборации HADES [29] по энергетическим спектрам протонов в реакции  $\text{Ar} + \text{K} \rightarrow p + X$  при энергии ядер Ar, равной 1.76 ГэВ/нуклон. В расчетах выходов протонов учитывался вклад от фрагментации в области как перекрывающихся, так и неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. На рис. 2 приведены инвариантные двойные дифференциальные распределения протонов

в зависимости от попечной массы. Наши расчеты изображены сплошными кривыми, экспериментальные точки взяты из [29]. Выходы протонов были нормированы на число участников  $N_0 = 38.5$  [29]. Как видно из рисунка, получено хорошее согласие расчетных распределений с экспериментальными во всех интервалах быстрот  $y$ , где

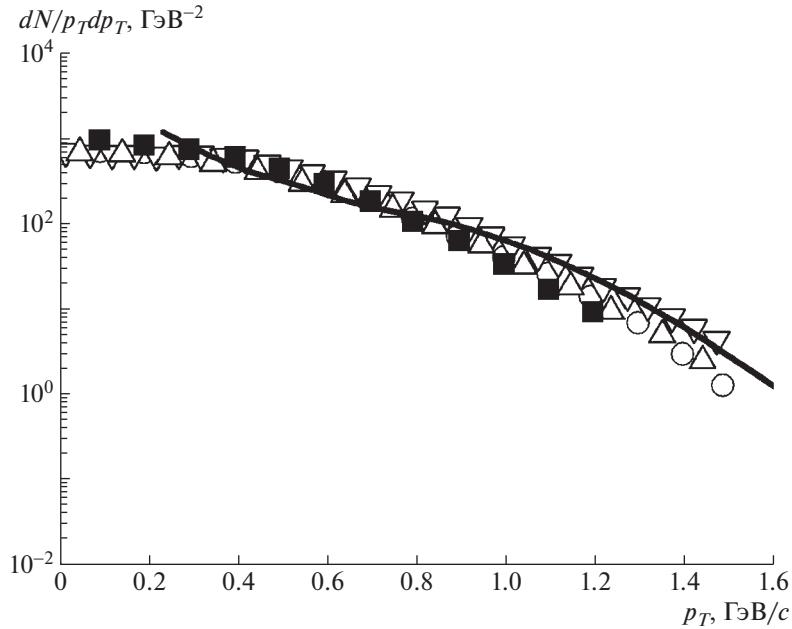
$$y = \ln\left(\frac{p_{||}}{m_T} + \sqrt{1 + \left(\frac{p_{||}}{m_T}\right)^2}\right), p_{||} — \text{продольный импульс}, m_T = \sqrt{m_0^2 + p_T^2} — \text{поперечная масса}.$$

Другими словами, наш расчет оказался ничем не хуже более детального расчета, проведенного ранее в [38]. Рассмотренные реакции представляют интерес для экспериментов, проводимых на ускорителе SIS/GSI (Германия) и могут быть перенесены на область энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса NICA.

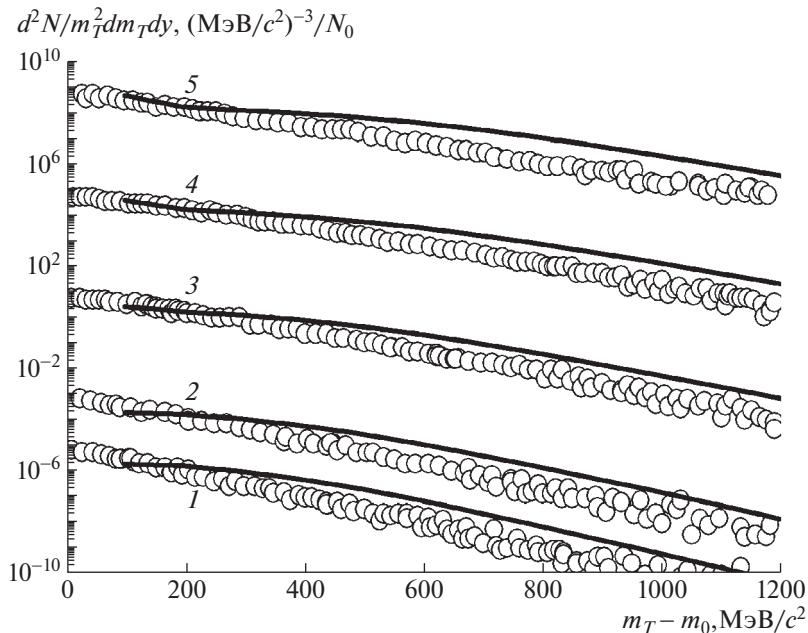
## 6. ОПИСАНИЕ СПЕКТРОВ КУМУЛЯТИВНЫХ ПРОТОНОВ И ПИОНОВ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ИТЭФ

На рис. 3, 4 приведены импульсные спектры протонов, испускаемых в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$  под углом  $3.5^\circ$  при энергии ионов  $^{12}\text{C}$ , равной 2.0 ГэВ/нуклон (рис. 3) и 3.2 ГэВ/нуклон (рис. 4). Экспериментальные данные, полученные в эксперименте FRAGM (ИТЭФ) [24, 25] показаны точками. Кривыми 1, 2 представлены результаты наших расчетов в рамках гидродинамического подхода для всей области импульсного спектра, при этом параметры расчета — средняя температура hot spot  $\langle T_h \rangle$ , средний химический потенциал  $\langle \mu_T \rangle$ , средний радиус hot spot  $\langle R_h \rangle$  — зависят от энергии. Кривые 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [24]: 3 — каскадная модель [39], 4 — транспортная модель кварк-глюонных струн [40], 5 — модель квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [41]. Кривая 6 — наш расчет по коду адронной струнной динамики (HSD) [30].

Как видно из этих рисунков, в кумулятивной области спектров при импульсе протонов  $p > 2$  ГэВ/с, когда кумулятивное число  $X = \frac{E - p \cos \theta}{m} > 1$ , наш расчет согласуется с экспериментальными данными [24, 25]. Спад величины сечений на 5 порядков воспроизводится в нашем подходе не хуже монте-карловских транспортных кодов. Причем некоторые каскадные расчеты заметно недооценивают экспериментальные спектры в высокимпульсной области. В области малых импульсов при всех энергиях наш расчет также воспроизводит экспериментальные спектры, что



**Рис. 1.** Распределения протонов по поперечному импульсу  $p_T$  в реакции  $\text{Au} + \text{Au} \rightarrow p + X$  при энергии ионов золота 1.48 ГэВ/нуклон с параметром удара  $b = 1$  Фм. Сплошная кривая — наш расчет при температуре hot spot  $T_h \approx 84.8$  МэВ. Значками показаны результаты расчетов по транспортным кодам [37]:  $\circ$  — [30],  $\Delta$  — [34],  $\nabla$  — [35],  $\blacksquare$  — [36].

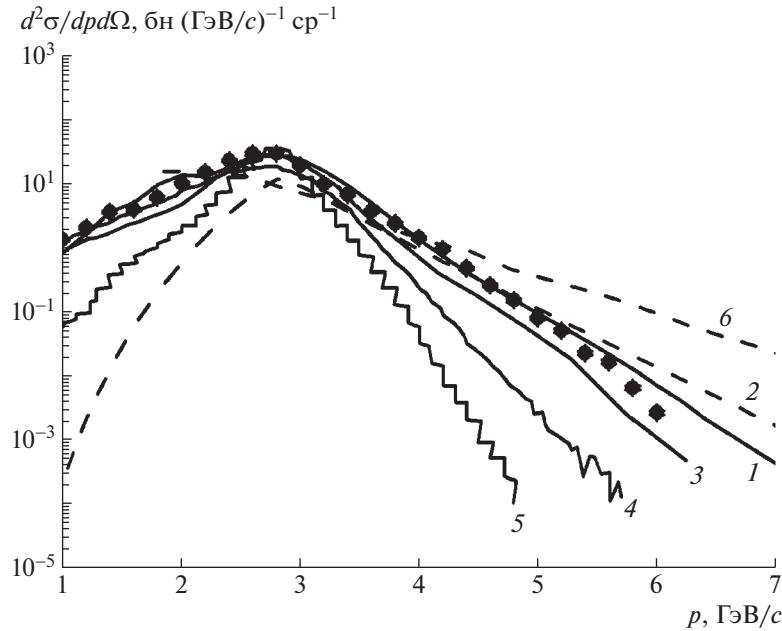


**Рис. 2.** Инвариантные распределения протонов в зависимости от поперечной массы  $m_T - m_0$  в реакции  $\text{Ar} + \text{K} \rightarrow p + X$ , испускаемых в интервале быстрот  $y$  при энергии ионов Ar 1.76 ГэВ/нуклон. Кривые:  $1 \times 10^2$  ( $0.1 < y < 0.15$ ),  $2 \times 10^4$  ( $0.2 < y < 0.25$ ),  $3 \times 10^8$  ( $0.4 < y < 0.45$ ),  $4 \times 10^{12}$  ( $0.6 < y < 0.65$ ),  $5 \times 10^{16}$  ( $0.8 < y < 0.85$ ) при  $\langle T_h \rangle \approx 91$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -155$  МэВ, радиусе hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 3.5$  Фм. Точки — экспериментальные данные коллаборации HADES из [29].

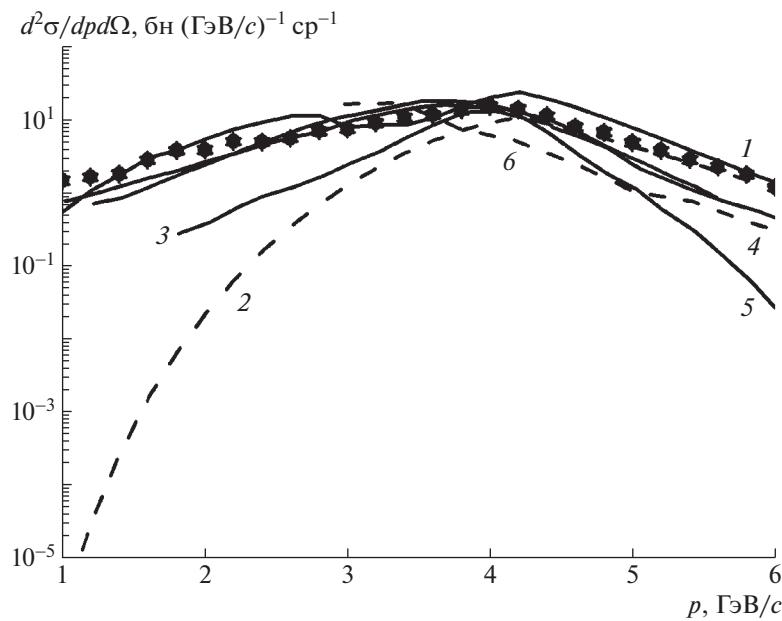
обусловлено вкладом от протонов, образующихся в результате фрагментации (согласно выражению (8)) для перекрывающихся и неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер. Поправка на микро-

каноническое распределение проявляется в высокомомпульсной области распределений протонов.

Если не учитывать вклад от фрагментации и не вводить поправку на микроканоническое распреде-



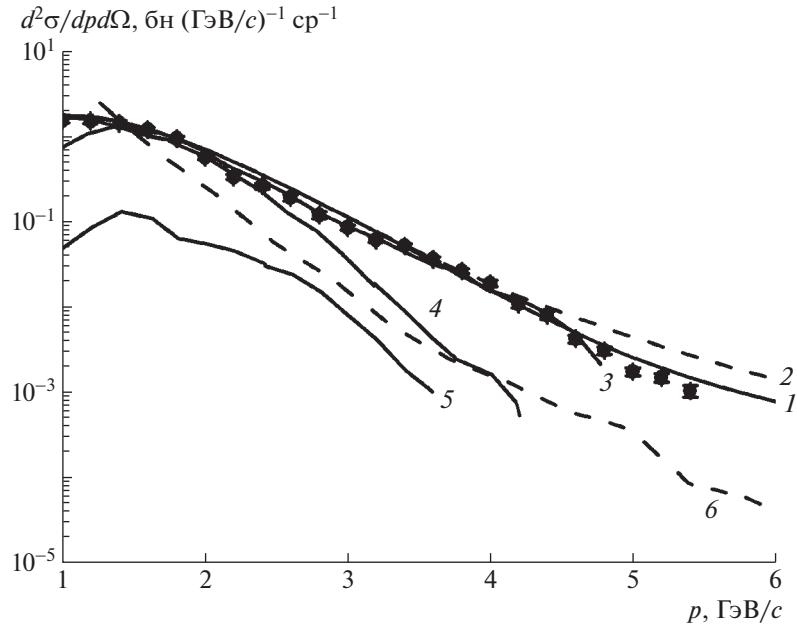
**Рис. 3.** Распределения протонов по лабораторному импульсу в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow p + X$ , испускаемых под углом  $3.5^\circ$  при энергии  $^{12}\text{C}$  2.0 ГэВ/нуклон. Кривая 1 — наш расчет с значениями  $\langle T_h \rangle \approx 99$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -180$  МэВ,  $\langle R_h \rangle \approx 2$  Фм; штриховая кривая 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение и вклада от фрагментации; точки — экспериментальные данные из [24]. Кривые 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [24]. Кривая 6 — результат проведенного нами расчета в модели HSD [30].



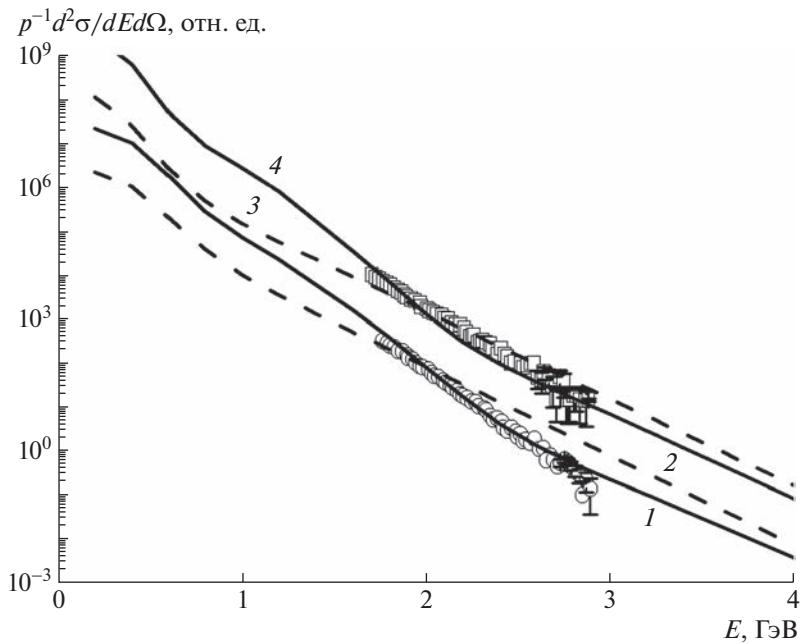
**Рис. 4.** То же, что на рис. 3, при энергии ионов  $^{12}\text{C}$  3.2 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -263$  МэВ, точки — экспериментальные данные из [25].

ление (штриховые кривые 2), то в мягкой области спектра расчеты недооценивают эксперимент, а в кумулятивной области дают завышенные по сравнению с ним значения. Расчет на основе модели HSD (кривые 6 на рис. 3, 4) также не описывает

экспериментальные данные. На рис. 3 вычисленный в этой модели высокоимпульсный спектр оказался более пологим, чем экспериментальный, а на рис. 4 он недооценивает величину сечения. Форма спектра в мягкой области не совпадает



**Рис. 5.** То же, что на рис. 3, но для распределения  $\pi^-$ -мезонов в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \pi^- + X$ , при энергии ионов  $^{12}\text{C}$  3.2 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ, точки — экспериментальные данные из [25].

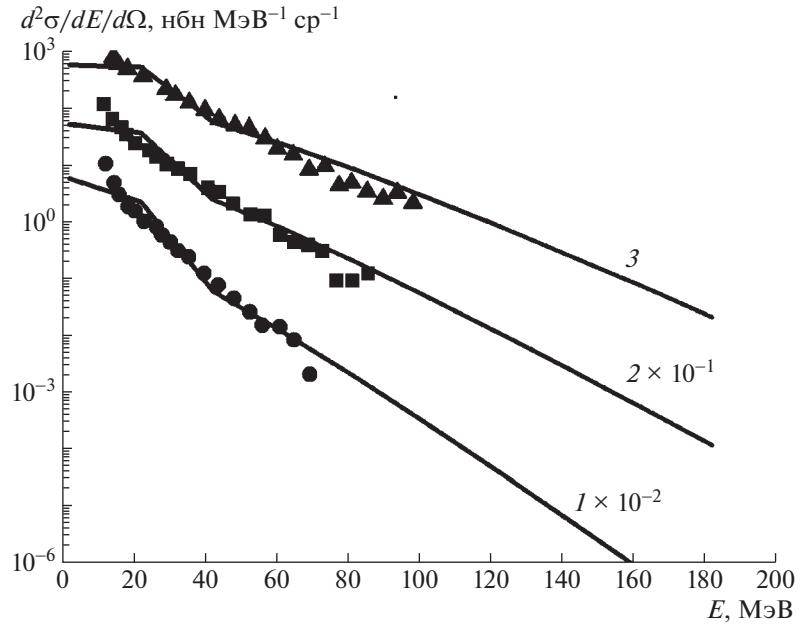


**Рис. 6.** Инвариантные распределения фотонов по энергии в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$ , испускаемых под углом  $38^\circ$  при энергии ионов  $^{12}\text{C}$  2.0 ГэВ/нуклон (кривая 1 — расчет с  $\langle T_h \rangle \approx 99$  МэВ, кривая 2 — без учета поправки на микроканоническое распределение) и 3.2 ГэВ/нуклон (кривая 4 — расчет с  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ, кривая 3 — без учета поправки на микроканоническое распределение), точки — экспериментальные данные из [26] (кружки при энергии  $^{12}\text{C}$  2.0 ГэВ/нуклон и квадраты — 3.2 ГэВ/нуклон).

с экспериментальной потому, что в этом коде не учитывается механизм фрагментации.

Наш подход применим и к испусканию кумулятивных пионов, полученных в реакциях  $^{12}\text{C} +$

$+ ^9\text{Be} \rightarrow \pi^- + X$  на ускорителе ИТЭФ при энергиях ядер  $^{12}\text{C}$  3.2 ГэВ/нуклон [25]. Нам удалось воспроизвести экспериментальные данные [25] по



**Рис. 7.** Двойные дифференциальные сечения испускания фотонов в реакции  $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C} \rightarrow \gamma + X$  под углом  $90^\circ$  при энергиях  $^{14}\text{N}$  20 (1), 30 (2) и 40 (3) МэВ/нуклон. Сплошные кривые — наш расчет при  $\langle T_h \rangle \approx 9.3, 11.7$  и  $13.5$  МэВ соответственно. Точки — экспериментальные данные из [44] (кружки при 20, квадраты — 30 и треугольники — 40 МэВ/нуклон).

энергетическим спектрам отрицательных пионов (рис. 5).

В сечение рождения  $\pi^-$ -мезонов помимо тепловых  $\pi^-$  вносит вклад канал от распада  $\Delta \rightarrow N + \pi^-$ , который мы включили в рассмотрение аналогично [42, 43]. В качестве иллюстрации на рис. 5 приведены инвариантные двойные дифференциальные сечения испускания отрицательных пионов в реакциях  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \pi^- + X$  при энергии ядер углерода 3.2 ГэВ/нуклон, экспериментальные точки взяты из [25]. Сплошные кривые 1 — наш расчет, штриховые кривые 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение. Кривые 3, 4, 5 — результаты расчетов по транспортным кодам [25] в современных теоретических моделях, которые были использованы для расчета спектров протонов. Наш расчет в рамках гидродинамического подхода показывает хорошее согласие с экспериментальными спектрами [25]. Рассчитанный нами спектр  $\pi^-$  (кривая 6) по модели HSD показывает более быстрый спад, чем экспериментальный.

## 7. СПЕКТРЫ ЖЕСТКИХ ФОТОНОВ

На рис. 6 приведены инвариантные двойные дифференциальные сечения жестких фотонов, образующихся в реакции  $^{12}\text{C} + ^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$  при энергиях ядер  $^{12}\text{C}$  2.0 и 3.2 ГэВ/нуклон под углом

испускания фотонов  $38^\circ$ . Здесь сплошные линии — наш расчет. Экспериментальные точки из [26] в эксперименте FLINT (ИТЭФ). Для испускания прямых фотонов можно использовать выражения (3) и (4). Полученные таким способом прямые фотонны преобладают над фотонами от распада  $\pi^0$ -мезонов, вклад которых мы также учли и добавили к вкладу прямых фотонов. Спектры, рассчитанные без учета поправки на микроканоническое распределение (штриховые кривые), оказываются более пологими. Поскольку экспериментальные данные приведены в относительных единицах, расчетные кривые также нормированы.

Нам представляется, что в гидродинамическом подходе учитывается эффект короткодействующих корреляций (SRC), которому уделяется большое внимание (см., например, [13]). На рис. 7 приведены рассчитанные нами двойные дифференциальные сечения фотонов, испускаемых в реакции  $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C} \rightarrow \gamma + X$  при энергиях ядер азота 20 (кривая 1), 30 (кривая 2) и 40 (кривая 3) МэВ/нуклон под углом испускания фотонов  $90^\circ$ . Экспериментальные точки взяты из [44]. Как видно из рисунка, наш расчет находится в согласии с экспериментальными данными, в отличие от расчетов по квантовой молекулярной динамике [31]. Для достижения согласия с экспериментом в [31] дополнительно вводятся высокомпульсные “хвосты” для протонов, что свидетельствует об учете эффекта короткодействующих корреляций SRC.

Согласие наших расчетов с экспериментом без дополнительной коррекции показывает, что эффект SRC учитывается в развивающем нами гидродинамическом подходе.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках модифицированной гидродинамической модели с фиксированными параметрами уравнения состояния описаны экспериментальные высокоимпульсные спектры протонов, пионов и фотонов, испускаемых в столкновениях тяжелых ионов при  $E = 2\text{--}3 \text{ ГэВ}/\text{нуклон}$ , включая кумулятивную область спектра.

Весьма важным моментом явилось включение в рассмотрение эффектов ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении для кинетического уравнения, а также поправки на микроканоническое распределение, проявляющейся в области высокоэнергетических “хвостов” спектров протонов. При промежуточных энергиях в кумулятивной области импульсных спектров протонов важен учет испускания протонов из образующегося горячего пятна — hot spot — и их испускания в результате слияния неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. Т.е. в развивающейся модели представлен механизм “корона–кор”, получивший распространение при высоких энергиях. Это может объяснить аппроксимацию экспериментальных данных двумя экспонентами со своими температурами, проведенную в [24]. В области малых импульсов протонов определяющий вклад в сечение дает учет фрагментации, проведенный нами в статистической модели фрагментации. Проведенные расчеты воспроизводят экспериментальные данные по выходам протонов и пионов как для средних, так и тяжелых ядер в области промежуточных и высоких энергий сталкивающихся ядер и могут быть применены к области энергий строящегося в Дубне ускорительного комплекса NICA. Описание спектров жестких фотонов указывает на то, что в нашем подходе могут быть учтены эффекты короткодействующих корреляций (SRC).

Правомерность использования макроскопических параметров для легких систем можно объяснить. В нашем случае среднее число частиц в hot spot  $N \sim 10$ , и дисперсия  $\sim 1/\sqrt{N} \ll 1$  не столь велика. Поправка на микроканоническое распределение улучшает описание эксперимента. Плечо в кумулятивной области спектра протонов воспроизводится в нашем подходе и, как видно, иногда оно воспроизводится в транспортных каскадных кодах. Возможно, что это обусловлено перерассеянием пионов [45].

Авторы благодарны В.В. Вечерину, М.Б. Жаллову, А.В. Ставинскому и В.В. Куликову за полезные обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- L. D. Landau, Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz. **17**, 51 (1953) [Collected Papers of L. D. Landau, Ed. by D. Ter Haar (Pergamon Press, Oxford, 1965), Paper no. 74].
- H. Stöcker and W. Greiner, Phys. Rept. **137**, 277 (1986).
- A. C. Хворостухин, В. Д. Тонеев, ЯФ **80**, 161 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 285 (2017)].
- A. C. Хворостухин, В. Д. Тонеев, Письма в ЭЧАЯ **14**, 22 (2017) [Phys. Part. Nucl. Lett. **14**, 9 (2017)].
- A. S. Khvorostukhin, E. E. Kolomeitsev, and V. D. Toneev, Eur. Phys. J. A **57**, 294 (2021); arXiv: 2104.14197v1 [nucl-th].
- H. Petersen, J. Steinheimer, G. Burau, M. Bleicher, and H. Stöcker, Phys. Rev. C **78**, 044901 (2008).
- A. V. Merdeev, L. M. Satarov, and I. N. Mishustin, Phys. Rev. C **84**, 014907 (2011).
- И. Н. Мишустин, В. Н. Русских, Л. М. Сатаров, ЯФ **54**, 429 (1991) [Sov. J. Nucl. Phys. **54**, 260 (1991)].
- Yu. B. Ivanov, V. N. Russkikh, and V. D. Toneev, Phys. Rev. C **73**, 044904 (2006).
- А. М. Балдин, С. Б. Герасимов, Н. Гиордэнеску, В. Н. Зубарев, Л. К. Иванова, А. Д. Кириллов, В. А. Кузнецов, Н. С. Мороз, В. Б. Родоманов, В. Н. Рамжин, В. С. Ставинский, М. И. Яцута, ЯФ **18**, 79 (1973) [Sov. J. Nucl. Phys. **18**, 41 (1974)].
- Ю. Д. Баюков, Л. С. Воробьев, Г. А. Лексин, В. Л. Стопин, В. Б. Федоров, В. Д. Хованский, ЯФ **18**, 1246 (1973) [Sov. J. Nucl. Phys. **18**, 639 (1974)].
- А. В. Ефремов, А. Б. Кайдалов, В. Т. Ким, Г. И. Лыкасов, Н. В. Славин, ЯФ **47**, 1364 (1988) [Sov. J. Nucl. Phys. **47**, 868 (1988)].
- L. L. Frankfurt and M. I. Strikman, Phys. Rept. **76**, 215 (1981).
- M. A. Braun and V. V. Vechernin, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **19**, 517 (1993).
- V. D. Toneev and K. K. Gudima, Nucl. Phys. A **400**, 173 (1983).
- А. Т. Дьяченко, И. А. Митропольский, ЯФ **83**, 317 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 558 (2020)].
- А. Т. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. Part. Nucl. **53**, 505 (2022).
- А. Т. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, EPJ Web Conf. **204**, 03018 (2019).
- А. Т. D'yachenko and I. A. Mitropolsky, Phys. At. Nucl. **82**, 1641 (2019).
- А. Т. D'yachenko, K. A. Gridnev, and W. Greiner, J. Phys. G **40**, 085101 (2013).
- А. Т. Дьяченко, ЯФ **57**, 2006 (1994) [Phys. At. Nucl. **57**, 1930 (1994)].
- P. Bonche, S. Koonin, and J. W. Negele, Phys. Rev. C **13**, 1226 (1976).
- W. Scheid, H. Müller, and W. Greiner, Phys. Rev. Lett. **32**, 741 (1974).
- Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацук, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ **78**, 403 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 373 (2015)].

25. Б. М. Абрамов, М. Базнат, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацук, Е. Н. Турдакина, *ЯФ* **84**, 331 (2021) [*Phys. At. Nucl.* **84**, 467 (2021)].
26. И. Г. Алексеев, А. А. Голубев, В. С. Горячев, Г. Б. Дзубенко, А. Г. Долголенко, Н. М. Жигарева, С. М. Киселев, К. Р. Михайлов, Е. А. Морозова, П. А. Полозов, М. С. Прокудин, Д. В. Романов, Д. Н. Свирида, А. В. Ставинский, В. Л. Столин, Г. В. Шарков, *ЯФ* **78**, 995 (2015) [*Phys. At. Nucl.* **78**, 936 (2015)].
27. A. S. Goldhaber, *Phys. Lett. B* **53**, 306 (1974).
28. H. Feshbah and K. Huang, *Phys. Lett. B* **47**, 300 (1973).
29. H. Schuldes and M. Lorenz (for the HADES Collab.), *J. Phys.: Conf. Ser.* **599**, 012028 (2015).
30. W. Cassing and E. L. Bratkovskaya, *Phys. Rept.* **308**, 65 (1999).
31. Wen-Mei Guo, Bao-An Li, and Gao-Chan Yong, *Phys. Rev. C* **104**, 034603 (2021); arXiv: 2106.08242 [nucl-th].
32. Y. Kanakubo, Y. Tachibana, and T. Hirano, *Phys. Rev. C* **105**, 024905 (2022); arXiv: 2108.07943 [nucl-th].
33. Д. И. Блохинцев, *ЖЭТФ* **33**, 1295 (1957) [*Sov. Phys. JETP* **6**, 995 (1958)].
34. A. B. Larionov, W. Cassing, M. Effenberger, and U. Mosel, *Eur. Phys. J. A* **7**, 507 (2000).
35. C. Hartnack, L. Zhuxia, L. Neise, G. Peilert, A. Rosenhauer, H. Sorge, J. Aichelin, H. Stöcker, and W. Greiner, *Nucl. Phys. A* **495**, 303 (1989).
36. H. W. Barz and L. Naumann, *Phys. Rev. C* **68**, 041901 (2003).
37. E. E. Kolomeitsev, C. Hartnack, H. W. Barz, M. Bleicher, E. Bratkovskaya, W. Cassing, L. W. Chen, P. Danielewicz, C. Fuchs, T. Gaitanos, C. M. Ko, A. Larionov, M. Reiter, Gy Wolf, and J. Aihelin, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **31**, 741 (2005); arXiv: 2202.06672v1 [nucl-th].
38. J. Weil, V. Steinberg, J. Staudenmaier, L. G. Pang, D. Oliinychenko, J. Mohs, M. Kretz, T. Kehrenberg, A. Goldschmidt, B. Bäuchle, J. Auvinen, M. Attems, and H. Petersen, *Phys. Rev. C* **94**, 054905 (2016).
39. A. V. Dementev and N. M. Sobolevsky, *Nucl. Tracks Radiat. Meas.* **30**, 553 (1999).
40. S. G. Mashnik, K. K. Gudima, R. E. Prahl, A. J. Sierk, M. I. Baznat, and N. V. Mokhov, LA-UR-08-2931 (Los Alamos, 2008); arXiv: 0805.0751[nucl-th]; S. G. Mashnik, J. S. Bull, H. G. Hughes, R. E. Prahl, and A. J. Sierk, *Eur. Phys. J. Plus* **126**, 49 (2011).
41. T. Koi, D. H. Wright, G. Folger, V. Ivanchenko, M. Kossov, N. Starkov, A. Heikkinen, and H. P. Wellisch, *AIP Conf. Proc.* **896**, 21 (2007).
42. В. И. Гольданский, Ю. П. Никитин, И. Л. Розенталь, *Кинематические методы в физике высоких энергий* (Наука, Москва, 1987) [*Kinematic Methods in High-Energy Physics* (Nauka, Moscow, 1987; Routledge, 1989)].
43. A. T. D'yachenko and V. N. Baryshnikov, in *Proceedings of Baldin ISHEPP XIX, v. 2, Dubna, 2008*, Ed. by A. N. Sissakian *et al.* (JINR, Dubna, 2008), p. 23.
44. J. Stevenson, K. B. Beard, W. Benenson, J. Clayton, E. Kashy, A. Lampis, D. J. Morrissey, M. Samuel, R. J. Smith, C. L. Tam, and J. S. Winfield, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 555 (1986).
45. М. А. Браун, В. В. Вечернин, *ЯФ* **43**, 1579 (1986) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **43**, 1016 (1986)].

## A NON-EQUILIBRIUM HYDRODYNAMIC APPROACH TO DESCRIBING THE EMISSION OF HIGH-ENERGY SECONDARY PARTICLES IN COLLISIONS OF HEAVY IONS OF INTERMEDIATE ENERGIES

A. T. D'yachenko<sup>1),2)</sup>, I. A. Mitropolsky<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*National Research Center “Kurchatov Institute” — PNPI, Gatchina, Russia*  
<sup>2)</sup>*Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russia*

Developing the hydrodynamic approach in describing collisions of heavy ions of intermediate energies, we proposed to solve the kinetic equation together with the solution of the equations of hydrodynamics. This made it possible to successfully describe the double differential cross sections for the emission of cumulative protons, pions, and photons in heavy-ion collisions for the collision of carbon nuclei with a beryllium target in the energy range of 2.0–3.2 GeV per nucleon, obtained in the ITEP experiments. When describing these spectra, a correction for the microcanonical distribution was taken into account, and the contribution of the fragmentation process was also taken into account for the proton yields. Our description of the experimental data turns out to be better than the cascade models and the quantum molecular dynamics model. A comparison is made with other reactions and approaches. It turned out that the effects of short-range SRC correlations are included in our approach, since we successfully describe the experimental data on the spectra of hard photons, which in molecular dynamics are described with the addition of a high-momentum component.