

УДК 533.9...1

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ В ОКРЕСТНОСТИ ИОННО-ЗВУКОВЫХ СОЛИТОНОВ РАЗРЕЖЕНИЯ В ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2024 г. Ф. М. Трухачев*, М. М. Васильев, О. Ф. Петров

*Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия***E-mail: ftru@mail.ru*

Поступила в редакцию 10.10.2024 г.

После доработки 24.11.2024 г.

Принята к публикации 03.12.2024 г.

В рамках одномерной гидродинамической модели теоретически исследованы электрические токи, индуцированные ионно-звуковыми солитонами разрежения в трехкомпонентной плазме. С использованием метода псевдопотенциала Сагдеева рассчитаны профили солитонных токов. Проведено сравнение параметров солитонов сжатия и солитонов разрежения. Показано, что солитоны разрежения, в отличие от солитонов сжатия, имеют профили ионных токов отрицательной полярности. Следовательно, они осуществляют перенос заряженных частиц в направлении, противоположном направлению своего движения. Показано, что переносом ионов нельзя пренебрегать для солитонов разрежения любой амплитуды, в том числе неограниченно малой. Таким образом, перенос заряженных частиц является неотъемлемым (фундаментальным) свойством солитонов разрежения.

DOI: 10.31857/S0040364424060017

ВВЕДЕНИЕ

Солитоном принято называть нелинейную уединенную волну, существующую в среде с дисперсией [1–5]. Недавние исследования на примере плазменных солитонов показали, что уединенные волны в отличие от линейных могут переносить вещество наряду с импульсом и энергией [6–12]. В работе [11] показано, что перенос вещества является неотъемлемым (фундаментальным) свойством солитонов акустического типа. В частности, показано, что ионно-звуковые солитоны сжатия могут передвигать ионы в направлении своего движения на расстояние до пяти радиусов Дебая. Полный перенос ионов может иметь существенную величину при распространении группы солитонов (такая ситуация часто наблюдается в магнитосфере Земли [13–16]). Перенос заряженных частиц может проявляться в наличии ненулевого электрического тока и в отклонении формы функций распределения от равновесной [17–21]. Во всех указанных работах исследовались только солитоны сжатия. Стоит напомнить, что профили концентраций основных плазменных компонентов имеют по-

ложительную полярность для солитонов сжатия. Например, для ионно-звуковых солитонов сжатия профиль ионной концентрации имеет положительную полярность, что соответствует сжатию ионной популяции в окрестности солитона [22, 23]. Как показано в работах [24–32], ионно-звуковые солитоны разрежения могут существовать в плазме при наличии в ней двух электронных популяций с различной температурой. Например, двухэлектронные плазменные конфигурации могут существовать в космической плазме, где кроме фоновых электронов наблюдаются электронные пучки. В случаях, когда дрейфовая скорость пучка значительно меньше его тепловой скорости, обе популяции можно описать в рамках моделей, рассмотренных в [24–26]. Отметим, что, согласно [33], длительное существование плазмы с двумя неподвижными фракциями маловероятно. Кроме обратной полярности, солитоны разрежения демонстрируют ряд уникальных свойств. В частности, в отдельных случаях их ширина может расти с ростом амплитуды [31]. Согласно современным представлениям, солитоны разрежения играют важную роль в динамике плазмы, в том числе в

космическом пространстве [31]. Таким образом, исследование их свойств является актуальной физической задачей.

В данной работе исследовались ионные токи, возбуждаемые ионно-звуковыми солитонами разрежения в плазме. Показано, что эти токи имеют направление, противоположное направлению движения волны (в отличие от солитонов сжатия). Получены аналитические выражения для профилей ионного тока в приближении малых амплитуд. Показано, что односторонний перенос является неотъемлемым (фундаментальным) свойством солитонов разрежения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для описания свойств ионно-звуковых солитонов разрежения воспользуемся одномерной гидродинамической моделью, предложенной в работе [30]. Будем считать, что плазма содержит популяцию холодных положительно заряженных ионов и две электронные популяции с разной температурой. Также будем полагать плазму бесконечной и бесстолкновительной, магнитное поле – равным нулю. Соответствующая система нормированных гидродинамических уравнений имеет вид [30]

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \frac{\partial N_i v_i}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$N_e = N_{ec} + N_{eh} = a \exp\left(\frac{\Phi}{a+b\beta}\right) + b \exp\left(\frac{\beta\Phi}{a+b\beta}\right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = N_e - N_i. \quad (4)$$

Здесь v_i – ионная скорость, нормированная на скорость ионного звука $C_s = \sqrt{T_{\text{eff}}/m_i}$ (соответствующий вывод приведен в Приложении); $T_{\text{eff}} = T_{ec}T_{eh}/(aT_{eh} + bT_{ec})$ – эффективная электронная температура; T_{ec} , T_{eh} – температура холодных и горячих электронов; a , b – доли холодных и горячих электронов соответственно, причем $a + b = 1$ из условия квазинейтральности; m_i – масса иона; $\Phi = e\varphi/T_{\text{eff}}$ – нормированный потенциал, e – элементарный заряд; N_i , N_e – концентрации ионов и электронов соответственно с нормировкой на невозмущенную ионную концентрацию $n_0 = n_{0i}$; электронная концентрация N_e является суммой концентраций холодных и горячих электронов $N_{ec} + N_{eh}$; $\beta = T_{ec}/T_{eh}$. Время t нормировано на величину ω_i^{-1} , где $\omega_i = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m_i}$ – ионная плазменная

частота, пространственная координата x нормирована на радиус Дебая $\lambda_D = \sqrt{T_{\text{eff}}/4\pi e^2 n_0}$. Рассматриваемая модель является частным случаем модели [30] при $T_i = 0$. Это значит, что в отличие от [30] мы будем считать ионы холодными, чтобы уменьшить число параметров при расчетах. Отметим, что полученные результаты могут быть обобщены на случай теплых ионов $T_i \neq 0$.

По аналогии с [30] воспользуемся методом псевдопотенциала Сагдеева для анализа системы (1)–(4). Для поиска стационарных солитонных решений сделаем переход в движущуюся вместе с волной систему координат, введя новую переменную $\xi = x - Mt$, где $M = V/C_s$ – число Маха, V – скорость солитона. Тогда можно выразить нормированную ионную концентрацию в простом виде [19]

$$N_i(\Phi) = \frac{M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}}. \quad (5)$$

Далее систему уравнений (1)–(4) можно свести к единственному уравнению Пуассона

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} = a \exp\left(\frac{\Phi}{a+b\beta}\right) + b \exp\left(\frac{\beta\Phi}{a+b\beta}\right) - \frac{M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}}. \quad (6)$$

Уравнение (6) описывает профиль потенциала ионно-звукового солитона и является обычным дифференциальным уравнением, что упрощает его анализ. Оно также является автономным и допускает понижение степени путем однократного интегрирования по Φ :

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 = U(\Phi), \quad (7)$$

где $U(\Phi)$ – функция псевдопотенциала Сагдеева. При учете граничного условия $d\Phi/d\xi = 0$ при $\xi = 0$ получим [30]

$$U(\Phi) = (a+b\beta) \left[a \left(1 - e^{\frac{\Phi}{a+b\beta}} \right) + \frac{b}{\beta} \left(1 - e^{\frac{\beta\Phi}{a+b\beta}} \right) \right] - \left(M\sqrt{M^2 - 2\Phi} - M^2 \right). \quad (8)$$

Решение (8) совместно с (7) выражает профиль потенциала линейных и нелинейных ионно-звуковых волн $\Phi(\xi)$, в том числе представляющих интерес солитонов. Ненулевые алгебраические корни (8) дают амплитуду солитонов. В случае произвольной амплитуды уравнение (8) требует численного решения. Для поиска профиля солитонов можно также численно решать исходное уравнение (6). Свойства со-

литонных решений подробно описаны в [30]. В частности, ионно-звуковые солитоны являются сверхзвуковыми ($M > 1$), с ростом M также растет амплитуда солитонов.

На рис. 1 представлены графики $U(\Phi)$ и соответствующие профили ионно-звукового солитона для разных значений плазменных параметров a , b , β и при разной скорости солитонов M . Результаты получены численным решением уравнения (6).

Как видно из рис. 1, в рассматриваемой модели различным параметрам соответствуют как солитоны сжатия ($\Phi > 0$), так и солитоны разрежения ($\Phi < 0$). Кроме того, могут реализовываться структуры типа двойного слоя [30], которым соответствует зависимость $U(\Phi)$ с дополнительным локальным максимумом в отрицательной области ($\Phi_{DL} < 0$) и выполняются следующие условия: $U(\Phi) = 0$, $dU(\Phi)/d\Phi = 0$ при $\Phi = \Phi_{DL}$. Такая структура реализуется, например, при $\beta = 0.025$, $a = 0.15$, $b = 0.85$, $M = 1.557$. Далее будем рассматривать только свойства солитонов, анализ двойных слоев является темой отдельной работы. Амплитуда всех типов солитонов рас-

тет с ростом скорости. Интерес также представляют профили концентраций N_i , N_e , ионной гидродинамической скорости v_i и плотности ионного тока J_i . Для концентраций можно использовать выражения (3) и (5). Для выражения ионной скорости и плотности ионного тока в фиксированной системе координат будем использовать выражения, полученные в работе [8]:

$$v_i = M \left(1 - \frac{1}{N_i} \right) = M \left(1 - \frac{\sqrt{M^2 - 2\Phi}}{M} \right), \quad (9)$$

$$J_i = M(N_i - 1) = M \left(\frac{M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}} - 1 \right). \quad (10)$$

На рис. 2 приведены профили указанных величин. Профили $N_i - 1$, $N_e - 1$, v_i , J_i солитонов разрежения имеют отрицательную полярность в отличие от солитонов сжатия. Отрицательный профиль ионной скорости указывает на то, что ионы в окрестности солитона разрежения движутся в направлении, противоположном направлению движения волны. Стоит напомнить, ионно-звуковые солитоны сжатия переносят ионы в на-

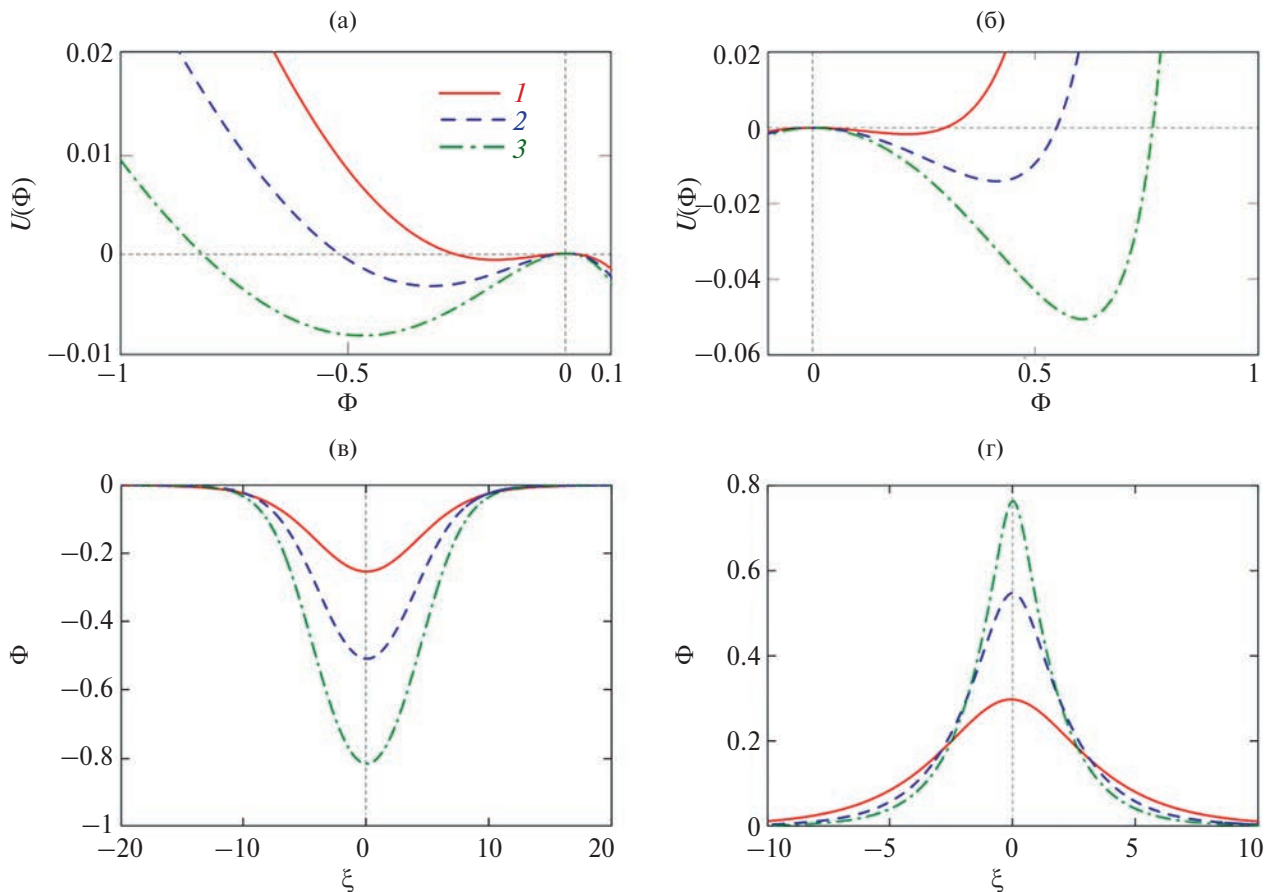


Рис. 1. Параметры ионно-звуковых солитонов при значениях числа Маха: 1 – $M = 1.1$, 2 – 1.2 , 3 – 1.3 ; (а), (б) – псевдопотенциал Сагдеева; (в), (г) – профили потенциала для $\beta = 0.025$; солитоны разрежения при $\xi < 0$, $a = 0.15$, $b = 0.85$; солитоны сжатия при $\xi > 0$, $a = 0.85$, $b = 0.15$.

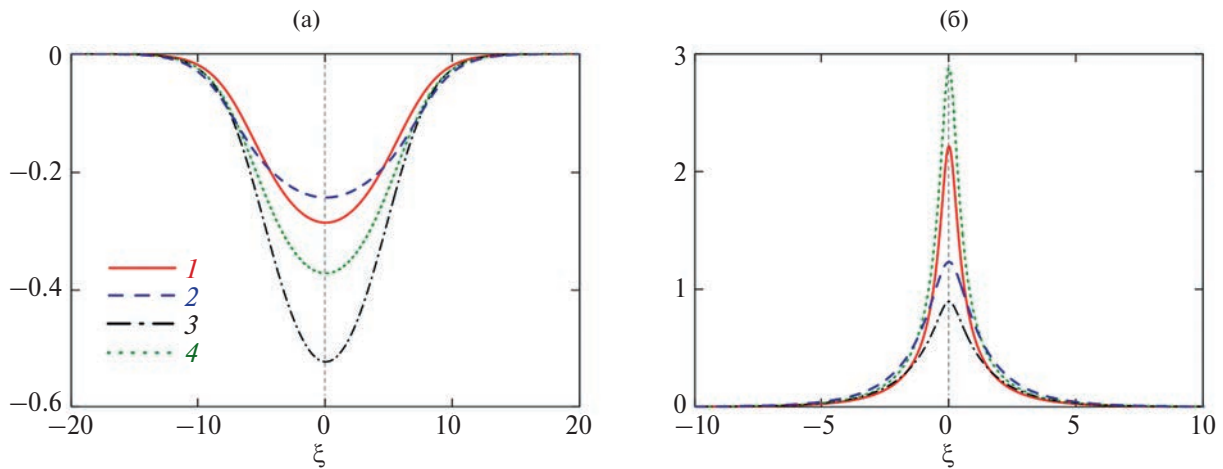


Рис. 2. Профили ионно-звуковых солитонов при $\beta = 0.025, M = 1.3$: (а) – солитон разрежения при $a = 0.15, b = 0.85$; (б) – солитон сжатия при $a = 0.85, b = 0.15$; 1 – $N_i - 1$, 2 – $N_e - 1$, 3 – v_i , 4 – J_i .

правлении своего движения [8]. Импульс ионного тока, индуцированного солитоном разрежения, также имеет отрицательную полярность в отличие от солитона сжатия [8].

Как известно, в пределе малых амплитуд все рассмотренные профили ионно-звукового солитона сжатия совпадают. Это следует из свойств уравнения Кортевега–де Вриза (КдВ) [34, 35]. Для солитонов разрежения действует та же закономерность в отношении профилей – они совпадают при $\Phi \rightarrow 0$. Действительно, разложение выражений (3), (5), (9) и (10) по Φ в ряд Тейлора до линейных членов дает соответственно

$$N_e \approx \Phi + 1, N_i \approx \frac{\Phi}{M^2} + 1, v_i \approx J_i \approx \frac{\Phi}{M} \text{ при } \Phi \rightarrow 0.$$

Учитывая также, что $M \rightarrow 1$ при $\Phi \rightarrow 0$, можно окончательно получить

$$(N_e - 1) \approx (N_i - 1) \approx v_i \approx J_i \approx \Phi \text{ при } \Phi \rightarrow 0. \quad (11)$$

Найдем выражение для указанных профилей в приближении малых амплитуд. Для этого достаточно найти любой из профилей, например профиль $\Phi(\xi)$. Воспользуемся рассуждениями, изложенными в [8]. Разложение псевдопотенциала Сагдеева (8) в ряд по Φ до третьей степени дает

$$U(\Phi) \approx A_2 \Phi^2 + A_3 \Phi^3, \quad (12)$$

$$\text{где } A_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right), \quad A_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{M^4} - \frac{a + b\beta^2}{3(a + b\beta)^2} \right),$$

$A_0 = A_1 = 0$. Подставляя (12) в (7) и интегрируя с учетом $\Phi(\xi) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow 0$, можно выразить профиль потенциала в аналитическом виде [22]

$$\Phi(\xi) \approx \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{-A_2}{2}} \xi \right), \quad (13)$$

или

$$\Phi(x, t) \approx \Phi_0 \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{-A_2}{2}} (x - Mt) \right),$$

где $\Phi_0 = -A_2/A_3$ – амплитуда солитона. В соответствии с (11) все профили, представленные на рис. 2, в пределе малых амплитуд описываются формулой (13).

Влияние ионно-звуковых солитонов сжатия на ионные токи рассмотрено в работах [6, 8, 10, 11].

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Как отмечено выше, солитоны разрежения должны перемещать ионную популяцию назад (против своего движения) на конечное расстояние. Это следует из отрицательности ионной скорости в окрестности солитона (рис. 2). Найдем зависимость смещения ионов от амплитуды солитона. Различные методы ее поиска представлены в работе [11], здесь ограничимся формулой

$$\Delta X = Q_i = \int_{-\infty}^{\infty} J_i(0, t) dt, \quad (14)$$

где ΔX – дистанция переноса ионов; Q_i – нормированный электрический заряд, переносимый солитоном через единичную поверхность, перпендикулярную движению волны. Выражение для $J_i(x, t)$ можно получить, если подставить формулу (13) в формулу (10). Оно будет справедливым для малых амплитуд. Для произвольных амплитуд необходимо пользоваться численными расчетами. Формула (14) выражает простую пропорциональность между переносимым солитоном электрическим зарядом (учитываются только ионы) и дистанцией смещения фоновых ионов плазмы под действием солитона. В безразмерном виде эти величины совпадают (деталь-

ный вывод см. в [11]). Учитывая (11), для малых амплитуд выражение (14) можно переписать в следующем виде:

$$\Delta X = Q_i = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(0, t) dt. \quad (15)$$

Подставляя (13) в (15) и интегрируя, в случае малых амплитуд получим

$$\Delta X = \frac{2\sqrt{-2A_2}}{A_3}. \quad (16)$$

Как видно, ΔX зависит от параметров A_2 , A_3 , а следовательно, от параметра M и от амплитуды солитона. На рис. 3 представлены зависимости $\Delta X(\Phi_0)$, выражающие зависимость дистанции переноса ионов ионно-звуковым солитоном разрежения от его амплитуды. Из рис. 3 видно, что солитоны разрежения сдвигают всю ионную популяцию на расстояние более $10\lambda_D$, что ощутимо больше, чем в случае с солитонами сжатия [11]. По-видимому, это связано с аномальным ростом ширины ионно-звуковых солитонов разрежения при росте амплитуды. Также видно, что в области малых амплитуд аналитические результаты хорошо согласуются с численными (см. вставку на рис. 3). При этом зависимости $\Delta X(\Phi)$ для ионно-звуковых солитонов разрежения и солитонов сжатия (см. [11]) имеют сходный характер.

В заключение найдем асимптотику $\Delta X(\Phi_0)$ при $\Phi \rightarrow 0$. В работе [11] с использованием уравнения КдВ было показано, что $\Delta X(\Phi_0) \sim \sqrt{\Phi_0}$ при $\Phi \rightarrow 0$. Такая асимптотика указывает на то, что величина одностороннего переноса ионов

(и, следовательно, электрического заряда) очень медленно уменьшается с уменьшением амплитуды солитона. Как следствие, солитонным переносом вещества нельзя пренебрегать даже при малых амплитудах солитона (в отличие от периодических волн, которые переносят вещество по механизму дрейфа Стокса). Таким образом, перенос вещества является фундаментальным (неотъемлемым) свойством солитонов сжатия [11]. Для ионно-звуковых солитонов разрежения в рамках рассмотренной модели получается такая же асимптотика. Действительно, разложение по параметру M правой части (16) в ряд Тейлора в окрестности $M = 1$ дает

$$\Delta X \approx -\frac{12\sqrt{2M}(a+b\beta)^2}{a+b\beta^2-3(a+b\beta)^2}$$

или $\Delta X \sim \sqrt{M}$. Такое же разложение правой части выражения $\Phi_0 = -A_2/A_3$ из формулы (13) дает

$$\Phi_0 \approx \frac{6M(a+b\beta)^2}{a+b\beta^2-3(a+b\beta)^2}$$

или $\Phi_0 \sim M$. Следовательно, $\Delta X \sim \sqrt{\Phi_0}$ или

$$\Delta X = \left[-\frac{12(a+b\beta)}{\sqrt{3}\sqrt{a+b\beta^2-3(a+b\beta)^2}} \right] \sqrt{\Phi_0} \quad (17)$$

при $\Phi_0 \rightarrow 0$.

Асимптотика (17) отображена на рис. 3 кривой 3. Следует напомнить, что перенос вещества, индуцированный периодическими волнами по механизму дрейфа Стокса, имеет асимптотику $\Delta X \sim \Phi_0^2$ [36, 37]. Следовательно, перенос вещества периодической волной быстро (квадратично) затухает с уменьшением амплитуды волны. Для периодических волн малой амплитуды (в линейном приближении) переносом можно пренебречь, что согласуется с традиционным определением понятия «волна». Для солитонов разрежения (как и для солитонов сжатия [11]) дистанция переноса ионов значительно медленнее уменьшается с уменьшением амплитуды и должна учитываться всегда.

Стоит отметить, что солитоны разрежения могут существовать в плазменных конфигурациях, отличных от рассмотренной здесь (см., например, [38–41]). Их анализ является предметом будущих работ. Также интерес представляет влияние на процессы солитонного переноса таких факторов, как диссипация, цилиндрическая и сферическая геометрия и др.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках одномерной бесстолкновительной гидродинамической модели трехкомпонентной

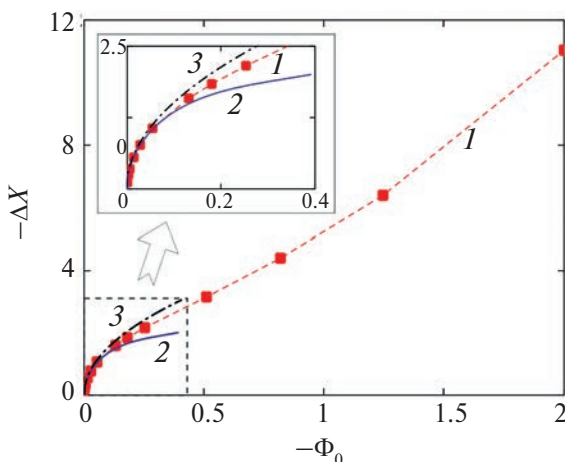


Рис. 3. Зависимость дистанции переноса ионов ионно-звуковым солитоном разрежения от его амплитуды при $\beta = 0.025$, $a = 0.15$, $b = 0.85$; параметр M варьировался от 1 до 1.5; 1 – численный расчет по (14) с учетом (10), 2 – расчет по (16) при $\Phi_0 = -A_2/A_3$, 3 – асимптотика (17).

плазмы показано, что ионно-звуковые солитоны разрежения осуществляют однонаправленный перенос ионов. Направление переноса противоположно направлению движения волны. Дистанция переноса ионов плазменного фона может достигать величины $10\lambda_D$ и более на один солитон. Перенос ионов проявляется в возникновении ионных токов, которые имеют форму импульса отрицательной полярности. Такие токи получили название солитонных токов [8]. Основные свойства солитонных токов рассчитаны как численно, так и аналитически в приближении малых амплитуд. Получена зависимость дистанции переноса ионов от амплитуды солитонов, также представлена ее асимптотика при уменьшении амплитуды солитона. Показано, что перенос вещества (заряда) ионно-звуковым солитоном разрежения является его неотъемлемым (фундаментальным) свойством.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Найдем линейные решения для ионно-звуковых волн, для этого перепишем систему (1)–(4) в размерном виде:

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0, \quad (19)$$

$$n_e = n_{ec} + n_{eh} = an_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_{ec}}\right) + bn_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_{eh}}\right), \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e(n_e - n_i). \quad (21)$$

Для линеаризации системы положим, что величины v_i , n_e , n_i , ϕ могут быть записаны в виде $\psi = \psi_0 + \psi_1$, где ψ_0 – невозмущенное значение величины, а $\psi_1 = \hat{\psi}_1 \exp(-i\omega t + ikx)$ – малая гармоническая добавка с амплитудой $\hat{\psi}_1$. Причем $v_{0i} = 0$, $\phi_0 = 0$, $n_{0i} = n_{0e} = n_0$. Далее, пренебрегая членами второго и более высоких порядков, исходную систему (18)–(21) можно переписать в виде

$$\frac{\partial v_{1i}}{\partial t} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi_1}{\partial x}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial n_{1i}}{\partial t} + n_0 \frac{\partial v_{1i}}{\partial x} = 0, \quad (23)$$

$$n_{1e} = n_0 \left(a \frac{e\phi_1}{T_{ec}} + b \frac{e\phi_1}{T_{eh}} \right), \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} = -4\pi e(n_{1i} - n_{1e}). \quad (25)$$

Введя эффективную температуру $T_{\text{eff}} = T_{ec}T_{eh}/(aT_{eh} + bT_{ec})$, выражение (24) можно записать следующим образом:

$$n_{1e} = n_0 \frac{e\phi_1}{T_{\text{eff}}}. \quad (26)$$

Далее умножим выражение (22) на $-n_0$ и продифференцируем по x , а (23) продифференцируем по t . В результате сложения полученных выражений получим

$$\frac{\partial^2 n_{1i}}{\partial t^2} = \frac{n_{0i}e}{m_i} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2}. \quad (27)$$

Комбинируя (25)–(27) и учитывая, что $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$, $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow ik$, получим стандартное дисперсионное соотношение для ионно-звуковых волн:

$$\omega^2 = \frac{k^2}{1 + k^2 \lambda_{De}^2} \frac{T_{\text{eff}}}{m_i},$$

где $\lambda_{De} = \sqrt{T_{\text{eff}}/4\pi e^2 n_0}$ – радиус Дебая, $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m_i}$ – ионная плазменная частота. В длинноволновом пределе при $k \rightarrow 0$ можно получить $\omega = \sqrt{\frac{T_{\text{eff}}}{m_i}} k$ или $\frac{\omega}{k} = C_s$, где $C_s = \sqrt{\frac{T_{\text{eff}}}{m_i}}$ – ионно-звуковая скорость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lonngren K.E. Soliton in Action / Ed. Lonngren K., Scott A. N.Y.:Academic, 1978.
2. Карпман В.И. Теория возмущений для солитонов // ЖЭТФ. 1977. Т. 73.С. 532.
3. Newell A.C. Solitons in Mathematics and Physics. Philadelphia:SIAM, 1985.
4. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480 с.
5. Herman R.L. A Direct Approach to Studying Soliton Perturbations // J. Phys. A. 1990. V. 23. P. 2327.
6. Трухачев Ф.М., Томов А.В. Электрические токи в плазме, индуцированные солитонами // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 5. С. 377.
7. Петров О.Ф., Трухачев Ф.М., Васильев М.М., Герасименко Н.В. Крупномасштабный перенос заряженных макрочастиц, индуцированный пыле-акустическими солитонами // ЖЭТФ. 2018. Т. 153. № 6. С. 1012.
8. Трухачев Ф.М., Васильев М.М., Петров О.Ф. Солитонные токи (обзор) // ТВТ. 2020. Т. 58. № 4. С. 563.
9. Dubinov A.E., Lebedeva X.I. Ambiplasma Separation into Matter and Antimatter by a Train of Baryon-acoustic Solitons in the Problem of the Baryon Asymmetry of the Universe // Chaos, Solitons Fractals. 2021. V.152. P. 111391.

10. *Trukhachev F.M., Gerasimenko N.V., Vasiliev M.M., Petrov O.F.* Unidirectional Transport of Ions and Perturbation of Plasma Distribution Functions by Ion-acoustic Solitons: Numerical Simulation and Analytical Solution // *Phys. Plasmas*. 2023. V. 30. № 2. P.022113.
11. *Trukhachev F.M., Gerasimenko N.V., Vasiliev M.M., Petrov O.F.* Matter Transport as Fundamental Property of Acoustic Solitons in Plasma // *Phys. Plasmas*. 2023. V. 30. P. 112302.
12. *Дубинов А.Е., Кумаев И.Н.* Пылевые потоки в нелинейных пыле-акустических волнах в плазме // *ТВТ*. 2023. Т. 61. № 1.С. 11.
13. *Bounds S.R., Pfaff R.F., Knowlton S.F. et al.* Solitary Potential Structures Associated with Ion and Electron Beams near 1 RE Altitude // *J. Geophys. Res.* 1999. V.104. P. 28709.
14. *Pickett J.S., Kahler S.W., Li-Jen Chen et al.* Solitary Waves Observed in the Auroral Zone: the Cluster Multi-spacecraft Perspective // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2004. V.11. P.183.
15. *Tagare S., Singh S., Reddy R., Lakhina G.* Electron Acoustic Solitons in the Earth's Magnetotail // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2004. V. 11. P. 215.
16. *Lakhina G.S., Singh S., Rubia R., Devanandhan S.* Electrostatic Solitary Structures in Space Plasmas: Soliton Perspective // *Plasma*. 2021. V. 4. P. 681.
17. *Алешин И.М., Перегудов Д.В.* Некоторые новые свойства сильно нелинейного ионного звука // *Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия*. 2000. № 1. С. 8.
18. *Трухачев Ф.М., Васильев М.М., Петров О.Ф.* Влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения фоновой плазмы // *Физика плазмы*. 2022. Т. 48. № 10. С. 967.
19. *Трухачев Ф.М., Герасименко Н.В., Васильев М.М., Петров О.Ф.* Возмущенная ионно-звуковыми солитонами функция распределения по скоростям ионов плазмы: аналитический расчет на базе КдВ-уравнения // *Физика плазмы*. 2023. Т. 49. № 10. С. 975.
20. *Трухачев Ф.М., Герасименко Н.В., Васильев М.М., Петров О.Ф.* Особенности функций распределения по скоростям и энергиям для пылевой фракции в присутствии пыле-акустического солитона // *Вестник ОИВТ РАН*. 2022. Т. 7. С.15.
21. *Трухачев Ф.М., Васильев М.М., Петров О.Ф., Могилевский М.М., Чугунин Д.В.* Влияние ионно-звуковых солитонов на функции распределения по энергиям для холодных ионов в двухкомпонентной плазме // *ТВТ*. 2024. Т. 62. № 5. С.661.
22. *Сагдеев Р.З.* Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме // *Вопросы теории плазмы*. 1964. Вып. 4. С. 20.
23. *Tran M.Q.* Ion Acoustic Solitons in a Plasma: A Review of their Experimental Properties and Related Theories // *Phys. Scr.* 1979. V. 20. P. 317.
24. *Goswami B.N., Buti B.* Ion Acoustic Solitary Waves in a Two-electron-temperature Plasma // *Phys. Lett. A*. 1976. V. 57. P. 149.
25. *Buti B.* Ion-acoustic Holes in a Two-electron-temperature Plasma // *Phys. Lett. A*. 1980.V. 76. P. 251.
26. *Nishihara K., Tajiri M.* Rarefaction Ion Acoustic Solitons in Two-Electron-Temperature Plasma // *J. Phys. Sot. Japan*. 1981. V. 50. P. 4047.
27. *Dasand S.S., Buti B.* Effect of Hot Ions on Ion Acoustic Solitons and Holes // *Phys. Lett. A*. 1981.V. 81. P. 347.
28. *Nishida Y.,Nagasawa T.* Excitation of Ion-acoustic Rarefactive Solitons in a Two-electron-temperature Plasma // *Phys. Fluids*. 1986.V. 29.P. 345.
29. *Sayal V.K., Sharrna S.R.* Electron Kinetic Effects on an Ion-acoustic Rarefactive Soliton in a Two-electron Temperature Plasma // *Phys. Lett. A*. 1990. V. 151. P. 72.
30. *Ghosh S.S., Ghosh K.K., Sekar Lyender A.N.* Large Mach Number Ion Acoustic RarefactiveSolitary Waves for a Two Electron Temperature Warm Ion Plasma // *Phys. Plasmas*. 1996. V. 3. P. 3939.
31. *Ghosh S.S., Lakhina G.S.* Anomalous Width Variation of Rarefactive Ion Acoustic Solitary Waves in the Context of Auroral Plasmas // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2004.V. 11. P. 219.
32. *Sayal V.K., Yadav L.L., Sharma S.R.* Study of Ion-acoustic Rarefactive Soliton in a Two-electron Temperature Plasma // *Phys. Scr.* 2006.V. 47. № 4. P. 576.
33. *Yu M.Y., Luo H.* A Note on the Multispecies Model for Identical Particles // *Phys. Plasmas*. 2008. V. 15. P. 024504.
34. *Korteweg D.J., de Vries G.* On the Change of Form of Long Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Long Stationary Waves // *Phil. Mag. (ser. 5)*. 1895. V. 39. P. 422.
35. *Washimi H., Taniuti T.* Propagation of Ion-acoustic Solitary Waves of Small Amplitude // *Phys. Rev. Lett.* 1966. V. 17. P. 996.
36. *Stokes G.G.* On the Theory of Oscillatory Waves // *Trans. Camb. Philos. Soc.* 1847. V. 8. P. 441.
37. *Falkovich G.* Fluid Mechanics (A short Course for Physicists). Cambridge University Press, 2011. 171 p.
38. *Popel S.I., Yu M.Y.* Ion Acoustic Solitons in Impurity-Containing Plasmas // *Contrib. Plasma Phys.* 1995. V. 35. №2.P. 103.
39. *Losseva T.V., Popel S.I., Golub' A.P., Shukla P.K.* Evolution of Weakly-Dissipative Hybrid Dust Ion-Acoustic Solitons in Complex Plasmas // *Phys. Plasmas*. 2009.V.16(9). P. 09370.
40. *Лосева Т.В., Попель С.И., Голубь А.П.* Ионно-звуковые солитоны в пылевой плазме // *Физика плазмы*. 2012. Т.38. № 9.С. 792.
41. *Ur-Rehman H., Mahmood S., Ur-Rehman A.* Compressive and Rarefactive Ion Acoustic Solitons in a Magnetized Two-ion Component Plasma // *Phys. Scr.* 2014. V. 89. P. 105605.