ТЕПЛОФИЗИКА ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУР, 2024, том 62, № 4, с. 536–543

УДК 536.24

ТЕПЛООБМЕН НА НАЧАЛЬНОМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ УЧАСТКЕ ПЛОСКОГО КАНАЛА С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ ВТОРОГО РОДА ПРИ ЛАМИНАРНОМ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ТЕЧЕНИИ

© 2024 г. Е. П. Валуева

Национальный исследовательский университет «Московский энергетический институт», Москва, Россия

E-mail: ep.valueva@gmail.com

Поступила в редакцию 25.01.2024 г.
После доработки 19.03.2024 г.
Принята к публикации 23.04.2024 г.

Предложен метод решения задачи о теплообмене при пульсирующем квазистационарном течении в канале, основанный на использовании результатов расчета для стационарного течения. Данный подход применим при невысокой относительной частоте колебаний (для чисел Вомерсли меньше единицы). Решение системы стационарных уравнений движения, неразрывности и энергии на начальном участке плоского канала проведено методом конечных разностей с помощью итерационной неявной безусловно устойчивой схемы. Рассмотрены два способа вычисления среднего по периоду колебаний числа Нуссельта. Предложено разделить период колебаний на две части, в первой из которых жидкость движется от входа в канал к его выходу (прямое течение), а во второй части периода – в противоположном направлении (обратное течение), что целесообразно при использовании результатов расчета в практических приложениях. Показано, что увеличение теплоотдачи при наложении пульсаций расхода на ламинарное течение наблюдается лишь при больших значениях амплитуды колебания средней по сечению скорости, превышающих единицу. Исследовано влияние на число Нуссельта режимных параметров – безразмерной длины канала и числа Прандтля. Получено, что для относительно коротких каналов осредненные по длине и периоду колебаний числа Нуссельта могут до полутора раз превышать эти величины при стационарном течении. Показано, что результаты расчетов теплообмена при граничных условиях первого и второго рода близки друг к другу.

DOI: 10.31857/S0040364424040089

ВВЕДЕНИЕ

Интенсификация теплообмена в различных теплообменных устройствах, в которых осуществляется ламинарное течение теплоносителей, является важной прикладной задачей [1]. Начиная с середины прошлого века, в экспериментальных и расчетно-теоретических работах рассматривалась возможность повышения теплоотдачи с помощью наложения на течение пульсаций расхода. Например, в экспериментах [2], проведенных для миниканала теплоотвода, получено, что при относительной амплитуде колебаний расхода $A = 2.5$ теплоотдача увеличивается на 40%. Расчетные исследования теплообмена при пульсирующем ламинарном течении в каналах до сравнительно недавнего времени проводились лишь для амплитуд колебаний средней по сечению скорости, не превышающих единицу.

В работах [3, 4] разработана разностная схема для решения системы уравнений движения, неразрывности и энергии при пульсирующем течении в прямоугольных каналах с $A > 1$. Показано, что только для $A > 1$ наблюдается увеличение средней по периоду колебаний теплоотдачи по сравнению с теплоотдачей при стационарном течении. Проведена классификация режимов пульсирующего течения по безразмерной частоте колебаний – числу Вомерсли $\mathrm{Wo} = \frac{d_\Gamma}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$ (d_Γ – гидравлический диаметр, ω – круговая частота колебаний, ν – кинематический коэффициент вязкости). Закономерности пульсирующего течения и теплообмена качественно и ко-

личественно различаются в разных областях частот – квазистационарном режиме при Wo < 1, $\mathrm{Wo}_T < 1$ ($\mathrm{Wo}_T = \sqrt{\mathrm{Pr}}\mathrm{Wo}$), высокочастотном режиме при Wo >> 1, $\mathrm{Wo}_T >> 1$ и промежуточном режиме. В [4] на основании результатов численного и аналитического решений для граничных условий на стенках канала первого и второго рода сделан вывод, что в высокочастотном режиме среднее по периоду колебаний число Нуссельта может возрастать по сравнению с его значением при стационарном течении до 20% (при $A = 3$).

Расчеты в [3, 4] проведены для развитого (гидродинамически стабилизированного) течения. При постановке задачи предполагалось, что на выходе из канала теплообмен является стабилизированным. Это допущение выполняется лишь для относительно длинных труб. Для коротких каналов, используемых в различных технических устройствах, например рассмотренных в [1], следует использовать другую постановку задачи. В [5, 6] на выходе из канала и на его входе задавались равномерные профили скорости и температуры, при этом безразмерная длина канала является дополнительным режимным параметром.

Для труб конечной длины пульсации расхода оказывают наибольшее влияние на теплообмен, если отношение длины канала к длине тепловой волны, обратно пропорциональной квадрату числа Вомерсли, минимально, т.е. при относительно низких частотах. Поэтому целесообразным является исследование, в первую очередь, теплообмена при пульсирующем течении в квазистационарном режиме. В [5, 6] предложен способ расчета гидродинамических и тепловых величин на начальном гидродинамическом участке при пульсирующем течении на основе данных для стационарного течения. Расчеты проведены для плоского канала. Плоский канал является предельным случаем прямоугольного (щелевого) канала с малым отношением длин его сторон. Такие каналы используются, например, в перспективных теплообменных аппаратах [1].

Гидродинамика и теплообмен на начальном участке плоского канала исследованы еще в прошлом веке. Однако использовать данные, представленные, например, на рисунках в работах [7–9], для расчета гидродинамических и тепловых величин при пульсирующем квазистационарном течении не представляется возможным, поскольку для такого расчета требуются данные, обладающие большой точностью. Поэтому решение системы стационарных уравнений движения, неразрывности и энергии на начальном участке плоского канала проведено с помощью разработанной конечно-разностной схемы.

В представленной работе изучены не только осредненные по периоду колебаний гидродинамические и тепловые характеристики течения. Для амплитуд колебаний средней по сечению скорости, превышающих единицу, предложено разделить период колебаний на две части, в одной из которых поток в среднем движется от входа в канал к его выходу (прямое течение), в другой части осуществляется обратное течение. Осредненные по этим частям периода величины в большей степени, чем осредненные по всему периоду, могут быть пригодны для расчета некоторых теплопередающих устройств, в частности теплообменных аппаратов.

Проведено сравнение результатов расчета для граничного условия второго рода с результатами, полученными ранее в [5] для граничного условия первого рода.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При получении гидродинамических величин для квазистационарного течения по данным для стационарного течения используется понятие квазистационарного режима. В этом режиме характеристики течения в каждый момент времени определяются их зависимостями при стационарном течении, соответствующими значению числа Рейнольдса в этот момент. Для пульсирующего течения число Рейнольдса и средняя по сечению скорость меняются во времени по периодическому закону. В данной работе приняты следующие зависимости:

$$\mathrm{Re}_t = \mathrm{Re}(1 + A\cos\omega t),\ \langle U\rangle = 1 + A\cos\omega t,$$

где Re – среднее во времени число Рейнольдса, $U = u/\langle\bar{u}\rangle$, u – продольная составляющая вектора скорости, $\langle\bar{u}\rangle = \frac{1}{\pi h}\int_0^{2\pi}\int_0^{h/2} u(y)dyd(\omega t)$ – средняя по сечению и времени скорость, y – расстояние от стенки канала, h – ширина канала, A – амплитуда колебаний, ω – круговая частота колебаний, t – время.

В квазистационарном режиме для гидродинамических и тепловых величин должны выполняться следующие соотношения:

$$U(X,Y,\omega t) = U_s(X/\langle U\rangle, Y)\langle U\rangle(\omega t),$$

$$\mathrm{Po}^\tau(X,\omega t) = \mathrm{Po}_s^\tau(X/\langle U\rangle)\langle U\rangle(\omega t),$$

$$\mathrm{Po}(X,\omega t) = \mathrm{Po}_s(X/\langle U\rangle)\langle U\rangle(\omega t),$$

$$T = T_s(X/\langle U\rangle, Y),\ \Delta T = \Delta T_s(X/\langle U\rangle),$$

$$\mathrm{Nu}(X,\omega t) = \mathrm{Nu}_s(X/\langle U\rangle).$$

Здесь $X = x/(h\mathrm{Pe})$ и $Y = y/h$ – безразмерные продольная и поперечная координаты, $\mathrm{Pe} = \mathrm{RePr}$ – число Пекле; Po и Po^τ – числа Пуазейля для коэффициентов гидравлического сопротивления и сопротивления трения; T – тем-

пература, ΔT – температурный напор (разность температур стенки и средней массовой температуры жидкости), Nu – число Нуссельта; индексом s обозначены величины для стационарного течения.

Числа Пуазейля Po^τ и Po являются коэффициентами пропорциональности в зависимости от числа Рейнольдса коэффициентов сопротивления трения $\xi^\tau = \dfrac{4\tau_w}{\rho < \bar{u} >^2}$ ($\tau_w = \mu\left(\partial u / \partial y\right)_{y=0}$ – касательное напряжение на стенке) и гидравлического сопротивления $\xi^p = -\dfrac{dp}{dx}\dfrac{2h}{\rho < \bar{u} >^2}$. Число $\mathrm{Po}^\tau = \dfrac{4\tau_w h}{\mu < \bar{u} >}$ – это безразмерное касательное напряжение на стенке, число $\mathrm{Po} = -\dfrac{dp}{dx}\dfrac{2h^2}{\mu < \bar{u} >}$ – безразмерный градиент давления. При ламинарном течении $\xi^\tau = \mathrm{Po}^\tau / \mathrm{Re}$, $\xi^p = \mathrm{Po} / \mathrm{Re}$. Для стационарного развитого течения в плоском канале $\mathrm{Po}^\tau_\infty = \mathrm{Po}_\infty = 24$.

Число Нуссельта определяется следующим образом: $\mathrm{Nu} = (q_w/\Delta T)h/\lambda$ (q_w – плотность теплового потока на стенке). Для граничных условий второго рода на стенках канала $\mathrm{Nu}(X, \omega t) \sim 1/\Delta T(X, \omega t)$. При стабилизированном теплообмене в плоском канале $\mathrm{Nu}_\infty = 4.12$.

При расчетах со значениями амплитуд колебаний средней по сечению скорости, превышающими единицу $A > 1$, в некоторой части периода возникает обратное течение среднего потока жидкости: $< U > < 0$. В этом случае при вычислении U, Po, Po^τ, T, ΔT, Nu в приведенных выше соотношениях X надо заменить на $X - L$, где $L = l/(h\mathrm{Pe})$, l – длина трубы.

Гидродинамические и тепловые величины для стационарного течения жидкости с постоянными свойствами находились из решения системы уравнений движения, неразрывности и энергии, записанных в приближении узкого канала. В безразмерном виде эти уравнения записываются как

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \mathrm{Pr}\left(\frac{\mathrm{Po}}{2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \tag{2}$$

$$U\frac{\partial \vartheta}{\partial X} + V\frac{\partial \vartheta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial Y^2}. \tag{3}$$

Здесь $V = \mathrm{Pe}v/< \bar{u} >$ – безразмерная поперечная составляющая скорости, $\vartheta = \dfrac{(T - T_0)\lambda}{q_w h}$ – безразмерная температура, T_0 – температура жидкости на входе в канал.

Граничные условия имеют следующий вид. На входе $X = 0$ задаются равномерные профили продольной скорости и температуры: $U = \vartheta = 1$, $V = 0$. На стенке задается условие прилипания и непроницаемости, а также тепловое граничное условие второго рода $q_w = \mathrm{const}$ при $Y = 0$: $U = V = 0$, $\partial\vartheta/\partial Y = 1$. На оси канала $Y = 0.5$ выполняется условие симметрии $\partial U/\partial Y = \partial\vartheta/\partial Y = 0$.

Решение гидродинамической задачи зависит от Y, $x/(h\mathrm{Re})$. Решение уравнения энергии зависит от Y, $X = x/(h\mathrm{Pe})$ и режимного параметра – числа Прандтля Pr.

В результате расчетов получены следующие величины для стационарного течения: $U_s(X, Y)$, $\mathrm{Po}_s(X)$, $\vartheta_s(X, Y)$. По профилям скорости и температуры рассчитывались число Пуазейля для сопротивления трения $\mathrm{Po}^\tau(X)$, безразмерная средняя массовая температура жидкости $\vartheta_{bs}(X) = \int_0^1 U_s(X,Y)\vartheta_s(X,Y)dY$, безразмерный температурный напор $\Delta\vartheta_s(X) = \vartheta_w - \vartheta_{bs}$, число Нуссельта $\mathrm{Nu}_s(X) = 1/\Delta\vartheta_s$. Проверялись балансы импульса и энергии. Должны выполняться следующие соотношения, которые можно получить при интегрировании по сечению канала уравнений движения и энергии:

$$\xi^p = \xi^c + \xi^\tau, \ \vartheta_b = \vartheta_{bI},$$

где $\xi^c = \dfrac{4}{\mathrm{Pr}}\dfrac{d}{dX}\int_0^{1/2} U^2 dY$ – коэффициент сопротивления, обусловленный конвективными членами в уравнении движения; $\vartheta_{bI} = X$ – безразмерная балансовая температура жидкости.

Расчеты проведены методом конечных разностей. Для решения уравнения движения (1) и энергии (3) использовалась итерационная неявная схема первого порядка по X и второго порядка по Y (схема Самарского). На каждом слое по X решение находилось прогонкой, которая в данном случае всегда устойчива и монотонна. Градиент давления вычислялся методом расщепления. Поперечная составляющая скорости V рассчитывалась из решения уравнения неразрывности (2). Шаг по X увеличивался в геометрической прогрессии, по Y принято равномерное разбиение. Были подобраны оптимальные шаги сетки, обеспечивающие погрешность решения менее 5% вблизи входа в канал и менее 1% вблизи участка стабилизации течения и теплообмена. Контролировались сходимость итераций и балансы импульса, энергии и массы. Небалансы не превышали нескольких процентов.

Верификация численной схемы проведена путем сравнения результатов расчетов с имеющимися данными для стационарного развивающегося течения по гидродинамическим [7] и тепловым [8, 9] характеристикам.

Сравнение результатов расчетов для квазистационарного течения с экспериментальными данными не представляется возможным в связи с отсутствием последних.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Безразмерными режимными параметрами, от которых зависят результаты расчетов, являются следующие величины: амплитуда колебаний средней по сечению скорости A, число Прандтля Pr , безразмерная длина канала L. В расчетах эти параметры изменялись в диапазонах: $A = 0.5–5$, $\mathrm{Pr} = 0.7–7$, $L = 0.025–1$.

Нижний предел значений безразмерной длины канала соответствует значениям, осуществляющимся на практике, например, при течении жидкости с $\mathrm{Pr} = 1–7$, $\mathrm{Re} = 50–1000$ в щелевом микроканале теплоотвода высотой 1 мм и длиной 5 см.

В приближении узкого канала для стационарного течения числа Нуссельта и Пуазейля при $X = 0$, $\mathrm{Po} \to \infty$, $\mathrm{Po}^\tau \to \infty$, $\mathrm{Nu} \to \infty$. Для получения физически обоснованного решения задачи и конечных значений указанных величин при $X = 0$ (и при $X = L$ для обратного течения) проведена экстраполяция, что в некоторой степени соответствует более точному решению задачи на основе полных уравнений Навье–Стокса и энергии, в которых учитывается аксиальный перенос импульса и энергии.

Процессы теплообмена во многом определяются гидродинамикой потока. В частности, стабилизация теплообмена может наступить только на расстояниях от входа в канал, превышающих расстояния, на которых происходит стабилизация профиля скорости и коэффициентов сопротивления трения. Были уточнены данные о длинах начального гидродинамического участка при стационарном течении в плоском канале. В расчетах получено, что коэффициент сопротивления трения на 3% отличается от своего стабилизированного значения на расстояниях от входа $l^\tau_{Hs} / h\mathrm{Re} = 0.051$, коэффициент гидравлического сопротивления стабилизируется на бóльших расстояниях – $l^p_{Hs} / h\mathrm{Re} = 0.072$. Как показано в [6], перестройка равномерного на входе профиля скорости начинается вблизи стенки, а в центральной части канала изменение скорости происходит на более значительных расстояниях от входа. Хотя сопротивление трения уже стабилизировано, остается заметным вклад в гидравлическое сопротивление конвективных членов уравнения движения.

Для квазистационарного течения гидродинамическая стабилизация прямого и обратного течений достигается лишь на расстояниях от входа, превышающих максимальную длину начального гидродинамического участка $l_{\max}$, которая зависит от максимального числа Рейнольдса для этих течений. В [6] получено, что отношение $l_{\max}$ к длине участка стабилизации стационарного течения возрастает с увеличением амплитуды колебаний. Для обратного течения указанное отношение зависит также и от длины канала.

На рис. 1 представлены результаты расчетов чисел Пуазейля Po, Po^τ в зависимости от расстояния от входа в канал для разных длин канала

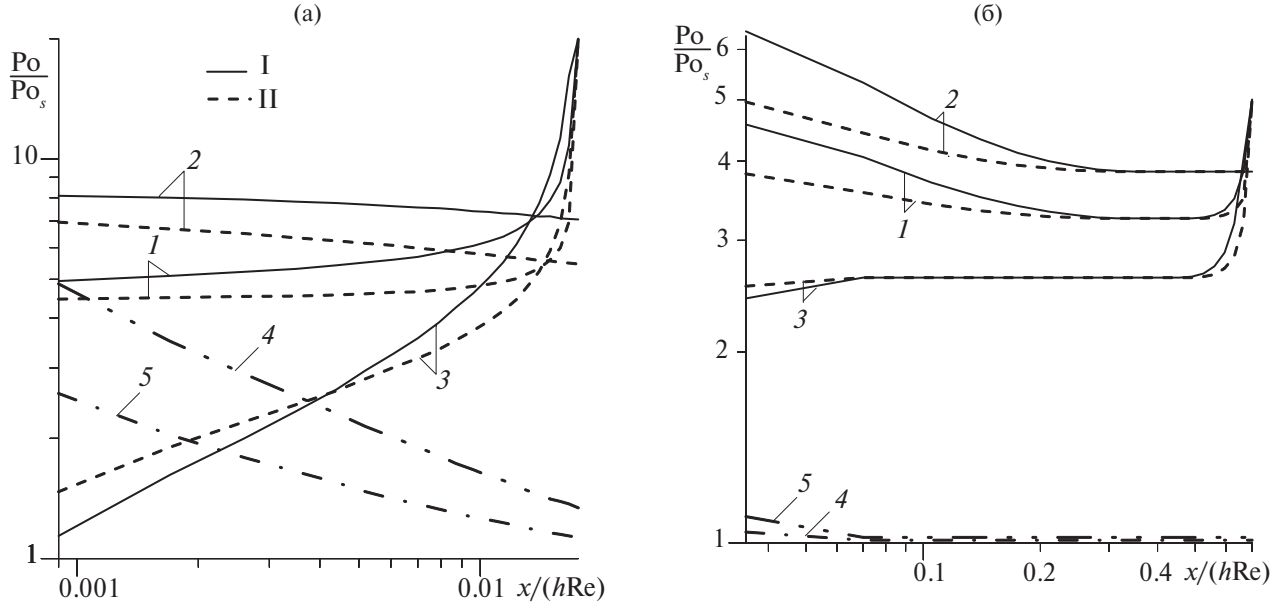

Рис. 1. Изменение числа Пуазейля вдоль канала при $L = 0.025$ (а) и 1 (б): *1* – $\overline{\mathrm{Po}}/\mathrm{Po}_s$, *2* – $\overline{\mathrm{Po}^d}/\mathrm{Po}_s$, *3* – $\overline{\mathrm{Po}^r}/\mathrm{Po}_s$, *4* – $\mathrm{Po}_s/\mathrm{Po}_\infty$, *5* – $\mathrm{Po}^\tau_s/\mathrm{Po}_\infty$; I – $\overline{\mathrm{Po}}/\mathrm{Po}_s$, II – $\overline{\mathrm{Po}^\tau}/\mathrm{Po}^\tau_s$.

при $A = 5$. Числа Пуазейля, осредненные по периоду колебаний, средние по времени для прямого и обратного течений, превышают свои значения при стационарном течении, особенно для коротких каналов. Для длинных труб наблюдается стабилизация указанных величин на участке вблизи конца канала. Для относительно коротких труб гидродинамическая стабилизация пульсирующего течения отсутствует, $\mathrm{Po} > \mathrm{Po}^{\tau}$ благодаря вкладу в гидравлическое сопротивление конвективных членов в уравнении движения. Отмеченные эффекты можно объяснить, рассмотрев представленные в [6] изменения вдоль канала чисел Пуазейля в разные моменты времени. Следует отметить, что даже при значениях амплитуды колебаний средней по сечению скорости $A < 1$ осредненные по периоду колебаний числа Пуазейля выше, чем их значения при стационарном течении, что объясняется расширением области гидродинамической стабилизации пульсирующего течения.

Осредненные по периоду колебаний числа Пуазейля приближенно можно описать следующими соотношениями:

$$\overline{\mathrm{Po}} \approx 0.5(\overline{\mathrm{Po}^d} + \overline{\mathrm{Po}^r}),\ \overline{\mathrm{Po}^{\tau}} \approx 0.5(\overline{\mathrm{Po}^{\tau,d}} + \overline{\mathrm{Po}^{\tau,r}}).$$

Для прямого течения на входе в канал при $X = 0$

$$\overline{\mathrm{Po}^d} / \mathrm{Po}_s = \overline{\mathrm{Po}^{\tau,d}} / \mathrm{Po}_s^{\tau} = p^d,$$

$$p^d = \frac{1}{\omega t_0} \int_0^{\omega t_0} [1 + A\cos(\omega t)] d(\omega t) = \sqrt{A^2 - 1} / \omega t_0 + 1;$$

в момент времени $\omega t = \arccos(1/A)$ поток жидкости меняет свое направление. При $A >> 1$ $\omega t_0 = \pi/2$ и $p_d = 0.64A + 1$; для $A = 5$ $\omega t_0 = 1.77$, $p_d = 3.76$, что соответствует результатам, показанным на рис. 1.

Для обратного течения при $X = L$

$$\overline{\mathrm{Po}^r} / \mathrm{Po}_s(X = 0) = \overline{\mathrm{Po}^{\tau,r}} / \mathrm{Po}_s^{\tau}(X = 0) = p^r,$$

$$p^r = \frac{1}{\pi - \omega t_0} \int_{\omega t_0}^{\pi} [1 + A\cos(\omega t)] d(\omega t) =$$

$$= \sqrt{A^2 - 1} / (\pi - \omega t_0) - 1.$$

При $A >> 1$ $p^r = 0.64A - 1$; для $A = 5$, $p^r = 2.58$. Таким образом, в конце канала значения отношений

$$\overline{\mathrm{Po}^r} / \mathrm{Po}_s = p^r \mathrm{Po}_s(X = 0) / \mathrm{Po}_s(X = L),$$

$$\overline{\mathrm{Po}^{\tau,r}} / \mathrm{Po}_s^{\tau} = p^r \mathrm{Po}_s^{\tau}(X = 0) / \mathrm{Po}_s^{\tau}(X = L)$$

сильно возрастают, что видно на рис. 1.

В практических приложениях важно вычислить увеличение мощности, требуемой для прокачки жидкости через канал определенной длины при пульсирующем течении. Указанная мощность пропорциональна перепаду давления p, который можно выразить, используя число Эйлера

$$\mathrm{Eu} = [p(x = 0) - p(x = l)] / \rho < \bar{u} >^2 =$$

$$= \frac{1}{2h\mathrm{Re}} \int_0^1 \mathrm{Po}\, dx.$$

Для стационарного течения за пределами начального гидродинамического участка

$$\mathrm{Eu}_s \approx \frac{\mathrm{Po}_{\infty} l}{2h\mathrm{Re}}.$$

На рис. 2 средние по времени числа Эйлера сравниваются с числом Эйлера при стационарном течении. Видно, что даже при $A = 1$ наблюдается заметное увеличение перепада давления, необходимого для обеспечения пульсирующего течения в канале.

Для получения данных, пригодных для расчета теплообмена при квазистационарном пульсирующем течении, методом конечных разностей проведено решение задачи о теплообмене при стационарном развивающемся течении в плоском канале. Установлена зависимость для длины начального термического участка, о которой ранее имелись лишь приближенные сведения. Для $\mathrm{Pr} = 0.7–10$ число Нуссельта на 3% отличается от $\mathrm{Nu}_{\infty} = 4.12$ при $l/h\mathrm{Re} = 0.054(1 + 0.044\mathrm{Pr}^{-3.6})$.

Результаты расчета теплообмена при пульсирующем течении представлены на рис. 3–5. Среднее по времени число Нуссельта определяется двумя способами, каждый из которых мож-

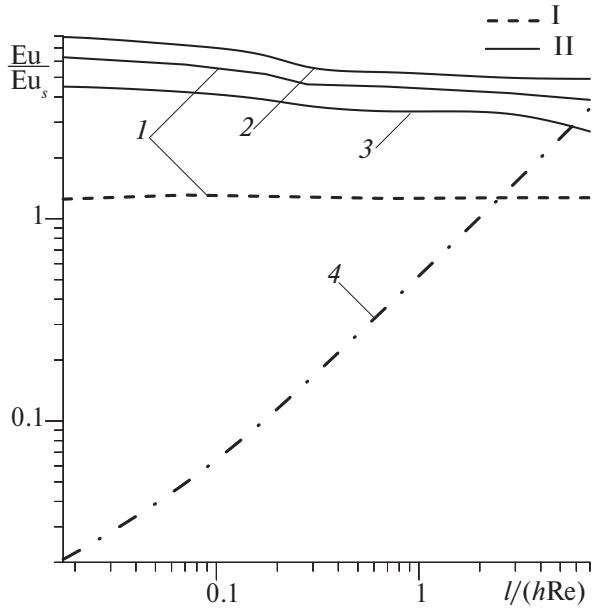

Рис. 2. Зависимость числа Эйлера от длины канала: *1* – $\overline{\mathrm{Eu}}/\mathrm{Eu}_s$, *2* – $\overline{\mathrm{Eu}^d}/\mathrm{Eu}_s$, *3* – $\overline{\mathrm{Eu}^r}/\mathrm{Eu}_s$, *4* – $\mathrm{Eu}_s/\mathrm{Po}_{\infty}$; I – $A = 1$, II – 5.

но использовать при расчете для тех или иных технических устройств:

$$\overline{\mathrm{Nu}_1} \sim \overline{\frac{1}{\Delta T}},\ \overline{\mathrm{Nu}_2} \sim 1/\overline{\Delta T}.$$

Расчеты показали, что при $A \le 1$ не наблюдается увеличения средних по времени чисел Нуссельта по сравнению с их стационарными значениями, что подтверждается имеющимися исследованиями. При $A > 1$ с увеличением амплитуды колебаний число Нуссельта возрастает, но увеличивается и мощность на прокачку жидкости через канал (перепад давления). Поэтому целесообразно ограничить амплитуду колебаний значениями, при которых теплоотдача заметно возрастает, а перепад давления остается не слишком высоким. В проведенных расчетах указанное значение A было выбрано равным 5.

На рис. 3 показаны изменения вдоль канала средних по времени чисел Нуссельта для разных длин канала и чисел Прандтля. В отличие от чисел Пуазейля, на входе в канал для прямого течения и на выходе из канала для обратного течения числа Нуссельта во все моменты времени остаются равными их стационарным значениям при $X = 0$. Поэтому увели-

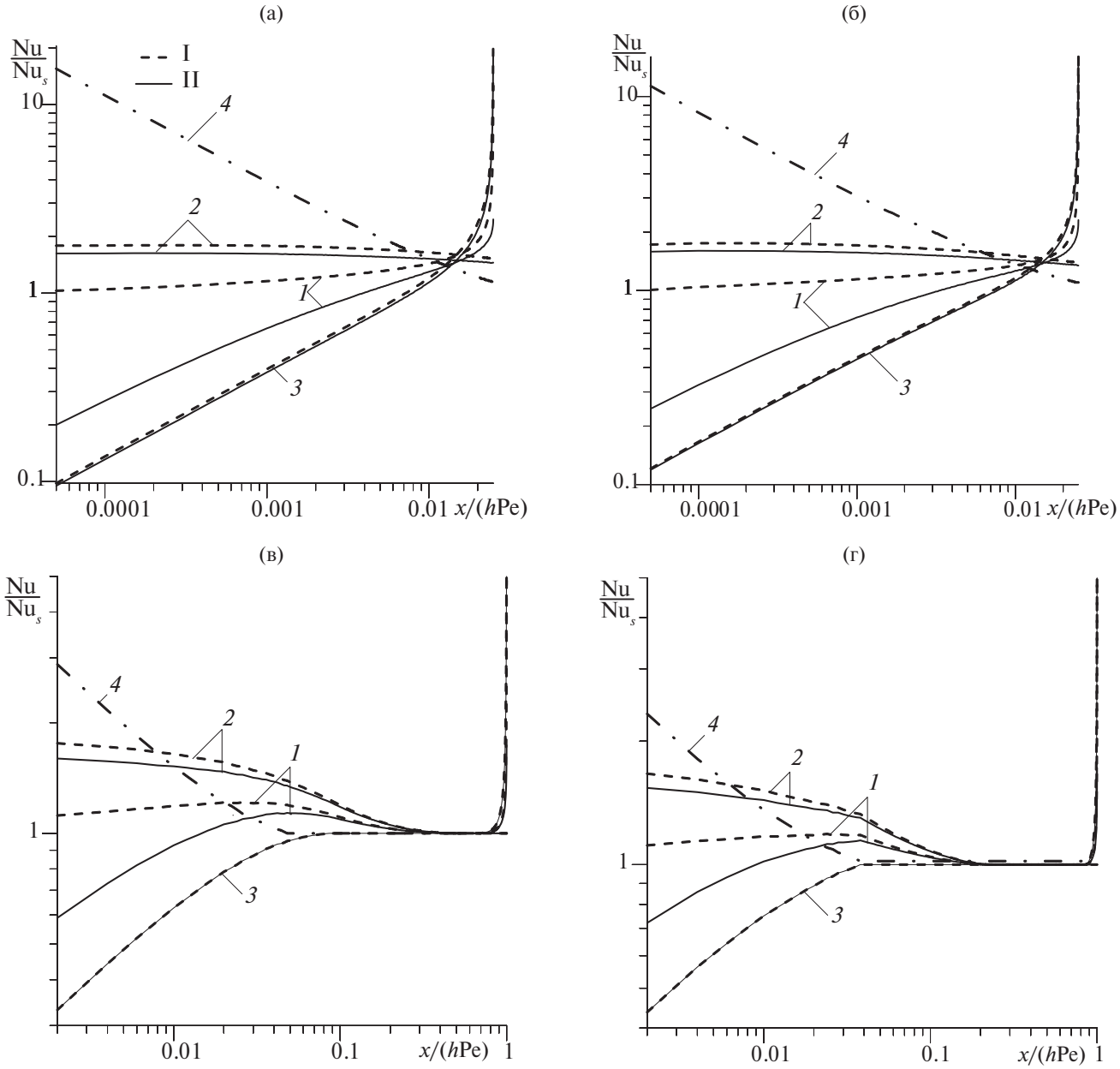

Рис. 3. Изменение числа Нуссельта вдоль канала: (а) – $L = 0.025$, $\mathrm{Pr} = 0.7$; (б) – 0.025, 7; (в) – 1, 0.7; (г) – 1, 7; *1* – $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}_s$, *2* – $\overline{\mathrm{Nu}^d}/\mathrm{Nu}_s$, *3* – $\overline{\mathrm{Nu}^r}/\mathrm{Nu}_s$, *4* – $\mathrm{Nu}_s/\mathrm{Nu}_\infty$; I – $\overline{\mathrm{Nu}_1}/\mathrm{Nu}_s$, II – $\overline{\mathrm{Nu}_2}/\mathrm{Nu}_s$.

чение теплоотдачи при пульсирующем течении всегда будет меньше, чем увеличение гидравлического сопротивления. Для обратного течения в конце канала значения отношения $\overline{\mathrm{Nu}^r}/\mathrm{Nu}_s = \mathrm{Nu}_s(X=0)/\mathrm{Nu}_s(X=L)$ возрастают, но в меньшей степени, чем подобные отношения чисел Пуазейля на рис. 1. Для осредненных по периоду колебаний чисел Нуссельта справедливы следующие соотношения:

$$\overline{\mathrm{Nu}_2} = 1/\left(\overline{1/\mathrm{Nu}_1}\right),\ \overline{\mathrm{Nu}_1} \approx 0.5\left(\overline{\mathrm{Nu}_1^d} + \overline{\mathrm{Nu}_1^r}\right).$$

Результаты расчетов, как и полученные в [5] результаты для граничного условия первого рода, свидетельствуют об увеличении средних по времени чисел Нуссельта по сравнению с их значениями при стационарном течении, которое более существенно для относительно коротких каналов. Влияние числа Прандтля на относительное увеличение чисел Нуссельта незначительно. В отличие от [5], значения $\overline{\mathrm{Nu}_1}$ несколько превышают значения $\overline{\mathrm{Nu}_2}$, а максимум на зависимостях $\overline{\mathrm{Nu}}/\mathrm{Nu}_s$ для коротких каналов смещен к входу в канал. Эти отличия объясняются тем, что для граничного условия первого рода по времени осредняется и температурный напор ΔT, и плотность теплового потока на стенке, а для граничного условия второго рода – только ΔT.

Отмеченные особенности теплообмена при пульсирующем течении можно объяснить, рассмотрев представленные на рис. 4 изменения вдоль канала чисел Нуссельта в разные моменты времени. В фазах $\omega t = 0$, $\omega t = \pi$ значения $\mathrm{Nu}(X, \omega t)$ выше своих стационарных значений. При $\omega t = \pi/2$ $\mathrm{Nu}(X, \omega t) = \mathrm{Nu}_s(X)$. В фазе $\omega t = \omega t_0$ поток жидкости меняет свое направление, поэтому при всех X (кроме $X = 0$ для прямого течения и $X = L$ для обратного течения) $\mathrm{Nu}^d = \mathrm{Nu}^r = \mathrm{Nu}_\infty$; отношения $\mathrm{Nu}^d/\mathrm{Nu}_s(X) = \mathrm{Nu}^r/\mathrm{Nu}_s(X) < 1$, если отсутствует стабилизация стационарного теплообмена. Для обратного течения вблизи входа в канал уменьшение указанных отношений, осредненных по времени, видно на рис. 3.

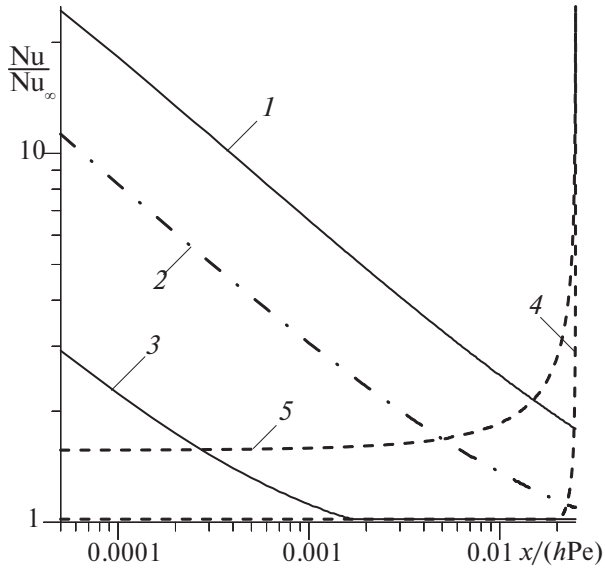

Рис. 4. Изменение числа Нуссельта во времени при $L = 0.025$, $\mathrm{Pr} = 0.7$: *1* – $\mathrm{Nu}^d/\mathrm{Nu}_\infty$ при $\omega t = 0$; *2* – $\mathrm{Nu}^d/\mathrm{Nu}_\infty$, $\mathrm{Nu}_s/\mathrm{Nu}_\infty$ при $\omega t = \pi/2$; *3* – $\mathrm{Nu}^d/\mathrm{Nu}_\infty$ при $\omega t \approx \omega t_0$; *4* – $\mathrm{Nu}^r/\mathrm{Nu}_\infty$ при $\omega t \approx \omega t_0$; *5* – $\mathrm{Nu}^r/\mathrm{Nu}_\infty$ при $\omega t = \pi$.

На рис. 5 показаны средние по времени и длине канала числа Нуссельта в зависимости от длины канала при амплитуде колебаний сред-

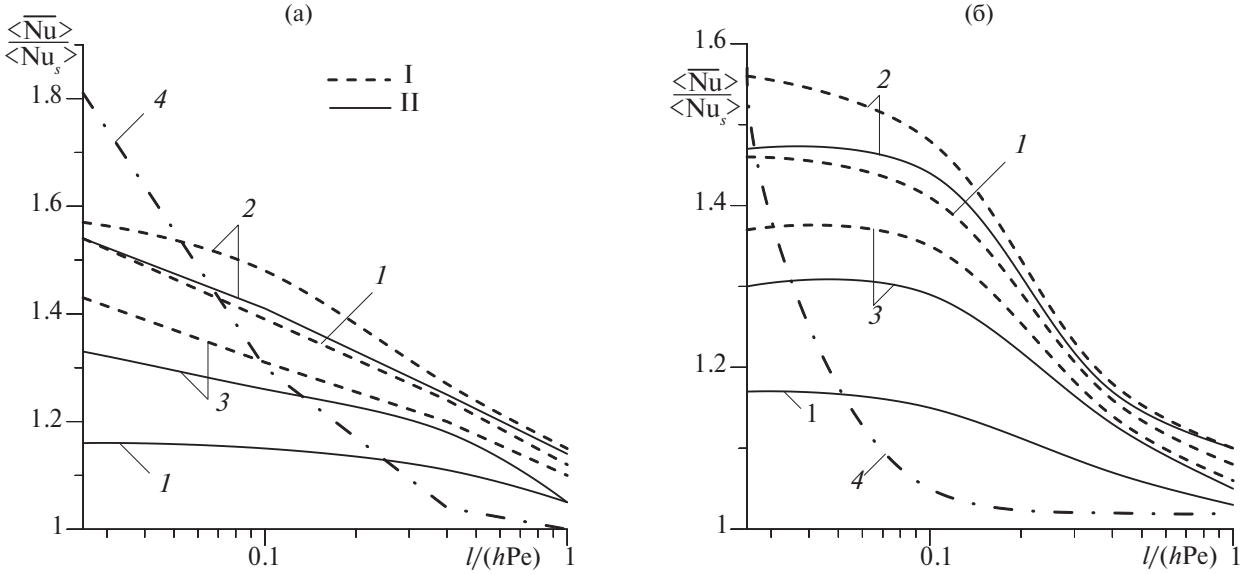

Рис. 5. Зависимость среднего по времени и по длине канала числа Нуссельта от длины канала при $\mathrm{Pr} = 0.7$ (а) и 7 (б): *1* – $\langle\overline{\mathrm{Nu}}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *2* – $\langle\overline{\mathrm{Nu}^d}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *3* – $\langle\overline{\mathrm{Nu}^r}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, *4* – $\langle\mathrm{Nu}_s\rangle/\mathrm{Nu}_\infty$; I – $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$, II – $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle$.

ней по сечению скорости $A = 5$. Наблюдается увеличение средних чисел Нуссельта по сравнению со случаем стационарного течения, особенно для коротких каналов. В меньшей степени отмеченный эффект проявляется для обратного течения. При относительно невысоких амплитудах колебаний указанного увеличения чисел Нуссельта не происходит. Например, при $A = 1$ $\langle\overline{\mathrm{Nu}_1}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle = 1$, $\langle\overline{\mathrm{Nu}_2}\rangle/\langle\mathrm{Nu}_s\rangle = 0.93$. С ростом числа Прандтля несколько замедляется уменьшение отношений чисел Нуссельта к их стационарным значениям по мере увеличения длины канала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитаны тепловые и гидродинамические характеристики пульсирующего развивающегося течения в плоском канале в квазистационарном режиме на основе разработанного алгоритма, предполагающего использование данных по этим характеристикам при стационарном течении. Уточнены длины начальных участков при развивающемся стационарном течении в плоском канале. Отличие менее, чем на 3% от своих стабилизированных значений, наблюдается для коэффициента сопротивления трения при $l/h\mathrm{Re} > 0.051$, для коэффициента гидравлического сопротивления – при $l/h\mathrm{Re} > 0.072$, числа Нуссельта – при $l/h\mathrm{Pe} > 0.06$.

Расчеты подтвердили, что увеличение средних во времени чисел Нуссельта по сравнению с его величиной при стационарном течении можно ожидать только при значении относительной амплитуды колебаний средней по сечению скорости, превышающем единицу. При этом в более значительной степени возрастают гидравлические потери. Наибольшее влияние на теплообмен наложений пульсаций расхода на ламинарное течение наблюдается в квазистационарном режиме и для относительно коротких труб, которые применяются в микроканальных теплообменных устройствах.

Известно, что для теплообменных аппаратов (ТА) оптимальным является равенство коэффициентов теплоотдачи со стороны обоих теплоносителей. Если один из них находится в состоянии насыщения (при кипении или конденсации) и обладает большим коэффициентом теплоотдачи, то повысить коэффициент теплоотдачи со стороны другого теплоносителя можно, наложив на его течение низкочастотные пульсации расхода с большими амплитудами. Таким образом, путем специальной организации движения теплоносителей в ТА можно повысить его энергетическую эффективность. При этом необходимо внести изменения в методику расчета подобных ТА.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 23-29-00128).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валуева Е.П., Гаряев А.Б., Клименко А.В.* Особенности гидродинамики и теплообмена при течении в микроканальных технических устройствах. М.: Изд. дом МЭИ, 2016. 138 с.
2. *Persoons T., Saenen T., Van Oevelen T., Baelmans M.* Effect of Flow Pulsation on the Heat Transfer Performance of a Minichannel Heat Sink // J. Heat Transfer. 2012. V. 134. № 9. 091702.
3. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Теплообмен при ламинарном течении в прямоугольных каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2016. № 6. С. 893.
4. *Валуева Е.П., Пурдин М.С.* Гидродинамика и теплообмен при пульсирующем с большими амплитудами колебаний ламинарном течении в каналах // Теплофизика и аэромеханика. 2018. № 5. С. 735.
5. *Валуева Е.П., Зюкин В.С.* Теплообмен на начальном гидродинамическом участке плоского канала с граничными условиями первого рода на стенках при ламинарном пульсирующем течении // ТВТ. 2022. Т. 60. № 1. С. 56.
6. *Валуева Е.П., Зюкин В.С.* Ламинарное пульсирующее течение на начальном участке плоского канала // ТВТ. 2023. Т. 61. № 5. С. 723.
7. *Bodoia J.R., Osterle J.F.* Finite Difference Analysis of Plane Poiseulle and Coutte Flow Developments // Appl. Sci. Res. Sec. A. 1961. V. 10. P. 265.
8. *Siegel R., Sparrow E.M.* Simultaneous Development of Velocity and Temperature Distributions in a Flat Duct with Uniform Wall Heating // AIChE J. 1959. V. 5. № 1. P. 73.
9. *Hwang C.-L., Fan L.-T.* Finite Difference Analysis of Forced-convection Heat Transfer in Entrance Region of a Flat Rectangular Duct // Appl. Sci. Res. Sec. A. 1964. V. 13. P. 401.