

УДК 517:532, 536

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В СРЕДАХ С ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТЬЮ

© 2023 г. М. Н. Шамсиев^{1, 2, *}, М. Х. Хайруллин^{1, 2, **}, П. Е. Морозов^{1, 2},
В. Р. Гадильшина^{1, 2}, А. И. Абдуллин¹, А. В. Насыбуллин²

¹Институт механики и машиностроения - ОСП ФИЦ КазНЦ РАН, г. Казань, Россия

²ГБОУ ВО «Альметьевский государственный нефтяной институт», г. Альметьевск, Россия

*E-mail: mshamsiev@imm.knc.ru

**E-mail: khairullin@imm.knc.ru

Поступило в редакцию 20.06.2023 г.

После доработки 22.09.2023 г.

Принято к публикации 03.10.2023 г.

Построена математическая модель неизоотермической фильтрации жидкости в среде с двойной пористостью. Исследовано влияние фильтрационных и теплофизических параметров трещиновато-пористого пласта на кривые изменения температуры, давления и их производные в забое вертикальной скважины. На основе предложенной модели разработан вычислительный алгоритм интерпретации результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин. В качестве исходной информации использованы замеры давления и температуры в забое скважины после ее пуска.

DOI: 10.31857/S0040364423050162

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в связи с развитием технологии глубинных измерений информация об изменениях температуры и давления в забое скважины широко используется для определения фильтрационных и теплофизических параметров пласта. Аналитическая зависимость между изменениями пластовых температур и давлений для вертикальной скважины была впервые установлена Э.Б. Чекалюком [1]. На основе этой зависимости предложен метод термодинамического зондирования для оценки фильтрационных параметров пласта в окрестности скважины.

Для определения теплофизических параметров пласта в [2–5] разработаны вычислительные алгоритмы на основе методов регуляризации. В качестве исходной информации использовались результаты термогидродинамических исследований скважин. В [6, 7] предложена совместная математическая модель для описания термогидродинамических процессов в нефтяном пласте и стволе вертикальной скважины. Она позволяет по температурным измерениям в стволе скважины получать профиль притока добывающей скважины.

В настоящей работе строится математическая модель неизоотермической фильтрации жидкости к вертикальной скважине в трещиновато-пористой среде по модели Г.И. Баренблатта, Ю.П. Желтова, И.Н. Кочиной [8]. Проводится анализ кри-

вых изменения температуры, давления и их производных в зависимости от теплофизических и фильтрационных параметров пласта. Предлагается вычислительный алгоритм интерпретации результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин на основе теории решения обратных задач.

ПОСТАНОВКА И МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Неизоотермическая фильтрация жидкости в трещиновато-пористых средах рассматривалась в работах [9–11]. Трещиновато-пористые породы моделируются как некоторая сложная система, состоящая из двух сред, вложенных одна в другую. Первая среда состоит из трещин, а вторая из малопроницаемых блоков. Между первой и второй средами происходит обмен жидкостью. Так как проницаемость блоков на несколько порядков меньше, чем у трещин, то потоком жидкости в блоках можно пренебречь, т.е. считать, что фильтрация жидкости происходит по трещинам, а блоки их подпитывают [8, 12, 13]. При изучении переходных процессов неизоотермической фильтрации слабосжимаемой жидкости можно не учитывать теплопроводность, поскольку ее эффект мал по сравнению с конвективным переносом тепла [14]. Поэтому при термогидродинамических исследованиях скважин кондуктивным теплопере-

носом в трещинах можно пренебречь. Для учета состояния призабойной зоны вводится дополнительный стационарный перепад давления на стенке скважины. Это дополнительное падение давления происходит в бесконечно тонкой зоне — “скин-эффект” [15]. Один из способов учета скин-эффекта состоит в использовании эффективного радиуса скважины.

С учетом перечисленных допущений процесс неизотермической фильтрации жидкости к вертикальной скважине в трещиновато-пористом пласте описывается следующей системой уравнений:

$$\beta_1^* \frac{\partial p_1}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k_1}{\mu} r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) + q, \quad r_{ws} < r < R_e, \quad t > 0; \quad (1)$$

$$\beta_2^* \frac{\partial p_2}{\partial t} = -q, \quad r_{ws} \leq r < R_e, \quad t > 0; \quad (2)$$

$$C_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = m_1 \rho C_p \eta \frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho C_p \frac{k_1}{\mu} \frac{\partial p_1}{\partial r} \left(\frac{\partial T_1}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) + q_T, \quad (3)$$

$$r_{ws} \leq r < R_e, \quad t > 0;$$

с начальными и граничными условиями

$$p_1(r, 0) = p_2(r, 0) = p_e, \quad (4)$$

$$T_1(r, 0) = T_e, \quad r_{ws} \leq r \leq R_e;$$

$$2\pi h \left[\frac{k_1}{\mu} r \frac{\partial p_1}{\partial r} \right]_{r=r_{ws}} = Q + C_w \frac{\partial p_1}{\partial t}, \quad t > 0; \quad (5)$$

$$p_1(R_e, t) = p_2(R_e, t) = p_e, \quad T_1(R_e, t) = T_e, \quad t > 0. \quad (6)$$

Здесь p_1, p_2 — давление в трещинах и блоках; T_1 — температура в трещинах; $r_{ws} = r_w e^{-S}$ — эффективный радиус скважины; r_w, R_e — радиусы скважины и контура питания; S — скин-фактор; μ — вязкость нефти; H — толщина пласта; C_w — коэффициент влияния объема ствола скважины; Q — дебит скважины; p_e, T_e — пластовые давление и температура; β_1^*, β_2^* — упругость трещин и блоков; k_1, m_1 — проницаемость и пористость трещин; $C_1 = \rho C_p$ — объемная теплоемкость трещин; C_p, ρ — удельная теплоемкость и плотность жидкости; ε, η — коэффициенты Джоуля–Томсона и адиабатического расширения; $q = \varpi^2 k_2 (p_2 - p_1) / \mu$ — переток жидкости между блоками и трещинами [8, 14]; ϖ, k_2 — удельная площадь поверхности и проницаемость блоков. Теплообмен между блоками и трещинами описывается следующим выражением:

$$q_T = -\rho C_p q T + \varpi^2 \lambda_2 (T_2 - T_1), \quad T = \begin{cases} T_2, & q \geq 0, \\ T_1, & q < 0, \end{cases} \quad (7)$$

где T_2, λ_2 — температура и теплопроводность блоков. Первое слагаемое в соотношении (7) харак-

теризует конвективный теплообмен между трещинами и блоками, второй — кондуктивный.

Для численного решения системы (1)–(7) применяется метод конечных разностей. Область решения покрывается неравномерной сеткой, которая сгущается к скважине. Построение такой сетки проводится с помощью преобразования координат $u = \ln r$. Полученная система разностных уравнений на каждом временном слое решается методом прогонки. Обратная задача формулируется следующим образом: необходимо определить коэффициенты проницаемости трещин k_1 , Джоуля–Томсона ε , адиабатического расширения η , влияния ствола скважины C_w , удельную площадь поверхности блоков ϖ , скин-фактор S , когда процесс фильтрации жидкости к вертикальной скважине в трещиновато-пористом пласте описывается системой уравнений (1)–(7). В качестве исходной информации используются измеренные значения давления $\phi(t)$ и температуры $\varphi(t)$ на забое скважины после ее пуска в эксплуатацию:

$$p_1(r_{ws}, t) = \phi(t), \quad T_1(r_{ws}, t) = \varphi(t), \quad 0 \leq t \leq t_{\text{exp}}. \quad (8)$$

Решение обратной задачи (1)–(8) сводится к минимизации функционала [2, 3, 6]

$$J(\theta) = \int_0^{t_{\text{exp}}} \left(\xi [p_1(r_{ws}, t) - \phi(t)]^2 + [T_1(r_{ws}, t) - \varphi(t)]^2 \right) dt, \quad (9)$$

где $\theta = (k_1, S, \varpi, C_w, \varepsilon, \eta)$, $0 < a_i \leq \theta_i \leq b_i$; $a_i, b_i = \text{const}$; ξ — весовой коэффициент. Итерационная последовательность для минимизации функционала-невязки (9) строится на основе метода Левенберга–Марквардта. Сходимость и устойчивость предложенного вычислительного алгоритма анализируются численно на модельных примерах.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На модельных примерах исследуется влияние фильтрационных и теплофизических параметров пласта на кривые изменения температуры, давления и их производные в забое скважины после ее пуска в эксплуатацию. Рассматривается модельный пласт со следующими данными: $r_w = 0.1$ м, $R_e = 300$ м, $S = 0$, $h = 10$ м, $C_w = 0.5$ м³/МПа, $Q = 20$ м³/сут, $p_e = 10$ МПа, $T_e = 280$ К, $k_1 = 0.1$ мкм², $\mu = 10$ мПа с, $m_1 = 0.02$, $C_p = 2010$ Дж/(К кг), $\rho = 880$ кг/м³, $\beta_1^* = 3 \times 10^{-5}$, $\beta_2^* = 2.1 \times 10^{-4}$ МПа⁻¹, $\varepsilon = 0.3$ К/МПа, $\eta = 0.2$ К/МПа, $\varpi = 1$ м⁻¹, $\lambda_2 = 2$ Вт/(м К), $k_2 = 5 \times 10^{-5}$ мкм².

На рис. 1 приведены кривые изменения температуры, давления в забое скважины после ее пус-

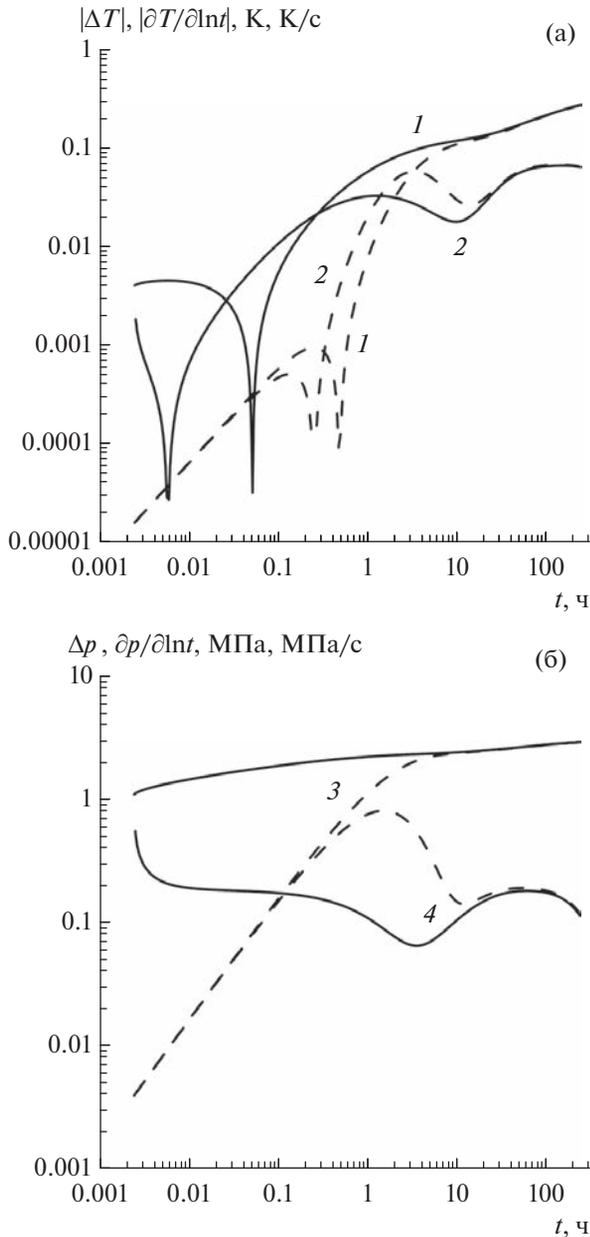


Рис. 1. Кривые изменения температуры (1) (а), давления (3) (б) и их производные (2, 4): сплошные кривые – $C_w = 0$, штриховые – $0.5 \text{ м}^3/\text{МПа}$.

ка и их производные в логарифмических координатах. Наклоны начальных участков кривых изменения температуры, давления и их производных характеризуются влиянием объема ствола скважины (рис. 1, штриховые кривые). Изменение на начальном участке кривых температуры и их производных объясняется охлаждением жидкости после пуска скважины за счет адиабатического расширения. Продолжительность начального участка зависит от коэффициентов влияния ствола скважины и адиабатического расширения (рис. 1а). Характерные “овраги” на кривых производных темпе-

ратуры и давления связаны с процессами теплообмена между блоками и трещинами.

Скин-фактор оказывает влияние на кривые изменения давления, температуры (рис. 2) и их производные. При положительном скин-факторе происходят увеличение температуры за счет дроссельного эффекта и уменьшение влияния коэффициента адиабатического расширения на начальных участках кривой изменения температуры и ее производной (рис. 2, штриховые кривые). При отрицательном скин-факторе влияние коэффициента адиабатического расширения на начальных участках данных кривых увеличивается (рис. 2, сплошные кривые).

Для заданных значений параметров пласта и скважины, которые приведены выше, решается прямая задача (1)–(7). В полученные кривые изменения давления и температуры вводятся случайным образом погрешности в пределах 0.01 МПа, 0.001 К соответственно. Далее эти кривые используются в качестве исходной информации при решении обратной задачи. Весовой коэффициент в функционале (9) взят равным $\xi = 0.09 \text{ К}^2/\text{МПа}^2$. Результаты расчетов при $S < 0$ приведены на рис. 3. На рис. 3 показаны исходные кривые изменения температуры и давления с внесенными погрешностями, а также кривые для результатов решения обратной задачи (1)–(8). При отрицательном скин-факторе искомые параметры сходятся к истинным значениям за 10–14 итераций. При $S > 0$ и тех же исходных данных сходимость итерационного процесса по параметру η зависит от начального приближения.

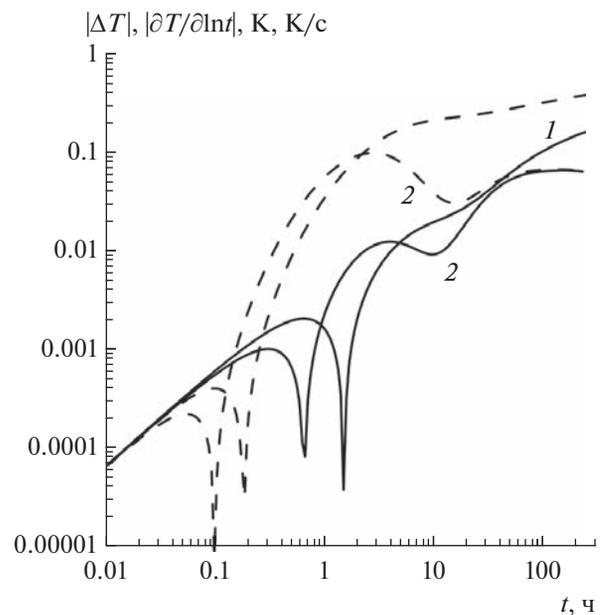


Рис. 2. Кривые изменения температуры (1) и их производные (2): сплошные кривые – $S = -1$, штриховые – 1.

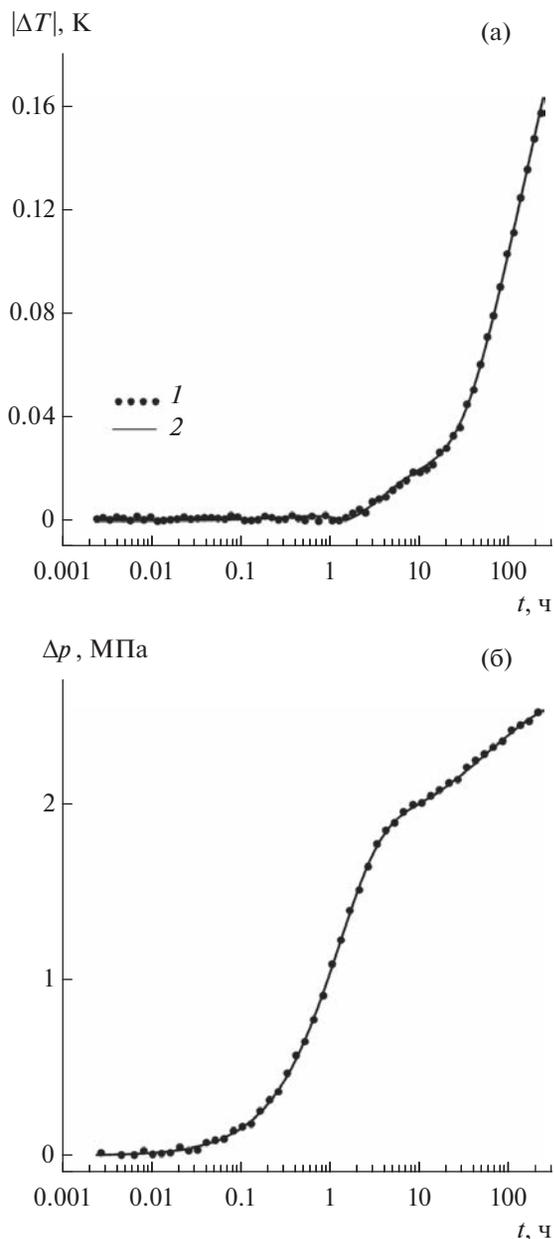


Рис. 3. Кривые изменения температуры (а), давления (б) при $S < 0$: 1 – исходные кривые с введенными погрешностями; 2 – кривые, полученные решением обратной задачи (1)–(8).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе предложенной математической модели неизотермической фильтрации жидкости в трещиновато-пористом пласте разработан вычислительный алгоритм интерпретации результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин. Данный алгоритм позволяет оценить фильтрационные и теплофизические параметры трещиновато-пористого пласта по результатам замеров давления и температуры в забое скважины после ее пуска в работу.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00144 (<https://rscf.ru/project/23-19-00144/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238 с.
2. Бадертдинова Е.Р., Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н. Термогидродинамические исследования вертикальных нефтяных скважин // ТВТ. 2011. Т. 49. № 5. С. 795.
3. Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Гадельшина В.Р., Морозов П.Е., Абдуллин А.И., Бадертдинова Е.Р. Определение параметров призабойной зоны вертикальной скважины по результатам термогидродинамических исследований // ИФЖ. 2016. Т. 89. № 6. С. 1470.
4. Duru O., Horne R. Modeling Reservoir Temperature Transients and Reservoir-parameter Estimation Constrained to the Model // SPE Reservoir Eval. Eng. 2010. V. 13. P. 873.
5. Sui W., Zhu D., Hill A.D., Ehlig-Economidis C.A. Determining Multilayer Formation Properties from Transient Temperature and Pressure Measurements // SPE-116270. 2008.
6. Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Бадертдинова Е.Р., Абдуллин А.И. Интерпретация результатов термогидродинамических исследований вертикальных скважин, эксплуатирующих многопластовые залежи // ТВТ. 2014. Т. 52. № 5. С. 734.
7. Wang Z. The Uses of Distributed Temperature Survey (DTS) Data. PhD thesis. Stanford, 2012.
8. Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 5. С. 852.
9. Афанасьев А.А. Структура температурного фронта при фильтрации в трещиновато-пористой среде // ПММ. 2020. Т. 84. № 1. С. 64.
10. Cao Wei, Shiqing Cheng, Jiandong She et al. Numerical Study on the Heat Transfer Behavior in Naturally Fractured Reservoirs and Applications for Reservoir Characterization and Geothermal Energy Development // J. Pet. Sci. Eng. 2021. V. 202. 108560.
11. Vasilyeva M., Babaei M., Chung E.T. et al. Multiscale Modeling of Heat and Mass Transfer in Fractured Media for Enhanced Geothermal Systems Applications // Appl. Math. Modelling. 2019. V. 67. P. 159.
12. Pruess K., Narasimhan T.N. A Practical Method for Modelling Fluid and Heat Flow in Fractured Porous Media // Soc. Pet. Eng. J. 1985. V. 25. № 1. P. 14.
13. Warren J.E., Root P.J. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs // Soc. Pet. Eng. J. 1963. V. 3. P. 245.
14. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 413 с.
15. Эрлагер Р. Гидродинамические исследования скважин. М.—Ижевск: Ин-т комп. иссл., 2014.