

УДК 533.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛНЫ МАХА И ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

© 2023 г. И. В. Егоров^{1, 2}, Н. К. Нгуен¹, Н. В. Пальчевская^{1, 2, *}¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), г. Долгопрудный, Россия²Центральный аэрогидродинамический институт, г. Жуковский, Россия

*E-mail: palchekovskaia.nv@mipt.ru

Поступила в редакцию 20.03.2023 г.

После доработки 30.06.2023 г.

Принята к публикации 03.10.2023 г.

С использованием прямого численного моделирования рассмотрена задача взаимодействия волны Маха с пограничным слоем на плоской пластине, обтекаемой сверхзвуковым потоком совершенного газа при числе Маха $M = 2.5$. Исследовано влияние интенсивности падающей волны Маха на ламинарно-турбулентный переход. Показано, что падение волны Маха с амплитудой 5%, моделирующей относительную толщину неровности на боковой стенке аэродинамической трубы, на пограничный слой приводит к образованию турбулентного клина в пограничном слое на плоской пластине.

DOI: 10.31857/S0040364423050034

ВВЕДЕНИЕ

Ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) способствует существенному увеличению аэродинамического нагрева и сопротивления летательных аппаратов при больших скоростях полета, а также сильно влияет на эффективность работы его двигательной установки и управляющих поверхностей. Для предсказания и управления ЛТП необходимо выявить и исследовать основные физические механизмы данного процесса [1, 2]. В случае низкого уровня возмущений в набегающем потоке, характерном для условий полета в атмосфере, ЛТП включает в себя три основные стадии: восприимчивость к внешним возмущениям, рост неустойчивых мод (таких как первая и вторая моды Мэка, поперечная неустойчивость, вихри Гертлера) и нелинейный распад этих мод, приводящий к полностью турбулентному пограничному слою.

Исследование возникновения турбулентности в сжимаемых пограничных слоях необходимо для развития перспективной высокоскоростной авиационной техники. Для предсказания и анализа тепловых потоков на поверхности сверхзвуковых летательных аппаратов требуется определять положение ЛТП в пограничном слое, приводящего к значительному увеличению аэродинамического сопротивления и нагрева. В работе [3] показано, что сценарий ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях существенно зависит от уровня возмущений в набегающем потоке. Кроме этого, в сверхзвуковых аэродинамических трубах имеются акустические пульсации в рабочей части [4–6], обусловленные турбулентностью пограничного слоя на стенках сопла и рабочей части, а также нали-

чием различных неровностей на их поверхности. Зачастую ламинарно-турбулентный переход на гладких моделях сопровождается появлением так называемых турбулентных клиньев [7], приводящих к более раннему ЛТП. Оценки показывают, что увеличение протяженности участка турбулентного обтекания с 20 до 80% длины высокоскоростного летательного аппарата может уменьшить полезную нагрузку в два раза за счет увеличения системы теплозащиты. Причина возникновения турбулентных клиньев может быть различной. В данной работе рассмотрен один из возможных механизмов их образования в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине, обусловленный слабой волной Маха, генерируемой неровностью на боковой стенке аэродинамической трубы [8].

Целостный расчет ЛТП, включая все стадии, возможен только на основе прямого численного моделирования [9–11], при котором полные нестационарные трехмерные уравнения Навье–Стокса решаются без каких-либо ограничений на среднее невозмущенное ламинарное течение и амплитуды возмущений. В отличие от физического эксперимента, прямое численное моделирование позволяет получить полную информацию о поле возмущений в трехмерном пространстве, что дает возможность детально исследовать различные механизмы ЛТП. Современные расчетные методы с эффективным распараллеливанием и быстрое развитие многопроцессорных супер-ЭВМ позволяют проводить вычислительные эксперименты для пограничных слоев на простых конфигурациях, таких как плоская пластина и конус под нулевым углом атаки. Дальнейший прогресс в развитии су-

пер-ЭВМ позволит исследовать обтекание более сложных и реальных конфигураций гиперзвуковых летательных аппаратов.

В настоящей работе на основе результатов прямого численного моделирования [12] исследуется влияние следа, индуцированного N-волной, на ламинарно-турбулентный переход, вызванный нарастанием и нелинейным распадом первой моды на острой пластине. Первая мода искусственно возбуждается в пограничном слое с помощью периодического вдува—отсоса газа через узкий участок обтекаемой поверхности. Основные параметры набегающего потока и пластины соответствуют эксперименту [13].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Основными источниками возмущений в сверхзвуковых аэродинамических трубах являются турбулентный пограничный слой и неровности на стенках сопла и рабочей части [14]. Неровности приводят к образованию слабых ударных волн (волн Маха), проникающих в ядро потока. Эти волны, взаимодействуя с передними кромками модели, возбуждают возмущения в пограничном слое, которые могут существенно влиять на локальные тепловые потоки, коэффициент вязкого трения и положение ЛТП. В работах [13, 15, 16] исследован данный тип возмущений в аэродинамической трубе Т-325 Института теоретической и прикладной механики СО РАН при числе Маха 2.5. Источником возмущения являлась двумерная неровность (тонкая лента), расположенная на боковой поверхности рабочей части аэродинамической трубы. Как правило, высота неровностей была много меньше толщины турбулентного пограничного слоя на стенке трубы. Тем не менее волны Маха пронизывали пограничный слой и распространялись в ядро потока, формируя N-волну, интенсивность которой в несколько раз превосходила уровень естественных (фоновых) возмущений. В результате взаимодействия N-волны с передней кромкой модели тонкого треугольного крыла [15, 16] или пластины [13] в ламинарном пограничном слое возникали интенсивные возмущения массового расхода в низкочастотной части спектра. Их среднеквадратичный уровень составлял 2.5% на пластине с острой передней кромкой и увеличивался до 10% на пластине с притупленной кромкой.

Постановка задачи настоящей работы соответствовала эксперименту в сверхзвуковой малотурбулентной аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ [13]. Схематично на рис. 1 показана общая конфигурация течения газа в рабочей части данной установки. Для генерации волны Маха на боковой стенке наклеивалась изоленга (неровность) толщиной 0.2 мм, шириной 20 мм и длиной около 150 мм. График под схемой иллюстрирует характер поведения давления от N-волны вдоль тонкой синей ли-

нии. Возмущение в пограничном слое, вызванное взаимодействием волны Маха с передней кромкой пластины, распространяется по потоку и по потоку в пограничном слое. Синяя прямая соответствует N-волне. Тонкие вертикальные прямые обозначают начало и конец плоской пластины, расположенной в рабочей части экспериментальной установки.

Численное решение задачи осуществлялось в два этапа. На первом этапе рассчитывалось стационарное поле течения при взаимодействии с волной Маха, генерируемой неровностью на боковой стенке аэродинамической трубы, и сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине [13]. Полная расчетная сетка на данном этапе состояла из 61 млн узлов. Стационарное решение полных уравнений Навье—Стокса для модели совершенного газа получалось методом установления по времени с высокой степенью точности. На втором этапе расчетов полученное стационарное решение использовалось в качестве начального условия для решения краевой задачи с нестационарными возмущениями в виде вдува—отсоса, возбуждающими наиболее неустойчивую моду. Применение такого подхода позволяет получить полную картину развития малых возмущений, включая все основные стадии ламинарно-турбулентного перехода (линейную и нелинейную).

Основные определяющие параметры задачи соответствовали эксперименту [13]: число Маха набегающего потока $M = 2.5$, число Рейнольдса $Re = 5 \times 10^6$ (вычисленное по длине пластины $L = 1$ м), температура торможения потока — 293 К. В эксперименте для генерации волны Маха на боковой стенке наклеивалась изоленга толщиной 0.2 мм, шириной 20 мм и длиной около 150 мм на расстоянии $x^* = -231$ мм против потока от передней кромки пластины (координата $x^* = 0$ соответствовала передней кромке плоской пластины). Для математического моделирования неровности использована эквивалентная модель [18], основанная

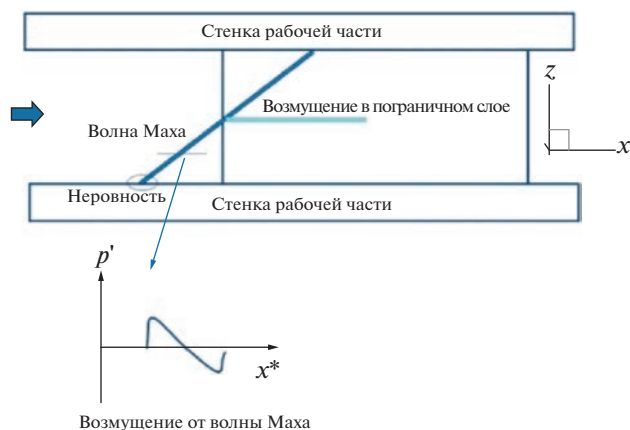


Рис. 1. Схема взаимодействия N-волны, возбуждаемой двумерной неровностью на боковой стенке аэродинамической трубы (вид сверху).

на формуле Аккерета. При численном решении задачи рассмотрены два случая, моделирующие не-ровность толщиной 0.2 мм (амплитуда $\varepsilon = 1\%$) и 1 мм ($\varepsilon = 5\%$).

Для сокращения вычислительных затрат расчеты на втором этапе выполнялись в пристенной подобласти. На рис. 2 показана расчетная сетка в этой подобласти.

Пристенная область на втором этапе расчетов содержала 33 млн узлов для случая волн Маха с амплитудой $\varepsilon = 1\%$, 45 миллионов узлов для $\varepsilon = 5\%$. На данном этапе расчета на поверхности пластины задавались нестационарные возмущения в виде вдува–отсоса в окрестности передней кромки пластины с параметрами, соответствующими наиболее неустойчивой волне Толлмина–Шлихтинга.

Их значения выбраны на основе линейной теории устойчивости [19]. В безразмерном виде значения этих параметров $\omega_0 = 164.66$, $\beta_0 = 561.93$, $\alpha_{TS} = 305.46$, а генератор возмущений расположен на отрезке пластины $[x_1, x_2]$

$$x_1 = x_0 - \lambda_{TS}/2, \quad x_2 = x_0 + \lambda_{TS}/2, \\ \lambda_{TS} = 2\pi/\alpha_{TS,r}.$$

Координата центральной линии генератора $x_0 = 0.03693$ находилась в точке потери устойчивости. Нормальная составляющая вектора скорости на поверхности пластины при $x \in [x_1, x_2]$ задавалась в виде

$$v(x, y = 0, t) = A(t)v_p(x_p)\cos(\beta_0 z)\cos(-\omega_0 t),$$

где

$$v_p = \begin{cases} 1.5^4(1+x_p)^3(3(1+x_p)^2 - 7(1+x_p) + 4), & -1 \leq x_p \leq 0; \\ -1.5^4(1-x_p)^3(3(1-x_p)^2 - 7(1-x_p) + 4), & 0 \leq x_p \leq 1; \end{cases} \\ x_p = \frac{2x - (x_2 + x_1)}{x_2 - x_1}, \quad A(t) = \varepsilon_0 \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 0.1^{((T_0-t)/(0.9T_0))^2}, & 0 \leq t \leq T_0; \\ 1, & t > T_0, \end{cases}$$

$T_0 = 2\pi/\omega_0$, $A(t)$ – амплитуда. В настоящей работе $\varepsilon_0 = 10^{-3}$.

В окрестности выходного сечения (по x) расчетной области, а также в окрестностях боковых сече-

ний (по z) использованы достаточно крупные ячейки (рис. 2). Это сделано для того, чтобы возмущения зависимых переменных задачи, обусловленные неустойчивостью и турбулентностью, были полностью погашены.

Моделирование проводилось с помощью численного решения нестационарных уравнений Навье–Стокса в трехмерной постановке для модели совершенного газа. При обезразмеривании уравнений Навье–Стокса декартовы координаты отнесены к характерному линейному размеру $L = 1$ м, время – к характерному времени L/V_∞ , компоненты вектора скорости – к модулю вектора скорости набегающего потока V_∞ , давление – к удвоенному скоростному напору набегающего потока, остальные газодинамические переменные – к их значениям в набегающем потоке.

На первом этапе численного решения задачи использована монотонная разностная схема [12], на втором – гибридная разностная схема [20] с параметром $\Phi_0 = 0.4$. При аппроксимации конвективной составляющей векторов потоков в полусетках узлов использована схема WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory scheme [21]) третьего порядка точности. При аппроксимации диффузионной составляющей векторов потоков на грани элементарной ячейки применялась разностная схема типа центральных разностей второго порядка точности. В результате аппроксимации дифференциальных уравнений Навье–Стокса с помощью неявного по времени метода получалась система нелинейных

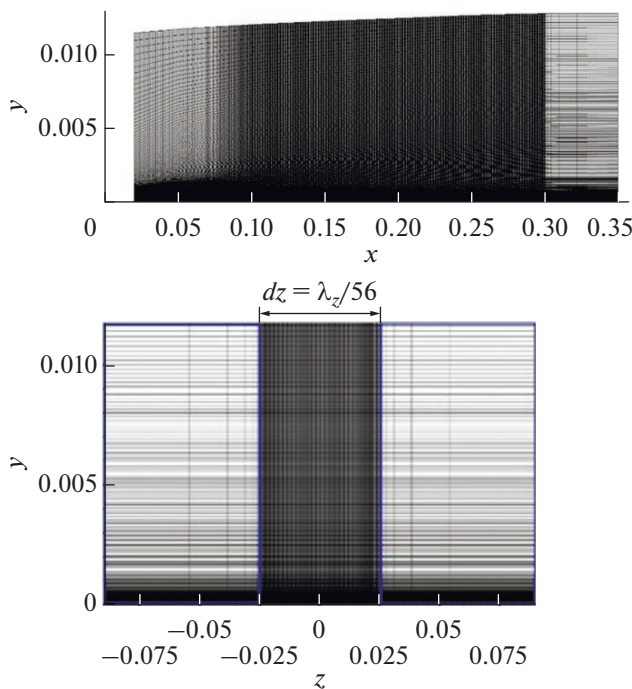


Рис. 2. Расчетная сетка в двух сечениях (в продольном и поперечном направлениях) на втором этапе расчетов.

алгебраических уравнений. Для решения этих уравнений использовался модифицированный метод Ньютона–Рафсона. Более подробно численный метод решения полных уравнений Навье–Стокса на многопроцессорной супер-ЭВМ кластерного типа представлен в [12], а детальная верификация разработанных методов и программ – в [22].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

След от взаимодействия волны Маха с передней кромкой пластины [18] распространяется вниз по потоку, образуя пару вихрей внутри пограничного слоя. Возмущение продольной компоненты вектора скорости (разность между стационарными решениями с волной и без волны Маха) в сечениях $x^* = 0.06$ и 0.15 м для $\varepsilon = 1\%$ и $\varepsilon = 5\%$ показано на рис. 3. Эти данные иллюстрируют поведение продольной компоненты вектора скорости в пограничном слое при наличии волны Маха различной интенсивности. Взаимодействие переднего фронта волны Маха с передней кромкой пластины приводит к образованию вихря, находящегося при $z^* \approx 0.0122$ м, а заднего фронта – при $z^* \approx -0.0022$ м. Для случая волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 5\%$ геометрические размеры и интенсивность следа значительно больше (рис. 3), чем при $\varepsilon = 1\%$.

Параметры контролируемых нестационарных возмущений (волн Толлмина–Шлихтинга) выбраны таким образом [19], чтобы ламинарно-турбулентный переход находился примерно в средней части пластины. При низком уровне внешних возмущений ЛТП в пограничном слое на аэродинамически гладкой поверхности развивается по так называемому модальному сценарию: внешние возмущения возбуждают моды пограничного слоя с малыми начальными амплитудами (стадия восприимчивости); неустойчивые моды экспоненциально растут по потоку в соответствии с линейной теорией устойчивости (линейная стадия развития неустойчивости); когда амплитуда возмущения достигает порогового уровня, начинается его нелинейный распад, который связывается с началом ЛТП (сечение x_i). В окрестности сечения x_i , как правило, рождаются турбулентные пятна. Развиваясь по потоку, пятна растут и сливаются друг с другом. Этот процесс заканчивается в сечении $x = x_T$, с этого момента течение всюду является турбулентным. В инженерной практике участок $x_i \leq x \leq x_T$ называется областью ЛТП.

Временные пульсации продольной компоненты вектора скорости (разность между стационарным решением без волны Толлмина–Шлихтинга и мгновенным нестационарным решением с волной Толлмина–Шлихтинга) показаны на рис. 4 в сечениях $x^* = 0.06, 0.15$ м для $\varepsilon = 0, 1, 5\%$. При $x^* = 0.06$ м возмущения в пограничном слое соответствуют линейному росту. При $x^* = 0.15$ м ха-

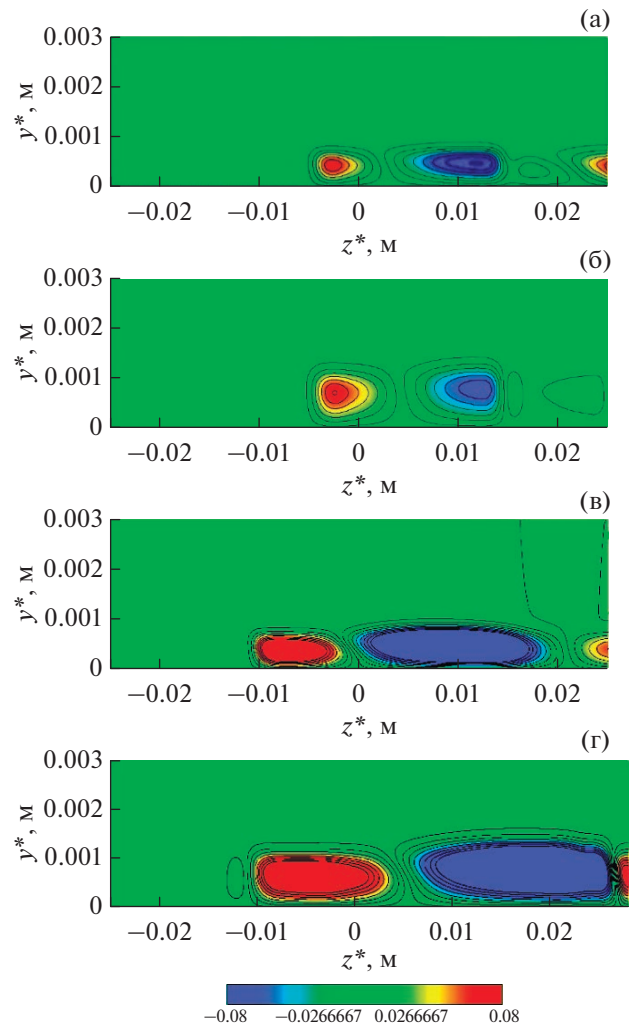


Рис. 3. Поля возмущения продольной компоненты вектора скорости для стационарного решения с волной и без волны Маха в сечениях: (а), (б) – $x^* = 0.06$ м, $\varepsilon = 1\%$; (в), (г) – 0.15 м, 5% .

актер возмущений становится существенно нелинейным.

Для иллюстрации течения в пограничном слое на рис. 5 показаны вихревые структуры в пограничном слое [23] для случая отсутствия волны Маха (рис. 5а), при наличии волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 1\%$ (рис. 5б) и волны Маха с $\varepsilon = 5\%$ (рис. 5в). Согласно этим данным, наличие волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 5\%$ приводит к образованию хорошо различимого турбулентного клина. Анализ расчетных данных для волны Маха с $\varepsilon = 1\%$ показал, что в этом случае существенного отличия в характере поведения ламинарно-турбулентного перехода от ситуации с $\varepsilon = 0$ не наблюдается. В окрестности взаимодействия переднего фронта волны Маха с кромкой пластины ($z^* \approx 0.0122$ м) находится вершина турбулентного клина, тогда как в окрестности взаимодействия заднего фронта волны Маха с кромкой пластины ($z^* \approx -0.0022$ м) пульсации, наоборот, слегка затухают.

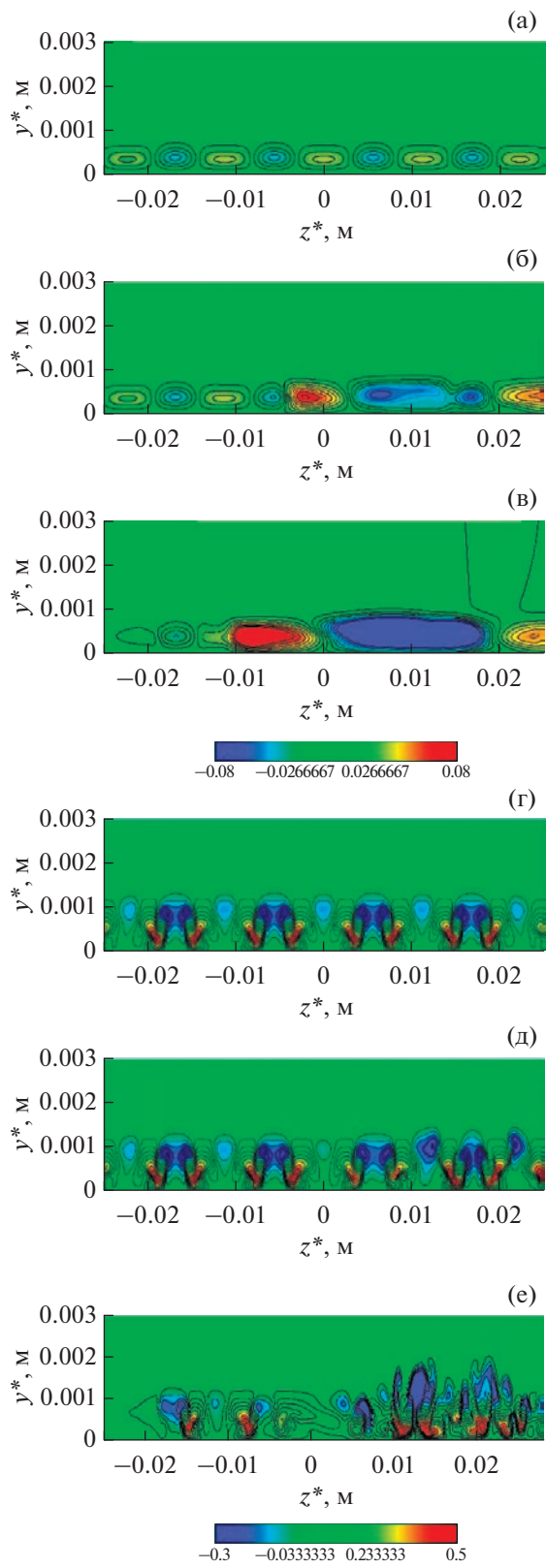


Рис. 4. Временные пульсации продольной компоненты вектора скорости с контролируемыми возмущениями в сечениях: (а)–(в) – $x^* = 0.06$ м, (г)–(е) – 0.15 ; (а), (г) – $\varepsilon = 0\%$; (б), (д) – 1 ; (в), (е) – 5 .

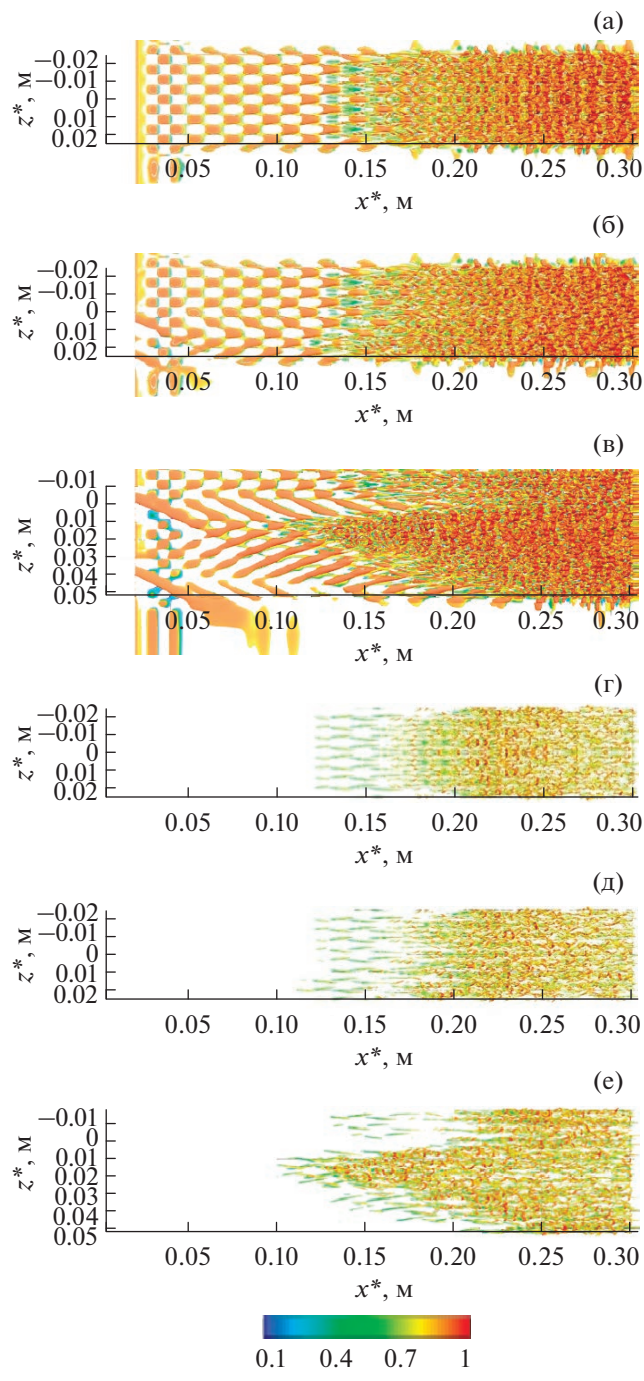


Рис. 5. Изоповерхности Q -критерия, раскрашенные значением продольной компоненты вектора скорости: (а)–(в) – $Q = 100$, (г)–(е) – 1000 ; (а), (г) – $\varepsilon = 0\%$; (б), (д) – 1 ; (в), (е) – 5 ; вид сверху.

Амплитудно-частотные характеристики (спектры пульсаций) продольной компоненты вектора скорости в сечении $x^* = 0.152$ м, $y^* = 0.001$ м для $\varepsilon = 0, 1, 5\%$ показаны на рис. 6.

Согласно этим данным, для случая волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 5\%$ (рис. 6в) спектры расширяются в окрестности переднего фронта волны Маха и сужаются в окрестности ее заднего фронта.

На рис. 7 показано максимальное по нормали к стенке значение амплитуды фундаментальной моды пульсаций продольной компоненты вектора скорости для различных значений ϵ . Согласно этим

данным, пульсации продольной компоненты вектора скорости существенно увеличиваются в окрестности переднего фронта волны.

Мгновенный продольный вектор завихренности в сечении $x^* = 0.2$ м для различных значений ϵ показан на рис. 8. В этом сечении имеет место нелинейный режим ЛТП. В окрестности переднего фронта волны Маха вихревая структу-

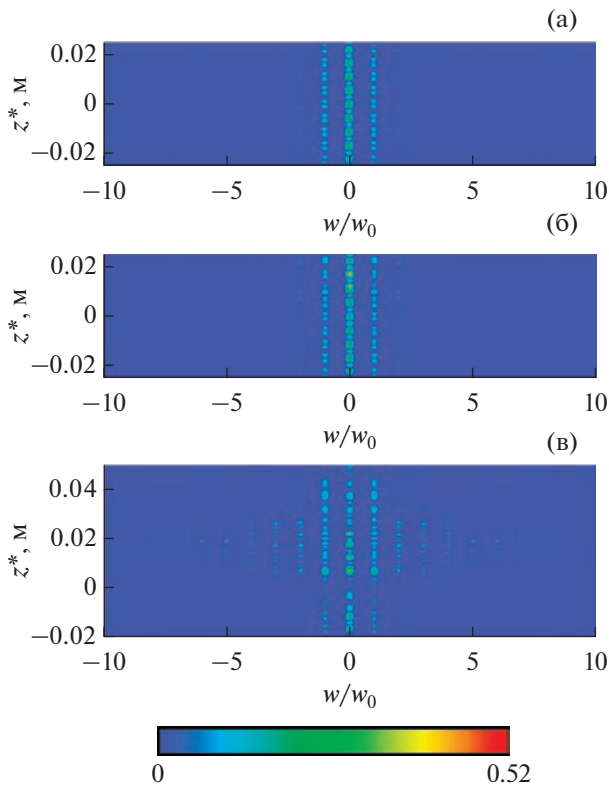


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики (спектры пульсаций) продольной компоненты вектора скорости в сечении $x^* = 0.152$ м, $y^* = 0.001$ м: (а) – $\epsilon = 0\%$, (б) – 1, (в) – 5.

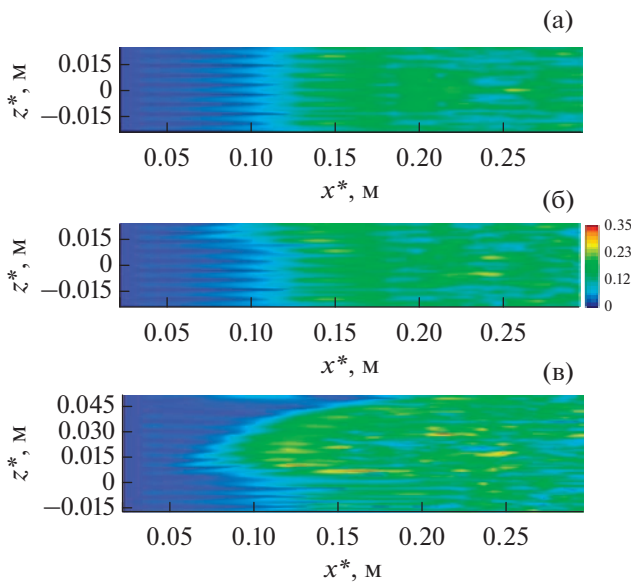


Рис. 7. Максимальные по нормали к стенке значения амплитуды фундаментальной моды пульсации продольной компоненты вектора скорости: (а) – $\epsilon = 0\%$, (б) – 1, (в) – 5.

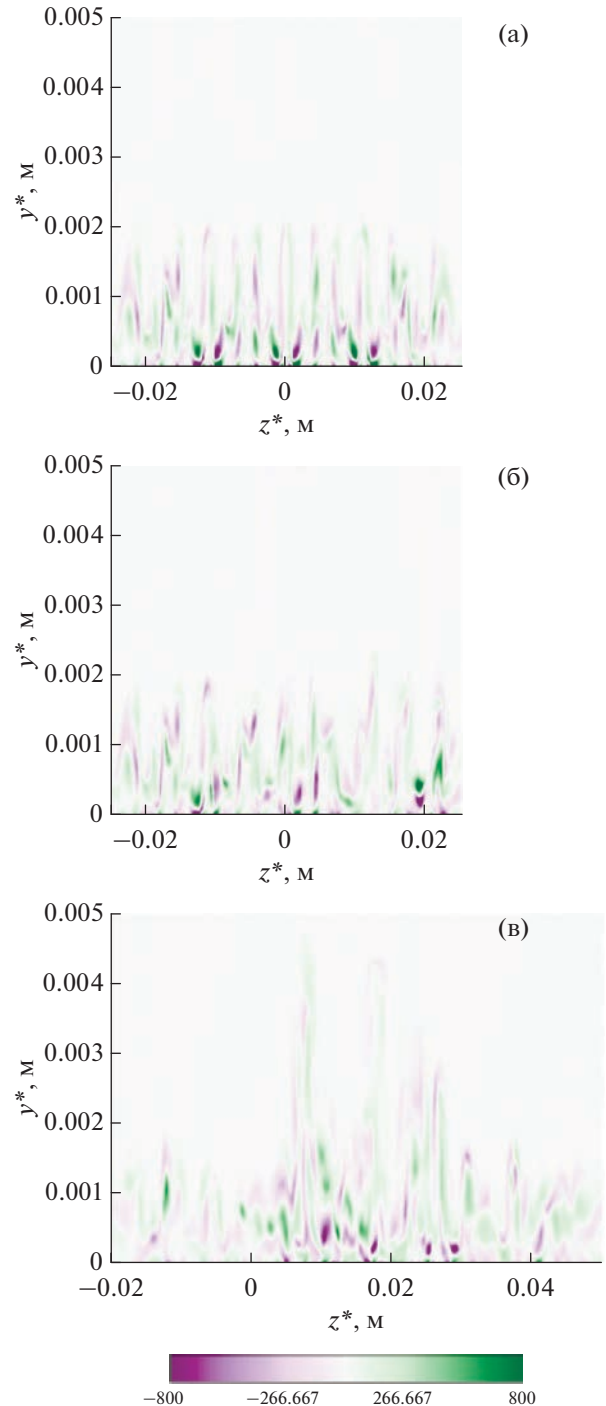


Рис. 8. Мгновенные значения продольной компоненты вектора завихренности: (а) – $\epsilon = 0\%$, (б) – 1, (в) – 5.

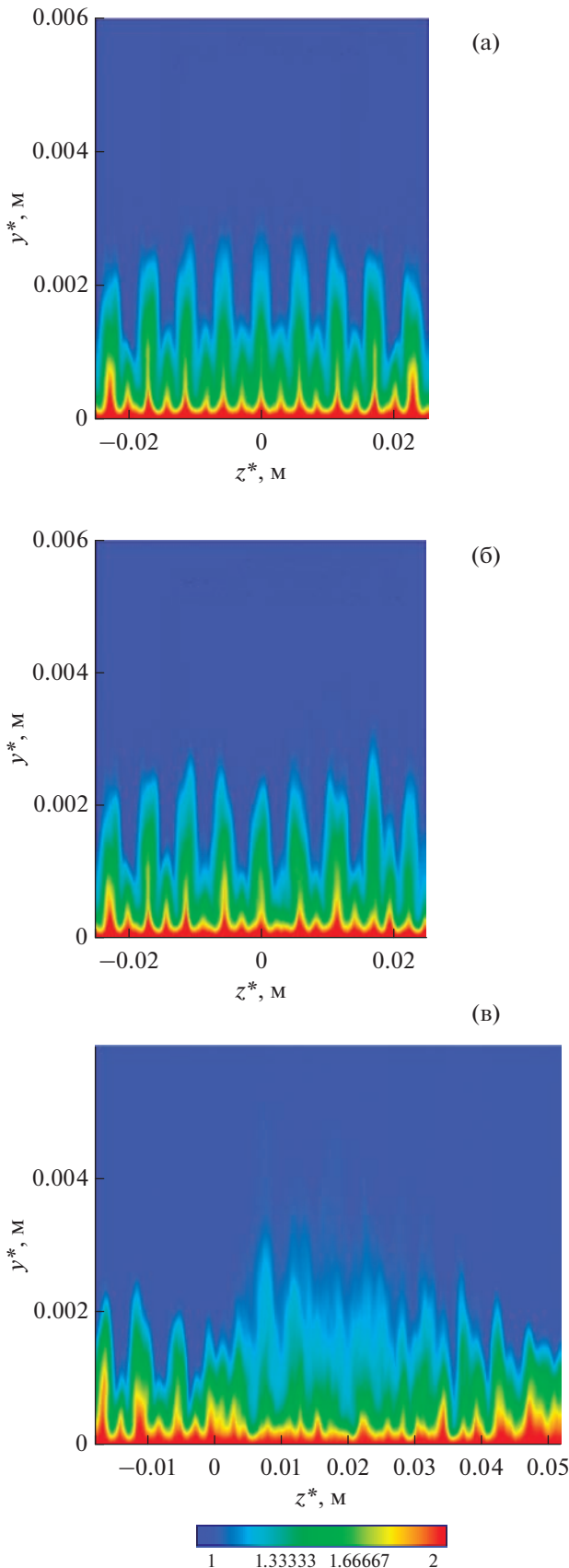


Рис. 9. Осредненная по времени температура в сечении $x^* = 0.224$ м: (а) — $\varepsilon = 0\%$, (б) — 1, (в) — 5.

ра усложняется, вертикальный масштаб вихревых структур увеличивается примерно в два раза. Данные рис. 8 иллюстрируют также то, что интенсивность продольного вектора завихренности в окрестности переднего фронта волны Маха существенно больше, чем в окрестности ее заднего фронта.

В качестве примера поведения зависимых переменных задачи на рис. 9 показана осредненная по времени безразмерная температура в сечении $x^* = 0.224$ м, соответствующем неравновесному турбулентному состоянию пограничного слоя. Осреднение по времени выполнено по примерно пяти периодам T_0 работы генератора вынужденных возбуждений волн Толлмина—Шлихтинга. Согласно данным рис. 9, 10, в неравновесном турбулентном пограничном слое имеет место полосчатая вихревая структура течения. При наличии в поле течения волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 5\%$ в окрестности переднего фронта полосчатая структура размывается (рис. 9в).

Анализ осредненного по времени значения коэффициента трения, представленного на рис. 10, свидетельствует о том, что волна Маха с амплитудой $\varepsilon = 1\%$ слабо влияет на линию фронта ЛТП (рис. 10б). В случае волны Маха с амплитудой $\varepsilon = 5\%$ (рис. 10в) фронт ЛТП сильно искривляется, образуется хорошо заметный турбулентный клин. В поперечном направлении вершина турбулентного клина находится вблизи переднего фронта волны Маха. Задний фронт волны Маха не оказывает существенного влияния на положение ламинарно-турбулентного перехода.

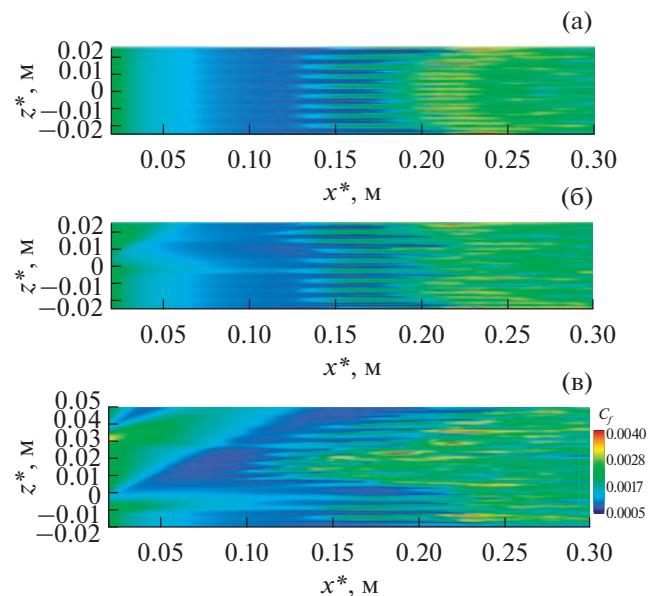


Рис. 10. Осредненные по времени значения коэффициента трения: (а) — $\varepsilon = 0\%$, (б) — 1, (в) — 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено прямое численное моделирование взаимодействия волны Маха с пограничным слоем на плоской пластине, обтекаемой сверхзвуковым потоком совершенного газа при $M = 2.5$.

Анализ результатов численного моделирования показал, что на нелинейной стадии ламинарно-турбулентного перехода для сверхзвукового пограничного слоя хорошо просматривается полосчатая вихревая структура течения.

При взаимодействии волны Маха относительно малой амплитуды (менее 1%) со сверхзвуковым пограничным слоем имеет место ее слабое влияние на положение ламинарно-турбулентного перехода. В случае амплитуды волны Маха 5% она заметно влияет на линию ламинарно-турбулентного перехода. В этом случае образуется хорошо заметный турбулентный клин, вершина которого совпадает с вихревым следом от переднего фронта волны Маха. Турбулентный клин порождает более ранний ламинарно-турбулентный переход, что приводит к существенному увеличению локального и интегрального аэродинамического нагрева обтекаемой поверхности тела.

Работа выполнена в МФТИ при финансовой поддержке РНФ (код проекта 21-19-00307).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Быков Л.В., Молчанов А.М., Янышев Д.С., Платонов И.М. Современные подходы к расчету характеристик течения при ламинарно-турбулентном переходе в пограничном слое // ТВТ. 2018. Т. 56. № 1. С. 104.
2. Горский В.В. Однослойная алгебраическая модель кажущейся турбулентной вязкости и модифицированный метод эффективной длины // ТВТ. 2022. Т. 60. № 5. С. 708.
3. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 144 с.
4. Laufer J. Aerodynamic Noise in Supersonic Wind Tunnels // Aerospace Sci. 1961. V. 28. № 9. P. 685.
5. Kendall J.M. Wind Tunnel Experiments Relating to Supersonic and Hypersonic Boundary-layer Transition // AIAA J. 1975. V. 13. № 3. P. 290.
6. Приданов В.Г., Харитонов А.М., Черных В.В. Совместное влияние чисел Маха и Рейнольдса на переход в пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 1. С. 160.
7. Боровой В.Я., Егоров И.В., Мошаров В.Е., Скуратов А.С., Радченко В.Н. Экстремальный нагрев тел в гиперзвуковом потоке. М.: Наука, 2018. 390 с.
8. Егоров И.В., Зыонг Н.Х., Нгуен Н.К., Пальчиковская Н.В. Численное моделирование влияния волны Маха на ламинарно-турбулентный переход в сверхзвуковом пограничном слое // Докл. РАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 504. № 1. С. 36.
9. Meersman J.A., Hader C., Fasel H.F. Numerical Investigation of Nonlinear Boundary-layer Transition for Cones at Mach 6 // AIAA J. 2021. V. 59. № 6. P. 1940.
10. Dwivedi A., Hildebrand N., Nichols J.W., Candler G.V., Jovanovic M.R. Transient Growth Analysis of Oblique Shock Wave/Boundary-layer Interactions at Mach 5.92 // Phys. Rev. Fluids. 2020. V. 5. № 6. P. 063904.
11. Cerminara A., Sandham N. Transition Mechanisms in Cross-flow-dominated Hypersonic Flows with Free-stream Acoustic Noise // J. Fluid Mech. 2020. V. 896. P. 1.
12. Егоров И.В., Новиков А.В., Федоров А.В. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока на супер-ЭВМ // ЖВМиМФ. 2017. Т. 57. № 8. С. 1347.
13. Ваганов А.В., Ермолаев Ю.Г., Колосов Г.Л., Косинов А.Д., Панина А.В., Семенов Н.В., Яцких А.А. К воздействию падающей волны Маха на сверхзвуковой пограничный слой // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23. № 1. С. 45.
14. Pate S.R. On Boundary-layer Transition in Supersonic-hypersonic Wind Tunnels. Theory and Application // AEDC-TR-77-107. 1978.
15. Ваганов А.В., Ермолаев Ю.Г., Колосов Г.Л., Косинов А.Д., Панина А.В., Семенов Н.В. О воздействии падающей волны Маха на поле пульсаций в пограничном слое при обтекании плоского дельта-крыла // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2014. Т. 9. Вып. 1. С. 29.
16. Ваганов А.В., Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Семенов Н.В., Шалаев В.И. Экспериментальное исследование структуры течения и перехода в пограничном слое треугольного крыла с затупленными передними кромками при числах Маха 2, 2.5 и 4 // Тр. МФТИ. 2013. Т. 5. № 3. С. 164.
17. Егоров И.В., Динь К.Х., Нгуен Н.К., Пальчиковская Н.В. Численное моделирование взаимодействия волны Маха и сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине с острой передней кромкой // Уч. зап. ЦАГИ. 2021. Т. LII. № 3. С. 18.
18. Динь К.Х., Егоров И.В., Федоров А.В. Взаимодействие волн Маха и пограничного слоя при сверхзвуковом обтекании пластины с острой передней кромкой // Уч. зап. ЦАГИ. 2017. Т. 48. № 4. С. 10.
19. Динь К.Х., Егоров И.В., Федоров А.В. Влияние волн Маха на ламинарно-турбулентный переход при сверхзвуковом обтекании плоской пластины // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 5. С. 113.
20. Егоров И.В., Нгуен Н.К. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода с применением гибридных разностных схем // ЖВМиМФ. 2022. Т. 62. № 4. С. 677.
21. Jiang G.S., Shu C.W. Efficient Implementation of Weighted ENO Schemes // J. Comput. Phys. 1996. № 126. P. 202.
22. Егоров И.В., Нгуен Н.К., Нгуен Т.Ш., Чувахов П.В. Моделирование ламинарно-турбулентного перехода с применением диссипативных численных схем // ЖВМиМФ. 2021. Т. 61. № 2. С. 268.
23. Vyshinsky V.V., Szykh G.B. The Verification of the Calculation of Stationary Subsonic Flows and the Presentation of the Results // Math. Models Comput. Simulations. 2019. V. 11. № 1. P. 97.