

УДК 536.21; 532.536

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА НА ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛАХ В УСЛОВИЯХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2023 г. В. Ф. Формалев*, Б. А. Гарибян**, С. А. Колесник***

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: formalev38@yandex.ru

**E-mail: bagarib@yandex.ru

***E-mail: sergey@oviont.com

Поступила в редакцию 24.09.2022 г.

После доработки 25.11.2022 г.

Принята к публикации 06.12.2022 г.

Рассматривается тепломассоперенос между диссоциирующим пограничным слоем и поверхностью затупленных носовых конусов высокоскоростных летательных аппаратов в широком диапазоне чисел Маха. С использованием переменных Дородницына—Лиза система уравнений пограничного слоя сведена к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. С помощью обоснованных допущений получены приближенно-аналитические решения для динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев, позволившие определить тепловые и диффузионные тепловые потоки, которые на границе газ—твердое тело сопряжены с уравнением теплопроводности в теле с параметром сопряжения в виде температуры границы газ—твердое тело. По найденным тепловым потокам определены температурные поля в теле в широком диапазоне чисел Маха набегающего потока и коэффициента каталитической рекомбинации. Полученные тепловые потоки на лобовой части носового конуса в точности совпадают с экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0040364423030092

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование тепломассопереноса в условиях аэрогазодинамического нагрева является комплексной проблемой, предполагающей решение следующих задач:

- определение тепловых потоков от газодинамического течения к телу, для чего в качестве одного из граничных условий должна быть известна температура поверхности тела;

- расчет теплопереноса в теле, в том числе и распределения температур на поверхности тела с использованием тепловых потоков из предыдущего пункта;

- сопряжение температурных полей в пограничном слое и теле на границе газ—твердое тело с помощью граничных условий IV рода по А.В. Лыкову [1], если температура поверхности тела задавалась в качестве параметра в обеих перечисленных задачах. Такое сопряжение достигается требованием непрерывности тепловых потоков и температур на границе газ—твердое тело. Эта задача наиболее сложна, особенно в многомерном случае, поскольку сопрягаются тепловые характеристики в различных средах со своими физическими процессами, описываемыми уравнениями различных типов.

Сложность решения сопряженных задач теплообмена в условиях аэродинамического нагрева определяет относительно небольшое количество публикаций по этой тематике.

Из последних работ по аэродинамическому нагреву скоростных летательных аппаратов (ЛА) можно отметить работы [2–9]. Среди публикаций по теории теплопроводности при сложном конвективно-кондуктивном и лучистом теплообмене следует отметить статьи [10–12] и монографию [13]. Подобные подходы могут применяться также при исследовании термостойкости композиционных материалов и изделий из них [14–20].

При высокоскоростном (при числах Маха $M_\infty > 5$) обтекании затупленных тел воздух диссоциирует на атомы с поглощением значительного количества теплоты, а на более холодной стенке рекомбинирует с выделением того же количества теплоты, причем это выделение может ускоряться за счет каталитичности стенки. Возникает проблема обтекания и теплообмена в многокомпонентном газе с учетом каталитичности. При этом для определения тепловых и диффузионных потоков к стенке необходимо решать существенно нелинейные уравнения для динамического, тепло-

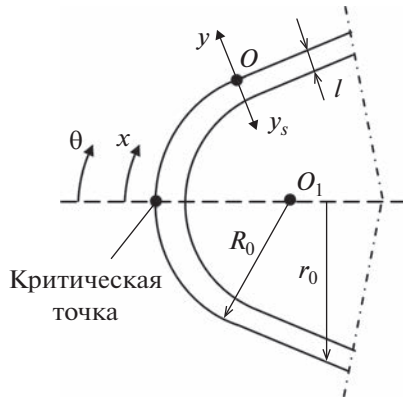


Рис. 1. Область передней критической точки затупленного конуса.

вого и диффузионных пограничных слоев в условиях аэродинамического нагрева.

Наиболее полно тепломассоперенос в реагирующем многокомпонентном газе рассмотрен в работах [21–23].

В [24–26] на основе соотношений подобия получены приближенно-аналитические решения для пространственного обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком химически неравновесного вязкого газа.

В данной работе на основе приближенно-аналитического решения существенно нелинейной системы для динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев в сопряжении с уравнением теплопроводности в тепловой защите ЛА определены конвективные и диффузионные потоки к телу с учетом степени каталитической рекомбинации атомарной компоненты газовой смеси и температуры поверхности тела с учетом теплоотвода внутрь тела и излучения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Тепловые потоки и температура поверхности ЛА могут быть получены из решения следующей системы уравнений для динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев в локальной системе координат (рис. 1) относительно компонент скорости $u(x, y)$, $v(x, y)$, давления $p(x, y)$, плотности $\rho(x, y)$, концентраций компонентов бинарной смеси C_i , $i = 1, 2$, полной энтальпии $I(x, y)$:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (1)$$

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial y}, \quad p = p_e(x); \quad (2)$$

$$\frac{\partial (\rho u r_0)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v r_0)}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

$$p = \rho \bar{R} T, \quad \bar{R} = \sum_i C_i R_i = \sum_i \frac{\rho_i}{\rho} R_i, \quad i = 1, 2; \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_{12} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + w_i, \quad i = 1, 2; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial I}{\partial y} + \mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial u^2}{\partial y} \right] - \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{Le} - 1 \right) \rho D_{12} \sum_i h_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$I = \frac{u^2}{2} + \sum_i C_i (c_{pi} T + h_i^0).$$

Граничные условия

при $y = 0$

$$\begin{aligned} u(x, 0) = 0, \quad v(x, 0) = 0, \quad \rho(x, 0) = \rho_w, \\ I(x, 0) = I_w, \quad C_i(x, 0) = C_{iw}; \end{aligned} \quad (7)$$

при $y = \delta(x)$

$$\begin{aligned} u(x, \delta(x)) = u_e(x), \quad v(x, \delta(x)) = v_e(x), \\ \rho(x, \delta(x)) = \rho_e(x), \quad \frac{\rho_e}{\rho_0} = \left(\frac{p_e(x)}{p_0} \right)^{1/k}, \\ \frac{T_e(x)}{T_0} = \left(\frac{p_e(x)}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \frac{C_{Ae}}{C_{A0}} = \left(\frac{p_{Ae}}{p_{A0}} \right)^{1/k}. \end{aligned} \quad (8)$$

Давление на внешней границе пограничного слоя на затупленном конусе принимается по интерполяционной формуле [24]

$$\frac{p_e(x)}{p_0} = 1 - 1.17 \sin^2 \frac{x}{R_0} + 0.225 \sin^6 \frac{x}{R_0}. \quad (9)$$

Для определения температур в теле необходимо, используя q_w , полученные из решения системы (1)–(9), решить следующую задачу теплопроводности (рис. 1):

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=0} + \varepsilon \sigma T_{ws}^4 = q_w; \quad (10)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=l} = 0; \quad (11)$$

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \right), \quad 0 < y_s < l, \quad t > 0; \quad (12)$$

$$T_s(y_s, 0) = T_{нач}, \quad (13)$$

где

$$q_w = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_{y=0}.$$

Здесь C_i , $i = 1, 2$ – концентрации атомарного $C_A = \alpha$ ($i = 1$) и молекулярного C_M ($i = 2$) компонентов, причем $C_M = 1 - C_A = 1 - \alpha$, μ – вязкость,

$\bar{R}$ – газовая постоянная бинарной смеси; D_{12} – коэффициент бинарной диффузии; $Pr = \mu c_p / \lambda$ – число Прандтля; $Le = Pr / Sc$ – число Льюиса; Sc – число Шмидта, $Sc = \mu / \rho D_{12}$; c_p , λ – теплоемкость при постоянном давлении и теплопроводность; h_i^0 – энтальпия образования i -го компонента; c , ρ – теплоемкость, плотность; ε – степень черноты; индекс “ s ” относится к твердому телу; “ e ” – к наружной границе пограничного слоя.

Существенно нелинейная система уравнений реагирующего пограничного слоя (1)–(9) может быть решена только численными методами, однако с помощью переменных Дородницына–Лиза ее можно свести к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которая при некоторых упрощениях допускает приближенно-аналитическое решение. Подставив в систему (1)–(9) переменные

$$\eta = \frac{\rho_e u_e r_0}{\sqrt{2\bar{x}}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy, \quad \bar{x} = \int_0^x \rho_e u_e \mu_e r_0^2 dx, \quad (14)$$

получаем следующую систему ОДУ:

– уравнение сохранения импульса

$$(Df'')' + ff'' + \frac{2\bar{x}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{x}} \left[\frac{\rho_e}{\rho} - (f')^2 \right] = 0; \quad (15)$$

– уравнение концентраций

$$\left(\frac{D}{Sc} \bar{C}_i' \right)' + f \bar{C}_i' = \frac{2\bar{x} f \bar{C}_i}{C_{ie}} \left(\frac{dC_{ie}}{d\bar{x}} \right) - \frac{2\bar{x} w_i}{\rho \rho_e u_e^2 \mu_e r_0^2 C_{ie}}; \quad (16)$$

– уравнение сохранения энергии

$$\left(\frac{D}{Pr} \bar{I}' \right)' + f \bar{I}' = \frac{2\bar{x} f \bar{I}}{I_e} \frac{dI_e}{d\bar{x}} + \left[\frac{D}{Sc} \left(\frac{1}{Le} - 1 \right) \sum_i \frac{h_i C_{ie}}{I_e} C_i' \right] + \frac{u_e^2}{I_e} \left[\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) Df' f'' \right], \quad (17)$$

где штрихи обозначают дифференцирование по переменной η , $D = \rho \mu / \rho_e \mu_e$, $\bar{C}_e(\eta) = C_i(\eta) / C_{ie}$, $\bar{I}(\eta) = I(\eta) / I_e$, f – относительная функция тока, связанная со скоростью соотношением $f'(\eta) = u / u_e(x)$.

Граничные условия

при $y = 0$ ($\eta = 0$)

$$f'(0) = 0, \quad f(0) = f_w, \quad \bar{C}_i(0) = \bar{C}_{iw} = C_{iw} / C_{ie};$$

при $y \rightarrow \infty$ ($\eta \rightarrow \infty$) или $\eta = \bar{\delta}(\bar{x})$

$$f'(\infty) = f_e' \rightarrow 1, \quad f(\infty) = f_e \rightarrow 0, \\ \bar{C}_i(\infty) = \bar{C}_{ie} \rightarrow 1, \quad \bar{I}(\infty) = \bar{I}_e \rightarrow 1.$$

Для получения приближенно-аналитического решения задачи (15)–(17) сделаны следующие допущения:

– пограничный слой является бинарным с атомарной концентрацией $C_A = \alpha$ и молекулярной $C_M = 1 - \alpha$;

– газ “заморожен”, т.е. $w_i = 0$;

– Le и Pr примерно равны единице;

– в правой части уравнения (15) $(f')^2 - \rho_e / \rho \approx 0$, что можно предположить для окрестности критической точки;

– в правых частях уравнений, содержащих $\bar{x}$, положено $\bar{x} \approx 0$ (окрестность критической точки), а сомножители $\frac{\bar{x}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{x}}$, $\frac{\bar{x}}{\alpha_e} \frac{d\alpha_e}{d\bar{x}}$, $\frac{\bar{x}}{I_e} \frac{dI_e}{d\bar{x}}$ постоянны.

Пограничный слой полагается замороженным, так как скорости диссоциации и рекомбинации малы по сравнению со скоростью газа на внешней границе пограничного слоя. Например, коэффициент каталитической рекомбинации, равный 10 м/с по работе [22], считается уже бесконечным, в то время как скорость потока на внешней границе пограничного слоя в окрестности критической точки составляет десятки, а то и сотни м/с. На боковой поверхности скорости $u_e(x) \approx 10^3$ м/с.

При этих предположениях система уравнений (15)–(17) трансформируется в систему

$$(Df'')' + ff'' = 0, \quad (18)$$

$$(D\bar{\alpha})' + f\bar{\alpha}' = 0, \quad (19)$$

$$(D\bar{I})' + f\bar{I}' = 0. \quad (20)$$

Интегрируя уравнения (18)–(20) с учетом граничных условий, формируя конвективный тепловой поток на стенке $\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0}$ и диффузионный

тепловой поток $\rho D_{12} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0}$ и учитывая $\frac{d\eta}{dy} = \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \times$

$\times \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)^{1/2}$, получаем решение системы (18)–(20)

$$f(\eta) = \frac{D}{f} e^{-(f/D)\eta} + \ln \eta - D/f, \quad (21)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0} = \frac{\lambda}{(c_p)_{cp}} (c_{pe} T_e - c_{pw} T_w) \left(\frac{f}{D} \right) \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)^{1/2} \Big|_{y=0, \eta=0}, \quad (22)$$

$$\rho D_{12} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0} = \rho D_{12} (\alpha_e - \alpha_w) \times \\ \times \left(\frac{f}{D} \right) \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)^{1/2} \Big|_{y=0, \eta=0}. \quad (23)$$

В конвективный (22) и диффузионный (23) тепловые потоки входит относительная функция тока $f(\eta)$, которая при $\eta = 0$ равна нулю, т.е. тепловые потоки (22), (23) равны нулю, что недопустимо. Однако $f(\eta)$ можно разложить в ряд Тейлора по степеням переменной η в окрестности $\eta = 0$ и тогда

$$f(\eta) = f(0) + f'(0)\eta + f''(0)\frac{\eta^2}{2} + \dots \approx f''(0)\frac{\eta^2}{2}. \quad (24)$$

В [27] табулировано относительно $f(\eta)$ численное решение задачи

$$f''' + ff'' - f'^2 + 1 = 0, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \quad (25)$$

которое обработано методом наименьших квадратов с получением функции в виде кубического многочлена по степеням переменной η :

$$f(\eta) = -3.095 \times 10^{-3} \eta^3 + 0.251 \eta^2 + 0.248 \eta - 0.025, \quad (26)$$

откуда

$$f(\eta) = f''(0)\frac{\eta^2}{2} = 0.502\frac{\eta^2}{2}, \quad f''(0) = 0.502. \quad (27)$$

Производные du_e/dx в (22), (23) определяются из уравнения Бернулли

$$\frac{dp_e}{dx} = -\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} = -\rho_e x \left(\frac{du_e}{dx} \right)^2,$$

откуда

$$\frac{du_e}{dx} = \sqrt{-\frac{1}{x\rho_e} \frac{dp_e}{dx}}, \quad \frac{dp_e}{dx} < 0. \quad (28)$$

Формулы (22)–(28) определяют конвективные и диффузионные тепловые потоки в окрестности критической точки без учета константы k_R – скорости каталитической рекомбинации.

ТЕПЛОМАССООБМЕН В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ

Формулы (22)–(28) не годятся для критической точки, поскольку в ней $x = 0$, $f(0) = 0$ и уравнения пограничного слоя не выполняются. Поэтому в критической точке затупленного конуса тепловые и диффузионные потоки определяются непосредственно.

По закону Фика диффузионный тепловой поток в стенку равен

$$(q_w)_{\text{дифф}} = \rho_w D_{12} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_w = (k_R \rho \alpha)_w, \quad (29)$$

поскольку реакция рекомбинации является реакцией первого порядка, т.е. $\partial \alpha / \partial y$ пропорциональна массовой концентрации $(\rho \alpha)_w$.

Разделив (29) на α_e и используя равенство

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad (30)$$

переменные Дородницына–Лиза (14), соотношения для критической точки

$$\frac{u_e}{2x} = 2 \left. \frac{du_e}{dx} \right|_{x=0}, \quad \left. \frac{du_e}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}}, \quad (31)$$

получаем из (30)

$$\frac{\partial \bar{\alpha}(0)}{\partial \eta} = \left[\frac{\rho_e \mu_e}{2(du_e/dx)} \right]^{1/2} \frac{(k_R)_w}{\rho_w D_{12}} \bar{\alpha}(0). \quad (32)$$

Из точного решения уравнения (16) с правой частью при $Pr \neq 1$ и $D \neq 1$ известно [21], что

$$\bar{\alpha}'(0) \approx 0.47 Sc^{1/3} (1 - \bar{\alpha}(0)). \quad (33)$$

Тогда из (31)–(33) находим

$$\bar{\alpha}(0) = \left\{ 1 + \left[\frac{\rho_e \mu_e}{2(du_e/dx)} \right]^{1/2} \frac{(k_R)_w}{0.47 Sc^{1/3} \rho_w D_{12}} \right\}^{-1}. \quad (34)$$

Подставляя (34) в (32) и учитывая, что $\rho_e \mu_e \approx \rho_w \mu_w$, а также $\rho_w D_{12} = \mu / Sc$, получаем поток атомарной компоненты $\bar{\alpha}(0)$ в стенку в критической точке с учетом коэффициента каталитической рекомбинации k_R :

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \eta} = 0.47 Sc^{1/3} \varphi,$$

$$\varphi = \left\{ 1 + \frac{0.47 Sc^{-2/3} [2(du_e/dx)_0 \rho_e \mu_e]^{1/2}}{\rho_w (k_R)_w} \right\}^{-1}.$$

Тогда

$$(q_w)_{\text{дифф}} = \rho D_{12} \left. \frac{\partial \bar{\alpha}(0)}{\partial \eta} \right|_w = \left(\rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_w,$$

где h_A^0 – теплота образования атомарной компоненты.

Аналогично, из точного решения уравнения энергии (17) при $Pr \neq 1$, $D \neq 1$ и $Sc \neq 1$ имеем [21]

$$\bar{I}(0) = 0.47 Pr^{1/3} [1 - I(0)].$$

Используя соотношение

$$q_w = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_{y=0},$$

переменные Дородницына–Лиза (14), $\bar{I} = I/I_e$, $\bar{\alpha} = \alpha/\alpha_e$, для течения замороженного реагирующего вязкого газа получаем выражение для кон-

вективно-диффузионного теплового потока в критической точке затупленного конуса с учетом рекомбинации атомарной компоненты

$$q_{w0} = 0.66 \text{Pr}^{-2/3} [\rho_e \mu_e (du_e/dx)]^{1/2} (I_e - h_w) \times \left[1 + \left(\text{Le}^{2/3} \varphi - 1 \right) \frac{h_e^0 \alpha_e}{I_e - h_w} \right]. \quad (35)$$

При определении температуры стенки необходимо составить баланс тепловой энергии, подводимой к стенке (35) и отводимой от нее излучением и теплопроводностью в глубь тела:

$$\begin{aligned} \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=0} + \varepsilon \sigma T_{ws}^4 = \\ = 0.66 \text{Pr}^{-2/3} [\rho_e \mu_e (du_e/dx)]^{1/2} \times \\ \times (I_e - h_w) \left[1 + \left(\text{Le}^{2/3} \varphi - 1 \right) \frac{h_e^0 \alpha_e}{I_e - h_w} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

где $h_w = c_{pw}(T_w)T_w$.

Аналитическое решение задачи теплопроводности (10)–(13) без учета излучения зависит от времени, однако в стационарном случае отвод теплоты за счет теплопроводности можно приближенно оценить по соотношению

$$\lambda_s \frac{T_{ws} - T_{\text{снач}}}{l} \approx \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=0},$$

где l — толщина тепловой защиты, $T_{\text{снач}}$ — температура на внутренней границе тела.

Таким образом, выражения (35), (36) определяют конвективно-диффузионные тепловые потоки и температуры поверхности в критической точке затупленного конуса соответственно.

Для определения тепловых потоков на затуплении вниз по потоку от критической точки необходимо вычислить тепловые и диффузионные потоки (22), (23) с учетом скорости $u_e(x)$ и ее производной du_e/dx , для чего тепловые потоки (22) достаточно умножить на комплекс [21]:

$$F(x) = \frac{(p_e(x)/p_0) \mu_e (r_0/\sqrt{2}) u_e(x)/u_\infty}{\left[\int_0^x (p_e(x)/p_0) \mu_e r_0^2 (u_e(x)/u_\infty) dx \right]^{1/2}}, \quad (37)$$

где u_∞ — скорость набегающего потока, p_0 — давление торможения,

$$q_w(x) = q_{w0} F(x), \quad (38)$$

где q_{w0} — тепловой поток (35) в критической точке.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И АНАЛИЗ

На рис. 2 представлены тепловые потоки на лобовой поверхности, вычисленные по формулам (35), (37), (38), в зависимости от продольной пере-

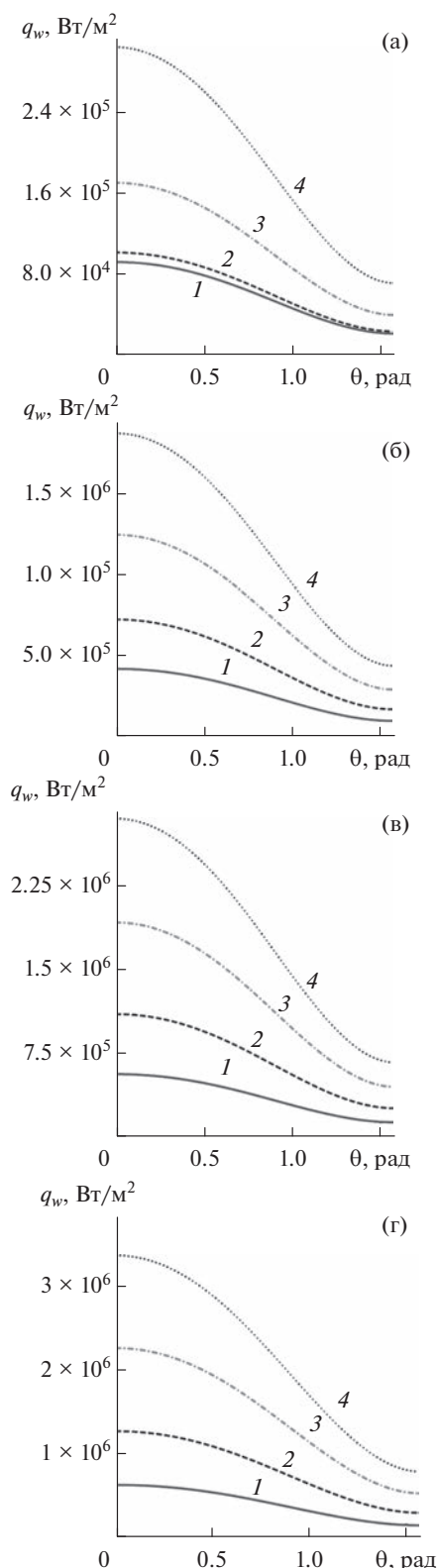


Рис. 2. Изменения тепловых потоков в окрестности критической точки в зависимости от угловой переменной локальной системы координат тела для разных чисел Маха ($1 - M_\infty = 5$, $2 - 10$, $3 - 15$, $4 - 20$) при $\alpha = 0.25$ и (а) — $k_R = 1$, (б) — 5 , (в) — 10 , (г) — 15 .

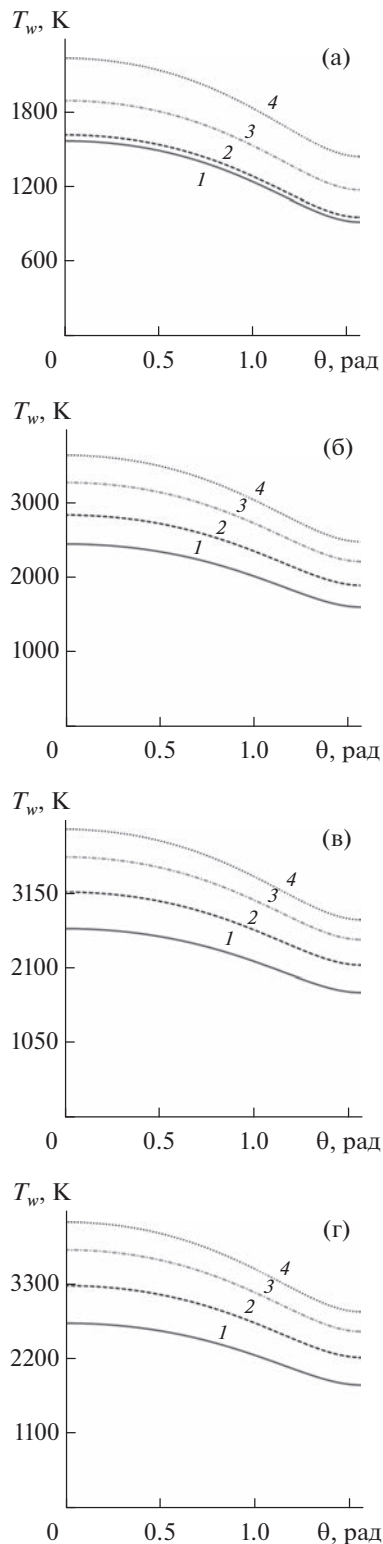


Рис. 3. Изменения температур в окрестности критической точки в зависимости от угловой переменной локальной системы координат тела для разных чисел Маха (1 – $M_\infty = 5$, 2 – 10, 3 – 15, 4 – 20) при $\alpha = 0.25$ и (а) – $k_R = 1$, (б) – 5, (в) – 10, (г) – 15.

менной x (или угловой переменной $\theta = x/R_0$) в широком диапазоне $M_\infty = 5\text{--}20$ и коэффициента каталитической рекомбинации ($k_R = 1\text{--}15$) для высоты полета $H = 20$ км и концентрации атомарной компоненты $\alpha = 0.25$. Результаты расчетов полностью совпадают с результатами стендовых испытаний, приведенных в [21].

Распределения температур по лобовой поверхности, представленные на рис. 3, определены по формуле (36) с использованием полученных тепловых потоков (38), приведенных на рис. 2.

Как тепловые потоки, так и температура поверхности очень сильно зависят от k_R . Так, при увеличении k_R от 1 до 15 тепловые потоки увеличиваются на порядок (достаточно сравнить графики на рис. 2а, 2г). При этом температура поверхности (рис. 3) увеличивается в 1.7 раза, что приводит к уносу массы теплозащитного покрытия, поскольку ни один материал не выдержит температуру более 3000 К.

По сравнению с результатами экспериментов в ударной трубе, приведенными в [21], максимальная погрешность по тепловым потокам в окрестности критической точки не превышает 7.4%. Погрешность определения температуры поверхности значительно меньше, так как в балансовом соотношении (36) лучистый тепловой поток и тепловой поток, отводимый тепловой защитой, вычисляются точно.

Результаты, приведенные на рис. 3, можно использовать для построения номограмм, с помощью которых определяются ограничения по M_∞ , k_R , α , x ($\theta = x/R_0$) с целью рекомендации рабочих режимов полета ЛА в условиях отсутствия уноса массы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены приближенные аналитические решения задачи тепломассопереноса на основе применения переменных Дородницына–Лиза в критической точке затупленного конуса высокоскоростных летательных аппаратов с учетом диссоциации, рекомбинации, излучения и теплоотвода внутрь тела.

Проведены расчеты тепловых потоков и температур на лобовой поверхности затупленного конуса в широком диапазоне чисел Маха и коэффициента каталитической рекомбинации атомарной компоненты. Выявлена сильная зависимость тепловых потоков и температуры тела при увеличении значений коэффициента каталитической рекомбинации. С увеличением значений данного коэффициента от 1 до 15 тепловые потоки возрастают на порядок, а температура в 1.7 раза. Результаты позволяют построить ограничения по числам Маха, коэффициентам каталитической рекомбинации и высотам полета, при которых ЛА

функционирует в условиях отсутствия уноса массы с сохранением первоначальной геометрии, что важно для многоразовых ЛА и аппаратов, функционирующих длительное время при высоких скоростях.

Полученные аналитические решения можно использовать для экспресс-оценки тепловых потоков и температур, которые затем должны быть уточнены при численном решении уравнений диссоциирующего пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант РНФ № 22-19-00420).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыков А.В. Теплообмен. М.: Энергия, 1978. 480 с.
2. Зарубин В.С., Зимин В.Н., Леонов В.В., Зарубин В.С. Равновесная температура поверхности затупления баллистической капсулы при возвращении на Землю с параболической скоростью // Тепловые процессы в технике. 2021. Т. 13. № 11. С. 482.
3. Формалев В.Ф., Колесник С.А. Математическое моделирование сопряженного теплообмена между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. Изд. 2-е, испр. и сущ. доп. М.: Ленанд, 2022. 348 с.
4. Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А. Аналитическое решение задачи о сопряженном теплообмене между газодинамическим пограничным слоем и анизотропной полосой // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2020. № 5(92). С. 44.
5. Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А. Математическое моделирование тепломассопереноса при аэродинамическом нагреве носовых частей гиперзвуковых летательных аппаратов // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2022. № 1(100). С. 107.
6. Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л. Влияние компонентов тензора теплопроводности теплозащитного материала на величину тепловых потоков от газодинамического пограничного слоя // ТВТ. 2019. Т. 57. № 1. С. 66.
7. Формалев В.Ф., Колесник С.А., Кузнецова Е.Л. Тепломассоперенос на боковых поверхностях затупленных носовых частей гиперзвуковых летательных аппаратов // ТВТ. 2021. Т. 59. № 5. С. 797.
8. Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Математическая модель тепломассообмена на поверхностях теплонапряженных элементов гиперзвукового летательного аппарата // Тепловые процессы в технике. 2016. Т. 8. № 11. С. 482.
9. Зотов А.А., Пашков О.А., Волков А.Н. Концепция системы активной тепловой защиты трехслойной конструктивно-силовой схемы гиперзвукового летательного аппарата с дискретным наполнителем // Деформация и разрушение материалов. 2022. № 3. С. 2.
10. Кувыркин Г.Н., Савельева И.Ю., Журавский А.В. Моделирование теплофизических процессов при нанесении полупрозрачного покрытия на охлаждаемую криволинейную подложку // ТВТ. 2022. Т. 60. № 6. С. 916.
11. Кузенов В.В., Рыжков С.В. Численное моделирование взаимодействия мишени магнитно-инерциального термоядерного синтеза с плазменным и лазерным драйверами // ТВТ. 2021. Т. 59. № 4. С. 492.
12. Ryzhkov S.V., Kuzenov V.V. Analysis of the Ideal Gas Flow over Body of Basic Geometrical Shape // Int. J. Heat Mass Transfer. 2019. V. 132. P. 587.
13. Карташов Э.М., Кудинов В.А. Аналитические методы теории теплопроводности и ее приложений. М.: Ленанд, 2018. 1078 с.
14. Butusova O.A. Surface Modification of Titanium Dioxide Microparticles under Ultrasonic Treatment // Int. J. Pharmaceutical Res. 2020. V. 12. № 4. P. 2292.
15. Butusova O.A. Stabilization of Carbon Microparticles by High-molecular Surfactants // Int. J. Pharmaceutical Res. 2020. V. 12. Suppl. № 2. P. 1147.
16. Butusova O.A. Adsorption Behaviour of Ethylhydroxyethyl Cellulose on the Surface of Microparticles of Titanium and Ferrous Oxides // Int. J. Pharmaceutical Res. 2020. V. 12. Suppl. № 2. P. 1156.
17. Ioni Yu.V., Butusova O.A. Preparation of Polymer Composite Material with Fe₂O₃ Nanoparticles Synthesized with Low-temperature Plasma under Ultrasonic Action // AIP Conf. Proc. 2021. V. 2402. 020035.
18. Kaptakov M.O. Synthesis and Characterization of Polymer Composite Materials Based on Polyethylene and CuO Nanoparticles // AIP Conf. Proc. 2021. V. 2402. 020027.
19. Bulyshev N.A. Preparation of Stable Suspensions of ZnO Nanoparticles with Ultrasonically Assisted Low-temperature Plasma // Nanosci. Technol.: Int. J. 2021. V. 12. № 3. P. 91.
20. Bulyshev N.A. Study of Interaction of Surface-Active Polymers with ZnO Nanoparticles Synthesized in Ultrasonically Assisted Plasma Discharge // Nanosci. Technol.: Int. J. 2022. V. 13. № 1. P. 55.
21. Дорренс У.Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М.: Мир, 1966. 440 с.
22. Никитин П.В., Сотник Е.В. Катализ и излучение в системах тепловой защиты космических аппаратов. М.: Янус-К, 2013. 435 с.
23. Суржигов С.Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. М.: ИПМех РАН, 2011. 192 с.
24. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975.
25. Брыкина И.Г. Приближенные аналитические решения для тепловых потоков при трехмерном гиперзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 4. С. 125.
26. Брыкина И.Г., Русаков В.В., Щербак В.Г. Соотношения подобия для расчета пространственного химически неравновесного гиперзвукового вязкого обтекания затупленных тел. Отчет НИИ механики МГУ № 3971. М., 1990. 47 с.
27. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.