



# РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА



НАУКА

— 1727 —

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 69, номер 9, 2024

---

---

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

- Двухмодовое двухслойное планарное зеркало  
*С. Е. Банков* 833
- Спектры теплового микроволнового излучения пленки гомогенной нефти на воде  
*В. А. Голунов, М. Г. Евтихов* 842
- Оптимизация волноводной структуры реактора с плазмой, поддерживаемой мощным микроволновым излучением гиротрона на частоте 24 ГГц  
*Д. А. Мансфельд, Н. В. Чекмарев, С. В. Синцов, А. В. Водопьянов* 849
- Широкополосность диэлектрической радиопоглощающей структуры  
*В. И. Пономаренко, И. М. Лагунов* 855
- 

## АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

- Исследование поляризационного подавления шумовой помехи в главном луче пассивной фазированной антенной решетки при воздействии другой шумовой помехи по боковому лепестку антенны  
*И. С. Шурыгина, В. А. Кашин* 860
- 

## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

- Класс весовых функций с плоской вершиной и низкими боковыми лепестками спектра для гармонического анализа сигналов  
*Г. В. Зайцев, А. Д. Хзмалян* 866
- Об эффективности процедур статистических решений при дистанционном мониторинге окружающей среды  
*Ф. А. Мкртчян* 878
- Помехоустойчивость оптимального посимвольного приема сигналов с корректирующим кодированием в полях Галуа для каналов с замираниями  
*Л. Е. Назаров* 887
- 

## РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

- Оптомагнитные эффекты в центроантисимметричных и нецентросимметричных магнитоупорядоченных средах  
*А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский* 894
- Оценка параметров дефектов структуры композитных материалов с применением аппаратуры тепловизионного и вихретокового неразрушающего контроля  
*Б. А. Чичигин, Д. С. Малушин, А. М. Кокуров, Д. Е. Субботин* 904

---

## НАНОЭЛЕКТРОНИКА

- К вопросу о детектировании единичных доменов на основе аномального эффекта Холла  
*М. В. Степушкин* 912
- Эпитаксиальные пленки оксида никеля и диодные структуры на их основе  
*С. В. Аверин, В. А. Лузанов, В. А. Житов, Л. Ю. Захаров, В. М. Котов, М. П. Темирязева,  
Е. Н. Миргородская* 918
- 

## ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

- Геометризованная теория второго приближения при расчете электронных пушек  
с экранированным катодом  
*Т. М. Сапронова, В. А. Сыровой* 924
- 

## ХРОНИКА

- Памяти Дмитрия Сергеевич Лукина 931
- 
-

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

### ДВУХМОДОВОЕ ДВУХСЛОЙНОЕ ПЛАНАРНОЕ ЗЕРКАЛО

© 2024 г. С. Е. Банков

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация  
E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.12.2023 г.

После доработки 15.03.2024 г.

Принята к публикации 25.03.2024 г.

Рассмотрены планарные двухслойные двухмодовые зеркала, обеспечивающие одновременно отражение и переход с одного слоя на другой двух ортогональных волн. Зеркала исследованы путем численного электродинамического моделирования в системе HFSS. Показано, что исследованные варианты зеркал обеспечивают согласование по двум волнам на уровне  $-(20...34)$  дБ в диапазоне частот близком к 2.5:1, а также в диапазоне углов падения  $\pm 60^\circ$ . Обсуждается возможность применения двухмодовых зеркал для построения двухполяризационных остронаправленных антенн.

**Ключевые слова:** планарное зеркало, планарная антенна, двухполяризационная планарная антенна, плоский волновод

DOI: 10.31857/S0033849424090016, EDN: HSQRWL

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Двухслойные планарные зеркала активно используются в антенной технике для построения антенн с игольчатой или веерной диаграммой направленности (ДН). Классическим техническим решением в данной области, предложенным еще в середине XX столетия, является зеркало типа пилбокс [1]. Оно представляет собой два плоских волновода (ПВ) с общим экраном, расположенных один над другим и связанных через щель связи. Под ПВ понимается двумерная направляющая структура, образованная двумя параллельными металлическими экранами. Волны ПВ могут распространяться вдоль них в произвольном направлении.

Конструкция и принцип действия двухслойного планарного зеркала пилбокс схематично показаны на рис. 1.

Точечный излучатель, расположенный в точке фокуса  $F$ , формирует в нижнем ПВ систему расходящихся лучей. Доходя до щели связи и отражателя эти лучи меняют направление распространения и одновременно переходят из нижнего в верхний ПВ. Как показано на рис. 1, отражатель и щель связи, а следовательно, и планарное зеркало в целом имеют искривленную форму, которая обеспечивает изменение направления распространения лучей. В рассматриваемом примере форма зеркала такова, что в верхнем ПВ создается система параллельных лучей.

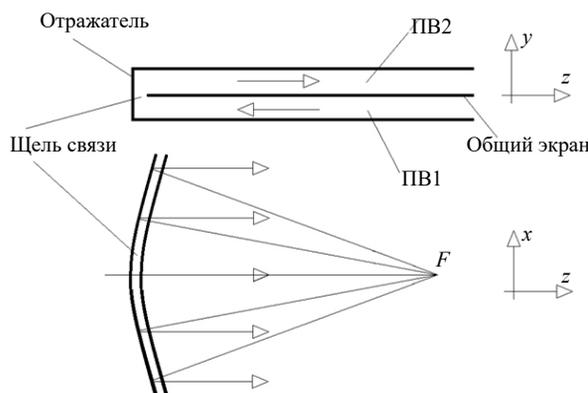


Рис. 1. Конструкция и принцип действия зеркала пилбокс.

Таким образом, можем сделать вывод, что двухслойное зеркало выполняет одновременно две функции. Оно передает энергию из одного ПВ в другой и преобразует необходимым образом геометрооптическую и волновую структуру поля. В показанном на рис. 1 примере зеркало преобразует систему расходящихся лучей или цилиндрическую волну нижнего ПВ в систему параллельных лучей или плоскую волну верхнего ПВ. Такое преобразование поля может быть эффективно использовано для создания антенн с игольчатыми или веерными ДН.

К числу несомненных достоинств двухслойных зеркал следует отнести отсутствие затенения

зеркала облучателем, которое характерно для однослойных планарных зеркал [2, 3], а также традиционных трехмерных рефлекторов. При построении на их основе зеркальных антенн приходится использовать офсетные несимметричные схемы [3], уступающие симметричным зеркальным системам по ряду показателей качества.

Развитие двухслойных зеркал и планарных антенн на их основе было связано с использованием технологии печатных схем СВЧ. В ряде работ были представлены антенны с двухслойными зеркалами, в которых ПВ выполнены в виде диэлектрической подложки. На поверхностях подложки были расположены полосковые проводники, выполняющие функцию экранов [4–7]. При этом в качестве отражателя использована решетка металлизированных отверстий. Такая структура может быть изготовлена в едином технологическом цикле.

Излучающая часть планарной антенны данного типа чаще всего представляет собой двумерную щелевую решетку. Щели выполняются в верхнем экране верхнего ПВ (см. рис. 1). Решетка имеет игольчатую ДН. В литературе рассматривались два варианта построения излучающей части: в первом – щели возбуждались непосредственно волнами ПВ [8], во втором – в ПВ формировалась система параллельных SIW-волноводов, волны которых использовались для последовательного возбуждения щелей [9]. Решетка на основе ПВ имеет более простую конструкцию. Преимуществом решетки на SIW-волноводах является возможность создания многолучевых антенн [4–7]. Для этого в нижнем ПВ располагается система облучателей, размещенных вдоль фокальной кривой планарного зеркала. Каждый из них формирует в верхнем ПВ пучок параллельных лучей, имеющих разное направление распространения в плоскости  $XOZ$ . Каждый пучок независимо возбуждает щелевую решетку и формирует в пространстве ДН с отклоненным в плоскости  $XOY$  лучом. Нетрудно увидеть, что поверхность решетки в антенне на SIW-волноводах используется с большей эффективностью, чем в антенне на ПВ.

В работе [7] исследована двухзеркальная многослойная система. Отсутствие затенения в двухслойных зеркалах использовано для создания нового типа широкоугольной системы, имеющей низкий уровень оптических аберраций. Подчеркнем, что реализация подобной системы на однослойных планарных и трехмерных зеркалах невозможна, поскольку размеры субрефлектора сравнимы с размерами главного зеркала. Такой субрефлектор будет затенять главное зеркало практически полностью.

Важно, что все обсуждаемые структуры выполнены на основе одномодовых ПВ, в которых распространяется только основная Т-волна. Аналогично размеры SIW-волноводов выбираются так, чтобы они работали в одномодовом режиме. В этом случае поляризация излученных

в пространство волн полностью определяется ориентацией щелей. Создание двухполяризационной антенны возможно только при использовании вместо одномодового ПВ двухмодовой планарной направляющей структуры. Пример такой антенны представлен в работе [10], в которой рассматривается планарный диэлектрический волновод, поддерживающий распространение двух основных волн разной поляризации. В качестве излучающей структуры используются канавки в диэлектрике.

Отметим, что создание планарных двухполяризационных антенн является весьма актуальной задачей, поскольку они имеют хорошие перспективы практического использования в различных радиоэлектронных системах связи, локации и т.д.

Оставаясь в рамках зеркальной схемы построения планарной антенны, можем сделать вывод, что использование двухмодового планарного волновода требует применения двухслойного двухмодового планарного зеркала (ДДПЗ). Такое зеркало должно независимо выполнять свои функции одновременно для двух ортогональных волн.

Цель данной работы – исследовать несколько вариантов ДДПЗ на основе ПВ и определить их потенциально достижимые технические характеристики. Исследование ДДПЗ проводится при помощи системы численного электродинамического моделирования HFSS.

## 2. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассмотрим кратко конструкцию планарной двухполяризационной антенны, частью которой ДДПЗ является. В качестве двухмодового планарного волновода был выбран ПВ с системой полосковых линий (ПЛ) (рис. 2), назовем такую структуру двухмодовым ПВ (ДПВ).

На рис. 2б показан фрагмент излучающей решетки. В ПВ с ПЛ могут независимо распространяться ортогональные волны двух типов: основная Т-волна ПВ и основная Т-волна ПЛ. Поле волны ПЛ сосредоточено около полоскового проводника, поэтому она не возбуждает удаленные от него поперечные щели, но при этом активно взаимодействует за счет изгибов ПЛ с продольными щелями. Волна ПВ, наоборот, не возбуждает продольные щели, так как они не «разрезают» ее продольные токи и взаимодействует с поперечными щелями.

Для возбуждения ДПВ (рис. 2а) предлагается использовать планарное зеркало, изображенное на рис. 3, которое состоит из двух нижних ПВ<sub>1,2</sub> и двух верхних ПВ<sub>1,2</sub>. Нижние ПВ<sub>1,2</sub> возбуждаются независимыми источниками. Верхний и нижний ПВ<sub>1</sub> связаны через щель связи шириной  $s_1$ . Верхний и нижний ПВ<sub>2</sub> связаны через вертикальный канал шириной  $s_2$ . Общий экран верхних ПВ в области  $z > L$  трансформируется при помощи плавных или ступенчатых переходов в решетку ПЛ (рис. 4). Таким образом, выполняется переход от

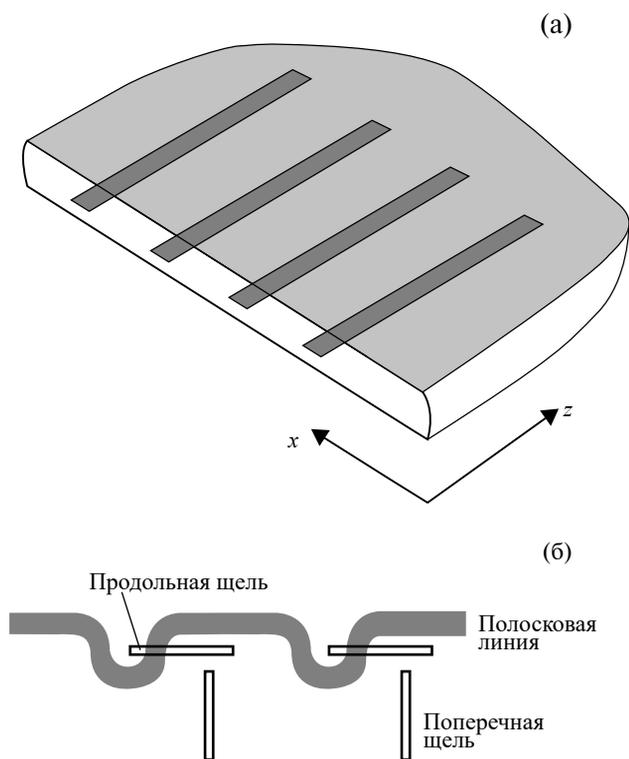


Рис. 2. Двухмодовый ПВ (а) и конфигурация щелей излучающей решетки (б).

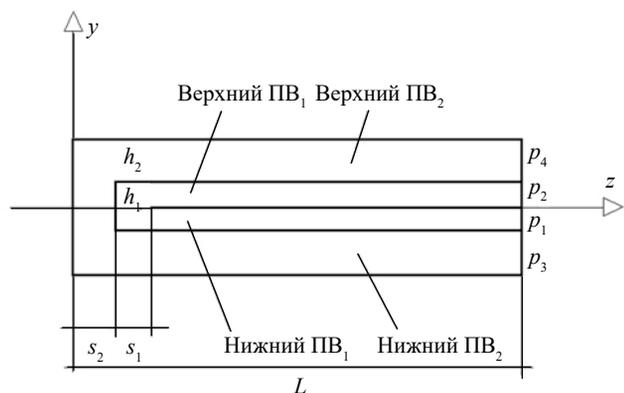


Рис. 3. Двухмодовое двухслойное планарное зеркало.

одномодовых верхних ПВ к ДПВ, на основе которого строится излучающая решетка.

Из изложенного выше видно, что предлагаемая двухполяризационная антенна является сложной структурой, содержащей несколько новых элементов, к которым можно отнести излучающую решетку на основе ДПВ, двухмодовое двухслойное зеркало, переход от изолированных одномодовых ПВ на двухмодовый ПВ, возбуждатель ПВ. В данной статье исследуется только двухмодовое двухслойное зеркало.

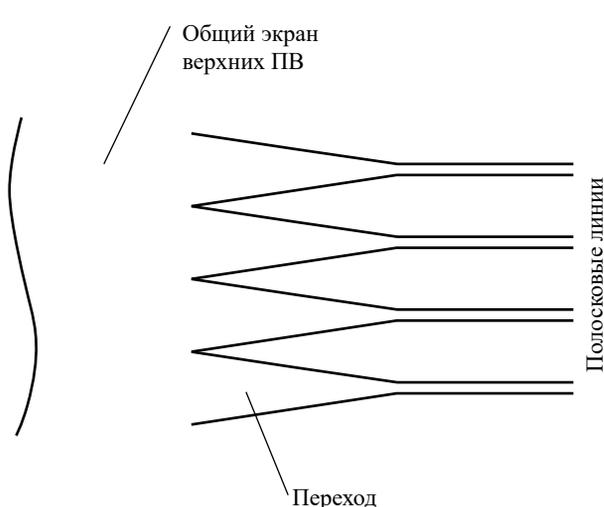


Рис. 4. Топология общего экрана верхних ПВ.

В ряде работ, посвященных анализу планарных зеркал, их исследование включало два этапа. На первом рассматривалось прямолинейное зеркало, которое возбуждалось плоскими волнами ПВ, падающими под произвольными углами. Прямолинейное зеркало не меняет лучевую структуру падающего поля, а лишь осуществляет передачу энергии с одного слоя на другой, поэтому такая структура получила название межслойного перехода. Такой переход должен быть хорошо согласован в полосе частот и в секторе углов падения. Исходя из этого требования, определяются его параметры.

На втором этапе планарное зеркало рассматривается как оптическая система: проводится синтез его поверхности, учитывается влияние кривизны, определяется уровень оптических aberrаций [11]. При этом параметры, найденные на первом этапе, остаются неизменными.

Как показано в работах [4–7], разделение исследования и оптимизации планарного зеркала на этапы полностью оправдало себя, поскольку таким образом одна сложная задача сводится к двум, существенно более простым, без потери точности окончательных результатов. Поэтому в данной работе при анализе ДДПЗ будем следовать этой методике и рассмотрим прямолинейное ДДПЗ.

Структура, показанная на рис. 3, представляет собой два изолированных СВЧ-четырёхполюсника. Первый четырёхполюсник имеет порты  $p_{1,2}$ , а второй порты  $p_{3,4}$ . Порты возбуждаются основными Т-волнами соответствующих ПВ, падающими на ДДПЗ под углом падения  $\theta$ . Угол падения отсчитывается от оси  $Oz$ . Анализируемая структура однородна вдоль оси  $Ox$ . Назовем четырёхполюсник с портами  $p_{1,2}$  первым одномодовым двухслойным планарным зеркалом (ОДПЗ), а четырёхполюсник с портами  $p_{3,4}$  – вторым ОДПЗ. Вместе они составляют ДДПЗ.

К ДДПЗ предъявляется требование минимизации коэффициентов отражения  $S_{11}, S_{33}$  в полосе частот  $\Delta f$  и в секторе углов падения  $|\theta| < \theta_{\max}$ . Такая формулировка целевой функции оптимизации достаточно очевидна. Менее очевидным является требование минимизации пространственной дисперсии коэффициентов передачи  $S_{21}, S_{43}$ . Она выражается в зависимости фаз коэффициентов  $S_{11}, S_{33}$  от угла падения.

### 3. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОДПЗ

Отсутствие связи между первым и вторым ОДПЗ позволяет анализировать их по отдельности. Модель для численного электродинамического моделирования первого ОДПЗ (рис. 5а) имеет ряд особенностей, связанных с возможностями HFSS. Анализируемая структура бесконечна по оси  $0y$ . Ее непосредственный анализ с помощью HFSS невозможен, поэтому модель должна быть ограничена по указанной оси и при этом сохранить эквивалентность исходной бесконечной структуре. Для этого необходимо использовать периодические граничные условия [12].

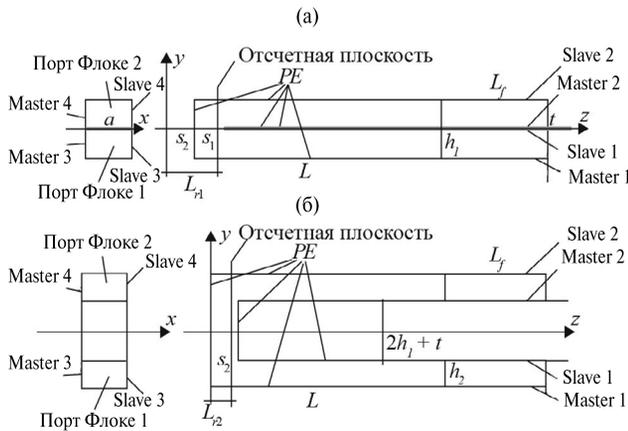


Рис. 5. Модель первого (а) и второго (б) ОДПЗ для электродинамического моделирования.

Как видно из рис. 5, модель по оси  $0y$  имеет размер  $a$ . Он может быть выбран произвольно в пределах

$$a < \lambda / 2, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве на максимальной частоте. В нашем случае  $a = 1$ . Здесь и далее все размеры приводятся в миллиметрах.

Как видим, верхний и нижний ПВ в электродинамической модели трансформировались

в волноводы прямоугольной формы, так называемые волноводы Флоке. На их вертикальных стенках с помощью поверхностей master 3,4, slave 3,4 установлены периодические граничные условия. Параметры периодичности заданы с помощью углов сферической системы координат  $\varphi, \theta$ . Так как волны ПВ распространяются в плоскости  $XOZ$ , то угол  $\varphi$  не меняется и равен нулю. Угол  $\theta$  в граничных условиях совпадает с углом падения волны ПВ.

Каналы Флоке разделены на два участка длиной  $L$  и  $L_f$ . На первом участке горизонтальные стенки идеально проводящие (PE на рис. 5а), так же как и в исходной структуре. На втором участке длиной  $L_f$  на этих стенках поверхностями master 1, 2, slave 1, 2 заданы периодические граничные условия. Длина первого участка  $L$  выбирается таким образом, чтобы все нераспространяющиеся волны, возбужденные в области щели связи, затухли и полное поле можно было считать равным полю основной Т-волны.

К сожалению, система HFSS не позволяет установить порты в волноводе, у которого две стенки идеально проводящие, а на двух других стенках выполняются периодические граничные условия. Порт Флоке может быть установлен только в так называемом волноводе Флоке, у которого периодические условия выполняются на всех стенках, как на участке длиной  $L_f$ . Именно по этой причине единый канал Флоке был разделен на две части. При этом возникает законный вопрос о регулярности их сочленения.

Известно, что волновод Флоке имеет две основные волны. При  $\varphi = 0$  одна из них поляризована вдоль оси  $0y$ , а другая вдоль оси  $0x$ . Из теории антенных решеток [13] известно, что волновод Флоке с волной первого типа эквивалентен волноводу с тем же сечением, у которого на горизонтальных стенках выполняются условия идеальной проводимости. Отсюда следует, что для этой волны стык двух волноводов не является нерегулярностью, порождающей отраженные волны. Таким образом, мы можем сделать вывод, что модель на рис. 5а эквивалентна исходной структуре и одновременно может анализироваться как СВЧ-многополюсник с двумя портами.

Отметим, что в электродинамической модели отсчетные плоскости портов смещены относительно точки  $z = s_1 + L + L_f$ , в которой располагаются порты, как показано на рис. 5а. Положение отсчетных плоскостей характеризуется параметром  $L_{r1}$ .

Обратим также внимание на то, что верхний и нижний волноводы разделены зазором толщиной  $t$ . Данное обстоятельство позволяет учесть конечную толщину общего экрана разделяющего ПВ. При этом наличие зазора позволяет корректно задать граничные условия на поверхностях структуры.

Важно также отметить, что HFSS позволяет устанавливать порт Флоке только в волноводе с однородным воздушным заполнением, поэтому структура, показанная на рис. 5а, не содержит диэлектриков. Однако реальная конструкция, тем более конструкция, реализуемая методами печатной технологии, должна содержать диэлектрические подложки. Модель с воздушным заполнением не исключает возможность анализа структур с однородным диэлектрическим заполнением. Для этого в результатах, полученных для воздушного заполнения, необходимо пропорционально  $\sqrt{\epsilon}$  изменить частотную шкалу (здесь  $\epsilon$  – относительная проницаемость диэлектрика).

Модель второго ОДПЗ показана на рис. 5б. Она строится аналогично модели первого зеркала, поэтому подробно на ней останавливаться не будем.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Оптимизация ОДПЗ и выбор их параметров состоит из трех этапов. На первом этапе рассчитывались параметры рассеяния зеркал для фиксированного тестового угла падения, который был выбран равным  $30^\circ$ . Для него находили оптимальные значения областей связи  $s_{1,2}$ . Расчеты проводили в диапазоне 4...10 ГГц. На втором этапе исследовали зависимость фаз коэффициентов передачи зеркал от угла падения  $\theta$  и расстояний  $L_{r1,2}$  на центральной частоте диапазона  $f = 7$  ГГц. Эти расчеты позволили выбрать оптимальное положение отсчетной плоскости, при котором зависимость фазы коэффициента передачи минимальна. На третьем этапе для выбранных геометрических параметров рассчитывались параметры в зависимости от частоты и угла падения, что позволило оценить качество согласования зеркала в диапазоне частот и секторе углов падения.

На рис. 6 представлена частотная зависимость модуля коэффициента отражения, полученная для первого ОДПЗ при  $s_1 = 0.4$ ,  $h_1 = 0.5$  и углах падения  $\theta = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60$  град. Видно, что зеркало согласовано во всем частотном диапазоне и секторе углов падения на уровне, меньшем  $-36$  дБ, что можно оценить как очень хорошее согласование.

На рис. 7 представлена зависимость фазы коэффициента передачи первого ОДПЗ от угла падения, полученная на частоте 7 ГГц для геометрических параметров, приведенных выше,  $s_2 = 1.2$  и  $L_{r1} = 3, 2, 1, 0, -1$ . Видно, что минимальные изменения фазы имеют место при  $L_{r1} = 1$ .

Интересно исследовать характеристики структуры в зависимости от высоты ПВ  $h_1$ . Рассмотрим численные результаты для  $h_1 = 1$ . На рис. 8 показана частотная зависимость коэффициента отражения ОДПЗ, полученная при  $s_1 = 1.2$ ,  $\theta = 0, 10, 20, 30, 40, 50$  град. Видно, что увеличение параметра  $h_1$

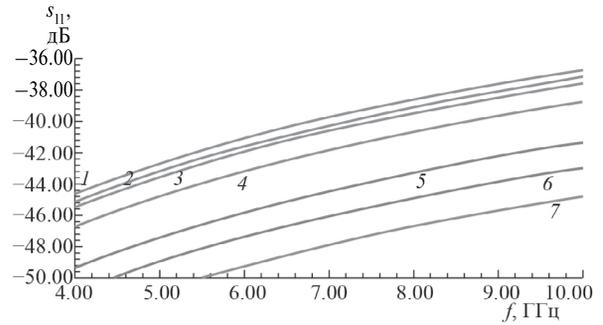


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента отражения первого ОДПЗ при  $h_1 = 0.5$  и углах падения  $\theta = 0$  (1),  $10$  (2),  $20$  (3),  $30$  (4),  $40$  (5),  $50$  (6),  $60$  град (7).

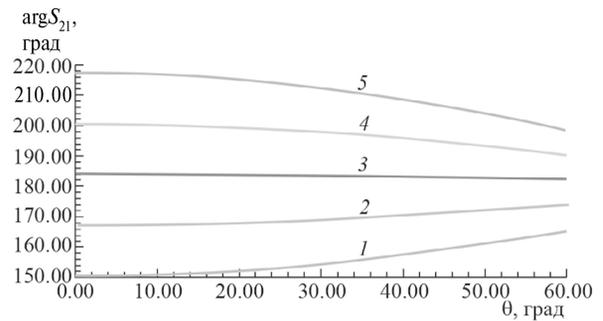


Рис. 7. Зависимость фазы коэффициента передачи первого ОДПЗ от угла падения при  $L_{r1} = 3$  (1),  $2$  (2),  $1$  (3),  $0$  (4) и  $-1$  (5).

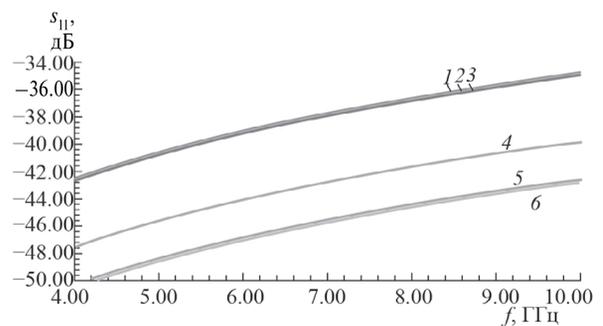


Рис. 8. Частотная зависимость коэффициента отражения первого ОДПЗ при  $h_1 = 1$ ,  $s_1 = 1.2$  и углах падения  $\theta = 0$  (1),  $10$  (2),  $20$  (3),  $30$  (4),  $40$  (5) и  $50$  град (6).

вдвое не ухудшило уровень согласования первого ОДПЗ, коэффициент отражения от которого не превышает  $-34$  дБ.

Перейдем далее к анализу численных результатов полученных для второго ОДПЗ. Начнем со случая  $h_1 = 0.5$ . На рис. 9 показана частотная зависимость коэффициента отражения второго ОДПЗ, рассчитанная при  $s_2 = 1.2$ ,  $h_2 = 1.5$ ,  $h_1 = 0.5$  и  $\theta = 0, 10, 20, 30, 40, 50$  град. Видно, что второе ОДПЗ весьма хорошо согласовано в диапазоне частот 4...10 ГГц и в секторе углов падения  $\theta_{max} = 50^\circ$ .

На рис. 10 представлена зависимость фазы коэффициента передачи  $S_{43}$  от угла падения на частоте 7 ГГц и  $L_{r2} = 3, 2, 1, 0, -0.5$ . Минимальная зависимость фазы коэффициента передачи соответствует  $L_{r2} = -0.25$ . Нетрудно заметить, что мы получили разные значения для оптимального положения отсчетной плоскости первого и второго ОДПЗ. Напомним, что ее оптимальное положение для первого зеркала имеет место при  $L_{r1} = 1$ .

Отметим, что с разных точек зрения удобно иметь общую отсчетную плоскость, на которой изменения фазы для обоих ОДПЗ не превышают некоторый допустимый уровень. Рассмотрим фазовые характеристики зеркал при  $L_r = (L_{r1} + L_{r2}) / 2 \approx 0.36$ . В этом случае единая отсчетная плоскость ДДПЗ расположена посередине между оптимальными отсчетными плоскостями двух ОДПЗ.

На рис. 11 показана зависимость фазы коэффициента передачи от угла падения при  $L_r = 0.36$ . Выбор общей для ДДПЗ отсчетной плоскости приводит к изменениям фазы в секторе  $70^\circ$  в  $10^\circ$  для первого ОДПЗ и  $5^\circ$  для второго ОДПЗ. Отметим, что на практике при проектировании зеркальных систем весьма редко встречаются структуры с углами падения лучей, большими  $40...50$  град. В таком секторе углов падения изменения фазы для первого ОДПЗ не превышают  $5^\circ$ , а для второго ОДПЗ  $3.5^\circ$ . Фазовыми ошибками такой величины обычно пренебрегают. Поэтому можем считать, что в секторе углов падения  $40...50$  град при использовании общей отсчетной плоскости пространственной дисперсией коэффициентов передачи можно пренебречь.

Отметим, что малая пространственная дисперсия не исключает того факта, что фазы коэффициентов передачи  $S_{21}, S_{43}$  отличаются примерно на  $25^\circ$ . Эта разность фаз может быть существенной для перехода от двух изолированных ПВ к ДПВ (см. разд. 2). Она может быть скомпенсирована введением в конструкцию ДДПЗ дополнительных фазосдвигающих элементов. Однако значительно проще это сделать в возбuditеле первого и второго ПВ. Данный вопрос будет рассмотрен в следующем разделе.

В заключение данного раздела рассмотрим влияние параметра  $h_1$  на согласование второго ОДПЗ. Как и ранее, положим  $h_1 = 1$ . При этом пусть  $h_2 = 1$ . Таким образом, общая высота двух ПВ остается равной 2. Оптимизация по коэффициенту отражения второго ОДПЗ при  $\theta = 30^\circ$  дает оптимальное значение параметра  $s_2 = 1$ . На рис. 12 показана частотная зависимость коэффициента отражения второго ОДПЗ при углах падения  $\theta = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60^\circ$ . Видно, что коэффициент отражения зеркала увеличился по сравнению с результатами, представленным на рис. 9, но, тем не менее, он не превышает приемлемый уровень  $-23$  дБ.

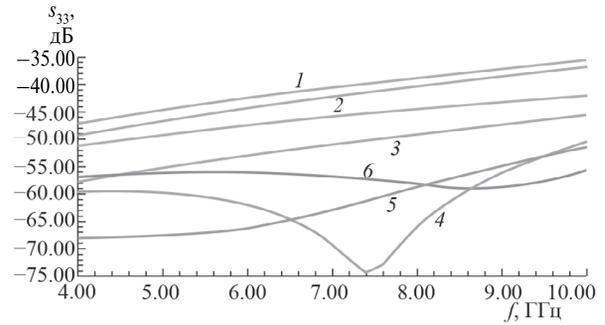


Рис. 9. Частотная зависимость коэффициента отражения второго ОДПЗ при  $h_1 = 0.5$  и углах падения  $\theta = 0$  (1),  $10$  (2),  $20$  (3),  $30$  (4),  $40$  (5) и  $50$  град (6).

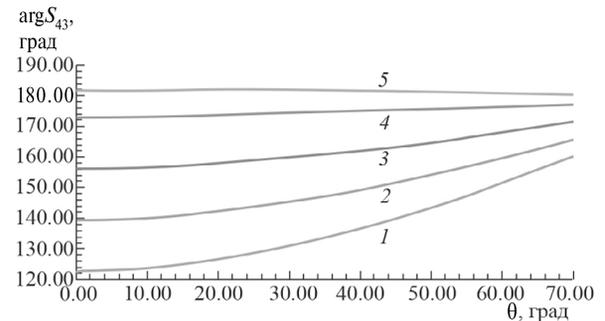


Рис. 10. Зависимость фазы коэффициента передачи второго ОДПЗ от угла падения при  $L_{r2} = 3$  (1),  $2$  (2),  $1$  (3),  $0$  (4) и  $-0.5$  (5).

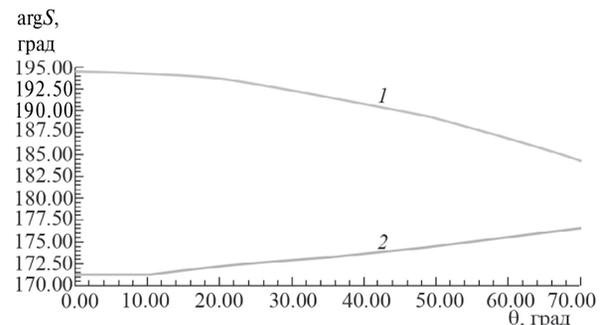


Рис. 11. Зависимость фазы коэффициента передачи первого (1) и второго (2) ОДПЗ от угла падения при  $L_r = 0.36$ .

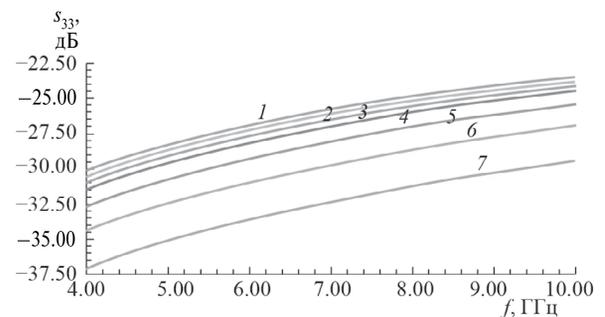


Рис. 12. Частотная зависимость коэффициента отражения второго ОДПЗ при  $h_1 = 1$  и углах падения  $\theta = 0$  (1),  $10$  (2),  $20$  (3),  $30$  (4),  $40$  (5) и  $50$  (6) и  $60$  град (7).

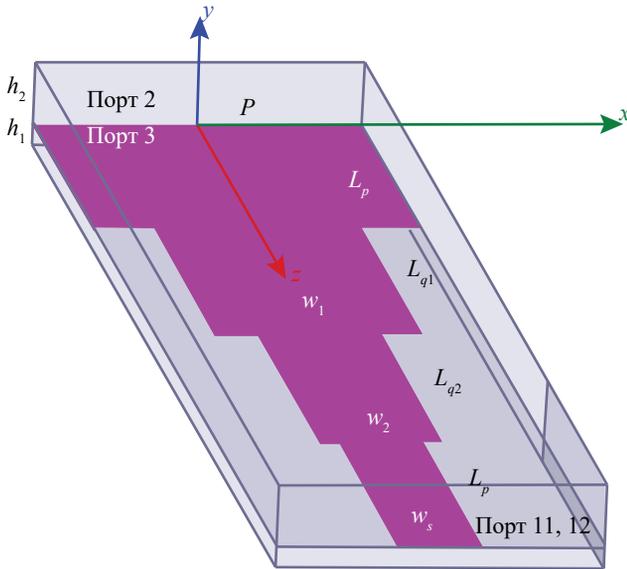


Рис. 13. Модель перехода.

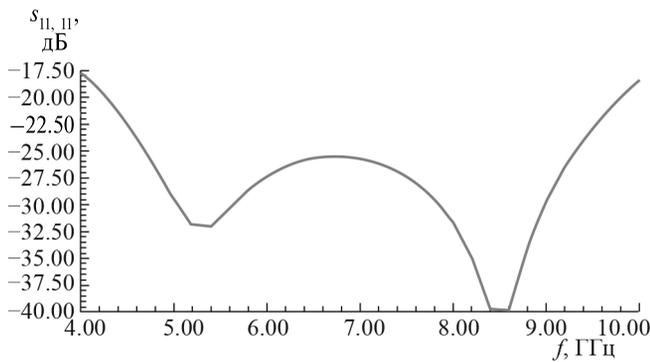


Рис. 14. Частная зависимость коэффициента отражения ДПВ по волне ПЛ.

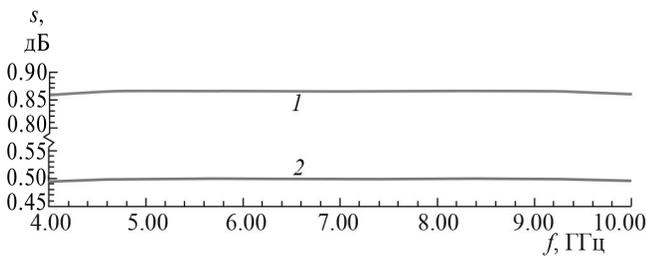


Рис. 15. Частотная зависимость коэффициентов передачи \$S\_{11,2}\$ (1) и \$S\_{11,3}\$ (2).

Отметим, что в рассмотренном выше примере, первое и второе ОДПЗ построены на основе ПВ одинаковой высоты равной 1. Из этого следует, что соответствующий им ДПВ содержит симметричные ПЛ, применение которых имеет ряд преимуществ по сравнению с несимметричными ПЛ.

5. ПЕРЕХОД ОТ ИЗОЛИРОВАННЫХ ПВ К ДПВ

Рассмотрим переход от двух изолированных ПВ на один ДПВ с решеткой ПЛ (см. рис. 2а, 4). Полагаем, что анализируемая структура бесконечна и периодична вдоль оси \$Ox\$. В этом случае ее анализ при помощи периодических граничных условий сводится к расчету матрицы рассеяния канала Флоке, который показан на рис. 13.

Мы рассматриваем случай синфазного возбуждения решетки ПЛ. Согласно [13] в этом случае на вертикальных стенках канала Флоке поверхности master, slave можно заменить идеальными магнитными стенками. По этой причине на торцах структуры допустимо определить вместо портов Флоке волновые порты 1-3, как показано на рис. 13. При этом порт 1 – двухмодовый порт. В нем волна первого типа – это волна ПЛ, а волна второго типа – волна ТЕМ-волновода с двумя электрическими горизонтальными стенками и двумя магнитными вертикальными стенками.

В данном примере мы рассматриваем ступенчатый двухсекционный переход, состоящий из двух секций длины \$L\_{q1,2}\$ и шириной \$w\_{1,2}\$. Ширина выходной ПЛ – \$w\_s\$. Геометрические размеры перехода выбирались из условия минимизации коэффициента отражения от порта 1 волны первого типа \$S\_{11,11}\$.

На рис. 14 показана результирующая частотная зависимость указанного коэффициента отражения. Кривая на рис. 14 получена для \$L\_{q1,2} = 10.3\$, \$w\_{1,2} = 5,3\$, \$w\_s = 2\$, \$h\_1 = 0.5\$, \$h\_2 = 1.5\$. Видно, что практически во всем частотном диапазоне 4...10 ГГц переход согласован на уровне -20 дБ. Качество согласования может быть улучшено за счет увеличения числа секций перехода.

На рис. 15 представлена частотная зависимость коэффициентов передачи \$S\_{11,2}\$ и \$S\_{11,3}\$ из портов 2, 3 в волну первого типа порта 1.

Отметим, что коэффициенты передачи в волну второго типа с высокой точностью удовлетворяют соотношениям

$$S_{12,2} = S_{11,3},$$

$$S_{12,3} = S_{11,2},$$

$$|S_{12,2}|^2 + |S_{12,3}|^2 = 1.$$

Представляют интерес фазовые характеристики перехода. Для их описания введем параметры \$d\phi\_{1,2}\$:

$$d\phi_1 = \arg S_{11,2} - \arg S_{11,3},$$

$$d\phi_2 = \arg S_{12,2} - \arg S_{12,3}.$$

На рис. 16 представлена частотная зависимость параметров  $d\varphi_{1,2}$ . Видно, что введенные согласно формуле (2) параметры постоянны и равны 180 и 0 град. Отсюда следует, что для возбуждения только полосковой волны амплитуды падающих волн  $u_{i2,3}$  в портах 2,3 должны удовлетворять следующему соотношению:

$$\frac{u_{i2}}{u_{i3}} = -\frac{|S_{11,3}|}{|S_{11,2}|}. \quad (4)$$

При выполнении условия (4) волна второго типа в ДПВ не возбуждается. Другое равенство

$$\frac{u_{i2}}{u_{i3}} = \frac{|S_{11,2}|}{|S_{11,3}|} \quad (5)$$

задает условие селективного возбуждения волны второго типа.

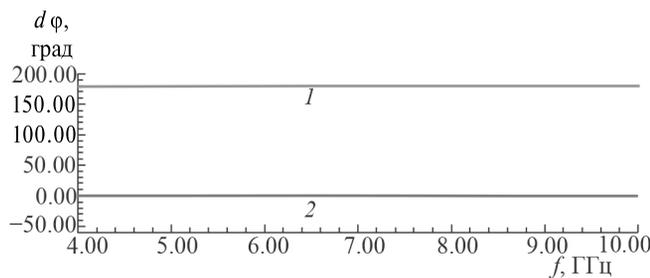


Рис. 16. Частотная зависимость параметров  $d\varphi_1$  (1) и  $d\varphi_2$  (2).

Из соотношений (4), (5) видно, что волны ПВ на выходе ДДПЗ должны иметь определенные амплитуды, а их фазы должны отличаться на 180 или 0 град. Как отмечено в разд. 4, ДДПЗ создает между волнами ПВ разность фаз около  $25^\circ$ . Если ее не скомпенсировать, то селективное возбуждение волн ДПВ будет проходить с погрешностью, которая, в свою очередь, приведет к ухудшению поляризационных параметров излучающей решетки. Отмеченную компенсацию фазы можно реализовать в возбuditеле ДДПЗ.

Одна из возможных схем построения возбuditеля ДДПЗ показана на рис. 17. Она состоит из направленного ответвителя (НО) и фазосдвигателя (ФСД). При подаче на вход НО волны единичной амплитуды она делится в отношении  $|S_{11,2}|/|S_{11,3}|$ .

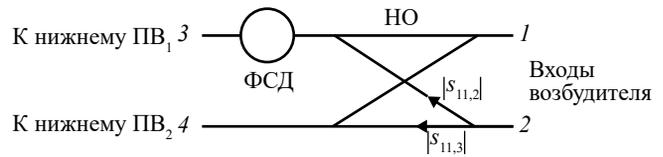


Рис. 17. Структурная схема возбuditеля: 1...4 — номера входов, НО — направленный ответвитель, ФСД — фазосдвигатель.

Фазосдвигатель вносит фазовый сдвиг  $\Delta\varphi$ :

$$\Delta\varphi = -(90^\circ + \Delta\varphi_{\text{ПЗ}}),$$

где  $\Delta\varphi$  — фазовый сдвиг между каналами ДДПЗ, который в рассмотренном примере равен  $25^\circ$ . Можно увидеть, что построенный по предложенной схеме возбuditель с учетом сделанных выше допущений селективно возбudit в ДПВ волну первого типа при подаче сигнала на вход 2 и волну второго типа при возбуждении входа 1.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что предложенный вариант ДДПЗ хорошо согласован по всем своим входам в широком диапазоне частот с отношением верхней частоты диапазона к нижней 2.5 и в широком секторе углов  $\pm 60^\circ$ . Показано, что уровень согласования слабо зависит от высоты ПВ, образующих ДДПЗ. Также показано, что для ДДПЗ может быть определена единая отсчетная плоскость, обеспечивающая допустимую зависимость фаз коэффициентов передачи от угла падения волны ПВ. Рассмотрен также переход от двух изолированных ПВ к ДПВ и сформулированы требования к возбuditелю ДДПЗ.

Представленное исследование является первым шагом на пути создания принципов построения двухполяризационных планарных антенных решеток. Полученные технические характеристики предложенной конструкции ДДПЗ свидетельствуют о перспективности его практического использования в таких антеннах.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке бюджетного финансирования в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rotman W.* // IRE Trans. 1958. V. 6. № 1. P. 96.  
https://: doi: 10.1109/TAP.1958.1144548
2. *Cheng Y.J., Hong W., Wu K., Fan Y.* // IEEE Trans. 2011. V. AP-59. № 1. P. 40.  
https://: doi : 10.1109/TAP.2011.2109695
3. *Albani M., Balling P., Ettorre M. et al.* // 2 nd Europ. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP-2007). Edinburgh. 11-16 Nov. N.Y.: IEEE, 2007. Paper No. 0848.  
https://: doi: 10.1049/ic.2007.0848
4. *Банков С.Е., Грачев Г.Г., Дуленкова М.Д., Фролова Е.В.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 6. С. 552.  
https://: doi: 10.7868/S0033849414060059
5. *Ettorre M., Sauleau R., Le Coq L.* // IEEE Trans. 2011. V. AP-59. № 4. P. 1093.  
https://: doi: 10.1109/TAP.2011.2109695
6. *Ettorre M., Sauleau R., Le Coq L., Bodereau F.* // IEEE Antenna Wireless Propagation Lett. 2010. V. 9. № 9. P. 859.  
https://: doi: 10.1109/LAWP.2010.2071850
7. *Банков С.Е., Фролова Е.В.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 5. С. 463.  
https://: doi: 10.7868/S0033849417050023
8. *Банков С.Е.* // РЭ. 2004. Т. 49. № 6. С. 701.
9. *Hirokuwa J., Ando M., Goto N. et al.* // Proc. IEEE Antennas and Propagation Soc. Int. Symp. Ann Arbor. 28 Jun. – 02 Jul. 1993. N.Y.: IEEE, 1993. Paper No. 385385.  
https://: doi: 10.1109/APS.1993.385385
10. *Калошин В.А.* Антенна. А.с. СССР № 1256114. Опубл. 07.09.1986. БИ. № 33.
11. *Klionovski K., Bankov S., Shamim A.* // IEEE Open J. Antennas and Propagation. 2020. V. 1. P. 419.  
https://: doi: 10.1109/OJAP.2020.3016425
12. *Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М.* Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012.
13. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.

**DUAL MODE DUAL LAYER PLANAR MIRROR**

**S. E. Bankov**

*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,  
Mokhovaya Str., 11, Build. 7, Moscow, 125009 Russian Federation  
E-mail: sbankov@yandex.ru*

Received December 23, 2023, revised March 15, 2024, accepted March 25, 2024

Planar dual layer and dual mode mirror is considered. The mirror provides simultaneously reflection and transition from one layer to another for two orthogonal modes. The mirror is investigated by electromagnetic simulation in HFSS system. The investigated variants of mirrors provide dual mode matching at  $-(20...34)$  dB level in frequency range 2.5:1 and in the range of angles of incidence  $\pm 60^\circ$ . Application of dual mode mirrors for dual polarized narrow beam planar antennas design is discussed.

*Keywords:* planar mirror, planar antenna, dual polarized planar antenna, parallel plate waveguide

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 535.36; 621.396.11

### СПЕКТРЫ ТЕПЛООВОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛЕНКИ ГОМОГЕННОЙ НЕФТИ НА ВОДЕ

© 2024 г. В. А. Голунов\*, М. Г. Евтихов

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: golsnow@mail.ru

Поступила в редакцию 05.07.2023 г.

После доработки 12.11.2023 г.

Принята к публикации 24.12.2023 г.

Выполнены расчеты спектральных зависимостей радиояростной температуры плоской поверхности гомогенной нефтяной пленки на воде от вида поляризации, угла наблюдения, толщины пленки и термодинамической температуры воды в интервале частот 15...40 ГГц. Разработан алгоритм обработки данных дистанционного зондирования, позволяющий в полосе частот 25...40 ГГц существенно уменьшить влияние атмосферы и термодинамической температуры воды на идентификацию интерференционных зависимостей выходного сигнала радиометров от толщины нефтяной пленки. При этом исключается необходимость проведения абсолютной калибровки радиометров.

*Ключевые слова:* нефтяная пленка, поверхность воды, радиояростная температура, излучение атмосферы, микроволны, алгоритм обработки

DOI: 10.31857/S0033849424090021, EDN: HSONMN

#### ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных задач экологического мониторинга речных и морских акваторий является обнаружение и оценка объема разливов нефти. Самую серьезную опасность представляют крупные аварийные разливы нефти и нефтепродуктов при крушении танкеров и взрывы нефтяных платформ. Предупредить все возможные катастрофы на сегодняшний день практически невозможно. Разработка быстрого и эффективного мониторинга разливов нефти является одним из необходимых условий для их своевременной ликвидации и предотвращения тяжелых экологических последствий.

Для обнаружения зон разлива нефти используются разнообразные средства: от оптических до радиолокационных [1–6]. Одной из проблем при ликвидации разливов нефти на воде является определение распределения толщины слоя нефти, поскольку большая часть нефти может содержаться в небольшой части площади разлива [1]. Знание расположения толстых пятен позволяет более эффективно использовать ресурсы очистки.

Проблема измерения толщины слоя нефти на воде решается в течение последних 30...40 лет. Ряд используемых методов измерения толщины нефти включает инфракрасное изображение, лазерную флуоресценцию, оптическое изображение

и радиометрию микроволнового диапазона. Наиболее перспективным признается метод пассивного дистанционного зондирования. Суть метода заключается в приеме теплового излучения водной поверхности на двух и более частотах микроволнового диапазона, поскольку интенсивность теплового излучения периодическим образом зависит от толщины слоя нефти. Существенным преимуществом использования теплового излучения микроволнового диапазона является возможность круглосуточного измерения толщины слоя нефти. Однако интенсивность теплового излучения поверхности зависит, кроме частоты излучения и толщины нефтяного слоя, от диэлектрических свойств и температуры нефти и воды, а также от подсвечивающего излучения атмосферы, вносящего вклад в интенсивность принимаемого радиометром теплового излучения водной поверхности. Таким образом, решение задачи восстановления толщины слоя нефти на воде затрудняется вследствие множества неизвестных параметров. Очевидно, что наибольшие трудности возникают при зондировании только на двух частотах, поскольку для решения задачи требуются априорная информация о параметрах воды и нефти (особенно, если нефть эмульгирована) и прецизионная калибровка радиометров на ортогональных поляризациях [7].

Более перспективным направлением является многочастотное зондирование. Впервые широкие возможности многочастотного зондирования показаны в [5] на примере результатов измерения радиояркостной температуры однородного слоя нефти на шестнадцати частотах в диапазоне от 26 до 40 ГГц. Однако дальнейшего развития эти исследования не имели, что, возможно, было связано с трудно реализуемым по тем временам техническим решением. К настоящему времени известны лишь два радиометрических комплекса, применяемых в полевых условиях. Один из них представляет собой коммерческий бортовой сканирующий трехчастотный (18.7; 36.5 и 89 ГГц) радиометр OPTIMARE, (<https://www.optimare.de/airborne-sensors/mwt-p>) способный измерять толщину пленки нефти от 0.05 до 3 мм. Особенности калибровки радиометров и использования какой-либо априорной информации не известны.

Другой комплекс представляет собой переносной поляризационный двухчастотный (12 и 34 ГГц) радиометрический измеритель [8]. Для измерения толщины пленки нефти на воде от 0.2 до 12 мм необходимо, чтобы угол зондирования составлял  $55^\circ$  от нормали и имелась априорная информация о диэлектрических параметрах нефти и термодинамической температуре воды.

Цель данной работы – развитие дистанционного метода восстановления толщины нефтяной пленки на воде с помощью приема теплового излучения в широкой полосе частот радиометром-спектрометром, не требующим внешней калибровки. Рассмотрение возможностей метода основывается на строгих теоретических расчетах широкополосных спектров теплового микроволнового излучения нефти на воде в зависимости от угла зондирования, вида поляризации, диэлектрических параметров нефти и температуры воды. В данной части работы рассматривается только однородная нефть.

## 1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Радиояркостная температура  $T$  собственного микроволнового излучения среды в соответствии с приближением Релея–Джинса и законом Кирхгофа определяется в виде

$$T = \kappa T_0, \quad (1)$$

где  $T_0$  – термодинамическая температура воды,  $\kappa$  – коэффициент излучения. Коэффициент излучения полубесконечной среды связан с ее коэффициентом отражения  $R$  законом сохранения энергии:

$$\kappa = 1 - R. \quad (2)$$

Коэффициент отражения  $R$  двухслойной среды с плоскими границами выражается через

комплексный амплитудный коэффициент отражения Френеля  $r$  как  $R = |r|^2$ . Комплексный амплитудный коэффициент отражения плоского слоя на подложке записывают в форме [9]

$$r = \frac{r_{12} + r_{23} \exp(2i\beta h)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(2i\beta h)}, \quad (3)$$

где  $h$  – толщина слоя,  $i$  – мнимая единица,  $r_{12}$  – коэффициент амплитудного отражения Френеля на границе воздух–нефть,  $r_{23}$  – коэффициент амплитудного отражения Френеля на границе нефть–вода,

$$\beta = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta},$$

$\varepsilon_1 = 1$  – диэлектрическая проницаемость воздуха,  $\varepsilon_2$  – комплексная диэлектрическая проницаемость нефти,  $f$  – частота излучения,  $\theta$  – вертикальный угол излучения.

В общем случае комплексный коэффициент  $\beta$  может зависеть от частоты  $f$  не только прямо, но и косвенно через диэлектрические параметры сред. При возрастании частоты коэффициент отражения (и, соответственно, интенсивность собственного излучения) последовательно достигает максимальных и минимальных значений. В оптике тонкослойных покрытий [10] подобное достижение максимальных значений интенсивности называют “просветлением”, минимальных – “антипросветлением” пленок.

Вывод формул Френеля основан на законах Снеллиуса и справедлив только при достаточно больших углах скольжения и для прозрачных сред. При нарушении этих условий возникают определенные сложности [11,12]. В [12] удалось обойти эти теоретические сложности и достаточно корректно вывести формулы Френеля для немагнитных изотропных сред при прохождении волны из прозрачной среды в среду с поглощением. Методы вывода формул Френеля из [12] были применены к более общим многослойным пластинам из квазианизотропных сред с поглощением [13]. Использование обобщенных численных алгоритмов [13] обеспечивает нам сравнимость результатов с предыдущими и последующими вычислительными экспериментами при усложнении и упрощении исследуемых моделей.

Комплексная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_v$  пресной воды рассчитывалась по следующим соотношениям [14]:

$$\varepsilon'_2 = \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{1 + (\lambda_s/\lambda)^2}, \quad \varepsilon''_2 = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_0)(\lambda_s/\lambda)}{1 + (\lambda_s/\lambda)^2}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_0 = 5.5$ ,  $\varepsilon_s = 0.00081t^2 - 0.40885t + 88.2$ ,

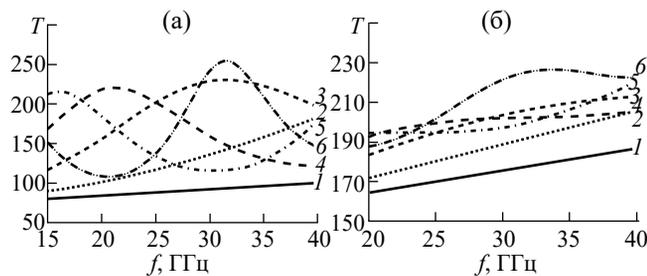
$\lambda_s = 1.4662^{-0.0634t} + 0.000136t^2 - 0.027296t + 1.8735116$ ,  
 $t$  – термодинамическая температура воды (размерность – градусы по шкале Цельсия).

При расчетах использована комплексная диэлектрическая проницаемость «сухой» нефти, равная  $\epsilon_H = 2.085 + i0.05$  (соответствующий показатель преломления  $n_H = 1.43 + i0.0173$ ) и не зависящая от температуры нефти [5,15].

## 2. РАСЧЕТНЫЕ СПЕКТРЫ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛОСЕ ЧАСТОТ 15...40 ГГц

При использовании соотношений (3)–(4) были рассчитаны спектры излучения воды с пленкой нефти в полосе частот 15...40 ГГц для ортогональных поляризаций при значениях температуры воды 0...30 °С, толщины пленки 0...10 мм и вертикального угла зондирования 0...70°.

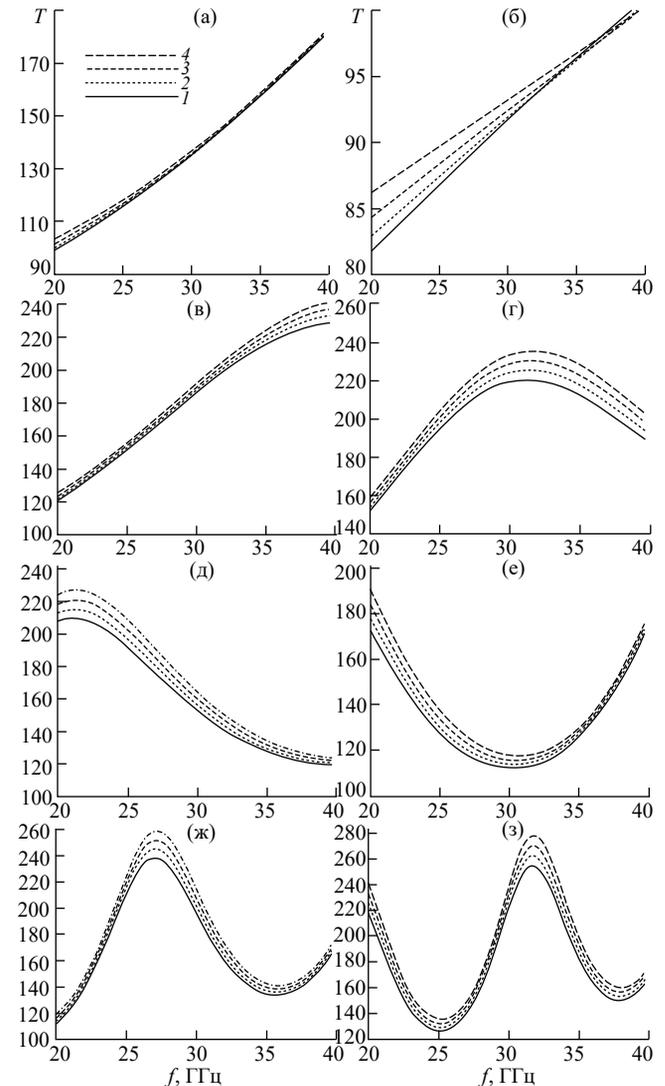
Анализ расчетных данных показал, что для восстановления толщины слоя нефти наиболее целесообразно использовать зондирование на горизонтальной поляризации при угле 50° от надир, во-первых, в силу более сильных амплитуд интерференционных осцилляций яркостной температуры в сравнении с амплитудами на вертикальной поляризации (см. рис. 1а и 1б) и, следовательно, более высокого отношения сигнал/шум. Во-вторых, это значение угла широко используется в сканирующих системах дистанционного зондирования с бортовых носителей для формирования радиотепловых изображений земной поверхности [16].



**Рис. 1.** Спектры радиояркостной температуры собственного излучения плоской поверхности воды (1) и плоского слоя нефти на воде при  $h = 1$  (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5) и 6 мм (6) при горизонтальной (а) и вертикальной (б) поляризациях; термодинамическая температура воды 293 К.

На рис. 2 представлены спектральные зависимости радиояркостной температуры воды с пленкой и без пленки нефти, рассчитанные при различных значениях ее температуры: 0, 10, 20 и 30 °С. Видно, что при заданной термодинамической температуре

воды каждая интерференционная кривая является уникальной в сравнении со всеми другими возможными кривыми, но изменение температуры воды приводит к смещению интерференционных кривых  $T(f)$ , рассчитанных при равных толщинах слоя нефти.



**Рис. 2.** Спектры радиояркостной температуры собственного излучения плоского слоя нефти на воде при  $h = 0$  (а), 1 (б), 1.5 (в), 2 (г), 3 (д), 4 (е), 7 (ж) и 10 мм (з) и при  $T_0 = 273$  (1), 283 (2), 293 (3) и 303 К (4); поляризация горизонтальная, угол излучения 50°.

Очевидно, что это смещение обусловлено зависимостью диэлектрических свойств воды от ее температуры.

### 3. ВЛИЯНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

До сих пор рассматривалось собственное излучение поверхности воды. В натуральных условиях радиометр наряду с собственным излучением поверхности воды принимает отраженное ею излучение атмосферы. Яркостная температура нисходящего излучения чистой атмосферы в приближении плоскостной среды выражается, как правило, в следующем виде [17]:

$$T_a^\downarrow(\theta) = \bar{T}[1 - \exp(-\Gamma \sec \theta)], \quad (5)$$

где  $\bar{T}$  – усредненная по вертикальному профилю термодинамическая температура атмосферы,  $\Gamma$  – полное вертикальное поглощение. Таким образом, яркостная температура плоской поверхности воды с учетом влияния атмосферы запишется в виде

$$T(\theta) = \kappa(\theta)T_0 + R(\theta)T_a^\downarrow(\theta). \quad (6)$$

Как следует из (5) и (6), увеличение угла  $\theta$  приводит к возрастанию вклада подсвечивающего излучения атмосферы в радиояркостную температуру поверхности воды, что, с одной стороны, сужает ее динамический диапазон при изменении толщины нефтяной пленки, а с другой стороны, ухудшает отношение сигнал/шум. В качестве оптимального диапазона угла наблюдения принято использовать значения 50...55° [17,18].

Кроме того, из (6) следует, что яркостная температура воды зависит от яркостной температуры атмосферы линейно, что позволяет за счет следующей процедуры обработки результатов измерений исключить влияние вариаций радиояркостности атмосферы.

Допустим, что радиояркостная температура атмосферы не зависит от частоты. Это допустимо на интервале частот 25...40 ГГц между линиями поглощения водяного пара 22.5 ГГц и кислорода 60 ГГц [17]. Выделим на интерференционной кривой  $T(f, h = \text{const})$  в указанной выше полосе частот минимальное  $T_{\min}(f_1)$  и максимальное  $T_{\max}(f_2)$  значения яркостной температуры воды:

$$T_{\min} = \kappa(f_1)T_0 + R(f_1)T_a^\downarrow, \quad (7)$$

$$T_{\max} = \kappa(f_2)T_0 + R(f_2)T_a^\downarrow. \quad (8)$$

Разность  $\Delta T(f_1, f_2)$  яркостных температур (7) и (8) с учетом (2) запишется в виде

$$\Delta T(f_1, f_2) = [R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a^\downarrow). \quad (9)$$

Далее аналогичным образом формируем разность  $\Delta T(f_1, f)$  яркостных температур на всех других частотах  $f$  и нормируем их на разность (9), получая параметр  $p$ :

$$p = \frac{\Delta T(f, f_1)}{\Delta T(f_1, f_2)} = \frac{R(f_1) - R(f)}{R(f_1) - R(f_2)}. \quad (10)$$

Учитывая, что выходное напряжение  $u$  радиометров линейно зависит от яркостной температуры входящего теплового излучения в виде

$$u = aT + b$$

( $a, b$  – постоянные коэффициенты), запишем соотношение (10) следующим образом:

$$p = \frac{\Delta u(f, f_1)}{\Delta u(f_1, f_2)} = \frac{R(f_1) - R(f)}{R(f_1) - R(f_2)}. \quad (11)$$

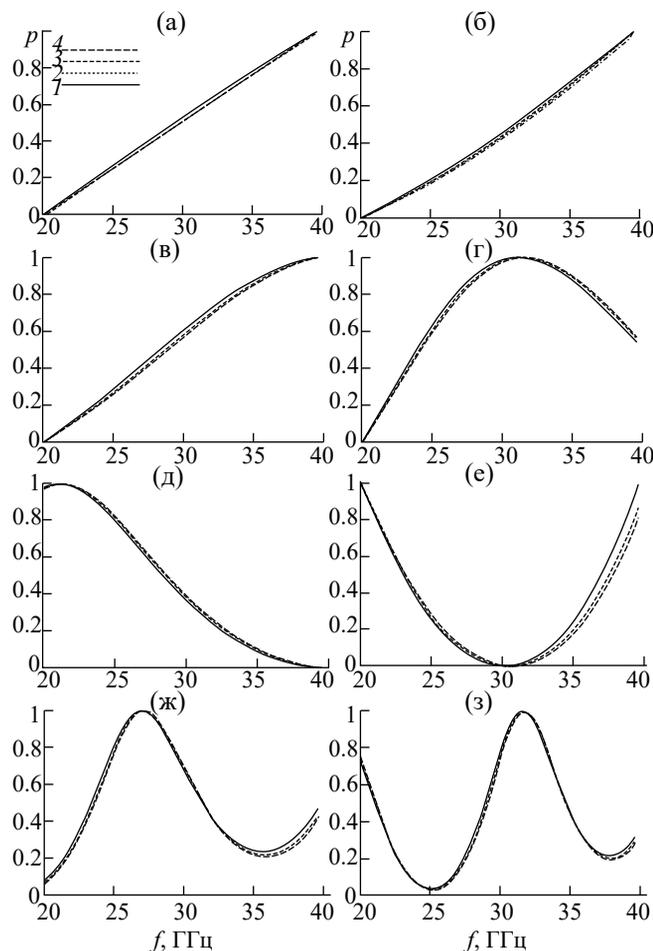
Из (11) следует, что в результате предложенной нормировки интерференционные кривые, соответствующие собственному излучению воды с нефтяной пленкой, восстанавливаются при излучающей атмосфере, при этом исключается необходимость внешней калибровки радиометров. Более того, применение алгоритма (11) приводит к существенному ослаблению зависимости интерференционных кривых от термодинамической температуры воды. Действительно, изменение температуры воды сопровождается изменением ее диэлектрических параметров, но при заданной толщине пленки это не приводит к смещению интерференционной кривой по частоте, поскольку на каждой частоте фазовый набег в пленке определяется только ее толщиной и диэлектрической проницаемостью.

На рис. 3 представлены интерференционные кривые, полученные в результате нормировки в соответствии с (10), (11) спектральных зависимостей яркостной температуры (см. рис. 2). Видно, что при изменении температуры воды от 273 до 303 К смещение нормированных интерференционных кривых при каждой заданной толщине пленки существенно меньше по сравнению с абсолютными данными на рис. 2.

Алгоритм (11) сохраняет свою эффективность также при обработке данных зондирования из космоса. Действительно, радиояркостная температура водной поверхности при зондировании из космоса записывается в виде

$$T(\theta) = [\kappa(\theta)T_0 + R(\theta)T_a^\downarrow(\theta)] \exp(-\Gamma \sec \theta) + T_a^\uparrow, \quad (12)$$

где  $T_a^\uparrow$  – радиояркостная температура восходящего излучения атмосферы. Нетрудно убедиться, что в результате формирования разности (9) при использовании (12) исчезает слагаемое  $T_a^\uparrow$ , а при формировании отношения (10) исчезает множитель  $\exp(-\Gamma \sec \theta)$ , что в конечном итоге приводит к (11).



**Рис. 3.** Нормированные спектры интенсивности излучения плоского слоя нефти на воде при  $h = 0$  (а), 1 (б), 1.5 (в), 2 (г), 3 (д), 4 (е), 7 (ж) и 10 мм (з) и при  $T_0 = 273$  (1), 283 (2), 293 (3) и 303 К (4); поляризация горизонтальная, угол излучения  $50^\circ$ .

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРЫ ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Возникает закономерный вопрос: полностью ли исключается влияние вариаций интенсивности излучения атмосферы при описанных выше относительных измерениях. Ответ на этот вопрос получим, если в соотношении (6), связывающем выходной сигнал радиометра и интенсивность излучения среды, учтем собственные шумы радиометра, выраженные при их среднеквадратическом напряжении  $N$ :

$$u = a T + b + N. \quad (13)$$

Учитывая некоррелированность шумов, для разности яркостных температур  $\Delta T(f_1, f_2)$  (см. (9)) на основании (13) получим соотношение

$$\Delta u(f_1, f_2) = a (\Delta T(f_1, f_2)) + 2N. \quad (14)$$

Аналогичное соотношение будет справедливо и для разности температур  $\Delta T(f, f_1)$ . С учетом (9) и (13) соотношение (11) преобразуется к виду

$$p = \frac{[R(f_1) - R(f)](T_0 - T_a) + 2\delta T}{[R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a) + 2\delta T}, \quad (15)$$

где  $\delta T = N/a$  — мощность шумов, выраженная в градусах Кельвина, т.е. чувствительность радиометров.

При  $2\delta T \ll [R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a^\downarrow)$  соотношение (15) преобразуется к виду

$$p = \frac{R(f_1) - R(f)}{R(f_1) - R(f_2)} + \frac{2\delta T}{[R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a^\downarrow)}. \quad (16)$$

Сравнивая (16) и (11), видим, что в (16) появилось дополнительное слагаемое, обусловленное собственными шумами радиометра. Введем следующие обозначения:

$$S = \frac{\Delta u(f, f_1)}{\Delta u(f_1, f_2)} = \frac{R(f_1) - R(f)}{R(f_1) - R(f_2)},$$

$$N_0 = \frac{2\delta T}{[R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a^\downarrow)}.$$

Если величину  $S$  рассматривать в качестве полезного сигнала, а  $N_0$  — в качестве аддитивного шума, то величина

$$\xi = \frac{S}{N_0} = \frac{[R(f_1) - R(f)](T_0 - T_a^\downarrow)}{2\delta T} \quad (17)$$

будет характеризовать отношение сигнал/шум. Это отношение, как следует из (17), зависит от разности  $(T_0 - T_a^\downarrow)$ , которая в условиях чистой атмосферы и в полосе частот 25...40 ГГц может варьироваться в пределах 260...280 К [17]. При чувствительности радиометра  $\delta T = 0.1$  К при постоянной времени 1с отношение сигнал/шум  $\xi = 34$  дБ. Таким образом, вариации яркости атмосферы при относительных измерениях проявляются через отношение сигнал/шум, оказывая тем самым влияние только на точность измерения относительных параметров излучения сред (при указанном выше условии  $2\delta T \ll [R(f_1) - R(f_2)](T_0 - T_a^\downarrow)$ ).

#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как было отмечено выше, идея использования широкополосной радиометрии для измерения толщины нефтяной пленки на воде впервые была предложена и экспериментально обоснована в [5]. В данной же работе выполнено более строгое обоснование перспективности метода измерения толщины нефтяной пленки на воде с помощью широкополосной радиометрии. Широкополосные

спектры теплового микроволнового излучения нефти на воде рассчитаны и проанализированы в зависимости от угла зондирования, вида поляризации, температуры воды и влияния подсвечивающего излучения атмосферы.

В результате было показано, что в полосе частот 25...40 ГГц за счет предложенного метода обработки результатов пассивного зондирования идентичность интерференционных кривых определяется только диэлектрической проницаемостью и толщиной нефтяной пленки, поскольку влияние излучения атмосферы и термодинамической температуры воды существенно ослабляется. Кроме того, исключается необходимость проведения абсолютной калибровки радиометров, что предусмотрено в [5,8], и в априорной информации о температуре воды, используемой в двухчастотном комплексе [8].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе выполнены расчеты радиояростной температуры плоской поверхности гомогенной нефтяной пленки на воде на основе коэффициентов Френеля. Выполнен анализ расчетных данных, включающих зависимости радиояростной температуры от вида поляризации, угла наблюдения, толщины пленки, термодинамической температуры воды и радиояростной температуры подсвечивающего излучения атмосферы. Разработан алгоритм обработки данных дистанционного зондирования, позволяющий в полосе частот 25...40 ГГц существенно ослабить влияние атмосферы и термодинамической температуры воды на идентификацию интерференционных зависимостей выходного сигнала радиометров от толщины нефтяной пленки. При этом исключается необходимость проведения абсолютной калибровки радиометров, что также является существенным преимуществом разработанного метода.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках госзадания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hollinger J.L., Mennella R.A.* // Sci. 1973. V. 181. № 4094. P. 54.
2. *Богородский В.В., Кропоткин М.А.* Дистанционное обнаружение нефтяных загрязнений вод ИК-лазером. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
3. *Fingas M., Brown C.* // Mar. Pollut. Bull. 2014. V. 83. № 1. P. 9.
4. *Мольков А.А., Капустин И.А., Ермошкин А.В. и др.* // Совр. проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2020. Т. 17. № 3. С. 9.
5. *Skou N.* // IEEE Trans. 1986. V. GRS-24. № 3. P. 360.
6. *Brown E.R., McMachon O.B., Murphy T.J. et al.* // IEEE Trans. 1998. V. MTT-46. № 12. P. 1989.
7. *Pelyushenko S.A.* // Spill Sci. Technol. Bull. 1995. V. 2. № 4. P. 249.
8. *Биркульчик В., Рынин А., Советкин М.* // Современные технологии автоматизации. 2003. № 2. С. 52.
9. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.
10. *Розенберг Г.В.* Оптика тонкослойных покрытий. М.: Физматгиз, 1958.
11. *Колоколов А.А.* // Успехи физ. наук. 1999. Т. 169. № 9. С. 1025.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2003.
13. *Евтихов М.Г.* // РЭНСИТ. 2018. Т. 10. № 1. С. 91.
14. *Розенберг В.И.* Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами. Л.: Гидрометеиздат. 1976.
15. *Кротиков В.Д., Пелюшенко С.А., Ракуть И.В. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58. № 1. С. 24.
16. *Amlien J.* // Norsk Regnesentral (Norwegian Computing Center, NR). 2008. Report No. 1019. 52 p.
17. *Голунов В.А., Загорин Г.К., Зражевский А.Ю. и др.* Вопросы перспективной радиолокации. Пассивная радиолокация на миллиметровых волнах. М.: Радиотехника, 2003. С. 393.
18. *Голунов В.А., Зражевский А.Ю., Павельев А.Г.* // РЭ. 1988. Т. 33. № 12. С. 2544.

## SPECTRA OF THERMAL MICROWAVE EMISSION FROM A FILM OF HOMOGENEOUS OIL ON WATER

V. A. Golunov\*, M. G. Evtikhov

*Fryazino Branch Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS,  
Vvedenskii Square, 1, Fryazino, Moscow Region, 141190 Russian Federation*

*\*E-mail: golsnow@mail.ru*

Received July 05, 2023, revised November 12, 2023, accepted December 24, 2023

The spectral dependences of the radio brightness temperature of the flat layer of a homogeneous oil film on water on the type of polarization, viewing angle, film thickness and thermodynamic temperature of water at a frequency range of 15...40 GHz are calculated. An algorithm for processing remote sensing data has been developed that allows in the frequency band of 25...40 GHz to significantly reduce the influence of the atmosphere and water thermodynamic temperature on the identification of interference dependencies of the radiometer output signal on the thickness of the oil film. This eliminates the need for absolute calibration of radiometers.

*Keywords:* oil film, water surface, radio brightness temperature, atmospheric radiation, microwaves, processing algorithm

---

---

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

---

---

УДК 537.876

**ОПТИМИЗАЦИЯ ВОЛНОВОДНОЙ СТРУКТУРЫ РЕАКТОРА  
С ПЛАЗМОЙ, ПОДДЕРЖИВАЕМОЙ МОЩНЫМ МИКРОВОЛНОВЫМ  
ИЗЛУЧЕНИЕМ ГИРОТРОНА НА ЧАСТОТЕ 24 ГГц**

© 2024 г. Д. А. Мансфельд\*, Н. В. Чекмарев, С. В. Синцов, А. В. Водопьянов

*Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН,  
ул. Ульянова, 46, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация*

*\*E-mail: mda1981@ipfran.ru*

Поступила в редакцию 07.12.2023 г.

После доработки 15.02.2024 г.

Принята к публикации 25.02.2024 г.

Проведено численное моделирование электромагнитных полей в волноводном плазмотроне, в котором СВЧ-нагрев плазмы осуществляется непрерывным излучением технологического гиротрона с частотой 24 ГГц и мощностью до 5 кВт. Показано, что уменьшение выходного диаметра плазмотрона позволяет более чем вдвое увеличить амплитуду электрического поля, но при уменьшении диаметра до 8 мм значительно возрастает коэффициент отражения, что приводит к попаданию отраженного излучения в гиротрон. Показано, что учет частоты столкновений, соответствующей реальным параметрам разряда атмосферного давления, приводит к уменьшению коэффициента отражения более чем в 10. Экспериментально подтверждено, что при уменьшении выходного диаметра плазмотрона диапазон параметров поддержания разряда существенно расширяется, а коэффициент поглощения превышает 80%.

*Ключевые слова:* СВЧ плазмотрон, численное моделирование, разряд атмосферного давления

**DOI:** 10.31857/S0033849424090033, **EDN:** HSOКMP

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время современные технологические гиротронные комплексы, генерирующие в непрерывном режиме мощное СВЧ-излучение миллиметрового диапазона, успешно применяются для решения различных прикладных задач плазмохимии, микроволновой обработки материалов, физики ионных источников [1]. Одним из актуальных вопросов является согласование СВЧ-излучения высокой (вплоть до нескольких десятков киловатт) мощности с нагреваемой средой с целью увеличения электрического поля при минимально возможном уровне отраженной мощности. Для объектов с ярко выраженными диэлектрическими свойствами, например керамики, спекание под действием СВЧ-излучения происходит в резонаторах, в которых возможна плавная подстройка с учетом медленно меняющихся с температурой мнимой и действительной частей диэлектрической проницаемости [2]. Напротив, диэлектрические свойства плазмы сильно меняются с увеличением электронной плотности. С ростом мощности в результате ионизации концентрация

электронов может возрастать вплоть до достижения критического для данной частоты значения, что приводит к отражению СВЧ-излучения от плазмы и ухудшению эффективности нагрева. Кроме того, отраженное СВЧ-излучение может проникать обратно в резонатор гиротрона, вызывая изменение модовой структуры и срыв генерации [3]. Задача минимизации уровня отраженного излучения в установках для нагрева плазмы особенно актуальна для систем с волноводной транспортировкой мощности, поскольку в них уровень отраженной мощности при наличии плазмы может быть выше из-за меньших потерь на рассеяние по сравнению, например, с системами с квазиоптическим вводом излучения.

В рамках работ по исследованию процессов разложения углекислого газа в неравновесной плазме атмосферного давления был разработан волноводный плазмотрон, в котором СВЧ-нагрев плазмы осуществлялся с помощью непрерывного электромагнитного излучения технологического гиротрона с частотой 24 ГГц и мощностью в диапазоне 20...2000 Вт [4]. В работе [4] было экспериментально продемонстрировано, что по сравнению

с квазиоптическим вводом излучения в волноводной реализации коэффициент поглощения СВЧ-излучения в плазме увеличился как минимум в два раза, до 60...70%, что позволило существенно увеличить степень конверсии и энергоэффективность процесса разложения углекислого газа [5]. Дальнейший рост производительности метода при сохранении достигнутого уровня энергоэффективности возможен лишь при увеличении потока плазмообразующего газа, что, в свою очередь, требует увеличения электрического поля в области нагрева плазмы.

Целью данной работы является определение оптимальной конфигурации волноводной системы СВЧ-плазмотрона, позволяющей увеличить электрическое поле в области нагрева при минимально возможном коэффициенте отражения. Для решения этой задачи в работе проведено численное моделирование распределения электрического поля для различных значений диаметра выходного отверстия СВЧ-плазмотрона, а также изучено влияние параметров плазмы (концентрация электронов и частота их столкновений с нейтралами) на коэффициент отражения СВЧ-излучения от плазмы.

## 1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Плазма создается и нагревается непрерывным электромагнитным излучением технологического гиротрона (частота 24 ГГц, мода  $TE_{11}$ , мощность 20...5000 Вт, линейная поляризация), которое через водоохлаждаемое вакуумное окно из нитрида бора поступает в реактор (плазмотрон) (рис. 1). Реактор является продолжением сверхразмерного волноводного тракта гиротрона с внутренним диаметром 32.6 мм. Углекислый газ подается в плазмотрон при атмосферном давлении через три симметрично расположенные трубки, составляющие угол  $30^\circ$  с образующей цилиндра плазмотрона и обеспечивающие закрученные потоки газа. С целью увеличения плотности мощности излучения волноводный тракт имеет плавное сужение в виде конического рупора длиной 60 мм с диаметром выходного отверстия 10 мм. Внутри конического волновода разряд, поддерживаемый СВЧ-излучением в потоке углекислого газа, представляет собой плазменное образование, локализованное в области максимального значения электрического поля волны (вблизи выхода) и вытянутое вдоль направления поля. Центральную область плазмы с характерным поперечным размером 5...8 мм обтекает более холодный газ с периферии волновода, который, проходя через сильно нагретую плазму, формирует на выходе плазмотрона плазменный факел длиной 50...100 мм с характерным диаметром 6...10 мм (см. рис. 1а).

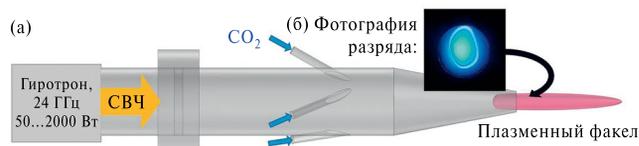


Рис. 1. Схема волноводного СВЧ-плазмотрона (а) и фотография разряда (б).

Для устойчивого горения разряда в широком диапазоне значений потока газа необходимо, чтобы в области нагрева электрическое поле достигло напряженности не менее 1000...1500 кВ/см при фиксированном уровне мощности. Увеличение напряженности электрического поля возможно достичь путем уменьшения диаметра выходного отверстия конуса, что, однако, может приводить к отражению СВЧ-излучения обратно в гиротрон. Для стабильной работы гиротрона и горения необходимо поддерживать низкий (не более 10%) уровень отраженной мощности. В противном случае могут нарушаться условия синхронизма пучка электронов со структурой поля в резонаторе гиротрона и возбуждаться паразитные моды [3]. Ниже описывается численная модель расчета распределения электрического поля в волноводе с учетом наличия плазмы.

### 1.1. Описание численной модели

Для расчета распределения электромагнитного поля и последующей оптимизации конструкции плазмотрона была создана его трехмерная аксиально-симметричная модель в программе CST Microwave Studio, представленная на рис. 2. В прямом участке круглого волновода возбуждается линейно поляризованная мода  $TE_{11}$  на частоте 24 ГГц, мощность в расчете 1 Вт. Длина конической части плазмотрона была фиксирована и составляла 60 мм. Диаметр выходного отверстия в модели варьировался в диапазоне от 6 до 22 мм.

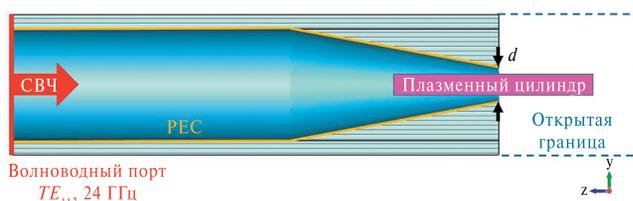


Рис. 2. Модель СВЧ-плазмотрона в среде CST Microwave Studio.

Все стенки считались идеально проводящими, граничное условие на поверхности проводника PEC (Perfect Electric Conductor):  $E_r = 0$ . На

открытой границе после выхода плазмотрона задается граничное условие PML (Perfectly Matched Layers) – это домен, который добавляется к модели для имитации излучения в свободное пространство. Достоинство PML заключается в возможности эффективного расчета не только плоских волн, но и электромагнитных волн с произвольным фронтом.

Область пространства, занятая плазмой на выходе конического участка плазмотрона, представлена цилиндром, геометрические размеры которого соответствуют параметрам наблюдаемого в эксперименте плазменного образования: диаметр 6 мм, общая длина 50 мм, смещение за границы конической части плазмотрона 20 мм. Точность геометрической формы плазменного факела не оказывает существенного влияния на результаты моделирования, в том числе ввиду того, что на достаточно малом масштабе (менее длины волны) детали формы поверхности области, занятой плазмой, не меняют распределение полей. Свободное пространство в модели имело свойства вакуума, поскольку нейтральные неионизованные газы практически не влияют на распространение СВЧ-излучения с частотой 24 ГГц и не взаимодействуют с ним.

Диэлектрическая проницаемость плазменного цилиндра задается с помощью модели дисперсии Друде, в которой относительная диэлектрическая проницаемость определяется как

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu_c)},$$

где  $\nu_c$  ( $\text{с}^{-1}$ ) – частота столкновений,  $\omega_p = 5.64 \times 10^4 \sqrt{n_e}$   $\text{рад} \times \text{с}^{-1}$  – круговая плазменная частота электронов,  $\omega = 2\pi \times 24 \times 10^9$   $\text{рад} \times \text{с}^{-1}$  – круговая частота нагрева,  $n_e$  ( $\text{см}^{-3}$ ) – концентрация плазмы. Частота упругих столкновений электронов с нейтральными частицами  $\nu_c$  определяется по формуле [6]

$$\nu_c = 5.93 \times 10^7 \sqrt{E P_c p},$$

где  $E$  – энергия электронов, эВ,  $P_c$  – вероятность столкновений,  $\text{см}^{-1} \times \text{Торр}^{-1}$ ,  $p$  – давление, Торр. Для разряда атмосферного давления ( $p=760$  Торр) в потоке углекислого газа вероятность столкновений находится в диапазоне  $30 \dots 50 \text{ см}^{-1} \times \text{Торр}^{-1}$  для характерных значений энергии электронов  $0.3 \dots 0.6 \text{ эВ}$  [7], что дает значения  $\nu_c = (1.05 \dots 1.25) \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ . Для удобства в расчетах частота столкновений  $\nu_c$  принималась равной  $10^{12} \text{ с}^{-1}$ . Стоит отметить, что по результатам измерений плотность и температура плазмы слабо зависят от мощности нагрева. В намного большей степени на режим горения влияет компонентный состав плазмообразующей смеси. Поэтому можно считать задачу линейной для тех режимов, в которых разряд поддерживается стабильно.

В бесстолкновительной плазме значение концентрации, при котором  $\omega_p = \omega$ , называется критическим и соответствует практически полному отражению излучения от области, занятой плазмой. Для рассматриваемой в статье частоты нагрева 24 ГГц критическое значение концентрации составляет  $7.1 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

### 1.2. Результаты расчетов

На рис. 3 приведено сравнение распределений среднеквадратичного значения напряженности электрического поля в плазмотроне при отсутствии плазмы для значений диаметра выходного отверстия 10 и 6 мм. На качественном уровне больший коэффициент отражения в случае с меньшим диаметром конуса можно определить по более выраженной периодичности усредненного поля в волноводе, которая свидетельствует о наличии стоячей волны. На выходе плазмотрона наблюдается монотонное спадание напряженности с расстоянием.

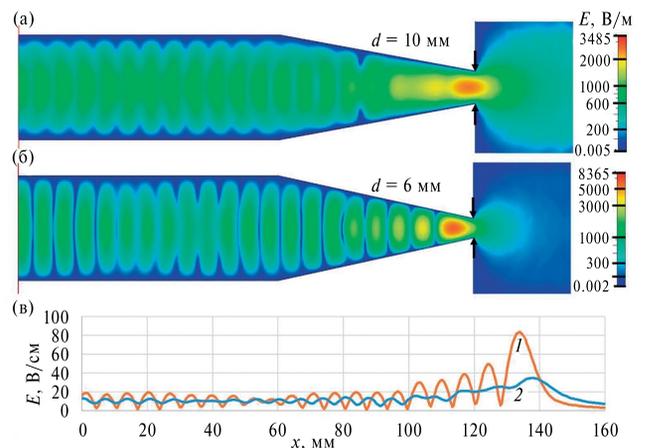


Рис. 3. Распределение среднеквадратичного значения напряженности электрического поля в плазмотроне в логарифмическом масштабе при диаметре выходного отверстия 10 (а) и 6 мм (б) и вдоль оси плазмотрона в линейном масштабе (в) для выходного отверстия диаметром 6 (1) и 10 мм (2). Цветовая шкала в логарифмическом масштабе.

Для определения коэффициента отражения СВЧ-излучения по мощности были использованы данные рассчитываемых в CST S-параметров, связывающих комплексные амплитуды падающей и отраженной волны в каждой моде:

$$R = \sum_{i=1}^n |S_{1(i),1(1)}|^2,$$

где  $n$  – общее число распространяющихся мод волновода на данной частоте,  $i$  – номер моды в порядке убывания продольного волнового числа. Для 24 ГГц число распространяющихся (имеющих

действительное продольное волновое число) мод составляет  $n = 32$ . Полученный график коэффициента отражения в зависимости от диаметра выходного отверстия представлен на рис. 4.

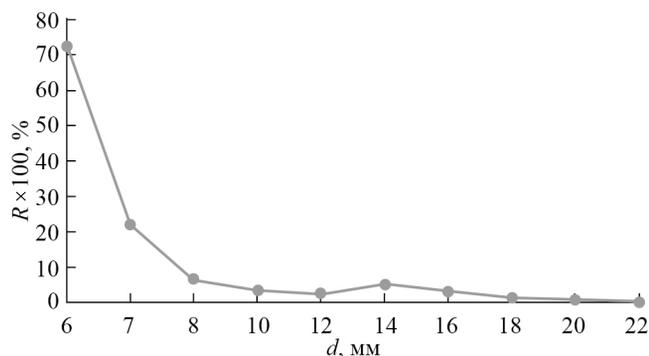


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения от диаметра выходного отверстия плазмотрона.

Как и следовало ожидать, коэффициент отражения СВЧ-излучения возрастает с уменьшением выходного диаметра. Можно видеть, что требуемый уровень отраженной мощности ( $\leq 10\%$ ) может быть получен при диаметре не менее 8 мм. Например, для используемого в эксперименте плазмотрона с диаметром 10 мм коэффициент отражения не превышает 4%. При диаметре, меньшем 8 мм, стабильная работа возможна лишь на низких уровнях мощности. Наибольшие доли по мощности в модовом составе отраженного излучения имеют моды  $TE_{11}$  и  $TE_{12}$ .

На рис. 5 представлена зависимость максимальной напряженности электрического поля от диаметра выходного отверстия плазмотрона при мощности падающего излучения, которая во всех расчетах составляла 1 Вт.

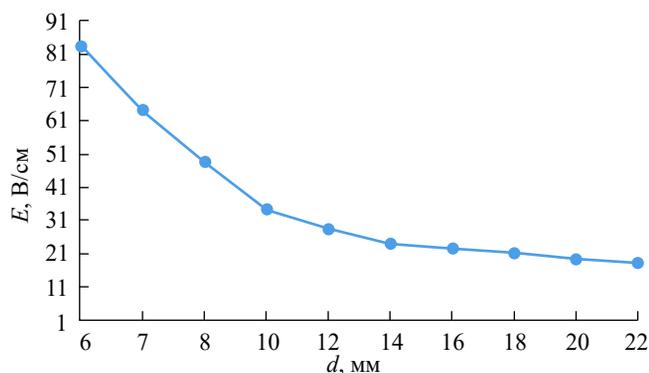


Рис. 5. Зависимость максимального значения напряженности электрического поля на оси плазмотрона от диаметра выходного отверстия плазмотрона при мощности источника 1 Вт.

Можно видеть, что конический участок в плазмотроне действительно способствует кратному росту напряженности электрического поля. Для получения напряженности при произвольной мощности  $P$  достаточно использовать тот факт, что мощность пропорциональна корню из отношения мощностей:

$$E = E_0 \sqrt{P(\text{Вт}) / 1\text{Вт}}.$$

Учтем влияние бесстолкновительной плазмы на распределение электрического поля в плазмотроне. На рис. 6 представлено распределение среднеквадратичного значения напряженности электрического поля в плазмотроне при диаметре выходного отверстия 8 мм без плазмы и с плазменным цилиндром (черный контур) для близкой к критическому значению концентрации электронов ( $n_e = 6 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ). Можно видеть, что добавление плазменного цилиндра приводит к росту коэффициента отражения, что связано в первую очередь с увеличением эффективной длины волны при прохождении диэлектрического цилиндра. В случае, когда плазменный канал полностью перекрывает выходное отверстие электромагнитное излучение практически не выходит из волновода.

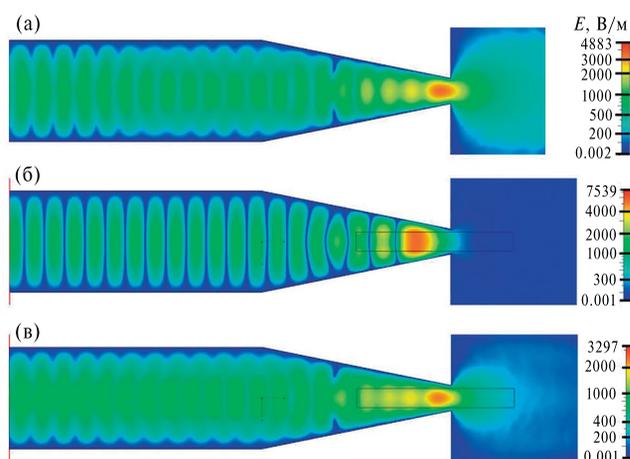
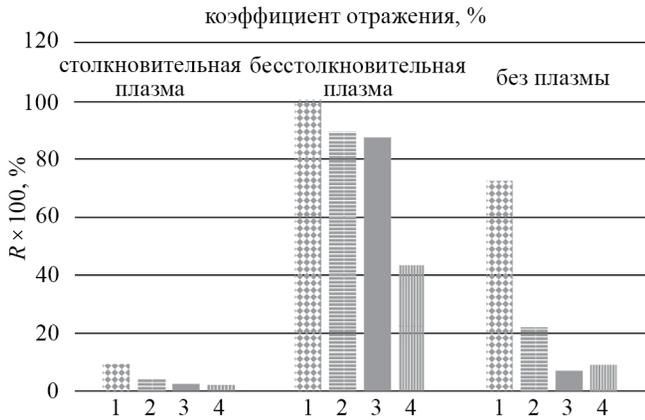


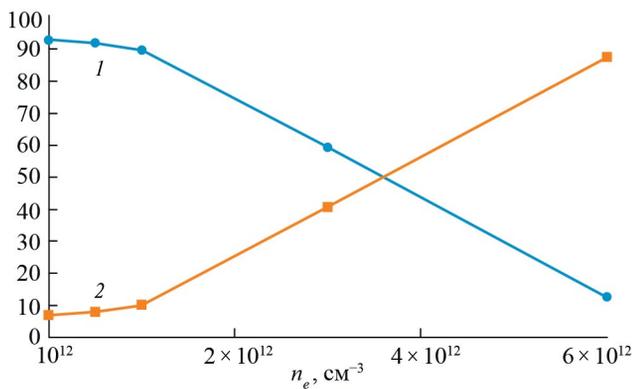
Рис. 6. Распределение среднеквадратичного значения напряженности электрического поля в плазмотроне при диаметре выходного отверстия 8 мм без плазмы (а), с плазменным цилиндром (черный контур) с концентрацией электронов  $n_e = 6 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$  (б) и при частоте столкновений  $\nu_c = 10^{12} \text{ с}^{-1}$  (в).

На рис. 7 приведено сравнение коэффициента отражения в модели плазмотрона без плазмы и с плазменным цилиндром, при  $n_e = 6 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$  без столкновений для значений диаметра выходного отверстия 6, 7, 8 и 10 мм. Видно, что наличие плазмы даже с концентрацией ниже критического значения приводит к недопустимому уровню отраженной мощности.



**Рис. 7.** Сравнение коэффициента отражения  $R$  (%) в модели плазмотрона без плазмы, с плазменным цилиндром, при  $n_e = 6 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$  без учета столкновений и со столкновительной плазмой ( $\nu_c = 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ) при разных значениях диаметра выходного отверстия плазмотрона:  $d = 6$  (1), 7 (2), 8 (3) и 10 мм (4).

Интересно оценить влияние значения концентрации электронов на прохождение и отражение волн. На рис. 8 приведена зависимость коэффициента отражения от концентрации плазмы при диаметре выходного отверстия 8 мм. Видно, что коэффициент прохождения СВЧ-излучения снижается с ростом концентрации, в то время как коэффициент отражения сильно возрастает и начиная со значений  $n_e \sim 10^{12} \text{ см}^{-3}$  становится недопустимо большим.



**Рис. 8.** Зависимость коэффициента отражения  $R$  (1) и коэффициента прохождения  $T$  (2) от концентрации бесстолкновительной плазмы.

Теперь рассмотрим случай столкновительной плазмы, учтя в модели плазменного цилиндра частоту столкновений, соответствующую условиям эксперимента. На рис. 6в представлено распределение среднеквадратичного значения

напряженности электрического поля для плазмы с плотностью  $n_e = 6 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$  с частотой столкновений  $\nu_c = 10^{12} \text{ с}^{-1}$ . Из общей картины структуры поля в волноводе видно снижение коэффициента отражения при учете столкновений. По данным гистограммы с учетом столкновений на рис. 7 можно утверждать, что за счет поглощения в плазме уровень отраженной мощности многократно падает и оказывается даже ниже, чем при расчете без плазмы, что обусловлено поглощением основной части мощности СВЧ на столкновениях в плазме (70.6% мощности) и прохождении излучения в область свободного пространства через конический участок (27% мощности). В частности, при диаметре выходного отверстия  $d = 6$  мм требования на коэффициент отражения не выполнялись даже при расчетах без плазмы, однако при учете поглощения отраженная мощность снижается до 10.2%, что позволяет работать и в такой конфигурации.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное численное моделирование структуры электромагнитных полей в СВЧ-плазмотроне показывает, что уменьшение диаметра выходного отверстия сужающегося участка волновода позволяет более чем в два раза увеличить амплитуду электрического поля в области сужения. Однако при значении диаметра менее 8 мм значительно возрастает коэффициент отражения СВЧ-излучения, причем большая часть излучения сконцентрирована в моде  $TE_{11}$ , что приводит к недопустимому попаданию излучения обратно в гиротрон. Наличие в волноводе бесстолкновительной плазмы с концентрацией выше  $10^{12} \text{ см}^{-3}$  дополнительно увеличивает отражение. Однако при учете частоты столкновений, соответствующей реальным параметрам плазмы разряда атмосферного давления, коэффициент отражения уменьшается более чем в 10 раз, а основная доля мощности поглощается в плазме. Тем самым удастся увеличить в несколько раз электрическое поле при сохранении приемлемого уровня отраженной мощности.

Для проверки результатов численного моделирования в дополнение к имеющемуся конусу с диаметром 10 мм были изготовлены конические участки волновода с диаметром 6 и 8 мм. Экспериментальное тестирование показало, что с уменьшением выходного диаметра плазмотрона диапазон параметров, при которых существует разряд, существенно расширяется, а коэффициент поглощения СВЧ-излучения в плазме превышает 80%. В случае отверстия диаметром 8 мм разряд поддерживаетесь при значениях мощности вплоть до 2 кВт, для 6 мм — поддержание разряда в стабильном режиме возможно при мощности до 1 кВт. При дальнейшем увеличении мощности плотность плазмы

приближается к критической, и уровень отраженного излучения сильно возрастает до недопустимых значений.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FFUF-2023-0002.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sabchevski S., Glyavin, M., Mitsudo S. et al.* // J. Infrared, Millimeter, Terahertz Waves. 2021. V. 42. P. 715. <https://doi.org/10.1007/s10762-021-00804-8>
2. *Egorov S.V., Ereemeev A.G., Kholoptsev V.V. et al.* // Rev. Sci. Instruments. 2022. V. 93. № 6. <https://doi.org/10.1063/5.0093341>
3. *Bogdashov A.A., Fokin A.P., Glyavin M.Yu. et al.* // J. Infrared, Millimeter, Terahertz Waves. 2020. V. 41. P. 164. <https://doi.org/10.1007/s10762-019-00655-4>
4. *Мансфельд Д.А., Водопьянов А.В., Синцов С.В. и др.* // Письма в ЖТФ. 2023. Т. 49. № 1. С. 39. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2023.01.54057.19384>
5. *Мансфельд Д.А.* // Тез. докл. конф. “Физика низкотемпературной плазмы”. Казань, 5–9.06.2023. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2023. С. 56.
6. *Raizer Yu.P.* Gas Discharge Physics. New York: Springer, 1991.
7. *Yukikazu Itikawa* // J. Phys. Chem. Ref. Data. 2002. V. 31. P. 749. <https://doi.org/10.1063/1.1481879>

## OPTIMIZATION OF THE WAVEGUIDE STRUCTURE OF A PLASMA REACTOR SUPPORTED BY POWERFUL MICROWAVE RADIATION OF A GYROTRON AT A FREQUENCY OF 24 GHz

**D. A. Mansfeld\*, N. V. Chekmarev, S. V. Sintsov, A. V. Vodopyanov**

*Federal Research Center A.V. Gaponov-Grekhov Institute of Applied Physics RAS,  
46 Ul'yanov Str., Nizhny Novgorod, 603950 Russian Federation*

*\*E-mail: mda1981@ipfran.ru*

Received December 12, 2023, revised February 15, 2023, accepted February 25, 2024

Numerical simulation of electromagnetic fields in a waveguide plasma torch has been carried out, in which microwave plasma heating is carried out by continuous radiation from a technological gyrotron with a frequency of 24 GHz and a power of up to 5 kW. It is shown that a decrease in the output diameter of the plasma torch makes it possible to more than double the amplitude of the electric field, but when the diameter decreases to 8 mm, the reflection coefficient increases significantly, which leads to reflected radiation entering the gyrotron. It is shown that taking into account the collision frequency corresponding to the real parameters of the atmospheric pressure discharge leads to a decrease in the reflection coefficient by more than 10. It has been experimentally confirmed that with a decrease in the output diameter of the plasma torch, the range of discharge maintenance parameters significantly expands, and the absorption coefficient exceeds 80%.

*Keywords:* microwave plasmatron, numerical modeling, atmospheric pressure discharge

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

### ШИРОКОПОЛОСНОСТЬ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РАДИОПОГЛОЩАЮЩЕЙ СТРУКТУРЫ

© 2024 г. В. И. Пономаренко\*, И. М. Лагунов

Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского,  
просп. Акад. Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Российская Федерация

\*E-mail: vponom@gmail.com

Поступила в редакцию 06.03.2024 г.

После доработки 09.04.2024 г.

Принята к публикации 24.04.2024 г.

Построен базис из дисперсионных функций для представления частотной зависимости диэлектрической проницаемости. Решена задача оптимизации диэлектрической радиопоглощающей двухслойной структуры. Получено отношение максимальной длины волны рабочего диапазона радиопоглощающего покрытия к его толщине, существенно превышающее известное значение для слоистых структур.

*Ключевые слова:* диэлектрическая проницаемость, дисперсионная зависимость, композиционные материалы

DOI: 10.31857/S0033849424090049, EDN: HSGTOB

#### ВВЕДЕНИЕ

Радиопоглощающие покрытия применяются для оборудования безэховых камер, радиомаскировки объектов, защиты персонала от излучений и в других целях. В ряде применений [1] важное значение имеет минимальность толщины  $d$  покрытия, при условии, что коэффициент отражения (КО) по мощности в рабочем диапазоне длин волн  $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$ ,  $\lambda_{\min} \ll \lambda_{\max}$ , не превышает некоторого значения  $R_M$ . При этом отношение  $S = \lambda_{\max}/d$  максимально. Учитывая то, что чем больше параметр  $S$  при фиксированной толщине, тем больше  $\lambda_{\max}$ , этот параметр коррелирует с широкополосностью покрытия.

В [2] доказана теорема, из которой следует, что для многослойного диэлектрического покрытия  $S < 17.2$  при  $R_M = 0.1$ . Доказательство основано на том, что функцию частотной зависимости диэлектрической проницаемости (ДП) можно аналитически продолжить в комплексную плоскость, и не привязывается к конкретным зависимостям по моделям диэлектриков Лоренца, Дебая [3] или иным. Вопрос о том, какое максимальное значение  $S$  может быть достигнуто при условии, что частотная зависимость ДП удовлетворяет соотношениям Крамерса–Кронига (КК), рассматривался разными авторами для различных структур [4–7]. При отношении максимальной длины волны к минимальной, равном десяти, для уровня  $R_M = 0.1$  наибольшее значение  $S = 14.5$  получено в [5] на основе

решения задачи оптимизации двухслойной структуры, тонкий верхний слой которой можно выбрать недиспергирующим, а диэлектрическая проницаемость расположенного на металлическом зеркале основного нижнего слоя является суперпозицией дисперсионных функций Лоренца.

Объектом нашего исследования также является двухслойная диэлектрическая структура.

Цель данной работы – уточнение полученного в [5] значения параметра  $S$  на основе построения базиса представления частотной зависимости ДП. При этом единственными требованиями к этой зависимости являются выполнение соотношений КК и соответствие условию положительности мнимой части ДП во всем диапазоне частот  $(0, \infty)$  при выборе временного множителя в виде  $\exp(-i\omega t)$ .

#### 1. ПОСТРОЕНИЕ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ

Соотношения КК являются следствием представления ДП как функции частоты в виде

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \int_0^{\infty} \Psi(t) \exp(i\omega t) dt, \quad (1)$$

где вещественная функция  $\Psi(t)$  зависит от поляризационных процессов в материале [8]. Положив

$$\Psi(t) = C\tilde{\omega} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \sin \tilde{\omega}t, \quad \tilde{\omega} > 0, \gamma > 0, \quad (2)$$

где  $C$  – безразмерная константа, получим в результате интегрирования

$$\varepsilon(\omega) = 1 + C \frac{\tilde{\omega}^2}{\tilde{\omega}^2 - \omega^2 - i\gamma\omega + \gamma^2/4}. \quad (3)$$

Функцию вида (3) за вычетом единицы далее будем называть первой дисперсионной функцией (ДФ1).

Полагая

$$\omega_0^2 = \tilde{\omega}^2 + \gamma^2/4, \quad (4)$$

получим дисперсионную функцию Лоренца [3]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + C \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}. \quad (5)$$

Функции (3) и (5) неэквивалентны. В (3) параметры  $\tilde{\omega}$ ,  $\gamma$  независимы, тогда как (5) имеет физический смысл лишь при выполнении ограничения

$$\gamma \leq 2\omega_0, \quad (6)$$

вытекающего из условия вещественности величины  $\tilde{\omega}$ . Это ограничение при решении задач оптимизации сужает границы оптимизации с использованием функции Лоренца по сравнению с применением более общей по сравнению с (5) функции (3), удовлетворяющей соотношениям КК при любых значениях параметров  $\tilde{\omega}$ ,  $\gamma$ . Зависимость компонент функции (3) от отношения  $\omega/\tilde{\omega}$  при  $\gamma = \tilde{\omega}$  и  $3\tilde{\omega}$  представлена на рис. 1.

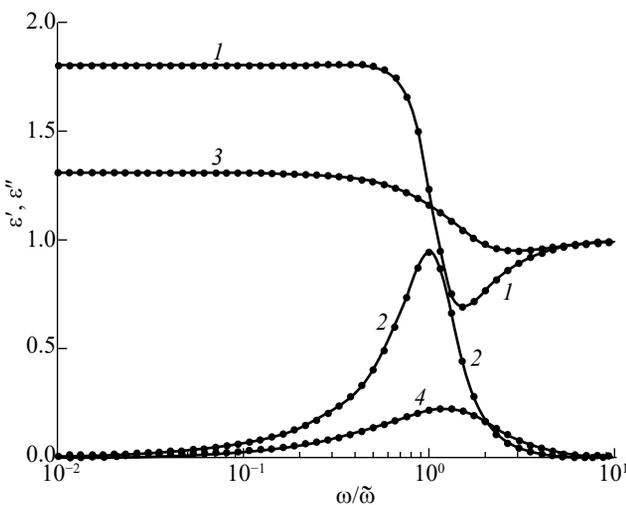


Рис. 1. Зависимость вещественной  $\varepsilon'$  (1,3) и мнимой  $\varepsilon''$  (2,4) частей функции (3) от отношения  $\omega/\tilde{\omega}$ : при  $\gamma = \tilde{\omega}$  (1,2) и  $\gamma = 3\tilde{\omega}$  (3,4).

Введем в (1) функцию

$$\Psi(t) = \frac{a^p}{\Gamma(p)} t^{p-1} \exp(-at), \quad a > 0, \quad p = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где  $\Gamma(p)$  – гамма-функция,  $a$  – константа. Применяв формулу Эйлера и вычислив определенный интеграл в пределах  $(0, \infty)$  от произведения  $\Psi(t)\exp(i\omega t)$  с использованием известных определенных интегралов [9], получим

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \varepsilon_p(\omega, a),$$

$$\varepsilon_p(\omega, a) = \frac{\exp(ip\theta)}{(1 + \omega^2/a^2)^{p/2}}, \quad \theta = \arcsin \frac{\omega/a}{\sqrt{1 + \omega^2/a^2}}. \quad (8)$$

Функция  $\varepsilon_1(\omega, a) + 1$  совпадает с дисперсионной функцией Дебая [3]. Далее функцию вида (8) будем называть второй дисперсионной функцией (ДФ2). При  $p > 2$  эти функции могут менять знак мнимой части с изменением частоты и поэтому по отдельности не могут представлять диэлектрическую проницаемость. Частотная зависимость компонент функций  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  от отношения  $\omega/a$  представлена на рис. 2. Если использовать разложение в ряд Тейлора входящей в (3) функции  $\sin(\tilde{\omega} t)$  и подставить (2) в (1), то можно получить разложения функций (3) и (5) в функциональный ряд по системе  $\{\varepsilon_p\}$  с четными значениями числа  $p$ .

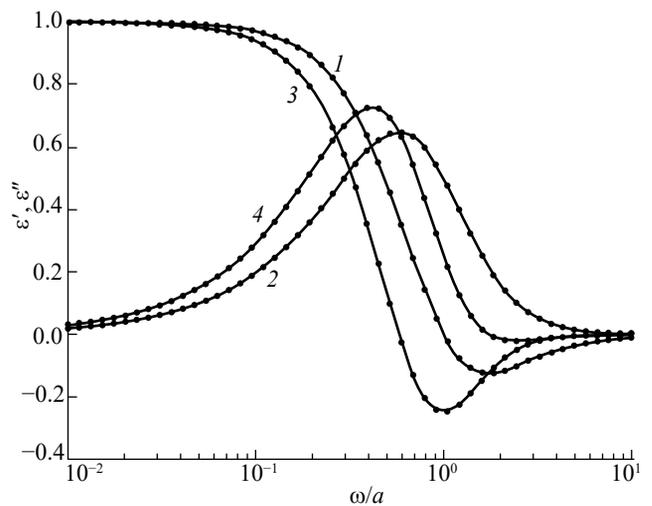


Рис. 2. Зависимость вещественной  $\varepsilon'$  (1,3) и мнимой  $\varepsilon''$  (2,4) частей функции (8) от отношения  $\omega/a$ : при  $p = 2$  (1,2) и  $p = 3$  (3,4).

## 2. ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ

### 2.1. Оптимизация с применением дисперсионных функций первого типа

Расположенная на металлическом зеркале структура толщиной  $d$  состоит из тонкого верхнего слоя толщиной  $d/x$  с вещественной ДП  $\tilde{\epsilon}$  и основного нижнего слоя с комплексной ДП, являющейся суперпозицией  $N$  резонансных функций, представленных в удобном для решения задачи оптимизации виде через длины волн,

$$\epsilon(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^N \frac{C_n}{1 + \frac{\tilde{\lambda}_n^2}{\lambda^2} - i g_n \frac{\tilde{\lambda}_n}{\lambda} + \frac{g_n^2}{4}}. \quad (9)$$

Общее число подлежащих вычислению переменных  $C_n$ ,  $g_n$ ,  $\tilde{\lambda}_n$ ,  $\tilde{\epsilon}$ ,  $x$  равно  $3N + 2$ . Методом, сочетающим подход Монте-Карло (МК) [10] с процессом итераций [11], был определен набор значений переменных, при котором минимальная толщина  $d$ , обеспечивающая максимальное значение КО, не превышающее уровня  $R_M = 0.1$  на всех расчетных длинах волн  $\lambda_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ ,  $\lambda_1 = \lambda_{\min} = 1$  см,  $\lambda_k = \lambda_{\max} = 10$  см. Значения  $\lambda_k$  выбирали по закону геометрической прогрессии. Значение  $K = 35$  оказалось достаточным для того, чтобы результат вычислений не менялся при наращивании  $K$ . Полагалось  $N = 7$ , так как при  $N > 7$  результат оптимизации не меняется. На первом этапе оптимизации методом МК при назначенной начальной толщине структуры строили величины  $\tilde{\lambda}_n$  по закону геометрической прогрессии, причем границы  $\tilde{\lambda}_1$ ,  $\tilde{\lambda}_N$  варьировались случайным образом вблизи  $\lambda_{\min}$ ,  $\lambda_{\max}$  соответственно. На втором этапе значения всех переменных, в том числе  $\tilde{\lambda}_n$ , варьировались циклами в узких пределах, не более чем на 15% отличавшихся от значений, полученных на предыдущей итерации, при этом толщина в каждом цикле уменьшалась на 2% от ее значения в предыдущем цикле. Коэффициенты  $C_n$  могли принимать как положительные, так и отрицательные значения. При этом на всех этапах оптимизации, еще до начала вычисления КО, от двухслойной структуры исключались такие выборки переменных, при которых мнимая часть ДП отрицательна в какой-либо области диапазона длин волн от  $\lambda = 0$  до  $\lambda = \infty$  ( $\omega = 0$ ). Такой алгоритм оказался эффективен как в плане сокращения числа анализируемых на уровень  $R_M$  случайных выборок, так и в плане глубины оптимизации. В результате было получено  $S = 15.1$ .

### 2.2. Оптимизация с применением дисперсионных функций второго типа

Суперпозицию функций ДФ2 представим в удобном для вычислений виде:

$$\epsilon(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^N C_n \frac{\exp(ip_n \theta_n)}{\left(1 + b_n^2 / \lambda^2\right)^{p_n/2}},$$

$$\theta_n = \arcsin \frac{b_n / \lambda}{\sqrt{1 + b_n^2 / \lambda^2}} \quad b_n > 0. \quad (10)$$

При  $p_n = n$  переменными оптимизации являются величины  $C_n$ ,  $b_n$ .

Вычисления с применением описанного выше алгоритма показали, что при  $N = 20$  оптимизация приводит к значению  $S = 14.9$ . Уточнение  $S$  путем наращивания  $N$  приводило к ускоренному замедлению вычислительного процесса и было остановлено. В связи с этим функция (10) за вычетом единицы была использована для уточнения значения  $S$  совместно с функцией (9).

### 2.3. Оптимизация с применением двух типов дисперсионных функций

К значениям ДП на расчетных длинах волн, полученным с использованием базиса из семи функций ДФ1 прибавлялись добавки, полученные с применением базиса из десяти функций ДФ2. Учитывая, что функции ДФ1 являются «блоками» из функций ДФ2 с четными значениями  $p$ , для «дооптимизации» применялись лишь функции ДФ2 с нечетными  $p_n = 2(n-1)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 10$ . Было получено минимальное значение толщины структуры  $d = 0.64$  см и соответствующее ей значение  $S = 15.6$  для уровня  $R_M = 0.1$ . Наращивание числа базисных функций не привело к изменению результата. Стабильный выход процесса оптимизации на значение  $S = 15.6$  при различных начальных выборках переменных, формируемых программой генерирования случайных чисел, позволяет считать, что достигнут глобальный экстремум. Авторы не исключают того, что полученный результат может быть уточнен при других вариантах выбора функционала из функций ДФ1 и ДФ2.

Полученные в результате решения задачи оптимизации значения переменных, входящих в ДФ1, приведены в табл. 1. Значения переменных, входящих в ДФ2, приведены в табл. 2. Диэлектрическая проницаемость первого слоя структуры  $\tilde{\epsilon} = 29.8$ , параметр  $x = 69.9$ .

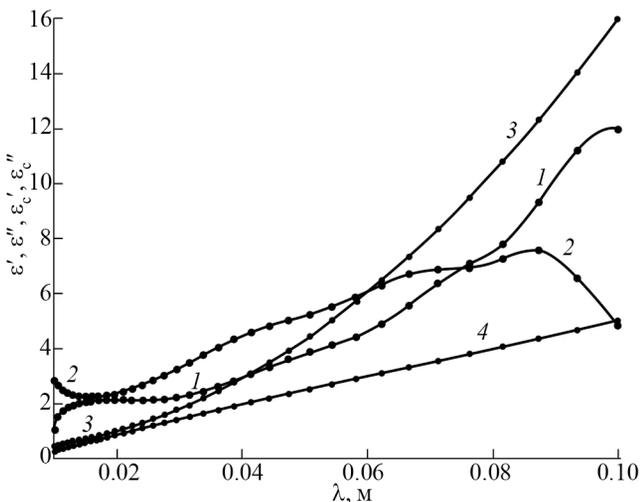
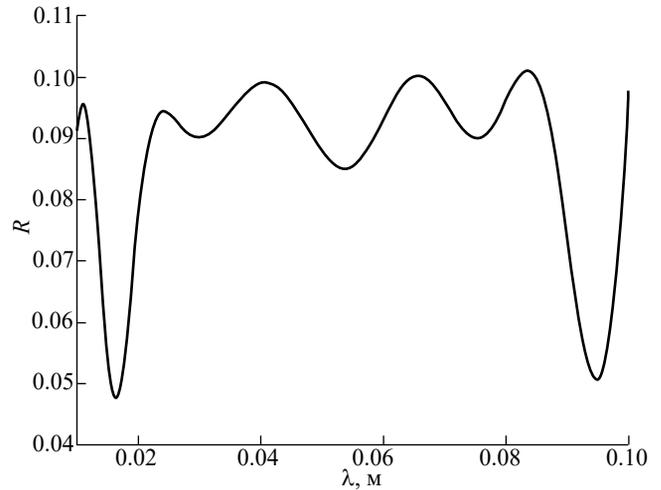
На рис. 3 приведена оптимальная зависимость ДП нижнего слоя от длины волны. Эта зависимость, коррелирует с приведенной на рис. 3 дисперсионной зависимостью ДП  $\epsilon_c$  согласованного со свободным пространством слоя диэлектрика, расположенного на металлическом зеркале [12], толщина которого 0.64 см. На рис. 4 приведена зависимость коэффициента отражения от длины волны для оптимизированной структуры.

**Таблица 1.** Значения переменных, входящих в дисперсионные функции первого типа

$n$	$10^2 \tilde{\lambda}_n$ , см	$g_n$	$C_n$
1	0.98489393	0.2931850	0.3141127
2	1.4436278	1.813851	0.3817950
3	1.3482827	1.897519	4.248031
4	3.6779944	1.475627	0.8846349
5	5.0090495	1.207935	4.038259
6	7.0169501	0.5048110	1.406469
7	8.9055136	0.2597022	0.8650910

**Таблица 2.** Значения переменных, входящих в дисперсионные функции второго типа

$n$	$p_n$	$10^2 b_n$	$C_p$
1	1	0.52538682	0.1662875
2	3	0.71837059	-0.3278747
3	5	0.87593291	0.4149033
4	7	2.0601816	-0.4038030
5	9	2.8577231	-0.0269204
6	11	2.9182259	-0.9056180
7	13	5.3520348	1.738480
8	15	4.2301215	0.3994214
9	17	6.1317943	-0.4805395
10	19	8.1876315	1.781218

**Рис. 3.** Зависимость от длины волны вещественной и мнимой компонент диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  оптимальной структуры толщиной 0.64 см и компонент диэлектрической проницаемости  $\epsilon_c$  согласованного однослойного покрытия такой же толщины:  $\epsilon'$  (1),  $\epsilon''$  (2),  $\epsilon'_c$  (3),  $\epsilon''_c$  (4).**Рис. 4.** Зависимость от длины волны коэффициента отражения по мощности  $R$  для оптимальной структуры.

Результаты работы применимы к другим диапазонам длин волн путем соответствующего масштабирования линейных размеров структуры.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученное в данной работе значение  $S = 15.6$  отношения максимальной длины волны рабочего диапазона двухслойного диэлектрического покрытия к его толщине существенно выше полученного в [5] значения  $S = 14.5$  и выше спрогнозированного ее авторами предельного значения  $S = 15$ . По нашему мнению, уточнение достигнуто не только на основе применения расширенного базиса представления частотной зависимости ДП, но и вследствие использования в задаче оптимизации метода МК, адаптированного к конкретике задачи и ранее успешно применявшегося для оптимизации радиопоглощающих структур [7]. В [5] для решения задачи оптимизации применен симплекс-метод, который, как отмечают авторы, не гарантирует нахождения глобального экстремума функционала. В этом отношении метод МК обладает тем преимуществом, что при правильном выборе пределов изменения переменных и достаточном количестве случайных выборок вероятность достижения глобального экстремума может быть сколь угодно приближена к единице.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построен базис из удовлетворяющих соотношениям Крамерса–Кронига дисперсионных функций для представления частотной зависимости диэлектрической проницаемости. Предложен эффективный алгоритм решения задач оптимизации слоистых радиопоглощающих структур, построенный

на сочетании метода Монте-Карло с методом итераций. Решена задача минимизации толщины диэлектрической радиопоглощающей двухслойной структуры в диапазоне длин волн, в котором максимальная длина волны в 10 раз превосходит минимальную. Для уровня коэффициента отражения по мощности, не превышающего 0.1, получено значение отношения максимальной длины волны рабочего диапазона покрытия к его толщине, равное 15.6, что больше известного значение 14.5 для слоистых радиопоглощающих структур.

Результаты работы могут быть использованы разработчиками радиопоглощающих покрытий.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беляев А.А., Беспалова Е.Е., Романов А.М.* // Авиационные материалы и технологии. 2013. № 1. С. 53.
2. *Розанов К.Н.* Частотно-зависимые магнитные и диэлектрические свойства композитных материалов для широкополосных СВЧ применений. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. М.: ИТПЭ РАН, 2018. 326 с.
3. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
4. *Казанцев Ю.Н., Красножен А.П., Тихонравов А.В.* // РЭ. 1990. Т. 35. № 6. С.1140.
5. *Виноградов А.П., Лагарьков А.Н., Сарычев А.К., Стерлина И.Г.* // РЭ. 1996. Т. 41. № 2. С. 158.
6. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // ЖТФ. 2020. Т. 90. № 6. С. 1009.
7. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* Поглотители электромагнитных волн. Радиофизическая теория. Методы расчета. Симферополь: Полипринт, 2021.
8. *Виноградова М.В., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
9. *Градитейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
10. *Биндер К., Хеерман Д.В.* Моделирование методом Монте-Карло в статистической физике. М.: Физматлит, 1995.
11. *Ильина В.А., Силаев П.К.* Численные методы для физиков-теоретиков. М.: АНО «Институт компьютерных исследований», 2003. Ч. 1.
12. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // Электромагнитные волны и электрон. системы. 2019. Т. 24. № 5. С. 5.

## BROADBAND OF THE DIELECTRIC RADIO-ABSORBING STRUCTURE

**V. I. Ponomarenko\*, I. M. Lagunov**

*Vernadsky Crimean Federal University,  
prosp. Acad. Vernadsky, 4, Simferopol, 295007 Russian Federation*

*\*E-mail: vponom@gmail.com*

Received March 06, 2024, revised April 09, 2024, accepted April 24, 2024

A basis of dispersion functions is constructed to represent the frequency dependence of the permittivity. The problem of optimizing the dielectric radio-absorbing two-layer structure has been solved. The ratio of the maximum wavelength of the operating range of the radio-absorbing coating to its thickness is obtained, which significantly exceeds the known value for layered structures.

*Keywords:* permittivity, dispersion dependence, composite materials

УДК 621.396.677

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ПОДАВЛЕНИЯ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ В ГЛАВНОМ ЛУЧЕ ПАССИВНОЙ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ДРУГОЙ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ ПО БОКОВОМУ ЛЕПЕСТКУ АНТЕННЫ

© 2024 г. И. С. Шурыгина, В. А. Кашин\*

НПО «Алмаз»,  
Ленинградский просп., 80/16, Москва, 125190 Российская Федерация

\*E-mail: info@raspletin.com

Поступила в редакцию 01.04.2024 г.

После доработки 29.05.2024 г.

Принята к публикации 22.06.2024 г.

Рассмотрена задача о влиянии шумовой помехи, приходящей по боковому лепестку антенны, на глубину поляризационного подавления шумовой помехи в главном луче. Проблема влияния помехи рассмотрена для пассивной фазированной антенной решетки с переключаемой поляризацией антенных элементов. Получена оценка глубины поляризационной компенсации.

*Ключевые слова:* фазированная антенная решетка, поляризационное подавление помехи, помеха в главном луче, переключаемая поляризация антенных элементов, глубина подавления, активная помеха, подрешетки с ортогональными поляризациями

DOI: 10.31857/S0033849424090056, EDN: HSBСРК

### ВВЕДЕНИЕ

С развитием техники антенных решеток с электрическим управлением лучом появилось большое количество публикаций (см., например, [1–4]), посвященных защите радиолокационных станций (РЛС) от активных помех, приходящих по боковым лепесткам. Эта защита основана на пространственной селективности целей, когда в области главного луча антенны в направлении цели обеспечивается высокий уровень приема, а в направлениях прихода помех в области боковых лепестков – пониженный уровень путем формирования глубоких провалов («нулей» приема) за счет управления амплитудами и фазами излучения, которое проходит через антенные элементы.

Однако если направление прихода помехи находится в зоне главного луча антенной решетки, то технология формирования глубоких провалов приема за счет пространственной селективности неприемлема, так как приводит к неприемлемому искажению главного луча и подавлению полезного сигнала. Между тем известен и находит применение поляризационный способ подавления в главном луче пассивных помех от атмосферных осадков (дождей) в антеннах с круговой поляризацией, когда при смене режимов передачи и приема используется переключение ортогональных круговых поляризаций [5]. Способ применим для

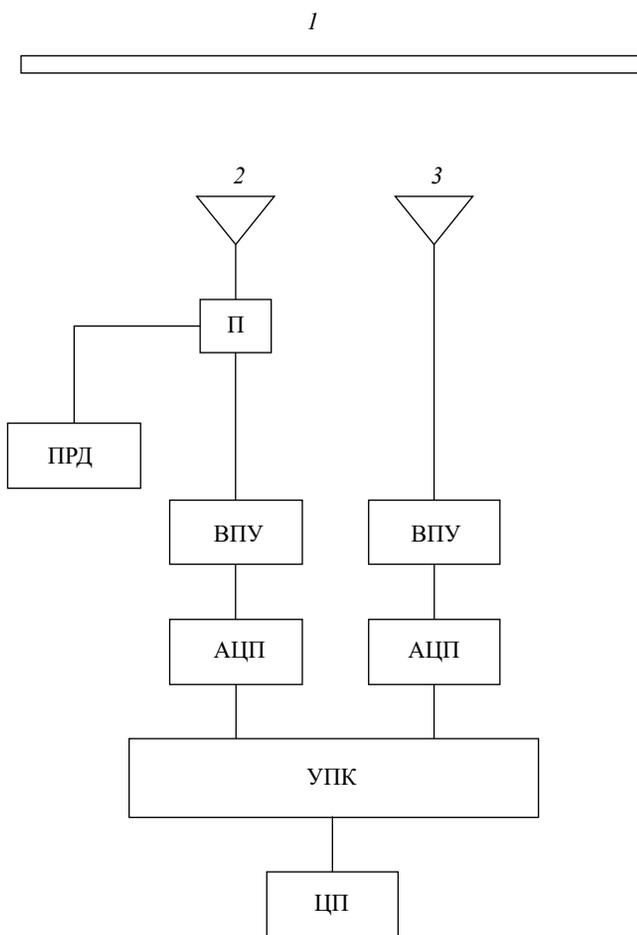
подавления отраженных сигналов с поляризацией, близкой к круговой. Однако его нельзя использовать для подавления активных помех, которые могут иметь поляризацию любого вида, а не только круговую. В этом случае перспективным является способ поляризационного подавления активной помехи, приходящей в направлении главного луча [6]. При этом возникает вопрос, насколько эффективно поляризационное подавление помехи, приходящей в направлении главного луча, когда одновременно действуют другие помехи по боковым лепесткам.

Цель данной работы – исследовать этот вопрос на примере одной помехи, приходящей по боковому лепестку, применительно к пассивной фазированной антенной решетке (ФАР), антенные элементы которой имеют возможность переключать поляризацию на одну из двух ортогональных.

### 1. СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Схема построения ФАР приведена на рис. 1. Пассивная ФАР содержит плотно антенных элементов  $l$  с переключаемыми линейными поляризациями – вертикальной и горизонтальной. По цепям управления ФАР разбивается на две вложенные подрешетки с ортогональными поляризациями

и случайным расположением антенных элементов. Количество элементов во вложенных подрешетках одинаковое. В приемном режиме прошедшие через полотно антенных элементов волны фокусируются в приемные облучатели 2 и 3. Принятые сигналы поступают во входные приемные устройства ВПУ. Причем во входное приемное устройство канала рупора 2 сигнал поступает через переключатель П, к другому плечу которого подключен передатчик ПРД. На выходах ВПУ сигналы оцифровываются в аналого-цифровых преобразователях АЦП и поступают в устройство поляризационной компенсации УПК, аналогичное автокомпенсатору помех, примененному в [6], а потом в цифровой приемник ЦП.



**Рис. 1.** Схема построения ФАР: 1 – полотно антенных элементов с переключаемыми линейными поляризациями – вертикальной и горизонтальной, 2 и 3 – приемные облучатели; П – переключатель, ПРД – передатчик, ВПУ – входные приемные устройства, АЦП – аналого-цифровой преобразователь, УПК – устройство поляризационной компенсации, ЦП – цифровой приемник.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ГЛУБИНЫ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ КОМПЕНСАЦИИ

В случае одиночной шумовой помехи, приходящей по главному лучу ФАР, поляризационное подавление осуществляется за счет взвешенного суммирования сигналов (напряжений) на ортогональных поляризациях с выходов ВПУ (см. рис. 1):

$$\dot{e}_w = w\dot{e}_x + \dot{e}_y,$$

где комплексные величины  $\dot{e}_x$  и  $\dot{e}_y$  – сигналы, соответствующие поляризационным компонентам помехового излучения,  $w$  – весовой коэффициент, который формируется из условия

$$\dot{e}_w = 0.$$

Тогда

$$w = -\frac{\dot{e}_y}{\dot{e}_x}. \tag{1}$$

Для практики целесообразно преобразовать выражение (1) к виду

$$w = -\frac{\overline{\dot{e}_y \dot{e}_x^*}}{|\dot{e}_x|^2}. \tag{2}$$

Горизонтальная черта над величинами поляризационных компонент в (2) означает усреднение во времени, величина  $\dot{e}_x^*$  – комплексно-сопряженная с величиной  $\dot{e}_x$ .

В случае воздействия помехи по боковому лепестку будем использовать для поляризационной компенсации помехи по главному лучу тот же самый алгоритм (2). Естественно, что глубина поляризационной компенсации в главном луче будет меньшей, чем в отсутствие второй помехи. Поставим задачу – определить ухудшение этой глубины. Полагаем оба помеховых сигнала случайными некоррелированными процессами.

В случае действия двух помех величины  $\dot{e}_x$  и  $\dot{e}_y$  являются суммами

$$\begin{aligned} \dot{e}_x &= \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{x2}, \\ \dot{e}_y &= \dot{e}_{y1} + \dot{e}_{y2}, \end{aligned} \tag{3}$$

где  $\dot{e}_{x1}$  и  $\dot{e}_{y1}$  – поляризационные компоненты помехи, приходящей по главному лучу,  $\dot{e}_{x2}$  и  $\dot{e}_{y2}$  – поляризационные компоненты помехи, приходящей по боковому лепестку.

Отметим, что компоненты  $\dot{e}_{x1}$  и  $\dot{e}_{y1}$ ,  $\dot{e}_{x2}$  и  $\dot{e}_{y2}$  – жестко коррелированы, так что

$$\dot{e}_{y1} = \beta_1 \dot{e}_{x1}, \quad \dot{e}_{y2} = \beta_2 \dot{e}_{x2}, \tag{4}$$

где  $\beta_1$  и  $\beta_2$  – константы.

В (3) и (4) величины  $\dot{e}_{x1}$ ,  $\dot{e}_{y1}$ ,  $\dot{e}_{x2}$ ,  $\dot{e}_{y2}$  – комплексные огибающие узкополосных случайных процессов. Если  $\dot{e}$  комплексная огибающая узкополосного случайного процесса, то ее можно представить в виде [7]:

$$\dot{e} = E(t) \exp(i\Omega t + i\varphi), \quad (5)$$

где  $E(t)$  и  $\Omega t$  – соответственно случайная амплитуда и случайная фаза огибающей,  $\varphi$  – постоянная фаза.

С учетом (4) и (5) величины  $\dot{e}_x$  и  $\dot{e}_y$ , входящие в выражения (3), можно представить в виде

$$\dot{e}_x = E_{x1}(t) \exp(i\Omega_1 t + i\varphi_{x1}) + E_{x2}(t) \exp(i\Omega_2 t + i\varphi_{x2}), \quad (6)$$

$$\dot{e}_y = \beta_1 E_{x1}(t) \exp(i\Omega_1 t + i\varphi_{y1}) + \beta_2 E_{x2}(t) \exp(i\Omega_2 t + i\varphi_{y2}), \quad (7)$$

где

$$\beta_1 = \frac{E_{y1}(t)}{E_{x1}(t)}, \quad \beta_2 = \frac{E_{y2}(t)}{E_{x2}(t)}. \quad (8)$$

Введем обозначения

$$A_1(t) = E_{x1}(t) \exp(i\Omega_1 t), \quad A_2(t) = E_{x2}(t) \exp(i\Omega_2 t). \quad (9)$$

С учетом (8) и (9) подставим (6) и (7) в числитель  $\overline{\dot{e}_y \dot{e}_x^*}$  и знаменатель  $|\overline{\dot{e}_x}|^2$  выражения (2) и получим

$$-\overline{\dot{e}_y \dot{e}_x^*} = -\overline{[\beta_1 A_1(t) \exp(i\varphi_{y1}) + \beta_2 A_2(t) \exp(i\varphi_{y2})]} \times \\ \times \overline{[A_1^*(t) \exp(-i\varphi_{x1}) + A_2^*(t) \exp(-i\varphi_{x2})]}, \quad (10)$$

$$|\overline{\dot{e}_x}|^2 = \overline{[A_1(t) \exp(i\varphi_{x1}) + A_2(t) \exp(i\varphi_{x2})]} \times \\ \times \overline{[A_1^*(t) \exp(-i\varphi_{x1}) + A_2^*(t) \exp(-i\varphi_{x2})]}. \quad (11)$$

Учтем некоррелированность величин  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$  и сформируем коэффициент  $\dot{w}$ :

$$\dot{w} = -\frac{\overline{\dot{e}_y \dot{e}_x^*}}{|\overline{\dot{e}_x}|^2} = -\frac{\beta_1 |A_1(t)|^2 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) + \beta_2 |A_2(t)|^2 \exp(i\varphi_{y2} - i\varphi_{x2})}{|A_1(t)|^2 + |A_2(t)|^2}. \quad (12)$$

Пока полагаем, что

$$\beta_1 \leq 1, \quad \beta_2 \leq 1. \quad (13)$$

Величины  $\overline{|A_1(t)|^2}$  и  $\overline{|A_2(t)|^2}$  пропорциональны мощности в приемном тракте наибольших поляризованных компонент сигналов  $\dot{e}_1$  и  $\dot{e}_2$ . По физическому смыслу отношение этих величин удовлетворяет условию

$$\frac{\overline{|A_2(t)|^2}}{\overline{|A_1(t)|^2}} \ll 1. \quad (14)$$

В силу (14) из (12) следует:

$$\dot{w} \approx -\beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) - \beta_2 \exp(i\varphi_{y2} - i\varphi_{x2}) \frac{\overline{|A_2(t)|^2}}{\overline{|A_1(t)|^2}} +$$

$$+\beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) \frac{\overline{|A_2(t)|^2}}{\overline{|A_1(t)|^2}}. \quad (15)$$

Напряжение остатка помехи  $\dot{e}_{w1}$ , действующей по главному лучу, после компенсации с использованием весового коэффициента (15) имеет вид

$$\dot{e}_{w1} = \dot{w} \dot{e}_{x1} + \dot{e}_{y1}. \quad (16)$$

Учтем, что

$$\begin{cases} \dot{e}_{x1} = A_1(t) \exp(i\varphi_{x1}) \\ \dot{e}_{y1} = \beta_1 A_1(t) \exp(i\varphi_{y1}) \end{cases}. \quad (17)$$

Подставим (15) и (17) в (16) и, учитывая (14), получим

$$\dot{e}_{w1} = \frac{\overline{|A_2(t)|^2}}{\overline{|A_1(t)|^2}} [-\beta_2 \exp(i\varphi_{y2} - i\varphi_{x2}) + \beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1})] A_1(t) \exp(i\varphi_{x1}). \quad (18)$$

Суммарная мощность помехи по главному лучу в обоих приемных каналах до компенсации имеет вид

$$P = (1 + \beta_1^2) \overline{A_1(t)^2} \quad (19)$$

Глубина компенсации  $\eta$  есть

$$F(\beta_1, \beta_2) = \frac{1}{(1 + \beta_1^2)} \left| -\beta_2 \exp(i\varphi_{y2} - i\varphi_{x2}) + \beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) \right|^2 \quad (21)$$

Как показывает анализ, максимальное значение величины (21) соответствует синфазному сложению слагаемых в прямых скобках и значениям

$$\beta_1 = 1, \beta_2 = 1. \quad (22)$$

При этом

$$F(\beta_1, \beta_2) = 2,$$

и максимальное значение нормированного остатка помехи в главном луче после компенсации есть

$$\eta = 2 \left\{ \frac{\overline{A_2(t)^2}}{A_1(t)^2} \right\}. \quad (23)$$

Остановимся на физическом смысле величины (23). Рассматриваем величины  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$  как амплитуды напряженностей электрических полей в приемных СВЧ-трактах подрешеток. Мощность в приемном тракте подрешетки с  $x$ -й поляризацией от помехи в главном луче определяется выражением

$$P_{x1} = \frac{\overline{A_1(t)^2}}{\rho}, \quad (24)$$

где  $\rho$  – волновое сопротивление тракта. Соответственно, мощность от второй помехи в том же тракте имеет вид

$$P_{x2} = \frac{\overline{A_2(t)^2}}{\rho}. \quad (25)$$

Однако

$$P_{x1} = \frac{G_1 \lambda^2 \Pi_{1x}}{4\pi}, \quad (26)$$

$$P_{x2} = \frac{G_2 \lambda^2 \Pi_{2x}}{4\pi}, \quad (27)$$

где  $G_1$  и  $G_2$  – коэффициенты усиления подрешетки с  $x$ -й поляризацией в направлениях 1-й и 2-й

$$\eta = \frac{|\overline{\dot{e}_{wl}}|^2}{P}.$$

Тогда с учетом (18) и (19) получаем

$$\eta = F(\beta_1, \beta_2) \left\{ \frac{\overline{A_2(t)^2}}{A_1(t)^2} \right\}, \quad (20)$$

где

помех,  $\lambda$  – длина волны,  $\Pi_{1x}$  и  $\Pi_{2x}$  – плотность потоков мощности компонент помех  $x$ -й поляризации на раскрытые антенны.

Из (24)–(27) следует, что

$$\frac{\overline{A_2(t)^2}}{A_1(t)^2} = \frac{G_2 \Pi_{2x}}{G_1 \Pi_{1x}}. \quad (28)$$

Предположим, что обе помехи имеют не только одинаковый излучаемый суммарный уровень мощности на двух поляризациях, но и в соответствии с (22) одинаковый уровень мощности компонент на ортогональных поляризациях, тогда

$$\Pi_{1x} = \Pi_{2x}. \quad (29)$$

Из (28) и (29) следует

$$\frac{\overline{A_2(t)^2}}{A_1(t)^2} = \frac{G_2}{G_1} = G_0,$$

где  $G_0$  – нормированный уровень бокового лепестка подрешетки с  $x$ -й поляризацией.

Величину (23) в децибельном масштабе можно оценивать по формуле

$$\eta(\text{дБ}) = -2f_{6,л}(\text{дБ}) + 3 \text{ дБ},$$

где  $2f_{6,л}(\text{дБ})$  – удвоенный в децибельном масштабе уровень бокового лепестка подрешетки.

Анализ показывает, что оценка (23) имеет место и при снятии ограничений (13).

### 3. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ГЛУБИНЫ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Численные расчеты величины (23) были проведены для одной из двух вложенных подрешеток, на которые было разбито полотно антенных элементов исходной плоской ФАР. Решетка имела раскрыв прямоугольной формы и содержала  $10^4$

всенаправленных антенных элементов, расположенных вдоль 100 строк и 100 столбцов. Межэлементное расстояние вдоль строк и столбцов равнялось  $0.6\lambda$  ( $\lambda$  — длина волны). Амплитудное распределение было равномерным. Разбиение на вложенные подрешетки со случайным расположением элементов проведено по методике, описанной в [8].

На рис. 2 приведена диаграмма направленности  $G_0(u)$  одной из подрешеток в плоскости, параллельной строкам, для неотклоненного луча. Параметр  $u = \sin\theta$ , где  $\theta$  — угол наблюдения по отношению к нормали к плоскому раскрытию. Диаграмма нормирована к своему максимуму. Там же изображена величина (23) как зависимость  $\eta(u)$ .

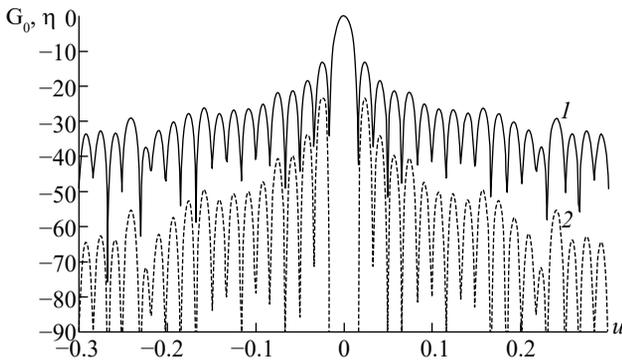


Рис. 2. Диаграмма направленности одной из подрешеток (1) и максимальное значение нормированного остатка помехи в главном луче после компенсации (2).

#### 4. ИЗМЕНЕНИЕ УРОВНЯ ПОМЕХИ, ПРИХОДЯЩЕЙ ПО БОКОВОМУ ЛЕПЕСТКУ, ПОСЛЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХИ В ГЛАВНОМ ЛУЧЕ

Определим уровень помехи  $\dot{e}_{w2}$ , приходящей по боковому лепестку, после компенсации помехи в главном луче. Этот уровень определяется взвешенной суммой сигналов ортогональных компонент  $\dot{e}_{x2}$  и  $\dot{e}_{y2}$ :

$$\dot{e}_{w2} = \dot{w}\dot{e}_{x2} + \dot{e}_{y2}, \quad (30)$$

где весовой коэффициент  $\dot{w}$  описывается выражением (15), полученным из условия поляризационной компенсации помехи в главном луче. С учетом (14) в выражении (30) приближенно можно принять

$$\dot{w} \approx -\beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}). \quad (31)$$

Величины  $\dot{e}_{x2}$  и  $\dot{e}_{y2}$  по аналогии с (17) описываются соотношениями

$$\begin{cases} \dot{e}_{x2} = A_2(t) \exp(i\varphi_{x2}) \\ \dot{e}_{y2} = \beta_2 A_2(t) \exp(i\varphi_{y2}). \end{cases} \quad (32)$$

Подставляя (31) и (32) в (30) получим

$$\dot{e}_{w2} = A_2(t) \exp(i\varphi_{x2}) [-\beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) + \beta_2]. \quad (33)$$

Тогда для отношения  $\eta_0$  мощности помехи по боковому лепестку после компенсации  $|\dot{e}_{w2}|^2$  к мощности помехи в главном луче после компенсации (19) имеем величину

$$\eta_0 = F_0(\beta_1, \beta_2) \frac{|A_2(t)|^2}{|A_1(t)|^2}, \quad (34)$$

где

$$F_0(\beta_1, \beta_2) = \frac{1}{(1 + \beta_1^2)} [-\beta_1 \exp(i\varphi_{y1} - i\varphi_{x1}) + \beta_2]^2. \quad (35)$$

Максимальное значение (35) реализуется при синфазном сложении величин в квадратных скобках и значениях  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ . При этом  $F_0(\beta_1, \beta_2) = 2$ . Таким образом, в худшем случае начальный уровень помехи, приходящей по боковому лепестку, увеличивается на 3 дБ.

Сравнивая (20) и (34), приходим к выводу, что уровень помехи в главном луче после компенсации существенно ниже уровня помехи, приходящей по боковому лепестку. Следовательно, наличие помехи в боковом лепестке практически не влияет на глубину поляризационной компенсации помехи в главном луче для рассмотренной схемы построения ФАР.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что наименьшая глубина поляризационной компенсации помехи в главном луче решетки при действии второй помехи такой же мощности по боковому лепестку, равна удвоенному уровню бокового лепестка в децибелах за вычетом 3 дБ.

Таким образом, наличие помех в боковом лепестке той же мощности, что и в главном луче, практически не влияет на глубину поляризационной компенсации помехи в главном луче.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Drane C., McIlvenna J.* // Radio and Electronic Engineer. 1970. V. 39. № 1. P. 49.
2. *Кашин В.А., Хмеленко Ю. А., Шурыгина И.С.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 8. С. 759.
3. *Маничев А.О., Балагуровский В.А., Тюваев А.Н., Кондратьев А.С.* // Всерос. науч.-техн. конф. «Расплетинские чтения-2016». Аннотированный сб. матер. конф. М.: НПО «Алмаз», 2016. С. 88.
4. *Монзинго Р.А., Миллер Т.У.* Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М.: Радио и связь, 1986.
5. *Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А.* Поляризация радиолокационных сигналов. М.: Сов. радио, 1966. С. 408.
6. Радиоэлектронные системы: Справочник / Под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. С. 438.
7. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1969. Кн. 1. С. 356.
8. *Кашин В.А., Шурыгина И.С.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 9. С. 868.

## INVESTIGATION OF POLARIZATION SUPPRESSION OF NOISE INTERFERENCE IN THE MAIN BEAM OF A PASSIVE PHASED ANTENNA ARRAY WHEN EXPOSED TO ANOTHER NOISE INTERFERENCE ALONG THE SIDE LOBE OF THE ANTENNA

I. S. Shurygina, V. A. Kashin\*

*«Almaz» Research and Production Corporation,  
Leningradskii prosp., 80, Build. 16, Moscow, 125190 Russian Federation  
\*E-mail: info@raspletin.com*

Received April 01, 2024, revised May, 2024, accepted June 22, 2024

The problem of the influence of a noise interference coming from the side lobe of the antenna on the depth of a noise polarization suppression of interference in the main beam is considered. The problem of interference effect is considered for a passive phased antenna array with switchable polarization of antenna elements. An estimate of the depth of polarization suppression has been obtained.

*Keywords:* phased array, polarization interference suppression, interference in the main beam, switchable polarization of antenna elements, suppression depth, active interference, subarrays with orthogonal polarizations

УДК 621.391

## КЛАСС ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ С ПЛОСКОЙ ВЕРШИНОЙ И НИЗКИМИ БОКОВЫМИ ЛЕПЕСТКАМИ СПЕКТРА ДЛЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

© 2024 г. Г. В. Зайцев\*, А. Д. Хзмалян

*ПАО НПО «Алмаз» им. акад. А.А. Расплетина,  
Ленинградский просп., 80, корп. 16, Москва, 125190 Российская Федерация**\*E-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru*

Поступила в редакцию 27.12.2023 г.

После доработки 20.02.2024 г.

Принято к публикации 24.02.2024 г.

Рассмотрены весовые функции с плоской вершиной, используемые для повышения точности измерения амплитуды составляющих спектра при дискретном гармоническом анализе. Предложен новый класс весовых функций с плоской вершиной, обеспечивающих минимальный уровень максимального бокового лепестка спектра и простой способ вычисления значений функции. Описаны математическое представление новых весовых функций и метод оптимизации их параметров, основанные на предыдущих работах авторов. Синтезирован ряд весовых функций с плоской вершиной порядков 1...6 со скоростями спада боковых лепестков 6, 12, 18, 24, 30, 36 и 48 дБ/окт, представлены таблицы их параметров и проанализированы характеристики синтезированных функций. Предложен альтернативный способ повышения точности измерения амплитуды спектральных составляющих.

*Ключевые слова:* гармонический анализ, весовые функции с плоской вершиной, метод оптимизации, минимальные боковые лепестки

DOI: 10.31857/S0033849424090068, EDN: HRMQRV

### ВВЕДЕНИЕ

Гармонический анализ является одним из основных инструментов при решении разнообразных научно-технических задач. Необходимым этапом при расчете спектра экспериментальных данных является использование весовых функций, позволяющих смягчить неизбежные отрицательные эффекты, вызванные конечностью интервала наблюдения реальных сигналов. Весовые (оконные) функции, или просто окна, уменьшают растекание энергии спектральных составляющих по анализируемому частотному диапазону и понижают уровень боковых лепестков спектра [1, 2].

В ряде приложений необходимо измерять амплитуду гармонических составляющих с высокой точностью. Это требование является необходимым, например, в современных измерительных приборах — анализаторах спектра. Для обеспечения этого качества необходимы окна со специальными свойствами, которыми не обладает большинство известных весовых функций. Причина этого заключается в следующем.

Значения вычисленного спектра можно рассматривать как результат фильтрации сигнала с помощью гребенки фильтров [3], расставленных

равномерно по анализируемому диапазону частот и имеющих одинаковые амплитудно-частотные характеристики (АЧХ). Эти АЧХ фильтров совпадают со спектром окна, который, как правило, довольно быстро спадает по мере удаления от центральной частоты фильтра, т.е. точки вычисления спектра [2].

Если частота анализируемого гармонического сигнала попадает между центрами АЧХ фильтров, то выходная амплитуда меньше, чем для частоты, совпадающей с центральной частотой одного из фильтров. Это приводит к ошибке оценки амплитуды спектра сигнала. Для повышения точности этой оценки необходимо сформировать более плоскую АЧХ фильтра на интервале вблизи начала координат, размером в половину расстояния между фильтрами. Функции, имеющие такое уплощение, называются функциями с плоской вершиной. Платой за уплощение является некоторая деградация других параметров весовой функции.

Кроме описанного уплощения на весовую функцию могут накладываться дополнительные требования. В данной работе такими требованиями являются классическое условие минимизации уровня максимального бокового лепестка ее спектра и простота вычисления значений весовой функции.

Методы обеспечения указанных условий различны, поэтому рассмотрим их последовательно.

В литературе описаны следующие методы реализации плоской вершины весовой функции. В первом из них [2, 4] несколько производных спектра весовой функции на нулевой частоте устанавливаются равными нулю. При этом достигается требуемый медленный спад главного лепестка спектра весовой функции при удалении от нулевой частоты

Во втором методе [5–7] значение спектра окна на некоторой частоте в пределах половины интервала между точками вычисления спектра устанавливается равным его значению в нуле. В этом случае функция получается немонотонной и имеет максимум на интервале уплощения. Это приводит к значительно лучшему качеству уплощения. Так как целью синтеза весовых функций с плоской вершиной является высокое качество уплощения спектра, то в данной работе используется второй метод.

Для синтеза весовых функций, удовлетворяющих двум другим требованиям, в данной работе используются методы, развитые в наших предыдущих работах [8, 10–14]. Опишем коротко основные положения этих методов.

Формулировка и метод решения задачи для обеспечения второго требования – минимизации уровня максимального бокового лепестка спектра – разработаны в работе [8], где они использованы для весовых функций в виде начального отрезка ряда Фурье (далее – сумма Фурье). Функции с таким представлением являются среди классических окон наиболее простыми в вычислительном отношении и в то же время могут удовлетворять различным требованиям, вследствие чего они наиболее востребованы. Задача построения оптимальных функций с рассматриваемым свойством сформулирована в [8] как чебышевская минимаксная задача аппроксимации на заданном частотном отрезке, а решение задачи производится подходящим численным методом. Такая формулировка позволяет получить континуум оптимальных функций с широким множеством значений параметров для каждого числа слагаемых в сумме Фурье, в отличие от классических работ по весовым функциям, где для каждого числа слагаемых синтезирована только одна минимаксная функция, так что классические окна с указанными свойствами немногочисленны.

Формулировка в виде чебышевской задачи дала также возможность, используя теорию чебышевских приближений [9], получить основные свойства оптимальной функции и провести оценку близости полученного уровня максимального бокового лепестка к минимально достижимому, что позволило разработать метод верификации синтезированных функций [8]. Для известных ранее весовых функций этот вопрос не был исследован.

Использование при оптимизации отрезка частотной оси позволяет минимизировать как все боковые лепестки, так и их часть, находящуюся на отрезке, критичном для решаемой задачи.

В работе [10] разработанный метод обобщен на случай чебышевской задачи с ограничениями на коэффициенты разложения в виде линейных равенств, где он применен для синтеза весовых функций в виде суммы Фурье, имеющих высокую скорость спада боковых лепестков. Этот вариант метода синтеза используется в данной работе, при этом линейное ограничение возникает из условия обеспечения плоской вершины спектра.

Разработанный метод применим без изменений для произвольных функций, представимых в виде линейной комбинации небольшого количества базисных функций.

В работах [8, 10–14] представлены репрезентативные наборы оптимальных функций, синтезированных по описанным методам.

Третьим требованием к рассматриваемым в данной работе функциям, является простота вычисления их значений, определяемая математическим представлением функций. Вычислительная сложность весовой функции (количество операций для расчета ее значений) является важнейшим показателем качества окна для приложений реального времени, таких как, например, обработка сигнала в радиолокации, контроль качества электроэнергии, доставляемой потребителю и др.

Все весовые функции с плоской вершиной в перечисленных выше работах, как и простейшие в вычислительном отношении классические функции, имеют представление в виде суммы Фурье.

В работе [11] сложность вычисления окна была существенно – в несколько раз – снижена по сравнению с окнами в виде суммы Фурье при сохранении не меньшей свободы задания свойств окна и обеспечении более широкого набора реализуемых скоростей спада боковых лепестков, для чего там учреждены новые классы косинус-полиномиальных и полиномиальных весовых функций, а именно, предложены представления весовой функции в виде полиномов, составленных из четных или нечетных степеней, соответственно косинусоидальной функции (с полупериодом, равным длине отрезка наблюдения) и параболической функции. Эти окна обеспечивают все кратные 6 децибел на октаву (дБ/окт) скорости спада лепестков спектра без наложения каких-либо ограничений на значения коэффициентов разложений:  $V = 6(k + 1)$  дБ/окт, где произвольное неотрицательное целое число  $k$  есть младшая степень члена полинома, в отличие от окон в виде суммы Фурье, реализующих только величины  $V = 6 + 12k$  дБ/окт. Были также представлены репрезентативные каталоги оптимальных косинус-полиномиальных

и полиномиальных окон, синтезированных на основе критерия минимизации максимального бокового лепестка спектра в зависимости от ширины главного лепестка по уровню максимального бокового, с помощью разработанной численной процедуры, которая осуществляет поиск решения в пространстве дна многомерного оврага целевой функции. Эти представления весовой функции используются и в данной работе.

Недавно [12,13] классы косинус-полиномиальных и полиномиальных весовых функций были расширены на случай полиномов нецелой степени, что позволило сконструировать окна с произвольным значением асимптотической скорости спада боковых лепестков спектра  $V \geq 6$  дБ/окт. Для этих функций разработан метод синтеза оптимальных минимаксных весовых функций и представлены подробные каталоги синтезированных функций с различными уровнями максимального бокового лепестка в интервале не менее чем от  $-30$  до  $-240$  дБ и скоростями спада боковых лепестков  $V = 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 30$  и  $36$  дБ/окт, а также проанализированы их характеристики. С помощью указанного выше метода верификации доказана оптимальность полученных окон по критерию минимума максимального бокового лепестка. Показано, что функции этих каталогов весьма близки к оптимальным как в непрерывном, так и в дискретном случае при числе отсчетов  $N > 64$ . Наиболее полно указанные результаты представлены в монографии [14]. Электронная версия книги, снабженная подробным комментарием на английском, имеется в открытом доступе на платформе eLibrary.ru.

Перечисленные результаты используются далее для синтеза весовых функций с указанным представлением, имеющих плоскую вершину и минимально возможный уровень максимального бокового лепестка спектра.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим дискретный случай. Дискретная весовая функция формируется отсчетами из непрерывной функции. Непрерывная весовая функция  $w(t)$  рассматривается на интервале наблюдения  $-T/2 \leq t \leq T/2$  длительностью  $T$ , имеет нулевое

значение при  $|t| > T/2$  и является действительной четной функцией. Соответствующая дискретная весовая функция образуется  $N$  временными отсчетами  $w(t_k)$  из непрерывной функции  $w(t)$ , взятыми с шагом  $\tau = T/N$  симметрично относительно начала координат, а именно, отсчеты берутся в моменты  $t_k = -0.5(N-1)\tau + k\tau, k=0,1,2,\dots,N-1$ . Симметричность выборок является необходимым условием для получения минимального уровня боковых лепестков и однозначно определяет дискретную функцию по заданной непрерывной. Это дает возможность при описании дискретных функций использовать непрерывные функции, что упрощает нотацию.

Спектр дискретной весовой функции  $W(f)$  определяется формулой дискретного по времени преобразования Фурье:

$$W(f) = \sum_{k=0}^{N-1} w(t_k) \exp(-j2\pi t_k f), \quad (1)$$

$$f \in [-0.5/\tau, 0.5/\tau].$$

Модуль спектра (1) периодичен по частоте  $f$  с периодом  $1/\tau$ , поэтому его достаточно анализировать на основном периоде  $f \in [-0.5/\tau, 0.5/\tau]$ . При выборе достаточно малого шага  $\tau$  отличие дискретного спектра функции  $w(t)$  от интегрального на основном периоде незначительно. В силу четности весовой функции во временной области дискретный спектр также является четным и действительным, и его достаточно анализировать только при положительных частотах на половине основного периода, т.е. для  $f \in [0, 0.5/\tau]$ .

Напомним, что величина  $1/T = 1/(N\tau)$  называется бин. В бинах половина основного периода занимает отрезок  $[0, 0.5N]$ .

Ниже рассматриваются весовые функции двух видов – полиномиальные и косинус-полиномиальные, детально описанные в монографии [14]. Представление этих функций имеет вид

$$w(t) = \sum_{k=0}^m a_k g^{\mu+2k}(t), \quad -T/2 \leq t \leq T/2, \quad (2)$$

где

$$g(t) = \begin{cases} \cos(\pi t / T) & \text{для косинусполиномиальных функций,} \\ 1 - (2t / T)^2 & \text{для полиномиальных функций.} \end{cases} \quad (3)$$

В формуле (2) введены следующие обозначения:  $a_0, a_1, \dots, a_m$  – коэффициенты, подлежащие определению для придания функции  $w(t)$  необходимых

свойств (в данной статье – уплощенной вершины и низких боковых лепестков спектра);  $\mu \geq 0$  – действительный параметр, определяющий

асимптотическую скорость спада  $V$  боковых лепестков спектра функции;  $m$  – порядок функции, определяющий число членов  $m + 1$  в сумме (2) и имеющий, как правило, малое значение, составляющее несколько единиц. Для удобства изложения коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_m$  объединены далее в вектор  $\mathbf{A} = (a_0, a_1, \dots, a_m)$ .

Функции (2) имеют следующие фундаментальные свойства [11, 14].

– Скорость спада боковых лепестков спектра функций равна  $V = 6(\mu + 1)$  дБ/окт; выбором параметра  $\mu \geq 0$  можно обеспечить произвольное действительное значение скорости спада боковых лепестков  $V \geq 6$  дБ/окт. Это значение не зависит от коэффициентов  $a_0, a_1, \dots, a_m$  в отличие от функций в виде суммы Фурье, где для обеспечения желаемой скорости спада лепестков требуется соблюдать соотношения между коэффициентами в виде строгих равенств [2]. Поэтому необходимая разрядность задания коэффициентов окон (2) ниже, чем для окон в виде суммы Фурье при одинаковой скорости спада боковых лепестков.

– Вычисление значений дискретных весовых функций вида (2) требует весьма малого количества арифметических операций, особенно при целом значении параметра  $\mu$ . Это обусловлено тем, что число членов в сумме (2) невелико, основание степени всех слагаемых одинаково (так что требуется рассчитать только одну косинусоидальную функцию), а сумма может быть эффективно найдена по схеме Горнера. Количество арифметических операций при расчете значений этих функций при целом  $\mu$  в среднем в 3...5 раз меньше, чем для функций в виде суммы Фурье того же порядка, что особенно важно при расчетах в реальном масштабе времени.

– Несмотря на малый порядок функций (2), их оптимальные характеристики близки к потенциально достижимым границам.

– Функции (2) при четном значении параметра  $\mu$  формально математически эквивалентны функциям в виде суммы Фурье в том смысле, что по коэффициентам формулы (2) можно по строгим прямым формулам точно рассчитать коэффициенты суммы Фурье (и наоборот) такие, что все значения этих представлений окна совпадают. При этом с ростом скорости спада лепестков число слагаемых в сумме (2) становится все меньше числа слагаемых в сумме Фурье. Это свойство хорошо видно при сравнении конкретных примеров, приведенных в [10, табл. 4] и [11, табл. 1].

Сформулируем решаемую в данной работе задачу синтеза весовых функций вида (2) с плоской вершиной и минимумом максимального бокового лепестка.

Для обеспечения плоской вершины спектра используем второй метод, описанный во Введении. А именно, наложим на весовую функцию условие равенства абсолютных значений спектра в нуле и на некоторой частоте  $f_c$  в пределах отрезка уплощения  $\Lambda$ , равного половине интервала между точками вычисления спектра  $f_c \in \Lambda = [0, 0.5]$  бин:

$$W(\mathbf{A}, 0) = W(\mathbf{A}, f_c), \tag{4}$$

где в аргументы спектра в явном виде внесен вектор коэффициентов весовой функции.

Отклонение функции на этом отрезке от значения  $W(\mathbf{A}, 0)$  принято называть ошибкой. Максимальные по модулю положительную и отрицательную ошибки, отнесенные к величине  $|W(\mathbf{A}, 0)|$ , обозначим символами  $\delta_1$  и  $\delta_2$  соответственно (см. рис. 1в):

$$\delta_1 = \max_{f \in \Lambda} [|W(\mathbf{A}, f)| / |W(\mathbf{A}, 0)| - 1]; \quad \delta_2 = \max_{f \in \Lambda} [1 - |W(\mathbf{A}, f)| / |W(\mathbf{A}, 0)|], \tag{5}$$

а максимум их этих значений обозначим символом  $\delta$ :

$$\delta = \max(\delta_1, \delta_2). \tag{6}$$

Для минимизации этой величины при выбранном методе уплощения желательно обеспечить равенство ошибок (5):  $\delta_1 = \delta_2$ . Качество выравнивания этих параметров будем характеризовать величиной

$$\varepsilon = \frac{\delta_1 - \delta_2}{0.5(\delta_1 + \delta_2)}. \tag{7}$$

Формула (4) при подстановке в нее выражений для спектра (1) и для весовой функции (2) приводит к линейному соотношению между

коэффициентами весовой функции, что дает возможность использовать указанный во Введении метод синтеза.

Для минимизации уровня максимального бокового лепестка на заданном отрезке  $\Omega$  оси частот определим целевую функцию  $\varphi(\mathbf{A})$  как максимальное значение нормированного модуля спектра  $|W(\mathbf{A}, f) / W(\mathbf{A}, 0)|$ :

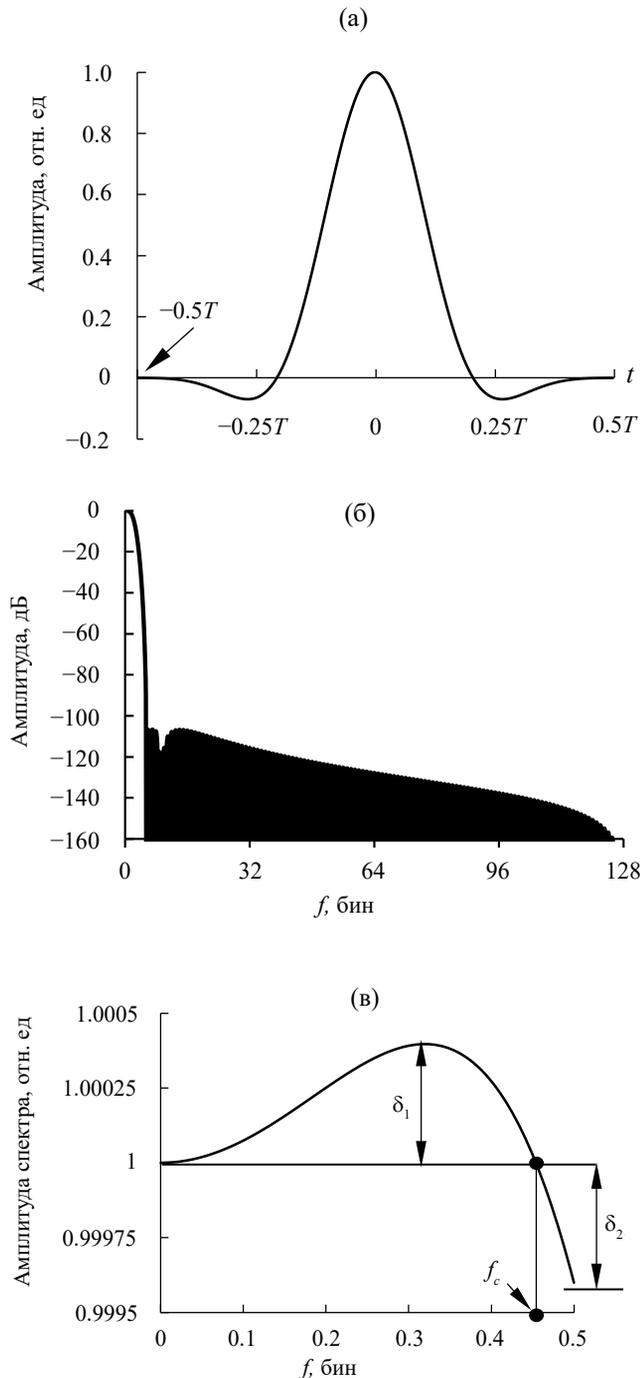
$$\varphi(\mathbf{A}) = \max_{\substack{f \in \Omega \\ W(\mathbf{A}, 0) = W(\mathbf{A}, f_c)}} |W(\mathbf{A}, f) / W(\mathbf{A}, 0)|. \tag{8}$$

В формулу (8) внесено условие уплощения (4).

Построение оптимальной минимаксной весовой функции заключается в отыскании вектора

коэффициентов  $\mathbf{A}$ , доставляющего минимум целевой функции  $\varphi(\mathbf{A})$  (8).

Метод решения поставленной минимаксной задачи с линейными ограничениями разработан и подробно описан в [14]. В данной же работе представлены результаты синтеза оптимальных весовых функций с плоской вершиной с помощью этого метода.



**Рис. 1.** Вид весовой функции с плоской вершиной: а – во временной области; б – в частотной области; в – спектр на интервале уплощения.

На рис. 1 показана характерная весовая функция с плоской вершиной, полученная по описанному методу. Для рисунка использована оптимальная косинус-полиномиальная весовая функция со следующими параметрами: порядок  $m = 4$ , отрезок оптимизации  $\Omega = [\beta, 0.5N]$ ,  $\beta = 5.5$ , скорость спада боковых лепестков  $V = 12$  дБ/окт, число выборок для рисунка выбрано равным  $N = 256$ . В результате синтеза получены следующие характеристики: ошибка на интервале уплощения  $\delta = 0.04\%$ , уровень максимального бокового лепестка  $P = -106.6$  дБ. Рис. 1а иллюстрирует вид функции во временной области. Характерной чертой функций с плоской вершиной является наличие областей с отрицательным значением функции, что является необычным для классических весовых функций [1, 2]. На рис. 1б приведен спектр функции в положительной части спектра, при отрицательных частотах спектр отображается зеркально; на рис. 1в представлен в крупном масштабе спектр на отрезке уплощения  $\Lambda = [0, 0.5]$  бин, показаны также введенные выше параметры  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $f_c$ .

## 2. СИНТЕЗИРОВАННЫЕ ВЕСОВЫЕ ФУНКЦИИ С ПЛОСКОЙ ВЕРШИНОЙ

Описанный метод позволяет синтезировать различные классы оптимальных весовых функций, варьируя порядок функции  $m$ , скорость спада боковых лепестков  $V$ , а также границы отрезка минимизации  $\Omega$ , что позволяет подавить как все боковые лепестки, так и только их часть в пределах заданного отрезка  $\Omega$ . В рассматриваемом в данной работе случае отрезок  $\Omega$  охватывает все боковые лепестки и поэтому выражается формулой  $\Omega = [\beta, 0.5N]$  бин, где нижняя граница  $\beta$  находится в пределах главного лепестка.

Наиболее существенное различие между полиномиальными и косинус-полиномиальными весовыми функциями (2) заключается в том, что для получения одинаковых характеристик порядок оптимальной полиномиальной функции должен быть примерно в 1.5 раза выше, чем для косинус-полиномиальной. А основные характеристики этих двух семейств функций близки [14]. В связи с этим далее рассматриваются только косинус-полиномиальные функции.

Ниже представлена репрезентативная выборка синтезированных косинус-полиномиальных оптимальных весовых функций с плоской вершиной, с учетом следующих соотношений между параметрами функций, позволяющих ограничить набор приводимых в таблицах функций [14].

Параметры весовых функций, оптимальных по описанному критерию, изменяются незначительно при варьировании параметра  $N$  (исключая малые значения  $N$ , где это свойство имеет место не всегда) и тем меньше, чем больше сравниваемые значения  $N$ .

В связи с этим в табл. 1 представлены характеристики синтезированных весовых функций только для одного значения  $N = 1024$ , характерного для приложений. При таком значении  $N$  как коэффициенты, так и характеристики весовых функций практически совпадают с асимптотическими ( $N \rightarrow \infty$ ).

Так как для приводимых функций отрезок минимизации перекрывает все боковые лепестки спектра весовой функции, порядок весовой функции должен быть не меньше минимально возможного, выражаемого формулой  $m = \text{ceil}(\beta - 0.5 \mu - 1)$ , где  $\text{ceil}(x)$  – наименьшее целое, большее или равное  $x$  [14]. Увеличение порядка сверх минимального слабо улучшает характеристики функции, поэтому ниже приводятся параметры функций только для минимального порядка  $m$ .

Шаг по параметру  $\beta$  в табл. 1 составляет 0.5 бин, а порядок функций лежит в диапазоне  $m = 1..6$ .

В табл. 1, 2 и последующем обсуждении используются следующие общепринятые параметры весовых функций [1, 2]: уровень  $P$  максимального бокового лепестка; потери  $\Pi_w$  в отношении сигнал/шум за счет использования весовой функции (весовые потери); эквивалентная шумовая полоса  $L_n$ ; ширины главного лепестка  $L_3$  и  $L_6$  по уровням  $-3$  и  $-6$  дБ соответственно и полуширина  $\beta$  главного лепестка по уровню максимального бокового лепестка, являющаяся левой границей отрезка минимизации  $\Omega = [\beta, 0.5M]$  бин; максимальная относительная ошибка  $\delta$  (6) на отрезке уплощения.

Для показателя плоскостности  $\epsilon$  (7) при синтезе весовых функций задано ограничение  $\epsilon < 0.05$ . Такое значение, с одной стороны, дает возможность для рассматриваемых далее функций фиксировать частоту  $f_c$ , что упрощает синтез. С другой стороны, наложенное ограничение с практической точки зрения вполне допустимо. Для приводимых ниже функций значение частоты  $f_c$  установлено равным 0.454.

Все частотные параметры весовых функций обратно пропорциональны длительности отрезка наблюдения  $T = N \tau$ , поэтому ниже они представлены в бинах.

Коэффициенты каждой весовой функции нормированы так, что значение максимального коэффициента равно единице. Оптимальные значения уровня максимального лепестка  $P$  округлены с точностью до 0.1 дБ, а разрядность коэффициентов ограничена таким образом, чтобы значения максимального бокового лепестка  $P$  отличались от оптимальных не более чем на 0.1 дБ и показатель плоскостности  $\epsilon$  не превосходил заданного выше значения  $\epsilon < 0.05$ .

В табл. 1 представлены косинус-полиномиальные весовые функции со скоростями спада боковых лепестков  $V = 6, 12, 18, 24, 30, 36$  и  $48$  дБ/окт. Отметим, что весовые функции с  $V = 12, 24, 36$  и  $48$  дБ/окт невозможно получить для функций в виде суммы Фурье.

### 3. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК СИНТЕЗИРОВАННЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим эмпирические зависимости между параметрами оптимальных косинус-полиномиальных функций, вытекающие из данных табл. 1.

Ошибка  $\delta$  на интервале уплощения находится в диапазоне  $0.3...0.01\%$  и уменьшается при увеличении параметра  $\beta$  и скорости спада боковых лепестков  $V$ . На рис. 2 представлена зависимость ошибки от параметра  $\beta$  для оптимальных косинус-полиномиальных функций со скоростями спада боковых лепестков 6, 24 и 36 дБ/окт.

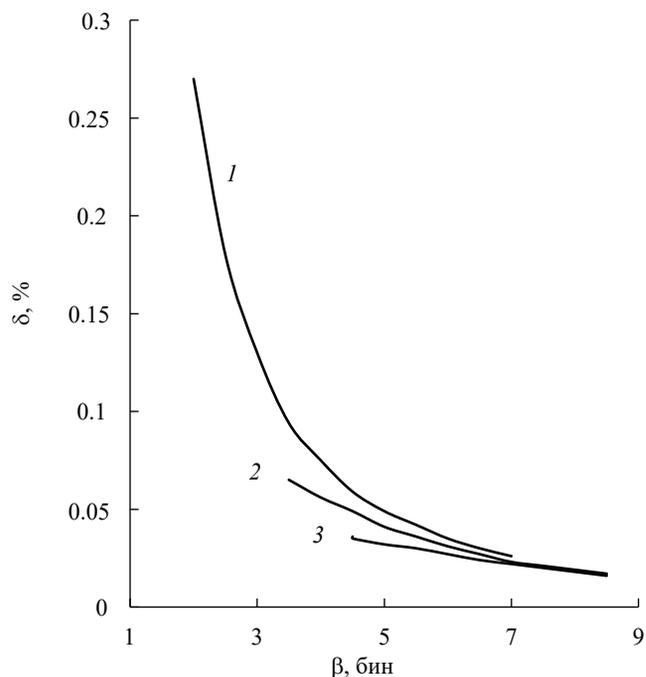


Рис. 2. Зависимость ошибки  $\delta$  на интервале уплощения от параметра синтеза  $\beta$  для оптимальных косинус-полиномиальных функций со скоростями спада боковых лепестков 6 (1), 24 (2) и 36 дБ/окт (3).

Зависимости хорошо аппроксимируются степенными функциями. Например, для  $V = 6$  и  $24$  дБ/окт уравнения тренда имеют соответственно вид  $\delta = 0.9933 \beta^{-1.868}$  и  $0.4875 \beta^{-1.555}$ . Наклон этих трендов уменьшается с увеличением скорости спада боковых лепестков.

Зависимости между другими параметрами оптимальных весовых функций, представленными в табл. 1, аналогичны таковым для функций без плоской вершины [14]. Рассмотрим, например, зависимость уровня максимального бокового лепестка от параметра  $\beta$ , которая представлена на рис. 3 для оптимальных функций со скоростями спада боковых лепестков 6 и 24 дБ/окт.

Таблица 1. Параметры оптимальных косинус-полиномиальных функций с плоской вершиной

$m$	$\beta$	$P$ , дБ	$\delta$ , %	Коэффициенты $a_0; a_1; \dots; a_m$	$P_w$ , дБ	$G$	$L_n$ , бин	$L_3$ , бин	$L_6$ , бин
$V = 6$ дБ/окт									
1	2.0	-17.5	0.27	-0.2058; 1.0	3.881	0.370	2.444	2.410	2.871
2	2.5	-32.8	0.18	-0.0849; -0.0551; 1.0	4.365	0.305	2.732	2.712	3.278
2	3.0	-44.4	0.13	-0.0263; -0.3398; 1.0	4.696	0.282	2.948	2.924	3.552
3	3.5	-58.8	0.094	-0.01478; -0.65869; 1.0; 0.93106;	5.074	0.256	3.216	3.184	3.886
3	4.0	-70.5	0.075	-0.00283; -0.25679; -0.02561; 1.0	5.331	0.240	3.413	3.376	4.130
4	4.5	-83.0	0.060	-0.000817; -0.134039; -0.414548; 1.0; 0.254490	5.592	0.225	3.624	3.581	4.392
4	5.0	-95.1	0.049	-0.00036; -0.09691; -0.73432; 0.87847; 1.0	5.808	0.214	3.809	3.761	4.621
5	5.5	-108.0	0.042	-0.0000647; -0.0276317; -0.3964405; 0.0148317; 1.0; 0.1068130	6.015	0.203	3.995	3.942	4.851
5	6.0	-120.8	0.035	-0.00001762; -0.01131270; -0.27123647; -0.39563895; 1.0; 0.39184377	6.198	0.195	4.167	4.110	5.064
6	6.5	-134.2	0.030	-0.000005539; -0.005197694; -0.194650482; -0.699120202; 0.744814595; 1.0; 0.053746853	6.374	0.187	4.339	4.279	5.277
6	7.0	-147.6	0.026	-0.000001002; -0.001351839; -0.075599415; -0.492165702; 0.05642293; 1.0; 0.19183937	6.533	0.180	4.501	4.437	5.477
$V = 12$ дБ/окт									
1	2.5	-24.8	0.15	-0.3595; 1.0	4.489	0.305	2.811	2.802	3.374
2	3.0	-41.1	0.11	-0.2516; 0.1541; 1.0	4.852	0.271	3.057	3.034	3.685
2	3.5	-54.1	0.091	-0.0851; -0.3090; 1.0	5.108	0.255	3.242	3.213	3.917
3	4.0	-68.3	0.070	-0.04684; -0.60245; 1.0; 0.52783	5.401	0.236	3.468	3.430	4.198
3	4.5	-80.7	0.058	-0.01677; -0.44082; 0.24368; 1.0	5.621	0.224	3.648	3.606	4.421
4	5.0	-93.7	0.047	-0.00490; -0.23125; -0.28170; 1.0; 0.17370	5.843	0.212	3.840	3.792	4.659
4	5.5	-106.6	0.040	-0.00217; -0.16957; -0.64210; 1.0; 0.67584	6.035	0.202	4.013	3.961	4.873
5	6.0	-119.6	0.034	-0.0005994; -0.0717787; -0.5425161; 0.2842445; 1.0; 0.0778810	6.219	0.194	4.187	4.131	5.089
5	6.5	-132.8	0.030	-0.00016243; -0.02870899; -0.36830563; -0.2187019; 1.0; 0.27991797	6.386	0.186	4.352	4.291	5.292
6	7.0	-146.4	0.026	-0.00006188; -0.01570636; -0.31566330; -0.66203881; 1.0; 0.84900977; 0.03509357	6.548	0.179	4.516	4.452	5.495
6	7.5	-159.6	0.023	-0.000014373; -0.005032537; -0.147436479; -0.591258462; 0.313909878; 1.0; 0.147519419	6.692	0.173	4.669	4.601	5.683
$V = 18$ дБ/окт									
1	3.0	-31.7	0.095	-0.4675; 1.0	5.008	0.265	3.168	3.153	3.822
2	3.5	-49.1	0.077	-0.4826; 0.4280; 1.0	5.270	0.245	3.365	3.337	4.068
2	4.0	-62.7	0.067	-0.1696; -0.2414; 1.0	5.472	0.233	3.525	3.490	4.268
3	4.5	-77.4	0.053	-0.0931; -0.5517; 1.0; 0.3535	5.703	0.220	3.718	3.676	4.507
3	5.0	-90.2	0.045	-0.05105; -0.64161; 0.55650; 1.0	5.892	0.210	3.883	3.836	4.712
4	5.5	-103.6	0.038	-0.015198; -0.341811; -0.132140; 1.0; 0.129248	6.083	0.200	4.058	4.005	4.928
4	6.0	-116.9	0.033	-0.006535; -0.239532; -0.506054; 1.0; 0.472003	6.253	0.192	4.219	4.163	5.128
5	6.5	-130.6	0.028	-0.0025853; -0.1460099; -0.6730881; 0.5717724; 1.0; 0.0607150	6.418	0.185	4.384	4.323	5.331

Таблица 1. Продолжение

$m$	$\beta$	$P$ , дБ	$\delta$ , %	Коэффициенты $a_0; a_1; \dots; a_m$	$P_w$ , дБ	$G$	$L_n$ , бин	$L_3$ , бин	$L_6$ , бин
5	7.0	-144.1	0.025	-0.0007052; -0.0582500; -0.4657719; -0.0394836; 1.0; 0.2129849	6.569	0.178	4.538	4.474	5.522
6	7.5	-158.0	0.022	-0.00025548; -0.02988054; -0.37826658; -0.47690218; 1.0; 0.61189476; 0.02027282	6.718	0.172	4.696	4.628	5.717
6	8.0	-170.9	0.020	-0.00008856; -0.01393468; -0.25309292; -0.66517914; 0.59152672; 1.0; 0.11766008	6.847	0.167	4.838	4.767	5.891
$V=24$ дБ/окт									
1	3.5	-38.3	0.065	-0.5456; 1	5.434	0.238	3.495	3.472	4.229
2	4.0	-56.8	0.056	-0.7623; 0.7474; 1.0	5.630	0.225	3.656	3.621	4.429
2	4.5	-71.0	0.049	-0.2765; -0.1431; 1.0	5.793	0.216	3.795	3.755	4.602
3	5.0	-85.7	0.041	-0.1490; -0.4991; 1.0; 0.2634	5.982	0.206	3.964	3.917	4.812
3	5.5	-99.4	0.037	-0.1150; -0.8451; 0.9096; 1.0	6.141	0.198	4.113	4.061	4.996
4	6.0	-113.0	0.031	-0.034356; -0.458811; 0.032437; 1.0; 0.101252	6.307	0.190	4.273	4.217	5.194
4	6.5	-126.8	0.027	-0.014552; -0.315271; -0.382730; 1.0; 0.355551	6.458	0.183	4.424	4.364	5.380
5	7.0	-140.8	0.023	-0.007754; -0.256841; -0.777508; 0.879337; 1.0; 0.049226	6.607	0.177	4.579	4.514	5.571
5	7.5	-154.9	0.021	-0.0021128; -0.1022207; -0.5569389; 0.1428933; 1.0; 0.1707920	6.744	0.171	4.725	4.657	5.752
6	8.0	-169.2	0.019	-0.00074274; -0.05063492; -0.44288236; -0.32105839; 1.0; 0.47218810; 0.01288659	6.880	0.165	4.876	4.804	5.938
6	8.5	-181.6	0.017	-0.00035541; -0.03175610; -0.39373679; -0.70084817; 0.88010073; 1.0; 0.09721313	6.996	0.161	5.008	4.933	6.101
$V=30$ дБ/окт									
1	4.0	-44.7	0.048	-0.6043; 1.0	5.795	0.217	3.797	3.766	4.603
2	4.5	-64.3	0.042	-0.9812; 1.0; 0.9093	5.944	0.208	3.930	3.890	4.768
2	5.0	-79.0	0.039	-0.4015; -0.0215; 1.0	6.076	0.201	4.051	4.005	4.918
3	5.5	-93.9	0.034	-0.21434; -0.43553; 1.0; 0.20544	6.234	0.194	4.201	4.150	5.104
3	6.0	-108.0	0.030	-0.16675; -0.80812; 1.0; 0.78428	6.374	0.187	4.339	4.283	5.274
4	6.5	-122.3	0.026	-0.06522; -0.57864; 0.21377; 1.0; 0.08188	6.516	0.181	4.484	4.423	5.454
4	7.0	-136.3	0.023	-0.02712; -0.39375; -0.26295; 1.0; 0.28206	6.652	0.175	4.626	4.561	5.629
5	7.5	-150.7	0.021	-0.015297; -0.338591; -0.703484; 1.0; 0.830448; 0.034026	6.786	0.169	4.771	4.703	5.808
5	8.0	-164.8	0.018	-0.005144; -0.163839; -0.637682; 0.333683; 1.0; 0.142462	6.910	0.164	4.909	4.838	5.979
6	8.5	-179.1	0.017	-0.0018275; -0.0810472; -0.5095088; -0.1647556; 1.0; 0.3763128; 0.0086575	7.033	0.160	5.050	4.975	6.152
6	9.0	-191.9	0.015	-0.00092745; -0.05382616; -0.48363866; -0.58026883; 1.0; 0.84225132; 0.06919739	7.140	0.156	5.176	5.098	6.308
$V=36$ дБ/окт									
1	4.5	-51.0	0.036	-0.64976; 1.0	6.105	0.201	4.078	4.039	4.950
2	5.0	-71.5	0.033	-0.96462; 1.0; 0.67726	6.223	0.195	4.191	4.144	5.090
2	5.5	-86.9	0.030	-0.54147; 0.11785; 1.0	6.331	0.189	4.297	4.246	5.221
3	6.0	-102.0	0.027	-0.28758; -0.36314; 1.0; 0.16583	6.464	0.183	4.430	4.374	5.387

Таблица 1. Окончание

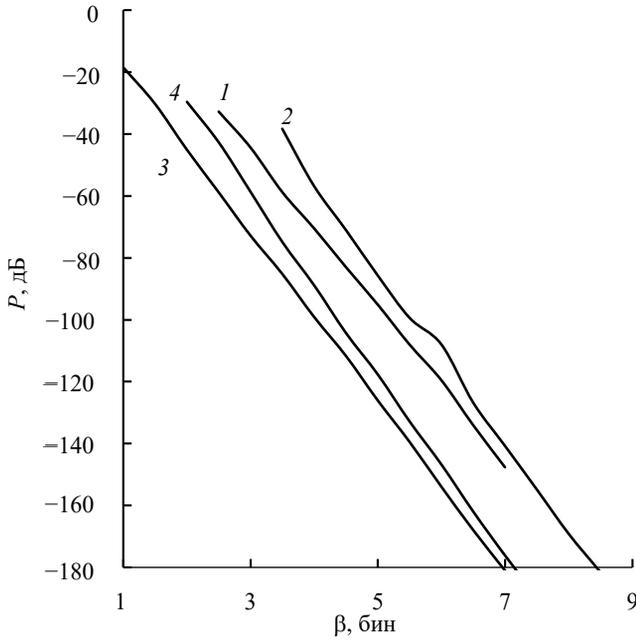
$m$	$\beta$	$P$ , дБ	$\delta$ , %	Коэффициенты $a_0; a_1; \dots; a_m$	$P_w$ , дБ	$G$	$L_n$ , бин	$L_3$ , бин	$L_6$ , бин
3	6.5	-116.4	0.024	-0.21167; -0.71494; 1.0; 0.59759	6.587	0.178	4.557	4.497	5.544
4	7.0	-131.0	0.022	-0.108176; -0.691993; 0.397743; 1.0; 0.068817	6.714	0.172	4.692	4.628	5.711
4	7.5	-145.7	0.020	-0.045299; -0.473798 -0.140415; 1.0; 0.231119	6.833	0.168	4.823	4.755	5.872
5	8.0	-160.4	0.018	-0.024324; -0.389444; -0.565845; 1.0; 0.647523; 0.022534	6.955	0.163	4.961	4.889	6.042
5	8.5	-174.3	0.016	-0.010855; -0.246586; -0.705736; 0.539992; 1.0; 0.120590	7.067	0.158	5.089	5.014	6.201
6	9.0	-188.6	0.014	-0.0038770; -0.1213592; -0.5717272; -0.0129621; 1.0; 0.3108949; 0.0061605	7.178	0.154	5.222	5.144	6.364
6	9.5	-201.7	0.013	-0.0018762; -0.0768662; -0.5250184; -0.4156023; 1.0; 0.6672301; 0.0474213	7.278	0.151	5.344	5.263	6.514
$V=48$ дБ/окт									
1	5.5	-63.4	0.023	-0.7155; 1.0	6.618	0.177	4.590	4.538	5.582
2	6.0	-85.7	0.021	-0.9540; 1.0; 0.4382	6.698	0.174	4.675	4.618	5.687
2	6.5	-101.5	0.020	-0.8437; 0.4185; 1.0	6.776	0.170	4.760	4.699	5.792
3	7.0	-117.2	0.019	-0.44613; -0.20911; 1.0; 0.11939	6.873	0.166	4.868	4.803	5.926
3	7.5	-132.9	0.017	-0.31225; -0.56112; 1.0; 0.39265	6.967	0.162	4.974	4.905	6.057
4	8.0	-148.1	0.016	-0.24203; -0.90117; 0.80311; 1.0; 0.05091	7.068	0.159	5.091	5.019	6.202
4	8.5	-163.3	0.015	-0.09992; -0.62765; 0.10602; 1.0; 0.16848	7.166	0.155	5.207	5.132	6.345
5	9.0	-179.1	0.013	-0.051338; -0.495767; -0.340235; 1.0; 0.441508; 0.011607	7.267	0.151	5.329	5.251	6.496
5	9.5	-192.8	0.012	-0.035187; -0.476223; -0.783423; 0.977648; 1.0; 0.090512	7.357	0.148	5.442	5.360	6.634
6	10.0	-207.4	0.011	-0.0126919; -0.2342511; -0.6748377; 0.2930644; 1.0; 0.2256448; 0.0033994	7.451	0.145	5.560	5.476	6.780
6	10.5	-221.0	0.010	-0.0058034; -0.1402951; -0.6068621; -0.1386865; 1.0; 0.4613306; 0.0252905	7.538	0.142	5.673	5.586	6.919

Как и для функций без плоской вершины, увеличение скорости спада лепестков приводит к увеличению уровня максимального бокового лепестка. Для фиксированной скорости спада каждая кривая хорошо аппроксимируется прямой линией, небольшие отклонения от которой имеют случайный вид. При увеличении скорости спада лепестков увеличивается крутизна аппроксимирующих прямых, что приводит к сближению кривых между собой при увеличении  $\beta$ . Сближение кривых при увеличении  $\beta$  наблюдается и для других параметров весовых функций. Поэтому чем больше скорость спада лепестков, тем меньше плата за увеличение скорости спада.

На том же рисунке показаны аналогичные зависимости для оптимальных функций без плоской вершины при скоростях спада лепестков 6 и 24 дБ/окт, заимствованные из [14]. Нетрудно заметить, что при одной и той же скорости спада лепестков графики для функции с плоской вершиной и без нее примерно параллельны. Это означает,

что требование плоской вершины приводит к ухудшению максимального уровня лепестка в среднем на 30...35 дБ и это значение не зависит от  $\beta$ . Такая величина примерно соответствует изменению порядка функции на единицу. Этот факт объясняется тем, что из всех степеней свободы, представляемых независимыми коэффициентами функции, одна степень уходит для обеспечения плоской вершины, т.е. для выполнения условия (4). Для получения одинаковых уровней максимального бокового лепестка порядок функции с плоской вершиной должен быть на единицу больше, чем для функции без этого свойства.

Аналогичная независимость от параметра  $\beta$  наблюдается и для полос главного лепестка по уровням  $-3$  и  $-6$  дБ и для шумовой полосы. При одинаковых параметрах  $m$  и  $\beta$  требование плоской вершины приводит к расширению полосы главного лепестка по уровню  $-3$  дБ примерно в 1.8 раза, по уровню  $-6$  дБ – примерно в 1.6 раза. Шумовая полоса расширяется несколько больше, чем в 1.7 раза,



**Рис. 3.** Зависимости уровней максимальных боковых лепестков на отрезке  $[\beta, N/2]$  бин от параметра  $\beta$  для оптимальных весовых функций с плоской вершиной (1, 2) и без этого свойства (3, 4) для скоростей спада боковых лепестков 6 (1, 3) и 24 дБ/окт (2, 4).

что соответствует увеличению потерь примерно на 2.3 дБ. Подобное довольно значительное расширение является ценой за обеспечение плоской вершины спектра весовой функции. Для получения близких значений полос длительность анализируемого сигнала для функций с плоской вершиной должна быть примерно в 1.7...1.8 раза больше, чем для функций без этого свойства.

#### 4. УМЕНЬШЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ТОЧКАМИ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРА

В представленном методе уменьшение ошибки измерения амплитуды достигается за счет повышения порядка функции и увеличения параметра  $\beta$ ,

определяющего нижнюю границу отрезка минимизации уровня боковых лепестков. Однако при этом снижается и уровень максимального бокового лепестка, что не всегда является оправданным. Рассмотрим другой способ уменьшения ошибки.

Расстановка точек вычисления спектра при анализе весовой функции традиционно выполняется с шагом 1 бин. В начальный период развития цифрового спектрального анализа это было обусловлено слабой производительностью устройств цифровой обработки сигналов. Однако в настоящее время в большинстве приложений вычислительные средства позволяют произвести расчет спектра (дискретного преобразования Фурье) с увеличенным числом точек и уменьшенным расстоянием между ними. При использовании алгоритмов быстрого преобразования Фурье типовая методика уменьшения этого расстояния состоит в том, чтобы увеличить перед преобразованием количество выборок в сигнале путем добавления необходимого количества нулевых выборок [3]. Это приводит к увеличению объема вычислений, однако на современном уровне развития техники обработки сигналов во многих случаях такое допустимо.

Рассмотрим, например, расстановку точек вычисления спектра с расстоянием между ними в  $1/r$  бин, где коэффициент уменьшения  $r = 2^k$ ,  $k = 0, 1, 2, 3$ . При этом отрезок уплощения и частота  $f_c$  в (4) также необходимо уменьшить при синтезе окна в  $r$  раз. В табл. 2 представлены результаты синтеза оптимальных косинус-полиномиальных функций при указанных расстояниях между точками вычисления спектра для трех типичных наборов параметров.

Из таблицы следует, что при уменьшении расстояния между отсчетами спектра в  $r$  раз ошибка  $\delta$  снижается примерно в  $r^4$  раз. При этом другие параметры функции, включая коэффициенты, изменяются слабо. Описанный способ можно использовать для снижения ошибки, если другие параметры функции удовлетворяют необходимым условиям для рассматриваемого приложения.

**Таблица 2.** Изменение параметров оптимальных косинус-полиномиальных функций при увеличении количества точек вычисления спектра

Шаг $1/r$ , бин	$P$ , дБ	$\delta$ , %	Коэффициенты $a_0; a_1; \dots; a_m$	$P_w$ , дБ	$G$	$L_n$ , бин	$L_3$ , бин	$L_6$ , бин
$V = 6$ дБ/окт, $m = 2$ , $\beta = 3$								
1	-44.4	0.13	-0.0263; -0.3398; 1.0	4.696	0.282	2.948	2.924	3.552
0.5	-44.8	0.0082	-0.0259; -0.3306; 1.0	4.609	0.286	2.890	2.875	3.515
0.25	-44.8	0.00051	-0.02587; -0.32824; 1.0	4.588	0.286	2.876	2.863	3.506

Таблица 2. Окончание

Шаг $1/r$ , бин	$P$ , дБ	$\delta$ , %	Коэффициенты $a_0; a_1; \dots; a_m$	$\Pi_w$ , дБ	$G$	$L_n$ , бин	$L_3$ , бин	$L_6$ , бин
0.125	-44.9	0.000032	-0.02584; -0.32767; 1.0	4.583	0.287	2.873	2.860	3.504
$V = 18$ дБ/окт, $m = 3$ , $\beta = 5$								
1	-90.2	0.045	-0.05105; -0.64161; 0.55650; 1.0	5.892	0.210	3.883	3.836	4.712
0.5	-90.4	0.0028	-0.05086; -0.63768; 0.56282; 1.0	5.841	0.211	3.838	3.797	4.682
0.25	-90.5	0.00017	-0.05081; -0.63669; 0.56442; 1.0	5.829	0.212	3.827	3.788	4.675
0.125	-90.5	0.000011	-0.05080; -0.63644; 0.56481; 1.0	5.826	0.212	3.825	3.786	4.673
$V = 36$ дБ/окт, $m = 4$ , $\beta = 7$								
1	-131	0.022	-0.108176; -0.691993; 0.397743; 1.0; 0.068817	6.714	0.172	4.692	4.628	5.711
0.5	-131.1	0.0014	-0.107932; -0.689548; 0.400738; 1.0; 0.068761	6.679	0.173	4.655	4.596	5.685
0.25	-131.2	0.000085	-0.107870; -0.688932; 0.401494; 1.0; 0.068747	6.671	0.173	4.646	4.588	5.679
0.125	-131.2	0.0000054	-0.107856; -0.688779; 0.401687; 1.0; 0.068743	6.668	0.174	4.643	4.586	5.678

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Весовые функции с плоской вершиной при использовании совместно с дискретным преобразованием Фурье обеспечивают простой способ повышения точности измерения амплитуды гармонических составляющих анализируемого сигнала. Предложенный в данной работе метод синтеза таких функций предоставляет возможность синтезировать весовые функции с плоской вершиной, имеющие следующие свойства: произвольно заданная скорость спада боковых лепестков  $V \geq 6$  дБ/окт; минимально возможный при выбранном порядке функции уровень боковых лепестков на заданном отрезке частотной оси; простейший среди известных способ вычисления значений весовой функции, что особенно существенно для приложений реального времени.

Предложенный способ повышения плоскостности спектра за счет увеличения количества спектральных отсчетов позволяет получить произвольно заданную малую ошибку измерения амплитуды гармонических составляющих.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хэррис Ф.Дж. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 1. С. 60.
2. Prabhu K.M.M. Window Functions and Their Applications in Signal Processing. Boca Raton: CRC Press, 2014.
3. Oppenheim A.V., Schaffer P.V. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
4. D'Antona G., Ferrero A. Digital Signal Processing for Measurement Systems. N.Y.: Springer Media, 2006.
5. Salvatore, L., Trotta A. // IEE Proc. 1988. V. 135. № 6. P. 346.
6. Heinzel G., Rudiger A., Schilling R. Spectrum and Spectral Density Estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), Including a Comprehensive List of Window Functions and Some New at-top Windows. Hannover: Max-Planck-Institut fur Gravitationsphysik, Teilinstitut. 2002, 84 p.
7. Cortés C.A., Mombello E., Dib R., Ratta G. // Signal Processing. 2007. V. 87. P. 2151.
8. Зайцев Г.В. // Радиотехника. 2011. № 3. С. 21.
9. Коллатц Л., Крабс В. Теория приближений. Чебышевские приближения и их приложения. М.: Наука, 1978.
10. Зайцев Г.В. // Радиотехника. 2012. № 1. С. 55.
11. Хзмалян А.Д. // Вестник воздушно-космической обороны. 2018. № 4. С. 90.
12. Zaytsev G.V., Khzmalyan A.D. // Proc. Int. Conf. on Eng. and Telecom. (EnT). Dolgoprudny. 20–21 Nov. 2019. N.Y.: IEEE, 2019.  
<https://doi.org/10.1109/EnT47717.2019.9030552>
13. Зайцев Г.В., Хзмалян А.Д. // РЭ. 2021. Т. 66. № 5. С. 443.  
<https://doi.org/10.31857/S0033849421050120>
14. Зайцев Г.В., Хзмалян А.Д. Оптимальные весовые функции для гармонического анализа сигналов в реальном времени. М.: НПО «Алмаз», 2023.  
<https://elibrary.ru/item.asp?id=54363389>

# A FAMILY OF FLAT-TOP WINDOWS WITH LOW SPECTRUM SIDELOBES FOR HARMONIC ANALYSIS OF SIGNALS

**G. V. Zaytsev\*, A. D. Khzmalyan**

*«Almaz» Research and Production Corporation,  
Leningradskii prosp., 80, Build. 16, Moscow, 125190 Russian Federation*

*\*E-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru*

Received December 27, 2023, revised February 20, 2024, accepted February 24, 2024

Flat-top windows intended to reduce spectrum amplitude measurement error in discrete harmonic analysis are considered. A new family of flat-top windows, which provide the minimum level of the highest spectrum sidelobe and low calculation complexity is proposed. Mathematical representation of the new windows and a method of optimization of their parameters, which rely on authors' earlier works are described. A number of flat-top windows of orders 1...6 and sidelobe falloff rates of 6, 12, 18, 24, 30, 36, and 48 decibels per octave are synthesized, tables of their parameters are provided, and their characteristics are analyzed. An alternative technique to reduce the spectrum amplitude measurement error is proposed.

*Keywords:* harmonic analysis, flat-top windows, method of parameters optimization, minimum sidelobe level

УДК 621.391.2

## ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕДУР СТАТИСТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ МОНИТОРИНГЕ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

© 2024 г. Ф. А. Мкртчян

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация  
E-mail: ferd47@mail.ru

Поступила в редакцию 10.07.2023 г.

После доработки 10.07.2023 г.

Принята к публикации 25.07.2023 г.

Разработана основа многоканальной дистанционной мониторинговой системы, которая использует новые методы и алгоритмы обработки данных дистанционного зондирования и формирование обновляемых баз данных и знаний, опирающихся на современные компьютерные технологии и использующие высокопроизводительные вычислительные системы. Приводится структурная схема многоканальной дистанционной мониторинговой системы (ДМС). Рассчитаны основные параметры ДМС. Анализируется блок «решатель» ДМС. Получены аналитические оценки эффективности процедур принятия статистических решений при дистанционном мониторинге окружающей среды. Экспериментальная проверка эффективности рассмотренной ДМС и алгоритмов основана на данных спутника «Космос-1500» для районов Арктики.

*Ключевые слова:* дистанционный мониторинг, статистические решения, окружающая среда, классический анализ, последовательный анализ, обнаружение, классификация, аномалия, эффективность

DOI: 10.31857/S0033849424090072, EDN: HRLFTK

### ВВЕДЕНИЕ

Основной смысл концепции дистанционного мониторинга состоит в соединении в систему средств сбора данных, методов их обработки, математических моделей природных объектов, компьютерных средств реализации алгоритмов и моделей с широким спектром сервисного обеспечения при визуализации результатов мониторинга [1–12].

Эффективное решение этих задач невозможно без широкого внедрения в практику исследований автоматизированных систем сбора, хранения и обработки данных на базе современных ЭВМ с применением технологии открытых систем.

Организация дистанционных мониторинговых систем (ДМС) является исключительно сложной, комплексной, многоплановой задачей. В ее решении важную роль играют экспериментальные методы исследования окружающей среды. Первостепенное значение при осуществлении таких экспериментов приобретает организация массового сбора информации об изучаемом объекте, оперативность ее обработки и достоверная интерпретация данных наблюдений на основе аналитических и численных математических моделей.

Одной из функций ДМС является обнаружение и классификация аномальных явлений на земной поверхности. Важными обстоятельствами

в рассматриваемой проблеме является учет наличия условий неопределенности в местопребывании и возможном динамическом поведении аномалии. Ограниченность параметров технических средств, применяемых при обследовании окружающей среды, должно учитываться в процедурах принятия решений о наличии или отсутствии аномалии. Эта многогранность задачи глобального обнаружения аномалий на земной поверхности требует для своего решения применения системного подхода, позволяющего с единых позиций рассмотреть весь комплекс локальных задач и подойти к формированию мониторинговой системы обнаружения, обеспеченной надежной функцией самоконтроля [1–3, 9–14].

Ограниченность технических средств, объема памяти и быстродействия бортовых вычислительных устройств диктует расчленение мониторинговой системы [1, 2, 4, 7, 8, 15] на три подсистемы: фиксатор, решатель и искатель. Последние делятся на подсистемы – блоки, функции которых состоят в следующем:

- 1) периодический просмотр элементов поверхности земли;
- 2) фиксация подозрительных элементов в памяти;

3) формирование из подозрительных элементов следов движущейся аномалии;

4) накопление во времени данных о фиксированных элементах земной поверхности с целью статистического анализа для принятия решения о шумовом или сигнальном характере зафиксированных подозрительных элементов;

5) многоэтапная локализация процедуры поиска аномалии.

В силу динамического изменения аномалий мониторинговая система должна значительно быстрее этих изменений осуществлять сканирование элементов пространства и успевать перерабатывать поток статистической информации. Поэтому стоит задача оценки эффективности мониторинговой системы как функции ее параметров.

Одной из важных функции ДМС является обнаружение подвижных аномалий на морской поверхности. Площадь определенного региона океанической поверхности, где предполагается возникновение аномалий, обозначим  $S$ . Предположим, что для обнаружения аномалий измерения проводятся по  $m$  каналам, т.е. имеем  $m$ -мерные характеристики  $z = (z_1, z_2, \dots, z_m)$  с различными функциями распределения для фона  $F_0(z)$  и для сигнал+шум  $F_1(z)$ .

Целью данной работы является получение оценок эффективности процедур статистических решений при дистанционном мониторинге окружающей среды.

### 1. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ДМС

Дистанционная мониторинговая система для обнаружения аномалий на морской поверхности состоит из фиксатора, решателя и искателя [1,2,4,5]. Блок-схема ДМС приведена на рис. 1.

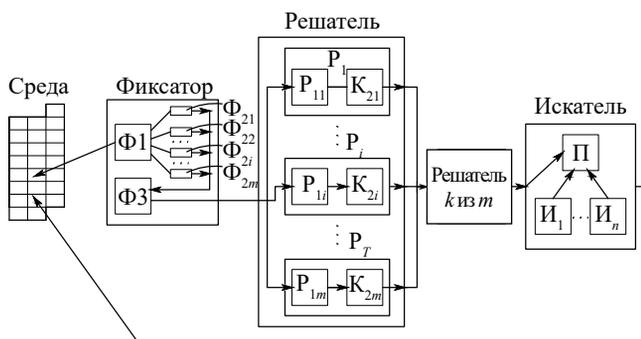


Рис. 1. Блок-схема ДМС.

Рассмотрим ДМС, включающую многоканальный обнаружитель аномалий, который предполагает наличие многоканального фиксатора. В блоке фиксатор могут быть использованы

СВЧ-радиометры, оптические поляриметры, ИК-датчики, радиолокационное синтезирование апертуры.

*Фиксатор* имеет общий сканер  $\Phi 1$  и память  $\Phi 3$ , а также  $m$  блоков ( $\Phi_{2i}$ ) первичных критериев  $K_{1i}$  для каждого канала ( $i = 1, m$ ). С помощью блока  $\Phi 1$  производится сканирование определенного региона. В результате действий блоков  $\Phi_{2i}(i = 1, m)$  координаты «подозрительных» элементов региона по мере поступления засылаются в свободные ячейки общей памяти  $\Phi 3$ .

*Решатель* имеет  $m$  блоков  $P_i$ , каждый из которых состоит из блоков  $P_{1i}$  – анализатора и блока вторичного критерия  $K_{2i}(i = 1, m)$ . Эти блоки для каждого канала совместно определяют шумовой или аномальный характер сигналов среди «подозрительных» элементов региона [4,5,7,8,14].

*Решатель k из m*. В этом блоке классифицируются фиксированный «подозрительный» элемент. Если не менее  $k$  каналов из  $m$  решателя фиксируют аномальный характер «подозрительного» элемента, то блок («решатель k из m») выносит окончательное решение о сигнальном характере фиксированного элемента. В противном случае принимается решение о шумовом характере элемента [4,5].

После вынесения решения о шумовом характере анализируемого элемента соответствующие ячейки памяти  $\Phi 3$  очищаются и могут воспринимать новые данные.

Если выносится решение о сигнальном характере анализируемого элемента, то дается сигнал блоку «искатель» для более точной локализации места и соответствующие ячейки памяти  $\Phi 3$  также очищаются.

*Искатель* состоит из блока  $\Pi$  оптимального многоэтапного поиска и  $n$  устройств ( $I_1, I_2, \dots, I_n$ ), функции которых состоят в последовательном уточнении места аномалий в указанном элементе региона на основе блока  $\Pi$ .

Качество ДМС определяется также вероятностями  $F$  ложной тревоги и  $D$  правильного обнаружения, средним временем обнаружения аномалий  $ht$ , включающим время уточняющего поиска, и высоковероятным временем безотказного функционирования ДМС. Качество ДМС обеспечивается кинематическим параметром  $h$ , энергетическим параметром  $E$ , определяющим отношение сигнал/шум при обнаружении аномалий по характеристике  $z$ , объемом памяти и техническим параметром надежности, т.е. вероятностью безотказного функционирования ДМС за время  $ht$ .

Число элементов разрешения региона  $N$  имеет вид

$$N = S / \Delta^2,$$

Для того чтобы иметь высокую точность обнаружения, необходимо иметь  $N > M$ . Вследствие этого процедура обнаружения распадается на два этапа [1,8,9]. На первом этапе обнаружения проводится заполнение ячеек памяти координатами «подозрительных» элементов региона. На втором этапе выносятся окончательное решение о фоновом или сигнальном характере элемента региона по накопленным в соответствующих ячейках памяти.

## 2. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДМС

Пусть объем памяти мониторинговой системы ограничен  $M$  ячейками, а информационный поток одновременно исходит от  $N$  элементов пространства. В каждом элементе функционирует источник информации, определяемый случайной функцией  $\xi_i(t)$ . Если  $M \geq N$ , то решение задачи статистического анализа информационного потока сводится к накоплению данных в ячейках памяти и последующей ее обработке методами математической статистики. В случае  $M < N$  необходимо разработать некоторый алгоритм накопления статистики лишь о «подозрительных» элементах информационного потока.

Пусть в зависимости от отношения сигнал/шум  $a$  случайная функция  $\xi_i(t)$  определяется плотностью вероятностей  $f_a(x)$ . И пусть выбор «подозрительных» элементов для запоминания в памяти мониторинговой системы производится в случае  $\xi > X$ , где  $X$  – заданный порог. При этом если  $a = a_0$  при шумовом характере потока  $\xi_i(t)$  и  $a = a_1$  при наличии сигнала и шума, то вероятности фиксации шумовых и сигнальных элементов будут равны соответственно

$$p_N = \int_X^{\infty} f_{a_0}(x) dx,$$

$$p_C = \int_X^{\infty} f_{a_1}(x) dx.$$

Предположим, что доли сигнальных и шумовых элементов в пространстве в момент времени  $t$  равны  $1 - \gamma(t)$  и  $\gamma(t)$ . Тогда фиксированное в момент  $t$  случайное число  $\kappa(t)$  «подозрительных» элементов будет иметь распределение:

$$P[\kappa(t) = k] = P_{N, g, p_N}(k_1) \cdot P_{N[1-g], p_C}(k_2),$$

$$\text{где } P_{n,p}(m) = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}.$$

Принимая за единицу времени интервал, необходимый для реализации одного просмотра всего

обследуемого пространства, вычислим вероятность переполнения в момент  $t$  памяти мониторинговой системы  $P[\mu(t) > M]$ . Рассмотрим случай дискретного времени, когда моменты возникновения и окончания обработки шумового или сигнального элемента отождествляются с ближайшим целым числом. Пусть каждый возникший элемент обрабатывается в отдельной ячейке памяти, вплоть до момента вынесения окончательного решения о его шумовом или сигнальном характере, после чего ячейка памяти очищается и может воспринимать другую информацию. При этом число  $\mu(t)$  занятых в момент  $t$  ячеек памяти является случайной целочисленной функцией.

Введем производящие функции

$$g_t(x) = \sum_{k=0}^{\infty} P[\kappa(t) = k] x^k,$$

$$G_t(x) = \sum_{m=0}^{\infty} P[\mu(t) = m] x^m.$$

Будем считать, что время обработки в момент  $t = s$  одного элемента является случайной величиной  $v(s)$  с заданным распределением

$$P[v(s) < t] = F_s(t).$$

Тогда имеем

$$G_t(x) = \prod_{s=h}^t g_s \{1 + [1 - F_s(t-s)](x-1)\}.$$

Далее получаем выражения для среднего и дисперсии:

$$E\mu(t) = \sum_{s=h}^t E\kappa(s) [1 - F_s(t-s)],$$

$$D\mu(t) = E\mu(t) + \sum_{s=h}^t [D\kappa(s) - E\kappa(s)] [1 - F_s(t-s)]^2.$$

Если  $\kappa(s)$  имеет распределение Пуассона с параметром  $\lambda(s) = E\kappa(s) = D\kappa(s)$ , то  $\mu(s)$  также распределено по пуассоновскому закону с параметром

$$\Lambda(t) = E\mu(t).$$

Все эти рассуждения были справедливы при неограниченном значении  $M$ . Если же  $M = \text{const} > \Lambda(t)$ , то  $\mu(t)$  имеет усеченное распределение Пуассона:

$$P[\mu(t) = m; M = \text{const}] = P_{\Lambda(t), M}(m) = (\Lambda^m(t) / m!) \sum_{l=0}^m \Lambda^l(t) / l!, \quad m < M.$$

Следовательно, эффективность мониторинговой системы определяется вероятностью переполнения ее памяти, т.е. вероятностью потери информации. В более общем случае для оценки эффективности мониторинговой системы обнаружения аномалий на земной поверхности необходимо рассматривать работу всех ее подсистем с учетом имеющихся у них индивидуальных ограничений памяти и скорости обработки данных.

Критерии оценки эффективности мониторинговых систем в конечном итоге определяются вероятностью выполнения ими своих задач, которая является сложной функцией параметров самих систем и окружающей среды. При теоретических рассуждениях важную роль играет модель окружающей среды. Одна из возможных моделей подобного рода строится на основе использования понятия «пятнистости» изучаемого пространства. Подвижная аномалия нарушает структуру пятнистости, в результате чего формируется ее след. Поскольку пятна могут иметь различную природу, то эффективный алгоритм обнаружения должен быть многоканальным, способным анализировать гидрофизическую, биологическую, акустическую, оптическую и физико-химическую информацию.

Вероятность переполнения памяти решателя за время работы  $T_{\Sigma}$  имеет оценку

$$P \geq 1 - T_{\Sigma} \{1 - \Phi[(M - \Lambda)\Lambda^{-1/2}]\},$$

где  $\Phi$  – интеграл Гаусса.

От алгоритмической начинки блоков мониторинговой системы зависит точность этой оценки. В частности, при использовании метода последовательного анализа для решения задачи различения гипотез и эволюционной технологии прогнозирования значительно упрощается процедура обработки данных в решателе и, следовательно, возрастает оперативность принятия решения, что сокращает задержку данных между фиксатором и решателем. Рассмотрение теоретических оценок величин таких задержек является самостоятельной задачей.

### 3. СПЕЦИФИКА РЕШАТЕЛЯ. МНОГОКАНАЛЬНОЕ КЛАССИЧЕСКОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ

Далее будем концентрироваться на детализации решателя МС, связанной с неопределенностью вероятностных распределений аномалий и фона, характерных для мониторинговых ситуаций.

Подсистема ДМС «решатель» основывается на классической и последовательной процедурах выбора между двумя гипотезами. Эти процедуры требуют задания плотностей вероятностей  $f_{\omega_0}(x)$  и  $f_{\omega_1}(x)$ , которые, как правило, неизвестны. Обычно в лучшем случае известны их эмпирические аналоги (гистограммы)  $f_{\omega_0}^*(x)$  и  $f_{\omega_1}^*(x)$ , полученные

из «обучающих» выборок ограниченного объема  $n_0$  и  $n_1$  соответственно. Поэтому развитию теории можно использовать лишь при достаточно больших значениях  $n_0$  и  $n_1$ , когда  $f_{\omega_0}^*(x)$  по вероятности сходится с  $f_{\omega_0}(x)$ . В общем случае развития теория может служить для получения оценок рассматриваемых процедур в лучшую сторону.

Задача обнаружения аномалий на земной поверхности имеет специфику, связанную с так называемой пятнистостью излучаемого пространства. Нарушение параметров пятнистости может быть признаком появления в изучаемом регионе аномалий.

В реальных условиях исследование пятнистости среды, получение статистических данных в обнаружителе является достаточно сложной и трудоемкой задачей.

Для решения задач обнаружения необходимы статистические распределения пятнистости фона [1,4,5]. Практически наиболее приемлемым способом определения пятен является метод задания порогов. При этом к области пятна относится та часть пространства, на которой показатель среды по данному каналу превышает ( $I^+$ -характеристика) или не превышает ( $I^-$ -характеристика) пороговое значение.

Для обнаружения аномалий на земной поверхности могут быть привлечены сигналы по разным каналам: температурному, акустическому, биологическому, оптическому и т.п. Ниже будет показано, что построение подсистемы многоканального обнаружения даст больший эффект, чем исследование каждого их каналов раздельно [1,4].

Для обнаружения аномалий на водной поверхности одной из обучающих выборок можно взять, например, фоновые ( $I^+, I^-$ )-характеристики, а в качестве второй обучающей выборки можно взять фитопланктонные ( $I^+, I^-$ )-характеристики во время возникновения аномалий. Исследование фоновых характеристик практически по всем каналам и построение гистограмм показывает, что амплитудные характеристики имеют нормальные распределения, а ( $I^+, I^-$ )-характеристики – экспоненциальные распределения. Поэтому рассмотрение оптимальных решающих процедур для этих распределений имеет важное значение.

Как отмечалось выше, при больших значениях  $n_0$  и  $n_1$  решатель ДМС может основываться на классической и последовательной процедурах выбора между гипотезами.

Если вероятностные характеристики аномалии и фона  $f_{\omega_0}(x)$  и  $f_{\omega_1}(x)$  соответственно определены и имеют вид нормального или экспоненциального распределения

$$f_{\omega}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{x - \omega^2}{2\sigma^2}\right], \\ \omega \exp(-\omega x), \end{cases}$$

то средние значения  $E_0v$ ,  $E_1v$  (объемы выборок, необходимые для определения шумового или сигнального характера данной выборки) могут быть вычислены по формулам, приведенным в табл. 1.

Эти формулы учитывают возможности использования классических и последовательных процедур выбора гипотез [1,5,17]

**Таблица 1.** Классические и последовательные процедуры выбора гипотез

Классический метод	Последовательный метод
Нормальное распределение	
$E_0v = \frac{(u_\alpha + u_\beta)^2}{(\omega_1 - \omega_0)^2 / \sigma^2}$	$E_0v = \frac{(1 - \alpha) \ln B + \alpha \ln A}{(-0,5)(\omega_1 - \omega_0)^2 / \sigma^2}$
Экспоненциальное распределение	
$E_0v = \frac{u_\alpha \omega_1 + u_\beta \omega_0}{\omega_1 - \omega_0}$	$E_0v = \frac{(1 - \alpha) \ln B + \alpha \ln A}{\ln(\omega_1 / \omega_0)(\omega_1 - \omega_0) / \omega_0}$
Нормальное распределение	
$E_1v = \frac{(u_\alpha + u_\beta)^2}{(\omega_1 - \omega_0)^2 / \sigma^2}$	$E_1v = \frac{\beta \ln B + (1 - \beta) \ln A}{0,5(\omega_1 - \omega_0)^2 / \sigma^2}$
Экспоненциальное распределение	
$E_1v = \frac{(u_\alpha \omega_1 + u_\beta \omega_0)^2}{(\omega_1 - \omega_0)^2}$	$E_1v = \frac{\beta \ln B + (1 - \beta) \ln A}{\ln(\omega_1 / \omega_0)(\omega_1 - \omega_0) / \omega_1}$

Примечания:  $\alpha(\beta)$  – вероятность ошибки первого (второго) рода;  $u_\alpha$  и  $u_\beta$  – квантили нормального распределения;  $A = (1 - \alpha) / \beta$  и  $B = \alpha / (1 - \beta)$  – пороги последовательной процедуры [18].

Аналогичные расчеты можно провести и для любого другого вида зависимости плотностей вероятности  $f_{\omega_0}(x)$  и  $f_{\omega_1}(x)$ . Однако в реальной ситуации вместо этих зависимостей используются эмпирические распределения  $f_{\omega_0}(x)$  и  $f_{\omega_1}(x)$ . Поэтому для случая ограниченных  $n_0$  и  $n_1$  в решателе можно использовать оптимальные алгоритмы обучения для нормально распределенных случайных и экспоненциально распределенных величин, описанные в [1,4-6,9].

В случае, когда мало что известно о распределении фона и аномалий, можно использовать современные процедуры распознавания образов. Однако в отличие от оптимальных обучающихся алгоритмов для нормально распределенных случайных величин пока нельзя провести аналогичные расчеты, так как средние значения параметров  $\bar{\alpha} = \bar{F}$  и  $1 - \bar{\beta} = \bar{D}$  для них до сих пор неизвестны. Поэтому в дальнейшем ограничимся алгоритмическим описанием этих очень эффективных процедур, используемых в условиях большей неопределенности, чем упомянутые выше оптимальные процедуры.

Разберем подробно эффект, который можно получить от многоканальности.

Пусть  $D_i$  – вероятность правильного обнаружения  $i$ -го канала ( $i = 1, m$ ),  $F_i$  – вероятность ложной тревоги ( $i = 1, m$ ). Если принять решение по правилу  $m$  из  $m$ , то соответствующие вероятности правильного обнаружения  $D$  и ложной тревоги  $F$  будут равны.

Проанализируем подробно эффект, который можно получить от многоканальности.

Пусть  $D_i$  – вероятность правильного обнаружения  $i$ -го канала ( $i = 1, m$ ), а  $F_i$  – вероятность ложной тревоги ( $i = 1, m$ ). Если принимать решение по правилу  $m$  из  $m$ , то соответствующие вероятности правильного обнаружения  $D$  и ложной тревоги  $F$  будут равны соответственно

$$F = \prod_{i=1}^m F_i, D = \prod_{i=1}^m D_i, 1 > D_i > 0.5 > F_i > 0.$$

Ясно, что в этом случае улучшается  $F$ , но ухудшается  $D$ .

Рассмотрим теперь правило  $k$  из  $m$ . Для простоты сначала условимся, что

$$F_1 = F_2 = \dots = F_i = \dots = F_m, D_1 = D_2 = \dots = D_i = \dots = D_m.$$

Тогда

$$D = P(\mu \geq k / H_1) = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} C_m^i D_1^i (1 - D_1)^{m-i}, \quad (1)$$

$$F = P(\mu \geq k / H_0) = \sum_{i=0}^{k-1} C_m^i F_1^i (1 - F_1)^{m-i}.$$

Используя результаты работы [8], можно записать асимптотические оценки этих сумм:

$$D = 1 - \sum_{i=0}^{k-1} C_m^i D_1^i (1 - D_1)^{m-i} > 1 - \exp[-mk(\frac{k}{m}, D_1)], \quad D_1 > \frac{k}{m};$$

$$F = \sum_{i=0}^{k-1} C_m^i F_1^i (1 - F_1)^{m-i} < \exp[-mk(\frac{k}{m}, F_1)], \quad F_1 < \frac{k}{m},$$

$$k(x,y) = x \ln(x/y) + (1-x) \ln((1-x)/(1-y)). \quad (2)$$

Поскольку число каналов на практике не очень большое (порядка пяти), то асимптотическими формулами (2) пользоваться нецелесообразно. В конкретных расчетах будем пользоваться точными формулами (1).

Введем обозначения

$$\eta_D = 1 - (1 - D) / (1 - D_1), \quad \eta_F = 1 - F / F_1.$$

Как видно, эти величины определяют относительные эффективности многоканальности по сравнению с одноканальным случаем.

На рис. 2а, 2б, 2в и 2г представлены зависимости  $\eta_D$  и  $\eta_F$  от  $\theta = k/m$  для случая, когда  $m = 5, 10, D_1 = 0.7, 0.8, 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999$  и  $F_1 = 0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.01, 0.001$ . Видно, что эффективность при  $m = 10$  больше, чем при  $m = 5$ . С ростом  $k$  относительная эффективность  $\eta_D$  падает, а  $\eta_F$  — растет; с ростом  $D_1$  эффективность  $\eta_D$  растет, а с уменьшением  $F_1$  эффективность  $\eta_F$  растет.

Аналогичные зависимости можно построить и для неоднородного случая, когда

$$F_1 \neq F_2 \neq \dots \neq F_i \neq \dots \neq F_m, D_1 \neq D_2 \neq \dots \neq D_i \neq \dots \neq D_m.$$

В этом случае

$$D = P(\mu \geq k / H_1) = \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m D_i^{\varepsilon_i} (1 - D_i)^{1-\varepsilon_i},$$

$$F = P(\mu \geq k / H_0) = \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m F_i^{\varepsilon_i} (1 - F_i)^{1-\varepsilon_i},$$

где  $\varepsilon_i$  принимает значение 0 и 1. Легко показать, что

$$\sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m D_i^{\varepsilon_i} (1 - D_i)^{1-\varepsilon_i} < \sum_{i=k}^{m-1} C_m^i \bar{D}^i (1 - \bar{D})^{m-i},$$

если  $k < k_1^*$ ,

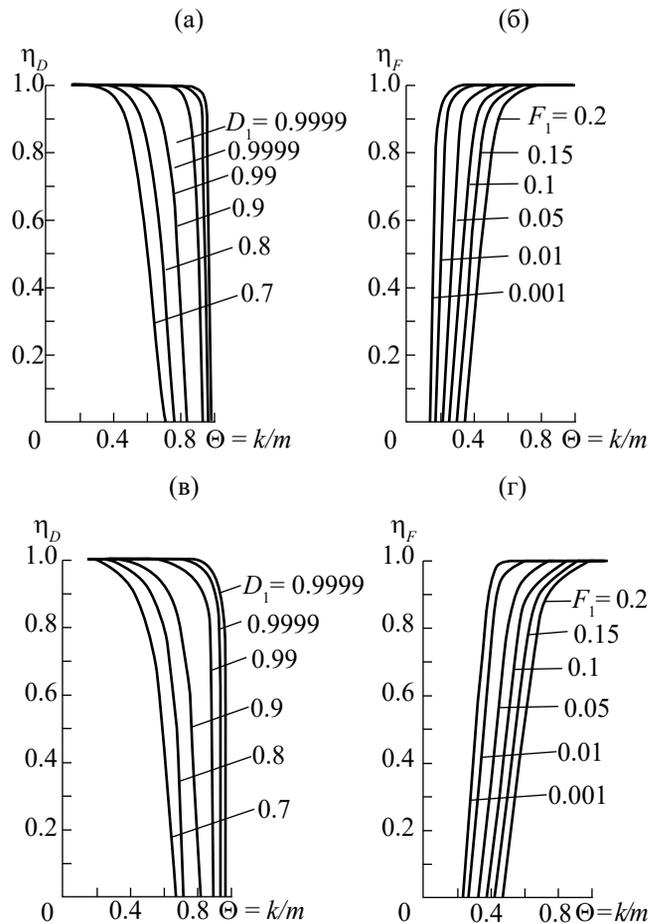


Рис. 2. Эффективность многоканальности по сравнению с одноканальным случаем при  $m = 5$  (а, б) и  $10$  (в, г).

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m D_i^{\varepsilon_i} (1-D_i)^{1-\varepsilon_i} &< \sum_{i=k}^{k-1} C_m^i \bar{D}^i (1-\bar{D})^{m-i} \\ \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m F_i^{\varepsilon_i} (1-D_i)^{1-\varepsilon_i} &< \sum_{i=k}^{k-1} C_m^i \bar{F}^i (1-\bar{F})^{m-i} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{если } k < k_{(1)}^* \\ &k < k_{(2)}^* \quad (k_1^* < k_2^*), \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m D_i^{\varepsilon_i} (1-D_i)^{1-\varepsilon_i} &> \sum_{i=k}^{k-1} C_m^i \bar{D}^i (1-\bar{D})^{m-i} \\ \sum_{\sum \varepsilon_i \geq k} \prod_{i=1}^m F_i^{\varepsilon_i} (1-D_i)^{1-\varepsilon_i} &> \sum_{i=k}^{k-1} C_m^i \bar{F}^i (1-\bar{F})^{m-i} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{если} \\ &(k_1^* < k < k_2^*), \end{aligned}$$

где

$$\bar{D} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D_i; \quad \bar{F} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_i.$$

В заключение отметим, что искатель — это узел ДМС, который производит уточняющий поиск (локализует место нахождения аномалий). Теория для блока искатель может быть основана на теории оптимального поиска и теории игр [1, 4, 9–12].

#### 4. ПРИМЕНЕНИЕ

Критерии оценки эффективности систем мониторинга в конечном итоге определяются вероятностью выполнения ими задач, являющихся сложной функцией параметров систем и внешней среды. По теоретическим соображениям важную роль играет модель среды. Одна из возможных такого рода моделей строится на основе использования понятия «пятнистости» изучаемого пространства. Подвижная аномалия нарушает структуру пятнистости, в результате чего образуется ее след. Поскольку пятна могут иметь различную природу, эффективный алгоритм обнаружения должен быть многоканальным, способным анализировать гидрофизическую, биологическую, акустическую, оптическую и физико-химическую информацию [1, 2, 6–12].

В качестве исходных данных для подсистемы тематической обработки дистанционных измерений использовались данные ИСЗ «Космос-1500», где были установлены радиометры на длинах волн  $\lambda_1 = 0.8$  см,  $\lambda_2 = 1.35$  см,  $\lambda_3 = 8.5$  см [1, 15, 16].

По статистической обработке данных радиометрических СВЧ-измерений с ИСЗ «Космос-1500» можно хорошо классифицировать крупномасштабные процессы для исследования ледяного покрова Арктики. В частности, удается определить положение кромки льдов и разделить льды на четыре

группы: молодые, однолетние, многолетние и паковые. Точность пространственной привязки по каналу  $\lambda_1 = 0.8$  см оценивается  $\pm 15$  км. Одновременное использование каналов  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  дает оценку положения кромки льдов с точностью до 20% [16].

В табл. 2 приведены результаты оценок средних значений параметров радиоярких температур морской поверхности (район Баренцева моря и моря Бофорта) для трех каналов,  $\lambda = 0.8, 1.35$  и 8.5 см. Определен по критерию  $\chi^2$  тип вероятностных распределений радиоярких температур, обычно дистанционным измерениям соответствуют несимметрические кривые распределения. Эти оценки характеризуют состояние среды по выбранной шкале широтных поясов и позволяют хорошо классифицировать крупномасштабные процессы.

Ограниченный объем наблюдений не всегда позволяет судить о закономерностях распределения вероятностей радиоярких температур и соответствия этих рядов реальности. Решить проблему можно выбором наиболее подходящей теоретической кривой на основе имеющегося ряда наблюдений.

Анализируя статистические характеристики радиоярких температур морской поверхности, можно утверждать, что данные статистические характеристики могут быть использованы при обнаружении и классификации аномальных явлений на водной поверхности, в том числе ледовых полей. На рис. 3 представлена карта радиоярких температур районов Арктики по каналу  $\lambda_1 = 0.8$  см.

Как видно из рис. 3, в Карском море и море Лаптевых в феврале 1984 г. преобладал однолетний лед. Вариации радиояркой температуры в море Лаптевых объясняются изменением сплоченности ледяного покрова. Меридиональное распределение

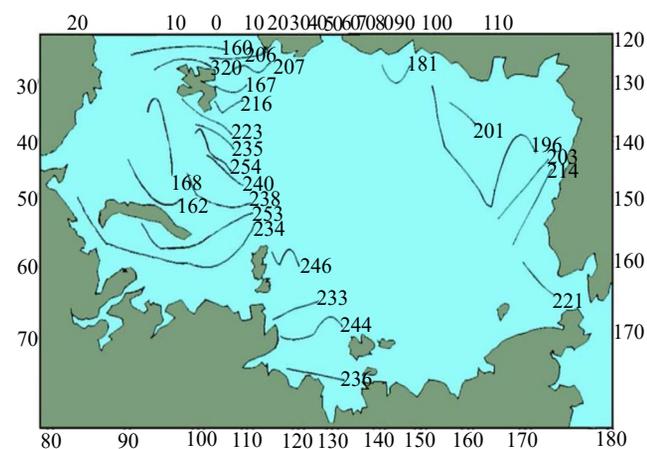
**Таблица 2.** Статистические характеристики радиоярких температур морской поверхности (район Баренцева моря и моря Бофорта) на основе данных ИСЗ «Космос-1500» (8,9 февраля 1984 г.)

$\lambda$ , см	$W$	$D$	$S$	$V$	$K_{ac}$	$\mathcal{E}$	Вид вероятностного распределения
Район Баренцева моря							
0.8	197	49	7	6.2	0.8	4.2	Экспоненциальное распределение
1.35	182	139	11.8	16	0.9	5.2	Экспоненциальное распределение
8.5	165	63	7.9	6.1	2.2	1.6	Гамма-распределение
Район моря Бофорта							
0.8	204	79	7.8	7.2	0.79	2.2	Экспоненциальное распределение
1.35	240	98	9.8	5.1	1.2	4.2	Гамма-распределение
8.5	225	122	11.1	7.3	0.9	6.8	Экспоненциальное распределение

Примечания:  $W$  – радиояркая температура,  $D$  – дисперсия,  $S$  – среднее квадратическое отклонение,  $K_{ac}$  – коэффициент асимметрии,  $\mathcal{E}$  – эксцесс,  $V$  – коэффициент вариации морской поверхности.

изотерм в Карском и Баренцевом морях связано с распределением течений. Уменьшение радиояркой температуры северо-западнее острова Шпицбергена до 205...207 К объясняется мощными выносами многолетнего льда в Гренландское море.

В восточном секторе Арктического бассейна направление изотерм совпадает с направлением циркуляции ледяного покрова спирали моря Бофорта. Увеличение возраста и изменение многолетнего льда к центру спирали вызывает уменьшение яркой температуры до 196...201 К. Направление выноса льда в Берингов пролив совпадает с изотермой 221 К. Сплоченность льда в этом районе колеблется от 8 до 9 баллов, доля многолетнего льда уменьшается до 60%.



**Рис. 3.** Карты радиоярких температур районов Арктики для канала  $\lambda_1 = 0.8$  см.

Из сказанного следует, что критерии оценки эффективности мониторинговых систем в конечном итоге определяются вероятностью выполнения ими своих задач, которая является сложной функцией параметров самих систем и морской среды. Одна из возможных моделей такого рода основана на использовании понятия «пятнистости» поверхности моря. Подвижная аномалия разрушает структуру «пятнистости» и, как следствие, формируется ее след. Поскольку пятна могут иметь разную природу, то эффективный алгоритм обнаружения должен быть многоканальным.

Статистические характеристики «пятнистости» радиоярких температур, полученные для наиболее информативных порогов, могут быть использованы при обнаружении аномальных явлений на поверхности воды и ледяного покрова. Анализ эмпирических гистограмм для «пятнистости» радиоярких температур показывает, что в большинстве случаев ( $I^+$ ,  $I^-$ )-характеристики имеют экспоненциальное распределение, а амплитудные характеристики имеют нормальное распределение. Поэтому для обнаружения и классификации явлений на поверхности океана необходимо применять оптимальные алгоритмы для принятия статистических решений для упомянутых распределений [1, 4–6, 9].

Несмотря на то, что основные применения посвящены водным системам, изложенные методы более универсальны. Также их можно использовать для обнаружения аномальных явлений в воздухе и на земной поверхности.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арманд Н.А., Крапивин В.Ф., Мкртчян Ф.А. Методы обработки данных радиофизического исследования окружающей среды. М.: Наука, 1987.
2. Арманд Н.А., Крапивин В.Ф., Мкртчян Ф.А. // Проблемы окружающей среды и природных ресурсов. № 3. 1997. С. 31.
3. Крапивин В.Ф., Мкртчян Ф.А., Шутко А.М. // Экологические системы и приборы. № 1. 2015. С. 10.
4. Мкртчян Ф.А. Оптимальное различение сигналов и задачи контроля. М.: Наука, 1982.
5. Мкртчян Ф.А. // Проблемы окружающей среды и природных ресурсов. 1999. № 5. С. 2.
6. Mkrтчyan F.A. // Proc. PIERS. Cambridge MA. 5-8 Jul. 2010. Cambridge MA: The Electromagnetic Academy, 2010. P. 361.
7. Mkrтчyan F.A., Shapovalov S.M. // Rus. J. Earth Sci. 2018. V. 18. Article No. ES-4001.
8. Mkrтчyan F.A., Varotsos C.A. // Water Air Soil Pollut. 2018. V. 229. № 8. Article No.273.
9. Mkrтчyan F.A. // Proc. 2019 Photonics & Electromagnetics Research Symp. – Spring (PIERS-Spring). Rome.17–20 Jun. N.Y.: IEEE, 2019. P. 3398.
10. Mkrтчyan F.A., Krapivin V.F., Shapovalov S.M. // Proc. 2019 Photonics & Electromagnetics Research Symp. – Spring (PIERS-Spring). Rome.17–20 Jun. N.Y.: IEEE, 2019. P. 3393.
11. Nitu C., Krapivin V.F., Mkrтчyan F.A. Advanced Ecology. Monitoring, diagnostics, prognosis. Bucharesti: Matrix Rom, 2020. V. 1.
12. Nitu C., Krapivin V.F., Mkrтчyan F.A. Advanced Ecology. Monitoring, diagnostics, prognosis. Bucharesti: Matrix Rom, 2021. V. 2.
13. Varotsos, C.A., Mkrтчyan, F.A., Soldatov V.Y., Xue Y. // Water, Air & Soil Pollutuion. 2022. V. 233. Article No.114.
14. Varotsos C.A., Mkrтчyan F.A., Soldatov V.Yu. // Remote Sensing. 2022. V.14. № 15. Article No.3527.
15. Афанасьев Ю.А., Хелено Б.А., Селиванов А.С. и др. // Изучение Земли из космоса. 1985. № 3. С. 3.
16. Башаринов А.Е., Курская А.А. // Радиотехника. 1979. Т. 34. № 4. С.31.
17. Вальд А. Последовательный анализ. М.: Физматгиз, 1960.
18. Кэмбелл К.И., Оранж А.С. // Полярный рекорд. 1974. Т.17. № 106. С.31.

## ON THE EFFICIENCY OF STATISTICAL DECISION PROCEDURES IN REMOTE ENVIRONMENTAL MONITORING

F. A. Mkrтчyan

*Fryazino branch Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics RAS,  
Vvedenskogo sq., 1, Fryazino, Moscow region, 141190 Russian Federation  
E-mail: ferd47@mail.ru*

Received July 10, 2023, revised July 10, 2023, accepted July 25, 2023

The basis of a multichannel remote monitoring system has been developed, which uses new methods and algorithms for processing remote sensing data and the formation of updated databases and knowledge based on modern computer technologies and using high-performance computing systems. A structural diagram of the multichannel remote monitoring system (RMS) is given. The main parameters of the RMS are calculated. The RMS “solver” block is analyzed. Analytical estimates of the efficiency of statistical decision-making procedures in remote environmental monitoring are obtained. Experimental verification of the efficiency of the RMS and algorithms considered is based on the data of the Kosmos-1500 satellite for the Arctic regions.

**Keywords:** Remote monitoring, statistical decisions, environment, classical analysis, sequential analysis, detection, classification, anomaly, efficiency

УДК 621.391.01

# ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПОСИМВОЛЬНОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ С КОРРЕКТИРУЮЩИМ КОДИРОВАНИЕМ В ПОЛЯХ ГАЛУА ДЛЯ КАНАЛОВ С ЗАМИРАНИЯМИ

© 2024 г. Л. Е. Назаров

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация  
E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила в редакцию 15.04.2024 г.

После доработки 02.05.2024 г.

Принята к публикации 25.05.2024 г.

Приведено описание алгоритма оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе корректирующего кодирования в недвоичных полях Галуа. Даны результаты моделирования данного алгоритма с целью исследования его помехоустойчивости для моделей транссионосферных каналов с замираниями за счет рассеяния на ионосферных неоднородностях для ряда цифровых сигналов с многоуровневой фазовой манипуляцией в сочетании с корректирующим кодом с проверкой на четность в полях Галуа. Показано, что для этих каналов применение алгоритма посимвольного приема обеспечивает энергетический выигрыш до 4.5...24 дБ по отношению к приему сигналов без кодирования.

*Ключевые слова:* цифровые сигналы, посимвольный прием, замирания, транссионосферные каналы

DOI: 10.31857/S0033849424090083, EDN: HRGMUA

## ВВЕДЕНИЕ

Посимвольный прием цифровых сигналов минимизирует вероятность ошибки на информационный бит  $P_6$  в отличие от приема, реализующего правило максимального правдоподобия, минимизирующее вероятность ошибки на дискретное сообщение [1–3]. Разработанные алгоритмы посимвольного приема сигнальных конструкций на основе ряда корректирующих кодов (например, на основе низкоплотностных кодов, турбокодов [3–7]) обеспечивают достижение вероятностных характеристик, близких к предельным характеристикам, определяемых пропускной способностью каналов с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) [6,8–12].

Суть посимвольного приема – принятие решений относительно переданных сигнальных символов на основе вычисленных апостериорных вероятностей [2,3].

Современной тенденцией при разработке информационных систем является использование цифровых сигналов со сложными «созвездиями», определяющими повышение их информативной емкости [1,5,13,14]. Этот подход дает возможность увеличения скорости передачи информации при ограниченной частотной полосе канала [1,4,15]. В работах [9,12–14,16–18] приведены алгоритмы оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов с различными

манипуляциями (например, с использованием многоуровневой фазовой манипуляции (ФМ-М)) в сочетании с корректирующими кодами в недвоичных полях Галуа  $GF(2^m)$ , объем которых согласован с объемом  $2^m$  соответствующих сигнальных «созвездий». Исследование помехоустойчивости этих алгоритмов приема ряда анализируемых сигнальных конструкций произведено для канала АБГШ [12,14,19].

Актуальной является проблема исследования помехоустойчивости алгоритмов оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций из этого класса на основе корректирующего кодирования в недвоичных полях Галуа  $GF(2^m)$  при передаче по каналам с амплитудными замираниями за счет многолучевого распространения [1,4].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть  $\vec{A} = (a_i; 0 \leq i \leq k-1)$  – последовательность  $k$  информационных символов поля Галуа  $GF(2^m)$ , формируемого по модулю неприводимого многочлена  $\gamma(x)$  степени  $m$  [15]. Элементы  $a_i$  представляются многочленами

$$a_i = \sum_{p=0}^{m-1} \alpha_p(a_i) x^p$$

с коэффициентами  $\alpha_p(a_i) \in GF(2)$  [5,15].

Кодовое слово  $\vec{B}$ , соответствующее вектору  $\vec{A}$  корректирующего кода с кодовой скоростью  $r = k/n$ , задается соотношением  $\vec{B} = \mathbf{A}\mathbf{H}$ , где  $\mathbf{H}$  – порождающая матрица кода размером  $n \times k$ ,  $n$  – длина кодовых слов [15]. Кодовые символы  $b_i$  ( $0 \leq i \leq n-1$ ) в составе  $\vec{B}$  однозначно сопоставляются цифровым сигналам с манипуляционным «созвездием» объемом  $2^m$ , передаваемым по каналам с помехами и искажениями.

Реализация  $\vec{Y} = (\dot{y}_l; 0 \leq l \leq n-1)$  с выхода демодулятора сигналов поступает на вход решающего устройства,  $\dot{y}_l$  – комплексные отсчеты квадратурных каналов. При использовании оптимального посимвольного приема вычисляются апостериорные вероятности  $\Pr(a_i = \beta | \vec{Y})$ , где  $\beta \in GF(2^m)$ , и принимаются решения относительно символов  $\hat{a}_i$  с использованием правила [2,3]

$$\hat{a}_i = \max_{\beta \in GF(2^m)} (\Pr(a_i = \beta | \vec{Y})). \quad (1)$$

В [2,12] приведено описание разработанного производительного алгоритма вычисления соотношения (1). Исследование помехоустойчивости этого алгоритма произведено для ряда цифровых сигналов с объемами «созвездий»  $2^m$  для канала АБГШ [12,14,17]. Показано, что применение анализируемого алгоритма приема сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов ФМ-М и корректирующего кода с проверкой на четность в поле Галуа  $GF(2^m)$  ( $m = 2, 3, 4$ ) обеспечивает значимый энергетический выигрыш до 2 дБ по отношению к передаче без кодирования [12].

Цель работы – исследование помехоустойчивости разработанного алгоритма оптимального посимвольного приема анализируемых сигнальных конструкций на основе корректирующего кодирования в полях Галуа  $GF(2^m)$  при многолучевом распространении по транссионосферным каналам (спутниковым ионосферным каналам) с замираниями за счет рассеяния на ионосферных неоднородностях.

## 2. АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ПОСИМВОЛЬНОГО ПРИЕМА

Цифровые сигналы  $s(t)$  характеризуются частотной эффективностью  $m = \log_2 M$  (бит/с/Гц), задающей максимальную скорость передачи  $R = m\Delta F$  (бит/с) для канала с частотной полосой  $\Delta F$  [1,4].

Сигнальные конструкции на основе  $s(t)$  и корректирующих кодов с параметрами  $(n, k)$  в полях  $GF(2^m)$  задаются соотношением [1]

$$s(t) = \sum_{i=0}^{n-1} A_i U(t) \cos(2\pi ft + \varphi_i), \quad (2)$$

где  $f$  – несущая частота;  $U(t) = 1$  при  $iT \leq t < (i+1)T$ , иначе,  $U(t) = 0$ ;  $A_i$ ,  $\varphi_i$  – амплитуда и фаза

радиоимпульсов в составе  $s(t)$ , задающие вид сигнального «созвездия»;  $T$  – тактовый интервал.

Радиоимпульсы в составе  $s(t)$  формируются, отображая  $m$  двоичных информационных символов  $\alpha_p(b_i)$  ( $p = 0, 1, \dots, m-1$ ) в отсчеты «созвездия» с комплексными огибающими  $\dot{V}_i = A_i \exp(j\varphi_i)$  [4]. ФМ-М-сигналы характеризуются постоянством амплитуд  $A_i = A_c$ .

Апостериорные вероятности  $\Pr(a_i = \beta | \vec{Y})$  для символов сигнальных конструкций (2) вычисляются с использованием соотношения [2,10]

$$\Pr(a_i = \beta | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: a_i = \beta} \Pr(\vec{B} | \vec{Y}) = \sum_{\vec{B}: a_i = \beta} \frac{\Pr(\vec{B})}{P(\vec{Y})} p(\vec{Y} | \vec{B}), \quad (3)$$

где  $p(\vec{Y} | \vec{B}) = \prod_{i=0}^{n-1} p(\dot{y}_l | b_i)$  – функция правдоподобия;

$$\Pr(\vec{B}) = 2^{-mk}.$$

Сложность вычисления  $\Pr(a_i = \beta | \vec{Y})$  (3) определяется требуемым объемом вычислительных операций  $P_1 \approx 2^{mk}$  и представляет трудоемкую задачу даже для малых значений  $m, k$

В работах [2,12] приведено описание разработанного алгоритма для решения этой задачи с существенно более низкой сложностью реализации. Для пояснения ниже дано его общее описание. Алгоритм включает три этапа.

*Первый этап.* Вычисляется множество спектральных составляющих  $C_l(r)$  для последовательности  $p(\dot{y}_l | \dot{V}_i)$

$$C_l(r) = \sum_{i=0 \dots 2^m-1} p(\dot{y}_l | \dot{V}_i) w_i(r), \quad r \in GF(2^m), \quad (4)$$

где  $i = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ ;  $l = 0, 1, \dots, n-1$  – номера кодовых символов в составе кодового слова;  $w_i(r)$  – базисные функции Уолша-Адамара с перемежением номеров  $i$ . Закон перемежения задается аналитически для порождающих многочленов в виде  $\gamma(x) = 1 + x^k + x^m$  ( $1 \leq k \leq m-1$ ) либо в виде таблицы, получаемой путем предобработки с целью сопоставления функциям Уолша-Адамара значений  $p(\dot{y}_l | \dot{V}_i)$ , задаваемых моделью канала передачи [2,12].

*Второй этап.* Вычисляется множество  $\{T_l(\lambda)\}$  с использованием  $C_l(r)$  и множества кодовых слов  $R$  дуального кода  $C_H$  с параметрами  $(n, n-k)$  [15]

$$T_l(\lambda) = \frac{\sum_{r_p: R \in C_H} C_l(r_l - \lambda) \prod_{\substack{p=0 \\ p \neq l}}^{n-1} C_p(r_p)}{\sum_{r_p: R \in C_H} \prod_{p=0}^{n-1} C_p(r_p)}. \quad (5)$$

Обозначение  $r_p : R \in C_H$  в (5) определяет операции для последовательности кодовых символов  $r_p$  в составе кодовых слов  $R$  кода  $C_H$ .

*Третий этап.* Вычисляют апостериорные вероятности  $\Pr(b_l = \beta | \vec{Y})$ , используя алгоритм быстрого спектрального преобразования в базисе Уолша–Адамара (БПУ) размерностью  $2^m$  над  $\{T_l(\lambda)\}$ ,

$$\Pr(b_l = \beta | \vec{Y}) = \sum_{\lambda=0 \dots 2^m-1} T_l(\lambda) w_{\beta}(\lambda). \quad (6)$$

Решения относительно символов кодового слова  $\vec{B}$  принимаются на основе значений  $\Pr(b_l = \beta | \vec{Y})$  в соответствии с правилом (1).

При исполнении первого этапа (4) полагают, что на временном интервале  $lT \leq t < (l+1)T$  нормированные отсчеты  $\dot{y}_l$  для ФМ-М-сигналов и канала АБГШ с спектральной плотностью мощности  $N_0$  представляют случайные величины со средними

$$\sqrt{\frac{2mE_c}{N_0}} \cos(\varphi_i), \quad \sqrt{\frac{2mE_c}{N_0}} \sin(\varphi_i)$$

и с единичной дисперсией. Здесь  $E_c$  – энергии сигнальных символов «созвездия» с огибающими  $\dot{V}_i$ , плотности вероятности  $p(\dot{y}_l | \dot{V}_i)$  при вычислении соотношения (4) задаются как [12]

$$p(\dot{y}_l | \dot{V}_i) = K \exp\left(-\|\dot{y}_l - \dot{V}_i\|^2 / 2\right), \quad (7)$$

$\|x\|$  – евклидова метрика;  $K$  – коэффициент нормировки.

Сложность вычисления соотношений (4)–(6) оценивается как  $P_2 \cong 2^{m(n-k)}$ , для значений  $n-k \ll k$  выполняется условие  $P_2 \ll P_1$ .

Наиболее простым для реализации является алгоритм посимвольного приема для сигнальных конструкций на основе корректирующего кода с проверкой на четность с параметрами  $(n, n-1)$ . В этом случае кодовый вектор кода  $C_H$  представляет последовательность длительностью  $k+1$  одинаковых элементов поля  $GF(2^m)$  и справедливо соотношение  $P_2 \cong 2^m$  [9,12,19].

### 3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КАНАЛА С ЗАМИРАНИЕМ

Замирания сигналов приводят к деградации вероятностных характеристик  $P_6$  по отношению к распространению в свободном пространстве [2]. Количественные значения соответствующих энергетических потерь определяются статистическими свойствами амплитуды сигналов  $A$  как случайного процесса.

Ниже рассматриваются модели замираний сигналов при их многолучевом распространении по

трансионосферным каналам [20–24]. При создании и развитии моделей замираний сигналов для данных каналов используются два подхода – на основе аналитического описания процесса распространения сигналов [21,22] и на основе использования эмпирических соотношений относительно плотности распределения  $p(A)$  [24].

Аналитические подходы основаны на решении стохастического нелинейного волнового уравнения относительно электрического поля [22]. Соответствующие решения, полученные с использованием борновского приближения и приближения Рытова, дают возможность оценить вторые статистические моменты функционалов от амплитуды  $A$ .

Модели замираний из второго класса связывают параметры эмпирической плотности распределения  $p(A)$  с индексом сцинтилляции [21–24]

$$S_4^2 = (\langle A^4 \rangle - \langle A^2 \rangle^2) / \langle A^2 \rangle^2,$$

здесь  $\langle \cdot \rangle$  – усреднение по времени, если полагать процесс  $A$  эргодическим.

Относительно значений  $S_4$  замирания классифицируются как слабые для  $S_4 < 0.3$ , средние для  $0.3 < S_4 < 0.6$  и сильные для  $S_4 > 0.6$  [21].

Вероятность ошибки  $P_6$  для ФМ-М-сигналов с амплитудой  $A$  имеет вид [1]

$$P_6(A) = \frac{1}{m} \left[ 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\theta) d\theta \right]. \quad (8)$$

Здесь  $p(\theta)$  – плотность распределения фазы, для АБГШ с односторонней спектральной плотностью  $N_0$  справедливо соотношение [1]

$$p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{E_c \sin^2 \theta}{N_0}\right) \int_0^\infty r \exp\left(-\frac{1}{2}\left(r - \sqrt{\frac{2E_c}{N_0}} \cos \theta\right)^2\right) dr, \quad (9)$$

$E_c = E_6 \log_2 M$  – энергия радиоимпульсов;  $A$  – энергия на 1 бит.

Для амплитуды  $A$  с плотностью распределения  $p(A)$  вероятность ошибки  $P_6$  с учетом замираний задается соотношением [1]

$$P_6 = \int_0^\infty P_6(A) p(A) dA. \quad (10)$$

Для слабых замираний плотность распределения  $p(A)$  задается логнормальным законом [20,21]

$$p(A) = \frac{1}{A} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{(\ln A - \ln A_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad A > 0. \quad (11)$$

Здесь  $A_0$  – амплитуда регулярной сигнальной составляющей;  $\sigma^2$  – средняя мощность

многолучевых компонент сигналов на выходе ионосферной линии.

Более общее выражение для  $p(A)$  задается распределением Накагами [20]

$$p(A) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left( \frac{m}{\sigma_c^2} \right)^m A^{2m-1} \exp\left(-\frac{mA^2}{\sigma_c^2}\right). \quad (12)$$

Здесь  $\sigma_c^2$  – средняя мощность сигналов;  $m \geq 1/2$  – параметр, задаваемый соотношением

$$m = \frac{\Omega^2}{\langle (A^2 - \Omega)^2 \rangle},$$

$\Omega = \langle A^2 \rangle$ ;  $\Gamma(m)$  – гамма-функция.

Параметры  $S_4$  и  $m$  для распределения Накагами связаны [20–22]

$$m = 1/S_4^2. \quad (13)$$

Для  $m > 1$  (для слабых, средних и, отчасти, сильных замираний) распределение Накагами аппроксимируется распределением Релея–Райса [21]

$$p(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + A_0^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{AA_0}{\sigma^2}\right), \quad (14)$$

где  $A_0$  – амплитуда регулярной сигнальной составляющей;  $I_0(x)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Вычисление значений  $P_6$  с использованием соотношения (10) с целью оценивания энергетических потерь с учетом замираний по отношению к распространению в свободном пространстве выполняется при условии равенства средних энергий

$$E_c = \bar{E}_c = \int_0^\infty \frac{A^2 T}{2} p(A) dA, \text{ т.е. } A_c^2 = \int_0^\infty A^2 p(A) dA.$$

Это условие обеспечивается выбором значений  $A_0$  и  $\sigma^2$  модели (14), как решения уравнения

$$A_c^2 = 2\sigma^2 + A_0^2. \quad (15)$$

Значения  $\sigma^2, A_0^2$  в (15) для распределения Релея–Райса (14) связаны через коэффициент Райса  $d$  [25]

$$d = \frac{A_0^2}{2\sigma^2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{m^2 - m}}{m - \sqrt{m^2 - m}}. \quad (16)$$

Решения системы уравнений (15), (16) относительно  $A_0^2, \sigma^2$  имеют вид

$$A_0^2 = \frac{dA_c^2}{1+d}, \quad \sigma^2 = \frac{A_c^2}{2(1+d)}.$$

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже даны результаты моделирования алгоритма посимвольного приема с целью исследования помехоустойчивости сигналов ФМ-4, ФМ-8 и ФМ-16 (коэффициенты частотной эффективности 2, 3 и 4 бит/с/Гц) в сочетании с корректирующим кодом с проверкой на четность в полях Галуа  $GF(2^2)$ ,  $GF(2^3)$ ,  $GF(2^4)$  при распространении по транссионосферным каналам с замираниями. Информационный объем передаваемых сообщений составляет 96 битов, т.е. для рассматриваемых сигнальных конструкций количество информационных символов  $k = 48, 32$  и  $24$ , соответствующие кодовые скорости  $r$  корректирующих кодов равны  $48/49, 32/33$  и  $24/25$ . Моделирование произведено для условий идеальной синхронизации по частоте, фазе и временным тактам. Приведены оценки вероятностей ошибки  $P_6$  и соответствующих энергетических потерь  $\Delta E$  по отношению к распространению в свободном пространстве.

На рис. 1 приведены вероятности ошибки  $P_6$ , вычисленные с использованием соотношений (8), (9), (10) для сигналов ФМ-4, ФМ-8, ФМ-16 при передаче по каналу АБГШ: для вероятности  $P_6 = 10^{-5}$  требуются значения  $E_6/N_0$ , равные 9.5, 13.0 и 17.25 дБ соответственно.

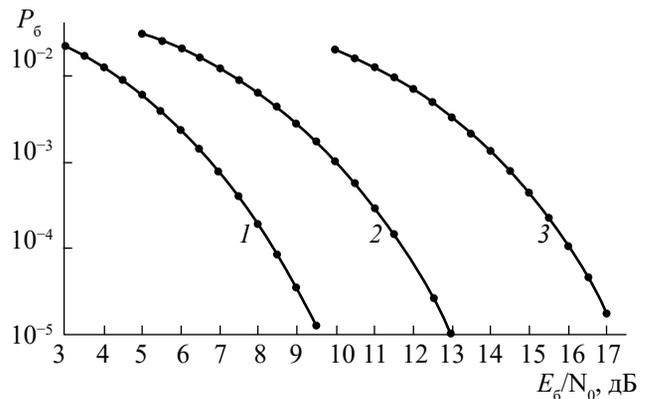


Рис. 1. Вероятности ошибки  $P_6$  для сигналов ФМ-4 (кривая 1), ФМ-8 (кривая 2), ФМ-16 (кривая 3) при распространении по каналу АБГШ.

На рис. 2–4 приведены вероятностные кривые  $P_6$  для посимвольного приема рассматриваемых сигнальных конструкций – кривые 1 и 2 соответствуют вероятностям  $P_6$  без применения и с применением корректирующего кодирования для каналов АБГШ с замиранием с параметрами сцинтилляции транссионосферного канала  $S_4 = 0.3$  (см. рис. 2а, 3а, 4а) и  $S_4 = 0.6$  (см. рис. 2б, 3б, 4б). Для канала с замиранием с параметром  $S_4 = 0.3$  вероятность ошибки  $P_6 = 10^{-5}$  при посимвольном приеме сигналов без использования корректирующего

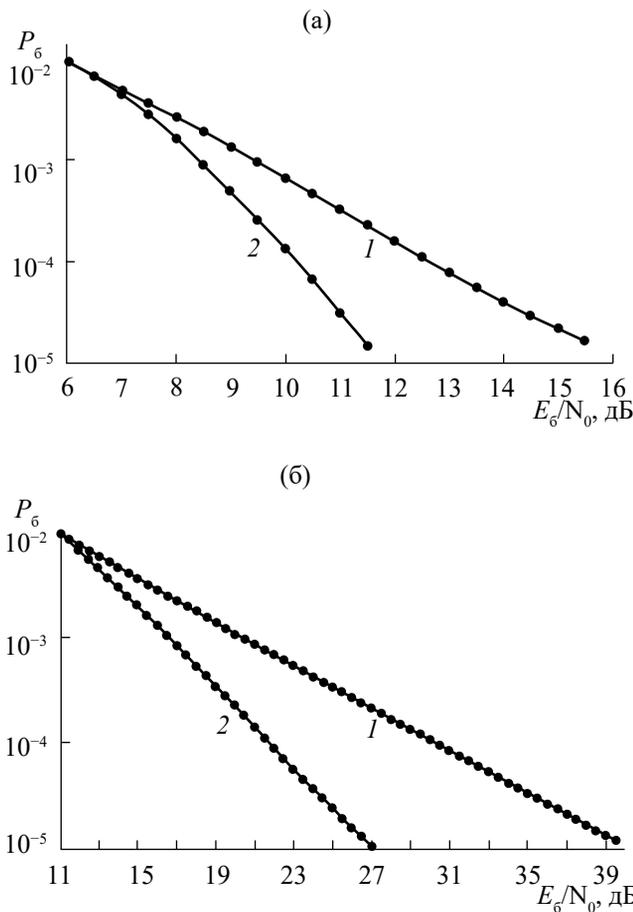
кодирования достигается при значениях  $E_6 / N_0$ , равных 16.0, 19.0 и 23.0 дБ соответственно (энергетические потери по отношению к АБГШ каналу без замираний составляют 6.5, 6.0 и 5.75 дБ). Для параметра  $S_4 = 0.6$  данная вероятность ошибки достигается при значениях  $E_6 / N_0$  39.5, 43.0 и 45.0 дБ соответственно (энергетические потери по отношению к АБГШ каналу без замираний составляют 30.0, 30.0 и 27.75 дБ).

Для канала с замиранием с параметром  $S_4 = 0.3$  вероятность  $P_6 = 10^{-5}$  при посимвольном приеме сигналов с использованием корректирующего кода с проверкой на четность достигается при значениях  $E_6 / N_0$ , равных 11.5, 14.25 и 18.0 дБ соответственно (энергетические потери по отношению к АБГШ каналу без замираний составляют 2.0, 1.25 и 0.75 дБ). Для параметра  $S_4 = 0.6$  вероятность ошибки  $P_6 = 10^{-5}$  достигается при значениях  $E_6 / N_0$ , равных 27.0, 19.0 и 30.0 дБ соответственно (энергетические потери по отношению к АБГШ каналу без замираний составляют 17.5, 6.0 и 12.75 дБ).

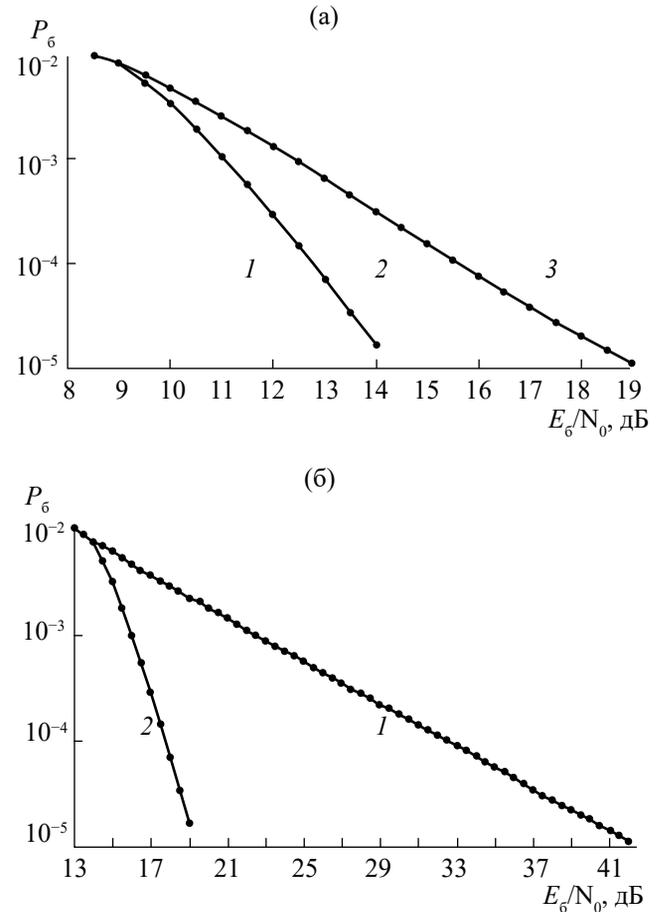
В табл. 1 приведены результирующие значения энергетического выигрыша при использовании рассматриваемых цифровых сигналов ФМ-М и корректирующего кодирования в полях Галуа  $GF(M)$  по отношению к передаче без кодирования по транссионосферным каналам с замираниями. Видно, что применение корректирующего

**Таблица 1.** Значения энергетического выигрыша (дБ) при использовании сигнальных конструкций на основе сигналов ФМ-М и корректирующего кодирования с кодовой скоростью  $r$  в полях Галуа  $GF(M)$  по отношению к передаче без кодирования по транссионосферным каналам

Цифровые сигналы	$r$	$S_4 = 0.3$	$S_4 = 0.6$
ФМ-4	48/49	4.5	12.5
ФМ-8	32/33	4.75	24.0
ФМ-16	24/25	5.0	15.0



**Рис. 2.** Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-4 для канала с замиранием (параметр  $S_4 = 0.3$  (а) и 0.6 (б)): 1 – без кодирования; 2 – с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^2)$ .



**Рис. 3.** Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-8 для канала с замиранием (параметр  $S_4 = 0.3$  (а) и 0.6 (б)): 1 – без кодирования; 2 – с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^3)$ .

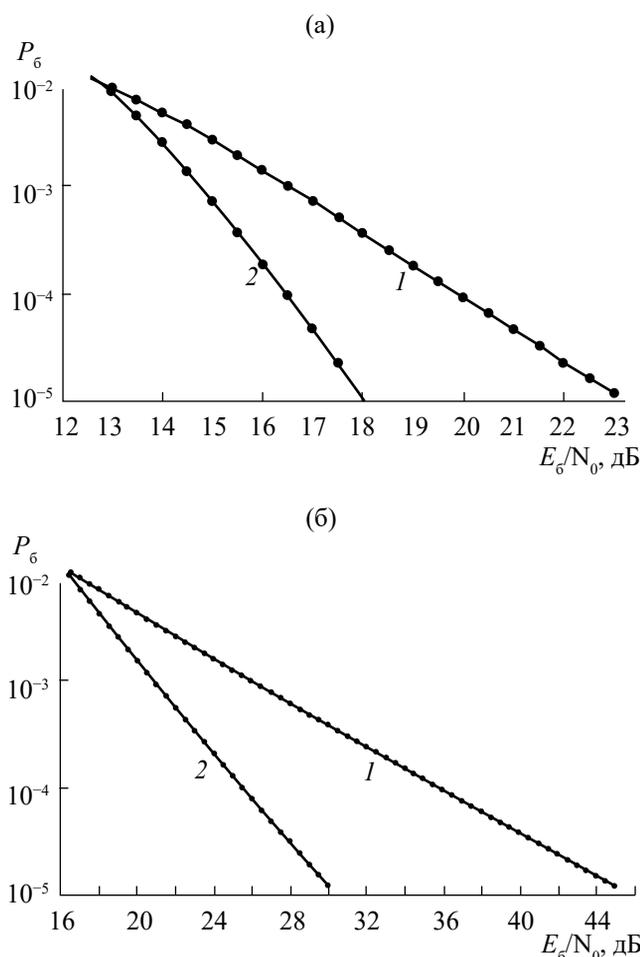


Рис. 4. Вероятности ошибки при приеме сигнальной конструкции на основе сигналов ФМ-16 для канала с замиранием (параметр  $S_4 = 0.3$  (а) и  $0.6$  (б)): 1 – без кодирования; 2 – с использованием корректирующего кода в поле  $GF(2^4)$ .

кодирования с проверкой на четность в сочетании с алгоритмом оптимального посимвольного приема анализируемых сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов ФМ-М для трансферных каналов с замираниями обеспечивает значимый энергетический выигрыш до 4.5...24 дБ по отношению к посимвольному приему без корректирующего кодирования.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дано описание алгоритма оптимального посимвольного приема сигнальных конструкций на основе цифровых сигналов и корректирующего кодирования в полях Галуа  $GF(2^m)$ . Основу анализируемого алгоритма составляет БПУ с размерностью  $2^m$ . Сложность алгоритма посимвольного приема определяет перспективность его применения для блочных корректирующих кодов с низкой избыточностью.

Исследование вероятностных характеристик рассматриваемого алгоритма посимвольного приема произведено путем его моделирования для сигнальных конструкций на основе интенсивно используемых в приложениях цифровых сигналов с многофазовой манипуляцией ФМ-4, ФМ-8 и ФМ-16 и для корректирующих кодов с проверкой на четность с кодовыми скоростями 48/49, 32/33 и 24/25 в полях Галуа  $GF(2^2)$ ,  $GF(2^3)$ ,  $GF(2^4)$ . Показано, что применение алгоритма посимвольного приема для моделей трансферных каналов с замираниями за счет рассеяния на ионосферных неоднородностях обеспечивает значительный энергетический выигрыш, до 4.5...24 дБ, по отношению к приему сигналов без кодирования. Используемые модели каналов с замираниями задавались параметром индекса синтиллиции  $S_4 = 0.3$  (слабые и средние замирания) и  $S_4 = 0.6$  (средние и сильные замирания).

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Proakis J.G., Salehi M. Digital communication. Boston: McGraw-Hill, Higher Education, 2001.
2. Bahl L.R., Cocke J., Jelinek F., Raviv J. // IEEE Trans. 1974. V. IT-20. № 3. P. 284.
3. Смольянинов В.М., Назаров Л.Е. // РЭ. 1999. Т. 44. № 7. С. 838.
4. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: ИД «Вильямс», 2003.
5. Johnson S.J. Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010.
6. Назаров Л.Е., Головкин И.В. // РЭ. 2010. Т. 55. № 10. С. 1193.
7. Терешонок М.В., Кленов Н.В., Лобов Е.М. и др. // РЭ. 2022. Т. 67. № 3. С. 294. <https://doi.org/10.31857/S0033849422030160>.
8. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // РЭ. 2022. Т. 67 № 8. С. 782. <https://doi.org/10.31857/S0033849422080137>.
9. Ping Li, Chan S., Yeng K.L. // Electronic Lett. 1997. V. 33. № 19. P. 1614.
10. Steiner F., Bocherer G., Liva G. // IEEE Comm. Lett. 2018. V. 22. № 11. P. 2210.
11. Lin S.-J. // IEEE Trans. 2018. V. COM-66. № 8. P. 3235.
12. Назаров Л.Е. // РЭ. 2023. Т. 68. № 9. С. 873. <http://doi.org/10.31857/S003384942309019X>

13. Bourdige J., Poulliat C., Gadat B. // 2023 IEEE Int. Symp. on Information Theory (ISIT). Taipei. 25-30 Jun. N.Y.: IEEE, 2023. P. 2517.  
<https://doi.org/10.1109/ISIT54713.2023.10206851>.
14. Назаров Л.Е. // Физ. основы приборостроения. 2022. Т. 11. № 3. С. 44.  
<https://doi.org/10.25210/jfor-2203-044049>.
15. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.
16. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 910.
17. Назаров Л.Е., Шишкин П.В. // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 12.  
<http://jre.cplire.ru/jre/dec18/10/text.pdf>
18. Kaipa K. // IEEE Comm. Lett. 2018. V. 22. № 11. P. 2210.
19. Yeo S., Park I.-C. // IEEE Trans. 2018. V. IT-64. № 7. P. 5170.
20. Crane R.K. // Proc. IEEE. 1977. V. 65. № 2. P. 180.
21. Rino C.L. Theory of Scintillation with Applications in Remote Sensing. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
22. Ionospheric Propagation Data and Prediction Methods Required for the Design of Satellite Services and Systems. Recommendation ITU-R P.531-11. Geneva: Int. Telecommun. Union (ITU), 2012. 24 p.
23. Назаров Л.Е., Смирнов В.М. // Журн. Радиоэлектроники 2020. № 11.  
<http://jre.cplire.ru/jre/nov20/7/text.pdf>  
<https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.11.7>
24. Назаров Л.Е., Батанов В.В. // РЭ. 2022. Т. 67. № 11. С. 1133.  
<https://doi.org/10.31857/S0033849422110110>
25. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.

## NOISE-IMMUNITY OF OPTIMAL SYMBOL-BY-SYMBOL RECEPTION OF SIGNALS WITH CORRECTIVE CODING IN GALOIS FIELDS FOR FADING CHANNELS

L. E. Nazarov

*Fryazino Branch Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS,  
Vvedenskogo Squar., 1 Fryazino, Moscow region, 141190 Russian Federation  
E-mail: levnaz2018@mail.ru*

Received April 15, 2024, revised May 05, 2024, accepted May 25, 2024

A description of the algorithm for optimal symbol-by-symbol reception of signal structures based on correction coding in non-binary Galois fields is given. The results of modeling this algorithm are given in order to study its noise-immunity for transionospheric channels with fading due to scattering on ionospheric irregularities for a number of digital signals with multi-level phase shift keying in combination with a correction code with a parity check in Galois fields. It is shown that for these channels the use of a symbol-by-symbol reception algorithm provides an energy gain of up to 4.5...24 dB in relation to the reception of signals without coding.

*Keywords:* digital signals, symbol-by-symbol reception, fading, transionospheric channels

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ  
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.624;537.632

ОПТОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЦЕНТРОАНТИСИММЕТРИЧНЫХ  
И НЕЦЕНТРОСИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ  
СРЕДАХ

© 2024 г. А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: lisovsky.f@yandex.ru

Поступила в редакцию 07.09.2022 г.

После доработки 08.04.2024 г.

Принята к публикации 25.04.2024 г.

Для реально существующих магнитоупорядоченных монокристаллов с различной магнитной симметрией определены условия существования определенных однородных и неоднородных оптомагнитных эффектов, обусловленных светоиндуцированными изменениями основного состояния.

*Ключевые слова:* магнитная симметрия, магнитоупорядоченный монокристалл, нецентросимметричная среда, оптофлексомагнитный эффект, оптомагнитный эффект, светоиндуцированное изменение, тороидный момент, центроантисимметричная среда

DOI: 10.31857/S0033849424090097, EDN: HRGIDQ

## ВВЕДЕНИЕ

Прохождение света через магнитоупорядоченную среду следует рассматривать как самосогласованный процесс, когда возникающее из-за наличия намагниченности изменение параметров световой волны в свою очередь влияет на модуль и (или) направление вектора намагниченности. При малой интенсивности света его влиянием на намагниченность можно пренебречь, но при большой длине пробега света будут наблюдаться так называемые магнитооптические (МО) эффекты, заключающиеся в изменении поляризации и амплитуды световой волны (см., например, [1–6]). Такие эффекты, обнаруженные более 170 лет тому назад, в настоящее время изучены достаточно подробно. При большой интенсивности света и малой длине пробега, когда параметры световой волны можно считать практически постоянными, могут наблюдаться обратные магнитооптические эффекты, называемые также оптомагнитные (ОМ) эффектами, при которых имеют место изменения модулей и (или) направлений векторов намагниченности подрешеток и магнитных состояний (статических и динамических) (см., например, [7–15]). Экспериментальное исследование ОМ-эффектов началось 60 лет назад [7,8], когда появились источники мощного когерентного оптического излучения. При промежуточных параметрах возникают продольные и поперечные неустойчивости световой волны.

Развития этих неустойчивостей приводят к МО солитонам и МО каналам [11]. К настоящему времени, несмотря на многие работы и обзоры, сведения об ОМ-эффектах нельзя считать исчерпывающими.

Цель данной работы – изучить ОМ-эффекты в средах разной магнитной симметрии.

## 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для определения условий существования однородных и неоднородных ОМ-эффектов в реально существующих монокристаллических магнитоупорядоченных кристаллах с различной магнитной симметрией, обусловленных светоиндуцированными (СИ) изменениями основного состояния, воспользуемся известным выражением для средней по времени плотности энергии кристалла в световом поле (СП) при слабом поглощении

$$w_l = (1/16\pi)\epsilon_{\omega ij} E_i E_j^*, \quad (1)$$

где  $\epsilon_{\omega ij} = \partial\omega_{ij} / \partial\omega$  ( $\epsilon_{ij}$  – диэлектрическая проницаемость),  $E_i$  – компоненты комплексного электрического поля световой волны [1,7]. Выделяя симметричную и антисимметричную части в (1) при слабой временной дисперсии ( $\epsilon_{ij} \gg \partial\omega_{ij} / \partial\omega$ ), это выражение можно представить в виде

$$w_l = \epsilon_{ij}^s T_{ij}^s - (\vec{g}, \vec{G}), \quad (2)$$

где  $T_{ij}^s = (1/32\pi)(E_i E_j^* + E_i^* E_j)$  и  $\varepsilon_{ij}^s$  – симметричные части тензора «светового напряжения» и диэлектрической проницаемости соответственно,  $\vec{g}$  – вектор гирации,  $\vec{G} = (i/16\pi)[\vec{E}^*, \vec{E}]$  – эффективная «напряженность магнитного поля» [14]. В общем случае  $\varepsilon_{ij}^s$  и  $\vec{g}$  зависят от таких параметров (и их производных), как напряженность постоянного электрического поля  $\vec{E}_0$  и поляризация  $\vec{P}$ , напряженность постоянного магнитного поля  $\vec{H}_0$  и вектор ферромагнетизма (намагниченность)  $\vec{M}$  и вектор антиферромагнетизма  $\vec{L}$ , упругие напряжения  $\sigma_{ij}$  и деформации  $u_{ij}$ . Следует отметить, что  $\varepsilon_{ij}^s$

и  $\vec{g}$  являются четной и нечетной функциями магнитных параметров, соответственно.

Выражения для СИ электрической индукции, магнитной индукции и упругих деформаций представим соответственно в следующем виде:

$$\vec{D}^l = -(\delta w_l / \delta \vec{E}_0), \vec{B}^l = -(\delta w_l / \delta \vec{H}_0), u_{ij}^l = -(\delta w_l / \delta \sigma_{ij}), \quad (3)$$

а для эффективных напряженностей полей электрических, «ферромагнитных и антиферромагнитных» магнитных и для упругих напряжений соответственно в виде

$$\vec{E}^l = -(\delta w_l / \delta \vec{P}), \vec{H}^{lM} = -(\delta w_l / \delta \vec{M}), \vec{H}^{lL} = -(\delta w_l / \delta \vec{L}), \sigma_{ij}^l = -(\delta w_l / \delta u_{ij}). \quad (4)$$

Эффективные поля содержат СИ-слагаемые и, следовательно, оптические поля влияют на динамику поляризации, намагниченности подрешеток, упругих смещений [10–15].

## 2. ОПТОМАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ

Рассмотрим оптомагнитоэлектрический (ОМЭ) эффект. Слагаемое, связанное с этим эффектом, а именно  $g_i^E = \alpha_{ij}^E E_{0j}$ , дает вклад в энергию, равный  $w_l^E = \alpha_{ij}^E G_i E_{0j}$ , который подобен вкладу магнитоэлектрическому и существует в 58 магнитных

классах [1,16–18]. Среди них имеется 21 магнитный класс центроантисимметричных (ЦАС) антиферромагнетиков (АФМ), в частности  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  (класс симметрии  $\bar{3}'m'$ ), где

$$w_l^E = -\alpha_{\parallel}^E G_z E_{0z} - \alpha_{\perp}^E G_x E_{0x}.$$

В этом случае выражение для СИ-поляризации имеет вид

$$P_i^{lE} = -(1/4\pi)(\partial w_l^E / \partial E_{0i})|_{E \rightarrow 0}$$

и, следовательно, получаем

$$P_z^{lE} = (1/4\pi)\alpha_{\parallel}^E G_z, P_y^{lE} = (1/4\pi)\alpha_{\perp}^E G_y, P_x^{lE} = (1/4\pi)\alpha_{\perp}^E G_x. \quad (5)$$

Коэффициенты  $\alpha^E \sim 10^{-4}$  [17], эффективное поле  $G \sim 1$  Э при интенсивности излучения  $I \sim 10^7$  Вт/см<sup>2</sup> [10]. В частности, гауссов пучок циркулярно-поляризованный и распространяющийся по оси  $z$  ( $E_{0y} = -iE_{0x}$ ) производит эффективное магнитное поле

$$G_z = G_{0z} \left( w_0^2 / w^2 \right) \exp(-2(x^2 + y^2) / w^2),$$

где  $G_{0z} = |E_{0x}|^2 / 8\pi$  – поле в центре пучка,  $w_0$  – минимальный поперечный размер пучка,  $w^2 = w_0^2 + (2z / k w_0)^2$ ,  $k$  – волновое число и, следовательно, создает поляризацию вдоль пучка.

Неоднородный ОМЭ-эффект, связанный со слагаемым  $g_i^{En} = \alpha_{ijk}^{En} \partial E_{0j} / \partial x_k$ , дает вклад в энергию, равный  $w_l^{En} = -\alpha_{ijk}^{En} G_i \partial E_{0j} / \partial x_k$  с учетом того, что  $\partial E_{0j} / \partial x_k = \partial E_{0k} / \partial x_j$  и, следовательно, СИ-поляризация будет равна

$$P_j^{lEn} = -(1/4\pi)(\delta w_l^{En} / \delta E_{0j})|_{E \rightarrow 0} = -(1/4\pi)\alpha_{ijk}^{En} \partial G_i / \partial x_k.$$

Этот эффект существует в АФМ, в которых группа симметрии либо не содержит операцию инверсии времени вообще, либо эта операция входит в группу симметрии в комбинациях с пространственной инверсией или поворотами, и не существует в ЦАС АФМ. По симметрии ОМЭ-эффект подобен пьезомагнетизму эффекту и существует в 66 магнитных классах [1,18]. Энергия АФМ класса симметрии  $4'/mmm'$  ( $\text{MnF}_2, \text{CoF}_2, \text{FeF}_2$ ) выражается соотношением

$$w_l^{En} = -\alpha_1^{En} (G_y \partial E_{0x} / \partial z + G_x \partial E_{0y} / \partial z) - \alpha_2^{En} G_z \partial E_{0x} / \partial y, \quad (6)$$

а компоненты СИ-поляризации составляют

$$P_x^{lEn} = -(1/4\pi)(\alpha_1^{En} \partial G_y / \partial z + \alpha_2^{En} \partial G_z / \partial y),$$

$$P_y^{lEn} = -(1/4\pi)(\alpha_1^{En} \partial G_x / \partial z + \alpha_2^{En} \partial G_z / \partial x),$$

$$P_z^{lEn} = -(1/4\pi)\alpha_1^{En} (\partial G_y / \partial x + \partial G_x / \partial y). \quad (7)$$

В отличие от однородного ОМЭ, здесь гауссов пучок  $G_z$  создает поляризацию в поперечном сечении

$$\vec{P}_{\perp}^{lEn} = (\alpha_2^{En} / \pi w^2) G_z (\vec{i}y + \vec{j}x),$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  – базисные векторы. Распределение поляризации будет типа «седло» (антивихрь). Подобный поляризационный СИ-антивихрь будет в магнетиках симметрии  $222, mm2, mmm, 4'22, 4'mm', \bar{4}'2m', \bar{4}'2m, 23, m3, 4'32, \bar{4}'3m', m3m'$ .

В магнетиках симметрии  $422, 4m'm', \bar{4}'2'm', 4/mm'm', 62'2', 6m'm', \bar{6}'m'2', 6/mm'm'$  энергия будет

$$w_l^{En} = \alpha_{15}^{En} (G_x \partial E_{0z} / \partial x + G_y \partial E_{0y} / \partial z) + \alpha_{31}^{En} G_z (\partial E_{0x} / \partial x + \partial E_{0y} / \partial y) + \alpha_{33}^{En} G_z \partial E_{0z} / \partial z \quad (8)$$

и, следовательно, поляризация будет

$$P_x^{lEn} = -(1/4\pi) (\alpha_{15}^{En} \partial G_x / \partial z + \alpha_{31}^{En} \partial G_z / \partial x),$$

$$P_y^{lEn} = -(1/4\pi) (\alpha_{15}^{En} \partial G_y / \partial z + \alpha_{31}^{En} \partial G_z / \partial y),$$

$$P_z^{lEn} = -(1/4\pi) (\alpha_{15}^{En} (\partial G_x / \partial x + \partial G_y / \partial y) + \alpha_{33}^{En} \partial G_z / \partial z). \quad (9)$$

Гауссовой пучок создает поляризацию вида

$$\vec{P}^{lEn} = (G_z / \pi w^2) [\alpha_{31}^{En} (\vec{i}x + \vec{j}y) + \alpha_{33}^{En} z \vec{k}],$$

$$\text{где } \alpha_{33}^{En} = \alpha_{33}^{En} \left( 2 / k^2 w_0^2 \right) \left( 2 \left( x^2 + y^2 \right) / w^2 - 1 \right).$$

В поперечном сечении распределение поляризации будет типа неустойчивого узла («еж»), в отличие от предыдущего примера. Компонента  $P_z$  изменяет знак на поверхности  $2(x^2 + y^2) - w^2 = 0$ , в частности, на оси пучка поляризация будет направлена к центру пучка. Следовательно, в магнетиках данной симметрии гауссов пучок наводит поляризационный скирмион. Также поляризационный СИ-скирмион будет в магнетиках симметрии  $22'2', m'm'2, m'm'2', mm'm', 4, \bar{4}, 4/m, \bar{6}, \bar{6}/m, 3, 3', 32', 3m', \bar{3}m'$ . Кроме того, гауссов пучок с  $G_z$  наводит одновременно антивихрь и скирмион в магнетиках симметрии  $2, m, 2/m$ .

Оптомагнитополяризованный (ОМП) эффект, связанный с  $g_i^P = \alpha_{ij}^P P_j$ , подобен ОМЭ-эффекту. Однако неоднородный ОМП, связанный с  $g_i^{Pn} = \alpha_{ijk}^{Pn} \partial P_j / \partial x_k$  и энергией  $w_l^{Pn} = -\alpha_{ijk}^{Pn} G_i \partial P_j / \partial x_k$ , будет отличаться от ОМЭ, поскольку тензор  $\alpha_{ijk}^{Pn}$  будет несимметричный. Энергию можно представить в виде суммы симметричной части, подобной ОМЭ-эффекту, и антисимметричной части

$$w_l^{Pn} = -\alpha_{ijk}^{Pns} G_i \partial P_j / \partial x_k + M_n^{lPn} G_n,$$

где  $M_n^{lPn} = \alpha_{in}^{Pn} C_i$  – СИ-намагниченность, обусловленная неоднородной магнитоэлектрической связью,

$$\alpha_{in}^{Pn} = -(1/2) e_{nj k} \alpha_{ijk}^{Pna}, \quad \alpha_{jk}^{Pna} = -e_{nj k} \alpha_{in}^{Pn},$$

где  $e_{nj k}$  – антисимметричный единичный тензор,  $\vec{C} = \text{got } \vec{P}$  – вихрь поляризации (электрический тороидный момент). Антисимметричное слагаемое энергии можно записать в виде  $C_n I_n^l$ , где  $I_n^l = \alpha_{in}^{Pn} G_i$  – четное СИ-поле, сопряженное четному вектору  $\vec{C}$ .

В кубических АФМ класса  $432, 4'32', \bar{4}'3m, \bar{4}'3m', m3m, m3m'$  энергия равна  $w_l^{Pn} = \alpha^{Pn} \vec{G} \vec{C}$  и, следовательно, эффективное электрическое СИ-поле равно  $\vec{E}^{lPn} = \alpha^{Pn} \text{rot } \vec{G}$ . Гауссов пучок с  $G_z$  наводит вихрь эффективного электрического поля

$$\vec{E}_{\perp}^{lPn} = -\left( 4 / w^2 \right) G_z \alpha^{Pn} (y \vec{i} - x \vec{j}).$$

Оптоантиферромагнитоэлектрический эффект, обусловленный слагаемым  $g_i^{LE} = a_{ijk}^{LE} L_j E_{0k}$  и, следовательно, энергией  $w_l^{LE} = -\alpha_{ijk}^{LE} G_i L_j E_{0k}$ , существует в ЦАС АФМ. В этом случае СИ-поляризация равна

$$P_k^{LE} = (1/4\pi) \alpha_{ijk}^{LE} G_i L_j$$

и эффективное антиферромагнитное СИ-поле имеет вид

$$H_j^{lLE} = \alpha_{ijk}^{LE} G_i E_{0k}.$$

Например, в  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  энергия определяется по выражению

$$w_l^{LE} = -\alpha_{111}^{LE} (G_x (L_x E_{0x} - L_y E_{0y}) - G_y (L_x E_{0y} + L_y E_{0x})) - \alpha_{123}^{LE} (G_x L_y - G_y L_x) E_{0z} - \alpha_{231}^{LE} (G_y E_{0x} - G_x E_{0y}) L_z - \alpha_{312}^{LE} G_z (L_x E_{0y} - L_y E_{0x}), \quad (10)$$

а СИ-поляризация –

$$\begin{aligned} P_x^{LE} &= (1/4\pi)(\alpha_{111}^{LE}(G_x L_x - G_y L_y) + \alpha_{231}^{LE} G_y L_z - \alpha_{312}^{LE} G_z L_y), \\ P_y^{LE} &= (1/4\pi)(\alpha_{111}^{LE}(G_x L_y + G_y L_x) + \alpha_{231}^{LE} G_x L_z - \alpha_{312}^{LE} G_z L_x), \\ P_z^{LE} &= (1/4\pi)\alpha_{123}^{LE}(G_x L_y - G_y L_x). \end{aligned} \quad (11)$$

В СП с  $G_z$  компоненты поляризации будут нормальными к компонентам вектора АФМ. Этот эффект в АФМ с эквивалентными подрешетками будет подобным пьезоэлектрическому эффекту

и существует в нецентросимметричных (НЦС) АФМ. В АФМ симметрии  $mm2(KNiPO_4)$  энергия определяется по выражению

$$\begin{aligned} w_l^{LE} &= -G_z(\alpha_{311}^{LE} L_x E_{0x} + \alpha_{322}^{LE} L_y E_{0y} + \alpha_{333}^{LE} L_z E_{0z}) - \\ &- G_y(\alpha_{223}^{LE} L_y E_{0z} + \alpha_{232}^{LE} L_z E_{0y}) - G_x(\alpha_{131}^{LE} L_z E_{0x} + \alpha_{113}^{LE} L_x E_{0z}), \end{aligned}$$

а поляризация –

$$\begin{aligned} P_x^{LE} &= (1/4\pi)(\alpha_{311}^{LE} G_z L_x + \alpha_{131}^{LE} G_x L_z), \\ P_y^{LE} &= (1/4\pi)(\alpha_{322}^{LE} G_z L_y + \alpha_{232}^{LE} G_y L_z), \\ P_z^{LE} &= (1/4\pi)(\alpha_{333}^{LE} G_z L_z + \alpha_{223}^{LE} G_y L_y + \alpha_{113}^{LE} G_x L_x). \end{aligned}$$

по сравнению с  $Cr_2O_3$  здесь Распространяющая по оси  $z$  циркулярно-поляризационная волна наводит поляризацию с компонентами, параллельными компонентам вектора АФМ ( $P_m^{LE} \parallel L_m$ ),.

$2, m, 222, mm2, 4, 422, 4mm, \bar{4} 2m, 32, 3m, 6, 622, 6mm, \bar{6}, \bar{6} m2, \bar{6} 2m, 23, \bar{4} 3m, 432$ . Выражения для СИ-поляризации и намагниченности имеют вид соответственно

Нелинейный оптомагнитоэлектрический эффект, определяемый наличием слагаемого  $g_i^{HE} = \alpha_{ijk}^{HE} H_{0j} E_{0k}$  и энергии  $w_l^{HE} = -\alpha_{ijk}^{HE} G_i H_{0j} E_{0k}$  будет обратным к электромагнитооптическому эффекту [19]. Этот эффект существует в НЦС-средах симметрии

$$\begin{aligned} P_k^{IHE} &= (1/4\pi)\alpha_{ijk}^{HE} G_i H_{0j}, \\ M_j^{IHE} &= (1/4\pi)\alpha_{ijk}^{HE} G_i E_{0k}. \end{aligned}$$

В гексагональных кристаллах симметрии  $\bar{6}$  выражение для энергии имеет вид

$$\begin{aligned} w_l^{HE} &= \alpha_1^{HE} (G_x (H_{0y} E_{0y} - H_{0x} E_{0x}) + G_y (H_{0x} E_{0y} + H_{0y} E_{0x})) + \\ &+ \alpha_2^{HE} (G_y (H_{0x} E_{0x} - H_{0y} E_{0y}) + G_x (H_{0x} E_{0y} + H_{0y} E_{0x})), \end{aligned} \quad (12)$$

выражение для СИ-намагниченности можно записать в виде

$$\begin{aligned} M_x^{IHE} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{HE} (G_y E_{0y} - G_x E_{0x}) + \alpha_2^{HE} (G_y E_{0x} - G_x E_{0y})), \\ M_y^{IHE} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{HE} (G_x E_{0y} + G_y E_{0x}) + \alpha_2^{HE} (G_x E_{0x} - G_y E_{0y})), \\ M_z^{IHE} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

а для СИ-поляризации – в виде

$$\begin{aligned} P_x^{IHE} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{HE}(G_y H_{0y} - G_x H_{0x}) + \alpha_2^{HE}(G_y H_{0x} + G_x H_{0y})), \\ P_y^{IHE} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{HE}(G_x H_{0y} + G_y H_{0x}) + \alpha_2^{HE}(G_x H_{0x} - G_x E_{0y})), \\ P_z^{IHE} &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

В кубических АФМ симметрии 432 СИ-поляризация и СИ-намагниченность имеют вид соответственно

$$\begin{aligned} \vec{P}^{IHE} &= (1/4\pi)\alpha_{123}^{HE}[\vec{G}, \vec{H}_0], \\ \vec{M}^{IHE} &= (1/4\pi)\alpha_{123}^{HE}[\vec{E}_0, \vec{G}]. \end{aligned}$$

Если представить тензор  $\alpha_{ijk}^{HE}$  в виде суммы симметричной и антисимметричной по индексам  $jk$  частей

$$\alpha_{ijk}^{HE} = \alpha_{ijk}^{HEs} + \alpha_{ijk}^{HEa},$$

то выражение для энергии приобретает вид

$$w_l^{HE} = -\alpha_{ijk}^{HEs} G_i H_{0j} E_{0k} - J_{0m}^l V_{0m},$$

где  $J_{0m}^l = \alpha_{mi}^{HE} G_i$  – светоиндуцированный «тороидный момент»,  $\alpha_{mi}^{HE} = -(1/2)e_{mjk}\alpha_{ijk}^{HEa}$  – аксиальный тензор второго ранга,  $\vec{V}_0 = [\vec{E}_0, \vec{H}_0]$  – внешнее «поле», сопряженное тороидному моменту. В частности, в кристаллах кубической симметрии 23, 432 тензор  $\alpha_{mi}^{HE} = \alpha^{HE}\delta_{mi}$  и, следовательно, в скрещенных полях ( $V_{0z}$ ) излучение круговой поляризации с  $G_z$  наводит тороидный СИ-момент  $J_{0z}^l = \alpha^{HE}G_z$ .

### 3. ОПТОПЬЕЗОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Рассмотрим оптопьезомагнитный (ОПМ) эффект. Связанное с этим эффектом слагаемое, описываемое формулой  $g_i^u = \alpha_{ijk}^u \sigma_{jk}$ , дает вклад в энергию  $w_l^u = -\alpha_{ijk}^u G_i \sigma_{jk}$ , подобный пьезомагнитной энергии [1,20]. ОПМ-эффект существует в АФМ, в которых группа симметрии либо не содержит операцию инверсия времени вообще, либо она входит в группу в комбинациях с пространственной инверсией или поворотами, и не существует в ЦАС АФМ. В антиферромагнетиках  $MnF_2$ ,  $CoF_2$ ,  $FeF_2$  (класс симметрии  $4'/mmm'$ ) энергия равна

$$w_l^u = -\alpha_1^u(G_x \sigma_{yz} + G_y \sigma_{xz}) - \alpha_2^u G_z \sigma_{xy}$$

и, следовательно, компоненты СИ-деформаций равны

$$u_{yz}^l = \alpha_1^u G_x, u_{xz}^l = \alpha_1^u G_y, u_{xy}^l = \alpha_2^u G_z. \quad (15)$$

На основе работе [20] можно считать, что величина коэффициентов равна  $\alpha^u \sim 10^{-6} \text{ Э}/(\text{дин}/\text{см}^2)$ . Из (15) видно, что гауссов пучок  $G_z$  создает деформации в поперечном сечении пучка.

Неоднородный ОПМ-эффект является аналогом флексомагнитного эффекта [14,21,22] и обусловлен слагаемым  $g_i^{un} = \alpha_{ijkl}^{un} \partial \sigma_{jk} / \partial x_l$ . Энергия при этом равна  $w_l^{un} = -\alpha_{ijkl}^{un} G_i \partial \sigma_{jk} / \partial x_l$ , а деформации  $u_{jk}^{un} = -\alpha_{ijkl}^{un} \partial G_i / \partial x_l$ . Тензор оптофлексомагнитного эффекта изменяет знак под действием операций временной и пространственной инверсии. Следовательно, эффект отсутствует в кристаллах, магнитная группа которых содержит операции обращения времени и пространственной инверсии. Однако этот эффект может существовать в кристаллах, магнитная группа которых содержит операцию центроантиинверсии (произведение операций инверсии во времени и в пространстве). К точечным магнитным группам, содержащим эту операцию, принадлежат следующие:

- кубические  $m'3, m'3m, m'3m'$ ;
- тетрагональные  $4/m', 4'/m', 4/m'm'm'$  ( $Fe_2TeO_6$ ),  $4/m'mm, 4/m'm'm'$ ;
- гексагональные  $6/m', 6'/m, 6'/mmm, 6/m'm'm', 6/m'mm, \bar{3}', \bar{3}'m'$  ( $Cr_2O_3$ ),  $\bar{3}'m'$ ;
- ромбические  $m'm'm', mmm'$  ( $Cr_2TeO_6, Cr_2WO_6, V_2WO_6$ );
- моноклинные  $2/m', 2'/m$ ;
- триклинная  $\bar{1}'$ .

Для кристалла  $Cr_2O_3$  выражение для энергии записывается в виде

$$\begin{aligned}
 w_l^{un} = & -\alpha_{33}^{un} G_z \partial \sigma_{zz} / \partial z - \alpha_{11}^{un} (G_x \partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \sigma_{xy} / \partial y) + G_y (\partial \sigma_{yy} / \partial y + \partial \sigma_{xy} / \partial x) - \\
 & - \alpha_{12}^{un} (G_x (\partial \sigma_{yy} / \partial x - \partial \sigma_{xy} / \partial y) + G_y (\partial \sigma_{xx} / \partial y - \partial \sigma_{xy} / \partial x)) - \\
 & - \alpha_{13}^{un} (G_x \partial \sigma_{zz} / \partial x + G_y \partial \sigma_{zz} / \partial y) - 2\alpha_{88}^{un} (G_x \partial \sigma_{xz} / \partial z) + G_y \partial \sigma_{yz} / \partial z - \\
 & - \alpha_{31}^{un} G_z \partial (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) / \partial z - 2\alpha_{55}^{un} G_z (\partial \sigma_{xz} / \partial x + \partial \sigma_{yz} / \partial y) - \\
 & - 2\alpha_{24}^{un} (G_y (\partial \sigma_{yz} / \partial y - \partial \sigma_{xz} / \partial x) - G_x (\partial \sigma_{xz} / \partial y + \partial \sigma_{yz} / \partial x)) - \\
 & - \alpha_{42}^{un} (G_y (\partial (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) / \partial z) - 2G_x \partial \sigma_{xy} / \partial z) - \\
 & - \alpha_{72}^{un} G_z (\partial (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) / \partial y - 2\partial \sigma_{xy} / \partial x),
 \end{aligned} \tag{16}$$

где при индексировании компонент тензора 4-го ранга  $\alpha_{ijkl}^{un}$  были использованы следующие замены:  $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 31 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6, 32 \rightarrow 7, 13 \rightarrow 8, 21 \rightarrow 9$ . После использования указанных замен выражения для СИ-деформаций приобретают вид

$$\begin{aligned}
 u_{zz}^l = & -\alpha_{33}^{un} \partial G_z / \partial z - \alpha_{13}^{un} (\partial G_x / \partial x + \partial G_y / \partial y), \\
 u_{yy}^l = & -\alpha_{11}^{un} \partial G_y / \partial y - \alpha_{12}^{un} \partial G_x / \partial x - \alpha_{31}^{un} \partial G_z / \partial z - \alpha_{42}^{un} \partial G_y / \partial z - \alpha_{72}^{un} \partial G_z / \partial y, \\
 u_{xx}^l = & -\alpha_{11}^{un} \partial G_x / \partial x - \alpha_{12}^{un} \partial G_y / \partial y - \alpha_{31}^{un} \partial G_z / \partial z + \alpha_{42}^{un} \partial G_y / \partial z + \alpha_{72}^{un} \partial G_z / \partial y, \\
 u_{zy}^l = & -2\alpha_{88}^{un} \partial G_y / \partial z - 2\alpha_{55}^{un} \partial G_z / \partial y - 2\alpha_{24}^{un} (\partial G_y / \partial y - \partial G_x / \partial x), \\
 u_{zx}^l = & -2\alpha_{88}^{un} \partial G_x / \partial z - 2\alpha_{55}^{un} \partial G_z / \partial x + 2\alpha_{24}^{un} (\partial G_y / \partial x + \partial G_x / \partial y), \\
 u_{yx}^l = & -(\alpha_{11}^{un} - \alpha_{12}^{un}) (\partial G_x / \partial y + \partial G_y / \partial x) + 2\alpha_{42}^{un} \partial G_x / \partial z + 2\alpha_{72}^{un} \partial G_z / \partial x,
 \end{aligned} \tag{17}$$

а гауссов пучок  $G_z$  вызывает относительное изменение объема

$$u_{ii}^l = (\alpha_{33}^{un} + 2\alpha_{31}^{un}) G_z (8z / k^2 w_0^2 w^2) (1 - 2(x^2 + y^2) / w^2).$$

При отдалении от оси пучка знак изменения объема поменяется.

где  $\partial H_{0j} / \partial x_k = \partial H_{0k} / \partial x_j$ , с соответствующей энергией

$$w_j^{Hn} = -\alpha_{ijk}^{Hn} G_i \partial H_{0j} / \partial x_k.$$

#### 4. ОПТОФЛЕКСОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Обратный эффект Фарадея, связанный со слагаемым  $g_i^H = \alpha_{ij}^H H_{0j}$  и энергией  $w_l^H = -\alpha_{ij}^H G_i H_{0j}$ , существует во всех средах [1], а СИ-намагниченность при этом составляет  $M_j^{lH} = (1/4\pi)\alpha_{ij}^H G_i$ .

Существование оптофлексомангнитного эффекта связано со слагаемым

$$g_i^{Hn} = \alpha_{ijk}^{Hn} \partial H_{0j} / \partial x_k,$$

Этот эффект подобен пьезоэлектрическому эффекту и существует в НЦС-магнетиках следующих кристаллических групп: ромбических 222, тетрагональных 422, 42m,  $\bar{4}$ , ромбоэдрических 32, гексагональных 622,  $\bar{6}$ ,  $\bar{6} m2$  и кубических 23,  $\bar{4} 3m, 432$ . Намагниченность при этом составляет

$$M_j^{lHn} = (1/4\pi)\alpha_{ijk}^{Hn} \partial G_i / \partial x_k.$$

В гексагональных кристаллах симметрии  $\bar{6}$  энергия определяется по выражению

$$w_l^{Hn} = \alpha_1^{Hn} (G_x (\partial H_{0y} / \partial y - \partial H_{0x} / \partial x) + G_y (\partial H_{0x} / \partial y + \partial H_{0y} / \partial x)) + \alpha_2^{Hn} (G_y (\partial H_{0x} / \partial x - \partial H_{0y} / \partial y) + G_x (\partial H_{0x} / \partial y + \partial H_{0y} / \partial x)), \quad (18)$$

а выражения для компонент намагниченности имеют вид

$$\begin{aligned} M_x^{Hn} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{Hn} (\partial G_y / \partial y - \partial G_x / \partial x) + \alpha_2^{Hn} (\partial G_y / \partial x - \partial G_x / \partial y)), \\ M_y^{Hn} &= (1/4\pi)(\alpha_1^{Hn} (\partial G_x / \partial y + \partial G_y / \partial x) + \alpha_2^{Hn} (\partial G_x / \partial x - \partial G_y / \partial y)), \\ M_z^{Hn} &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

В магнетиках симметрии  $23, \bar{4} 3m$  энергия определяется выражением

$$w_l^{Hn} = -2\alpha_{123}^{Hn} (G_x \partial H_{0y} / \partial z + G_y \partial H_{0z} / \partial x + G_z \partial H_{0x} / \partial y) \quad (20)$$

и, следовательно, гауссов пучок с  $G_z$  наводит магнитный СИ-антивихрь –

$$\vec{M}_\perp^{Hn} = (1/\pi w^2) \alpha_{123}^{Hn} G_z (\vec{y} + \vec{j}x).$$

Неоднородный ОМ-эффект, связанный со слагаемым

$$g_i^{Mn} = \alpha_{ijk}^{Mn} \partial M_j / \partial x_k$$

и энергией

$$w_l^{Mn} = -\alpha_{ijk}^{Mn} G_i \partial M_j / \partial x_k,$$

существует в НЦС-магнетиках. Выделяя симметричную и антисимметричную части тензора, энергию можно записать как

$$w_l^{Mn} = -\alpha_{ijk}^{Mns} G_i \partial M_j / \partial x_k + J_n V_n^l,$$

где  $\vec{J} = \text{rot } \vec{M}$  – вихрь намагниченности (магнитный тороидный момент),  $V_n^l = \alpha_{in}^{Mn} G_i$  – магнитоэлектрическое СИ-поле,

$$\alpha_{in}^{Mn} = -(1/2) e_{nj k} \alpha_{ijk}^{Mna}, \alpha_{ijk}^{Mna} = -e_{nj k} \alpha_{in}^{Mn}.$$

В ферромагнетике с классом симметрии 23 энергия равна

$$\begin{aligned} w_l^{Mn} &= -\alpha_1^{Mn} (G_x \partial M_y / \partial z + G_y \partial M_z / \partial x + G_z \partial M_x / \partial y) - \\ &- \alpha_2^{Mn} (G_x \partial M_z / \partial y + G_y \partial M_x / \partial z + G_z \partial M_y / \partial x) \end{aligned} \quad (21)$$

и эффективное магнитное СИ-поле –

$$\begin{aligned} H_x^{LMn} &= \alpha_1^{Mn} \partial G_z / \partial y + \alpha_2^{Mn} \partial G_y / \partial z, \\ H_y^{LMn} &= \alpha_1^{Mn} \partial G_x / \partial z + \alpha_2^{Mn} \partial G_z / \partial x, \\ H_z^{LMn} &= \alpha_1^{Mn} \partial G_y / \partial x + \alpha_2^{Mn} \partial G_x / \partial y. \end{aligned} \quad (22)$$

Гауссов пучок с  $G_z$  наводит поле типа антивихрь

$$\vec{H}_\perp^{LMn} = -\left(4/w^2\right) G_z (\alpha_1^{Mn} y\vec{i} + \alpha_2^{Mn} x\vec{j}).$$

В кубических магнетиках симметрии 432 энергия равна

$$w_l^{Mn} = \alpha^{Mn} (\vec{G}, \text{rot } \vec{M})$$

и, следовательно, эффективное магнитное СИ-поле равно

$$\vec{H}_\perp^{LMn} = \alpha^{Mn} \text{rot } \vec{G}.$$

Световой луч с  $G_z$  наводит вихревое магнитное поле

$$\vec{H}_\perp^{LMn} = -\left(4/w^2\right) G_z \alpha^{Mn} (y\vec{i} - x\vec{j})$$

подобно электрическому току.

Оптофлексоантиферромагнитный эффект, за который ответственно слагаемое  $g_i^{Ln} = \alpha_{ijk}^{Ln} \partial L_j / \partial x_k$  и энергия  $w_l^{Ln} = -\alpha_{ijk}^{Ln} G_i \partial L_j / \partial x_k$ , существует в ЦАС АФМ [22], а также в НЦС АФМ с эквивалентными подрешетками.

5. НЕОДНОРОДНЫЕ ОПТОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ КОТТОНА–МУТОНА

Оптомагнитные эффекты, обусловленные симметричной частью тензора диэлектрической проницаемости типа

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{MM} M_k M_l, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{LL} L_k L_l, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{ML} M_k L_l,$$

проявляются в виде СИ-изменений обменного поля, поля анизотропии, намагниченности подрешеток [8–15].

Неоднородные обратные эффекты Коттона–Мутона (К–М), описывающие слагаемые [21]

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{MMn} M_k \partial M_l / \partial x_n, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{LLn} L_k \partial L_l / \partial x_n,$$

и обратные эффекты К–М в электрическом поле, описывающие слагаемые

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{MME} M_k M_l E_{0n}, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkn}^{LLE} L_k L_l E_{0n},$$

существуют в НЦС магнетиков, а обратные эффекты К–М в поле упругих напряжений

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijklmn}^{MMu} M_k M_l \sigma_{nm}, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijklmn}^{LLu} L_k L_l \sigma_{nm}$$

существуют в любых НЦС-магнетиках.

Оптомагнитные эффекты, описывающие слагаемые

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkln}^{MLn} M_k \partial L_l / \partial x_n, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkln}^{HLn} H_{0k} \partial L_l / \partial x_n,$$

$$\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkln}^{MLE} M_k L_l E_{0n}, \varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkln}^{HLE} H_{0k} L_l E_{0n},$$

существуют в ЦАС АФМ и в НЦС АФМ с эквивалентными подрешетками.

ОМ-эффект К–М в неоднородном магнитном поле ( $\varepsilon_{ij}^s = \alpha_{ijkln}^{LHn} L_k \partial H_{0l} / \partial x_n$ ) и в поле линейно поляризованной по  $x$  волны в АФМ симметрии  $\bar{3}'m'$  ( $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ),  $\bar{3}'m$ ,  $\bar{3}'$  определяется энергией

$$w_l^{LHn} = T_{xx}^s [\alpha_{11123}^{LHn} (L_x \partial H_{0y} / \partial z - L_y \partial H_{0x} / \partial z) + \alpha_{11132}^{LHn} (L_x \partial H_{0z} / \partial y - L_y \partial H_{0z} / \partial x) + \alpha_{11312}^{LHn} L_z (\partial H_{0x} / \partial y - \partial H_{0y} / \partial x)],$$

и, следовательно, СИ-намагниченность имеет вид

$$M_x^{LHn} = (1/4\pi) (\alpha_{11123}^{LHn} \partial(T_{xx}^s L_y) / \partial z - \alpha_{11312}^{LHn} \partial(T_{xx}^s L_z) / \partial y),$$

$$M_y^{LHn} = -(1/4\pi) (\alpha_{11123}^{LHn} \partial(T_{xx}^s L_x) / \partial z - \alpha_{11312}^{LHn} \partial(T_{xx}^s L_z) / \partial x),$$

$$M_z^{LHn} = -(1/4\pi) \alpha_{11132}^{LHn} (\partial(T_{xx}^s L_x) / \partial y - \partial(T_{xx}^s L_y) / \partial x).$$

В однородном СП намагниченность определяется неоднородностями вектора антиферромагнетизма, в частности,  $M_z^{LHn} = (1/4\pi) \alpha_{11132}^{LHn} T_{xx}^s \text{rot}_z \vec{L}$ , в отличие от слабого ферромагнетизма [1,3,23].

В магнитном и электрическом поле и в поляризованном по  $z$  СП в магнетиках симметрии  $\bar{3}'m'$ ,  $\bar{3}'m$ ,  $\bar{3}'$  энергия будет

$$w_l^{HLE} = T_{zz}^s [\alpha_{33312}^{HLE} H_{0z} (L_x E_{0y} - L_y E_{0x}) + \alpha_{33231}^{HLE} L_z (H_{0y} E_{0x} - H_{0x} E_{0y}) + \alpha_{33123}^{HLE} (H_{0x} L_y - H_{0y} L_x) E_{0z} + \alpha_{33111}^{HLE} (H_{0x} (E_{0x} L_x - L_y E_{0y}) - H_{0y} (L_x E_{0y} + L_y E_{0x}))]$$

и, следовательно, СИ-намагниченность равна

$$M_z^l = -(1/4\pi) T_{zz}^s \alpha_{33312}^{HLE} (L_x E_{0y} - L_y E_{0x}),$$

$$M_y^l = -(1/4\pi) T_{zz}^s [\alpha_{33231}^{HLE} L_z E_{0x} - \alpha_{33123}^{HLE} L_x E_{0z} + \alpha_{33111}^{HLE} (L_x E_{0y} + L_y E_{0x})],$$

$$M_x^l = -(1/4\pi) T_{zz}^s [-\alpha_{33123}^{HLE} L_z E_{0y} - \alpha_{33111}^{HLE} L_y E_{0z} + \alpha_{33111}^{HLE} (E_{0x} L_x - L_y E_{0y})],$$

а СИ-поляризация равна

$$\begin{aligned} P_z^l &= -(1/4\pi)T_{zz}^s \alpha_{33312}^{HLE} (H_{0x}L_y - H_{0y}L_x), \\ P_y^l &= -(1/4\pi)T_{zz}^s [\alpha_{33312}^{HLE} H_{0z}L_x - \alpha_{33231}^{HLE} H_{0x}L_z - \alpha_{33111}^{HLE} (H_{0x}L_y + H_{0y}L_x)], \\ P_x^l &= -(1/4\pi)T_{zz}^s [-\alpha_{33312}^{HLE} H_{0z}L_y + \alpha_{33231}^{HLE} H_{0y}L_z + \alpha_{33111}^{HLE} (H_{0x}L_x - H_{0y}L_y)]. \end{aligned} \quad (25)$$

Гауссов пучок с линейно-поляризованным излучением наводит намагниченность, так же как циркулярно-поляризованным излучением.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты описанных выше исследований представляют определенный интерес не только в гносеологическом плане, но и с точки зрения возможности их практического использования. При этом вряд ли стоит надеяться на однородные ОМ-эффекты, поскольку они проявляют себя лишь при большой интенсивности светового поля, в отличие от неоднородных ОМ-эффектов, которые могут проявлять себя и в слабом световом поле с достаточно сильной неоднородностью [21]. Рассмотренные выше эффекты можно использовать для управления магнитными и электрическими параметрами магнетиков путем СИ-наведения или изменения параметров за счет СИ-полей. Эффективные СИ-поля обладают несомненными преимуществами по сравнению с обычными полями, поскольку они локализируются в пределах светового луча, могут иметь очень малую длительность и не создают электромагнитных помех. Кроме однородных и неоднородных «обобщенных поляризаций»  $\vec{P}$ ,  $\vec{M}$ ,  $\vec{J}$ ,  $\vec{C}$ , СП наводит неоднородные «поляризации» высшего порядка (например, полоидальные дипольные моменты, спиральные структуры).

Учет временную дисперсию можно путем замены  $\alpha_{i,n}^{(\cdot)}$  на  $\alpha_{\omega i,n}^{(\cdot)} = \partial\omega\alpha_{i,n}^{(\cdot)} / \partial\omega$ . Рассмотренные ОМ-эффекты будут слабыми из-за нелинейности и низких величин МО-констант. Поэтому они будут более заметными вблизи точек неустойчивости (статических и динамических) состояний, например, вблизи точек фазовых переходов и точек образования МО-солитонов и МО-каналов [10,11,15,24].

Свет производит СИ изменений во всех подсистемах магнетика, а также нагревает магнетик. Поэтому приходится использовать короткие мощные импульсы в эксперименте. Мощный пучок излучения наводит квазистатические и динамические, однородные и неоднородные изменения в магнитной, поляризационной и упругой подсистемах, поэтому однозначная интерпретация будет нелегкой задачей.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках госзадания для Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992.
2. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979.
3. Туров Е.А., Колчанов А.В., Меньшинин В.В. и др. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. М.: Физматлит, 2001.
4. Смоленский Г.А., Писарев Р.В., Синий И.Г. // Успехи физ. наук. 1975. Т. 116. № 2. С. 231.
5. Звездин А.К., Котов В.А. Магнитооптика тонких пленок. М.: Наука, 1988.
6. Ожогин В.И., Шапиро В.Г. Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З.Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.
7. Путаевский Л.П. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. № 5. С. 1450.
8. Pershan P.S., van der Ziel I.P., Malmstrom L.D. // Phys. Rev. 1966.V. 143. № 2. P. 574.
9. Балбашов А.М., Зон Б.А., Купершмидт В.Я. и др. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 5. С. 304.
10. Кабыченков А.Ф. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. № 10. С. 1219.
11. Kabychenkov A. // Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics. Non-linear Electromagnetic Systems / Ed. V. Kose, J. Sievert. Amsterdam: IOS Press, 1998. V. 13. P. 879.
12. Иванов Б.А. // Физика низких температур. 2014. Т. 40. № 2. С. 119.
13. Калашикова А.М., Киммель А.В., Писарев Р.В. // Успехи физ. наук. 2005. Т. 185. № 10. С. 1064.
14. Кабыченков А.Ф., Лисовский Ф.В. // ЖТФ. 2022. Т. 92. № 3. С. 453.
15. Кабыченков А.Ф. // ФТТ. 2006. Т. 48. № 3. С. 485.
16. Дзялошинский И.Е. // ЖЭТФ. 1957. Т. 37. № 3. С. 881.

17. *Астров Д.Н.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. №3. С. 984.
18. *Birss R.* Symmetry and Magnetism. Amsterdam: North-Holland Publ. Co, 1964.
19. *Кричевцов Б.Б., Писарев Р.В., Селицкий А.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41. №6. С. 259.
20. *Боровик-Романов А.С.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. №4. С. 1088.
21. *Кабыченков А.Ф., Лисовский Ф.В.* // ЖЭТФ. 2014. Т. 145. № 4. С. 733.
22. *Кабыченков А.Ф., Лисовский Ф.В.* // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 7. С. 1039.
23. *Дзялошинский И.Е.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. № 6. С. 1548.
24. *Кабыченков А.Ф.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. № 1. С. 45.

## OPTOMAGNETIC EFFECTS IN CENTROANTISYMMETRIC AND NON-CENTROSYMMETRIC MAGNETIC ORDERED MEDIA

**A. F. Kabychenkov, F. V. Lisovsky\***

*Fryazino Branch Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics RAS,  
Vvedensky Square, 1, Fryazino, Moscow Region, 141190 Russian Federation*

*\*E-mail: lisovsky.f@yandex.ru*

Received September 07, 2022, revised April 08, 2024, accepted April 24, 2024

The conditions for the existence of certain homogeneous and inhomogeneous optomagnetic effects due to light-induced changes in the ground state have been determined for the actually existing magnetic ordered single crystals with different magnetic symmetry.

*Keywords:* magnetic symmetry, magnetic ordered single crystal, non-centrosymmetric medium, optoflexomagnetic effect, optomagnetic effect, light-induced change, toroidal moment, centroantisymmetric medium

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ  
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 53.084

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТНЫХ  
МАТЕРИАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ АППАРАТУРЫ  
ТЕПЛОВИЗИОННОГО И ВИХРЕТОКОВОГО НЕРАЗРУШАЮЩЕГО  
КОНТРОЛЯ

© 2024 г. Б. А. Чичигин<sup>a,b,\*</sup>, Д. С. Малущин<sup>a</sup>, А. М. Кокуров<sup>c,d</sup>, Д. Е. Субботин<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup>Национальный исследовательский университет МЭИ,  
Красноказарменная ул., 14, стр. 1, Москва, 111250 Российская Федерация

<sup>b</sup>АО «ВНИИАЭС»,  
ул. Ферганская, 25, Москва, 109507 Российская Федерация

<sup>c</sup>ПАО «Туполев»,  
наб. Академика Туполева, д.17, Москва, 105005 Российская Федерация

<sup>d</sup>Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН,  
Малый Харитоньевский пер., 4, Москва, 101000 Российская Федерация

\*E-mail: boris\_ch@mail.ru

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.

После доработки 02.10. 2023 г.

Принята к публикации 27. 02. 2024 г.

Продемонстрирована возможность определения размера области расслоения и глубины его расположения в неметаллических многослойных слабопроводящих материалах с помощью разработанного импульсного вихретокового оборудования посредством анализа изменений амплитудно-временного распределения дифференциальных сигналов вдоль линии сканирования. Представлен способ получения информации о форме и размерах расслоений, основанный на применении нестационарного теплового метода неразрушающего контроля. Эффективность предложенных методик оценки параметров несплошностей композитных материалов, а также производительность выбранных технических решений подтверждается результатами экспериментальных исследований, проведенных на образцах из углепластиковых композитных материалов с искусственно созданными дефектами структуры, в виде расслоений различного размера и формы.

*Ключевые слова:* композитные материалы, контроль, поиск несплошностей, препрег, вихретоковый контроль, тепловой контроль

DOI: 10.31857/S0033849424090104, EDN: HRFOIS

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время полимерные слоистые композиты находят широкое применение при создании элементов конструкций различных технических объектов [1–3]. Для изготовления высокопрочных элементов композитных конструкций, как правило, используются специальные листовые полуфабрикаты – препреги (от pre-impregnated – предварительно пропитанный) [4, 5].

В процессе производства или эксплуатации изделий из слоистых композитных материалов (КМ) в толще материала могут возникать локальные структурные нарушения различных видов, наиболее опасными из которых являются непроклеи, расслоения и расщепления. Нарушение связи слоев композитного материала или их частичное

разрушение способно привести к критичному снижению прочностных характеристик изделия [6].

Цель данной работы – для решения задачи обеспечения прочности изделия на всей стадии его жизненного цикла провести комплексное исследование, неотъемлемой частью которого является точное и достоверное определение истинных границ структурных дефектов, их площадей и расположения по толщине композитного пакета.

## 1. ОБРАЗЦЫ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО АПРОБИРОВАНИЯ

Объектами демонстрационных испытаний были выбраны прямоугольные пластины с искусственными дефектами, изготовленные из

однонаправленного препрега с высокопрочным угольным волокном и полимерным связующим. Размер пластин  $100 \times 150$  мм, углы ориентации монослоев (град): +45, 0, -45, 90, 0, 0, 0, +45, 0, -45, 0, 0, 0, 0, +45, 90, 0, 0, 0, 0, 90, +45, 0, 0, 0, 0, -45, 0, +45, 0, 0, 0, 90, -45, 0, +45. Толщина каждого монослоя 0.113 мм.

В процессе укладки композитного пакета между слоями были размещены имитаторы дефектов – фрагменты фторопластовой пленки, обладающей схожими электрофизическими свойствами с транспортировочной пленкой, применяемой для защиты препрегов на соответствующей технологической стадии. Фрагменты пленки имели одинаковую толщину, равную 0.12 мм, но отличались формой и размерами. Имитаторы были расположены в центре образца на различном расстоянии от его лицевой поверхности. Всего было изготовлено четыре образца со следующими вариациями форм и размеров имитаторов дефектов.

Образец 1 – прямоугольная форма, размер имитатора  $55 \times 83$  мм, расстояние от поверхности до дефекта равно 0.678 мм (между шестым и седьмым слоями).

Образец 2 – круглая форма, диаметр имитатора 31 мм, расстояние от поверхности 0.678 мм.

Образец 3 – круглая форма, диаметр имитатора 62 мм, расстояние от поверхности до дефекта 0.678 мм.

Образец 4 – круглая форма, диаметр имитатора 62 мм, расстояние от поверхности до дефекта составляет 1.356 мм (между 12-м и 13-м слоями).

## 2. ПРИБОРНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ВИХРЕТОКОВОГО КОНТРОЛЯ

Для получения информации о форме и глубине искусственных дефектов на композитных образцах с заложенными несплошностями применялся импульсный вихретоковый вид неразрушающего контроля. Его аппаратная реализация включала импульсный генератор напряжения специальной формы, вихретоковые преобразователи накладного типа с системой регистрации и анализа сигналов [7].

Для решения задач многопараметрового импульсного вихретокового контроля качества слоистых композитов была применена новая методика [7], основанная на классических и вновь выявленных информативных параметрах дифференциальных вихретоковых сигналов (рис. 1). В общем случае, состав поля информативных признаков включает в себя время достижения максимума амплитуды сигнала, сам максимум амплитуды сигнала, а также значение сигнала в три момента времени, выбранные по критериям, предложенным в [8, 9].

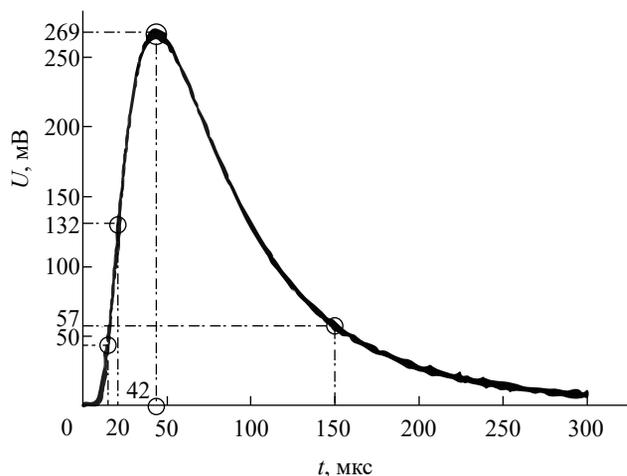
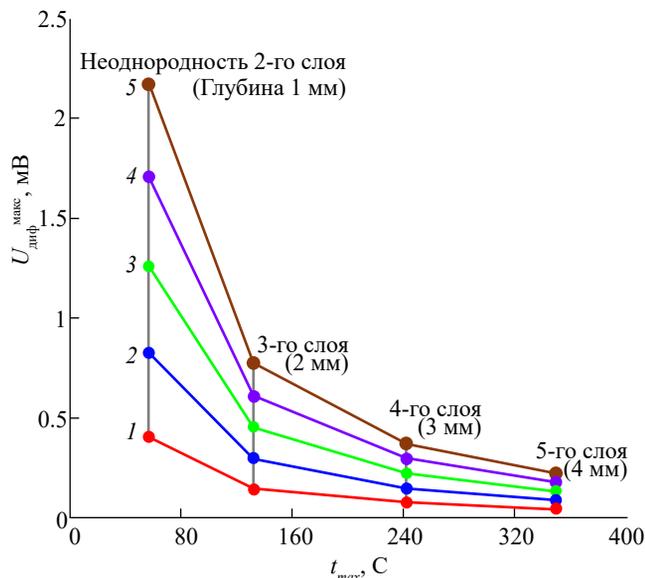


Рис. 1. Информативные признаки дифференциального вихретокового сигнала (светлые кружки) на зависимости амплитуды сигнала от времени (сплошная кривая).

Для повышения эффективности методики, описанной в [7], была проведена оптимизация процесса анализа сигналов и способ интерпретации величин информативных признаков, учитывающая, что объекты контроля не обладают магнитными свойствами. Согласно разработанному алгоритму, в процессе диагностики фиксируются максимальное значение сигнала, время, соответствующее этому значению, а также координата положения датчика на плоскости сканирования. Измеренные значения являются абсциссами и ординатами характерных точек, положение которых на плоскости состояния отражает одновременное изменение нескольких несвязанных параметров объекта контроля (рис. 2).

Следует отметить, что при проведении контроля композиционных объектов, состоящих из тонких слабопроводящих слоев, основной технической сложностью является необходимость снижения значения начальной глубины проникновения вихревых токов в объекте путем формирования прямоугольных импульсов тока с коротким фронтом в нагрузке, носящей индуктивный характер. Большинство современных сильноточных элементов коммутации, используемых в выходных каскадах импульсных вихретоковых генераторов, обеспечивают длительности процессов переключения порядка 20 нс. Однако ввиду того, что нагрузка генератора носит индуктивный характер, время нарастания тока возбуждения в ней больше, чем время нарастания приложенного напряжения. При длительности переднего фронта напряжения возбуждения, равной 20 нс, длительность возбуждающего тока в датчике (со значением индуктивности около 10 мкГн и сопротивлением порядка 10 Ом) составляет не менее 1.3 мкс, что недопустимо при контроле тонкослойных объектов.



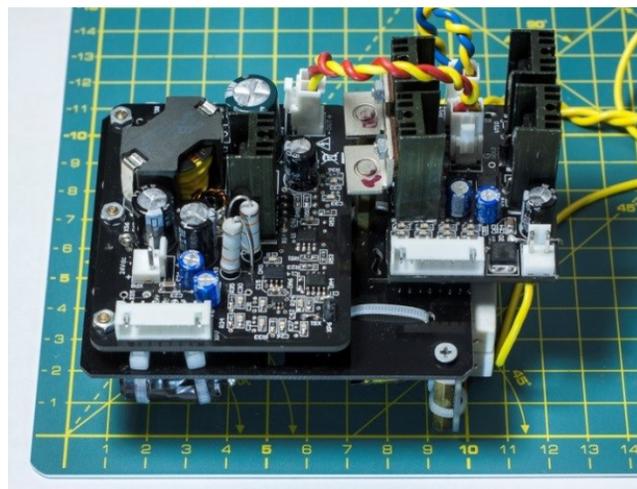
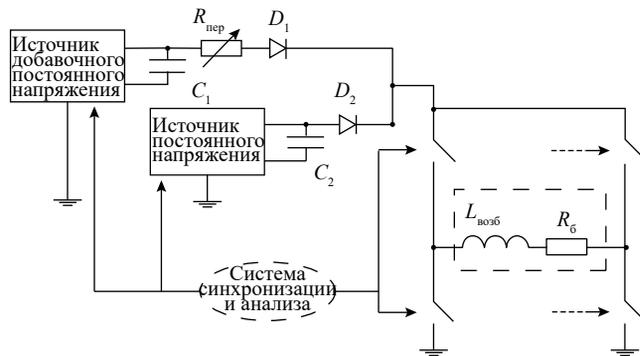
**Рис. 2.** Плоскости состояния объекта для определения величины и расположения структурной неоднородности внутри многослойного материала при значении неоднородности 20 (1), 40 (2), 60 (3), 80 (4) и 100 мкм (5).

Для снижения длительности фронта возбуждающего импульса необходимо применять генератор напряжения специальной формы (рис. 3).

Система возбуждения состоит из основного и добавочного источников постоянного напряжения, возбуждающей катушки  $L_{\text{возб}}$ , балластного резистора  $R_6$ , коммутирующих элементов Switch (образующих транзисторный Н-мост) и вспомогательных электрических элементов  $C_1, C_2, D_1, D_2, R_{\text{пер}}$ .

Источник постоянного напряжения работает в непрерывном режиме и заряжает конденсатор  $C_2$ . Добавочный источник заряжает конденсатор  $C_1$  до напряжения, значение которого превышает уровень напряжения на конденсаторе  $C_2$ . Инициация импульса возбуждения происходит по команде от системы синхронизации и анализа, при этом непосредственно перед генерацией импульса возбуждения добавочный источник прекращает работу, его внутренний диод переходит в запертое состояние, в результате чего конденсатор  $C_1$  отключается от выходной цепи источника.

В первые моменты времени после замыкания соответствующих коммутирующих элементов Switch (по сигналу от системы синхронизации и анализа) диод  $D_2$  закрыт, а диод  $D_1$  переходит в открытое состояние и к цепочке, образованной возбуждающей катушкой  $L_{\text{возб}}$  и балластным резистором  $R_6$  приложено напряжение конденсатора  $C_1$ . В последующие моменты времени, конденсатор  $C_1$ , отключенный от источника напряжения, разряжается по экспоненциальному закону через цепочку

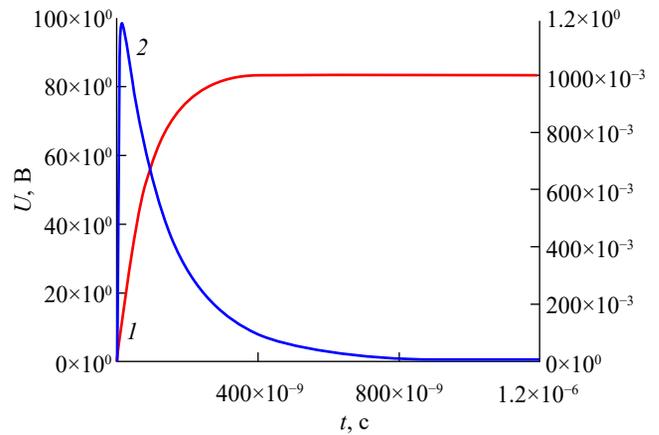
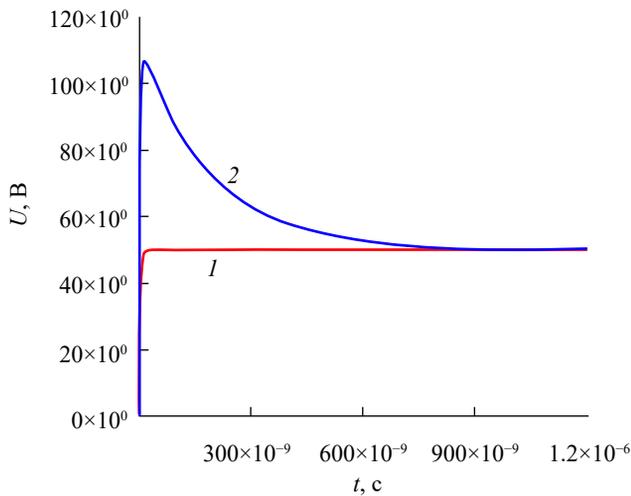


**Рис. 3.** Блок-схема (а) и внешний вид (б) системы возбуждения с генератором напряжения специальной формы.

$R_{\text{пер}}-L_{\text{возб}}-R_6$  до значения, соответствующего уровню напряжения на конденсаторе  $C_2$ . Диод  $D_2$  переходит в открытое состояние и к цепочке  $L_{\text{возб}}-R_6$  приложено напряжение конденсатора  $C_2$ .

Таким образом, к цепочке, образованной возбуждающей катушкой  $L_{\text{возб}}$  и балластным резистором  $R_6$  приложено напряжение являющееся суммой постоянного напряжения на конденсаторе  $C_2$  и переменного напряжения вольтодобавки на конденсаторе  $C_1$ . На рис. 4 представлены для сравнения формы выходного напряжения обычного генератора прямоугольного напряжения и генератора напряжения специальной формы.

Амплитуда и ширина импульса вольтодобавки играют ключевую роль при формировании импульса тока возбуждения с фронтом требуемой длительности. Продолжительность импульса вольтодобавки зависит от значения постоянной времени цепочки  $C_1-R_{\text{пер}}-D_1-L_{\text{возб}}-R_6$ -Switch и может быть скорректирована путем изменения значения электрического сопротивления участка цепи  $R_{\text{пер}}$  (в частном случае – силового электронного резистора).

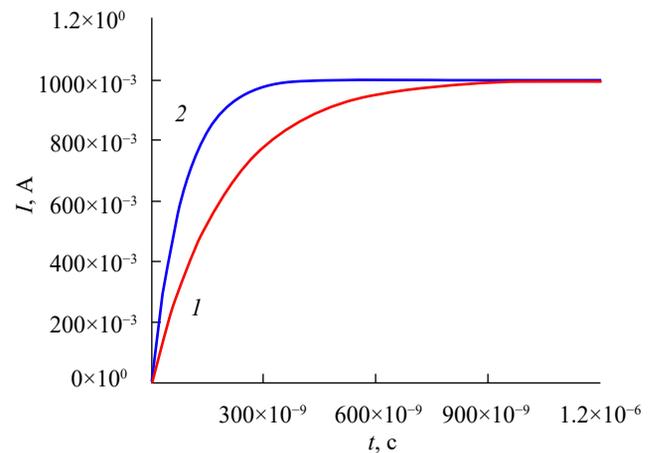


**Рис. 4.** Формы выходных напряжений различных генераторов: 1 – напряжение возбуждения (меандр), 2 – напряжение возбуждения специальной формы.

На рис. 5а представлена форма тока в возбуждающей катушке датчика, соответствующая форме напряжения специальной формы, изображенной на рис. 3, а на рис. 5б для сравнения представлены амплитудно-временные зависимости тока возбуждения при использовании обычного генератора напряжения и генератора напряжения специальной формы. За счет применения представленных схемотехнических решений удается повысить эффективность контроля тонких, слабопроводящих слоистых композитов.

Низкая электропроводность рассматриваемых материалов также обуславливает ряд повышенных требований к качеству дифференциальных накладных вихретоковых преобразователей, содержащих, как минимум, две измерительные обмотки, включенные встречно. Нескомпенсированная величина дифференциального напряжения и значение напряжения питания усилительного тракта системы напрямую определяют возможную кратность применяемого усиления, а следовательно, и уровень чувствительности всего измерительного тракта. При этом величина дифференциального сигнала, соответствующая области без структурных изменений тем меньше, чем меньше различия основных и паразитных параметров возбуждающих и измерительных катушек. При их машинной намотке итоговый коэффициент балансировки обычно не превышает  $-40$  дБ (отношение максимального нескомпенсированного значения дифференциального напряжения к полному напряжению каждой из измерительных катушек).

С целью повышения чувствительности измерительной системы была разработана серия преобразователей с высоким коэффициентом балансировки, от  $-78$  до  $-98$  дБ (рис. 6).



**Рис. 5.** Сопоставление кривых тока и напряжения в цепях обычного импульсного генератора (а): напряжение (1) и ток (2) в возбуждающей катушке, и сопоставление тока специального возбуждающего генератора (б) при специальной (1) и прямоугольной (2) формах напряжения возбуждения.

Для повышения уровня дискретизации измерительных сигналов переходный электромагнитный процесс в контролируемом объекте был замедлен посредством увеличения эффективного радиуса возбуждающей катушки – контуры вихревых токов, в первом приближении, повторяют вид удлиненных токоведущих элементов возбуждающей секции преобразователя, за счет чего была увеличена постоянная времени релаксации. Вызванное этим снижение пространственного разрешения вихретокового датчика было скомпенсировано деформацией возбуждающих и измерительных катушек: ввиду того, что преобразователь имеет форму эллипса и перемещается при сканировании в направлении перпендикуляра, построенного к его большому радиусу, разрешающая способность представленного датчика определяется шириной его короткой стороны.

По измерениям дифференциального сигнала с учетом фиксируемых координат положения

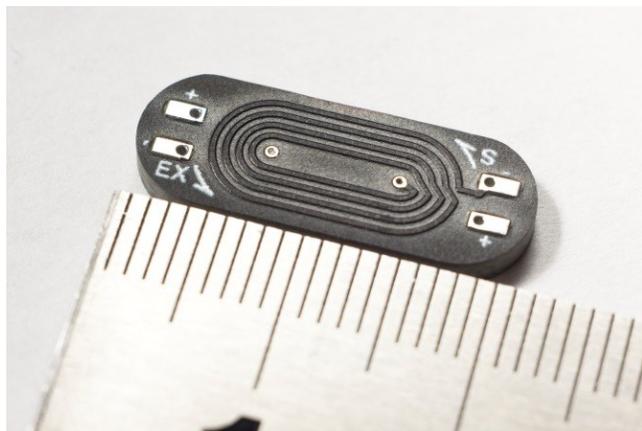


Рис. 6. Накладной абсолютный преобразователь, являющийся составной единицей дифференциального датчика.

датчика были получены диаграммы электромагнитного отклика продольных срезов образца. При приближении датчика к дефекту амплитуда дифференциального сигнала нелинейно возрастает, а при его заходе на искусственный дефект практически не претерпевает изменений, образуя плато (рис. 7), соответствующее максимальному значению напряжения.

Расположение реальных границ искусственного дефекта соответствует фазе изменения характера нарастания дифференциального напряжения на его пространственном распределении. Точность определения их границ зависит от размера возбуждающей секции вихретокового датчика. Для преобразователя, применяемого в экспериментах, этот параметр равен 1.5 мм. При проведении сканирования образцов 2 и 3, отличающихся глубиной расположения заложенных расслоений, максимум дифференциального сигнала, полученного от более глубокого дефекта, смещается вправо по оси времени [10]. Границы искусственных дефектов, диаметр которых превышает размеры датчика, достоверно определяются представленным вихретоковым оборудованием, однако пространственного разрешения, обеспечиваемого для дефектов, обладающих диаметром, сопоставимым с линейными размерами датчика, может оказаться недостаточно. Так, на образцах 2 и 3 искусственные дефекты имели меньшую площадь, амплитуда сигнала от границы заложенных расслоений была размыта, и поэтому затруднительно достоверно определить край дефекта и провести измерение его геометрических параметров.

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕПЛООВОГО МЕТОДА

С целью верификации полученных данных и уточнения, определенных вихретоковым методом, границ искусственных дефектов был применен

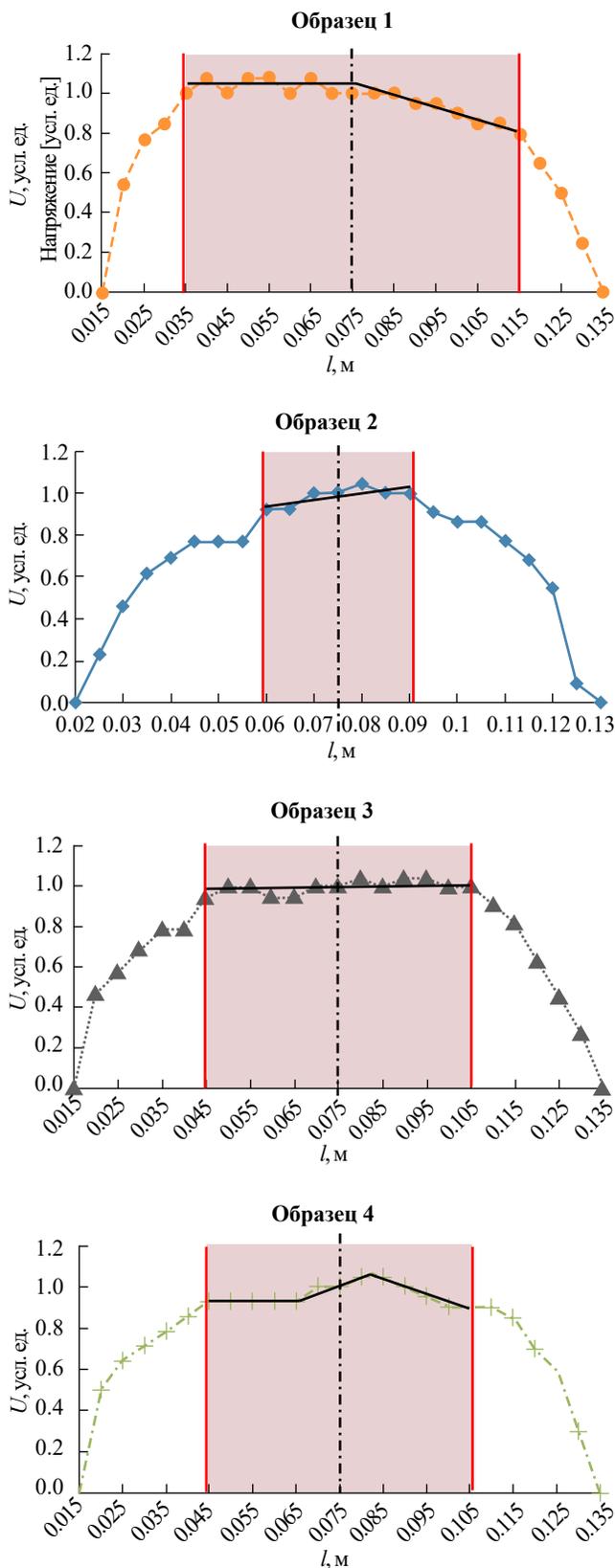


Рис. 7. Идентификация дефектов структуры слоистых композитов с помощью импульсного вихретокового неразрушающего контроля для образцов 1 (а), 2 (б), 3 (в) и 4 (г), закрашены области дефекта.

нестационарный тепловой метод. Данный метод традиционно используется в авиационной и космической отрасли как один из основных методов контроля изделий из композиционных материалов наряду с ультразвуковыми методами [11].

Был выбран длительный нагрев одним импульсом как оптимальный для получения контрастных термограмм данных объектов, представляющих собой образцы из слоев с высокой теплопроводностью, что было получено на предварительной фазе исследования. При этом рассматривались наиболее распространенные режимы нагрева [12]. Нагрев образцов осуществлялся галогенной лампой мощностью 500 Вт. Расстояние от объекта исследования до источника нагрева составляло 30 мм. Длительность нагружения образцов варьировалась в диапазоне от 1 до 5 с и контролировалась электронным таймером TDM SQ1506-0002, подающим напряжение на лампу. Для регистрации термограмм применялся тепловизор NEC TH9100 PWV с температурным разрешением 0.02 °C. Его удаление от объекта составляло 500 мм. Для анализа и регистрации термограмм использовалось программное обеспечение NEC Image processor 4.7. В ходе испытаний была обнаружена существенная зависимость температурного контраста в зоне искусственного дефекта от длительности тестирующего нагрева  $\Delta t$ . При ее оптимальном значении  $\Delta t_{\text{опт}}$  регистрируемые термограммы позволяли уверенно обнаруживать подповерхностные дефекты структуры (рис. 8). Экспериментально было получено, что для имеющих образцов с глубинами залегания расслоений в диапазоне 0.678...1.356 мм оптимальное время нагрева в зависимости от глубины залегания составляло 2.5...3.5 с.

Для расчета площади дефектных зон использовался автоматизированный алгоритм, реализованный в программном комплексе National Instruments Vision Assistant. Форма и характерные размеры аномальных участков фиксировались по тепловому контрасту на поверхности образцов после применения процедур обработки изображения. От образцов с малыми размерами заложенных расслоений была получена резкая граница дефекта на термограмме, при этом границы крупных дефектов были нерезкими.

Эксперимент показал, что при обработке термограмм удалось выявить искусственные дефекты во всех образцах, при этом определена форма и размер искусственных дефектов образцов 2 и 3 с погрешностью не более 10%, для образцов с большими размерами заложенных расслоений погрешность составила 20%. При этом по сравнению с вихретоковым импульсным видом контроля изображение дефекта и форма его проекции налицевую поверхность были получены без проведения сканирования.

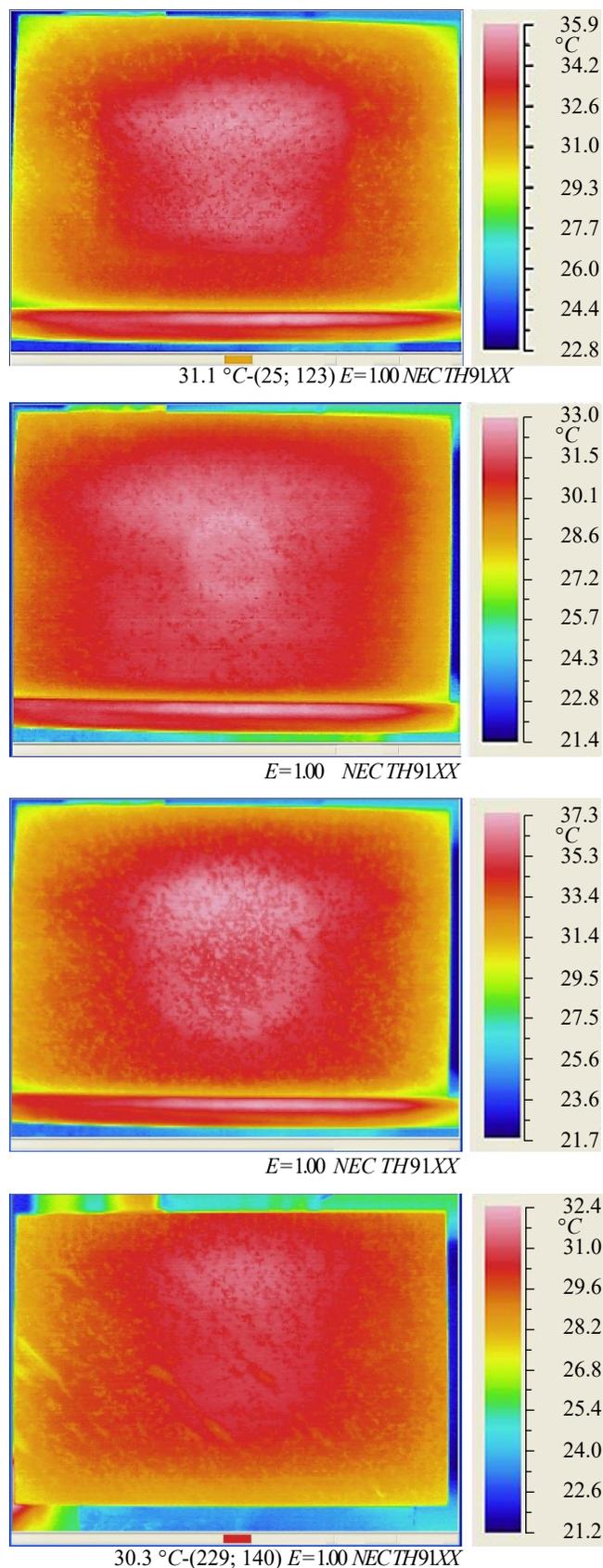


Рис. 8. Термограммы образцов 1 (а), 2 (б), 3 (в) и 4 (г) и определенные оптимальные длительности нагрева:  $\Delta t_{\text{опт}} = 3.5$  (а,в) и 2.5 (б,г).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для образцов с искусственными дефектами, моделируемыми расслоение, определены геометрические параметры дефектов – форма и площадь, а также величина расстояния от поверхности образца до места расположения дефекта. Для этого предложена специальная аппаратура и новый методический подход реализации импульсного вихретокового вида неразрушающего контроля для углепластиковых композитных материалов. Также для верификации методики вихретокового контроля и дополнения полученных данных применен традиционный метод теплового нестационарного контроля.

Анализ результатов экспериментов показал, что для эффективного решения поставленных задач целесообразно совместное применение теплового и вихретокового неразрушающего контроля. При этом нестационарный тепловой метод позволяет точно определять границы мелких дефектов благодаря оптимальному подбору времени нагрева, а импульсный вихретоковый обеспечивает возможность точного определения границ и определения формы крупных дефектов. Применение специальных схемных решений позволило увеличить чувствительность и разрешающую способность в плоскости и по глубине объекта исследования, что критически важно для прогнозирования характера разрушения деталей под нагрузкой. Совместное применение импульсного вихретокового и нестационарного теплового методов дало возможность скомпенсировать потерю чувствительности, расширить диапазон, номенклатура и характер выявляемых дефектов, а также повысить точность определения их ключевых параметров: площади, формы, глубины залегания при контроле композитных изделий из углеродных композиционных материалов.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при разработке комплексных методик неразрушающего контроля новых конструкций и изделий из углеродных композиционных материалов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rathnakar G., Pal Pandeian P.* // Int. J. for Research in Applied Science and Engineering Technology. 2015. V. 3. № 4. P. 898.
2. *Arif M., Asif M., Ahmed I.* // Int. J. Engineering and Manufacturing Science. 2017. V. 7. № 2. P. 393.
3. *Toozandehjani M., Kamarudin N., Dashtizadeh Z et al.* // Amer. J. Aerospace Engineering. 2018. V. 5. № 1. P. 9.
4. *Kaw A.K.* Mechanics of Composite Materials. Boca Raton: CRC Press, 2005.
5. *Mallick P.K.* Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing, and Design. Boca Raton: CRC Press, 2007.
6. *Advani S.G., Sozer E.M.* Process Modeling in Composites Manufacturing. Boca Raton: CRC Press, 2010.
7. *Малушин Д.С.* // Письма в ЖТФ. 2019. Т.45. № 15. С.17.
8. *Чернов Л.А., Малушин Д.С., Лунин В.П., Пастухов Е.Г.* Устройство определения толщины магнитных отложений на поверхности труб вихретоковым методом. Патент РФ № 143178. Оpubл. Офиц. бюл. «Изобретения. Полезные модели» № 20 от 20.07.2014.
9. *Малушин Д.С.* Многопараметровый контроль многослойных структур импульсным вихретоковым методом. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: НИИ интроскопии МНПО «Спектр», 2022. 24 с.
10. *Кокуров А.М., Малушин Д.С., Чичигин Б.А. и др.* // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 43. № 22. С. 15.
11. *Meola C., Carlomagno G. M., Boccardi S. et al.* // 11th Europ. Conf. Non-Destructive Testing (ECNDT 2014). Prague. 06-10 Oct. Red Hook: Curran Associates, Inc. 2014. V. 2. P. 1060.
12. *Ciampa F., Mahmoodi P., Pinto F., Meo M.* // Sensors. 2018. V.18. № 2. Article No. 609.

# STRUCTURAL DEFECT PARAMETERS ASSESSMENT OF COMPOSITE MATERIALS USING THERMAL IMAGING AND EDDY CURRENT NON-DESTRUCTIVE TESTING EQUIPMENT

**B. A. Chichigin<sup>a,b,\*</sup>, D. S. Malushin<sup>a</sup>, A. M. Kokurov<sup>c,d</sup>, D. E. Subbotin<sup>a,c</sup>**

<sup>a</sup>*National Research University MPEI,*

*Krasnokazarmennaya Str., 14. Build. 1, Moscow, 111250 Russian Federation*

<sup>b</sup>*JSC VNIIAES,*

*Ferganskaya Str., 25, Moscow, 109507 Russian Federation*

<sup>c</sup>*JSC Tupolev,*

*Academician Tupolev Embankment, 17, Moscow, 105005 Russian Federation*

<sup>d</sup>*Mechanical Engineering Research Institute of RAS,*

*Maly Kharitonyevsky Lane, 4, Moscow, 101000 Russian Federation*

*\*E-mail: boris\_ch@mail.ru*

Received April 04, 2021, revised October 02, 2023, accepted February 27, 2024

The possibility of determining the size of the delamination region and the depth of its location in non-metallic multilayer low-conductivity materials using the developed pulsed eddy current equipment by analyzing changes in the amplitude-time distribution of differential signals along the scan line is provided. A method for obtaining information on the shape and size of delaminations based on the use of a non-stationary thermal method of non-destructive testing is also provided. The effectiveness of the proposed methods for assessing the parameters of discontinuities in composite materials, as well as the productivity of the selected technical solutions is confirmed by the results of experimental studies conducted on samples of carbon fiber composite materials with artificially created structural defects in the form of delaminations of various sizes and shapes.

*Keywords:* composite materials, testing, search for defects, prepreg, eddy current testing, thermal testing

УДК 537.6/.8, 537.624

## К ВОПРОСУ О ДЕТЕКТИРОВАНИИ ЕДИНИЧНЫХ ДОМЕНОВ НА ОСНОВЕ АНОМАЛЬНОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

© 2024 г. М. В. Степушкин

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация

E-mail: cokpoveheu@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.11.2023 г.

После доработки 10.04.2024 г.

Принята к публикации 05.07.2024 г.

Проведено численное моделирование аномального эффекта Холла в тонкопленочных структурах с сильной перпендикулярной магнитной анизотропией. Найдена зависимость холловского отклика от положения одиночного домена внутри измерительной ячейки — холловского креста. Определены поправки, связанные с неидеальностью структуры — скругленными углами креста. Рассчитан обусловленный аномальным эффектом Холла вклад в холловский отклик скирмиона.

*Ключевые слова:* аномальный эффект Холла, скирмион

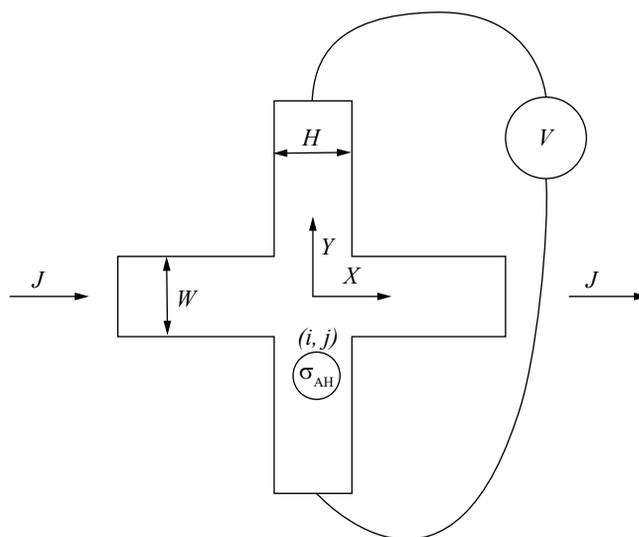
DOI: 10.31857/S0033849424090114, EDN: HRBEQV

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Разработка устройств спинтроники и запоминающих устройств, основанных на перемещении магнитных доменов требует наличия простых и надежных способов их детектирования. Одним из них является использование эффекта Холла, который заключается в возникновении поперечного потенциала при протекании тока. В магнитных пленках с сильной перпендикулярной анизотропией, основной вклад в этот процесс определяется аномальным эффектом Холла, величина которого зависит от нормальной составляющей намагниченности пленки. Вклад от классического эффекта Холла, пропорционального величине внешнего магнитного поля, в этом случае незначителен. При наличии в пленке нетривиальных магнитных структур, например скирмионов, возможно возникновение топологического эффекта Холла, однако этот вопрос является дискуссионным [1, 2].

Для регистрации эффекта Холла в пленке обычно формируется измерительная структура в виде креста, подобная показанной на рис. 1.

При протекании через него тока, на перпендикулярных контактах появляется холловское напряжение  $U_H$ , пропорциональное нормальной составляющей намагниченности пленки. Максимальное значение  $U_{\max}$  достигается, когда пленка однородно намагничена до насыщения в направлении перпендикулярном поверхности пленки. Такое состояние проще всего реализуется в пленках с сильной перпендикулярной анизотропией. При появлении



**Рис. 1.** Схематичное изображение моделируемого креста: направление тока от левого контакта к правому, напряжение снимается с верхнего и нижнего контактов; перемангнитенный домен с координатами  $(i, j)$  обозначен кружком с аномальной холловской проводимостью  $\sigma_{AH}$ .

домена, имеющего противоположное направление намагниченности,  $U_H$  будет отличаться от  $U_{\max}$  на величину  $\Delta U$ , что и определяет возможность его детектирования. Предельное значение  $\Delta U$  составляет  $2U_{\max}$  и достигается при перевороте намагниченности во всей пленке, включая как область перекрытия контактов (часто называемую рабочей

областью), так и боковые магнитные электроды. При уменьшении размеров домена будет уменьшаться и величина  $\Delta U$ , причем важным параметром является отношение площади домена  $S$  к площади рабочей области  $W \times H$ , где  $W$  и  $H$  – ширина токовых и потенциальных контактов. Также величина  $\Delta U$  будет зависеть от положения домена, уменьшаясь по мере удаления его от рабочей области. Тогда для относительно мелкого домена получаем

$$\Delta U = 2U_{\max} F_{\text{HR}}(x, y) \frac{S}{WH},$$

где  $F_{\text{HR}}(x, y)$  – функция отклика (Hall Response), описывающая зависимость от координат.

Целью данной работы является расчет этой функции. Подобная задача теоретически и экспериментально исследовалась ранее в работе [3], однако представленные там результаты не позволяют оценить ряд важных параметров, таких как величина отклика в центре креста. Экспериментально данный вопрос мало изучен. В работе [4] получены данные для нескольких точек, расположенных в середине токового проводника на разном удалении от центра креста. В [5] рассмотрен частный случай перемещения холловского креста за счет движения плоской границы домена. Более подробно теоретически исследовалась в определенной степени схожая задача об отклике, обусловленном не аномальным, а классическим эффектом Холла, когда материал креста немагнитный, а внешнее магнитное поле пространственно неоднородно [6–8]. Было показано, что функция отклика существенно различается для случаев баллистического и диффузного движения электронов. Экспериментальное исследование было выполнено в работе [9], с помощью зонда атомно-силового микроскопа в качестве источника пространственно-локализованного магнитного поля. Интересный способ локального увеличения  $F_{\text{HR}}$  вблизи одного из потенциальных отводов за счет уменьшения его ширины теоретически и экспериментально рассмотрен в [10, 11].

В данной работе расчет холловского отклика проводится путем численного моделирования аномального эффекта Холла при создании в намагниченной до насыщения пленке домена с противоположным направлением намагниченности. На основании

расчетов найдено распределение функции холловского отклика по площади креста как с прямыми, так и со скругленными углами. Полученная функция использована для расчета аномального эффекта Холла от домена со структурой скирмиона.

## 2. МОДЕЛЬ

Моделирование проводилось методом конечных элементов. Плоскость образца была разбита на квадратную сетку, для каждой ячейки которой применялись закон Ома и непрерывности токов. Проводимость каждой ячейки определяется тензором

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_0 & \sigma_{\text{AH}} \\ -\sigma_{\text{AH}} & \sigma_0 \end{pmatrix}.$$

Величина продольной проводимости  $\sigma_0$  указывает, является ли ячейка проводящей или изолирующей, а величина аномальной холловской проводимости  $\sigma_{\text{AH}}$  – намагниченности или нет. Поскольку токи и напряжения в соседних ячейках влияют друг на друга, расчет проводился итеративно. На рис. 1 показана схема моделируемого креста, в котором сформирован домен с намагниченностью (выражаемой в аномальной холловской проводимости  $\sigma_{\text{AH}}$ ), отличной от намагниченности остальной пленки.

Протекающий ток задавался как константная величина на границах токовых (горизонтальных) контактов. Холловское напряжение измерялось между верхним и нижним контактами. Рассматриваются только симметричные кресты, у которых ширины контактов одинаковы  $W = H$ .

Для проводящей ячейки с координатами  $(i, j)$  закон Ома записывается как  $j = -\sigma \nabla \phi$  или в скалярной форме в виде

$$\begin{aligned} j_x^{(n)}(i, j) &= -\frac{\sigma_0}{2} \left( \phi_{(i+1, j)}^{(n)} - \phi_{(i-1, j)}^{(n)} \right) - \frac{\sigma_{\text{AH}}}{2} \left( \phi_{(i, j+1)}^{(n)} - \phi_{(i, j-1)}^{(n)} \right), \\ j_y^{(n)}(i, j) &= -\frac{\sigma_0}{2} \left( \phi_{(i, j+1)}^{(n)} - \phi_{(i, j-1)}^{(n)} \right) + \frac{\sigma_{\text{AH}}}{2} \left( \phi_{(i+1, j)}^{(n)} - \phi_{(i-1, j)}^{(n)} \right). \end{aligned}$$

После расчета тока  $(j_x^{(n)}, j_y^{(n)})$ , текущего через ячейку, на основании потенциалов  $\phi^{(n)}$  и токов соседних ячеек, рассчитывался ее потенциал для следующей итерации  $\phi^{(n+1)}$ :

$$\phi_{(i, j)}^{(n+1)} = \frac{1}{4} \left( \phi_{(i+1, j)}^{(n)} + \phi_{(i-1, j)}^{(n)} + \phi_{(i, j+1)}^{(n)} + \phi_{(i, j-1)}^{(n)} \right) + \frac{1}{8\sigma_0} \left( j_x^{(n)}(i+1, j) - j_x^{(n)}(i-1, j) + j_y^{(n)}(i, j+1) - j_y^{(n)}(i, j-1) \right).$$

Для изолирующих ячеек эти формулы неприменимы. Вместо этого ток, проходящий через них  $(j_x, j_y)$  задается равным нулю, а потенциал на каждой

итерации корректируется таким образом, чтобы дивергенция тока стала нулевой:

$$\phi_{(i, j)}^{(n+1)} = \phi_{(i, j)}^{(n)} + \frac{1}{2} \left( -\sigma_{0(i+1, j)} j_x(i+1, j) + \sigma_{0(i-1, j)} j_x(i-1, j) - \sigma_{0(i, j+1)} j_y(i, j+1) + \sigma_{0(i, j-1)} j_y(i, j-1) \right).$$

Исключением являются ячейки, составляющие левую и правую границы токовых контактов, т.е. служащие токовыми подводными проводниками. В них величина  $j_x$  задается константой и определяет ток, протекающий через образец.

Расчеты показывают, что при «создании домена» (намагничивании ячейки или, иначе говоря, задании  $\sigma_{\text{АН}} \neq 0$ ) вблизи от изолирующей области устойчивость модели нарушается, это приводит к некорректным результатам. Чтобы обойти такое ограничение, по периметру изолирующей области был введен слой из трех проводящих, но немагнитных ячеек. Это вносит в модель некоторую погрешность (примерно на 7% для сетки  $156 \times 156$  с шириной канала 39 ячеек). (Далее рассмотрим этот вопрос подробнее.)

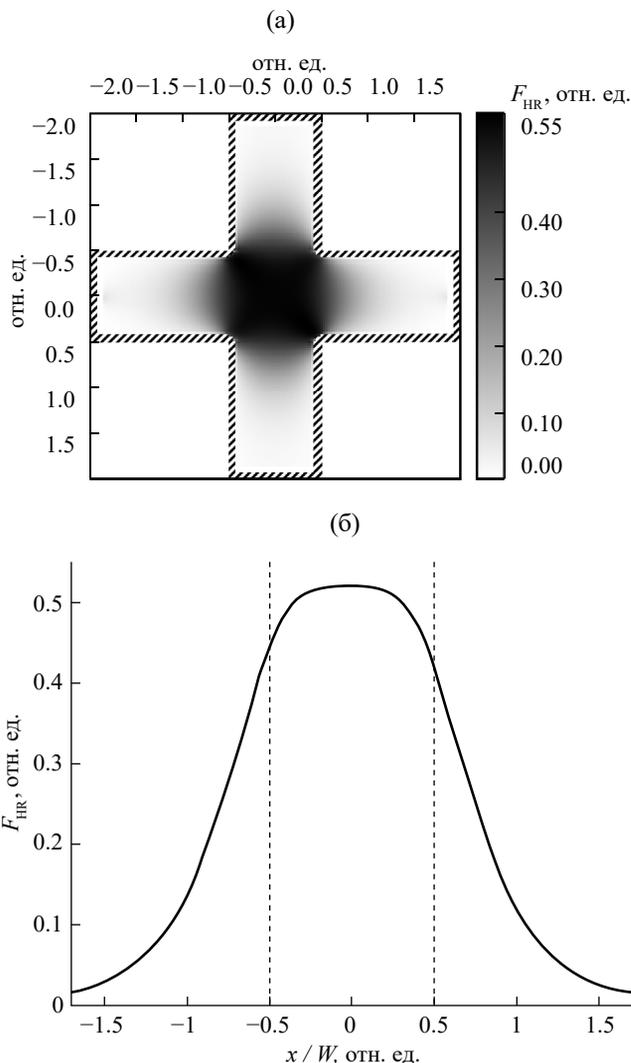
### 3. ОТКЛИК ОТ ТОЧЕЧНОГО ДОМЕНА

Пространственное распределение функции отклика определяется путем перемагничивания каждой точки образца (изменение знака  $\sigma_{\text{АН}}$  ячейки) с последующим расчетом изменения эффекта Холла. То есть имитируется ситуация, когда в заданной точке образца создавался «идеальный» домен (со стенкой нулевой толщины). Для метода конечных элементов таким минимальным доменом является одна ячейка. В случае аддитивности вклада отдельных доменов полученное распределение отклика позволяет рассчитать эффект Холла от домена любой формы.

Последовательным перебором всех ячеек была построена функция отклика от расположения домена (рис. 2а). Также представлен ее профиль вдоль линии, проходящей через середины токовых контактов (рис. 2б).

Интересно отметить, что характеристика достаточно симметрична, и вклад в эффект Холла в равной степени вносят точки, лежащие как на токовых, так и на потенциальных контактах. Появление домена, занимающего всю рабочую область, приведет к изменению потенциала  $\Delta U$  на величину, составляющую менее половины от максимального значения  $2U_{\text{max}}$ . В центральной части рабочей области  $F_{\text{HR}}(x,y)$  примерно постоянна и равна  $F_0 = F_{\text{HR}}(0,0) \approx 0.5$ . Рассмотрим далее, как неидеальность структуры влияет на это значение.

При изготовлении реальных образцов не всегда возможно сделать углы креста идеально ровными, часто они имеют скругления. И, разумеется, это сказывается на величине холловского отклика. Кроме того, в рассматриваемой нами модели присутствуют немагнитные области. Для того чтобы определить вклад обоих этих факторов, был проведен ряд расчетов. На рис. 3а показаны зависимости функции отклика в центре креста  $F_0$  от образцов с разными отношениями радиуса скругления  $R$  к ширине токовых контактов  $W$  и разной шириной немагнитного слоя по периметру, которая

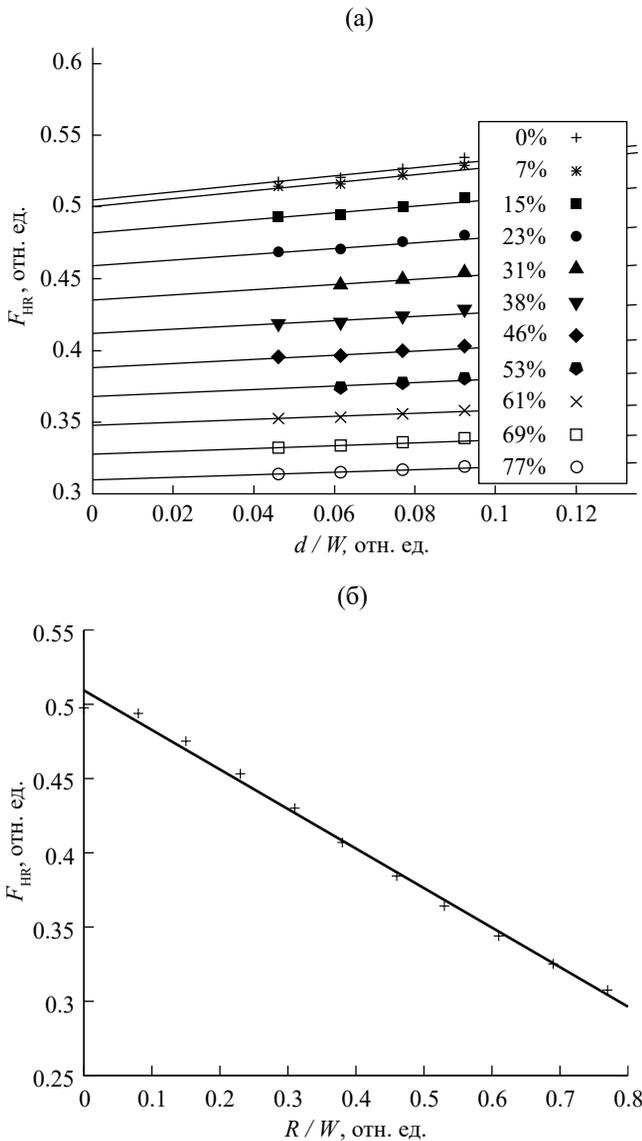


**Рис. 2.** Зависимость холловского отклика от расположения точечного домена (а) и его профиль вдоль середины токовых контактов (б); края потенциальных контактов отмечены вертикальными штриховыми линиями; размер сетки  $156 \times 156$  ячеек, ширина канала 39 ячеек, немагнитная область шириной три ячейки отмечена штриховкой. Размеры указаны в относительных единицах, нормированных на ширину канала.

характеризуется отношением количества немагнитных ячеек  $d$  к ширине токовых контактов.

Как видно, зависимости близки к линейным, что позволяет рассчитать ожидаемый отклик в образце, не содержащем немагнитных областей. Именно этим была обусловлена ошибка в 7%, упомянутая ранее для образца с сеткой  $156 \times 156$  и шириной канала 39 ячеек. Результирующая зависимость холловского отклика в образце, не содержащем немагнитных ячеек, от радиуса скругления, приведена на рис. 3б. Эта зависимость также близка к линейной и хорошо описывается формулой

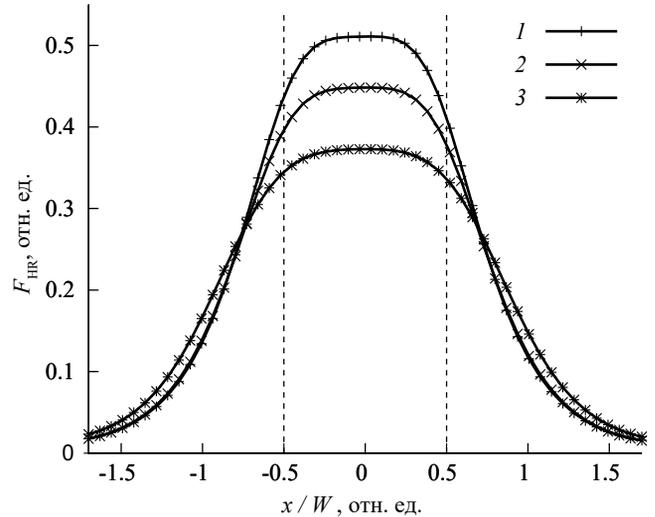
$$F_0 = 0.51 - 0.27(R/W).$$



**Рис. 3.** Значения функции отклика в центре креста для различных радиусов скруглений и ширины немагнитных областей (а) и зависимость отклика в центре креста, не содержащего немагнитных областей, от радиуса скруглений углов (б); размер сетки  $260 \times 260$  ячеек, ширина канала 65 ячеек.

При изменении радиуса скругления углов меняется не только величина холловского отклика в центральной части, но и его распределение по поверхности образца. На рис. 4 приведены профили зависимости  $F_{HR}(x, 0)$  вдоль середины токовых контактов для крестов с различными радиусами скругления.

Полученные результаты можно сравнить с аналитическим расчетом функции отклика классического (нормального) эффекта Холла при диффузном токе в неоднородном магнитном поле [7]. В нашем случае значение  $F_0$  несколько больше. Для креста без скруглений величина холловского



**Рис. 4.** Профили холловского отклика вдоль середины токовых контактов для различных отношений радиуса скругления к ширине канала: 0 (1), 23 (2) и 51% (3).

отклика составила 0.51 вместо 0.48, а для отношения  $R/W$ , равного 0.3, она составила 0.43 вместо 0.38.

#### 4. ОТКЛИК ОТ СКИРМИОНА

До сих пор рассматривались «идеальные» домены, т.е. с размером, значительно меньшим характерных размеров холловского креста, и нулевой шириной доменной стенки. Другим предельным случаем является скирмион, в котором намагниченность разворачивается плавно. С точки зрения аномального эффекта Холла нам важно учитывать лишь распределение нормальной компоненты намагниченности по площади домена. Оно описано в ряде работ [12–16], описывающих зависимость угла поворота намагниченности от расстояния до центра скирмиона. На основе предложенной в [12] зависимости нормальная составляющая намагниченности, нормированная на намагниченность насыщения  $M_S$ , равна

$$\frac{M(x, y)}{M_S} = -\cos \left( 2 \arctg \left( \frac{\text{sh}(r/w)}{\text{sh}(\sqrt{x^2 + y^2}/w)} \right) \right),$$

где  $r$  — радиус скирмиона, взятый по нулевой намагниченности,  $w$  — ширина доменной стенки. Поскольку мы рассматриваем предельный случай, будем считать ее равной радиусу скирмиона.

Для расчета эффекта Холла, обусловленного нахождением скирмиона в заданной точке, проведем интегрирование вклада точек пленки по всей ее плоскости. Для этого разобьем ее на элементарные ячейки бесконечно малого размера  $dx \times dy$ . Вклад

каждой такой ячейки будет прямо пропорционален ее площади и изменению в ней намагниченности

$$\frac{dU(x, y)}{2U_{\max}} = \frac{M_S - M(x, y)}{2M_S} F_{\text{HR}} \frac{dx dy}{WH}.$$

Поскольку размер скирмиона много меньше размера креста, изменением функции отклика по

его площади можно пренебречь. А за счет того, что функция, описывающая намагниченность, быстро спадает с увеличением расстояния до центра домена, разница между интегралом по всей площади или только по области вблизи домена также оказывается незначительной. Уже при радиусе области интегрирования, равной удвоенному радиусу скирмиона, ошибка составляет менее 2%:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta U}{2U_{\max}} &= \int_{-2r}^{2r} \int_{-2r}^{2r} \frac{dU}{2U_{\max}} = \int_{-2r}^{2r} \int_{-2r}^{2r} \frac{M_S - M(x, y)}{2M_S} F_{\text{HR}} \frac{dx dy}{WH} = \\ &= \frac{F_{\text{HR}}}{WH} \int_{-2r}^{2r} \int_{-2r}^{2r} \left( 0.5 - 0.5 \cos \left( 2 \arctg \left( \frac{\text{sh}(1)}{\text{sh} \left( \sqrt{(x^2 + y^2)} / r \right)} \right) \right) \right) dx dy \approx F_{\text{HR}} \frac{1.66 \pi r^2}{WH}. \end{aligned}$$

Отсюда можно найти отклик скирмиона:

$$F_{\text{HR}}^{\text{sk}} = \frac{\Delta U / 2U_{\max}}{\pi r^2 / WH} \approx 1.66 F_{\text{HR}}.$$

Таким образом, отклик скирмиона в 1.66 раз больше отклика цилиндрического домена того же диаметра. Это различие вызвано самим способом измерения радиуса — по половине высоты колокола, при том что область намагниченности, отличной от насыщения, распространяется и за пределы этого круга. Для сравнения с «идеальным» доменом можно считать, что эффективная площадь скирмиона в 1.66 раз больше измеренной, или что радиус скирмиона в 1.3 раза больше радиуса, измеренного по нулевой абсолютной намагниченности.

При моделировании скирмиона было сделано предположение об аддитивности вклада отдельных ячеек. Для его проверки было проведено моделирование при различных размерах и формах доменов, а также различных шаблонах намагничивания всей поверхности образца (в шахматном порядке, одна ячейка из четырех и т.д.). Ни в одном случае разницы, выходящей за пределы точности моделирования, обнаружено не было.

Стоит отметить, что в реальных магнитных доменах соотношение размера стенки к размеру самого домена может варьироваться [15], поэтому и отклик от скирмиона, находящегося в центре креста, может различаться и составлять от 0.51 до 0.85. Для крестов со скругленными углами отклик будет соответственно меньше.

Следует отметить, что в работе [16] был экспериментально измерен холловский отклик при создании единичного скирмиона. Оценка вклада аномального эффекта Холла, выполненная в той же работе, дала значение, близкое к эксперименту,

на основании чего был сделан вывод об отсутствии других механизмов холловского отклика. Наш анализ показывает, что этот вопрос не столь однозначен, поскольку оценка в [16] существенно, примерно в полтора раза, завышена. Таким образом, данный вопрос требует проведения дополнительных экспериментов, в том числе позволяющих более точно измерить размер и профиль намагниченности скирмиона.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты численного моделирования показывают, что вклад рабочей области креста в измеряемый эффект Холла составляет приблизительно 40...50%. Остальная часть приходится на прилегающие к нему области потенциальных и токовых контактов. Величина отклика определяется формой креста. Зависимость отклика в центре креста от радиуса скругления углов можно аппроксимировать линейной функцией. Полученные результаты достаточно хорошо (с точностью 5...10%) коррелируют с аналитическим расчетом функции отклика классического (нормального) эффекта Холла при диффузном токе в неоднородном магнитном поле [7]. Между тем расчет отклика от скирмиона показывает, что анализ экспериментальных данных, выполненный в работе [16], требует уточнения. Полученные результаты позволяют оценить сигнал, детектируемый при прохождении единичного домена через холловский крест в зависимости от размеров и положения домена.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kimbell G., Kim C., Wu W. et al.* // Commun. Mater. 2022. V. 3. Article No.19  
<https://doi.org/10.1038/s43246-022-00238-2>
2. *Sapozhnikov M.V., Gusev N.S., Gusev S.A. et al.* // Phys. Rev. B. 2021. V. 103. № 5. Article No. 054429.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.054429>
3. *Webb B.C., Schultz S.* // IEEE Trans.1988. V. Mag-24. № 6. P. 3006.  
<https://doi.org/10.1109/20.92316>
4. *Alexandrou M., Nutter P.W., Delalande M. et al.* // J. Appl. Phys. 2010. V.108. № 4. Article No. 043920  
<https://doi.org/10.1063/1.3475485>
5. *Lee S.-H., Nam Y.-S., Kim M. et al.* // Current Appl. Phys. 2022. V.41. P.178.  
<https://doi.org/10.1016/j.cap.2022.07.005>
6. *Ibrahim I.S., Schweigert V.A., Peeters F.M.* // Phys. Rev. B 1998. V. 57. № 24. P.15416.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.57.15416>
7. *Cornelissens Y.G., Peeters F.M.* // J. Appl. Phys. 2002. V. 92. № 4. P.2006.  
<https://doi.org/10.1063/1.1487909>
8. *Bending S.J., Oral A.* // J. Appl. Phys. 1997. V.81. № 8. P.3721.  
<https://doi.org/10.1063/1.365494>
9. *Thiaville A., Belliard L., Majer D.E. et al.* // J. Appl. Phys. 1997. V. 82. № 7. P.3182.  
<https://doi.org/10.1063/1.365623>
10. *Liu S., Guillou H., Kent A.D. et al.* // J. Appl. Phys. 1998. V. 83. № 11. P.6161.  
<https://doi.org/10.1063/1.367485>
11. *Guillou H., Kent A.D., Stupian G.W., Leung M.S.* // J. Appl. Phys. 2023. V. 93. № 5. P.2746.  
<https://doi.org/10.1063/1.543651>
12. *Wang X.S., Yuan H.Y., Wang X.R.* // Commun. Phys. 2018. V.1. Article No. 31.  
<https://doi.org/10.1038/s42005-018-0029-0>
13. *Komineas S., Melcher C., Venakides S.* // Nonlinearity. 2020. V.33. № 7. P.3395.  
<https://doi.org/10.1088/1361-6544/ab81eb>
14. *Wu H., Hu X., Jing K. et al.* // Commun. Phys. 2021. V. 4. Article No. 210.  
<https://doi.org/10.1038/s42005-021-00716-y>
15. *Büttner F., Lemesh I., Beach G.S.D* // Sci. Rep. 2018. V. 8. Article No.4464.  
<https://doi.org/10.1038/s41598-018-22242-8>
16. *Maccariello D., Legrand W., Reyren N. et al.* // Nature Nanotechnol. 2018. V. 13. №3. P.233.  
<https://doi.org/10.1038/s41565-017-0044-4>

## TO THE QUESTION OF DETECTING SINGLE DOMAINS BASED ON THE ANOMALOUS HALL EFFECT

**M. V. Stepushkin**

*Fryazino Branch Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronic RAS,  
Vvedenskii Square, 1, Fryazino, Moscow oblast, 141190 Russian Federation  
E-mail: cokpoweheu@yandex.ru*

Received November 23, 2023, revised April 10, 2024, accepted July 05, 2024

Numerical modeling of the anomalous Hall effect in thin-film structures with strong perpendicular magnetic anisotropy was performed. The dependence of the Hall response on the position of a single domain inside the measuring cell (the Hall cross) was found. Corrections associated with the imperfection of the structure — rounded corners of the cross — were determined. The contribution to the Hall response of the skyrmion caused by the anomalous Hall effect was calculated.

*Keywords:* anomalous Hall effect, skyrmion

УДК 539.23, 621.739.18

## ЭПИТАКСИАЛЬНЫЕ ПЛЕНКИ ОКСИДА НИКЕЛЯ И ДИОДНЫЕ СТРУКТУРЫ НА ИХ ОСНОВЕ

© 2024 г. С. В. Аверин\*, В. А. Лузанов, В. А. Житов, Л. Ю. Захаров, В. М. Котов, М. П. Темиряева, Е. Н. Миргородская

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московская обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: sva278@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 15.02.2024 г.

После доработки 15.02.2024 г.

Принята к публикации 27.02.2024 г.

Методом магнетронного распыления созданы эпитаксиальные пленки NiO на подложках LiNbO<sub>3</sub>. Найден оптимальные условия напыления пленок NiO для достижения их высокого кристаллического совершенства. Исследованы оптические свойства пленок NiO в диапазоне длин волн 250...800 нм, определена ширина запрещенной зоны оксида никеля. Изготовлены полупроводниковые диодные структуры в виде встречно-штыревых Шоттки барьерных контактов металл–полупроводник–металл к эпитаксиальной пленке NiO. Вольт-амперные характеристики диодных структур демонстрируют низкие темновые токи и возможность создания на их основе фотодетекторов УФ-части спектра с длинноволновой границей 340 нм.

*Ключевые слова:* эпитаксиальные пленки, оптические свойства пленок, полупроводниковые структуры, барьер Шоттки, фотодетектор, темновой ток

DOI: 10.31857/S0033849424090124, EDN: HQZMRS

### ВВЕДЕНИЕ

Оксид переходного металла, NiO – полупроводник *p*-типа с шириной запрещенной зоны 3.6...4.0 эВ – перспективный полупроводниковый материал для многих практических применений [1, 2], таких как активные слои химических сенсоров [3], оптически прозрачные токопроводящие пленки [4], электрохромные устройства [5], солнечные элементы [6], светоизлучающие диоды [7], детекторы УФ-излучения [8]. Оксид никеля может быть выращен различными методами и на разных подложках: это химическое осаждение в ванне и из паровой фазы, струйный пиролиз, электрохимическое осаждение, термическое и магнетронное распыление [9–11]. Каждый из этих процессов имеет свои преимущества и недостатки. При этом метод магнетронного распыления является легко управляемым процессом с достаточно высокой скоростью осаждения, сравнительно дешев и широко используется в промышленности.

Оптические свойства пленок NiO во многом определяют характеристики приборов, изготовленных на их основе, особенно когда толщина выращенных пленок уменьшается до нанометровых масштабов [12, 13]. Установлено, что подложки, на которых осаждены пленки NiO, в значительной степени изменяют оптические свойства выращенных пленок [13]. В основном это были подложки из

сапфира, кварцевого стекла, полимерных материалов. Наши предыдущие исследования показали, что небольшое рассогласование кристаллических решеток позволяет получить структурно совершенные тонкие слои NiO на подложках LiNbO<sub>3</sub> [14].

Ниобат лития является традиционным материалом для использования в электрооптических, акустооптических и акустоэлектронных устройствах и комбинация пленок оксида никеля с подложкой LiNbO<sub>3</sub> представляет несомненный интерес как для различных физических исследований, так и для создания электронных устройств на их основе [14].

Цель данной работы – впервые провести экспериментальные исследования оптических и электрических свойств полупроводниковых структур на основе оксида никеля, выращенного на подложках ниобата лития методом магнетронного распыления.

### 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 1.1. Технология изготовления пленок ниобата лития

Перед нанесением пленок оксида никеля монокристаллические подложки ниобата лития проходили трехстадийную подготовку поверхности. Вначале

их обрабатывали в смеси серной кислоты, перекиси водорода и деионизированной воды, затем опускали в водный раствор азотной кислоты и, наконец, очищали в водном растворе гидроксида аммония и перекиси водорода. Подготовку заканчивали промывкой в деионизированной воде, после чего подложки высушивали продувкой азотом. Для осаждения пленок оксида никеля использована модифицированная вакуумная установка катодного распыления A550 VZK (Leybold Heraeus GmbH), оборудованная магнитной системой. Перед напылением камеру откачивали до давления  $1 \times 10^{-6}$  Торр и подложку нагревали до температуры  $400^\circ\text{C}$ . Для распыления Ni была использована мишень с чистотой Ni 99.999%. При осаждении пленок варьировались такие параметры, как ток разряда (в пределах 100 ... 200 мА при напряжении 350 В), компоненты реакционной смеси Ar–O<sub>2</sub> в соотношении от 0 : 1 до 1 : 1 и ее давление в пределах от  $6 \times 10^{-3}$  до  $2 \times 10^{-2}$  Торр. В этих условиях скорость осаждения пленок NiO составляла ~10 нм/мин. Толщина осажденных пленок в экспериментах были в диапазоне 50...500 нм.

### 1.2. Рентгеноструктурный анализ

Выращенные пленки были исследованы методом рентгеноструктурного анализа на автоматизированном двухкристальном дифрактометре ДРОН-3, работающим по схеме Брэгга–Брентано. Для выделения характеристической линии  $K\alpha_1$  использовали кварцевый монохроматор. Качество полученных пленок определяли по полуширине кривой качания для плоскости (111). Наши исследования показали, что снижение тока разряда с 200 до 100 мА позволяет реализовать более равновесный процесс осаждения NiO и, как следствие, получать кристаллически более совершенные пленки. Самый кристаллически совершенный образец получен при токе разряда  $I = 100$  мА. На рис. 1 представлена кривая качания от плоскости (111) NiO для этого образца с толщиной эпитаксиальной пленки NiO 300 нм. При этом полуширина кривой качания для плоскости (111) составляет  $\Delta\Omega = 0.04^\circ$  при соотношении реакционной смеси Ar–50%, O<sub>2</sub>–50%, тогда как при токе разряда  $I = 200$  мА и таком же соотношении компонентов реакционной смеси полуширина кривой качания составляет уже  $\Delta\Omega = 0.09^\circ$ . Также было установлено, что использование реакционной смеси с O<sub>2</sub>–100% значительно снижает кристаллическое совершенство осажденных пленок NiO. Полуширина кривой качания составляет в этом случае  $0.3^\circ$ . Таким образом, были найдены оптимальные условия напыления пленок NiO для достижения их высокого кристаллического совершенства.

### 1.3. Поверхность выращенных пленок

Поверхность исходных подложек LiNbO<sub>3</sub> и выращенных на них пленок NiO была исследована на атомно-силовом микроскопе (АСМ) Smart SPM (АИСТ-НТ). На рис. 2а, 2б представлены

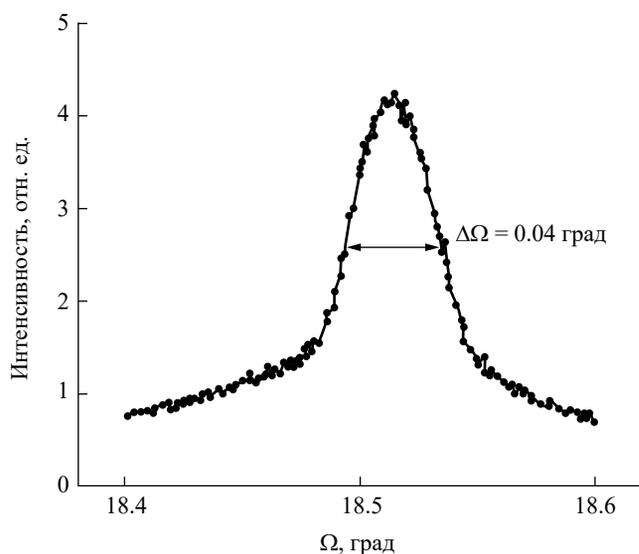


Рис. 1. Кривая качания для образца 2, толщина эпитаксиального слоя NiO 300 нм.

2D- и 3D-топографические АСМ-изображения фрагмента поверхности полупроводниковой структуры NiO/LiNbO<sub>3</sub> с толщиной эпитаксиального слоя NiO 50 нм. Среднеквадратичная высота неровностей на площадке  $1.5 \times 1.5$  мкм<sup>2</sup> RMS = 1.73 нм была определена из анализа изображения при использовании программы Gwyddion. С увеличением толщины выращенной пленки NiO среднеквадратичная высота неровностей эпитаксиального слоя увеличивалась за счет накопления количества дефектов вследствие ионной бомбардировки поверхности. Так, при толщине пленки 200 нм она уже составляла RMS = 2.97 нм. Для сравнения шероховатость поверхности пленки при термическом распылении порошка NiO составила RMS = 5 нм при толщине пленки NiO 100 нм [2].

На рис. 3 представлена микрофотография фрагмента поверхности исходной подложки LiNbO<sub>3</sub>. Среднеквадратичная высота неровностей составляет всего RMS = 0.25 нм. Таким образом, используемые подложки LiNbO<sub>3</sub> очень высокого качества и практически не дают вклада в морфологию поверхности выращенных пленок.

### 1.4. Оптические свойства пленок оксида никеля

Изучение оптических свойств эпитаксиальных пленок позволяет определить ширину запрещенной зоны используемого полупроводникового материала, оценить электрические параметры (напряжение пробоя, темновой ток) и длинноволновую (красную) границу отклика фотодетектора. Было исследовано оптическое пропускание изготовленных гетероструктур NiO/LiNbO<sub>3</sub> в диапазоне длин волн 250...800 нм. Для регистрации спектров изучаемых образцов использован спектрофотометр SPECORD UV VIS. На рис. 4 представлены

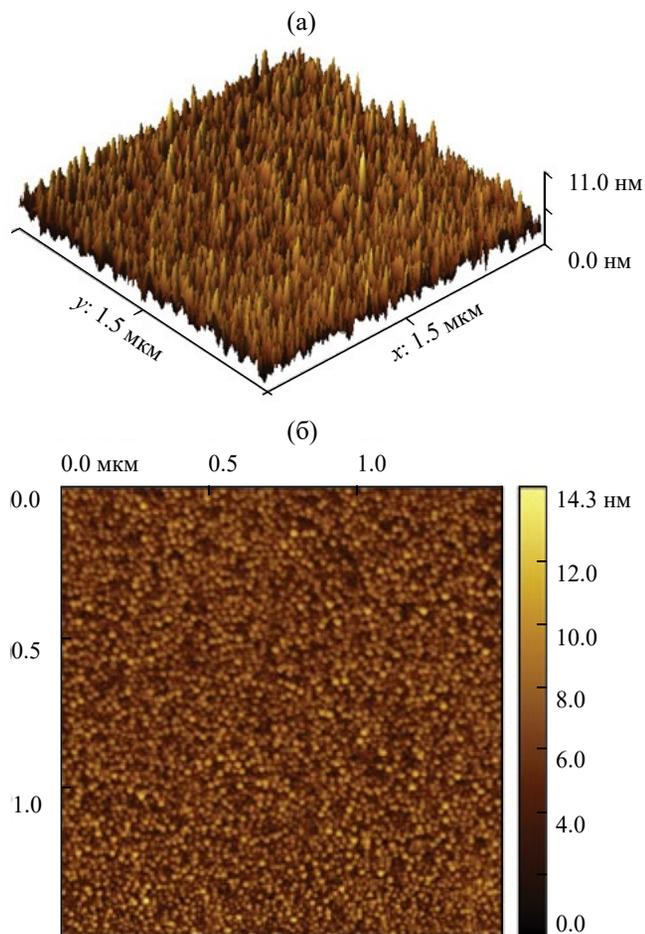


Рис. 2. Фрагмент поверхности гетероструктуры NiO/LiNbO<sub>3</sub> (а) и его морфология (б); изображение получено с помощью атомно-силового микроскопа.

экспериментальные спектры пропускания самой подложки ниобата лития (без пленки) и спектры пропускания исследуемых структур (пленка-NiO / подложка LiNbO<sub>3</sub>) с слоем NiO разной толщины. Видно, что оптическое пропускание пленок NiO в диапазоне длин волн 450...800 нм составляет ~60%, что хорошо согласуется с пропусканием света в пленках NiO, выращенных в других исследованиях, например, на Si-подложках [2]. Перед осаждением пленок NiO были также исследованы оптические свойства подложек LiNbO<sub>3</sub> (см. рис. 4).

Из рисунка следует, что подложка LiNbO<sub>3</sub> имеет край поглощения на длине волны ~310 нм и пропускает свет (по уровню 0.7 от максимально возможного) для всех волн, длиннее 350 нм. Следовательно, при освещении со стороны подложки она может быть пригодна для исследования оптических свойств материалов (и приборов на их основе), ширина запрещенной зоны которых попадает в диапазон длин волн, превышающих ~310 нм. В частности, поскольку край оптического поглощения NiO

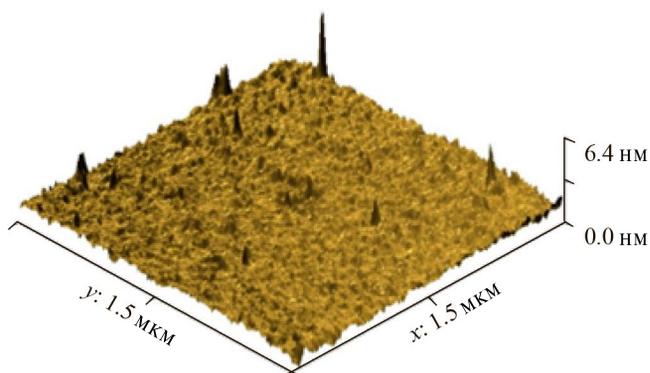


Рис. 3. Фрагмент поверхности исходной подложки LiNbO<sub>3</sub> (АСМ-изображение); среднеквадратичная высота неровностей RMS = 0.25 нм.

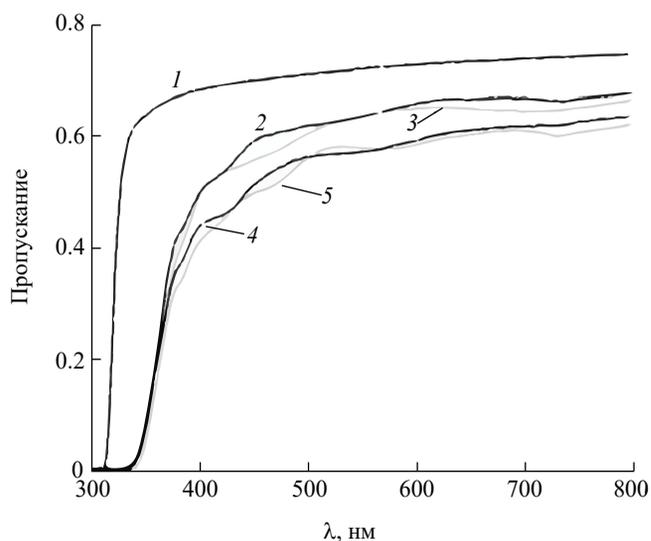


Рис. 4. Спектры пропускания исследуемых образцов: 1 – только подложка LiNbO<sub>3</sub>, 2–5 – гетероструктуры пленка NiO/подложка LiNbO<sub>3</sub> со слоем NiO разной толщины:  $d = 300$  нм (2) образец 2,  $d = 320$  нм (3) образец 3,  $d = 380$  нм (4) образец 4,  $d = 525$  нм (5) образец 5.

находится на 340 нм, это позволяет создать на основе гетероструктуры NiO/LiNbO<sub>3</sub> узкополосный фотодетектор, отклик которого будет ограничен диапазоном 310... 340 нм. Такой полосовой детектор является солнечно слепым и позволяет фиксировать биологически опасное излучение Солнца в области длин волн 305...340 нм [15].

Сопоставляя спектр пропускания подложки LiNbO<sub>3</sub> (см. рис. 4, кривая 1) со спектрами пропускания изучаемых образцов с NiO-слоем разной толщины (кривые 2–5) и учитывая высокое качество поверхности исследуемых пленок NiO,

можно предположить, что наблюдаемые осцилляции спектров связаны с интерференцией в эпитаксиальном NiO-слое структуры NiO/LiNbO<sub>3</sub>. Это предположение подтверждается наблюдениями и выводами других исследователей [12,13, 16]. Поскольку свет проходит через две полупрозрачные поверхности, он частично отражается от каждой из них, что приводит к процессам реабсорбции (повторное поглощение) и интерференции, которую можно рассматривать как осцилляции Фабри–Перо [13, 17]. Эти интерференционные колебания спектров пропускания исчезают на длинах волн, близких к краю оптического поглощения пленок NiO. При этом следует отметить, что пленки NiO, осажденные на подложках LiNbO<sub>3</sub>, с использованием тока разряда 100 мА, обладают меньшим оптическим поглощением в области прозрачности и являются кристаллически более совершенными (образцы 2 и 5).

Для расчета ширины запрещенной зоны в исследуемых пленках NiO использовалось уравнение Таука [18], которое для прямозонного полупроводника имеет вид

$$(\alpha hv)^2 = A(hv - E_g),$$

где  $hv$  – энергия фотона,  $E_g$  – ширина запрещенной зоны,  $A$  – постоянная,  $\alpha$  – коэффициент поглощения. Построив график  $(\alpha hv)^2 = f(hv)$  (рис. 5) и экстраполируя линейный участок к точке пересечения с осью  $hv$ , можно определить  $E_g$  в осажденных пленках. Найденные значения края поглощения для прямых разрешенных переходов для всех исследуемых нами структур лежат в диапазоне 3.57...3.59 эВ, что хорошо согласуется с результатами, опубликованными в работах [1, 13, 19].

#### 1.5. Диодные структуры металл–полупроводник–металл на основе пленок оксида никеля и их электрические характеристики

На выращенных пленках NiO были изготовлены полупроводниковые диодные структуры. Обзор литературы показывает, что в настоящее время наиболее перспективной является диодная структура на основе двух выпрямляющих, последовательно включенных, Шоттки барьерных контактов в системе металл–полупроводник–металл (МПП) [20]. Она позволяет использовать полупроводниковый материал только одного типа проводимости, при этом планарная геометрия структуры обеспечивает легкую интеграцию таких диодов с современными схемами усиления и обработки сигналов. В данной работе диодная структура была реализована в виде встречно-штыревых Шоттки барьерных контактов металл–полупроводник к эпитаксиальной пленке NiO (рис. 6). Для этого на поверхность пленки NiO последовательно напылялись Ni и Au с общей толщиной

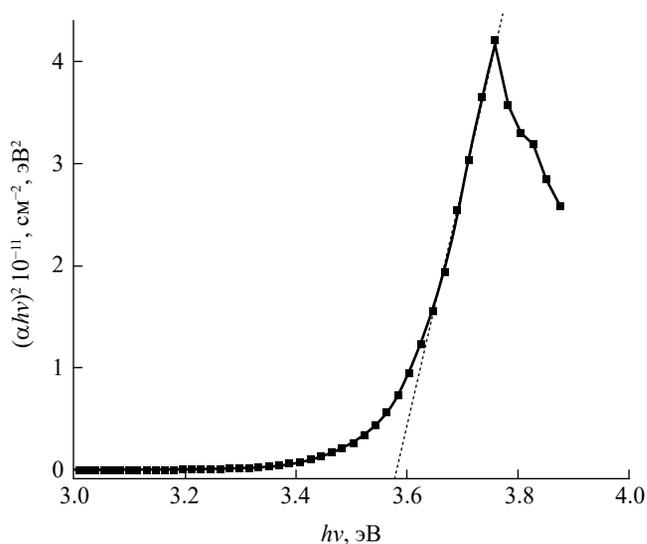


Рис. 5. График  $(\alpha hv)^2 = f(hv)$  для определения  $E_g$  в осажденных пленках, образец 2.

~200 нм и методами фотолитографии формировались встречно-штыревые контакты МПП-диодов с шириной контактов и расстояниями между ними 10 мкм при общей площади диода  $500 \times 500$  мкм<sup>2</sup>. Шероховатость поверхности встречно-штыревых контактных штырей МПП-диодов согласно измерениям была равна  $RMS = 3.7$  нм.

Измерение вольт-амперных характеристик изготовленных МПП-диодов показало, что их темновые токи при напряжении смещения 5 В составляют несколько микроампер и возрастают на порядок величины при увеличении смещения до 35 В (рис. 7). Диодные структуры без пробоя выдерживают увеличение напряжения смещения вплоть до 50 В.

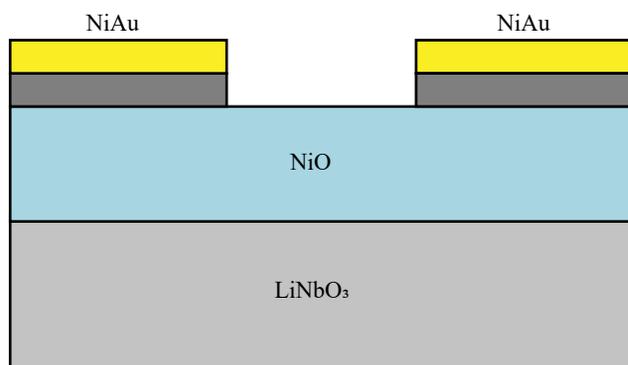


Рис. 6. Диодная МПП-структура в разрезе: ширина встречно-штыревых контактов NiAu и расстояние между ними 10 мкм, активная площадь диода  $500 \times 500$  мкм<sup>2</sup>.

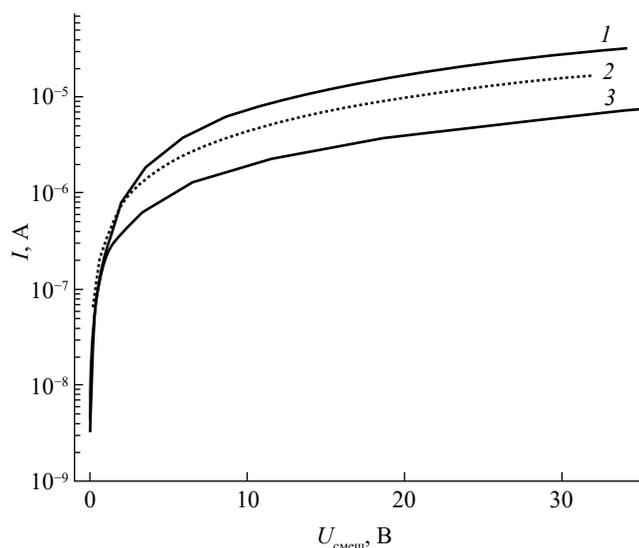


Рис. 7. Вольт-амперные характеристики диодных МПМ-структур при различной толщине пленки NiO:  $d = 200$  (1),  $100$  (2) и  $50$  нм (3).

Нелинейная зависимость тока от напряжения подтверждает присутствие барьера Шоттки на интерфейсе Ni/NiO. Увеличение толщины пленки оксида никеля ведет к росту дефектов эпитаксиального слоя и увеличению темновых токов диодных структур МПМ (см. рис. 7). Наблюдалось увеличение темнового тока МПМ-диода при освещении светом с энергией фотонов большей, чем ширина запрещенной зоны NiO. Темновые токи, реализованные в наших исследованиях, находятся в хорошем соответствии с результатами других авторов. Так МПМ-детектор на пленке NiO, выращенной на Si, демонстрировал темновой ток 5 мкА при напряжении смещения 5 В [12]. В работе [1] темновой ток Шоттки барьерных диодных структур на основе NiO составлял 1 мкА при напряжении смещения 3 В. Несколько большие темновые токи были реализованы на МПМ-диодах с использованием наноструктурных пленок NiO на Si(100) подложках [21]. Они составляли 150 мкА при смещении 5 В. Хорошо известно, что низкие темновые токи диодных структур являются необходимым условием для реализации чувствительных фотодиодов.

Таким образом, пленки NiO, выращенные на подложках LiNbO<sub>3</sub>, являются перспективными для создания на их основе детекторов излучения УФ-части спектра.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучено влияние условий магнетронного осаждения пленок NiO на подложках LiNbO<sub>3</sub> на кристаллическое совершенство и оптические свойства

эпитаксиальных пленок NiO. Найдены оптимальные условия напыления таких пленок.

Исследовано оптическое пропускание гетероструктур NiO/LiNbO<sub>3</sub> в диапазоне длин волн 250...800 нм. Показано, что гетероструктура NiO/LiNbO<sub>3</sub> позволяет создать узкополосный фотодетектор, отклик которого будет ограничен диапазоном длин волн 310...340 нм.

Найдены значения края поглощения для прямых разрешенных переходов в NiO, которые находятся в пределах 3.57...3.59 эВ.

Изготовлены планарные диодные структуры МПМ с использованием встречно-штыревых Шоттки барьерных контактов к эпитаксиальной пленке NiO. Низкие темновые токи показывают перспективность диодных структур для создания детекторов излучения УФ-части спектра.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gupta R.K., Hendi A.A., Cavas M. et al. // Phys. E. 2014. V. 56. P. 288.
2. Choi J.-M., Im S. // Appl. Surface Sci. 2005. V. 244. № 1-4. P. 435.
3. Steinebach H., Kannan S., Rieth L., Solzbacher F. // Sensors Actuators B: Chem. 2010. V. 151. P. 162.
4. Sato H., Minami T., Takata S., Yamada T. // Thin Solid Films. 1993. V. 236. № 1-2. P. 27.
5. Lou X.C., Zhao X.J., He X. // Solar Energy. 2009. V. 83. № 12. P. 2103.
6. Shinde V.R., Gujar T.P., Lokhande C.D. et al. // Mater. Chem. Phys. 2006. V. 96. № 2-3. P. 326.
7. Park S.-W., Choi J.M., Kim E., Im S. // Appl. Surf. Sci. 2005. V. 244. № 1. P. 439.
8. Ohta H., Hirano M., Nakahara K. et al. // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 83. № 5. P. 1029.
9. Kakehi Y., Nakao S., Satoh K., Kusaka T. // J. Crystal Growth. 2002. V. 237-239. Pt. 1. P. 591.
10. Lindahl E., Lu J., Ottosson M., Carlsson J.-O. // J. Crystal Growth. 2009. V. 311. № 16. P. 4082.
11. Wang Y., Ghanbaja J., Boulet P. et al. // Acta Materialia. 2019. V. 164. P. 648.
12. Ahmed A.A., Devarajan M., Afzal N. // Sensors and Actuators A: Phys. 2017. V. 262. P. 78.
13. Manjnatra K.N., Paul Sh. // Appl. Surface Sci. 2015. V. 352. P. 10.

14. Лузанов В.А. // РЭ. 2020. Т. 65. № 12. С. 1206.
15. Бланк Т.Б., Гольдберг Ю.А. // Физика и техника полупроводников. 2003. Т. 37. № 9. С. 1025.
16. Lin D.Y., Chen W.L., Lin W.C. et al. // Phys. Stat. Solidi. 2006. V. C-3. № 6. P. 1983.
17. Surender S., Probakaran K., Pradeep S. et al. // Opt. Mater. 2023. V. 136. Article No. 113462.
18. Tauc J. // Mater. Res. Bull. 1968. V. 3. № 1. P. 37.
19. Hadi A.A., Badr B.A., Mahdi R.O., Khashan K.S. // Optic-Int. J. Light and Electron Optics. 2020. V. 219. Article No. 165019.
20. Averine S.V., Chan Y.C., Lam Y.L. // Solid-State Electron. 2001. V. 45. № 3. P. 441.
21. Ahmed A.A., Hashim M.R., Abdalrheem R., Rashid M. // J. Alloys Comp. 2019. V. 798. P. 300.

## NICKEL OXIDE EPITAXIAL FILMS AND DIODE STRUCTURES BASED ON THEM

S. V. Averin\*, V. A. Luzanov, V. A. Zhitov, L. Yu. Zaharov, V. M. Kotov, M. P. Temiryazeva,  
E. N. Mirgorodskaya

*Fryazino branch Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS,  
Vvedensii Squar. 1, Fryazino, Moscow oblast, 141190 Russian Federation*

*\*E-mail: sva278@ire216.msk.su*

Received February 15, 2024, revised February 15, 2024, accepted February 27, 2024

Epitaxial NiO films on LiNbO<sub>3</sub> substrates were produced using magnetron sputtering. Optimal conditions for deposition of NiO films to achieve their high crystalline perfection were found. Optical properties of NiO films were studied in the wavelength range of 250...800 nm. The band gap of nickel oxide was determined. Semiconductor diode structures in the form of interdigital Schottky barrier contacts to the epitaxial NiO film were fabricated. The current-voltage characteristics of the diode structures demonstrate low dark currents and the possibility of creating photodetectors for the UV part of the spectrum with a long-wavelength boundary of 340 nm on their basis.

**Keywords:** epitaxial films, optical properties of films, semiconductor structures, Schottky barrier, photodetector, dark current

УДК 537.533

## ГЕОМЕТРИЗОВАННАЯ ТЕОРИЯ ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУШЕК С ЭКРАНИРОВАННЫМ КАТОДОМ

© 2024 г. Т. М. Сапронова, В. А. Сыровой

ВЭИ – филиал ФГУП "РФЯЦ – ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина",  
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация  
E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 13.04.2023 г.

После доработки 02.04.2023 г.

Принята к публикации 20.08.2023 г.

Обсуждаются алгоритм и результаты расчетов плотного электронного пучка с экранированного от магнитного поля катода при эмиссии в р-режиме на основе геометризованной теории второго приближения.

*Ключевые слова:* геометризованная теория, второе приближение, плотный электронный пучок

DOI: 10.31857/S0033849424090138, EDN: HQVCCM

### ВВЕДЕНИЕ

Геометризованная теория основана на новой форме уравнений плотного пучка, записанных в заранее неизвестной системе криволинейных координат  $x^i$ , связанной с траекториями частиц (линии  $x^1$ ) или трубками тока (поверхности  $x^2 = \text{const}$ ). В общем случае релятивистских потоков и пучков с нерелятивистскими скоростями в произвольно ориентированном внешнем магнитном поле система  $x^i$  оказывается неортогональной. Помимо уравнений движения, в которых в результате упомянутых действий уменьшается число компонент скорости, и уравнений Максвелла система геометризованных уравнений включает условия эвклидовости пространства – шесть тождеств Ляме, представляющих собой нелинейные уравнения в частных производных второго порядка относительно элементов метрического тензора  $g_{ik}$ .

Геометризованный подход позволяет рассмотреть ряд задач, связанных с произвольной ориентацией магнитного поля на катоде, недоступных для классической параксиальной теории. Достаточно отметить, что задача об электронно-оптической системе гиротрона с узким электронным пучком не допускает применения параксиального формализма при эмиссии в р-режиме из-за невозможности выполнить условия эмиссии на катоде с наклоненным под острым углом магнитным полем.

Тестирование геометризованных моделей на эталонных точных решениях показало [1], что уже первое приближение имеет значительные

преимущества перед параксиальной теорией в тех задачах, где оба подхода могут быть применены.

Использование высших приближений геометризованной теории открывает возможность синтеза электронных пучков, выходящих из класса узких по своим геометрическим параметрам.

Теория геометризованных электронных пучков в общем виде сформулирована в монографиях [2, 3], обзорных работах [4, 5] и последующих публикациях [6–9], в которых сделан новый шаг по наполнению системы координат физическим смыслом: использование в качестве продольной координаты  $x^1$  во всем поле течения потенциала электрического поля  $\phi$  или потенциала  $W$  обобщенного импульса.

Цель работы – использование второго приближения для расчета электронно-оптической системы пушки с экранированным катодом.

### 1. УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ СПЛОШНОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПУЧКА

Геометризованные уравнения двумерных пучков удалось представить [2, 3] в виде соотношения на искривленной трубке тока, которое имеет вид обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка по координате  $x^1$  относительно элемента  $g_{22}$  метрического тензора, в которое поперечная координата  $x^2$  входит как параметр, и эволюционной системы. Последняя представляет

собой совокупность уравнений, выражающих первые производные по  $x^2$  от геометрических и физических параметров потока через функции  $x^1$ , известные на базовой трубке тока. Описанная декомпозиция исходной системы уравнений позволяет перейти на соседнюю трубку тока и тем самым сформировать тело пучка.

В отличие от параксиального подхода, связанного с пренебрежением рядом "малых членов", соотношение на трубке тока и эволюционная система эквивалентны исходным точным уравнениям пучка.

Высшие приближения теории получаются в результате дифференцирования подвергнутой декомпозиции системы уравнений нужное число раз по  $x^2$  и исключении части возникающих производных по этой переменной при помощи эволюционной системы предыдущего приближения. Переход к сплошным осесимметричным потокам, уравнения модели для которых формулируются на оси  $z$ , требует раскрытия ряда неопределенностей, связанных с тем, что коэффициент Ляме  $h_3$ , соответствующий азимуту, и главная кривизна трубки тока  $k_2$ , отвечающая за осесимметричность, обращаются на оси симметрии в нуль и бесконечность:

$$h_3 = R, \quad k_2 = -\cos\theta/R; \quad 2\varphi = u^2, \quad E_v = 2k_1\varphi. \quad (1)$$

Здесь  $z, R$  – цилиндрические координаты,  $\theta$  – угол наклона трубки тока к оси  $z$ ;  $k_1$  – первая главная кривизна трубки тока;  $u, E_v$  – скорость и нормальное электрическое поле.

Рассмотрение нерелятивистских потоков при отсутствии магнитного поля можно проводить в ортогональных координатах  $x^1, x^2$  с коэффициентами Ляме  $h_1, h_2$ .

Выполнение намеченной программы приводит к следующему уравнению первого приближения на оси  $z$ :

$$h_{2,11} + \frac{1}{2}\bar{\varphi}_{,1}h_{2,1} + \frac{1}{4}\bar{\varphi}_{,11}h_2 = \frac{h_{20}^2 J}{2h_2 u^3}, \quad (2)$$

где  $J$  – плотность тока эмиссии. Для сокращенного обозначения частных производных принято правило

$$h_{2,1} \equiv \partial h_2 / \partial x^1, \quad \varphi_{,2} \equiv \partial \varphi / \partial x^2, \quad (3)$$

индекс нуль относит величину к катоду  $x^1 = 0$ , черта означает деление на  $\varphi$ :  $\bar{\varphi}_{,11} \equiv \varphi_{,11} / \varphi$ . Уравнение (2) и последующие соотношения записаны в нормировках, исключающих из уравнений пучка все физические постоянные используемой системы единиц.

Уравнение второго приближения для функции  $h_{2,22}$  имеет вид [10]

$$\begin{aligned} & h_{2,2211} + \frac{1}{2}\bar{\varphi}_{,1}h_{2,221} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\bar{\varphi}_{,11} + \frac{J}{h_2^2 u^3}\right)h_{2,22} = \\ & = \frac{3}{16}h_2^3\bar{\varphi}_{,1111} + \frac{7}{4}h_2^2h_{2,1}\bar{\varphi}_{,111} + \left(\frac{3}{8}h_2^2h_{2,11} + \frac{27}{8}h_2h_{2,1}^2\right)\bar{\varphi}_{,11} + \\ & + \frac{3}{4}h_{2,1}\left(h_2h_{2,11} + h_{2,1}^2\right)\bar{\varphi}_{,1} - \frac{1}{2}h_2h_{2,1}^2\bar{\varphi}_{,1}^2 - \frac{1}{4}h_2^2h_{2,1}\bar{\varphi}_{,1}\bar{\varphi}_{,11} - \\ & - \frac{17}{2}h_2h_{2,1}^2 - \frac{1}{2}h_{2,1}^2h_{2,11} + \frac{h_{20}^2 J}{h_2 u^3}\left(-\frac{3}{4}h_2h_{2,11} + \frac{1}{2}h_{2,1}^2 - \right. \\ & \left. - \frac{1}{4}k_{10}^2 + \frac{3}{16}h_2^2\bar{\varphi}_{,11} - \frac{9}{32}h_2^2\bar{\varphi}_{,1}^2 + \frac{9}{8}h_2h_{2,1}\bar{\varphi}_{,1} + \frac{3}{4}\bar{J}_{,22}\right). \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь  $k_{10}$  – кривизна катода на оси,  $\bar{J}_{,22} \equiv J_{,22} / J$ .

Эволюционная система первого приближения образована нечетными функциями поперечной координаты

$$R_{,2} = h_2, \quad \theta_{,2} = h_{2,1}, \quad k_{1,2} = h_{2,11}, \quad E_{v,2} = 2\varphi h_{2,11}. \quad (5)$$

Вторые производные четных функций определены выражениями

$$\begin{aligned} z_{,22} &= -h_2h_{2,1}, \quad h_{1,22} = -h_2h_{2,11}, \\ \varphi_{,22} &= h_2E_{v,2}, \quad u_{,22} = h_2h_{2,11}u. \end{aligned} \quad (6)$$

Знание функции  $h_{2,22}$  позволяет вычислить третьи производные нечетных и четвертые производные четных функций

$$\begin{aligned} R_{,222} &= h_{2,22} - h_2h_{2,1}^2, \\ E_{v,222} &= 2\varphi\left(h_{2,2211} + h_2h_{2,1}h_{2,111} + 10h_2h_{2,11}^2 + h_{2,1}^2h_{2,11}\right), \\ z_{,2222} &= -h_2h_{2,221} - 3h_{2,1}h_{2,22} - h_2^2h_{2,1}h_{2,11} + h_2h_{2,1}^3, \quad (7) \end{aligned}$$

$$\varphi_{,2222} = h_2E_{v,222} + 3h_{2,22}E_{v,2}, \quad uu_{,2222} = \varphi_{,2222} - 3u_{,22}^2.$$

Известные на оси производные (5)–(7) позволяют построить фрагменты рядов Тэйлора по поперечной координате  $x^2 \equiv y$  для искомым параметров задачи

$$\begin{aligned} \varphi &= U + \frac{1}{2}\varphi_{,22}y^2 + \frac{1}{24}\varphi_{,2222}y^4, \quad E_v = E_{v,2}y + \frac{1}{6}E_{v,222}y^3, \\ Z &= z + \frac{1}{2}z_{,22}y^2 + \frac{1}{24}z_{,2222}y^4, \quad R = R_{,2}y + \frac{1}{6}R_{,222}y^3, \quad (8) \end{aligned}$$

где  $U$  – потенциал на оси.

Последние два соотношения при фиксированном значении  $y = x^2$  определяют конфигурацию трубки тока, а при  $z = \text{const}$  являются параметрическими уравнениями ортогональной трубкам тока поверхности  $x^1 = \text{const}$ .

## 2. ПОТЕНЦИАЛ НА ОСИ

Примем для потенциала на оси  $U(z)$  следующую форму [11]:

$$U(z) = U_4 z^{4/3} [\bar{U}(z)]^2, \quad (9)$$

$$\bar{U}(z) = 1 + \bar{U}_7 z + \bar{U}_{10} z^2 + a_3 z^3 + a_4 z^4 + a_5 z^5,$$

причем в отличие от [11] коэффициенты  $\bar{U}_7$ ,  $\bar{U}_{10}$  определены результатами теории антипараксиальных разложений [2, 3], описывающих характер особенности, свойственной  $\rho$ -режиму эмиссии на катоде с неоднородным токоотбором

$$U_4 = \frac{1}{2} \left( \frac{9J}{2} \right)^{2/3}, \quad \bar{U}_7 = \frac{8}{15} \kappa_{10}, \quad \bar{U}_{10} = \frac{361}{900} \kappa_{10}^2 - \frac{4}{45} \bar{J}_{,22}. \quad (10)$$

Вторая производная плотности тока на оси является управляющим параметром задачи. Функция  $\bar{U}(z)$  за счет коэффициентов  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  должна обеспечить выход потенциала на полку при  $z = z_a$  с условиями

$$U = 1, \quad U' = 0, \quad U'' = 0. \quad (11)$$

Значения коэффициентов  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$  следуют из решения системы линейных уравнений

$$z_a^3 a_3 + z_a^4 a_4 + z_a^5 a_5 = \bar{U}_a - \left( 1 + \bar{U}_7 z_a + \bar{U}_{10} z_a^2 \right),$$

$$3z_a^2 a_3 + 4z_a^3 a_4 + 5z_a^4 a_5 = \bar{U}'_a - \left( \bar{U}_7 + 2\bar{U}_{10} z_a \right),$$

$$6z_a a_3 + 12z_a^2 a_4 + 20z_a^3 a_5 = -\frac{2\bar{U}_a}{9z_a^2} - \frac{8\bar{U}'_a}{3z_a} - \frac{\bar{U}_a'^2}{\bar{U}_a} - 2\bar{U}_{10};$$

$$\bar{U}_a = \left( U_4 z_a^{4/3} \right)^{-1/2}, \quad \bar{U}'_a = -\frac{2\bar{U}_a}{3z_a}. \quad (12)$$

## 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА ЭМИССИИ И ФОРМА КАТОДА

В общем случае геометризованная теория устанавливает связь между формой криволинейной оси пучка и распределением физических параметров на ней, с одной стороны, и конфигурацией катода и законом токоотбора – с другой. Если вблизи катода на оси пучка разложения коэффициентов Ляме и потенциала в рассматриваемом случае описываются выражениями

$$h_1 = a_0 \left( 1 + \bar{a}_3 z + \bar{a}_6 z^2 + \dots \right), \quad h_2 = b_0 \left( 1 + \bar{b}_3 z + \bar{b}_6 z^2 + \dots \right),$$

$$\varphi = \varphi_4 z^{4/3} \left( 1 + \bar{\varphi}_7 z + \bar{\varphi}_{10} z^2 + \dots \right), \quad (13)$$

то вторые производные главных кривизн  $\kappa_{10}$ ,  $\kappa_{20}$  стартовой поверхности определены формулами

$$\kappa_{10} = \kappa_{20} = -\bar{b}_3,$$

$$\frac{1}{b_0^2} \kappa_{10,22} = \frac{3}{b_0^2} \kappa_{20,22} = - \left( \frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{3,22} + 2\bar{b}_3 \bar{b}_6 \right). \quad (14)$$

Для производных плотности тока имеем

$$\frac{1}{b_0^2} \bar{J}_{,22} = 10\bar{b}_6, \quad \frac{1}{b_0^4} \bar{J}_{,2222} = -\frac{5}{b_0^4} a_{0,2222} + 360\bar{b}_6^2. \quad (15)$$

Правые части в (14), (15) в конечном счете выражаются через коэффициенты разложения потенциала,

$$\bar{\varphi}_7 = -\frac{16}{15} \bar{b}_3, \quad \bar{\varphi}_{10} = -\frac{16}{9} \bar{b}_6 + \frac{163}{150} \bar{b}_3^2, \quad T_0 = \kappa_{10} + \kappa_{20},$$

$$\bar{b}_9 = \frac{9}{74} \left( \frac{4898}{405} \bar{b}_3 \bar{b}_6 - \frac{122029}{30375} \bar{b}_3^3 - \frac{11}{3} \bar{\varphi}_{13} \right),$$

$$\bar{b}_{12} = \frac{9}{268} \left( \frac{3004}{135} \bar{b}_3 \bar{b}_9 + \frac{2114}{81} \bar{b}_6^2 - \frac{201877}{12150} \bar{b}_3^2 \bar{b}_6 - \frac{3166}{18225} \bar{b}_3^4 + \frac{1}{12} \bar{\varphi}_{10}^2 - \frac{523}{45} \bar{b}_3 \bar{\varphi}_{13} - \frac{35}{3} \bar{\varphi}_{16} \right);$$

$$\frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{3,22} = -\frac{45}{2} \bar{b}_9 - \frac{13}{2} \bar{b}_3 \bar{b}_6,$$

$$\frac{1}{b_0^4} a_{0,2222} = -\frac{2}{b_0^2} \bar{b}_{6,22} - 6\bar{b}_3 \bar{b}_9 - 4\bar{b}_6^2 - 2\bar{b}_3^2 \bar{b}_6,$$

$$\frac{1}{b_0^2} \bar{b}_{6,22} = - \left( 3\bar{b}_3 \bar{b}_9 + \frac{67}{8} \bar{b}_6^2 + \frac{1}{2} \bar{b}_3^2 \bar{b}_6 + \frac{1467}{1600} \frac{1}{b_0^2} T_{0,22} \bar{b}_3 + \frac{27}{32} \frac{1}{b_0^2} \bar{\varphi}_{10,22} \right),$$

$$\frac{1}{b_0^2} \bar{\varphi}_{10,22} = 24\bar{b}_{12} + 12\bar{b}_3 \bar{b}_9 + 4\bar{b}_6^2 +$$

$$+ (12\bar{b}_9 + 4\bar{b}_3 \bar{b}_6) \bar{\varphi}_7 + 4\bar{b}_6 \bar{\varphi}_{10}. \quad (16)$$

Из приведенных формул следует, что если ограничиться квадратичными зависимостями по поперечной координате, то условия  $\kappa_{10} = \text{const}$ ,  $J = \text{const}$ ,  $\kappa_{10,22} = \kappa_{20,22} = J_{,22} = 0$  будут выполнены для потенциала с коэффициентом разложения  $\bar{\varphi}_{13}$ , равным

$$\bar{\varphi}_{13} = -\frac{4515073}{4120875} \bar{b}_3^3 \approx -1.096 \bar{b}_3^3. \quad (17)$$

Для потенциала (9) коэффициенты разложения, входящие в формулы (16), кроме уже приведенных в (10), имеют вид

$$\bar{\varphi}_{13} = 2a_3 + 2\bar{U}_7 \bar{U}_{10}, \quad \bar{\varphi}_{16} = 2a_4 + 2a_3 \bar{U}_7 + \bar{U}_{10}^2. \quad (18)$$

4. ФОРМИРУЮЩИЕ ЭЛЕКТРОДЫ

При расчете формирующих электродов представим потенциал  $\varphi_i$  в пучке и  $\varphi$  вне пучка в виде суммы решения уравнения Лапласа с заданным распределением  $U(z)$  на оси и члена, описывающего пространственный заряд [12]

$$\varphi_i = \varphi_L + \int \frac{dR}{R} \int R \rho dR, \quad \varphi = \varphi_L + \Pi,$$

$$\varphi_L = U - \frac{1}{4} U'' R^2 + \frac{1}{64} U'''' R^4. \quad (19)$$

Функция  $\Pi$  в (19) удовлетворяет условиям сопряжения на границе пучка  $R = R_e$  с интегральным членом в выражении для  $\varphi_i$ :

$$\Pi_e = \int_0^{R_e} \frac{dR}{R} \int_0^R R \rho dR, \quad (\Pi_{,R})_e = \frac{1}{R_e} \int_0^{R_e} R \rho dR. \quad (20)$$

Плотность пространственного заряда на основе второго приближения геометризованной теории определена формулой

$$\rho = \frac{h_{20} h_{30} J}{h_2 h_3 u} = \frac{h_{20}^2}{h_2^2} \frac{J}{\sqrt{2U}} \left\{ 1 + \left[ \frac{1}{6} (h_{2,1}^2 - b_3^2) - \frac{2}{3} \frac{h_{2,22}}{h_2} + \frac{1}{2} (\bar{J}_{,22} - h_2 h_{2,11}) \right] y^2 \right\}. \quad (21)$$

Функции в (8) при степенях поперечной координаты  $y \equiv x^2$  зависят от  $z$ , причем эта величина не является координатой цилиндрической системы, но параметром, при помощи которого определяются цилиндрические координаты  $R, Z$  трубки тока  $x^2 = \text{const}$  и ортогональные им кривые  $x^1 = \text{const}$ , маркируемые на оси пучка величиной  $z$ .

Разрешим итеративно уравнения для  $R, Z$  из (8) относительно  $z, y$ :

$$y = \frac{R}{h_2}, \quad z = Z - \frac{1}{2} z_{,22} \frac{R^2}{h_2^2},$$

$$y = \frac{R}{h_2} - \frac{1}{h_2} \left( \frac{1}{6} R_{,222} - \frac{1}{2} z_{,22} h_{2,1} \right) \frac{R^3}{h_2^3}. \quad (22)$$

Исключая поперечную координату  $y$  из (21) и выполняя интегрирование, получим

$$\Pi = \frac{1}{2} \rho_0 R^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \bar{\rho}_2 R^2 \right), \quad \rho_0 = \frac{h_{20}^2}{h_2^2} \frac{J}{\sqrt{2U}},$$

$$\bar{\rho}_2 = \frac{1}{6} (h_{2,1}^2 - b_3^2) - \frac{2}{3} \frac{h_{2,22}}{h_2} + \frac{1}{2} (\bar{J}_{,22} - h_2 h_{2,11}). \quad (23)$$

Окончательное выражение для потенциала вне пучка с границей  $R = R_e(z, y), Z = Z_e(z, y)$  принимает вид

$$\varphi = \varphi_L + \frac{1}{2} \rho_0 R_e^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \bar{\rho}_2 R_e^2 \right) \ln \frac{R}{R_e} + \frac{1}{4} \rho_0 R_e^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \bar{\rho}_2 R_e^2 \right). \quad (24)$$

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве характерных величин в упоминавшемся выше приведении уравнений к безразмерному виду при выполнении расчетов приняты следующие значения для длины  $L_*$ , потенциала  $\varphi_*$  и плотности тока  $J_*$ :

$$L_* = 1 \text{ см}, \quad \varphi_* = 30 \text{ кВ}, \quad J_* = 19.3 \text{ А/см}.$$

На рис. 1 для сферического катода с радиусом кривизны  $r_c = 3$ , поперечным размером пучка на катоде  $R_c = 0.75$  и плотностью тока  $J = 0.05862$ , соответствующей току пучка  $I = 2$  А, приведены результаты интегрирования уравнений (2), (4) относительно функций  $h_2, h_{2,22}$  и их производных.

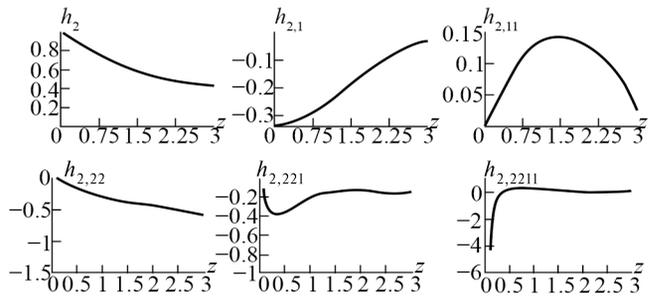
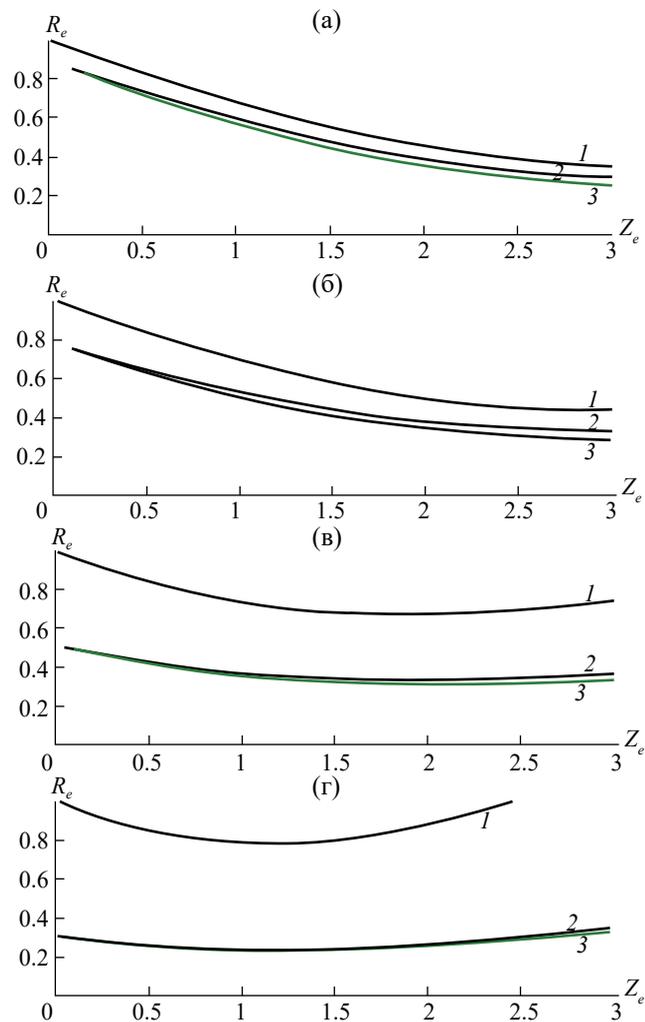


Рис. 1. Решение уравнений первого и второго приближений: функции  $h_2, h_{2,22}$  и их производные.

На рис. 2, 3 представлена зависимость конфигурации потока в первом и втором приближениях от начальной ширины пучка и соответствующие распределения потенциала на оси. Обращает на себя внимание увеличение точности первого приближения при уменьшении значения  $R_c$ , сопровождающегося ростом плотности тока эмиссии.

Влияние тока пучка при фиксированной начальной геометрии течения представлено на рис. 4, 5, в то время как рис. 6, 7 иллюстрируют эффекты, связанные с уменьшением радиуса кривизны катода, которое приводит к вариантам со значительной линейной компрессией.

Геометрия электронно-оптической системы, рассчитанной по формуле (24), приведена на рис. 9. Параксиальное выражение для лапласовского поля в (19) при сохранении члена с четвертой производной приводило к не имеющему физического смысла монотонному поведению потенциала вблизи катода, поэтому при расчетах было использовано низшее параксиальное приближение.

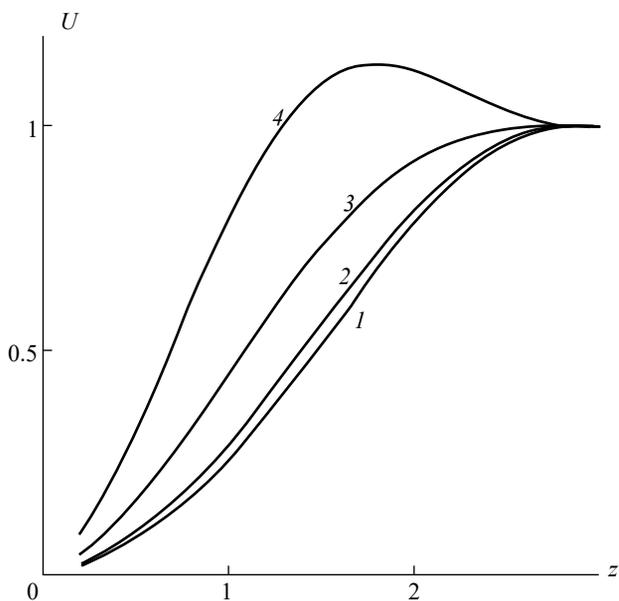


**Рис. 2.** Зависимость конфигурации потока от начальной ширины пучка  $R_c$  при  $I = 2, r_c = 3$ : а)  $R_c = 0.85, J = 0.045425$ , б)  $R_c = 0.75, J = 0.05862$ , в)  $R_c = 0.5, J = 0.13309$ ; г)  $R_c = 0.3, J = 0.37136$ ; кривая 1 –  $h_2$ , кривая 2 –  $R_{e1}$  в первом приближении, кривая 3 –  $R_{e2}$  во втором приближении.

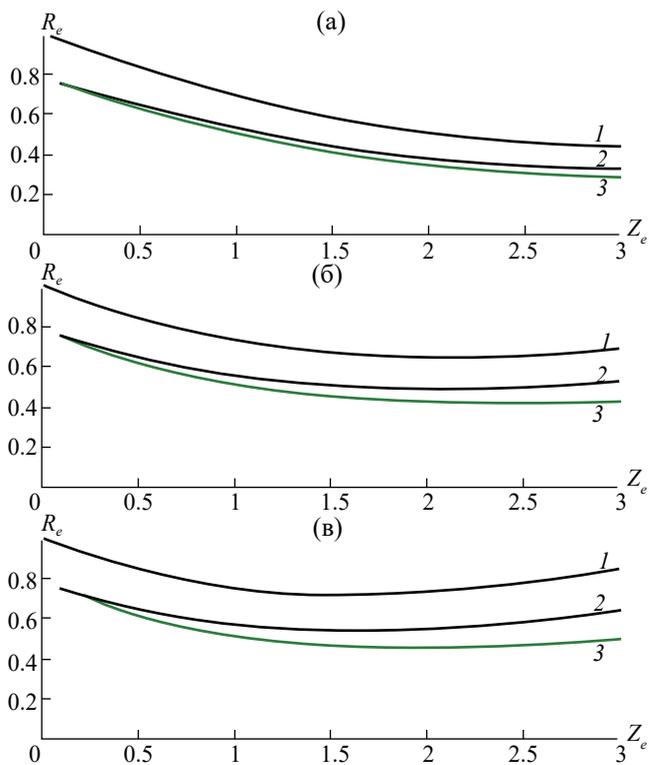
**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Анализ результатов позволяет выявить область параметров, в которой первое приближение геометризованной теории обладает высокой точностью, в то время как использование двух приближений позволяет рассчитывать электронные потоки с отношением поперечного размера к продольному размеру в диапазоне 0.25...0.5, в том числе пучки с высокой линейной компрессией.

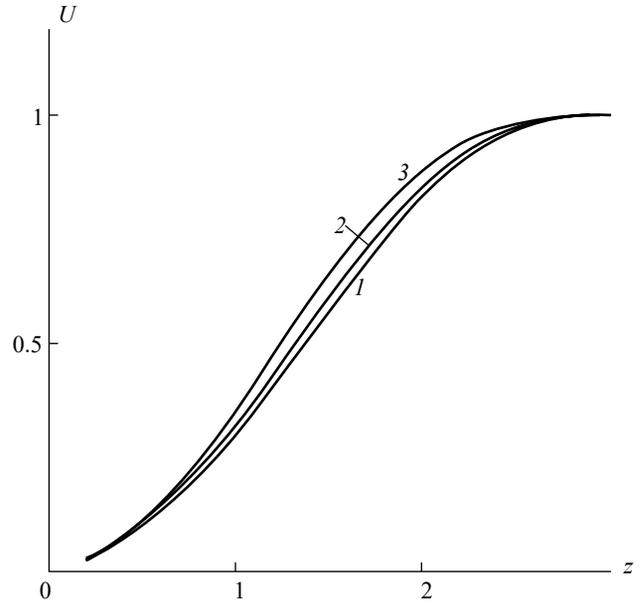
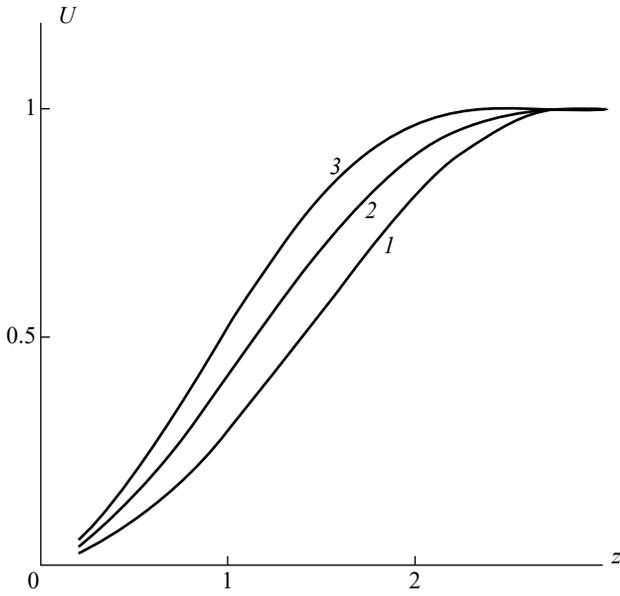
Разработка электронных приборов с ранее не рассматривавшимися экстремальными параметрами по сути своей является задачей синтеза, хотя и не всегда может быть решена на основании приближенных теоретических моделей без



**Рис. 3.** Распределение потенциала  $U(z)$  на оси при разной начальной ширине пучка: кривые 1...4 соответствуют случаям, представленным на рис. 2а, 2б, 2в, 2г.

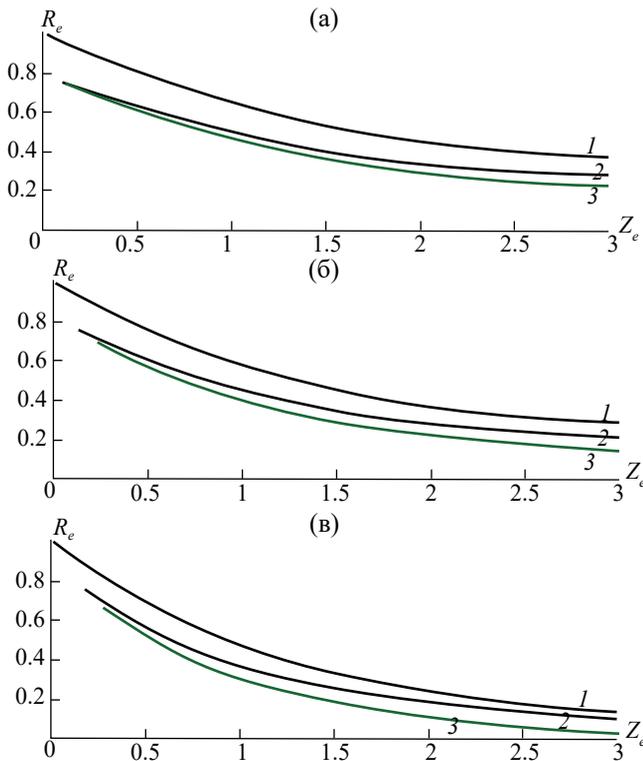


**Рис. 4.** Зависимость конфигурации потока от тока пучка при  $R_c = 0.75, r_c = 3$ : а)  $I = 2, J = 0.05862$ , б)  $I = 4, J = 0.11724$ , в)  $I = 6, J = 0.17586$ .

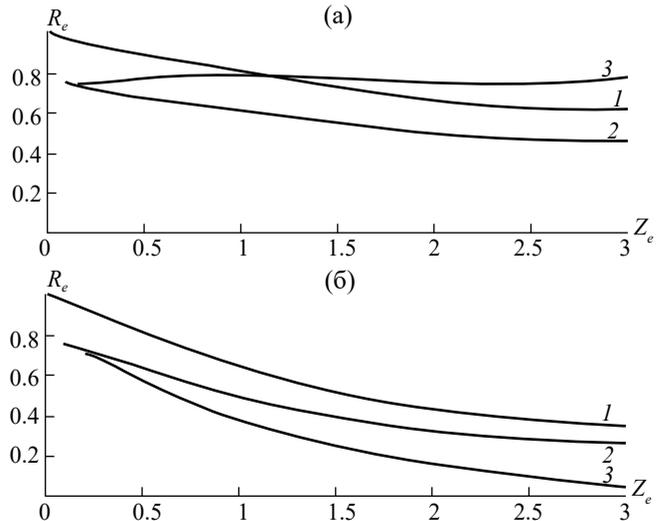


**Рис. 5.** Распределение потенциала  $U(z)$  на оси при различном токе пучка: кривые 1...3 соответствуют случаям, представленным на рис. 4а, 4б, 4в.

**Рис. 7.** Распределение потенциала  $U(z)$  на оси при различной кривизне катода: кривые 1...3 соответствуют случаям, представленным на рис. 6а, 6б, 6в.



**Рис. 6.** Зависимость конфигурации потока от кривизны катода при  $I = 2$ ,  $R_c = 0.75$ : а)  $r_c = 2.5$ , б)  $r_c = 2.0$ , в)  $r_c = 1.5$ .



**Рис. 8.** Роль  $\bar{J}_{22}$  как управляющего параметра: а)  $\bar{J}_{22} = 3.55$ , б)  $\bar{J}_{22} = -1.78$ , двукратное увеличение и падение плотности тока эмиссии к периферии катода.

привлечения численных методов. Упомянутые модели, однако, могут играть роль нулевого приближения, обладая при этом преимуществами перед лобовым численным подходом по части описания окрестности сингулярных эмитирующих поверхностей как в области, заполненной зарядами, так и в лапласовской окрестности кромки катода (тепловой зазор [13]).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

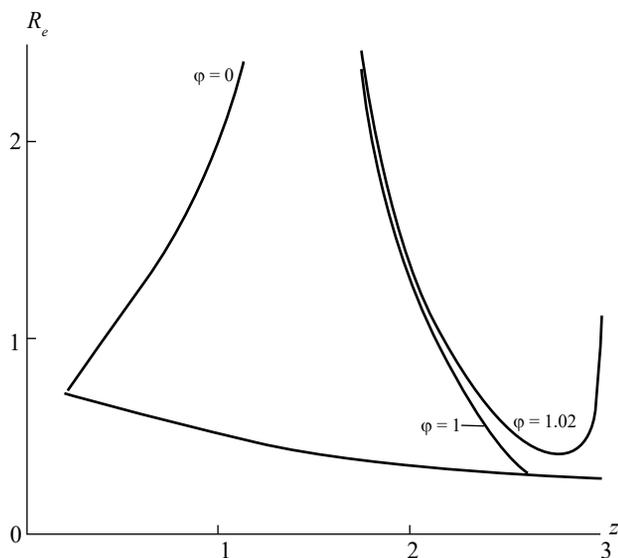


Рис. 9. Конфигурация электронно-оптической системы при  $R_c = 0.75$ ,  $r_c = 3$ ,  $I = 2$ ,  $J = 0.05862$ .

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

1. Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 6. С. 726.
2. Сыровой В.А. Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
3. Syrovoy V.A. Theory of Intense Beams of Charged Particles. Amsterdam: Elsevier, 2011.
4. Сыровой В.А. // РЭ. 1999. Т. 44. № 6. С. 645.
5. Сыровой В.А. // Прикл. физика. 2002. № 3. С. 25.
6. Сыровой В.А. // РЭ. 2013. Т. 58. № 6. С. 614.
7. Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 5. С. 502.
8. Сыровой В.А. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 82.
9. Сыровой В.А. // РЭ. 2022. Т. 67. № 6. С. 615.
10. Сыровой В.А. // РЭ. 2023. Т. 68. № 5. С. 472.
11. Невский П.В. Теория В.Т. Овчарова и примеры ее использования при расчете электронно-оптических систем электровакуумных приборов. Обзоры по электронной технике // Электроника СВЧ. Сер. 1. № 15. 1989.
12. Сыровой В.А. Введение в теорию интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
13. Сыровой В. А., Свешиников В. М., Козырев А. Н. Аналитическое и численное моделирование интенсивных пучков заряженных частиц. Новосибирск: СО РАН, 2023.

## GEOMETRIZED SECOND APPROXIMATION THEORY FOR ELECTRON GUNS WITH MAGNETICALLY SHIELDED CATHODE

T. M. Saproнова, V. A. Syrovoy

VEI – the Branch of FSUE "RFNC – VNIITF named after Acad. E. I. Zababakhin",  
Krasnokazarmennaya Str. 12, Moscow, 111259 Russian Federation  
E-mail: red@cplire.ru

Received October 13, 2022, revised April 02, 2023, accepted August 20, 2023

The algorithms and results of calculations for electron beams from magnetically shielded cathode in  $\rho$  - mode emission are discussed using the second approximation of geometrized theory.

*Keywords:* geometrized theory, second approximation, dense electron beams

---

---

ПАМЯТИ ДМИТРИЯ СЕРГЕЕВИЧА ЛУКИНА

---

---



21 августа 2024 г. на 87 году жизни скончался Дмитрий Сергеевич Лукин – выдающийся российский ученый в области распространения и дифракции радиоволн, доктор физико-математических наук, профессор, лауреат Государственной премии СССР в области науки и техники, член редколлегии журнала “Радиотехника и электроника”.

Путь в науку Дмитрий Сергеевич Лукин начал на кафедре «Антенны и распространение радиоволн» Московского физико-технического института, будучи студентом второго курса. После окончания института в 1962 г. Дмитрий Сергеевич продолжил работу на этой кафедре. В 1979 г. он возглавил кафедру, переименованную к тому времени в кафедру “Распространение радиоволн и космическая радиосвязь”, а с 1985 г. – в кафедру “Физико-математические проблемы волновых процессов”. Под его руководством коллектив

кафедры продолжил работу в таких областях радиофизики, как распространение, дифракция и фокусировка радиоволн в ионосфере, магнитосфере и тропосфере Земли, дистанционное зондирование сред, динамический хаос.

В 1965 г. Д.С. Лукин защитил кандидатскую диссертацию, а в 1984 г. – докторскую диссертацию. Он являлся автором более 400 научных работ и четырех монографий.

Одним из первых направлений научной работы Д.С. Лукина, выполненной под руководством заведующего кафедрой профессора А.Н. Казанцева, стал цикл работ по численному моделированию распространения радиоволн при связи с искусственными спутниками Земли и пилотируемыми космическими кораблями. Д.С. Лукиным предложен метод бихарактеристик для прогнозирования условий радиосвязи в околоземном космическом пространстве. Значительные успехи

были достигнуты Д.С. Лукиным при моделировании волновых полей в областях фокусировки электромагнитных волн в неоднородных средах.

Дмитрий Сергеевич внес значительный вклад в развитие и применение асимптотических методов в теории дифракции, фокусировки и распространения радиоволн в реальных природных средах (в сильно поглощающих грунтах с дисперсией, строительных материалах, в атмосфере Земли и планет, в ионосферной и магнитосферной плазме, подземной радиолокации).

Работы Д.С. Лукина имеют не только важное теоретическое, но и существенное практическое значение. Научные результаты, полученные Д.С. Лукиным, были внедрены при проектировании линий связи, радиолокации и радионавигации, при создании антенно-фидерных устройств для ряда космических аппаратов, при построении моделей тропосферы и ионосферы Земли, Марса, Венеры и Юпитера.

Дмитрий Сергеевич вел большую педагогическую и научно-организационную работу. Одним из результатов его деятельности стало создание научной школы, в рамках которой совместно с учениками Д.С. Лукин создал новое научное направление в радиофизике – “Волновую теорию катастроф”. Дмитрием Сергеевичем подготовлено 35 кандидатов наук, 7 из которых впоследствии стали докторами наук. С 1975 г. он являлся председателем секции “Распространение и дифракция радиоволн” в Центральном правлении РНТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, а с 2009 г. – председателем Научного совета ОФН РАН по распространению радиоволн. По инициативе Д.С. Лукина была возрождена традиция проведения Всероссийской школы-конференции по дифракции и распространению волн.

Научная и педагогическая работа Д.С. Лукина получили признание и оценку. Он был удостоен премии Ленинского комсомола 1971 г. за “Цикл научных работ по исследованию

распространения радиоволн, излучаемых ИСЗ, ракет и космических межпланетных станций” и премии Совета Министров СССР за работу “Телец” (1985 г.). За разработку и применение асимптотических методов в теории дифракции и распространения электромагнитных волн Д.С. Лукину и его ученикам в 1990 г. была присуждена Государственная премия СССР в области науки и техники. Исследования Д.С. Лукина были отмечены Государственной научной стипендией в области физики и астрономии СССР и стипендией DAAD, а также почетными грамотами Минвуза РСФСР и России. В 1987 г. он был награжден знаком “Высшая школа СССР. За отличные успехи в работе”. За личный вклад в развитие фундаментальных исследований в области распространения радиоволн, создание научной школы, разработку и создание систем космической связи, активную и плодотворную работу по подготовке научных кадров высшей квалификации Д.С. Лукин в 1996 г. был удостоен почетного звания “Заслуженный деятель науки Российской Федерации”, а в 2008 г. – звания “Почетного работника высшего профессионального образования».

Будучи ярким и выдающимся представителем радиофизической школы, Дмитрий Сергеевич успешно трудился над решением проблем в этой области. Перспективность заложенных и развитых им научных направлений, глубина и оригинальность анализа широчайшего круга радиофизических проблем, фундаментальное значение получаемых результатов всегда служили образцом для коллег и учеников.

Дмитрий Сергеевич был интеллигентным, образованным человеком; замечательным товарищем; учителем, воспитавший целую плеяду учеников. Его жизненный путь является ярким примером величия человека науки.

Редакция и редколлегия журнала, все близко знавшие Дмитрия Сергеевича глубоко скорбят о кончине замечательного человека и ученого и выражают соболезнование родным и близким покойного.