

УДК 621.396.01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ ОШИБОК ИМИТАЦИИ ШУМОВ УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАСПРЕДЕЛЕННОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБЪЕКТА, ЗАМЕЩАЕМОГО ДВУХТОЧЕЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

© 2024 г. А. В. Киселев*, А. В. Таюров

Новосибирский государственный технический университет,
просп. К. Маркса, 20, Новосибирск, 630073 Российская Федерация

*E-mail: nil_rtu@mail.ru

Поступила в редакцию 13.02.2024 г.

После доработки 08.05.2024 г.

Принята к публикации 22.05.2024 г.

Рассмотрено замещение распределенного радиолокационного объекта простейшим двухточечным матричным имитатором. При этом распределенный объект замещается моделью, составленной из двух точек. Показано, что это приводит к ошибкам моделирования, выражающимся в изменении математического ожидания угловых шумов координат. Получены соотношения, позволяющие, во-первых, оценить эти ошибки и, во-вторых, задавать разнос точек модели, при котором гарантируется их допустимый уровень.

Ключевые слова: имитация, двухточечная модель, имитация угловых шумов, математическое ожидание ошибки имитации углового положения, замещение распределенного объекта

DOI: 10.31857/S0033849424080129, EDN: HNQGIU

ВВЕДЕНИЕ

Обязательным элементом разработки и испытаний радиолокационных станций (РЛС) является этап имитационного моделирования, заключающийся в том, что РЛС подвергаются воздействию сигналов и помех, моделирующих реальную радиоэлектронную обстановку [1, 2]. Использование имитации позволяет существенно сократить объем и стоимость натуральных испытаний [3].

Одной из наиболее сложных задач имитационного моделирования радиолокационной обстановки считается имитация отражений от объектов, распределенных по угловым координатам [4, 5]. Для ее решения обычно применяют тандем из имитатора эхосигналов и их преобразователя в электромагнитные поля в области размещения антенны РЛС [6]. В качестве такого преобразователя наиболее перспективны так называемые матричные имитаторы (МИ), представляющие собой систему неподвижных излучателей, размещаемых в дальней зоне антенны станции [7, 8]. Как известно [4], при

выполнении условий неразрешимости излучателей по угловым координатам эта система обеспечивает формирование кажущегося центра излучения (КЦИ), угловое положение которого определяется отношением амплитуд и разностью фаз сигналов, подводимых к излучателям МИ [9]. Управляя ими, устанавливают требуемое положение КЦИ. При этом важнейшая характеристика МИ – точность установки углового положения КЦИ.

Цель работы – оценить погрешности установки углового положения, обусловленные распределенностью замещаемого объекта.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Как показано в [10], для простейшего одномерного МИ, состоящего из двух излучателей (рис. 1), ошибка установки углового положения КЦИ, равная разности между измеренным сканирующей антенной с игольчатой диаграммой направленности ($\xi_{\text{изм}}$) и устанавливаемым (требуемым) (ξ) положением КЦИ, определяется выражением

$$\chi(\xi) = \xi_{\text{изм}} - \xi = -\text{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 - 3\xi^2 P^2 + 3\xi^4 P + \xi^4} + (\xi^3 - \xi)(1 + j\sqrt{3})} \right], \quad (1)$$

где $P = \frac{1}{8^2} \frac{r_2}{6r_4}$; r_2, r_4 – коэффициенты полинома $(r_0 + r_2\alpha^2 + r_4\alpha^4)$, аппроксимирующего главный

лепесток игольчатой диаграммы направленности антенны (ДНА) РЛС; $\alpha, \pm\delta$ – угловое положение оси ДНА и излучателей МИ соответственно (см. рис. 1); $\alpha_{0.5}$ – полуширина диаграммы направленности антенной системы по уровню половинной мощности; j – мнимая единица.

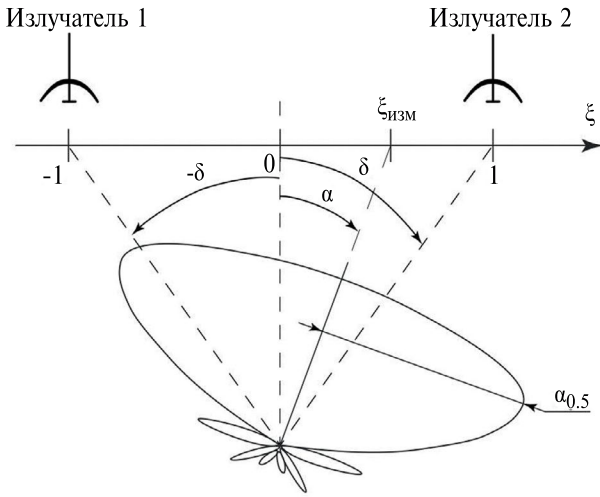


Рис. 1. Двухточечный матричный имитатор.

В формуле (1) значение P всегда меньше нуля, поэтому подкоренное выражение $(P^3 - 3\xi^2 P^2 + 3\xi^4 P + \xi^4)$ отрицательно, что после извлечения корня и суммирования с $(\xi^3 - \xi)$ дает комплексный результат с ненулевой мнимой частью. Он умножается на $1+j\sqrt{3}$. Реальная часть результата перемножения и дает искомую величину ошибки. Вывод формулы подробно рассмотрен в [10]. Значения ξ и $\xi_{изм}$ в (1) нормированы к δ .

Для распределенного по угловой координате замещающего объекта характерно перемещение КЦИ случайным образом [4]. Это явление называется шумами координат (ШК). Они имеют функцию плотности распределения вероятности (ПРВ) [4]:

$$W(\xi, m, \mu) = \frac{\mu}{2(1 + \mu^2(\xi - m)^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

где m – математическое ожидание положения КЦИ распределенного объекта; μ – параметр, определяющий рассеяние ШК, обратно пропорционален ширине ПРВ.

При имитации МИ должен устанавливаться текущее угловое положение КЦИ, равное расчетному, с учетом этих ШК. При этом логично ожидать, что из-за ошибки (1) математическое ожидание положения КЦИ, получаемое на матричном имитаторе, будет отличаться от математического ожидания положения КЦИ замещаемого распределенного

объекта (m). То есть математическое ожидание положения КЦИ будет отличаться от m . Оценим разницу этих математических ожиданий.

На рис. 2 представлен пример расчета функции ошибки, вычисленной по (1) для ДНА, имеющей вид функции Гаусса. Видно, что она кососимметрична, в пределах матрицы близка к квадратичной зависимости, при значительных выходах за $\xi = \pm 1$ близка к линейной.

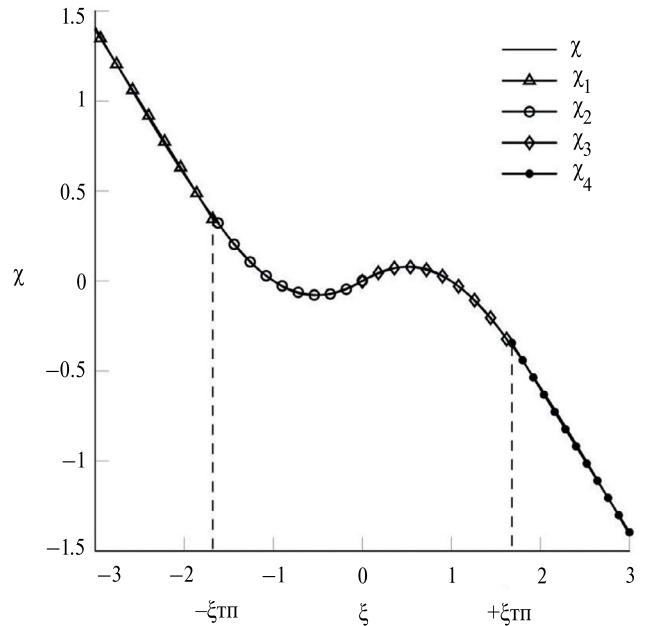


Рис. 2. Зависимость ошибки пеленга χ от заданного положения КЦИ для $\delta = 0.5\alpha_{0.5}$, а также результаты ее аппроксимации линейными (χ_1 и χ_4 (3)) и квадратичными зависимостями (χ_2 и χ_3 (4)); $\pm \xi_{ТП}$ – положения точек перехода от линейной аппроксимации к квадратичной.

В связи с этим математическое ожидание ошибки установки ξ , определяющей ошибки имитации углового положения объекта, можно записать в виде

$$F_1(m, \nu) = \int_{-\xi_{\max}}^{-\xi_{ТП}} \chi_1(\xi)W(\xi, m, \nu)d\xi + \int_{-\xi_{ТП}}^0 \chi_2(\xi)W(\xi, m, \nu)d\xi + \int_0^{\xi_{ТП}} \chi_3(\xi)W(\xi, m, \nu)d\xi + \int_{\xi_{ТП}}^{\xi_{\max}} \chi_4(\xi)W(\xi, m, \nu)d\xi,$$

где $\chi_1(\xi), \chi_2(\xi), \chi_3(\xi), \chi_4(\xi)$ – функции, аппроксимирующие $\chi(\xi)$ на участках $-\xi_{\max} < \xi < -\xi_{ТП}$,

$-\xi_{\text{ТП}} \leq \xi \leq 0, 0 \leq \xi \leq \xi_{\text{ТП}}, \xi_{\text{ТП}} < \xi < \xi_{\text{max}}$ (см. рис. 2);
 $-\xi_{\text{ТП}}, \xi_{\text{ТП}}$ – положения точек перехода (ТП);
 $-\xi_{\text{max}}, \xi_{\text{max}}$ – пределы интегрирования; $v = \mu k_y$;
 k_y – отношение разности излучателей МИ и углового размера объекта.

Судя по рис. 2, в качестве аппроксимирующих полиномов логично использовать

$$\chi_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \chi_4(\xi) = d_0 + d_1\xi, \quad (3)$$

$$\chi_2(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2, \chi_3(\xi) = c_0 + c_1\xi + c_2\xi^2. \quad (4)$$

Причем в силу косой симметрии функции (1) коэффициенты аппроксимации соотносятся как

$$a_0 = -d_0, a_1 = d_1, b_0 = -c_0, b_1 = c_1, b_2 = -c_2,$$

тогда

$$\chi_1(\xi) = a_0 + a_1\xi, \chi_2(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2,$$

$$\chi_3(\xi) = -b_0 + b_1\xi - b_2\xi^2, \chi_4(\xi) = -a_0 + a_1\xi.$$

Неизвестные коэффициенты a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 зависят от ДНА антенны РЛС, базы МИ и положения точек перехода.

При использовании аппроксимаций (3) и (4) после интегрирования (выполненного с использованием справочных данных, приведенных в [11]), получим

$$\begin{aligned} F_1(m, v) &= F_{11}(m, v) + F_{12}(m, v) + \\ &+ F_{13}(m, v) + F_{14}(m, v) \\ F_{11} &= \int_{-\xi_{\text{max}}}^{-\xi_{\text{ТП}}} \chi_1(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}}^{-\xi_{\text{ТП}}} (a_0 + a_1\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \left(\left((m + \xi_{\text{max}})(a_1 m + a_0)v^2 + a_1 \right) \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} - \right. \\ &\left. - \left((m + \xi_{\text{ТП}})(a_1 m + a_0)v^2 + a_1 \right) \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right) / \\ &\left/ \left(2v\sqrt{v^2(m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} \sqrt{v^2(m + \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right); \right. \\ F_{12} &= \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^0 \chi_2(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{ТП}}}^0 (b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2) W(\xi, m, v) d\xi = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \left(\left(-b_2 \left(\operatorname{arsh}(v(m + \xi_{\text{ТП}})) - \right) \sqrt{v^2 m^2 + 1} + \right. \right. \\ &\left. \left. + v \left(mv^2(b_2 m^2 + b_1 m + b_0) + \right) \right) \sqrt{(m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} - \right. \\ &\left. - v \sqrt{v^2 m^2 + 1} \left(v^2(m + \xi_{\text{ТП}})(b_2 m^2 + b_1 m + b_0) + \right) \right) / \\ &\left/ \left(2v^2 \sqrt{(m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} \sqrt{v^2 m^2 + 1} \right); \right. \\ F_{13} &= \int_0^{\xi_{\text{ТП}}} \chi_3(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_0^{\xi_{\text{ТП}}} (-b_0 + b_1\xi - b_2\xi^2) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= - \left(\left(-b_2 \left(\operatorname{arsh}(v(m - \xi_{\text{ТП}})) - \right) \sqrt{v^2 m^2 + 1} + \right. \right. \\ &\left. \left. + v \left(mv^2(b_2 m^2 - b_1 m + b_0) + \right) \right) \sqrt{(m - \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} - \right. \\ &\left. - v \left(v^2(m - \xi_{\text{ТП}})(b_2 m^2 - b_1 m + b_0) + \right) \sqrt{v^2 m^2 + 1} \right) / \\ &\left/ \left(2v^2 \sqrt{(m - \xi_{\text{ТП}})^2 v^2 + 1} \sqrt{v^2 m^2 + 1} \right); \right. \\ F_{14}(m, v) &= \int_{\xi_{\text{ТП}}}^{\xi_{\text{max}}} \chi_4(\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \int_{\xi_{\text{ТП}}}^{\xi_{\text{max}}} (-a_0 + a_1\xi) W(\xi, m, v) d\xi = \\ &= \left(\left((m - \xi_{\text{max}})(-a_1 m + a_0)v^2 - a_1 \right) \times \right. \\ &\left. \times \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} - \right. \\ &\left. - \left((m - \xi_{\text{ТП}})(-a_1 m + a_0)v^2 - a_1 \right) \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right) / \\ &\left/ \left(2v\sqrt{v^2(m - \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} \sqrt{v^2(m - \xi_{\text{max}})^2 + 1} \right). \right. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 F_1(m, v) = & - \left(\left(\left(\left(\left(2b_2 \left(\operatorname{arsh}(mv) - \frac{\operatorname{arsh}(v(m - \xi_{\text{ТП}}))}{2} - \frac{\operatorname{arsh}(v(m + \xi_{\text{ТП}}))}{2} \right) \right) \times \right. \right. \right. \\
 & \times \sqrt{v^2 m^2 + 1} + 2 \left((b_2 m^2 + b_0) v^2 + b_2 \right) m v \sqrt{v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2 + 1} + \sqrt{v^2 m^2 + 1} \times \\
 & \times \left((-b_2 m^2 + (a_1 - b_1) m + a_0 - b_0) (m + \xi_{\text{ТП}}) v^2 - b_2 m + b_2 \xi_{\text{ТП}} + a_1 - b_1 \right) v \times \\
 & \times \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{max}})^2 v^2} - \sqrt{m^2 v^2 + 1} \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2} \times \\
 & \times v \left((m + \xi_{\text{max}}) (a_1 m + a_0) v^2 + a_1 \right) \Big) \times \\
 & \times \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} + v \sqrt{1 + v^2 m^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \times \\
 & \times \left((m - \xi_{\text{ТП}}) (-b_2 m^2 + (-a_1 + b_1) m + a_0 - b_0) v^2 - b_2 m - b_2 \xi_{\text{ТП}} - a_1 + b_1 \right) \Big) \times \\
 & \times \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{max}})^2 v^2} - \sqrt{m^2 v^2 + 1} \sqrt{1 + (m + \xi_{\text{ТП}})^2 v^2} \times \\
 & \times \left((m - \xi_{\text{max}}) (-a_1 m + a_0) v^2 - a_1 \right) \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} v \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \Big) \Big) / \\
 & \Big/ \left(2v^2 \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{max}})^2} \sqrt{1 + v^2 (m + \xi_{\text{ТП}})^2} \times \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{ТП}})^2} \sqrt{1 + v^2 m^2} \sqrt{1 + v^2 (m - \xi_{\text{max}})^2} \right). \quad (5)
 \end{aligned}$$

2. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Проанализируем полученные зависимости. Определим диапазоны изменения входящих в них переменных и рассчитаем по выражению (5) значения получаемых для них ошибок.

Численные расчеты, выполненные для типовых форм главного лепестка ДНА (вида \cos , \cos^2 , \cos^3 , sinc , sinc^2 , экспонента Гаусса), показали, что наибольшее значение $P = r_2/r_4$ имеет место для ДНА вида экспонента Гаусса (оно составляет $-5.765\alpha_{0.5}^2$), а наименьшее – для функции \cos (оно равно $-19.446\alpha_{0.5}^2$).

Математическое ожидание m ограничено условием размещения моделируемого объекта в пределах матрицы, что отвечает условию минимальных искажений ДНА [12], т.е. $-1 \leq m \leq 1$.

По поводу диапазона изменения параметра μ можно отметить следующее. Как показано в [4], для типовых распределений отражающих свойств по поверхности объекта (равномерное, треугольное и т.д.) $1 \leq \mu \leq 2\sqrt{3}$. При $k_y = 1$ угловые размеры объекта совпадают с разносом излучателей МИ. Наибольшая ошибка в установке позиции КЦИ будет наблюдаться при максимально широкой ПРВ

ШК, т.е. при $k_y \mu = 1$. Результаты расчетов по формуле (5) величины ошибки для перечисленных условий представлены на рис. 3.

Как видно из рисунков, максимальное значение первого момента ошибки растет с увеличением размера матрицы (т.е. δ), причем большая ошибка имеет место для ДНА вида экспонента Гаусса.

Расчеты для меньших размеров имитируемого объекта (k_y больше единицы) показали (рис. 4), что при малом разносе излучателей математическое ожидание ошибки определяется погрешностями установки углового положения КЦИ в пределах матрицы. По мере роста разноса характер зависимости математического ожидания ошибки от m начинает повторять зависимость, показанную на рис. 2. В пределе (при k_y , стремящемся к бесконечности), очевидно, получим $F_1(m) = \chi(m)$.

Выявленные ошибки приведут к погрешностям установки положения имитируемого распределенного объекта по угловым координатам. Их максимальные значения, нормированные к угловым размерам замещающего объекта, приведены на рис. 5.

Видно, что максимальная ошибка в установке углового положения КЦИ составляет порядка 77%

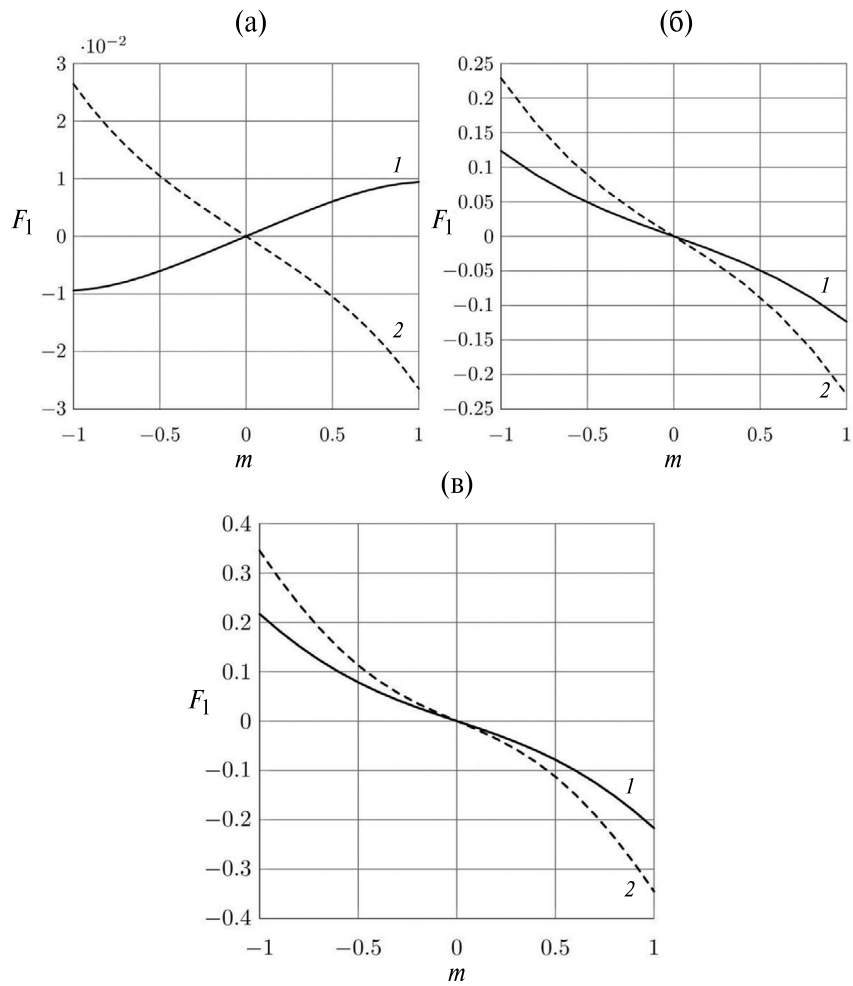


Рис. 3. Зависимости среднего значения ошибки пеленга от m при $k_y = 1, \mu = 1$ для $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а), $0.5\alpha_{0.5}$ (б) и $\alpha_{0.5}$ (в): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

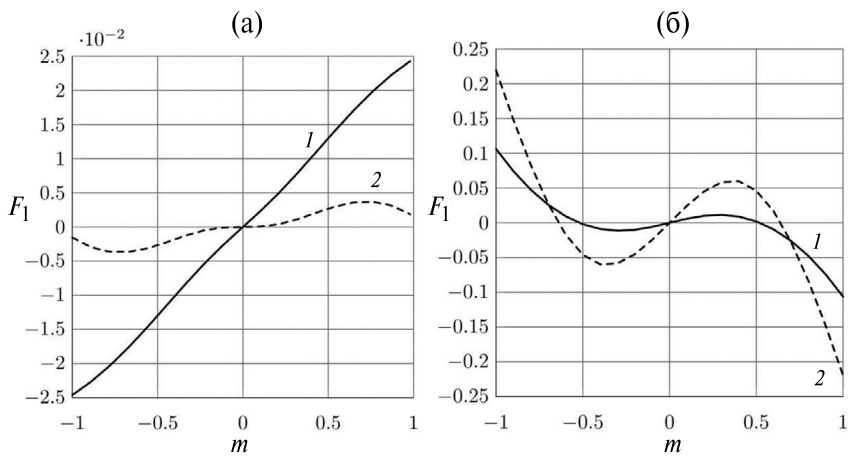


Рис. 4. Математическое ожидание ошибки при $k_y = 2, \mu = 1$ для $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а) и $\alpha_{0.5}$ (б): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

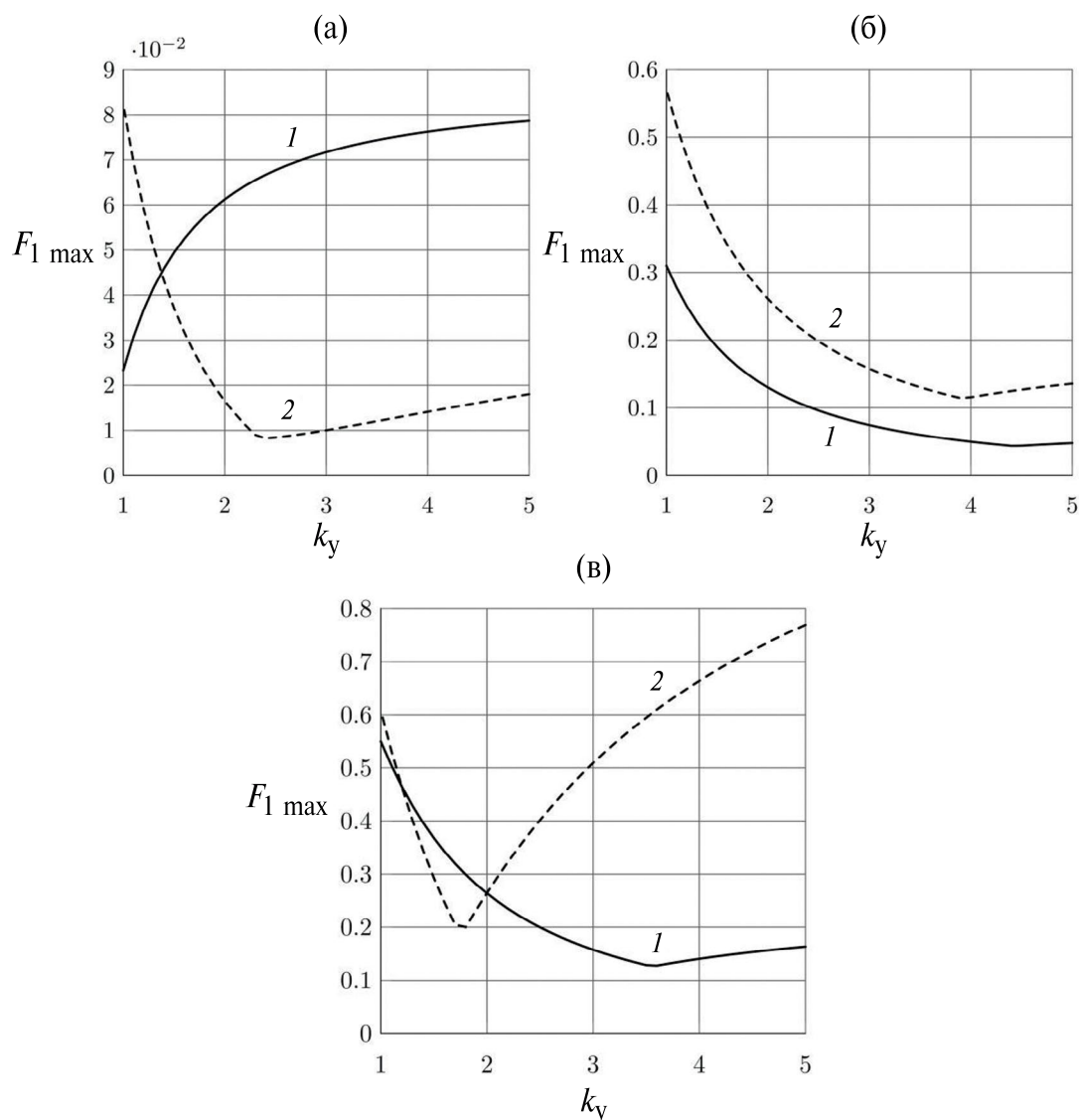


Рис. 5. Зависимости максимальной ошибки математического ожидания углового положения объекта, нормированной к угловому размеру объекта, от k_y для $\mu = 1$ и $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$ (а), $\delta = 0.5\alpha_{0.5}$ (б), $\delta = \alpha_{0.5}$, (в): 1 – ДНА вида косинус, 2 – экспонента Гаусса.

от углового размера объекта имитации. Она наблюдается при использовании ДНА вида экспонента Гаусса, ширине базы МИ, равной ширине ДНА, $\mu = 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При замещении распределенных объектов в матричных имитаторах возникают специфические ошибки, приводящие к смещению математического ожидания углового положения объекта.

Погрешность установки математического ожидания углового положения зависит от разности излучателей матрицы, размеров объекта

и распределения отражающих свойств по его поверхности, формы и ширины ДНА РЛС.

Пути снижения погрешностей достаточно очевидны. Они заключаются в уменьшении разности излучателей МИ и относительных размеров замещаемого объекта.

Полученные соотношения позволяют рассчитать зависимость ошибок от разности излучателей МИ и размеров моделируемого распределенного объекта. Используя эти зависимости, можно определить разность, при котором уровень ошибок не превысит заданную величину.

Авторы данной работы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 1. Теоретические основы. М.: Радиотехника, 2012.
2. Ярлыков М.С., Богачев А.С., Меркулов В.И., Дрогалин В.В. Радиоэлектронные комплексы навигации, прицеливания и управления вооружением летательных аппаратов. Т. 2. Применение авиационных радиоэлектронных комплексов при решении боевых и навигационных задач. М.: Радиотехника, 2012.
3. Xunda C., Zanping J., Dongmu W., Wenjie Z. // Proc. of SPIE Conf. on Technologies for Synthetic Environments: Hardware-in-the-Loop Testing III. 1998. P. 10.
<https://doi.org/10.1117/12.316373>
4. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982.
5. Guo K., Xiao G., Zhai Y., Sheng X. // IEEE Access. 2018. V. 6. P. 35194.
<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2846538>
6. Wayne D.J., McBride S.T., McKenna J.T. // Proc. Antenna Measurement Techniques Association Symp. (AMTA 2016). Austin. 30 Oct. - 03 Nov. N.Y.: IEEE, 2016. P. 319.
7. Mussell P., Fletcher M.E. Complex Radar Target Simulator. UK Pat. № 2405761. Pub. 16 Sept. 2002.
8. He W., Zhang L., Li N. // 2007 Int. Conf. on Microwave and Millimeter Wave Technology (ICMMT). Guilin. 18-21 Apr. N.Y.: IEEE, 2007. Paper No. 381335.
<https://doi.org/10.1109/ICMMT.2007.381335>
9. Bahtiyar S. Target Glint Phenomenon Analysis and Evaluation of Glint Reduction Techniques. A thesis submitted to the graduate school of natural and applied sciences of Middle East Technical University. Ankara: METU, 2012. 87 p.
<http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12614679/index.pdf>
10. Киселев А.В., Таяуров А.В. // Докл. АН ВШ РФ. 2023. № 4. С. 34.
<https://doi.org/10.17212/1727-2769-2023-4-34-44>
11. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов. М.: Физматгиз, 1963.
12. Калмыков И.Ю. // Совр. проблемы радиоэлектроники. 2011. С. 27.

MATHEMATICAL EXPECTED VALUE OF ERRORS IN SIMULATION OF NOISE OF ANGULAR COORDINATES OF A DISTRIBUTED RADAR OBJECT REPLACED BY A TWO-POINT GEOMETRIC MODEL

A. V. Kiselev*, A. V. Tayurov

*Novosibirsk State Technical University,
Karl Marx avenue, 20, Novosibirsk, 630073 Russia*

**E-mail: nil_rtu@mail.ru*

Received February 13, 2024, revised May 08, 2024, accepted May 22, 2024

The replacement of a distributed radar object by a simple two-point matrix simulator is considered. In this case, the distributed object is replaced by a model composed of two points. It is shown that this leads to modeling errors, expressed in a change in the mathematical expected value of angular coordinate noise. Relationships have been obtained that allow, firstly, to estimate these errors and, secondly, to set the spacing of model points at which their acceptable level is guaranteed.

Keywords: simulation, two-point model, simulation of angular noise, mathematical expectation of error in imitation of angular position, substitution of a distributed object