

УДК 621.396.13

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕЛЕНГАТОРА С КОМПЕНСАТОРОМ ПОМЕХ И ПЕЛЕНГАТОРА С АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПРИ ПОМЕХЕ В ОСНОВНОМ ЛЕПЕСТКЕ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ

© 2024 г. Е. Н. Калёнов*

АО «Акустический институт им. акад. Н.А. Андреева»
ул. Шверника, 4, Москва, 117449 Российская Федерация

*E-mail: kalenov@kgfi.ru

Поступила в редакцию 25.04.2023 г.

После доработки 07.12.2023 г.

Принята к публикации 27.12.2023 г.

Исследованы смещение оценки пеленга в пеленгаторе с адаптивным компенсатором помех, его чувствительность и чувствительность пеленгатора с адаптивной антенной решеткой с ограничениями в зависимости от диаграммы направленности антенны, углового положения сигнала и локальных помех, коррелированности распределенного шума и спектральных плотностей мощности сигнала, шума и помех. Для линейной эквидистантной решетки осуществлен сопоставительный анализ точности и чувствительности этих пеленгаторов в случае помехи в основном лепестке диаграммы направленности антенны.

Ключевые слова: пеленгатор, пеленгационная характеристика, активный компенсатор помех, адаптивная антенная решетка, диаграмма направленности, главный лепесток, среднеквадратичное отклонение

DOI: 10.31857/S0033849424040045, EDN: JSDICI

ВВЕДЕНИЕ

Для пеленгования и сопровождения слабого сигнала вблизи мощной локальной помехи используются пеленгаторы с адаптивным компенсатором помехи (АКП) без сохранения коэффициента усиления антенны в заданном направлении [1, 2] и пеленгаторы с адаптивной антенной решеткой (ААР) с ограничением для сохранения коэффициента усиления антенны в заданном направлении [3–5]. Методы нелинейного спектрального анализа эту задачу не решают, так как их разрешающая способность зависит от отношения сигнал/шум (ОСШ) разрешаемых сигналов на выходе антенны и при ОСШ ≤ 1 разрешающая способность этих методов ограничена релейским пределом. В этом случае пространственные спектры входных сигналов (пеленгационные рельефы) при стандартной обработке (без обращения корреляционной матрицы входных сигналов) и при использовании, например, алгоритма сверхразрешения Кейпона [6] практически совпадают между собой.

При нахождении локальных помех вне основного лепестка диаграммы направленности (ДН) антенны “проколы” в ДН в направлении на помехи мало влияют на ее основной лепесток. В этом случае потенциальные точность и чувствительность пеленгаторов с АКП и ААР с ограничением практически совпадают между собой и с их характеристиками в шумовом поле. При попадании помехи в основной лепесток ДН в пеленгаторе с АКП возникает значительное смещение оценки пеленга из-за больших искажений основного лепестка ДН антенны, а в пеленгаторе с ААР с ограничением, формирующим несмещенную оценку пеленга, существенно снижается чувствительность пеленгатора (крутизна его пеленгационной характеристики в направлении на источник сигнала) относительно его чувствительности в шумовом поле. Точность и чувствительность рассматриваемых пеленгаторов для этого случая существенно различаются между собой и от их характеристик в шумовом поле. Поэтому для выбора пеленгатора, обеспечивающего заданные угловое разрешение и точность,

требуется сопоставить характеристики пеленгаторов с АКП и с ААР с ограничением при помехе в основном лепестке ДН антенны.

Цель данной работы – проанализировать сначала в общем виде смещение оценки пеленга в пеленгаторе с компенсатором помех (КП), его чувствительность и чувствительность пеленгатора с ААР с ограничением и исследовать их зависимость от ДН антенны, углового положения сигнала и локальных помех, коррелированности распределенного шума и спектральных плотностей мощности сигнала, шума и помех, а затем для линейной эквидистантной антенной решетки (АР) провести сопоставительный анализ точности и чувствительности этих пеленгаторов относительно их характеристик при работе в поле распределенного шума.

1. ВЫВОД ОСНОВНЫХ РАСЧЕТНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

Анализ потенциальных характеристик пеленгаторов с АКП и с ААР с ограничением осуществляется с использованием характеристик оптимального пеленгатора. Синтезированный на основе теории статистических решений оптимальный пеленгатор (по критерию минимума среднеквадратической ошибки (СКО) оценки пеленга) измеряет производную по угловой координате функции правдоподобия пространственно-временной выборки акустического поля на элементах АР. Для гауссовой статистики сигнала, шума и помех алгоритм обработки в оптимальном пеленгаторе входных сигналов в пространственно-частотной области имеет следующий вид [7, 8]:

$$y_{0Li} = \frac{1}{T_0} \sum_{k=1}^{f_{\max} T_0} h_{0Lk}^2 \left[\begin{array}{c} \mathbf{Z}_{ik}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\mathbf{V}_{\alpha k}^* \mathbf{V}_{\alpha k}^T) \Big|_{\alpha=\alpha_0} \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{Z}_{ik}^* - \\ - h_{0Lk}^2 \mathbf{Z}_{ik}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{V}_{0k}^* \mathbf{V}_{0k}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{Z}_{ik}^* \frac{\partial}{\partial \alpha} (\mathbf{V}_{\alpha k}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{V}_{\alpha k}^*) \Big|_{\alpha=\alpha_0} - \\ - T_0 \frac{\partial}{\partial \alpha} (\mathbf{V}_{\alpha k}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{V}_{\alpha k}^*) \Big|_{\alpha=\alpha_0} \end{array} \right], \quad (1)$$

где y_{0Li} – производная по углу α (измеряемому параметру) от натурального логарифма функции правдоподобия при значении $\alpha = \alpha_0$ (α_0 – истинное значение угла в направлении на источник сигнала) для i -й реализации многомерного входного сигнала длительностью T_0 (выходной сигнал пеленгатора), \mathbf{Z}_{ik} – вектор размерностью M комплексных амплитуд k частотной составляющей при разложении в ряд Фурье i -й реализации многомерного входного сигнала длительностью T_0 (M – число элементов АР), \mathbf{V}_{0k} – вектор размерностью M , характеризующий на k частотной составляющей амплитудно-фазовое распределение по элементам антенны полезного сигнала, приходящего с α_0 направления, $\mathbf{V}_{\alpha k}^*$ – фазирующий вектор размерностью M для текущего направления наблюдения α на k частотной составляющей, \mathbf{Q}_{NLk} – матрица размерностью $M \times M$ взаимных спектральных плотностей мощности (ВСПМ) распределенного шума и L локальных помех на элементах АР, частотная характеристика h_{0Lk} скалярного фильтра равняется

$$h_{0Lk} = \frac{S_{0k}^{1/2}}{(1 + S_{0k} \mathbf{V}_{0k}^T \mathbf{Q}_{NLk}^{-1} \mathbf{V}_{0k}^*)^{1/2}}, \quad (2)$$

S_{0k} – спектральная плотность мощности полезного сигнала на элементах АР; f_{\max} – максимальная рабочая частота пеленгатора; $-1, *, T$ – знаки обращения матрицы, комплексного сопряжения и транспонирования соответственно.

Для общего случая работы в поле распределенного шума и L локальных помех матрица ВСПМ входного сигнала имеет вид

$$\begin{aligned} M \{ \mathbf{Z}_i^* (f) \mathbf{Z}_i^T (f) \} &= \\ &= T_0 \left[\mathbf{Q}_{NL} (f) + S_0 (f) \mathbf{V}_0^* (f) \mathbf{V}_0^T (f) \right] = \\ &= T_0 \left[N (f) \mathbf{Q} (f) + \sum_{l=0}^L S_l (f) \mathbf{V}_l^* (f) \mathbf{V}_l^T (f) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $M\{\cdot\}$ – математическое ожидание; $N(f)$ и $S_l(f)$, $l = \overline{1, L}$ – спектральные плотности мощности распределенного шума и l -й локальной помехи на элементах АР соответственно; $\mathbf{V}_l(f)$ – вектор размерностью M , характеризующий на частоте f амплитудно-фазовое распределение по элементам антенны l -й локальной помехи, прихо-

датель с направления α_i ; $\mathbf{Q}(f)$ – нормированная матрица размерностью $M \times M$ ВСПМ шума на частоте f .

Пеленгационная характеристика (ПХ) $F_{0L}(\alpha_\delta)$ оптимального пеленгатора с учетом формул (1)–(3) рассчитывается из следующего выражения:

$$\begin{aligned}
 F_{0L}(\alpha_\delta) &= M\{y_{0Li}(\alpha_\delta)\} = T_0 \int_0^{f_{\max}} \frac{S_0(f)}{1 + S_0(f) \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\delta^*(f)} \left\{ \text{tr} \left\{ \left[\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \right]^2 \times \right. \right. \\
 &\quad \times \left. \left. \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\mathbf{V}_\alpha^*(f) \mathbf{V}_\alpha^T(f) \right] \right|_{\alpha=\alpha_\delta} \right\} \left[\mathbf{Q}_{NL}(f) + S_0(f) \mathbf{V}_0^*(f) \mathbf{V}_0^T(f) \right] - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{S_0(f)}{1 + S_0(f) \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\delta^*(f)} \right. \\
 &\quad \left. \text{tr} \left\{ \left[\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \right]^2 \mathbf{V}_\delta^*(f) \mathbf{V}_\delta^T(f) \left[\mathbf{Q}_{NL}(f) + S_0(f) \mathbf{V}_0^*(f) \mathbf{V}_0^T(f) \right] \right\} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f) \right] \right|_{\alpha=\alpha_\delta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f) \right] \right|_{\alpha=\alpha_\delta} \left. \right\} df = \\
 &= T_0 \int_0^{f_{\max}} \left[F_{0L}^0(f, \alpha_\delta) - Y_{0L}^1(f, \alpha_\delta) - Y_{0L}^{II}(f, \alpha_\delta) \right] df,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где $\mathbf{V}^*(f)$ – фазирующий вектор размерностью M , компенсирующий антенну для угла рассогласования $\Delta\alpha$ в направлении $\alpha_\delta = \arcsin(\sin\alpha_0 + \sin\Delta\alpha)$; $\text{tr}[\cdot]$ – след матрицы; $F_{0L}^0(f, \alpha_\delta)$ – ПХ при оптимальной пространственной фильтрации; $Y_{0L}^1(f, \alpha_\delta)$ и $Y_{0L}^{II}(f, \alpha_\delta)$ – составляющие ПХ, обеспечивающие формирование несмещенной

оценки пеленга и компенсирующие смещение оценки пеленга, которое возникает при оптимальной пространственной фильтрации и определяется из уравнения

$$F_{0L}^0(f, \alpha_\delta) = 0.$$

Пеленгационная характеристика $F_{0L}^0(f, \alpha_\delta)$ с учетом ДН АР преобразуется к виду

$$\begin{aligned}
 F_{0L}^0(f, \alpha_\delta) &= \left[\frac{S_0(f)}{1 + S_0(f) \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\delta^*(f)} \right] \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f) \right] \right|_{\alpha=\alpha_\delta} + \\
 &\quad + S_0(f) \frac{\partial}{\partial \alpha} \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f) \mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_0^*(f) \left. \right|_{\alpha=\alpha_\delta} \left. \right\} = \\
 &= \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f) \mathfrak{R}_{\delta L}(f, \alpha_0)} \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} G_{\alpha \text{Лопт}}(f) \right]_{\alpha=\alpha_\delta} + \frac{S_0(f)}{N(f)} \frac{\partial}{\partial \alpha} \mathfrak{R}_{\alpha L}^2(f, \alpha_0) \left. \right|_{\alpha=\alpha_\delta},
 \end{aligned} \tag{5}$$

где $\mathfrak{R}_{\delta L}(f, \alpha_0)$ – значение в направлении α_0 ДН АР, компенсированной в направлении α_δ и оптимизированной к работе в поле распределенного шума и L локальных помех:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{R}_{\delta L}(f, \alpha_0) &= N(f) \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f) \mathbf{V}_\delta^*(f) = \\
 &= \mathfrak{R}_\delta(f, \alpha_0) - \sum_{l=1}^L W_l(f, \alpha_\delta) \mathfrak{R}_l(f, \alpha_0),
 \end{aligned} \tag{6}$$

$\mathfrak{R}_\delta(f, \alpha_0) = \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}^{-1}(f) \mathbf{V}_\delta^*(f)$ и $\mathfrak{R}_l(f, \alpha_0) = \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{Q}^{-1}(f) \mathbf{V}_l^*(f)$ – значения в направлении α_0 ДН АР, оптимизированных к работе в поле распределенного шума и компенсированных в направлениях α_δ и α_l соответственно; $W_l(f, \alpha_\delta)$, $l = \overline{1, L}$ – комплексные частотные характеристики фильтров в каналах компенсации локальных помех для направления наблюдения α_δ , которые рассчитываются из следующего матричного уравнения при значении $\alpha = \alpha_\delta$ [9]:

$$\mathbf{W}(f, \alpha) = \begin{bmatrix} N(f) + S_1(f)G_{1\text{опт}}(f) & S_1(f)\Re_{12}^*(f) & S_1(f)\Re_{13}^*(f) & \dots & S_1(f)\Re_{1L}^*(f) \\ S_2(f)\Re_{12}(f) & N(f) + S_2(f)G_{2\text{опт}}(f) & S_2(f)\Re_{23}^*(f) & \dots & S_2(f)\Re_{2L}^*(f) \\ S_3(f)\Re_{13}(f) & S_3(f)\Re_{23}(f) & N(f) + S_3(f)G_{3\text{опт}}(f) & \dots & S_3(f)\Re_{3L}^*(f) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_L(f)\Re_{1L}(f) & S_L(f)\Re_{2L}(f) & S_L(f)\Re_{3L}(f) & \dots & N(f) + S_L(f)G_{L\text{опт}}(f) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} S_1(f)\Re_{\alpha 1}(f) \\ S_2(f)\Re_{\alpha 2}(f) \\ S_3(f)\Re_{\alpha 3}(f) \\ \dots \\ \dots \\ S_L(f)\Re_{\alpha L}(f) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $\Re_{ij}(f) = \Re_i(f, \alpha_j)$, $i, j = \overline{1, L}$ – значение в направлении α_j ДН АР, оптимизированной к работе в поле распределенного шума и компенсированной в направлении α_i ; $G_{l\text{опт}}(f) = \mathbf{V}_l^T(f)\mathbf{Q}^{-1}(f)\mathbf{V}_l^*(f)$, $l = \overline{1, L}$ – коэффициент усиления антенны, оптимизированной к работе в шумовом поле для направления наблюдения α_l на l -ю локальную помеху; $G_{\alpha L\text{опт}}(f)$ – коэффициент усиления антенны для текущего направления наблюдения α , равный

$$G_{\alpha L\text{опт}}(f) = N(f)\mathbf{V}_\alpha^T(f)\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f)\mathbf{V}_\alpha^*(f) = G_{\alpha\text{опт}}(f) - \sum_{l=1}^L W_l(f, \alpha)\Re_l(f, \alpha), \quad (8)$$

где $G_{\alpha\text{опт}}(f) = \mathbf{V}_\alpha^T(f)\mathbf{Q}^{-1}(f)\mathbf{V}_\alpha^*(f)$ – коэффициент усиления антенны, оптимизированной к работе в шумовом поле для текущего направления наблюдения α ; $W_l(f, \alpha)$, $l = \overline{1, L}$ – комплексные частотные характеристики фильтров в каналах компенсации локальных помех, рассчитываемые из матричного уравнения (7) для текущего направления наблюдения α ; $\Re_{\alpha l}(f, \alpha_0)$ – значение в направлении α_0 ДН АР, компенсированной в текущем направлении α и оптимизированной к работе в поле распределенного шума и L локальных помех (рассчитывается по формуле (6)).

Составляющая ПХ $Y_{0L}^I(f, \alpha_\delta)$ с учетом ДН АР преобразуется к виду

$$Y_{0L}^I(f, \alpha_\delta) = \left[\frac{S_0(f)}{1 + S_0(f)\mathbf{V}_0^T(f)\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f)\mathbf{V}_0^*(f)} \right]^2 \left[\mathbf{V}_\delta^T(f)\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f)\mathbf{V}_\delta^*(f) + S_0(f)\left| \mathbf{V}_0^T(f)\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f)\mathbf{V}_\delta^*(f) \right|^2 \right] \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\mathbf{V}_\alpha^T(f)\mathbf{Q}_{NL}^{-1}(f)\mathbf{V}_\alpha^*(f) \right] \Big|_{\alpha=\alpha_\delta} = \left[\frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f)\Re_{\delta L}(f, \alpha_0)} \right]^2 \left[G_{\delta L\text{опт}}(f) + \frac{S_0(f)}{N(f)}\Re_{\delta L}^2(f, \alpha_0) \right] \frac{\partial}{\partial \alpha} G_{\alpha L\text{опт}}(f) \Big|_{\alpha=\alpha_\delta}, \quad (9)$$

где $G_{\delta L\text{опт}}(f)$ – коэффициент усиления антенны для направления наблюдения α_δ (рассчитывается по формуле (8)).

Составляющая ПХ $Y_{0L}^{II}(f, \alpha_\delta)$ с учетом ДН АР имеет вид

$$Y_{0L}^{II}(f, \alpha_\delta) = \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f)\Re_{\delta L}(f, \alpha_0)} \frac{\partial}{\partial \alpha} G_{\alpha L\text{опт}}(f) \Big|_{\alpha=\alpha_\delta}. \quad (10)$$

При $\alpha_\delta = \alpha_0$ справедливо тождество (оценка пеленга несмещенная)

$$F_{0L}^0(f, \alpha_0) - Y_{0L}^I(f, \alpha_0) - Y_{0L}^{II}(f, \alpha_0) \equiv 0.$$

При работе на фоне одного мешающего источника ПХ $F_{01}^0(f, \alpha_\delta)$ в соответствии с формулой (5) имеет следующий вид:

$$F_{01}^0(f, \alpha_\delta) = \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f) \left[\Re_\delta(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) \Re_1^*(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \Re_1(f, \alpha_0) \right]} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[G_{\text{опт}}(f) - \frac{S_1(f) \Re_1^2(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \right] \right]_{\alpha=\alpha_\delta} + \frac{S_0(f)}{N(f)} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left| \Re_\alpha^*(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) \Re_1^*(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \Re_1(f, \alpha_0) \right|^2 \right]_{\alpha=\alpha_\delta} \quad (11)$$

Соответственно, смещение $\Delta\alpha_0$ максимума ДН АР относительно истинного направления α_0 равняется $\Delta\alpha_0 = \arcsin(\sin\alpha_{\delta 0} - \sin\alpha_0)$, где $\alpha_{\delta 0}$ является решением уравнения $F_{01}^0(f, \alpha_\delta) = 0$.

Составляющая ПХ $Y_{01}^1(f, \alpha_\delta)$ при работе пеленгатора на фоне мешающего источника в соответствии с уравнением (9) определяется по формуле

$$Y_{01}^1(f, \alpha_\delta) = \left\{ \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f) \left[\Re_\delta(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) \Re_1^*(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \Re_1(f, \alpha_0) \right]} \right\}^2 \times$$

$$\times \left[G_{\delta \text{опт}}(f) - \frac{S_1(f) \Re_1^2(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} + \right.$$

$$\left. + \frac{S_0(f)}{N(f)} \left| \Re_\delta(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) \Re_1^*(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \Re_1(f, \alpha_0) \right|^2 \right] \times$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[G_{\text{опт}}(f) - \frac{S_1(f) \Re_1^2(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \right] \right]_{\alpha=\alpha_\delta} \quad (12)$$

Составляющая ПХ $Y_{01}^{\text{II}}(f, \alpha_\delta)$ при работе на фоне мешающего источника в соответствии с уравнением (10) имеет вид

$$Y_{01}^{\text{II}}(f, \alpha_\delta) = \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f) \left[\Re_\delta(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) \Re_1^*(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \Re_1(f, \alpha_0) \right]} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[G_{\text{опт}}(f) - \frac{S_1(f) \Re_1^2(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_{\text{опт}}(f)} \right] \right]_{\alpha=\alpha_\delta} \quad (13)$$

Пеленгатор, использующий ААР с ограничениями, формирует несмещенную оценку пеленга, и при работе в поле мешающего источника

пеленгационная характеристика этого пеленгатора $F_{01\text{ААР}}(f, \alpha)$ с учетом проведенного анализа имеет вид

$$F_{01AAP}(f, \alpha) = F_{01}^0(f, \alpha) - Y_{01}^I(f, \alpha) - Y_{01}^{II}(f, \alpha). \quad (14)$$

$$R_l(f, \alpha) = \mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{V}_l^*(f)$$

и коэффициентов усиления

$$G_l(f) = \frac{M^2}{\mathbf{V}_l^T(f) \mathbf{Q}(f) \mathbf{V}_l^*(f)}, \quad l = \overline{1, L}.$$

Пеленгатор, использующий компенсатор помех без ограничения, формирует смещенную оценку пеленга и не оптимизирован к работе в поле коррелированного шума. Его пеленгационная характеристика рассчитывается по формулам (5)–(8) для характеристик направленности

При работе в поле мешающего источника пеленгационная характеристика этого пеленгатора $F_{01КП}(f, \alpha)$ с учетом уравнения (11) имеет вид

$$F_{01КП}(f, \alpha_\delta) = \frac{S_0(f)}{N(f) + S_0(f) \left[R_\delta(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) R_1^*(f, \alpha_\delta)}{N(f) + S_1(f) G_1(f)} R_1(f, \alpha_0) \right]} \times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[G_\alpha(f) - \frac{S_1(f) R_1^2(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_1(f)} \right] \right]_{\alpha=\alpha_\delta} + \frac{S_0(f)}{N(f)} \times \left[\frac{\partial}{\partial \alpha} \left[R_\alpha^*(f, \alpha_0) - \frac{S_1(f) R_1^*(f, \alpha)}{N(f) + S_1(f) G_1(f)} R_1(f, \alpha_0) \right] \right]_{\alpha=\alpha_\delta}^2, \quad (15)$$

где $R_1(f, \alpha_0) = \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{V}_1^*(f)$,

$$R_1(f, \alpha_\delta) = \mathbf{V}_\delta^T(f) \mathbf{V}_1^*(f),$$

$$R_1(f, \alpha) = \mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{V}_1^*(f),$$

$$R_\delta(f, \alpha_0) = \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{V}_\delta^*(f),$$

$$R_\alpha(f, \alpha_0) = \mathbf{V}_0^T(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f),$$

$$G_1(f) = \frac{M^2}{\mathbf{V}_1^T(f) \mathbf{Q}(f) \mathbf{V}_1^*(f)},$$

$$G_\alpha(f) = \frac{M^2}{\mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{Q}(f) \mathbf{V}_\alpha^*(f)}.$$

Смещение $\Delta\alpha_{0КП}$ оценки пеленга в пеленгаторе с компенсатором помехи вычисляется по

формуле $\Delta\alpha_{0КП} = \arcsin(\sin\alpha_{\delta 0} - \sin\alpha_0)$, где $\alpha_{\delta 0}$ является решением уравнения $F_{01КП}(f, \alpha_\delta) = 0$.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ ЭКВИДИСТАНТНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Потенциальная точность пеленгования при работе в поле распределенного шума и использовании линейной эквидистантной АР была рассмотрена в работе [10]. При наличии мешающего источника и $T_0 \Delta f = 1$ (T_0 – длительность входной реализации, Δf – рабочая полоса частот) дисперсия оценки пеленга в пеленгаторе с ААР $\sigma_{1AAP}^2(f, \hat{\alpha}_0)$ с учетом [11] рассчитывается по формуле

$$\sigma_{1AAP}^2(f, \hat{\alpha}_0) = \left\{ \frac{S_0^2(f) M^2}{N^2(f)} \left(\pi f \frac{d}{c} \cos\alpha_0 \right)^2 \frac{2(M^2 - 1)}{3} \times \left[\frac{N^2(f)}{\left[N(f) + S_0(f) G_{01опт}(f) \right]^2} + \frac{N^2(f)}{\left[N(f) + S_1(f) G_{1опт}(f) \right]^2} \right]^{-1} \right\}, \quad (16)$$

где

$$G_{01опт}(f) = G_{0опт}(f) - \frac{S_1(f) \Re_1^2(f, \alpha_0)}{N(f) + S_1(f) G_{1опт}(f)},$$

$$G_{lопт}(f) = \mathbf{V}_l^T(f) \mathbf{Q}^{-1}(f) \mathbf{V}_l^*(f), \quad l = 0, 1$$

d – расстояние между соседними элементами антенны, c – скорость распространения сигнала.

Дисперсия $\sigma_{\text{ИКП}}^2(f, \hat{\alpha}_0)$ флуктуационной составляющей ошибки пеленгования в пеленга-

торе с АКП при наличии мешающего источника с учетом (16) для линейной эквидистантной АР вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{ИКП}}^2(f, \hat{\alpha}_0) = \left\{ \frac{S_0^2(f) M^2}{N^2(f)} \left(\pi f \frac{d}{c} \cos \alpha_0 \right)^2 \frac{2(M^2 - 1)}{3} \times \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{N^2(f)}{[N(f) + S_0(f) G_{01}(f)]^2} + \frac{N^2(f)}{[N(f) + S_1(f) G_1]^2} \right\} \right\}^{-1}, \quad (17)$$

где $G_{01}(f) = G_0(f) - \frac{S_1(f) R_1^2(f, \alpha_0)}{N(f) + S_1(f) G_1(f)}$ и

$$v_{\alpha m}(f) = \exp\left(j 2\pi f m \frac{d}{c} \sin \alpha\right), \quad m = \overline{0, M-1}, \quad (20)$$

$$G_l(f) = \frac{M^2}{\mathbf{V}_l^T(f) \mathbf{Q}(f) \mathbf{V}_l^*(f)}, \quad l = 0, 1.$$

d – расстояние между соседними элементами АР, c – скорость звука в воде (пример рассматривается для гидроакустического поля).

Соответственно, СКО оценки пеленга в пеленгаторе с компенсатором помех с учетом смещения оценки имеет вид

Семейство ПХ для пеленгатора с АКП представлено на рис. 1 (используется формула (15)), семейство ПХ для пеленгатора с ААР с ограничениями – на рис. 2 (используются формулы (11)–(14)).

$$\sigma_{\Sigma \text{ИКП}}(f, \hat{\alpha}_0) = \left[\sigma_{\text{ИКП}}^2(f, \hat{\alpha}_0) + \Delta \alpha_{0 \text{КП}}^2(f) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

Рассмотрим линейную эквидистантную АР для случая ее работы в некоррелированном по пространству шуме. Для этих условий получим

Пеленгационные характеристики построены для линейной эквидистантной АР при $M = 16$, $d = \lambda_0/2 = c/2f_0 = 0.25$ м (λ_0 – длина волны, f_0 – рабочая частота), угол прихода сигнала $\alpha_0 = 0^\circ$, спектральные плотности мощности на рабочей частоте сигнала $S_0(f_0) = N(f_0)/M$ и локальная помеха $S_1(f_0) = N(f_0)$, где $N(f_0)$ – спектральная плотность мощности шума. Угловые расстояния между сигналом и помехой $\Delta\beta = 0.05\Delta_R(f_0)$, $0.25\Delta_R(f_0)$, $0.45\Delta_R(f_0)$, $0.7\Delta_R(f_0)$ и $1.0\Delta_R(f_0)$, где $\Delta_R(f_0)$ – релейевская разрешающая способность по угловой координате (равняется половине ширины основного лепестка ДН и для линейной эквидистантной АР $\Delta_R(f_0) = \arcsin(\lambda_0/(M-1)d)$). При построении ПХ угловое рассогласование $\Delta\alpha$ нормируется на угол $\Delta_R(f_0)$, а сигнал рассогласования пеленгатора – на максимум пеленгационной характеристики $F_{00}(f, \alpha_\delta)$ при работе пеленгатора в шумовом поле

$$\mathbf{Q}(f) = \mathbf{E}, \quad G_{0\text{опт}}(f) = G_0(f) = G_{1\text{опт}}(f) = \\ = G_1(f) = M, \quad \mathfrak{R}_i(f, \alpha) = R_i(f, \alpha), \quad i = 0, 1,$$

где \mathbf{E} – единичная матрица.

Диаграмма направленности линейной эквидистантной АР при равновесном суммировании ее элементов определяется по формуле

$$R_0(f, \alpha) = \mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{V}_0^*(f) = \\ = \frac{\sin\left[M\pi df(\sin\alpha - \sin\alpha_0)/c\right]}{\sin\left[\pi fd(\sin\alpha - \sin\alpha_0)/c\right]} \times \\ \times \exp\left[-jM\pi fd(\sin\alpha - \sin\alpha_0)/c\right], \quad (19)$$

где элементы $v_{\alpha m}(f)$ вектора $\mathbf{V}_\alpha(f)$ имеют вид

$$F_{00}(f, \alpha_\delta) = \frac{S_0^2(f)}{N(f)[N(f) + S_0(f)R_\delta(f, \alpha_0)]} \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} R_0^2(f, \alpha) \right|_{\alpha=\alpha_\delta}, \quad (21)$$

где

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} R_0^2(f, \alpha) = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left| \mathbf{V}_\alpha^T(f) \mathbf{V}_0^*(f) \right|^2 = -2 \frac{2\pi fd}{c} \cos \alpha \sum_{m=1}^{M-1} m(M-m) \sin \left[m \frac{2\pi fd}{c} (\sin \alpha - \sin \alpha_0) \right]. \quad (22)$$

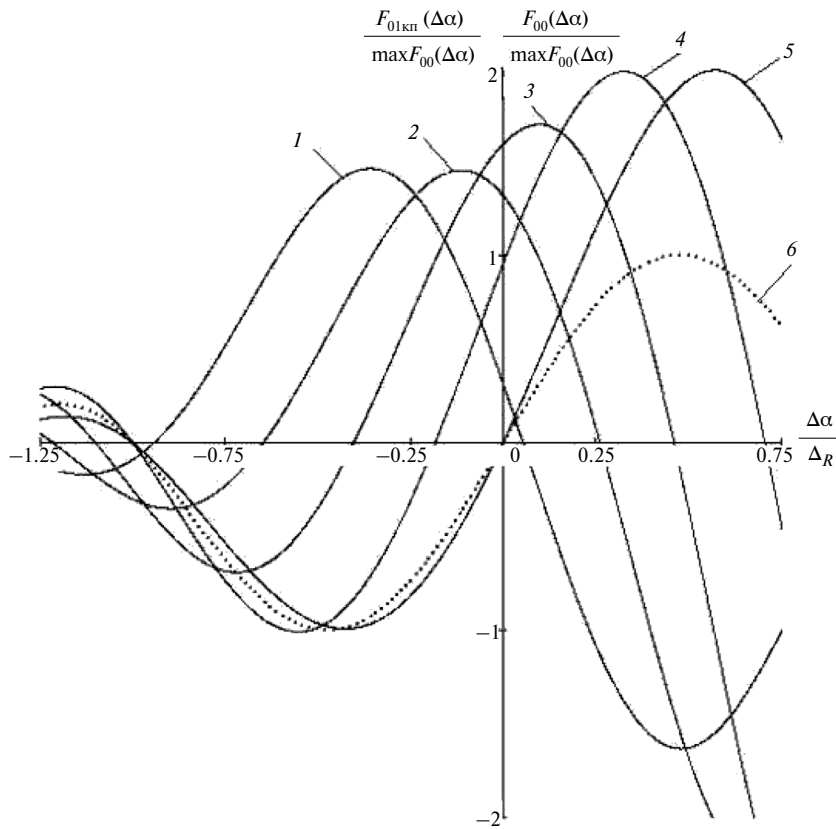


Рис. 1. Семейство пеленгационных характеристик пеленгатора с АКП для угловых расстояний между сигналом и помехой при $\Delta\beta = 0.05\Delta_R$ (1), $0.25\Delta_R$ (2), $0.45\Delta_R$ (3), $0.7\Delta_R$ (4) и $1.0\Delta_R$ (5); кривая 6 – ПХ в шумовом поле.

Из рис. 1 следует, что при нахождении помехи внутри основного лепестка ДН АР пеленгатор с АКП характеризуется смещением пеленга, и при сближении сигнала и помехи смещение оценки пеленга в этом пеленгаторе стремится к половине ширины главного лепестка ДН антенны.

Из рис. 2 следует, что при нахождении помехи внутри основного лепестка ДН АР в пеленгаторе с ААР с ограничениями при сближении сигнала и локальной помехи происходит значительное снижение крутизны пеленгационной характеристики относительно ее крутизны в шумовом поле. Минимальное угловое расстояние между сигналом и помехой, при котором возможно измерение угловых координат источника сигнала для заданной помехосигнальной обстановки (при снижении крутизны ПХ, например, на порядок относительно ее крутизны в шумовом поле), определяет разрешающую способность по угловой координате пеленгатора с ААР с ограничением.

На рис. 3 представлены зависимости смещения оценки пеленга $\Delta\alpha_{0КП}$ в пеленгаторе с АКП от углового расстояния $\Delta\beta$ между сигналом и помехой для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$ и $S_1(f_0) = N(f_0)$ и $S_1(f_0) = N(f_0)/M$

(смещение $\Delta\alpha_{0КП} = \arcsin(\sin\alpha_{\delta 0} - \sin\alpha_0)$, где $\alpha_{\delta 0}$ является решением уравнения $F_{01КП}(f, \alpha_{\delta}) = 0$ (формула (15)). Из рис. 3 следует, что в пеленгаторе с АКП смещение оценки пеленга в основном зависит от углового расстояния между сигналом и помехой и незначительно зависит от мощности помехи.

На рис. 4 изображены зависимости потенциальной чувствительности соответственно пеленгатора с ААР с ограничениями и пеленгатора с АКП

$$S_{01КП}(f_0, \Delta\beta) = \left. \frac{\partial F_{01КП}(f_0, \Delta\beta, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_{\delta 0}},$$

$$S_{01ААР}(f_0, \Delta\beta) = \left. \frac{\partial F_{01ААР}(f_0, \Delta\beta, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0}$$

от углового расстояния $\Delta\beta$ до мешающего источника для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$ и $S_1(f_0) = N(f_0)$. Там же представлена потенциальная чувствительность пеленгатора в шумовом поле

$$S_{00}(f_0) = \left. \frac{\partial F_{00}(f_0, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0}.$$

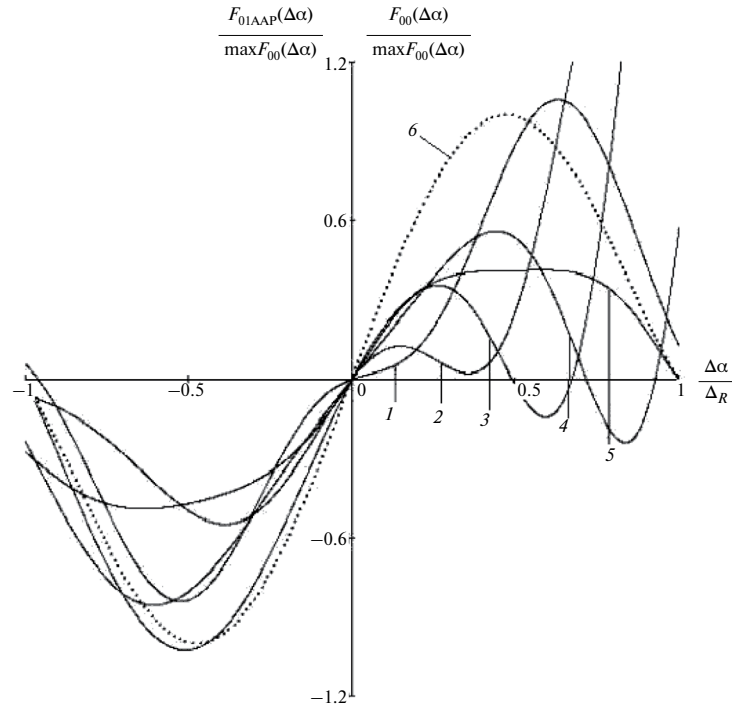


Рис. 2. Семейство пеленгационных характеристик пеленгатора с ААР с ограничением для угловых расстояний между сигналом и помехой при $\Delta\beta = 0.05\Delta_R$ (1), $0.25\Delta_R$ (2), $0.45\Delta_R$ (3), $0.7\Delta_R$ (4) и $1.0\Delta_R$ (5) для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$, $S_1(f_0) = N(f_0)$; кривая 6 – ПХ в шумовом поле.

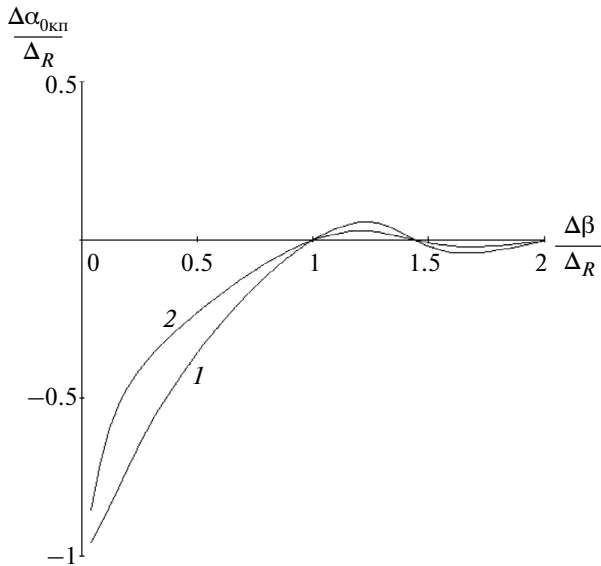


Рис. 3. Зависимости смещения оценки пеленга в пеленгаторе с АКП от углового расстояния $\Delta\beta$ между сигналом и помехой для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$ и $S_1(f_0) = N(f_0)$ (кривая 1) и $S_1(f_0) = N(f_0)/M$ (кривая 2).

Из рис. 4 следует, что при увеличении в основной лепестке ДН АР углового расстояния между сигналом и помехой чувствительность пеленгаторов приближается к их чувствительности в шумовом поле, при этом чувствительность пеленгатора с ААР с ограничениями приближается к чувствительности в шумовом поле асимптотически, а приближение чувствительности пеленгатора с ком-

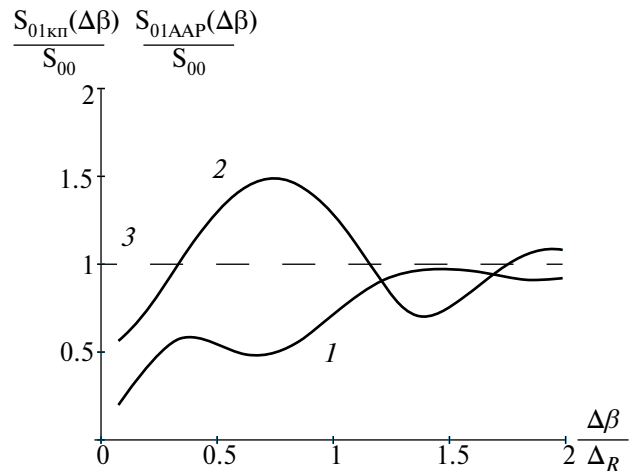


Рис. 4. Зависимость чувствительности пеленгатора с ААР с ограничением (1) и пеленгатора с АКП (2) от углового расстояния $\Delta\beta$ между сигналом и помехой для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$, $S_1(f_0) = N(f_0)$, линия 3 – потенциальная чувствительность пеленгатора в шумовом поле.

пенсатором помех к чувствительности пеленгатора в шумовом поле носит колебательный характер.

На рис. 5 представлены зависимости потенциальной точности пеленгатора с ААР с ограничениями $\sigma_{AAR}(f_0, \Delta\beta) / \sigma_0(f_0)$ и потенциальной точности пеленгатора с АКП $\sigma_{\Sigma KP}(f_0, \Delta\beta) / \sigma_0(f_0)$ от углового расстояния $\Delta\beta$ между сигналом и помехой

для $S_0(f_0) = N(f_0)/M$ и $S_1(f_0) = N(f_0)$ при $T_0\Delta f = 1$. Зависимости рассчитаны по уравнениям (16)–(18) и нормированы на потенциальную точность

пеленгования в шумовом поле $\sigma_0(f_0)$ для случая $N(f_0) \gg S_0(f_0)M$, определяемого из уравнения

$$\sigma_{0S}(f_0) = \left\{ \frac{S_0^2(f_0)M^2 \left(\pi f_0 \frac{d}{c} \cos \alpha_0 \right)^2}{N^2(f_0)} \times \frac{2(M^2 - 1)}{3} \left[\frac{N^2(f_0)}{[N(f_0) + S_0(f_0)G_0(f_0)]^2} \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} = \left\{ \sigma_0^{-2}(f_0) \left\{ \frac{N^2(f_0)}{[N(f_0) + S_0(f_0)G_0(f_0)]^2} \right\} \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (23)$$

где $\sigma_{0S}(f_0)$ – потенциальную точность пеленгования в шумовом поле в общем случае ($\sigma_0(f_0)$ – общий множитель для уравнений (17), (18) и (23)).

Зависимости на рис. 5 рассчитаны по формулам

ААР с ограничениями при нахождении помехи внутри основного лепестка ДН АР превышает точность пеленгатора с АКП, формирующего смещенную оценку пеленга.

$$\frac{\sigma_{\text{ААР}}(f, \Delta\beta)}{\sigma_0(f)} = \left\{ \frac{N^2(f)}{[N(f) + S_0(f)G_{01}(f)]^2} + \frac{N^2(f)}{[N(f) + S_1(f)M]^2} \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (24)$$

$$\frac{\sigma_{\Sigma\text{КП}}(f, \Delta\beta)}{\sigma_0(f)} = \left[\frac{\sigma_{\text{КП}}^2(f, \Delta\beta) + \Delta\alpha_{0\text{КП}}^2(f, \Delta\beta)}{\sigma_0^2(f)} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (25)$$

где

$$G_{01}(f) = M - \frac{S_1(f)R_1^2(f, \Delta\beta)}{N(f) + S_1(f)M}.$$

Для некоррелированного шума флуктуационная составляющая ошибки пеленгования КП равняется ошибке пеленгования ААР ($\sigma_{\text{КП}}(f, \Delta\beta) = \sigma_{\text{ААР}}(f, \Delta\beta)$). Смещение $\Delta\alpha_{0\text{КП}}$ пеленга в КП равняется $\Delta\alpha_{0\text{КП}} = \arcsin(\sin\alpha_{\delta_0} - \sin\alpha_0)$, где α_{δ_0} является решением уравнения $F_{01\text{КП}}(f, \alpha_{\delta}) = 0$.

Также на рис. 5 представлена нормированная точность пеленгования в шумовом поле для случая $N(f_0) \gg S_0(f_0)M$.

Из рис. 5 следует, что при сближении сигнала и помехи дисперсия оценки пеленга в пеленгаторе с ААР с ограничениями приближается к дисперсии оценки пеленга в шумовом поле для случая $N(f_0) \gg S_0(f_0)M$. Точность пеленгатора с

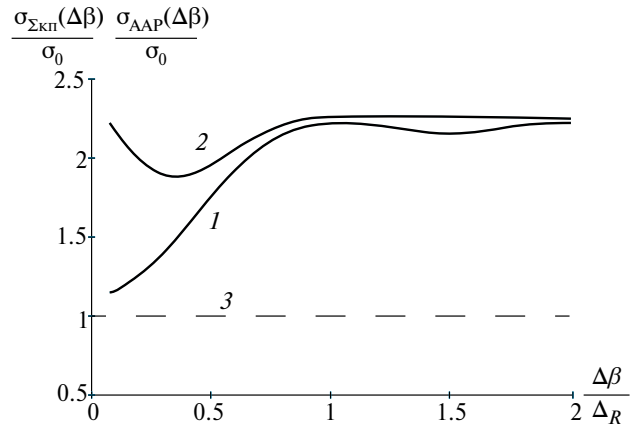


Рис. 5. Зависимость точности пеленгатора с ААР с ограничением (1) и пеленгатора с АКП (2) от углового расстояния $\Delta\beta$ между сигналом и помехой, нормированные на потенциальную точность пеленгатора в шумовом поле для случая $N(f_0) \gg S_0(f_0)M$; линия 3 – нормированная точность пеленгования в шумовом поле для случая $N(f_0) \gg S_0(f_0)M$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получены следующие основные результаты.

Исследованы смещение оценки пеленга в пеленгаторе с АКП, его чувствительность и чувствительность пеленгатора с ААР с ограничением в зависимости от диаграммы направленности антенны, углового положения сигнала и локальных помех, коррелированности распределенного шума и спектральных плотностей мощности сигнала, шума и помех.

Осуществлен для линейной эквидистантной антенной решетки анализ зависимости точности пеленгаторов с АКП и с ААР с ограничением от параметров антенны и помехосигнальной обстанов-

ки. Полученные выражения для расчета точности и чувствительности этих пеленгаторов определяют пеленгатор, обеспечивающий пеленгование слабого сигнала вблизи сильной помехи с заданными угловым разрешением и точностью.

Осуществлен для линейной эквидистантной антенной решетки сопоставительный анализ точности и чувствительности пеленгатора с АКП и пеленгатора с ААР с ограничением при помехе в основном лепестке диаграммы направленности антенны. Показано, что чувствительность пеленгатора с АКП превышает в основном лепестке ДН антенны чувствительность пеленгатора с ААР с ограничением независимо от углового расстояния между сигналом и помехой. При сближении сигнала и помехи чувствительность пеленгатора с ААР с ограничением стремится к нулю и его разрешающая способность по угловой координате ограничена. Чувствительность пеленгатора с АКП независимо от углового расстояния между сигналом и помехой отлична от нуля и его разрешающая способность по угловой координате теоретически неограниченна. При увеличении углового расстояния между сигналом и помехой чувствительность пеленгатора с ААР с ограничением приближается к его чувствительности в шумовом поле асимптотически, а изменение чувствительности пеленгатора с АКП носит колебательный характер относительно его чувствительности в шумовом поле.

Показано, что смещение оценки пеленга в пеленгаторе с АКП в основном определяется угловым расстоянием между сигналом и помехой и незначительно зависит от мощности помехи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Anderson V.C.* // J. Acoust. Soc. Am. 1969. V. 45. № 2. P. 398.
2. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Под ред. Ю.И. Лосева. М.: Радио и связь, 1988.
3. *Frost O.L.* // Proc. IEEE. 1972. V. 60. № 8. P. 926.
4. *Monzingo R.A., Miller T.W.* Introduction to Adaptive Arrays. Chichester: John Wiley, 1980.
5. *Гриб В.Н., Козлов С.В.* // Радиотехника. 2015. № 12. С. 80.
6. *Capon J.* // Proc. IEEE. 1969. V. 57. № 8. P. 1408.
7. *Bangs W.J., Schultheiss P.M.* Signal Processing/Eds. by J.W.R. Griffiths, P.L. Stocklin, C. Van Schooneveld. L.: Academic Press, 1973. P. 577.
8. *Мальшикин Г.С.* Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов. СПб.: ЦНИИ “Электроприбор”, 2011. Т. 1.
9. *Калёнов Е.Н.* // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 379.
10. *Гусев В.Г.* Системы пространственно-временной обработки гидроакустической информации. Л.: Судостроение, 1988.
11. *Калёнов Е.Н.* // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 225.

POTENTIAL CHARACTERISTICS OF DIRECTION FINDER WITH INTERFERENCE COMPENSATOR AND A DIRECTION FINDER WITH AN ADAPTIVE ANTENNA ARRAY WITH LIMITATIONS IN THE EVENT OF INTERFERENCE IN THE MAIN LOBE OF THE ANTENNA PATTERN

E. N. Kalenov*

Joint-Stock Company Andreev Acoustics Institute, Shvernik Str., 4, Moscow, 117449 Russian Federation

**E-mail: kalenov@kgfi.ru*

Received April 25, 2023; revised December 7, 2023; accepted December 27, 2023

The displacement of the bearing estimate in a direction finder with an adaptive noise compensator, its sensitivity and the sensitivity of a direction finder with an adaptive antenna array with restrictions have been studied depending on the antenna radiation pattern, the angular position of the signal and local interference, the correlation of distributed noise and spectral densities of signal power, noise and interference. A comparative analysis of the accuracy and sensitivity of these direction finders in the event of interference in the main lobe of the antenna pattern was carried out for a linear equidistant antenna array.

Keywords: direction finder, direction finding characteristic, active interference canceller, adaptive antenna array, radiation pattern, main lobe, standard deviation