

УДК 514.2, 519.1, 523.96 537.5

## ВЕКТОРНЫЕ ГРАФЫ, ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ И ПОРТРЕТЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И СКОРОСТЕЙ ЧАСТИЦ СОЛНЕЧНОЙ ПЛАЗМЫ В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ГЕЛИОСФЕРЫ

© 2025 г. Ю. А. Антонов<sup>1</sup>, В. И. Захаров<sup>1, 2, 3</sup>, И. Н. Мягкова<sup>4</sup>,  
Н. А. Сухарева<sup>1, 4, \*</sup>, Ю. С. Шугай<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва, Россия

<sup>3</sup>Институт физики земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

<sup>4</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия

\*e-mail: suhareva@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 04.03.2024 г.

После доработки 24.04.2024 г.

Принята к публикации 01.05.2024 г.

Представленный в работе материал продолжает серию исследований по развитию применения метода векторных графов для анализа характеристик сложных полевых и плазменных структур, порождаемых Солнцем в межпланетном пространстве. При упрощенном подходе описания подобных систем статистическими методами коллективные процессы плазменных и полевых взаимодействий могут остаться не выявленными, в частности, пропущены сложные многокомпонентные структуры в пространственно-временных функциях распределения. Главная проблема статистических методов заключается в пренебрежении порядком следования состояния изучаемой системы и в потере информации, заключенной в этом порядке. На основе блоков данных, получаемых детекторами космического аппарата *Wind* в комплексе исследований CWE и предоставляемых базой Coordinated Data Analyses Web обсуждаются реконструированные на основе экспериментальных выборок реализации графов для векторов индукции магнитного поля и векторов скорости частиц солнечного ветра. Рассматриваются режимы магнитных бурь, формирование магнитных облаков, события, связанные с корональными выбросами массы, как ICME, так и CME. Представленный новый метод синхронизированных пар графов позволяет перейти от феноменологического описания процесса к классификации типов наблюдаемых и исследуемых мульти-процессов на основе структурных реализаций графов.

DOI: 10.31857/S0023420625010038, EDN: HETVZA

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Солнечная активность — ключевой фактор космической погоды — оказывает значительное влияние на всю нашу планетарную систему. Среди различных событий космической погоды наиболее энергоемким и непосредственно воздействующим на Землю и околоземное пространство, являются корональные выбросы массы (CME), которые способны аккумулировать сотни миллионов тонн вещества солнечной плазмы. Огромные облака плазмы, пронизанные силовыми линиями доминирующего магнитного поля Солнца, выбрасываются с поверхности Солнца в окружающее пространство со скоростями

300–1500 км/с и более. Обычно выброс достигает орбиты Земли за 2–3 дня [1].

Сама Земля также имеет мощное магнитное поле, и корональные выбросы массы, будучи солнечной плазмой со своим магнитным полем, эффективно взаимодействуют с собственным магнитным полем Земли. Поток заряженных частиц, образующих корональный выброс, поступает в магнитосферу и приводит к возникновению компенсаторных процессов, противодействующих вторгшимся потокам солнечной плазмы. Последнее проявляется в возмущении кольцевого тока или авроральной области за счет инжекции ионосферного тока в высоких широтах. Это обстоятельство приводит к возникновению

геомагнитной бури (или серии суббурь в зависимости от структуры выброса). Геоэффективность проявления возмущения зависит от множества факторов и отражается в различной силе бури, которая может привести к серьезным проблемам в работе электрооборудования, сбоям средств навигации и связи, представляет опасность для космических аппаратов и, иногда, для космонавтов. Межпланетные корональные выбросы массы (ICME), образующиеся на Солнце в результате спонтанной активности в виде вспышек и корональных выбросов массы (КВМ), — один из основных факторов космической погоды.

Корональные выбросы массы происходят в солнечной короне, которая очень разрежена и теряется на фоне регулярного излучения от «поверхности» Солнца. Поэтому эволюцию этих явлений можно наблюдать только с помощью специальных инструментов — коронографов, что и было осуществлено в проекте 1975 г. *OSO-7* [2]. Несмотря на необходимость космических наблюдений и созданий соответствующей аппаратуры, метод коронографии Солнца прост, широко распространен и позволяет определять энергетику крупного выброса по величине области затенения после или непосредственно во время затемнения [3]. Однако указанный метод наблюдений не позволяет измерять концентрацию и состав облака солнечной плазмы, его магнитное поле. Эта задача была решена с созданием специализированных устройств, определяющих эти параметры наряду с проведением коронографических исследований Солнца.

В качестве примера можно привести Международную программу солнечно-земной физики, цель которой состоит в изучении взаимодействия солнечного ветра с магнитным полем Земли. В рамках проекта были запущены два космических аппарата *Wind* и *Polar*, получившие название в соответствии с областями околоземного пространства, в которых они должны провести исследования — область солнечного ветра и полярная область. Первый аппарат, данные с которого используются в настоящей работе, был выведен на позицию точки Лагранжа *L1* [4, 5]. На космическом аппарате *Wind* для измерения концентрации, энергии и скорости ионов и электронов в зоне солнечного ветра и ударной волны в комплексе прибора *SWE* были установлены два цилиндра Фарадея — прибора для анализа функции распределения ионов на 30 уровнях энергии в диапазоне от 150 эВ до 8 кэВ, число угловых отсчетов — до 20 на зарядные ячейки каждые 92 с. Каждый датчик имел наклон  $15^\circ$  к плоскости

вращения аппарата *Wind*. Круглая апертура ограничивала эффекты абберации вблизи сетки модулятора и определяла площадь сбора коллекторных пластин.

Эксперимент с магнитным полем на *Wind* предоставил данные для изучения широкого диапазона масштабов структур и флуктуационных характеристик межпланетного магнитного поля. Основным инструментом исследования (MFI) стал двойной трехосный феррозондовый магнитометр, установленный на выносной стреле, который обеспечивал номинально по одному вектору измерений поля за 92 с. Прибор имел широкий динамический диапазон измерений от  $\pm 4$  до  $\pm 65536$  нТл на каждую ось в восьми дискретных диапазонах, с ошибками в соответствующем диапазоне измерений от 0.001 до 16 нТл [6]. Верхний диапазон позволил провести полное тестирование в поле Земли.

Целью настоящей работы является развитие авторского подхода построения и анализа векторных графов применительно к магнитному полю и компонентам скорости частиц солнечного ветра. По сравнению с коронографией получаемые в эксперименте *Wind* данные позволяют рассматривать динамику параметров коронального выброса, проходящего через точку местоположения аппарата. Данные при использовании методов теории графов при их синхронизации дают возможность выявить и визуализировать динамику совместных вариаций магнитного поля и скоростей частиц, участвующих в наблюдаемом событии. Насколько известно, ранее совместная обработка параметров коронального выброса не проводилась, но она позволит более глубоко исследовать и интерпретировать коллективные процессы, протекающие в магнитной, в кинетической подсистемах гелиосферы, в том числе надежно отметить переходы между состояниями указанных подсистем.

## 2. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ И ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ

Межпланетное магнитное поле во взаимодействии с потоками плазмы солнечного ветра представляет собой сложную стохастическую открытую систему, эволюция которой определяется множеством внешних и внутренних факторов, прежде всего потоком частиц солнечного ветра, энергетикой и диаграммой направленности космических лучей. Предметом проводимого исследования является пространственно-временная структура межпланетного магнитного поля,

динамика которого во многом связана с солнечным ветром. Нестационарность, неоднородность и анизотропия пространственных распределений вероятности для значений компонент магнитного поля и внешних действующих факторов практически исключает применение к описанию подобных систем классического аппарата неравновесной статистической механики. Для открытых нелинейных динамических систем типичны коллективные или групповые процессы, инициируемые неоднородностью и анизотропией пространственного распределения энергии; нестационарностью и неоднородностью концентрации температурных характеристик. В результате нелинейного взаимодействия в указанных процессах в исследуемой системе формируются глубокая память и пространственное дальное действие в системе. Создание многопараметрических моделей подобных систем относится к задачам высокого уровня сложности, решаемым в условиях упрощений с принудительной иерархией протекающих в системе процессов [7–10]. Перспективен для подобных задач поиск решений в классическом фазовом пространстве или в обобщенном фазовом пространстве.

Классическое фазовое пространство использует координаты двух типов — пространственные и импульсные, и для консервативных гамильтоновых систем сохраняет фазовый объем. Поскольку рассматриваемые процессы диссипативны, требуется выход в обобщенное фазовое пространство, оперирующее с кинематическими переменными высших порядков. Определим конечномерное метрическое пространство  $\Omega$ , элементами которого являются векторы  $\vec{\xi} = \{\vec{r}, \vec{v}, \dot{\vec{v}}, \dots\}^T$ . В пространстве  $\Omega$  рассмотрим физическую систему, состоящую из  $N$  кинематических точек. Каждой кинематической точке системы можно в заданный момент времени  $t$  сопоставить ячейку обобщенного фазового пространства. После добавления к  $\Omega$  оси времени  $T$  получим  $\Omega_T$ , которое назовем обобщенным фазовым пространством-временем. Выберем временной интервал для анализа кинематики системы, предполагая известной систему динамических уравнений, начало отсчета времени  $t_0 \in T$  и начальное состояние  $\vec{\xi} = \{\vec{r}_0, \vec{v}_0, \dot{\vec{v}}_0, \dots\}^T \in \Omega$ . В результате определим профиль обобщенной фазовой траектории следующим образом:

$$\vec{\xi}(t) = \{\vec{r}(t), \vec{v}(t), \dot{\vec{v}}(t), \dots\}^T. \quad (1)$$

Следует отметить, что в обобщенной фазовой траектории все векторные величины зависимы,

что позволяет в ряде случаев исключить время и перейти к фазовому портрету:

$$\vec{v}_0 = \left. \frac{d\vec{r}}{dt} \right|_{t=t_0}, \quad \dot{\vec{v}}_0 = \left. \frac{d\vec{v}}{dt} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right|_{t=t_0}. \quad (2)$$

Отметим также некоторые важные свойства фазовых траекторий, позволяющие отследить недопустимые состояния и конфигурации:

- обобщенная фазовая траектория существует не для любой физической системы;
- через каждую точку обобщенного пространства с непрерывным временем проходит только одна фазовая траектория;
- обобщенные фазовые траектории в пространстве, где ряды кинематических переменных сходятся, не пересекаются.

Сказанное до сих пор относилось к неразрывным во времени системам. Иная ситуация с дискретными системами, отображения которых в форме временных рядов для комбинации скалярных и векторных величин регистрируются аппаратурой мониторинга. Поскольку в настоящей работе обсуждаются векторные графы для векторных характеристик, обсудим реконструкцию подобных пространственных распределений. Определим декартову систему координат, орты которой совпадают с ортами GSE-системы координат.

Для заданной модели процесса возможно построение фазовой траектории на основе дискретно-разностной модели динамической системы. Представим регистрируемые значения отсчетов 3D временных рядов для компонент вектора индукции межпланетного магнитного поля и вектора скорости плазмы солнечного ветра в форме:

$$B_{i,j,k}[n], V_{i,j,k}[n], \quad (3)$$

где  $ijk$  определяет пространственные координаты,  $n$  — номер такта.

Производные по времени в дискретном представлении заменяются разностными отношениями и для используемых в работе первых порядков имеют вид:

$$\begin{aligned} \Phi_{ijk}[n] &= B_{ijk}[n] - B_{ijk}[n-1], \\ \Psi_{ijk}[n] &= V_{ijk}[n] - V_{ijk}[n-1]. \end{aligned} \quad (4)$$

Доступна вариация шага дискретизации и синтез дискретно-разностной модели исследуемой системы произвольного порядка. Синтезировать фазовые портреты для кинематических характеристик высших порядков, информативных при описании процессов с дальним действием,



глубокой памятью или коллективными степенями свободы можно по аналогичной схеме.

Развиваемый аппарат векторных графов включает в анализ полную информацию как о значениях, так и о порядке следования реализаций. Исходный формат данных — дискретизированный и квантованный многомерный сигнал или цифровой многомерный сигнал. Граф строится на основе экспериментальных выборов для проекций векторов полей  $\vec{B}, \vec{V}$  и их комбинаций. В узлах графа сходятся и расходятся векторы полей, ребра графа позволяют контролировать профиль траектории системы в фазовом подпространстве и восстанавливать дерево переходов для конкретного векторного поля. Выполнив отображение зависимости первой кинематической переменной от значения аргумента — текущего значения вектора поля, получим искомую 3D-фазовую траекторию в магнитном подпространстве. Аналогично можно синтезировать фазовые портреты для кинематических характеристик высших порядков, информативных при описании процессов с дальнодействием, глубокой памятью или коллективными степенями свободы.

Выбранные параметры при синтезе графов:

- источник данных — аппарат *Wind*, расположенный в точке либрации  $L1$ ;
- анализируемый интервал времени событий — 2023 год;
- использованы временные ряды, представленные в базе Coordinated Data Analysis Web (CDAWeb);
- шаг дискретизации — 60 с;
- шаг квантования проекций индукции поля — 0.01 нТл (шаг квантования связан с точностью работы датчиков, методикой регистрации и сглаживания значений, аппаратными погрешностями регистратора, логикой защиты от перегрузок);
- шаг квантования проекций скорости частиц плазмы — 0.1 нТл или 0.1 км/с, в зависимости от представления;
- интервалы накопления отсчетов при синтезе графов — 1440, 5000, 7200 и 32000 тактов. Масштаб времени накопления определяет целевой масштаб отображения динамического процесса с помощью графа.

Зададим масштабную сетку 3D фазового подпространства, в котором отображаются графы допустимых состояний межпланетного

магнитного поля. Узел масштабной сетки может быть стоком или истоком в описании разрешенных переходов, ребра, соединяющие пары узлов в общем случае не ограничены по длине и ориентации. Особенность вводимых векторных графов допускает два направления ребер между любой парой узлов и вырождение узлов, соответствующее наличию множественности стоков и истоков для каждого из узлов [11–15].

Переход между дискретными отсчетами и непрерывным описанием регистрируемых сигналов возможен с привлечением билинейного преобразования или преобразования Мебиуса, линейные разностные методы не могут быть использованы из-за сильных систематических погрешностей в подобных отображениях. В дальнейшем подпространства состояний магнитной и кинетической подсистем будем считать однородными и изотропными. Число доступных состояний в фазовых подпространствах связано с устанавливаемой верхней границей значений наблюдаемого параметра и разрешающей способностью регистрирующего устройства.

### 3. КОМБИНИРОВАННЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ГРАФЫ МАГНИТНОЙ И КИНЕТИЧЕСКОЙ ПОДСИСТЕМ

Как правило, теоретический аппарат описания кинематики и динамики нелинейной, нестационарной, и неравновесной системы оперирует единым фазовым пространством, в котором анализируется исследуемая физическая система. Если такой подход избыточно сложен, применяются иерархические модели расщепления исходной системы на группы подсистем, каждая из которых имеет собственную размерность фазового подпространства, обладает собственным временем релаксации, гарантирующим переход к равновесию в рассматриваемых подсистемах до наступления равновесия в системе в целом. Реконструкция фазового портрета и запись цепочки уравнений, описывающей динамику эквивалентны нахождению решения в выбранных подпространствах.

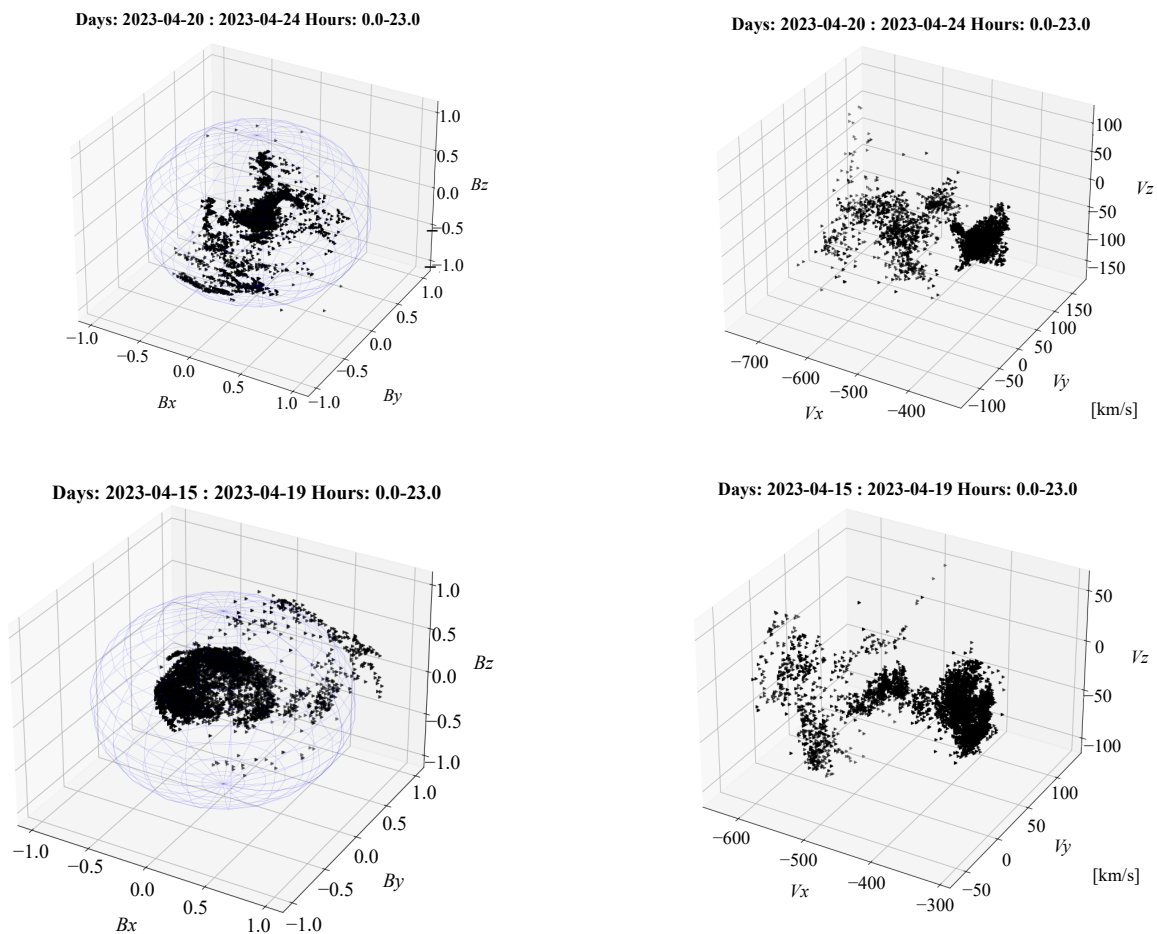
Еще один математический метод анализа сложных структур в фазовом пространстве основан на анализе маргинальных проекций фазового портрета на набор из образующих пространственную систему координат плоскостей. В зависимости от корреляционных характеристик, степени пространственной когерентности и геометрии волновых структур магнитного поля, становится доступным пространственно-временное

отображение вероятностных распределений и их пространственных моментов от первого до высших порядков. Такое отображение имеет аналогию с отображением Вигнера в фазовом пространстве для волновых пучков и импульсов и ряда квантовомеханических задач.

В работе использован третий подход, допускающий разделение единого фазового пространства исследуемой системы гелиосферы на два подпространства — магнитного поля и плазмы солнечного ветра. Процесс измерений значений для проекций вектора индукции магнитного поля и проекций вектора скорости дрейфа заряженных частиц солнечного ветра аппаратно синхронизирован единым тактированием отсчетов, и соответствующие им графы могут быть объединены в согласованную во времени пару распределений. Примеры таких пар представлены на рис. 1.

Верхняя строка объединяет графы для вектора магнитного поля и вектора скорости частиц солнечного ветра, построенные для четырехсуточного интервала с 15 до 19 апреля 2023 г., соответствующего невозмущенному режиму межпланетного магнитного поля, аппарат находился в  $\ominus$  секторе магнитного поля Солнца [16]. Определение знака сектора было выполнено на основе анализа недельного временного ряда для  $B_x$ -компоненты, прошедшего через фильтр низких частот с окном усреднения в 6000 отсчетов при шаге дискретизации в 60 с. Нижняя группа графов относится к режиму магнитной бури в интервале 20–24 апреля 2023 г., аппарат сместился в положительный сектор магнитного поля Солнца  $\oplus$ .

Многокомпонентная структура потока частиц солнечного ветра усложняет методы синтеза и анализа фазовых траекторий, прежде всего



**Рис. 1.** Образцы векторных графов межпланетного магнитного поля (левый столбец) и скорости частиц солнечного ветра (правый столбец) для спокойного магнитного поля (верхняя строка) и режима магнитной бури (нижняя строка)

за счет разнесения областей фазового пространства, доступных для быстрой и медленной компонент солнечного ветра. Помимо разнесения в фазовом пространстве кинематических переменных первого, второго и более высоких порядков, для каждой из компонент создается собственный фазовый портрет, определяемый физическими процессами источников массового выброса, зарождающих магнитные бури, магнитные облака, как наиболее распространенные объекты переноса высокоэффективных возмущений гелиосферы.

Корректное сравнение структуры нескольких графов одного типа возможно при выравнивании пространственных масштабов регистрации компонент. Упрощение сравнения количественных характеристик реконструированных графов для магнитного поля предложено выполнять с использованием нормированной опорной поверхности, определяющей энергетический масштаб и ориентацию главных осей для опорной поверхности в эллипсоидальной аппроксимации [17]. Иная ситуация развивается при выборе доминирующих ориентаций для подсистемы потока частиц солнечного ветра. В зависимости от полярности магнитного поля гелиосферы траектория частиц солнечного ветра принимает форму спирали с направлением, зависящим от полярности проходимого сектора магнитного поля Солнца. При этом каждая из компонент формирует собственную фазовую траекторию, объединяя ее с другими парциальными фазовыми траекториями графов скорости, создавая в процессе эволюции коллективные структуры.

#### 4. ВЕКТОРНЫЕ ГРАФЫ МАГНИТНЫХ БУРЬ 2023 ГОДА

Рассмотрим серию магнитных бурь, зарегистрированных в течение 2023 г. и связанных со вспышечной активностью. При отборе анализируемых процессов значимы два параметра:

- временной интервал захвата и анализа данных;
- отсутствие значимых потерь данных в выбранном интервале как для компонент вектора магнитного поля, так и компонент вектора скорости частиц плазмы.

Собственным масштабом времени в анализе фазовых траекторий и графов принято выбирать минимальное время автокорреляции из парциальных временных рядов. Для сильно анизотропных стохастических процессов собственные

времена различных компонент композитного временного ряда могут различаться или изменяться в процессе появления новых действующих факторов. Рассмотрим свойства графа в интервале времени, существенно превышающем времена автокорреляции и включающим не более 5000 отсчетов с интервалом следования в 60 с, что соответствует четырехдневному интервалу. Условие на долю потерянных записей, ограниченную сверху значением 0.15, выполняется для четырех событий, двух в первой и двух во второй половине 2023 г. Расположение отобранных интервалов на линейке дней года составляет [050, 070], [100, 120], [230, 250] и [300, 320].

На рис. 2 и 3 представлены изображения парных векторных графов, временные интервалы указаны на подписях рисунков в верхней строке каждого из графов. Если не рассматривать детали структуры графов, можно выделить ряд общих признаков синтезированных распределений:

- все наблюдаемые распределения плотности населенности имеют доминирующую ориентацию вдоль оси  $X$ ;
- “накопительные графы” для вектора магнитной индукции в “разрезе” представляют собой систему квазиконцентрических эллипсоидов (это изображение не представлено на рисунках, его следует наблюдать в процессе послойного синтеза графа для вектора ММП);
- графы для вектора скорости частиц плазмы многокомпонентны с областями “холодной” и “горячей” зон солнечного ветра, число областей может быть и больше, например, при прохождении магнитного облака через зону контроля состояния гелиосферы;
- в отличие от опорной поверхности для вектора  $\vec{B}$ , имеющей форму эллипсоида, профиль графа для  $\vec{V}$  подобен спирали, ось которой близка к направлению  $X$ . Исследование свойств опорной спирали графов вектора скорости солнечного ветра может быть выполнено методом маргинальных проекций, рассмотренным в разделе “Динамические и статистические меры векторных графов” статьи.

В целом векторные графы в условиях магнитной бури имеют много общих структурных признаков, позволяющих оценить тип и геометрию производимых внешними факторами возмущений состояния гелиосферы.

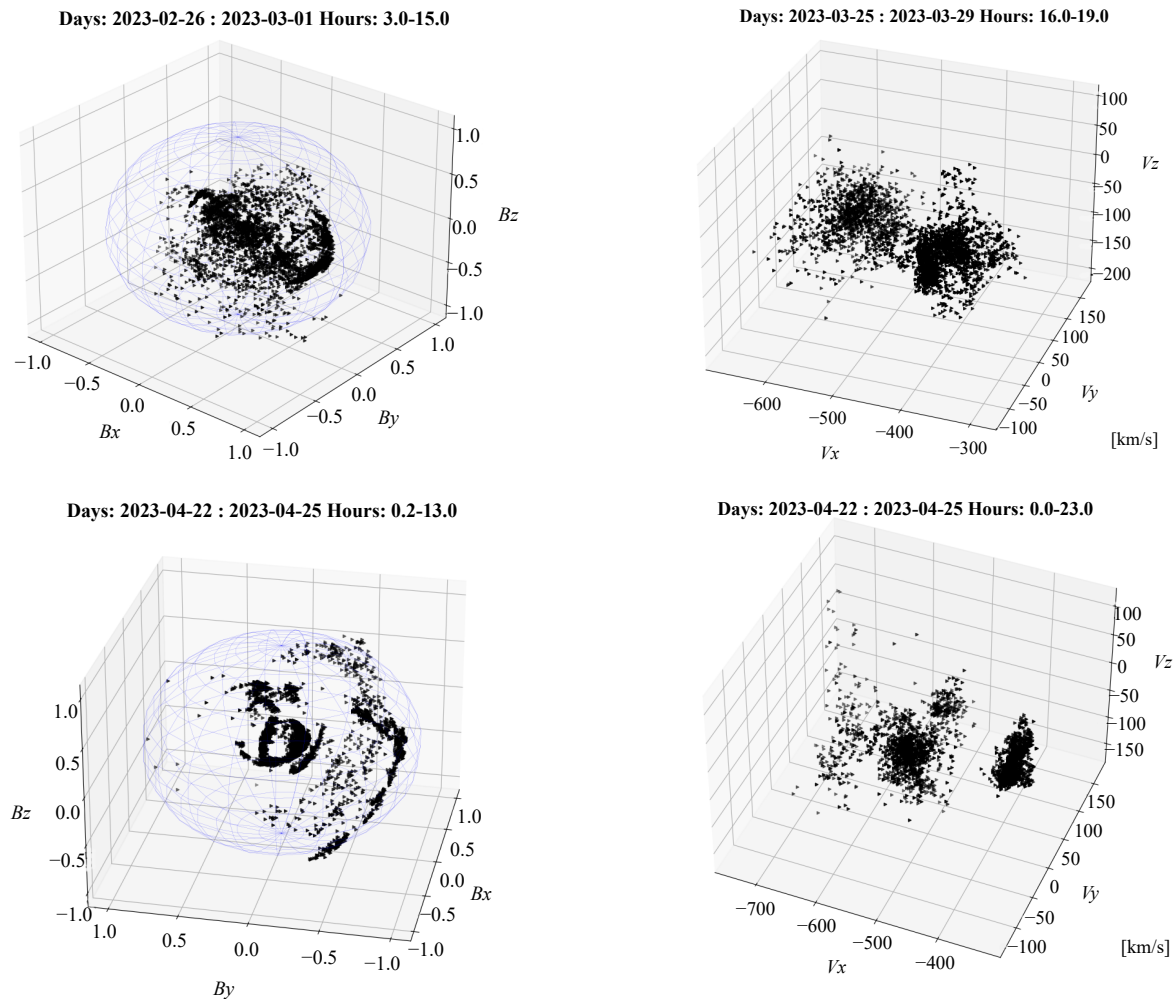


Рис. 2. Графы векторов первой половины 2023 г. в интервалах дней [050, 070] и [100, 120]

## 5. ВЕКТОРНЫЕ ГРАФЫ МАГНИТНЫХ ОБЛАКОВ ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ 2023 ГОДА

Изучению магнитных облаков и их связи с ICME посвящен ряд работ [18, 19], исследуется геоэффективность подобных структур, их роль в формировании буревых событий [20–22], создаются динамические и статистические модели, позволяющие прогнозировать этапы зарождения, развития и разрушения магнитных облаков в межпланетном пространстве [23, 24]. В настоящей работе рассмотрим набор событий, имеющих отношение к формированию магнитных облаков и сопровождающих их структур. Эпизоды анализируемого процесса отобраны из каталогов [25, 26] с датой обновления 1 февраля 2024 г. В табл. 1 представлено время регистрации возмущения, породившего событие, время начала и время завершения наблюдаемого события.

Кроме временных параметров, получаемых из наблюдений, используется качественная типизация событий по соответствию развития процесса модели магнитного облака [26].

Крайний справа столбец определяет “выявленность” магнитного облака на основе регистрируемых количественных параметров по трехуровневой шкале в присутствии ICME-события.

**Тип 0** – ICME не порождает магнитное облако, формируемой структуре не хватает большей части признаков магнитного облака, таких как медленное вращение и локальное увеличение магнитного поля.

**Тип 1** – ICME демонстрирует признаки ротации направления поля, но ему не хватает некоторых других характеристик магнитного облака, например усиления значения поля в области магнитного облака.



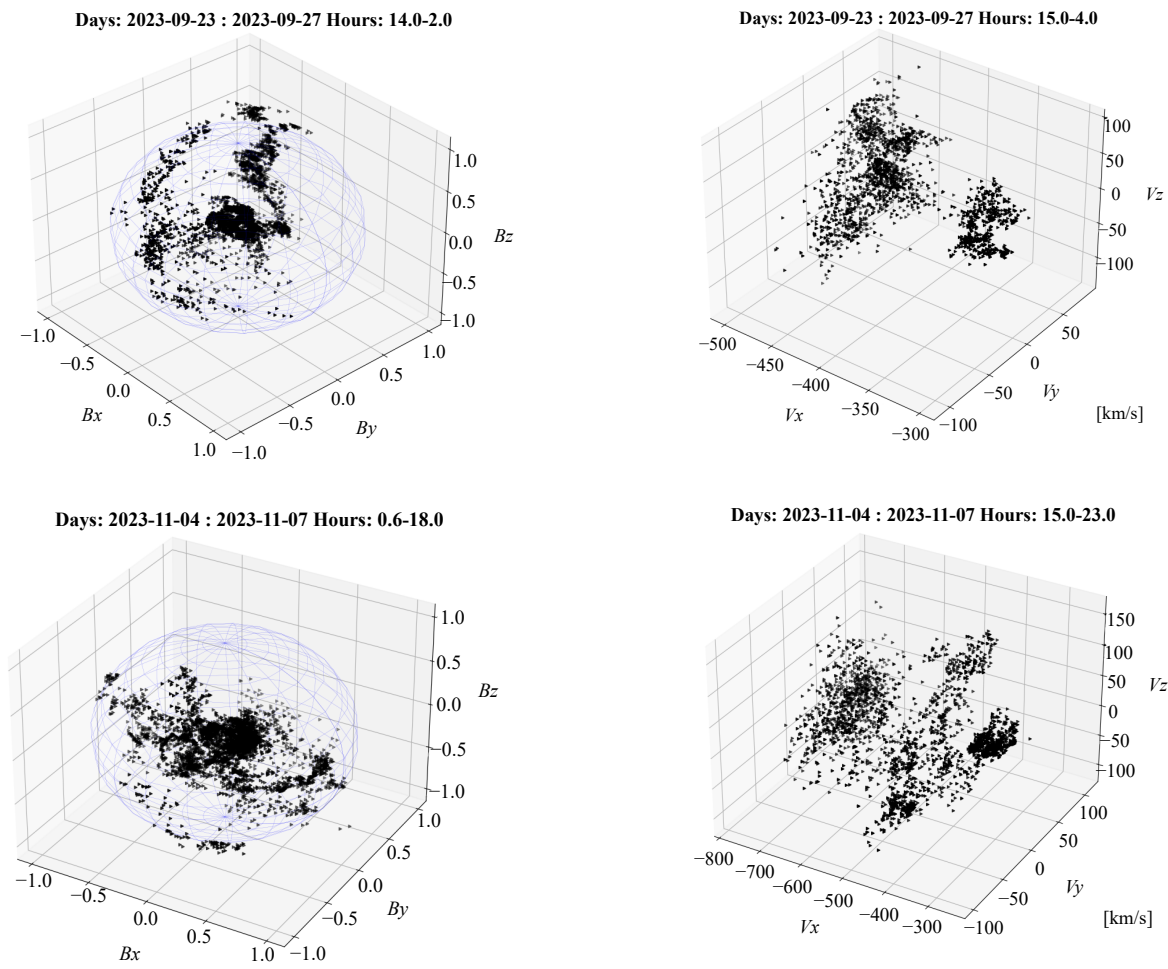


Рис. 3. Графы векторов второй половины 2023 г. в интервалах дней [230, 250] и [300, 320]

Таблица 1. Перечень событий с 03.I.2023 по 20.V.2023, имеющих связь с процессом формирования магнитных облаков

Регистрация возмущения, чч:мм	Начало ICME	Окончание ICME	Тип
03.I.2023, 21:00	04.I.2023, 02:00	05.I.2023, 22:00	2
27.II.2023, 10:00	27.II.2023, 20:00	28.II.2023, 17:00	0
01.II.2023, 00:00	01.III.2023, 09:00	01.III.2023, 21:00	1
02.III.2023, 09:00	02.III.2023, 09:00	02.III.2023, 22:00	1
12.III.2023, 06:00	12.III.2023, 09:00	14.III.2023, 02:00	1
15.III.2023, 04:27	15.III.2023, 21:00	17.III.2023, 07:00	0
23.III.2023, 05:00	23.III.2023, 14:00	24.III.2023, 07:00	2
18.IV.2023, 14:02	19.IV.2023, 08:00	21.IV.2023, 02:00	2
23.IV.2023, 17:38	24.IV.2023, 01:00	25.IV.2023, 19:00	2
09.V.2023, 22:50	10.V.2023, 12:00	12.V.2023, 06:00	0
12.V.2023, 06:33	12.V.2023, 12:00	13.V.2023, 21:00	0
20.V.2023, 10:00	20.V.2023, 10:00	21.V.2023, 16:00	1



**Тип 2** – ICME имеет явные черты магнитного облака.

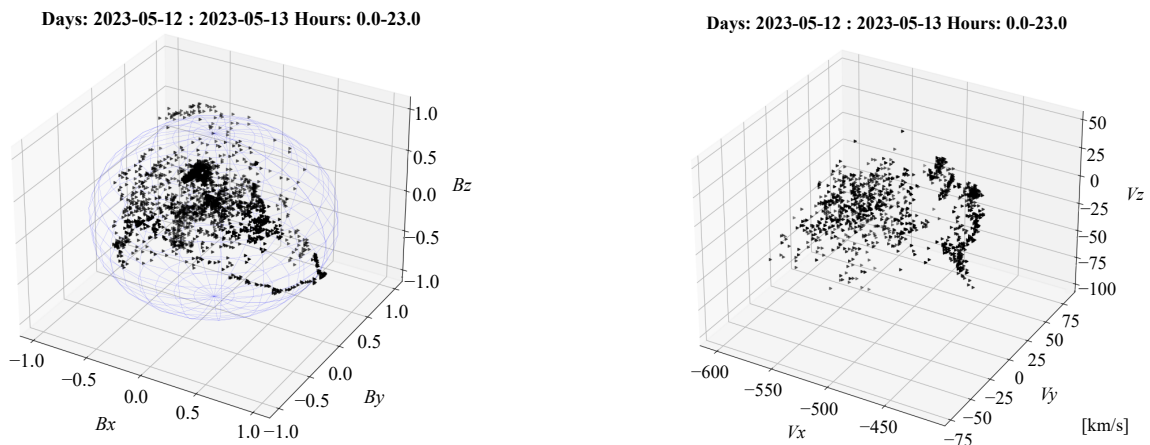
Указанные в табл. 1 временные интервалы содержат недопустимо большой процент пропусков, для исключения ошибочной деформации векторных графов как магнитного поля, так и солнечного ветра были оставлены для анализа 5 событий из 12 рассмотренных. Ниже представлены сопряженные пары векторных графов событий.

Представленные на рис. 4–8 структуры графов следует рассматривать как качественную демонстрацию возможностей метода. Строгий количественный подход требует помимо аппаратной синхронизации согласование масштабов характерных времен протекания магнитогидродинамических процессов в магнитной и кинетической подсистемах. Авторы ранее проводили анализ подобных характеристик компонент вектора

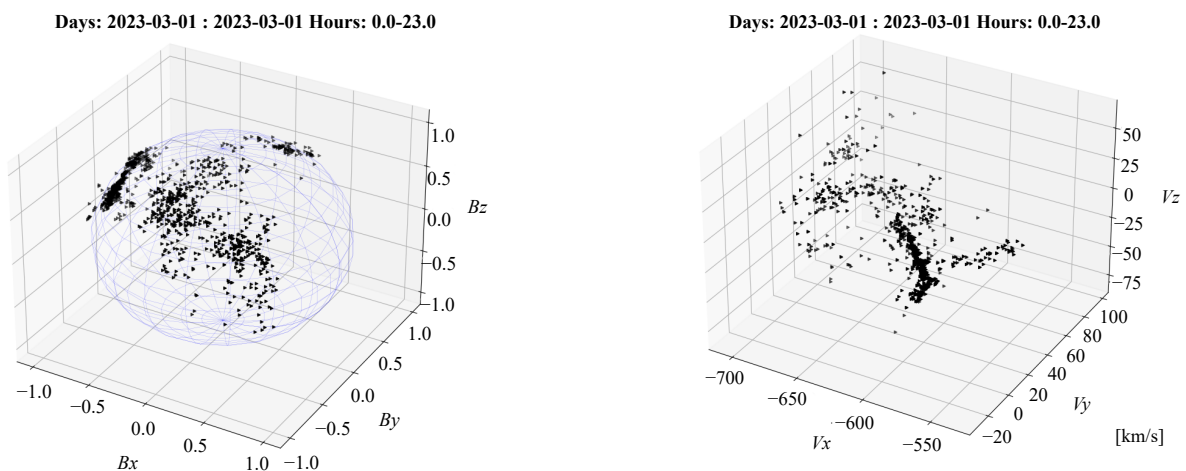
индукции магнитного поля и скорости частиц солнечного ветра, используя топологический анализ временных рядов. Было выявлено двукратное различие в масштабах собственных времен магнитной и кинетической подсистем [27]. Подобные коррекции масштабов времени могут понадобиться при реконструкции разностных или непрерывных уравнений процесса на основе формы фазовых портретов, и ни в коей степени не умаляют значения результатов реконструкции графов в условиях аппаратной синхронизации.

## 6. ДИНАМИЧЕСКИЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕРЫ ВЕКТОРНЫХ ГРАФОВ

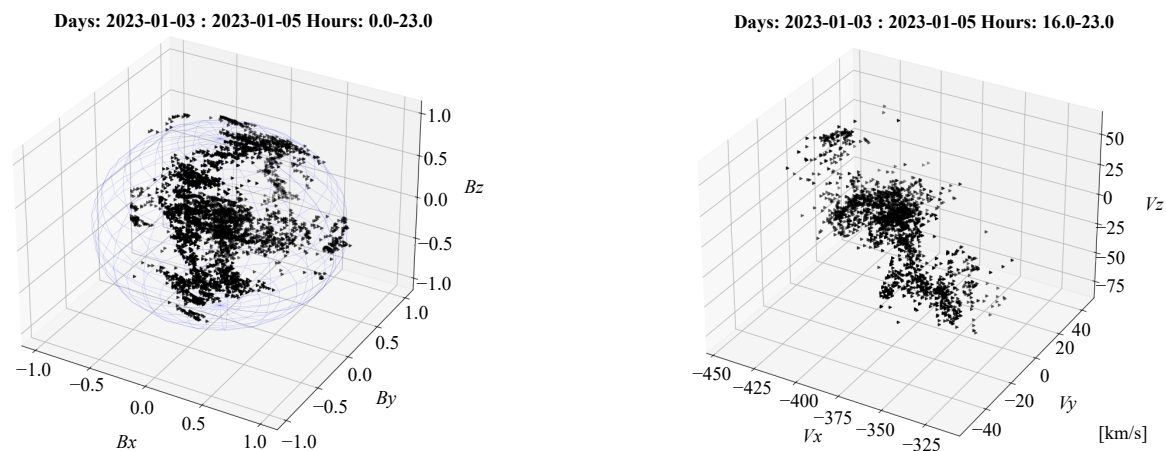
Количественные меры синтезируемых векторных графов должны быть согласованы с их геометрией и предоставлять объем информации,



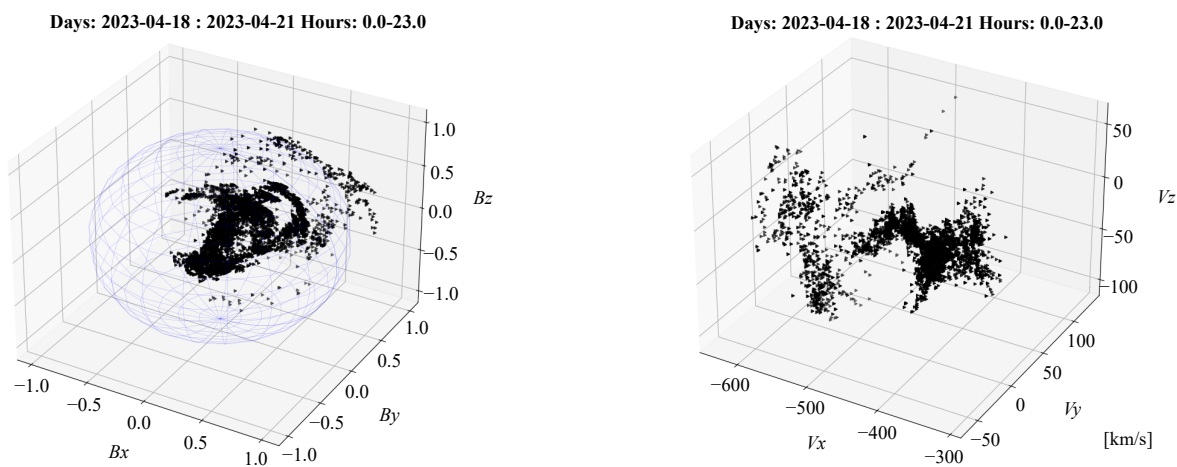
**Рис. 4.** Событие Типа 0. Граф скорости потока плазмы не сложился из-за парциальной потери данных. На графе магнитного поля присутствуют множественные фрагменты медленного вращения



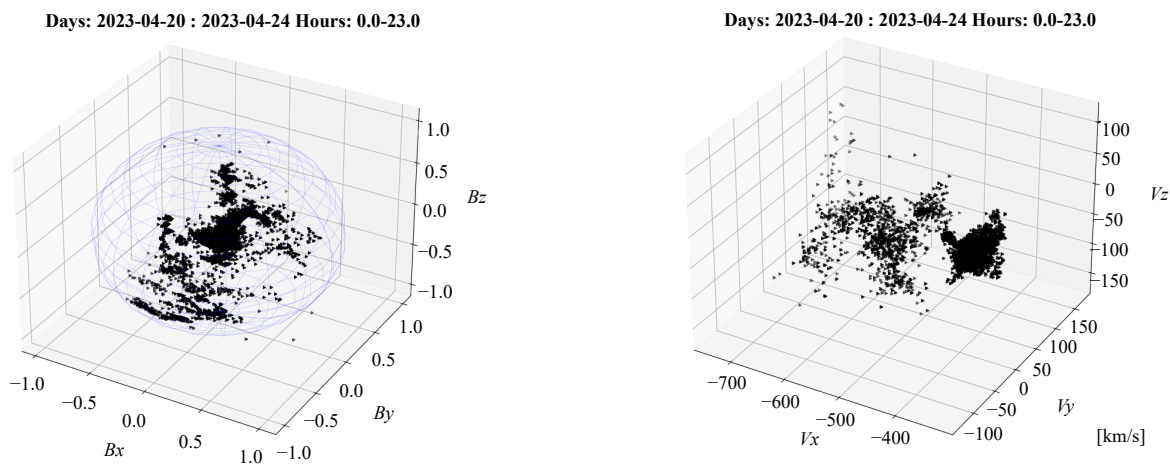
**Рис. 5.** Событие Типа 1. Граф скорости потока плазмы не сложился из-за частичной потери данных. На графе магнитного поля присутствует выраженное медленное вращение магнитного поля



**Рис. 6.** Событие Типа 2 от 5 января 2023 г. Присутствуют все признаки магнитного облака



**Рис. 7.** Событие Типа 2 от 21 апреля 2023 г. Присутствуют все признаки магнитного облака



**Рис. 8.** Событие Типа 2 от 24 апреля 2023 г. Присутствуют все признаки магнитного облака

достаточный для однозначного описания свойств графа и типа процесса, который ему соответствует. В зависимости от решаемой задачи используется различный набор мер векторного графа. Рассмотрим два типа параметров: **динамические**, описывающие общую геометрию синтезированного графа и законы его эволюции в фазовом пространстве, и **статистические**, описывающие распределения плотности вероятности прохождения фазовой траектории через узлы графа в заданном интервале времени наблюдения.

*Тензор распределения населенности узлов векторного графа*

Определим количественные меры для реконструированных на основе экспериментальных выборок векторных графов, опираясь на структуру графа и соответствующие ему опорные поверхности фазовых портретов или аттракторы фазовых траекторий. Для графов векторов магнитного поля физически обоснованы тензорные методы, позволяющие получить детальную информацию о геометрии фазового портрета в эллиптическом приближении, о направлении главных осей, инвариантах тензора второго ранга. Задачу будем рассматривать в GSE-системе координат. Координаты каждой из ячеек фазового пространства проиндексируем тремя значениями квантовых чисел, определяющих значения интервала проекций вектора магнитного поля на оси  $X, Y, Z$  системы координат. Населенность каждого из узлов графа определяется числом реализации состояний, соответствующих выбранной ячейке —  $N_{x,y,z}$ , независимо от направления прохода через каждый из узлов. Строго говоря, помимо указанных метрик для ячеек фазового пространства следует учесть значения начального и конечного временных интервалов для исследуемого процесса, введя пределы суммирования в выражении (5).

Введем по аналогии с описанием движения твердого тела тензор второго ранга для населенности состояний или узлов  $I_b$  [28, 29]:

Здесь  $(i, j, k)$  — переменные суммирования;  $(x, y, z)$  — координаты ячейки фазового пространства;  $N_{x,y,z}$  — число реализаций для ячейки фазового пространства  $(x, y, z)$ .

Диагональные элементы записанного тензора  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  зачастую называют моментами относительно осей  $X, Y, Z$ . Для анализа количественных характеристик рассматриваемого тензора важно свойство аддитивности, позволяющее выделять компоненты фазового портрета, относящиеся к параллельно протекающим процессам. Свойство симметрии построенного тензора распределения населенностей второго ранга допускает приведение его к диагональному виду в главных осях исследуемой фигуры —  $X_1, X_2, X_3$ . Записанные в таких осях значения компонент тензора определяют главные моменты, связанные друг с другом группой неравенств:

$$I_1 + I_2 \geq I_3, \quad I_2 + I_3 \geq I_1, \quad I_1 + I_3 \geq I_2. \quad (6)$$

В аналитической геометрии принята классификация анализируемых пространственных распределений на основе сравнения значений главных моментов:

- асимметричный волчок —  $I_1 \neq I_2 \neq I_3 \neq I_1$ ;
- симметричный волчок —  $I_1 = I_2 \neq I_3$ ;
- шаровой волчок —  $I_1 = I_2 = I_3$ .

Оперируя ориентацией главных осей и значениями главных моментов можно определить ряд количественных мер, связанных с симметрией анализируемой фигуры, поскольку свойства симметрии, присущие исследуемому графу, должны наследоваться его тензорными мерами.

*Маргинальные проекции для распределения населенности узлов векторного графа*

При работе со сложными 3D-профилями векторного графа результативны методы, оперирующие маргинальными отображениями графа на набор плоскостей, образуемых ортами GSE-системы координат или какими-либо дополнительными направлениями, информативными для исследуемого процесса. Рассмотрим пример

$$\begin{aligned} & (y^2 + z^2) \sum_i N_{i,y,z} - xy \sum_k N_{x,y,k} - xz \sum_j N_{x,j,z}; \\ I(\widehat{x, y, z}) = & -xy \sum_k N_{x,y,k} (x^2 + z^2) \sum_j N_{x,j,z} - yz \sum_i N_{i,y,z}; \\ & -xz \sum_j N_{x,j,z} - yz \sum_i N_{i,y,z} (x^2 + y^2) \sum_k N_{x,y,zk}. \end{aligned} \quad (5)$$

отображения на плоскости, ортогональной осям  $X, Y, Z$ , которые определим по парам принадлежащих им ортов —  $(YZ), (XZ), (XY)$ . Пусть задано распределение числа реализаций для каждого из узлов регистрируемого графа  $N_{x,y,z}$  и выполнено проецирование вдоль направления  $Z$  на плоскость  $(XY)$ . В результате получим 2D-распределение числа реализаций в проекции на три выбранных взаимно ортогональных плоскости:

$$P_Z(x, y) = \sum_k N_{x,y,k}, P_Y(x, z) = \sum_j N_{x,j,z}, P_X(y, z) = \sum_i N_{i,y,z}. \quad (7)$$

На каждой из плоскостей проецирования определим компоненты вектора первого пространственного момента для 2D-распределения следующим образом [30]:

$$M_x^{(1)} = \frac{\sum \sum_{ij} i P_z(i, j)}{\sum \sum_{ij} P_z(i, j)}, \quad (8)$$

$$M_x^{(1)} = \frac{\sum \sum_{ij} j P_z(i, j)}{\sum \sum_{ij} P_z(i, j)}. \quad (9)$$

Здесь и далее вводимые метрики будут записываться лишь для одной проекции  $Z: (XY)$ , распределения для проекций  $Y: (XZ)$  и  $X: (YZ)$  могут быть получены при циклической перестановке переменных суммирования. Первый пространственный момент определяет значения координат геометрического центра распределения населенности узлов векторного графа. Профиль маргинальной проекции распределения населенностей в эллиптической или квадратичной аппроксимации описывается симметричным тензором второго ранга второго центрального пространственного момента с компонентами [31]:

$$M_{xx}^{(2)} = \frac{\sum \sum_{ij} (i - M_x^{(1)}(k))^2 P_z(i, j)}{\sum \sum_{i,j} P_z(i, j)}, \quad (10)$$

$$M_{xy}^{(2)} = \frac{\sum \sum_{ij} (i - M_x^{(1)}(k))(j - M_y^{(1)}(k)) P_z(i, j)}{\sum \sum_{i,j} P_z(i, j)}, \quad (11)$$

$$M_{yy}^{(2)} = \frac{\sum \sum_{ij} (j - M_y^{(1)}(k))^2 P_z(i, j)}{\sum \sum_{i,j} P_z(i, j)}. \quad (12)$$

Различные комбинации из трех параметров второго пространственного момента позволяют

определить набор метрик профиля маргинальных проекций, таких как:

- углы наклона большей оси аппроксимирующего эллипса;
- диаметры аппроксимирующего эллипса;
- значение элонгации;
- значение эксцентриситета.

Угол наклона большей оси аппроксимирующего эллипса определяется так:

$$2\theta = \arctan \left( \frac{2M_{xy}^{(2)}}{M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)}} \right). \quad (13)$$

Для диаметров аппроксимирующего эллипса справедливо представление через центральные пространственные моменты второго порядка в следующем виде:

$$D_{1,2} = 2\sqrt{2} \sqrt{M_{xx}^{(2)} + M_{yy}^{(2)} \pm \text{sign}(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)}) \sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}. \quad (14)$$

Диаметры совпадают лишь при равенстве диагональных моментов и обнулении недиагонального.

Эксцентриситет:

$$Ext = \frac{D_1^2 - D_2^2}{D_1^2 + D_2^2} = \text{sign}(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)}) \frac{\sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}{M_{xx}^{(2)} + M_{yy}^{(2)}}. \quad (15)$$

Элонгация:

$$ELong^2 = \frac{D_{max}^2 - D_{min}^2}{D_{max}^2}, \quad (16)$$

$$ELong^2 = 2 \frac{\sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}{M_{xx}^{(2)} + M_{yy}^{(2)} + \sqrt{(M_{xx}^{(2)} - M_{yy}^{(2)})^2 + 4(M_{xy}^{(2)})^2}}. \quad (17)$$

Помимо описанных метрик на основе центральных моментов второго порядка для исследуемых 2D маргинальных проекций могут быть использованы центральные моменты высоких порядков, асимметрия (третий порядок,



9 элементов), эксцесс (четвертый порядок, 16 элементов). Количественные соотношения между моментами высоких порядков позволяют определить не только конкретные параметры, но и тип реализованного статистического распределения. Однако следует иметь в виду потерю точности при повышении порядка вычисляемых моментов и нарастающие систематические погрешности при оценке их отношений.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод синхронизованных векторных графов впервые применен для согласованного анализа состояний межпланетного магнитного поля и потока солнечного ветра. Структура и сложность графа зависят от длительности выборки значений компонент векторных полей, что позволяет управлять информационной емкостью графа и менять значение временного разрешения исследуемого процесса для более полного изучения его деталей. Интерпретация синтезируемого векторного графа как фазовой траектории, а в ряде случаев — фазового портрета, позволяет привлекать аппарат статистической физики, теории динамических систем [32–35].

Определение эволюционных уравнений для состояния исследуемой системы предполагает синхронный анализ фазовых траекторий в фазовых подпространствах магнитного поля и векторов потока частиц солнечного ветра. Однако обсуждение правил объединения дискретных фазовых подпространств на сегодняшний день продолжается. В подобных условиях предлагаемый эмпирический подход реконструкции фазовых траекторий может стать хорошим правилом отбора предлагаемых теоретических моделей. Применение векторных графов физически обосновано в задачах реконструкции динамики процессов в межпланетном пространстве и по информативной емкости сравнимо с фазовой траекторией исследуемой системы.

Точность регистрации и шаг дискретизации доступных первичных временных рядов спутникового мониторинга достаточны для реконструкции фазовых траекторий вектора индукции магнитного поля и вектора скорости частиц солнечного ветра в соответствующих им подпространствах. Основная доля систематических погрешностей реконструкции связана с “выпадением” серий значений в используемых рядах. Выпадение может быть синхронным по обоим векторам, но в основном потери данных наблюдаются для  $\vec{V}$ -компонент. Отобранные меры

количественного описания структуры векторных графов и их маргинальных отображений имеют одинаковую вычислительную сложность, наследуемые от графа типы симметрии, и, важное для решаемых задач, свойство суперпозиции структурных компонент распределения населенности узлов графа. Указанное обстоятельство делает возможным детальное изучение структуры коронарного выброса и ставит на повестку дня предсказание его эволюции в межпланетном пространстве.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Госзадания МГУ и при частичном финансировании Программы развития МГУ, проект № 23-Ш03-03.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maiewski E.V., Malova H.V., Popov V.Y., Zelenyi L.M.* Ulysses flyby in the heliosphere: Comparison of the solar wind model with observational data // *Universe*. 2022. V. 8(6). Art.ID. 324. <https://doi.org/10.3390/universe8060324>
2. *Koomen M., Detwiler C., Brueckner G. et al.* White light coronagraph in OSO-7 // *Applied Optics*. 1975. V. 14(3). P. 743–751.
3. *Chikunova G., Dissauer K., Podladchikova T. et al.* Coronal dimmings associated with coronal mass ejections on the solar limb // *Astrophysical J.* 2020. V. 896(1). Art.ID. 17. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab9105>
4. *Wilson L.B. III, Brosius A.L., Gopalswamy N. et al.* A quarter century of wind spacecraft discoveries // *Reviews of Geophysics*. 2021. V. 59(2). Art.ID. e2020RG000714. <https://doi.org/10.1029/2020RG000714>
5. *Wilson L.B. III.* Wind 2020 senior review proposal. [https://wind.nasa.gov/docs/Wind\\_SR2020\\_proposal.pdf](https://wind.nasa.gov/docs/Wind_SR2020_proposal.pdf)
6. *Lepping R., Acuña M., Burlaga L. et al.* The wind magnetic field investigation // *Space Science Reviews*. 1995. 71. P. 207–229.
7. *Adhikari L., Khabarova O., Zank G.P. et al.* The role of magnetic reconnection—associated processes in local particle acceleration in the solar wind // *Astrophysical J.* 2019. V. 873(1). Art.ID. 72. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab05c6>
8. *Bale S., Badman S., Bonnell J. et al.* Highly structured slow solar wind emerging from an equatorial coronal hole // *Nature*. 2019. V. 576(7786). P. 237–242. <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1818-7>
9. *Alberti T., Consolini G., Carbone V. et al.* Multifractal and chaotic properties of solar wind at MHD and kinetic domains: An empirical mode decomposition approach // *Entropy*. 2019. V. 21(3). Art.ID. 320. <https://doi.org/10.3390/e21030320>

10. Prasad P.K., Gowrisankar A., Saha A. et al. Dynamical properties and fractal patterns of nonlinear waves in solar wind plasma // *Physica Scripta*. 2020. V. 95(6). Art. ID. 065603. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab833c>
11. Godsil C., Royle G.F. Algebraic graph theory. Part of the book series: Graduate Texts in Mathematics. V. 207. Springer Science & Business Media, 2001.
12. Kalofolias V. How to learn a graph from smooth signals // *Artificial intelligence and statistics*. P. 920–929. PMLR, 2016.
13. Pal M., Samanta S., Ghorai G. Modern trends in fuzzy graph theory. Springer, 2020.
14. Cheng S.-W., Cheong O., Lee T. et al. Fitting a graph to one-dimensional data // *Theoretical Computer Science*. 2021. Iss. 867. P. 40–49.
15. Daitch S.I., Kelner J.A., Spielman D.A. Fitting a graph to vector data // *Proc. 26th Annual International Conference on Machine Learning*. Montreal, Canada. 2009. P. 201–208.
16. Shugay Y., Slemzin V., Veselovsky I. Magnetic field sector structure and origins of solar wind streams in 2012 // *J. Space Weather and Space Climate*. 2014. V. 4. Art.ID. A24.
17. Antonov Y., Zakharov V., Myagkova I. et al. Structure and dynamics for graphs of interplanetary magnetic field vectors // *Cosmic Research*. 2024. V. 62(2). P. 147–161. <https://doi.org/10.1134/S0010952523600336>
18. Kilpua E., Isavnin A., Vourlidas A. et al. On the relationship between interplanetary coronal mass ejections and magnetic clouds // *Annales Geophysicae*. 2013. V. 31(7). P. 1251–1265.
19. Shaikh Z.I., Raghav A.N. Statistical plasma properties of the planar and nonplanar ICME magnetic clouds during solar cycles 23 and 24 // *Astrophysical J*. 2022. V. 938(2). Art.ID. 146. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac8f2b>
20. Wu C.-C., Gopalswamy N., Lepping R.P. et al. Characteristics of magnetic clouds and interplanetary coronal mass ejections which cause intense geomagnetic storms // *Terrestrial, Atmospheric & Oceanic Sciences*. 2013. V. 24(2).
21. Ghag K., Sathe B., Raghav A. et al. Statistical study of geo-effectiveness of planar magnetic structures evolved within ICME's // *Universe*. 2023. V. 9(8). Art.ID. 350. <https://doi.org/10.3390/universe9080350>
22. Thalmann J., Dumbović M., Dissauer K. et al. Tracking magnetic flux and helicity from the Sun to Earth: Multi-spacecraft analysis of a magnetic cloud and its solar source // *Astronomy & Astrophysics*. 2023. V. 669. Art.ID. A72. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202244248>
23. Manchester W. IV, Kozyra J., Lepri S. et al. Simulation of magnetic cloud erosion during propagation // *J. Geophysical Research: Space Physics*. 2014. V. 119(7). P. 5449–5464.
24. Li L., Chen T., Shen C. et al. Near-surface atmospheric electric field changes through magnetic clouds via coronal mass ejections // *Geoscience Letters*. 2023. V. 10(1). Art.ID. 45. <https://doi.org/10.1186/s40562-023-00299-2>
25. Cane H., Richardson I. Interplanetary coronal mass ejections in the near-earth solar wind during 1996–2002 // *J. Geophysical Research: Space Physics*. 2003. V. 108(A4).
26. Richardson I.G., Cane H.V. Near-earth interplanetary coronal mass ejections during solar cycle 23 (1996–2009): Catalog and summary of properties // *Solar Physics*. 2010. Iss. 264. P. 189–237.
27. Antonov J.A., Tsyganov M.V., Suhareva N.A. Topological properties of satellite monitoring time series for the interplanetary magnetic field // *29th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics*. Moscow, Russia. 2023. V. 12780. P. 1491–1497. <https://doi.org/10.1117/12.2690853>
28. Landau L.D., Lifshits E.M. Mechanics. V. 1. CUP Archive, 1960.
29. McConnell A.J. Applications of tensor analysis. Courier Corporation, 2014.
30. Goodman J.W. Statistical optics. John Wiley & Sons, 2015.
31. Xie C., Zhong W., Mueller K. A visual analytics approach for categorical joint distribution reconstruction from marginal projections // *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. 2016. V. 23(1). P. 51–60.
32. Sadovnikov B., Inozemtseva N., Perepelkin E. Generalized phase space and conservative systems // *Doklady Mathematics*. 2013. V. 88. P. 457–459.
33. Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G. et al. Universal density matrix for the phase space // *arXiv preprint*. 2019. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1904.04950>
34. Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G. et al. Exact time-dependent solution of the Schroedinger equation, its generalization to the phase space and relation to the gibbs distribution // *Physica Scripta*. 2022. V. 98(1). Art.ID. 015221.
35. Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G. et al. Dispersion chain of quantum mechanics equations // *J. Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2023. V. 56(14). Art.ID. 145202. <https://doi.org/10.1088/1751-8121/acbd71>

# VECTOR GRAPHS, PHASE TRAJECTORIES AND PORTRAITS OF THE MAGNETIC FIELD AND VELOCITIES OF SOLAR PLASMA PARTICLES IN THE PHASE SPACE OF THE HELIOSPHERE

© 2025 Yu. A. Antonov<sup>1</sup>, V. I. Zakharov<sup>1, 2, 3</sup>, I. N. Myagkova<sup>4</sup>,  
N. A. Suhareva<sup>1, 4, \*</sup>, Yu. S. Shugai<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Institute of Atmospheric Physics named after A.M. Obukhov RAS, Moscow, Russia*

<sup>3</sup>*Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>4</sup>*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

\*e-mail: suhareva@phys.msu.ru

The material presented in the paper continues a series of studies on the development of the use of the vector graph method for analyzing the characteristics of complex field and plasma structures generated by the Sun in interplanetary space. With a simplified approach to describing such systems using statistical methods, the collective processes of plasma and field interactions may remain undetected, in particular, complex multicomponent structures in the spatiotemporal distribution functions may be missed. The main problem of statistical methods is the neglect of the order of the states of the system being studied and the loss of information contained in this order. Based on the data blocks obtained by the detectors of the WIND apparatus in the CWE research complex and provided by the Coordinated Data Analyzes Web database, implementations of graphs for magnetic field induction vectors and solar wind particle velocity vectors reconstructed on the basis of experimental samples are discussed. The regimes of magnetic storms, the formation of magnetic clouds, and events associated with coronal mass ejections, both ICME and CME, are considered. The presented new method of synchronized pairs of graphs allows us to move from a phenomenological description of the process to a classification of the types of observed and studied multi-processes based on the structural implementations of graphs.